

# Auflösbarkeit turbulenter Strukturen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht mittels akustischer Tomographie

Manuela Barth und Armin Raabe

## Zusammenfassung

Die akustische Laufzeit-tomographie ist ein Fernerkundungsverfahren, mit dem zweidimensionale horizontale Verteilungen von Wind und Temperatur in der von turbulenten Prozessen charakterisierten atmosphärischen Grenzschicht bestimmt werden können. Um die Fähigkeit des tomographischen Invertierungsalgorithmus zur Auflösbarkeit bestimmter turbulenter Strukturen zu testen, werden Sensitivitätsstudien durchgeführt. Hierzu wird eine Temperaturzeitreihe erzeugt, deren Spektrum eine charakteristische turbulente Struktur aufgeprägt wird. Nach der Verteilung dieser Temperaturen auf ein zweidimensionales Feld entsprechend einer vorgegebenen Messgeometrie (bekannte Laufwege) können diese Werte in Laufzeiten umgerechnet werden.

Die erzeugten künstlichen Messwerte dienen neben den Positionsdaten der Sender und Empfänger als Eingangsgrößen für den Invertierungsalgorithmus. Die nachfolgende Rekonstruktion der meteorologischen Felder aus den Eingangsdaten, deren Analyse und der Vergleich mit den simulierten Reihen ermöglicht es, den Einfluss des verwendeten Algorithmus auf die Datenstruktur abzuschätzen. Des Weiteren wurden bei den Simulationen reale Messbedingungen nachgestellt. Hierzu wurde die systembedingte maximale Wiederholrate einer Einzelmessung, sowie die Unsicherheiten bei der Bestimmung der Schalllaufzeit berücksichtigt.

## Summary

Acoustic travel time tomography is a remote sensing method to determine two-dimensional horizontal distributions of wind and temperature within the atmospheric boundary layer which is dominated by turbulent processes. To investigate the capability of the tomographic inversion algorithm to solve definite turbulent structures, sensitivity studies have been carried out. For that purpose, temperature time series have been generated and a characteristic turbulent structure has been impressed upon their frequency spectra. After distributing these data to a two-dimensional field which arises from the measuring geometry, i.e. the distribution of sound sources and receivers, and the chosen tomographic grid-cell-dimension, the temperature data can be converted to travel times according to the sound ray paths through the tomographic grid.

These synthetic travel time data as well as the positions of the sound sources and receivers have been used as the input parameters for the tomographic inversion algorithm. The following reconstruction of the meteorological fields from the input values, their analysis and comparison to the simulated time series and the corresponding spectra allow an estimation of the capability of the inversion algorithm used to solve turbulent structures. Furthermore, real measuring conditions have been simulated. To that purpose, the maximal repeat rates of an individual measurement as well as the uncertainties of the tomographic system have been considered.

## 1. Einleitung

Meteorologische Messungen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht erfolgen meist mittels Sensoren, die die Eigenschaften der Atmosphäre an einem bestimmten Punkt detektieren. Aussagen über die horizontale Verteilung der gemessenen Größe können auf diese Weise

nicht getroffen werden. Hierfür bietet sich das Verfahren der akustischen Laufzeit-tomographie an. Dieses bodengebundene Fernerkundungsverfahren ermöglicht es, horizontal zweidimensionale Verteilungen von Wind und Temperatur zu bestimmen (siehe z.B. Raabe, 2001). Dazu wird von einem Lautsprecher zunächst ein akustisches Signal erzeugt und von einem Empfänger detektiert. Da die Schallausbreitung in der Atmosphäre maßgeblich von der Temperatur sowie der Windrichtung/Windgeschwindigkeit entlang des Ausbreitungsweges beeinflusst wird, kann aus der Laufzeit des Schallsignals auf diese meteorologischen Größen geschlossen werden, wenn der Ausbreitungsweg bekannt ist. Um ein flächenhaftes Bild des Untersuchungsgebietes zu erhalten, werden mehrere Sender und Empfänger eingesetzt, die zumeist am Rand des Messfeldes positioniert sind. Zur Untersuchung atmosphärischer Strukturen, die kleiner als die Schallweglänge selbst sind, müssen die einzelnen Messungen entlang der unterschiedlichen Ausbreitungswege zu einem Zeitpunkt kombiniert betrachtet und invertiert werden.

Als Ergebnis dieser Invertierung erhält man zweidimensionale Verteilungen von Temperatur und Wind. Die Invertierung der Laufzeitdaten erfolgte in dieser Studie mit Hilfe der simultanen iterativen Rekonstruktionstechnik, einer algebraischen Rekonstruktionstechnik. Da bei diesem Verfahren keine analytischen Untersuchungen zur Auflösung- und Fehlerbetrachtung angegeben werden können, müssen Sensitivitätsstudien durchgeführt werden.

Meteorologische Experimente werden von einer Vielzahl von Faktoren beeinflusst. Dabei ist es schwierig, einzelne Prozesse isoliert zu betrachten. Numerische Simulationen meteorologischer Vorgänge, bei denen bestimmte Eigenschaften der Atmosphäre einzeln vorgegeben werden, können Abhilfe schaffen. Die genaue Kenntnis der Struktur dieser Daten erlaubt unter anderem einen Vergleich mit Ergebnissen realer Messungen oder die Untersuchung der Einflüsse der Mess- und Auswertalgorithmen eines bestimmten Verfahrens auf die vorgegebene Datenstruktur.

Das System der akustischen Laufzeit-tomographie liefert zweidimensionale Verteilungen aus dem Bereich der atmosphärischen Grenzschicht. Da dieser Atmosphärenbereich maßgeblich von der Erdoberfläche beeinflusst und durch turbulente Transportvorgänge charakterisiert wird, ist es wichtig zu wissen, inwiefern das akustische Verfahren in der Lage ist, turbulente Strukturen aufzulösen.

Zur Beschreibung der turbulenten Struktur der atmosphärischen Grenzschicht existiert eine Vielzahl von Modellen. Eines der bekanntesten zur Beschreibung des Transports turbulenter kinetischer Energie ist das Kolmogorov – Modell (Kolmogorov, 1941). Durch Vorgabe synthetischer Daten, denen ein entsprechendes Turbulenzspektrum aufgeprägt wurde, deren Umrechnung in Laufzeitdaten, welche die realen Messwerte ersetzen, sowie die anschließende tomographische Inversion ermöglichen die Abschätzung des Einflusses des Invertierungsalgorithmus auf die turbulente Struktur der Daten (Barth, 2002).

## **2. Akustische Tomographie**

Das in dieser Arbeit genutzte Programm zur Invertierung der Laufzeitdaten, das auf dem SIRT-Algorithmus beruht, wurde ursprünglich von E. Danckwardt am Institut für Geologie und Geophysik der Universität Leipzig entwickelt (siehe z.B. Brunner und andere, 1999). Im Hinblick auf eine Anwendung unter meteorologischen Bedingungen wurde das Verfahren am Institut für Meteorologie der Universität Leipzig weiterentwickelt (Ziemann 2000, Arnold 2000) und diente in dieser modifizierten Form als Grundlage für die Untersuchungen zur Auflösbarkeit turbulenter Strukturen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht mittels akustischer Laufzeit-tomographie.

## 2.1. Akustische Laufzeitomographie

Die Geschwindigkeit der Ausbreitung von Schallwellen in der Atmosphäre, die effektive Schallgeschwindigkeit  $\bar{c}_{\text{eff}}$ , ergibt sich in Abhängigkeit von dem vorherrschenden Windfeld  $\vec{v}$  und der akustischen virtuellen Lufttemperatur  $T_{\text{av}}$  zu

$$\bar{c}_{\text{eff}}(T_{\text{av}}, \vec{v}) = c_L(T_{\text{av}}) \cdot \vec{n} + \vec{v} = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{\text{av}}} \cdot \vec{n} + \vec{v} \quad (1)$$

mit

- $c_L$  der Laplaceschen Schallgeschwindigkeit,
- $\gamma$  dem Verhältnis zwischen den Wärmekapazitäten von Luft bei konstantem Druck und konstanter Temperatur ( $\gamma = 1,4$ ),
- $R$  der spezifischen Gaskonstante von Luft ( $R = 287,05 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) und
- $\vec{n}$  dem Einheitsvektor in Schallausbreitungsrichtung.

Im Unterschied zur Lufttemperatur berücksichtigt die akustische virtuelle Temperatur den Einfluss der enthaltenen Feuchte. Diese wirkt sich sowohl auf die Temperatur selbst (virtuelle Temperatur), als auch auf die Wärmekapazitäten der Luft und deren Verhältnis  $\gamma$  aus, welches, wie in Gleichung (1) ersichtlich, als Faktor bei der Umrechnung der Schallgeschwindigkeiten in Temperaturen eingeht.

Zur Bestimmung der effektiven Schallgeschwindigkeit werden Laufzeitmessungen durchgeführt. Die Laufzeit des  $i$ -ten Schallsignals ergibt sich unter Berücksichtigung des Ausbreitungsweges des entsprechenden Strahls aus der Wegstrecke zwischen Sender und Empfänger (Wegelement  $dl_i$ ) geteilt durch den Betrag der effektiven Schallgeschwindigkeit entlang des  $i$ -ten Ausbreitungsweges

$$t_{\text{Strahl},i} = \int_{\text{Strahl},i} \frac{dl_i}{|\bar{c}_{\text{eff}}|_i} \quad (2)$$

Zur Untersuchung einer Messfläche sind die Sender und Empfänger so verteilt, dass das gesamte Gebiet mit Schallstrahlen überdeckt und unter verschiedenen Winkeln durchstrahlt wird. Je größer die Anzahl der eingesetzten Sender und Empfänger dabei ist, desto mehr Messstrecken verlaufen durch das Gebiet und desto feiner kann die Auflösung des Messgebietes in der anschließenden gemeinsamen Inversion der einzelnen Laufzeitdaten zur Berechnung eines Schnittbildes des Atmosphärenzustandes zum Messzeitpunkt gewählt werden.

