

Rampenregression — Quantifizierung von Temperatortrends

Manfred Mudelsee

Zusammenfassung

Die Jahresmitteltemperatur-Zeitreihen dreier Stationen (Berlin, Leipzig und Stockholm) werden auf ihre langfristigen Trends im Zeitbereich 1830–1980 untersucht. Dazu wird die neuartige, parametrische Methode der Rampenregression (Mudelsee 1999a) verwendet. Die Vorteile gegenüber bisher verwendeten Verfahren sind (1) eine realistischere Übergangsmodell und (2) Angaben des statistischen Fehlers geschätzter Übergangs-Zeitpunkte und -Niveaus.

Leipzig (Erwärmung um 0.86 ± 0.13 °C von 1889 ± 7 bis 1911 ± 7) und Stockholm (Erwärmung um 1.01 ± 0.22 °C von 1879 ± 23 bis 1945 ± 21) zeigen beide einen rampenförmigen Trendverlauf, Berlin dagegen einen noch komplizierteren Trend. Im Falle von Leipzig liegt wahrscheinlich ein deutlicher Urbanisierungseinfluß vor. Die Rampenregression bietet die Möglichkeit, einen globalen Klimawechsel genauer zu quantifizieren.

Summary: Ramp function regression—quantification of temperature trends

Timeseries of annual average temperature from three stations (Berlin, Leipzig and Stockholm) are investigated with regards to their long-term trends in the time interval 1830–1980. For that, the new, parametric method of ramp function regression (Mudelsee 1999a) is used. The advantages against other previously employed methods are (1) a more realistic transition model and (2) information about the statistical accuracy of estimated transition dates and levels.

Both Leipzig (warming by 0.86 ± 0.13 °C, from 1889 ± 7 to 1911 ± 7) and Stockholm (warming by 1.01 ± 0.22 °C, from 1879 ± 23 to 1945 ± 21) show a ramp-form trend, whereas Berlin's trend is even more complicated. In the case of Leipzig a significant contribution by urbanization is likely. Ramp function regression has the potential to quantify a global climate change more accurately.

1. Einleitung

Die historischen Temperaturlaufzeichnungen der letzten ca. 200 Jahre sind unentbehrlich, um natürliche/anthropogene systematische Einflüsse auf das Klima einschätzen und Vorhersagen auf entsprechender Zeitskala machen zu können. Eine Quantifizierung derartiger (systematischer) Trends ist notwendig für eine genauere Kausalbeschreibung; die statistische Unsicherheit der geschätzten Trendparameter bestimmt die Genauigkeit und damit den Wert einer Untersuchung (vgl. Nicholls *et al.* 1996).

Um den Erwärmungstrend vom 19. zum 20. Jahrhundert zu bestimmen, werden auf der einen Seite geglättete Kurven genommen und beispielsweise Start- und Endzeitpunkte per Auge bestimmt (z. B. Balling *et al.* 1998). Nachteile dieser Methode sind: Subjektivität, keine Unsicherheitsangabe sowie Anfälligkeit für systematische Fehler (z. B. Knicke werden weggeglättet). Andererseits werden lineare Regressionsmodelle verwendet (z. B. Jones und Bradley 1992); Tabelle 13.2 der genannten Arbeit verdeutlicht den Nachteil des linearen Modells: es ist zu einfach. Es kann keinen Temperaturübergang modellieren.

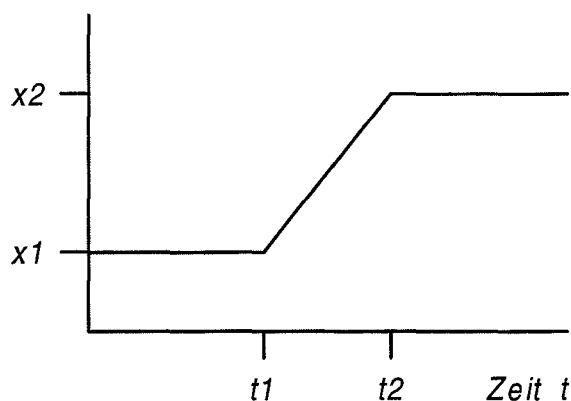


Abbildung 1: Das Rampenregressionsmodell.