Um aus den Laufzeiten die Schallgeschwindigkeit, und damit das Temperatur- und Windfeld, möglichst genau bestimmen zu können, ist es notwendig, den Schallweg so exakt wie möglich zu kennen.

Vertikale Gradienten der Temperatur sowie der Windgeschwindigkeit bewirken eine Brechung der Schallstrahlen nach dem Fermatschen Prinzip (siehe z.B. Pierce, 1991). Sind die Beträge der Laufzeitdifferenzen zwischen geradlinigem und gekrümmten Strahl jedoch kleiner als die Messgenauigkeit für die Laufzeiten selbst, kann die Schallausbreitung als geradlinig betrachtet werden (siehe z.B. Ziemann, 2002). In diesem Fall kann Gleichung (2) linearisiert und zur Bestimmung der meteorologischen Größen nach Gleichung (1) verwendet werden.

Da die Anzahl der Schallsender und Empfänger und damit auch die Anzahl der zur Verfügung stehenden Messwerte begrenzt ist, kann das durchstrahlte Messgebiet nicht kontinuierlich aufgelöst werden, sondern es muss eine Diskretisierung erfolgen. Aus diesem Grund wird eine Einteilung der Messfläche in quadratische Teilflächen eingeführt: Das gesamte Gebiet, dessen Eigenschaften untersucht werden sollen, wird in  $j$  Gitterzellen gleicher Seitenlänge unterteilt.

Jeder Schallstrahl, der eine bestimmte Teilfläche des Messgebietes durchquert, bewegt sich entsprechend der Ausbreitungsbedingungen auf seinem Weg zwischen Sender und Empfänger mit einer anderen mittleren Geschwindigkeit. In der mittleren Laufzeit ist somit auch die Laufzeit des  $i$ -ten Strahls  $t_i$  durch die betrachtete Gitterzelle enthalten und wegen der bekann-

ten Strahlabschnitte  $l_{ij}$  in der  $j$ -ten Zelle auch die gesuchte Schallgeschwindigkeit. Innerhalb jeder Gitterzelle wird dabei ein konstanter Wert für die effektive Schallgeschwindigkeit, bzw. ihren reziproken Wert, die Langsamkeit  $s_j$ , angenommen. Bei dieser Herangehensweise kann Gleichung (2) wie folgt umgeformt werden:

$$t_i = \sum_{j=1}^J s_j l_{ij} \quad \text{mit} \quad s_j = \frac{1}{|\bar{c}_{\text{eff}}|_j}. \quad (3)$$

Die inverse Lösung dieses Systems linearer Gleichungen entspricht einem Datensatz von Werten für die Langsamkeiten in den einzelnen Gitterzellen. Eine flächenhafte Darstellung dieser Daten wird als Tomogramm bezeichnet.

## 2.2. Simultane Iterative Rekonstruktionstechnik – SIRT

Die Inversion der Laufzeitdaten zur Berechnung der Langsamkeiten, welche als Grundlage für die Rekonstruktion der meteorologischen Felder dienen, erfolgt mittels der simultanen iterativen Rekonstruktionstechnik (SIRT), einer iterativen algebraischen Rekonstruktionstechnik.

Bei diesem Verfahren werden nacheinander jeweils ein Strahl und die von ihm getroffenen Gitterzellen untersucht, bis alle Schallstrecken abgearbeitet wurden. Dazu wird zunächst eine Startverteilung der gesuchten Parameterwerte, meist durch einfache Rückprojektion der Messwerte auf die Gitterzellen, gewonnen. Die Differenzen zwischen den berechneten und den gemessenen Linienintegralwerten (Laufzeiten) werden für die Verbesserung der Lösung bis zum Erreichen eines Konvergenz- bzw. Abbruchkriteriums genutzt. Die simultane iterative Rekonstruktionstechnik ist im Vergleich zu anderen Verfahren unter anderem dadurch gekennzeichnet, dass begrenzte Ungenauigkeiten in den Daten die Konvergenzeigenschaften nicht wesentlich beeinflussen. Sie zeichnet sich außerdem durch Stabilität und relativ geringe Artefaktbildung gegenüber anderen iterativen Verfahren aus (siehe z.B. Humphreys und Clayton, 1988).

Ein Grund für diese positiven Eigenschaften ist die Tatsache, dass die Korrekturen für die modellierten Langsamkeiten bei SIRT erst nach Abarbeitung aller Strahlen berechnet werden und als mittlere Werte in die Vorwärtsmodellierung eingehen. Damit wird erreicht, dass die Korrektur unabhängig von der Reihenfolge der untersuchten Strahlwege und der Abfolge der Gitterzellenbearbeitung ist. Bei diesem Verfahren ist somit nur die Anzahl und die Strahlstücklängen der Strahlen, die ein Gitterelement durchqueren, von Bedeutung.

Als Eingangsgrößen für den Invertierungsalgorithmus dienen die Positionen der Sender und Empfänger sowie die gemessenen Laufzeiten. Aus diesen Daten werden die gesuchten effektiven Schallgeschwindigkeiten als Flächenmittelwert über eine Gitterzelle bestimmt.

Um auch bei fehlerbehafteten Daten bzw. bei nicht ganz optimaler Überdeckung der Messfläche mit Schallstrahlen eine stabile Konvergenz des tomographischen Algorithmus zu gewährleisten, wurde ein Glättungsverfahren in das Programm zur Invertierung der Laufzeitdaten implementiert (Ziemann, 2000). Zur Bestimmung der Langsamkeit  $s(i,j)$  in einer Gitterzelle wird der Mittelwert aus dem Zellenwert selbst, den Werten der direkt benachbarten Gitterzellen sowie den Eckwerten gebildet. Das Ergebnis der Mittelung wird der zentralen Zelle zugeordnet. Die Wichtung der einzelnen Zellgruppen kann dabei verschieden erfolgen. Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die Unterschiede zwischen den Resultaten, die mit verschiedenen Wichtungsfaktoren erzielt wurden, sehr gering sind (Ziemann, 2000).

Diese Mittelung der Werte in den einzelnen Gitterzellen unter Beachtung benachbarter Gitterelementwerte bewirkt weiterhin ein glatteres Bild, was für die Betrachtungen kontinuierlicher Übergänge in meteorologischen Feldern vorteilhaft ist. Scharf abgegrenzte Phänomene können durch diesen Glättungsvorgang allerdings nur schlecht aufgelöst werden.

Mit Hilfe des SIRT-Algorithmus wird aus den Eingangsdaten (Position der Sender und Empfänger, Laufzeitmessungen) ein Feld räumlich gemittelter effektiver Schallgeschwindigkeiten bestimmt. Die effektive Schallgeschwindigkeit ist jedoch, wie in Gleichung (1) ersichtlich,

von der akustischen virtuellen Temperatur und der Windgeschwindigkeit im Untersuchungsgebiet abhängig. Erst eine Trennung dieser Einflussgrößen, die auf verschiedene Weise vor der Invertierung der Laufzeitdaten durchgeführt werden kann, erlaubt es, Aussagen über die meteorologischen Felder im Einzelnen treffen zu können. Eine Möglichkeit zur Separation der unterschiedlichen Einflüsse auf die effektive Schallgeschwindigkeit ist die Trennung nach dem Ultraschallanemometerprinzip (reziproke Schallstrecken) (vgl. Kaimal und Gaynor, 1991), eine weitere Möglichkeit ist durch ein iteratives Verfahren gegeben (vgl. Arnold und andere 2001a).

### **2.3. Genauigkeitsgrenzen der akustischen Tomographie**

Bei der Anwendung und Bewertung des Verfahrens der akustischen Laufzeit-tomographie ist es wichtig, Aussagen darüber zu treffen, mit welcher Genauigkeit die meteorologischen Parameter (akustisch virtuelle Temperatur bzw. Wind) bestimmt werden können. Dazu ist es erforderlich, die Unsicherheiten der Ausgangsinformationen (Laufweg- und Laufzeitbestimmung) abzuschätzen.

Einfluss auf die Genauigkeit der Laufwegbestimmung haben neben der Messung der Entfernung zwischen Sender und Empfänger auch die aktuellen meteorologischen Bedingungen. Schallstrahlen werden z.B. entsprechend der vorherrschenden vertikalen Gradienten von Windgeschwindigkeit bzw. Temperatur gebrochen, was eine Verlängerung des Laufweges bewirkt. Die Brechung erfolgt nach dem Fermatschen Prinzip, was besagt, dass sich eine Welle zwischen zwei Punkten immer auf dem Weg ausbreitet, welcher der kürzesten Laufzeit entspricht. Einer Strahlkrümmung (Laufwegverlängerung) steht demnach eine Laufzeitminimierung gegenüber.

Messunsicherheiten, verursacht durch die Entfernungsbestimmung der Lautsprecher und Mikrofone, können durch Verwendung entsprechender Messgeräte nahezu vermieden und die Fehler durch mehrmaliges Messen und Mitteln noch weiter verringert werden. Größere Unsicherheiten werden von der konstruktiv bedingten Ausdehnung der Lautsprecher und der Mikrofone selbst verursacht. Die Auswirkungen, die sich daraus auf die Genauigkeit der Entfernungsbestimmung ergeben, sind bei kleinen Wegstrecken maximal. Je weiter die Sender und Empfänger voneinander entfernt aufgestellt werden, desto geringer ist der relative Fehler bezogen auf die Wegstrecke.

Die Genauigkeit der Laufzeitmessung wird maßgeblich von der Signalanalyse und Signalverarbeitung beeinflusst. Faktoren hierbei sind die Synchronisation aller Komponenten des Messsystems, die Beeinflussung der Laufzeiten durch die Umgebungsbedingungen (Signal/Rausch Verhältnis), die zeitabhängigen Parameter der verwendeten Bauteile (z.B. die Trägheit der Filter) sowie die Abtastung und Auflösung des Schallsignals.

Arnold (2000) hat die Messunsicherheiten des am Institut für Meteorologie der Universität Leipzig entwickelten Systems zur Bestimmung meteorologischer Parameter mittels Schall untersucht. Er kommt zu dem Ergebnis, dass die Laufwegbestimmung mit einer Unsicherheit von etwa 0,1 m durchgeführt werden kann, wenn der Abstand zwischen Sender und Empfänger im Bereich zwischen 50 und 500 m liegt. Der resultierende absolute Fehler der Laufzeit wird mit etwa 0,3 ms angegeben.

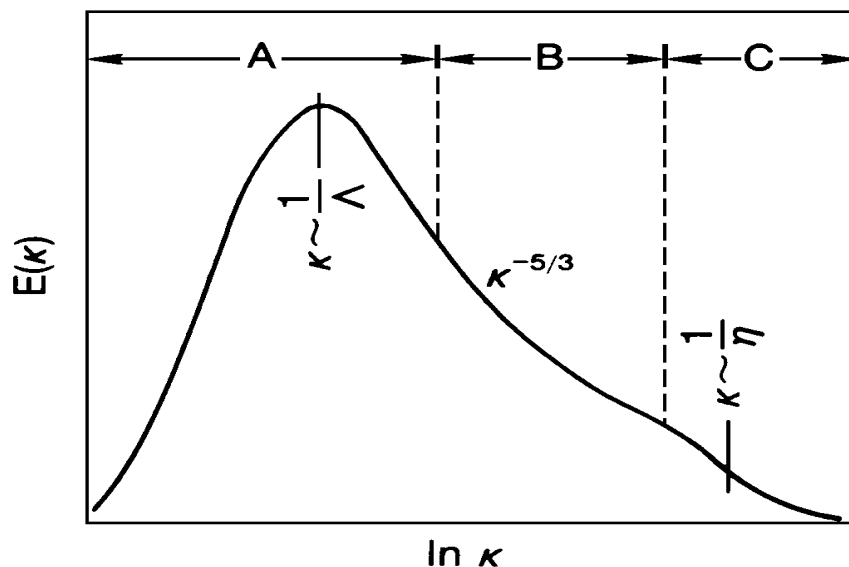
In Abhängigkeit von den atmosphärischen Bedingungen ergeben sich damit für die zu bestimmenden Größen Wind und akustisch virtuelle Temperatur folgende Schwankungswerte: Ab einem Abstand von etwa 200 m zwischen Schallquelle und Empfänger kann die akustisch virtuelle Temperatur mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,5$  K und der Betrag der Windgeschwindigkeit mit  $\pm 0,5$  ms<sup>-1</sup> angegeben werden (Arnold und andere, 2001b).

### 3. Turbulenz in der Atmosphäre

Bewegungsvorgänge in der bodennahen Schicht der Atmosphäre werden maßgeblich durch das Vorhandensein der Erdoberfläche beeinflusst. Man unterscheidet hierbei den Einfluss der Bodenrauigkeit auf das Strömungsfeld, wodurch sowohl vertikale, als auch horizontale Mischungsvorgänge hervorgerufen werden und den Einfluss der solaren Strahlung, die konvektive Prozesse ausgehend von der Erdoberfläche verursacht.

Beide Faktoren führen zu einer turbulenten Durchmischung der atmosphärischen Grenzschicht, wobei man diese Prozesse als Wirbel (engl. eddies) interpretieren kann, deren Strukturen sich über mehrere Größenordnungen erstrecken: räumlich von Millimetern bis zu hundert Metern und zeitlich von Bruchteilen einer Sekunde bis zu mehreren Minuten. Wird das gesamte Spektrum an turbulenten Fluktuationen betrachtet, kann die Verteilung der turbulenten kinetischen Energie (TKE) auf die einzelnen Wellenzahlen  $\kappa$  untersucht werden. Die spektrale Struktur und die Größenverteilung der Wirbel sind aufschlussreich für die Abschätzung der Quellen von Grenzschichtturbulenz und damit für die Auswirkungen auf die Entwicklung der Grenzschicht sowie für Transportvorgänge durch sie hindurch.

Abbildung 1 zeigt den schematischen Aufbau eines solchen turbulenten Energiespektrums in der atmosphärischen Grenzschicht. Man kann 3 Bereiche unterscheiden: den Produktionsbereich für turbulente kinetische Energie (A), den Trägheits- oder Inertialbereich (B) und den Dissipationsbereich (C).



**Abb. 1:** Schematische Darstellung der spektralen Energieverteilung  $E$  als Funktion der Wellenzahl  $k$  mit Produktionsbereich (A), Trägheitsbereich (inertial subrange) (B) und Dissipationsbereich (C); charakteristische Längenskalen:  $L$  (integrale Längenskala),  $h$  (Kolmogorov-Mikroskala) (aus Kaimal und Finnigan, 1994).

Im Bereich kleiner Wellenzahlen (A) wird der mittleren Strömung durch Scherung und Reibung kinetische Energie entzogen und in TKE umgewandelt, turbulente kinetische Energie wird „produziert“. Die Größe der charakteristischen Wirbel in diesem Spektralbereich liegt in der Größenordnung der vertikalen Ausdehnung der atmosphärischen Grenzschicht. Diese großen Wirbel wechselwirken untereinander und zerfallen in kleinere Wirbel, die dann wiederum in noch kleinere zerbrechen. Die turbulente kinetische Energie wird zu immer kleineren Wirbeln hin übertragen und verteilt. Dieser spektrale Energietransport ist charakteristisch für den Inertialbereich (B), in dem TKE weder „produziert“ noch „vernichtet“ wird. Die Turbulenz in diesem Bereich ist unabhängig von äußeren Einflüssen. Zerfallen die Wirbel weiter, gewinnen molekulare Prozesse an Bedeutung: Im Dissipationsbereich (C) überwiegt die viskose Rei-

bung gegenüber dem turbulenten Transport. Die turbulente kinetische Energie wird in Wärme umgewandelt.

In der Literatur findet man verschiedene Ansätze, wie Turbulenz in der Atmosphäre parametrisiert und so charakteristische Eigenschaften des Spektrums wiedergegeben werden können. Bisher ist allerdings kein Modell zur Beschreibung turbulenter Vorgänge bekannt, das über den gesamten Spektralbereich befriedigende Aussagen zur turbulenten Struktur treffen kann (Wilson, 1998).

Für einzelne Spektralbereiche hingegen existieren Parametrisierungen, so z.B. für den Trägheitsbereich der Turbulenz. In diesem Bereich muss der Energietransport von den kleinen Wellenzahlen (große Wirbel - Produktionsbereich) zu den großen Wellenzahlen (kleine Wirbel - Dissipationsbereich) die Dissipationsrate für turbulente kinetische Energie  $\varepsilon$  bei den kleinsten Wirbeln ausgleichen, damit das turbulente System im Gleichgewicht gehalten wird. Im Trägheitsbereich ist die Strömung daher lediglich von der spektralen Energiedichte  $E$  (im Folgenden auch als Powerspektrum bezeichnet), der Wellenzahl  $\kappa$  und der Dissipationsrate  $\varepsilon$  abhängig. Der Zusammenhang zwischen den genannten Größen wurde erstmals von Kolmogorov (1941) wie folgt beschrieben:

$$E(\kappa) = \alpha_{\kappa} \cdot \varepsilon^{2/3} \cdot \kappa^{-5/3} \quad (4)$$

Hierbei wird  $\alpha_{\kappa}$  als Kolmogorov Konstante bezeichnet. Ihr Wert liegt zwischen 1,53 und 1,68. Taylor formulierte einen Zusammenhang zwischen der räumlichen und der zeitlichen Struktur atmosphärischer Größen (Taylor, 1938). Ausgangspunkt ist der Gedanke, dass die Eddies mit der mittleren Strömung  $U$  transportiert werden. Ist diese Transportgeschwindigkeit sehr viel größer, als die Geschwindigkeit der turbulenten Fluktuationen  $u'$ , kann man annehmen, dass die Änderungen der aktuellen Windgeschwindigkeit  $u$ , wobei  $u = U + u'$ , an einem festen Punkt einzig und allein durch das Vorbeiziehen eines in sich nicht veränderlichen Musters turbulenter Bewegung hervorgerufen wird. Man spricht von eingefrorener Turbulenz. Taylor beschreibt den Zusammenhang zwischen der Wellenlänge  $\lambda$  eines Wirbels und der Zeit, die er benötigt, um einen stationären Sensor zu passieren (Periodendauer  $T_{\text{Periode}}$ ) für eingefrorene Turbulenz wie folgt:

$$T_{\text{Periode}} = \frac{\lambda}{U} \quad (5)$$

Betrachtet man das kolmogorovsche Turbulenzgesetz (4) unter dem Gesichtspunkt, dass es sich bei dem betrachteten Prozess um „eingefrorene Turbulenz“ handelt, lässt sich aus Gleichung (4) unter Verwendung von

$$\kappa = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad f = \frac{1}{T_{\text{Periode}}} \quad (6)$$

ein funktionaler Zusammenhang zwischen der spektralen Energiedichte und der Frequenz angeben:

$$E(f) \propto f^{-5/3} \quad (7)$$

Trägt man die Energiedichte über der Wellenzahl (bzw. der Frequenz) doppelt logarithmisch ab, ergibt sich im Inertialbereich ein linearer Zusammenhang. Die Steigung der Regressionsgeraden beträgt  $(-5/3)$ .

#### 4. Simulation turbulenter Signale

Ziel der akustischen Tomographie ist es, räumliche Verteilungen meteorologischer Parameter in der atmosphärischen Grenzschicht zu bestimmen. In diesem Bereich der Atmosphäre wer-

den die Bewegungsvorgänge von turbulenten Prozessen dominiert. Eine entscheidende Frage ist, ob das Verfahren der akustischen Laufzeitomographie in der Lage ist, turbulente Strukturen zu erfassen.

Da bei dem angewandten Invertierungsverfahren keine Matrizen berechnet werden, die analytische Untersuchungen zur Auflösbarkeit zulassen würden, müssen künstliche Datensätze erzeugt werden. Die Struktur dieser Werte wird entsprechend der Fragestellung vorgegeben. Eine anschließende tomographische Invertierung ermöglicht es somit, die Veränderungen in der Datenstruktur, die der Algorithmus verursacht, zu beschreiben.