Die vorliegende Arbeit untersucht die Rampe (Abb. 1)

$$x_{\text{fit}}(t) = \begin{cases} x_1, & \text{für } t \leq t_1, \\ x_1 + (t - t_1)(x_2 - x_1)/(t_2 - t_1), & \text{für } t_1 \leq t \leq t_2, \\ x_2, & \text{für } t \geq t_2, \end{cases}$$

als Regressionsmodell (Mudelsee 1999a)

$$x(i) = x_{\text{fit}}(i) + \epsilon(i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

für den Temperaturanstieg vom 19. zum 20. Jahrhundert. (Eine Temperatur-Zeitreihe liegt diskret als $t(i), x(i)$ vor. Es wird abkürzend $x_{\text{fit}}(i) := x_{\text{fit}}(t(i))$ geschrieben.) Die vier Fitparameter (Startzeitpunkt t_1 , Startniveau x_1 , Endzeitpunkt t_2 , Endniveau

x_2) gestatten die Modellierung eines Überganges. Der Fehler $\epsilon(i)$ wird verteilt als $N(0, \sigma(i)^2)$ mit positiver AR(1)-Autokorrelation angenommen: Heteroskedastizität und Persistenz sind typisch für Klimazeitreihen. *Bootstrap*-Simulationen ermitteln die statistischen Unsicherheiten der geschätzten Parameter. Die Residualanalyse erlaubt zu beurteilen, ob das Rampenmodell für den verwendeten Datensatz geeignet ist.

Die statistische Schätzung des Rampenregressionsmodells mit Hilfe des Computerprogrammes RAMPFIT ist in Anhang A.1 umrissen, die *Bootstrap*-Simulationen werden in Anhang A.2 knapp erklärt. Ausführliche Darstellungen, die auch die Bedienungsanleitung für RAMPFIT enthalten, sind Mudelsee (1999a, b). Der Illustration dienen Temperaturoaufzeichnungen aus Berlin, Leipzig und Stockholm, die in Abschnitt 2 beschrieben sind. Abschnitt 3 enthält die statistischen Ergebnisse und die Residualanalyse. Zuletzt (Abschnitt 4) wird von der klimatologischen Seite über den Nutzen der Rampe als Modell für die Temperaturübergänge diskutiert.

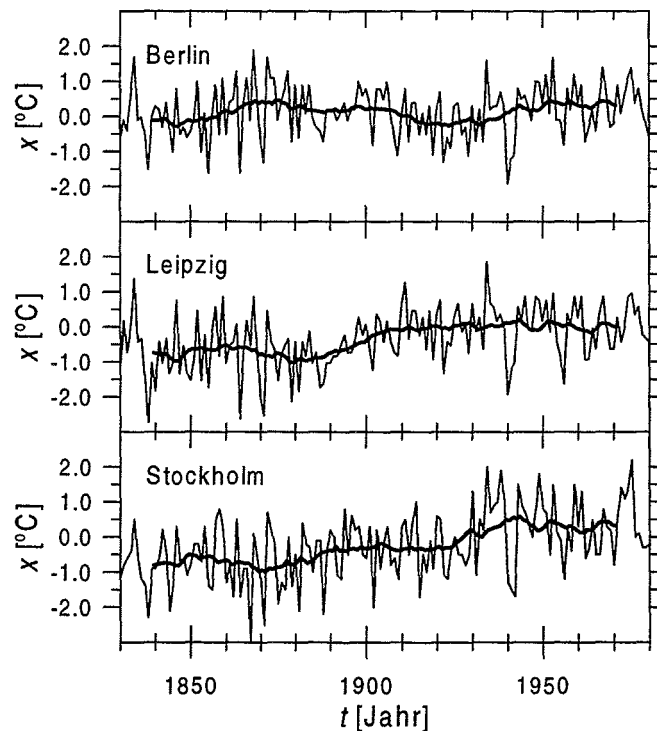


Abbildung 2: Untersuchte Zeitreihen, Jahresmitteltemperatur-Differenzen gegen 1901–1950 (dünn gezeichnet), 20-Punkt-Glättungen (dick gezeichnet).