Die Schallgeschwindigkeit in Luft ist eine Funktion der akustischen virtuellen Temperatur und der Windgeschwindigkeit bzw. Windrichtung. Um diesen gekoppelten Einfluss zu separieren wird zunächst davon ausgegangen, dass eine geeignete Trennung dieser Größen erfolgt ist und somit die gesamten Schwankungen der Schalllaufzeit auf Temperaturunterschiede im Messgebiet zurückzuführen sind.

Zur Erzeugung eines Signals, das turbulente Strukturen aufweist, ist es in einem ersten Schritt nötig, synthetische Daten herzustellen. Realisiert wurde dies mit der Generierung einer Folge von Zufallszahlen, denen eine diskrete Zeit  $t_i$  zugeordnet wird. Der Zeitschritt zwischen benachbarten Zufallszahlen wurde äquidistant gewählt. Er beträgt 0,5 Sekunden. Die Amplitude der Zufallsreihe wird der Problemstellung durch Multiplikation mit einem Amplitudenfaktor angepasst.

Turbulente Signale sind durch ein charakteristisches Spektrum gekennzeichnet. In einem zweiten Schritt wird den Zufallszahlen (weißes Rauschen), die keinerlei periodische Struktur besitzen, ein charakteristisches Turbulenzspektrum aufgeprägt. Als Hilfsmittel für die Transformation der Daten aus dem Zeit- in den Spektralraum dient die Fast Fourier Transformation. Die hier vorgestellten Untersuchungen beruhen auf synthetischen Daten, deren Spektrum entsprechend des Kolmogorov - Modells (Kolmogorov, 1941) modifiziert wurde (vgl. Gleichung (7)). Ein Vorteil dieses Modells ist die relativ einfache mathematische Formulierung, als Nachteil ist zu nennen, dass Kolmogorovs Beschreibung lediglich einen Teil des turbulenten Spektrums, nämlich den Trägheitsbereich (vgl. Abb. 1), beschreiben kann.

Die Berechnung des Spektrums eines physikalischen Prozesses erfolgt durch die Verdopplung der Amplitudenquadrate der komplexen Fourierkomponenten des Prozesses. Um das Spektrum des weißen Rauschens, dessen Energiedichte  $E(f) \approx \text{konstant} \propto f^0$  ist, auf die gewünschte spektrale Abhängigkeit  $E(f) \propto f^{-5/3}$  zu bringen, werden die Real- und Imaginärteile der Fouriertransformierten des weißen Rauschens mit  $f^{-5/6}$  multipliziert.

Dies wird allerdings nur für Frequenzen vorgenommen, die einen bestimmten Wert, die sogenannte „Grenzfrequenz“, überschreiten. Dieser Wert wird dem Programm zur Simulation der Temperaturdaten bei der Berechnung des Spektrums als Parameter übergeben. Da mit dem Kolmogorov-Modell lediglich der Inertialbereich der Turbulenz wiedergegeben werden kann, wird durch die Einführung der Grenzfrequenz ein Abschneiden der spektralen Amplituden bei sehr kleinen Frequenzen (Produktionsbereich) ermöglicht. Somit wird sichergestellt, dass Prozesse unterhalb dieser Frequenz (lange Zeitskalen) keinen Einfluss auf das simulierte Signal haben.

Die großen, energiereichen Wirbel haben an klaren Tagen eine Ausdehnung, die in der Größenordnung von 1 km liegt. Mit einer typischen mittleren Windgeschwindigkeit von 5 m/s ergibt sich damit aus der Taylor-Hypothese für eingefrorene Turbulenz (Gleichung (5)) eine Zeit von 200 s, was wiederum einer Frequenz von  $5 \cdot 10^{-3}$  Hz entspricht (vgl. Wilson und Thomson, 1994).

Für die Zeitreihensimulation wurde die Grenzfrequenz mit  $4 \cdot 10^{-4}$  Hz noch eine Größenordnung kleiner gewählt, damit die Effekte des tomographischen Algorithmus auf das Turbulenzspektrum besser ersichtlicher werden. Spektrale Anteile mit einer Periodendauer von mehr als 2500 s (sehr langsame Veränderungen) wurden auf diese Weise dennoch aus der Zeitreihe herausgefiltert.



Nach der spektralen Anpassung wird das frequenzabhängige Signal mittels inverser Fouriertransformation in die Zeitdomäne zurücktransformiert. Im Anschluss werden die Amplituden auf den gewünschten Wert, der als Parameter „Amplitude“ übergeben wird, gebracht.

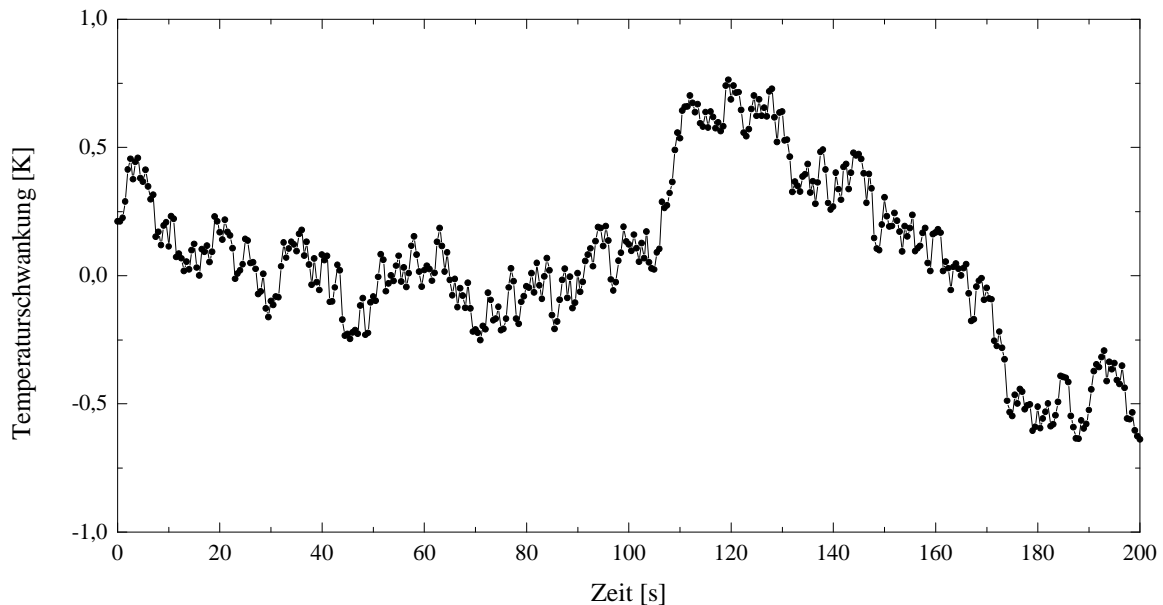


Abb. 2: Turbulente Temperaturzeitreihe, simuliert nach dem Kolmogorov-Modell. Dargestellt ist ein Ausschnitt aus der Zeitreihe von 200 Sekunden (Gesamtlänge: 4 Stunden, 33 Minuten, 4 Sekunden). Die Amplitude der Temperaturschwankung über die gesamte Reihe ( $\Delta T_{max}$ ) beträgt 3 K, die Grenzfrequenz ist  $4 \cdot 10^{-5}$  Hz

Abbildung 2 zeigt einen Ausschnitt aus der simulierten Zeitreihe, deren spektrale Energiedichte  $E(f)$  bei entsprechend doppelt logarithmischer Darstellung den für den Inertialbereich charakteristischen  $(-5/3)$  Anstieg aufweist (Abb.3). Die Spektralwerte unterhalb der Grenzfrequenz sind in Abbildung 3.5 nicht dargestellt.

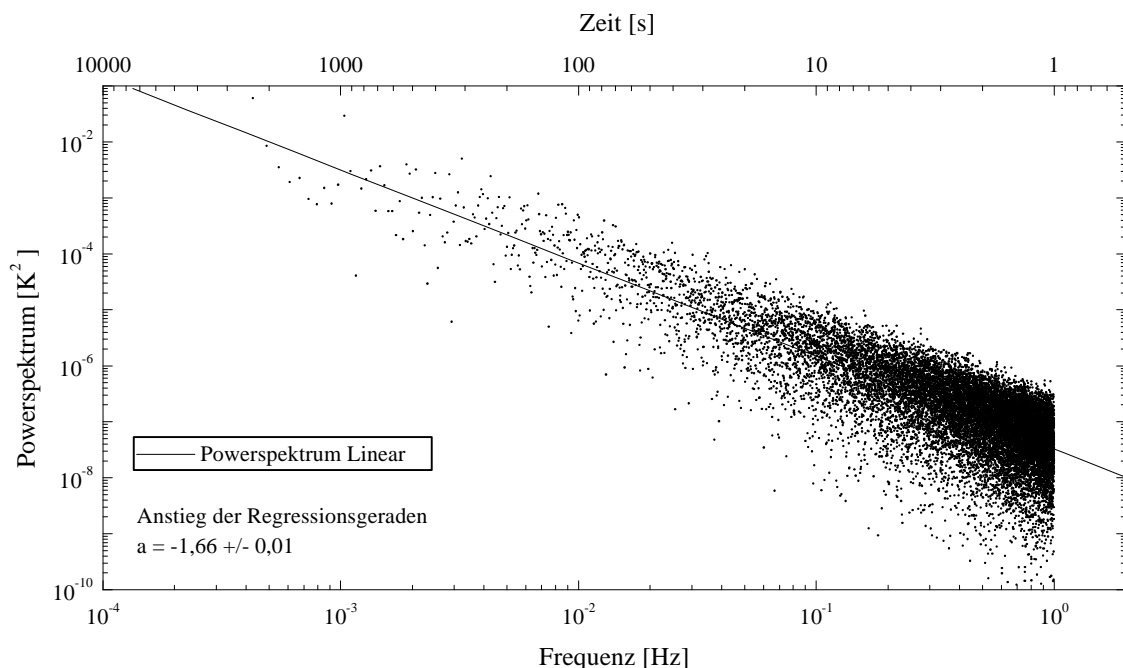


Abb.3: Spektrale Energieverteilung  $E(f)$  der simulierten turbulenten Zeitreihe (Kolmogorov-Modell) in doppelt logarithmischer Darstellung.

## 5. Reale Messbedingungen

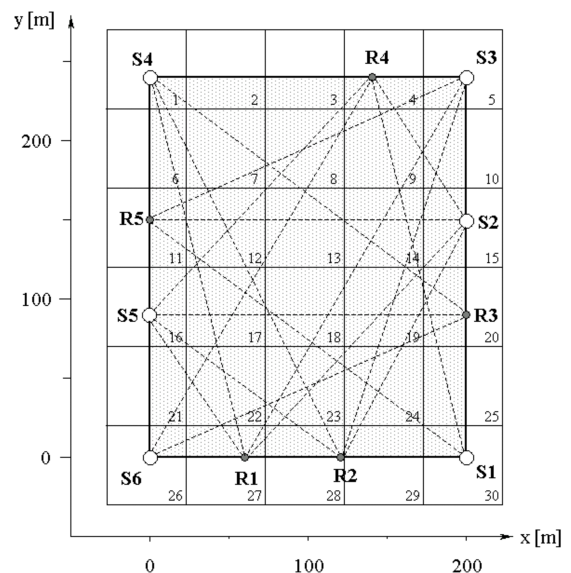
Um den Einfluss des tomographischen Algorithmus auf die turbulente Struktur von Messdaten zu untersuchen, werden reale Messbedingungen simuliert. Dazu müssen die Größe der Messfläche, die Ausdehnung der einzelnen Gitterzellen und die Positionen der Sender und Empfänger vorgegeben werden. Die simulierte turbulente Reihe der akustisch virtuellen Temperatur kann auf das Gitter projiziert und entsprechend der Laufwege der Schallstrahlen in Laufzeiten umgerechnet werden. Diese Größen wiederum gehen gemeinsam mit den Koordinaten der Sender und Empfänger als Eingangsgrößen in den tomographischen Invertierungsalgorithmus ein. Als Ergebnis erhält man Langsamkeiten, die in Temperaturen umgerechnet und mit den simulierten Eingangsdaten verglichen werden können.

### 5.1. Verteilung der simulierten Daten auf das Tomographiegitter

Zum Test der Rekonstruierbarkeit turbulenter Strukturen mittels des Verfahrens der akustischen Laufzeittomographie wurde auf die Messgeometrie aus einem Feldexperiment (Arnold und andere, 2001a; Ziemann und andere 2001) zurückgegriffen. Die Messfläche spannte ein Areal von  $200 \times 240 \text{ m}^2$  auf und wurde von 30 Schallstrecken (6 Sender, 5 Empfänger) auf verschiedenen Ausbreitungswegen durchlaufen. Die Abstände zwischen den einzelnen Sendern und Empfängern variierten zwischen 60 m und etwa 280 m. Bei einer akustischen virtuellen Temperatur von 283,16 K ergibt sich für die Laplacesche Schallgeschwindigkeit nach Gleichung (1) ein Wert von 337,3 m/s. Für die betrachteten Wegstrecken beträgt die Schalllaufzeit somit zwischen 0,2 s und 0,8 s. Da die Schallwelle auf ihrem gesamten Ausbreitungsweg von den meteorologischen Umgebungsbedingungen modifiziert wird, kann diese Zeit als Mittelungszeit betrachtet werden. Schnellere Fluktuationen können bei der gewählten Versuchsanordnung mit dem Verfahren der akustischen Laufzeittomographie nicht aufgelöst werden.

Um eine ausreichende Überdeckung der einzelnen Gitterzellen mit Schallstrahlen zu gewährleisten, wurde eine Gitterweite von 50 m in beiden horizontalen Richtungen festgelegt. Die Verteilung der Sender (S), Empfänger (R), sowie die Lage der einzelnen Schallstrahlen und Gitterzellen ist in Abbildung 4 dargestellt.

Abb. 4: Positionierung der Schallsender (S1...S6) und der Empfänger (R1...R5) am Rand des Messgebietes und die daraus resultierenden Schallstrahlenverläufe (gestrichelte Linien). Ebenfalls dargestellt ist das tomographische Gitter (Gitterzellenweite: 50 m – durchgezogene Linien) sowie die Bezeichnung der einzelnen Gitterzellen von 1 bis 30.



Die simulierte Zeitreihe muss nun in geeigneter Weise auf das Messfeld übertragen werden, damit das charakteristische Turbulenzspektrum erhalten bleibt. Aus diesem Grund wurde angenommen, dass die vorgegebene Zeitreihe mit einer mittleren Advektionsgeschwindigkeit über das vorgegebene Tomographiegitter transportiert wird. Ein simulierter Messpunkt wurde dabei fortfolgend je einer Gitterzelle zugeordnet. Zum Zeitpunkt Null befindet sich also in Zelle 1 die erste simulierte Temperatur, in Zelle 2 die zweite usw.. Für das folgende Tomogramm befindet sich der zweite „Messwert“ in Zelle 1, der dritte in Zelle 2 usw. (vgl. Abb. 5). Auf diese Weise bleibt die zeitliche Struktur der Reihe für jede Gitterzelle erhalten und kann nach der Tomographie untersucht werden.

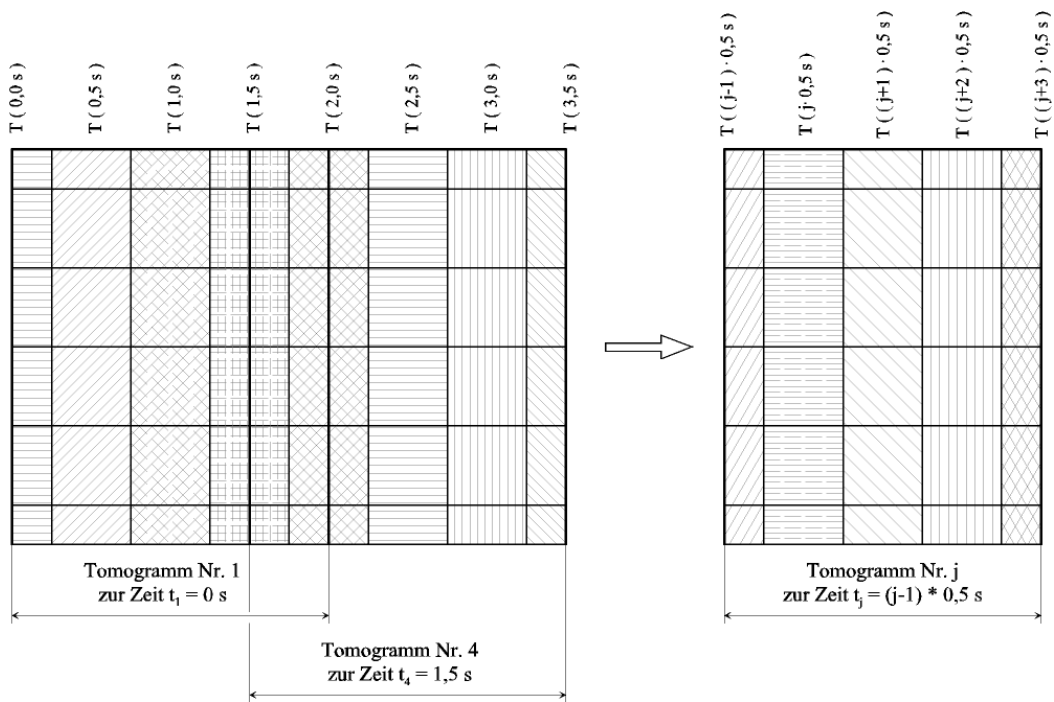


Abb. 5: Verteilung der simulierten Temperaturzeitreihe  $T(t_i)$  auf das tomographische Gitter zu verschiedenen Zeiten (schematisch)

## 5.2. Anpassung der simulierten Spektren an reale Messbedingungen

Die Simulation der Ausgangsreihe erfolgte unter der Annahme, dass das Schallsignal bei den gegebenen Verteilungen der Sender und Empfänger im Messgebiet eine Zeit von durchschnittlich 0,5 s benötigt, um den Weg zwischen jeweils einem Sender und einem Empfänger zurückzulegen. Da die Schallstrahlen auf dem gesamten Ausbreitungsweg modifiziert werden, entspricht die Laufzeit einem zeitlichen Filter, bei dem Fluktuationen der meteorologischen Größen mit einer geringeren Periodendauer, durch die angewendete Messmethode herausgemittelt werden.

Das Verfahren der akustischen Tomographie erlaubt allerdings keine Registrierung mit einer so hohen zeitlichen Auflösung. Diese wird begrenzt durch die Aufnahmedauer der akustischen Signale selbst und durch die Übertragungszeit, die benötigt wird, um die registrierten Signale der einzelnen Datenlogger über eine Ringleitung an einen zentralen Rechner zu senden und sie dort zu speichern. Erst nach diesen Schritten kann eine erneute Messung erfolgen. Auf diese Weise werden dem zugrundeliegenden Prozess nur stichprobenartig einzelne Messwerte entnommen.

Der Effekt der realen Messwerterfassung wird bei den Simulationen berücksichtigt, indem der simulierten turbulenten Reihe entsprechend der zeitlichen Auflösung des akustischen Systems einzelne Daten entnommen werden. Der den Messungen zugrundeliegende physikalische Prozess wird durch die Reihe mit einer zeitlichen Auflösung von 0,5 s repräsentiert, die neue „verkürzte“ Reihe entspricht den Messdaten, die aus den Laufzeiten der Schallsignale bestimmt werden.

Abbildung 6 soll die Auswahl der einzelnen Messpunkte aus der simulierten turbulenten Zeitreihe veranschaulichen, wobei die „Messung“ mit einer Auflösung von 30 Sekunden erfolgt. Zusätzlich eingezeichnet sind die Genauigkeitsgrenzen des tomographischen Verfahrens, dass für die Temperatur im betrachteten Entfernungsbereich der Sender und Empfänger mit etwa 0,5 K angegeben wird (siehe Abschnitt 2.3). Die verkürzte turbulente Zeitreihe wird im Folgenden als „Messreihe“ bezeichnet.

Bei der Sondierung der atmosphärischen Grenzschicht mit dem akustischen System ergeben sich aus den Unsicherheiten der Laufzeitmessung der Schallsignale sowie aus den Positionsbestimmungen der Sender und Empfänger Unsicherheiten für die Bestimmung meteorologischer Parameter. Bei der Simulation von Messreihen, die den real gemessenen Daten möglichst genau entsprechen, müssen diese Fehler berücksichtigt werden. Man kann sie als weißes Rauschen ansehen, das dem wahren Signal überlagert ist. Zur Simulation der zufälligen Fehler wurde zu jedem Datenpunkt der Messreihe eine Zufallszahl addiert, deren Wert entsprechend der Unsicherheit des Verfahrens zwischen plus und minus 0,5 K variiert. Somit ergibt sich eine fehlerbehaftete Zeitreihe, die den wahren Messwerten des akustischen Systems entspricht.

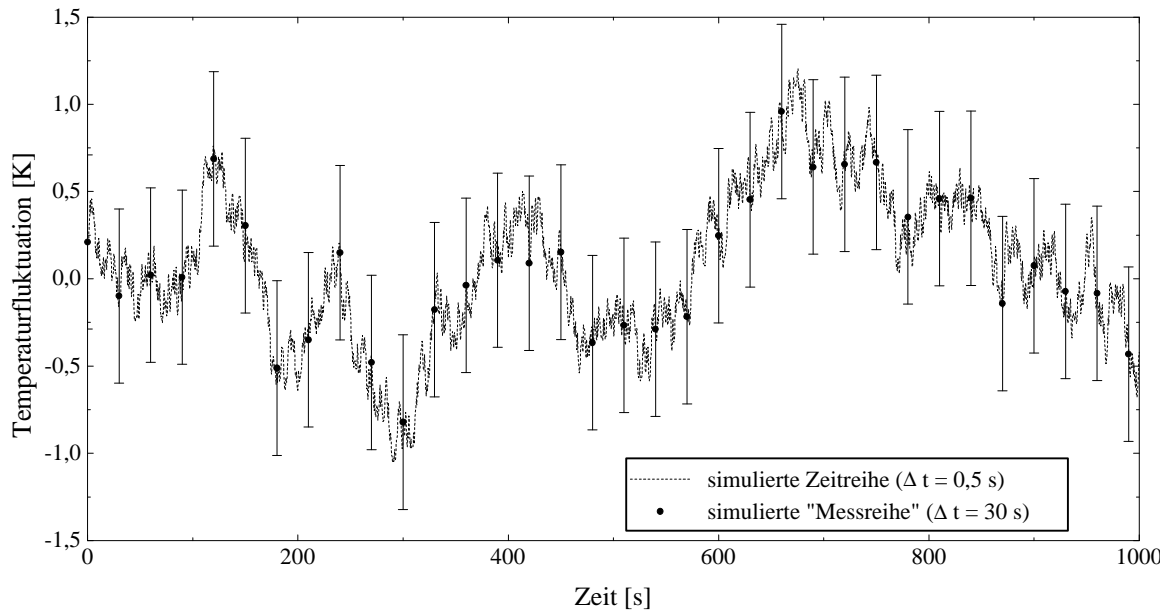


Abb. 6: Auswahl einzelner Datenpunkte aus der simulierten turbulenten Reihe entsprechend der zeitlichen Auflösung des akustischen Messsystems. Als Fehlerbalken eingezeichnet sind die Unsicherheiten des akustischen Systems bezüglich der Temperaturbestimmung.

## 6. Tomographische Rekonstruktion simulierter Datensätze

Nachdem die simulierten Temperaturdaten auf das Tomographiegitter verteilt wurden und eine Umrechnung der Temperaturverteilung entsprechend des Schalllaufwegs in Laufzeiten erfolgte, kann eine tomographische Inversion der Daten erfolgen. Um den Einfluss des Tomographiealgorithmus abzuschätzen, werden die simulierten Daten mit den Ergebnissen der Rekonstruktion verglichen.

### 6.1. Zeitlich hochaufgelöste Reihe

In Abbildung 7 ist das Powerspektrum des turbulenten Temperatursignals vor und nach der Durchführung der tomographischen Rekonstruktion dargestellt. Der Einfluss des Tomographiealgorithmus im Bereich hoher Frequenzen ist deutlich erkennbar. Systematische Abweichungen lassen sich durch die Darstellung der normierten Differenzen der Amplituden des Spektrums vor und nach der Durchführung der tomographischen Bearbeitung verdeutlichen. Dazu wird der Wert  $\Delta E_{\text{norm}}(f)$  definiert:

$$\Delta E_{\text{norm}}(f) \equiv \frac{E_{\text{vor}}(f) - E_{\text{nach}}(f)}{E_{\text{vor}}(f) + E_{\text{nach}}(f)} \quad (8)$$

$E_{\text{vor}}(f)$  ist der frequenzabhängige Wert der Amplitude des Powerspektrums vor der Tomographie,  $E_{\text{nach}}(f)$  der entsprechende Wert danach.

Die Untersuchung der Powerspektren (Abb. 7) zeigt, dass die spektralen Amplituden für niedrige Frequenzen sehr gut miteinander übereinstimmen. Mit wachsender Frequenz fällt das Spektrum der Tomographiedaten jedoch sehr viel rascher ab, als das Spektrum der simulierten Daten und verhartet für die größten auflösbaren Frequenzen bei kleinen, aber nahezu konstanten Amplituden. Für die Abbildung wurden die Spektren der Gitterzelle 13 ausgewählt, das Verhalten ist jedoch auch bei der Analyse der anderen Gitterzellenwerte zu erkennen.

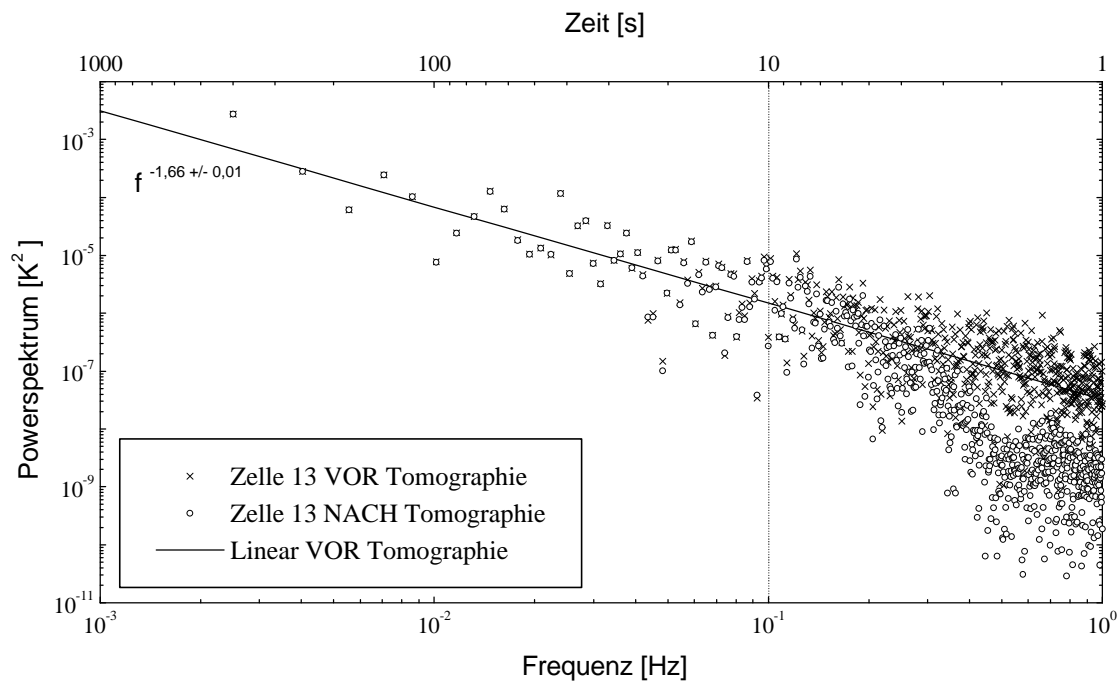


Abb. 7: Vergleich der Powerspektren der hochaufgelösten Temperaturzeitreihen ( $\Delta t = 0,5$  s; Zelle 13) vor und nach der Tomographie. Ab einer Frequenz von etwa 0,1 Hz fällt das Spektrum nach dem tomographischen Algorithmus deutlich steiler ab. (Zur besseren Übersicht wurde nur jeder 25te Datenpunkt dargestellt)

Die Ursache hierfür ist in der Behandlung der Langsamkeiten im Tomographieprogramm zu finden: Wie bereits erwähnt, wurde ein Glättungsverfahren in das Programm zu Dateninvertierung implementiert, um auch bei fehlerbehafteten Daten bzw. bei nicht ganz optimaler Überdeckung der Messfläche mit Schallstrahlen eine stabile Konvergenz des tomographischen Algorithmus zu gewährleisten (vgl. Abschnitt 2.2). Der angewendete Mittelungsmechanismus entzieht der turbulenten Zeitreihe Informationen im Bereich schneller Fluktuationen, was sich durch die Absenkung der Spektralwerte für hohe Frequenzen äußert. Wird die tomographische Rekonstruktion ohne Glättung durchgeführt, unterscheiden sich die Spektren vor und nach der tomographischen Rekonstruktion nicht.

In Abbildung 8 sind die entsprechenden normierten Differenzen dargestellt, die nach Gleichung (8) aus den Spektren für Zelle 13 berechnet wurden. Unterschiede in den Werten zeigen sich in Abhängigkeit davon, ob bei der tomographischen Rekonstruktion der meteorologischen Felder eine Glättung (vgl. Abschnitt 2.2) implementiert (Abb. 8, links) oder keine solche Mittelung innerhalb des Feldes durchgeführt wurde (Abb. 8, rechts).

Für den Fall, dass eine Glättung durchgeführt wurde ist deutlich zu erkennen, dass die Streuung der normierten Differenz  $\Delta E_{\text{norm}}(f)$  mit wachsender Frequenz zunimmt, wobei die Tendenz zu positiven Abweichungen klar ersichtlich ist. Aus Gleichung (8) wird deutlich, dass positive normierte Differenzen dann auftreten, wenn die Spektralwerte bestimmter Frequenzen vor der Tomographie größer sind, als die entsprechenden Werte danach. Dieser Verlauf zeigt somit ebenfalls, dass die Varianzbeiträge der höchsten Frequenzen (und somit sehr

schnelle Fluktuationen in den Zeitreihen) durch die Mittelung der Langsamkeiten bei der tomographischen Invertierung unterdrückt werden.

Die Zunahme der Streuung der normierten Differenzen für wachsende Frequenzen wird auch bei der entsprechenden Darstellung der normierten Differenzen ohne Verwendung eines Glättungsverfahrens bei der Invertierung der Laufzeitdaten deutlich. Als Ursache können kleiner werdende spektrale Amplituden, die mit wachsenden Frequenzen verknüpft sind, und die Art der Normierung in Gleichung (8) genannt werden. Die Tendenz zu positiven Werten und somit der Entzug von Energie im Bereich schneller Fluktuationen wird bei der Behandlung der Laufzeiten ohne Mittelung nicht beobachtet.

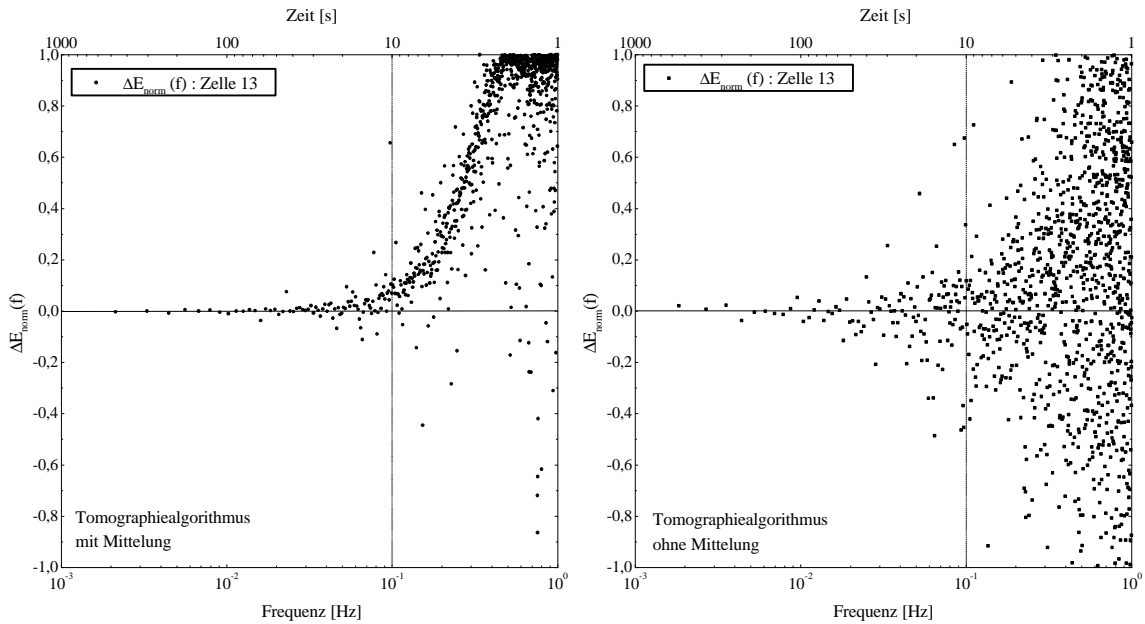


Abb. 8: Normierte Differenzen für Gitterzelle 13, wobei im linken Bild die Mittelung der Langsamkeiten im Tomographieprogramm wie im Text beschrieben durchgeführt wurde (siehe Abschnitt 2.2), im rechten Bild hingegen nicht.

## 6.2. Reale Messreihen

Das Spektrum einer simulierten Messreihe ohne Fehler ist in Abbildung 9 dargestellt. Ebenfalls eingezeichnet ist der Anstieg der Regressionsgeraden des Spektrums bei doppelt logarithmischer Abtragung von Frequenz und Powerspektrum.

Deutlich zu erkennen ist die stärkere Streuung der Spektralwerte im Vergleich zum Powerspektrum der simulierten turbulenten Reihe (Abb. 7), besonders im Bereich kleiner Frequenzen. Des Weiteren ist festzustellen, dass der Abfall des Spektrums weniger steil ausfällt. Im Vergleich zur simulierten turbulenten Zeitreihe, deren Powerspektrum eine  $f^{-5/3} \approx f^{-1,67}$  Abhängigkeit aufgeprägt wurde, beträgt dieser Wert jetzt nur noch  $f^{-1,06}$ .

Als eine Ursache hierfür kann das Aliasing genannt werden: Bei der Transformation eines Signals aus dem Zeit- in den Frequenzraum können nur Frequenzen im Intervall  $0 < f < f_c$  aufgelöst werden. Die Frequenz  $f_c$  wird als Nyquist-Frequenz bezeichnet. Sie ist eine Funktion des gewählten Zeitschrittes  $\Delta t$  und ist definiert als:

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \quad (9)$$

Durch die Auswahl einzelner Punkte aus dem turbulenten Signal und somit der Vergrößerung des Zeitschrittes können hochfrequente Fluktuationen nicht mehr aufgelöst werden. Diese Energieanteile verschwinden jedoch nicht, sondern werden in den aufgelösten Frequenzbereich zurückgespiegelt. Die Frequenzen dicht oberhalb der Nyquistfrequenz enthalten für den nicht

aufgelösten Teil des Spektrums die höchsten Energieanteile. Diese werden zu den Spektralwerten dicht unterhalb der Nyquistfrequenz addiert. Kleinere spektrale Anteile für Frequenzen, die sehr viel größer als  $f_c$  sind, werden zu den Spektralwerten der kleinsten Frequenzen addiert. Somit wird das Spektrum insgesamt flacher.

Fehlerbehaftete Messreihen zeigen das im Folgenden beschriebene spektrale Verhalten: Berechnet man die Regressionsgerade über alle Spektralwerte, fällt auf, dass das Spektrum noch flacher verläuft, als das der Messreihe ohne Fehler. Der Anstieg der Regressionsgeraden beträgt  $-0,905 \pm 0,168$ . Diese Abflachung tritt besonders bei hohen Frequenzen in Erscheinung und geht im Bereich der größten aufgelösten Frequenzen in ein „Weißes Rauschen“ über. Die Ursache für diesen Verlauf sind die zufälligen Fehler, die bei der Transformation in den Frequenzraum einen konstanten Hintergrund ergeben (Weißes Spektrum), der das tatsächliche Messsignal überlagert. Die Spektralwerte der eigentlichen Temperaturwerte für hohe Amplituden liegen im Bereich des Hintergrundrauschens oder darunter, so dass das Rauschen den Verlauf des Spektrums dominiert.

Die auf diese Weise erzeugten Messreihen werden auf das tomographische Gitter verteilt. Aus der festgelegten Gitterweite für das tomographische Messfeld (50 m) und der zeitlichen Auflösung der Messreihe (30 s) lässt sich die Advektionsgeschwindigkeit, mit der sich die simulierte Reihe über die betrachtete Fläche bewegt, mit etwa 1,7 m/s ( $50 \text{ m/s} / 30 \text{ s}$ ) angeben. Auf diese Weise ergibt sich wiederum für jede der dreißig Gitterzellen eine Zeitreihe mit einer zeitlichen Auflösung von 30 s, die entsprechend der Schallausbreitungswege in Laufzeiten umgerechnet werden und den tatsächlich gemessenen Werten der Schallgeschwindigkeit und damit der Temperaturverteilung im Messgebiet entsprechen. Nach der tomographischen Inversion zeigen diese Daten im Vergleich zu den Verteilungen der meteorologischen Parameter folgendes Verhalten (Abb. 9): Ähnlich wie bei den bisherigen Spektren ist erkennbar, dass den hochfrequenten Anteilen durch den Mittelungsprozess im tomographischen Algorithmus Energie entzogen wird. Die zeitliche Auflösung der simulierten Messreihen beträgt 30 s, die höchste auflösbare Frequenz  $f_c$  liegt somit bei etwa 0,017 Hz.

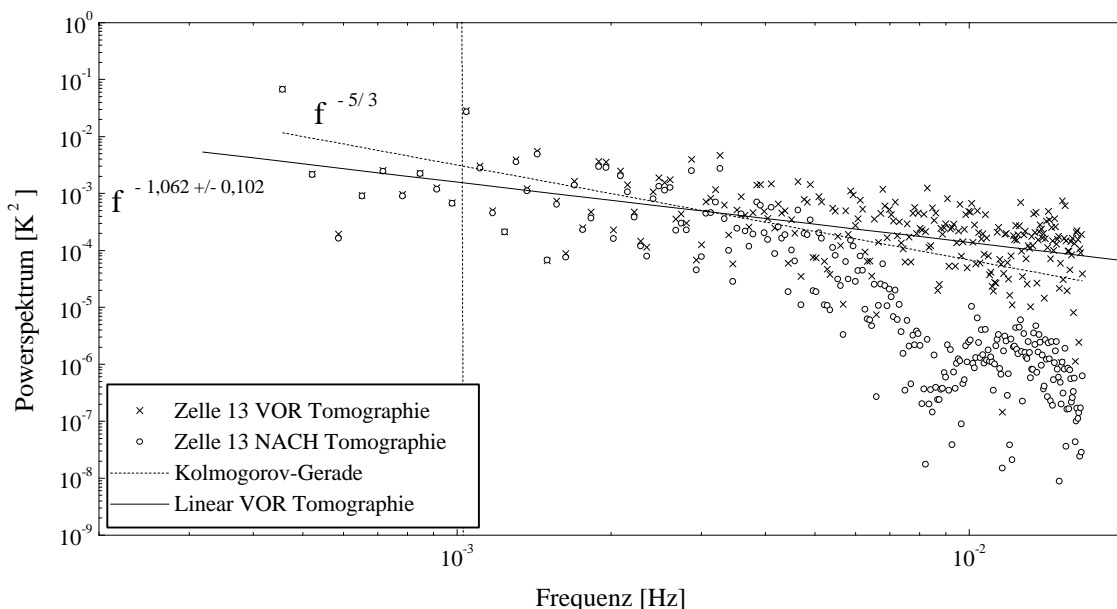


Abb. 9: Vergleich der Powerspektren der Messreihe ohne Fehler (Zelle 13) vor und nach der Tomographie. Ab einer Frequenz von etwa 0,0016 Hz fällt das Spektrum nach dem tomographischen Algorithmus deutlich steiler ab

Bei den Betrachtungen der hochaufgelösten Zeitreihe, bei der alle 0,5 s eine Temperatur simuliert wurde, lag der Wert für die Nyquist-Frequenz bei  $f_c = 1 \text{ Hz}$ . Die Frequenz, ab der sich die Turbulenzspektren vor und nach der Behandlung mit dem Tomographiealgorithmus deutlich

unterschieden, wurde bei etwa 0,1 Hz bestimmt, also bei  $(f_c/10)$ . In den Abbildungen der Powerspektren (Abb. 7, Abb. 9) ist der Wert  $(f_c/10)$  durch eine vertikale Linie gekennzeichnet. Sowohl bei der simulierten Messreihe ohne, als auch bei der Zeitreihe mit Fehlern wird ab einer Frequenz von etwa 0,0016 Hz ein steilerer Abfall der Spektralwerte nach der Tomographie deutlich.

Auch das Spektrum der fehlerbehafteten Messreihe fällt nach der tomographischen Inversion im hochfrequenten Spektralbereich deutlich steiler ab, als davor. Somit wird der Einfluss des Rauschens, der besonders im hochfrequenten Teil des Spektrums in Erscheinung tritt, verringert.

Die Untersuchung der Spektren hinsichtlich ihrer relativen Abweichungen  $\Delta E_{\text{norm}}(f)$  (vgl. Gleichung (8)) zeigt, dass ähnlich wie bei der hochaufgelösten simulierten turbulenten Reihe (vgl. Abb. 7) auch für die simulierten Messreihen die Streuung mit wachsender Frequenz (kleiner werdende Amplituden) zunimmt.

## 7. Schlussfolgerungen

Die Untersuchung von zeitlich hochaufgelösten Zeitreihen hat gezeigt, dass der hier verwendete Invertierungsalgorithmus selbst keine wesentlichen Veränderungen an der spektralen Struktur der Daten hervorruft. Die selektive Glättung kombiniert mit Wichtungsfaktoren, die während der Invertierung durchgeführt wird, um eine stabile Konvergenz des Iterationsprozesses zu ermöglichen und ein glatteres Rekonstruktionsbild zu erzeugen, das den in der Realität vorhandenen kontinuierlichen Verteilungen von physikalischen Größenwerten in der Atmosphäre näher kommt, bewirkt jedoch, dass dem hochfrequenten Teil des Spektrums Energie entzogen wird. Im zeitlichen Verlauf des Signals äußert sich dies in der Dämpfung schneller Fluktuationen.

Der Zeitschritt für die Simulation der Reihe wurde so gewählt, dass er der Laufzeit der akustischen Signale bei der betrachteten Anordnung der Sender und Empfänger entspricht. Somit spiegelt die zeitliche Auflösung der Reihe die Mittelungszeit über die meteorologischen Parameter wider, die die Schalllaufzeit auf dem gesamten Ausbreitungsweg modifizieren. Der gewählte Zeitschritt erlaubt es daher, alle erfassbaren Spektralbeiträge wiederzugeben.

Das akustische System hingegen unterliegt auf Grund der Datenerfassung (z.B. Abtastrate, Auflösung und Speicherung des Schallsignals) Einschränkungen, die eine zeitliche Auflösung der Messwerterfassung, die im Bereich der Schalllaufzeit liegt, nicht erlauben. Die Auswahl einzelner Datenpunkte aus der simulierten Reihe entsprechend der zeitlichen Abfolge der realen tomographischen Messungen bewirkt einen flacheren Verlauf des Spektrums, da nicht aufgelöste, hochfrequente Spektralanteile zu den Anteilen im Bereich der aufgelösten Frequenzen zugeordnet werden (Aliasing).

Des Weiteren sind reale Messungen mit Unsicherheiten verknüpft, die bei den Simulationen ebenfalls berücksichtigt wurden. Der damit verbundene Effekt wird bei der Analyse entsprechend modifizierter Reihen sichtbar: Das gesuchte Signal wird von einem weißen Rauschen (konstantes Hintergrundrauschen) überlagert. Kleine Energiebeiträge, die im Bereich der höchsten aufgelösten Frequenzen auftreten, werden fast vollständig überlagert, das Spektrum in diesem Bereich weiter abgeflacht. Die tomographische Inversion verbunden mit dem Mittelungsmechanismus zur Berechnung der akustisch virtuellen Temperatur aus gemessenen Laufzeiten bewirkt allerdings gerade in diesem Teil des Spektrums eine Verringerung der Energiebeiträge.

Die durchgeführten Sensitivitätsstudien zur Untersuchung der Fähigkeit des Verfahrens der akustischen Laufzeit-tomographie und des verwendeten Invertierungsalgorithmus, turbulente Strukturen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht wiederzugeben, haben gezeigt, dass vorgegebene turbulente Strukturen in Abhängigkeit von den aktuellen Messparametern aufgelöst werden können.



Für die derzeitige Wiederholungsrate einer Einzelmessung von 30 Sekunden und der im Rahmen des analysierten Experimentes erreichten Genauigkeit der Laufzeitmessungen zeigen die Untersuchungen, dass, eine mit theoretischen Vorgaben übereinstimmende turbulente Struktur der Atmosphäre vorausgesetzt, eine Mittelung über 20 aufeinander folgende Messungen notwendig ist, um die so erhaltenen Daten der meteorologischen Größen gegenüber den systembedingten Messunsicherheiten zuverlässig zu erfassen. Für die gewählten Versuchsbedingungen bedeutet das, dass turbulente Strukturen bis zu einer Periodendauer von 10 Minuten aufgelöst werden können. Eine höhere Auflösung könnte durch die Verkürzung der Wiederholungsrate bzw. durch eine Verkleinerung des Fehlers bei der Laufzeitmessung erreicht werden.

## Literatur

- Arnold, K., 2000: Ein experimentelles Verfahren zur Akustischen Tomographie im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 18, Diss..
- Arnold, K., A. Ziemann, A. Raabe, 2001a: Acoustic tomography in comparison to in-situ temperature and wind measurements. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 22, S. 60-68.
- Arnold, K., A. Ziemann, A. Raabe, 2001b: Tomographic monitoring of wind and temperature in different heights above the ground. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 23, S. 102-109.
- Barth, M., 2002: Sensitivitätsstudien zur Auflösung turbulenter Strukturen im Bereich der atmosphärischen Grenzschicht mit einem Verfahren der akustischen Laufzeittomographie. Inst. f. Meteorol., Fak. f. Physik und Geowiss. Uni. Leipzig, Diplomarbeit.
- Brunner, I., S. Friedel, F. Jacobs, E. Danckwardt, 1999: Investigation of a Tertiary maar structure using 3D resistivity imaging. *Geophys. J. Int.*, 136, S. 771-780.
- Humphreys, E., R. W. Clayton, 1988: Adaption of back projection tomography to seismic travel time problems. *J. Geophys. Res.*, 93, S. 1073-1085.
- Kaimal, J. C., J. E. Gaynor, 1991: Another look at sonic thermometry. *Boundary-Layer Meteorolog.*, 56, S. 401-410.
- Kaimal, J. C., J. J. Finnigan, 1994: *Atmospheric Boundary Layer Flows*. Oxford University Press, New York/ Oxford, 289 S..
- Kolmogorov, A. N., 1941: The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl Akad Nauk SSSR*, 30, S. 301-305.
- Pierce, A. D., 1991: *Acoustics. An Introduction to its physical principles and applications*. Acoustical Society of America, New York, 678 S..
- Raabe, A., Arnold, K. und Ziemann, A., 2001: Near surface spatially averaged air temperature and wind speed determined by acoustic travel time tomography. *Meteorol. Z.*, 10, S. 61-70.
- Taylor, G.I., 1938: The spectrum of turbulence. *Proc. R. Soc. London, Ser. A.*, 164, S. 476-490.
- Wilson, D. K., D. W. Thomson, 1994: Acoustic propagation through anisotropic, surface-layer turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96, S. 1080-1095.
- Wilson, D. K., 1998: Performance bounds for acoustic direction-of-arrival arrays operating in atmospheric turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 103, S. 1306-1319.
- Ziemann, A., 2000: Eine theoretische Studie zur akustischen Tomographie in der atmosphärischen Grenzschicht. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 19, Diss..
- Ziemann, A., K. Arnold, A. Raabe, 2001: Acoustic tomography as a method to characterize measuring sites. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 22, S. 50-59.
- Ziemann, A., 2002: Zum Einfluss vertikaler Gradienten meteorologischer Größen auf die Laufzeit von akustischen Signalen zwischen Schallquellen und Schallempfängern in der bodennahen Atmosphäre. *Wiss. Mit. Inst. f. Meteorol. Uni. Leipzig und Inst. f. Troposphärenforschung e. V. Leipzig*, 26, S. 31-42.