2. Daten

Abbildung 2 zeigt die drei untersuchten Zeitreihen der Differenzen (jeweils gegen den Durchschnitt 1901–1950) der Jahresmitteltemperaturen. Die Reihen Berlin und Stockholm (Jones und Bradley 1992) werden von den Autoren als homogen über die gesamte Dauer angegeben. Die Zeitreihe Leipzig (Börngen und Müller 1999) dagegen ist unkor-

rigiert. Im gewählten Zeitausschnitt 1830–1980 liegen die drei Zeitreihen lückenlos vor. Die in Abb. 2 eingezeichneten geglätteten Kurven weisen darauf hin, daß für Leipzig und Stockholm die Rampe ein mögliches Trendmodell sein könnte und daß der Verlauf für Berlin komplizierter ist (kein eindeutig erkennbarer Anstieg).

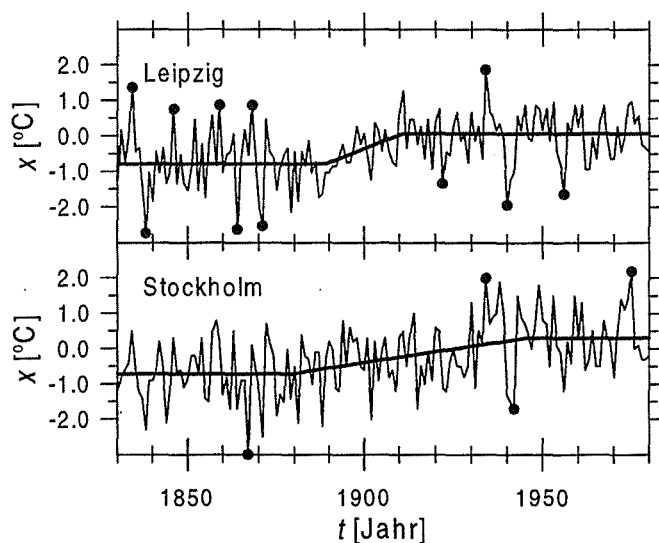


Abbildung 3: Beste Rampenfits (dick gezeichnet) an den von Ausreißern (•) bereinigten Zeitreihen (siehe Text). Berlin zeigt eine kompliziertere Trendform als eine Rampe und wird nicht weiter analysiert.

3. Ergebnis

Abbildung 3 zeigt die Rampenfits für die Zeitreihen Leipzig und Stockholm. Beide Zeitreihen enthalten Ausreißerwerte von der Rampeform, die von der Regression ausgenommen wurden. Die Ausreißer wurden durch eine Analyse der gewichteten gewöhnlichen Residuen

$$e(i) = [x(i) - \hat{x}_{fit}(i)] / \hat{\sigma}(i)$$

(das Zeichen „ $\hat{\cdot}$ “ bezeichnet die Schätzung) bestimmt, die von der Regression an den ursprünglichen Werten resultierten. Das robuste Kriterium (vgl. Hampel 1985)

$$|e(i) - med[e(i)]| > k \cdot mad[e(i)] \Rightarrow i := \text{Ausreißer}$$

mit $k = 3$ wurde verwendet, wobei med der Median ist und

$$mad[e(i)] = med \{|e(i) - med[e(i)]|\}.$$

Die Zeitpunkte der Ausreißer (Tabelle 1) zeigen z. T. Übereinstimmung zwischen den Zeitreihen Leipzig und Stockholm; im älteren Teil von Leipzig finden sich mehr Ausreißer.

Tabelle 1: Ausreißer.

Zeitreihe	Jahr	$\{e(i) - \text{med}[e(i)]\} / \text{mad}[e(i)]$
Leipzig	1834	+4.21
	1838	-4.02
	1846	+3.01
	1859	+3.21
	1864	-3.82
	1868	+3.21
	1871	-3.63
	1922	-3.17
	1934	+4.07
	1940	-4.53
	1956	-3.85
Stockholm	1867	-3.79
	1934	+3.14
	1942	-3.31
	1975	+3.11

Anmerkung: Die Residuen $e(i)$ resultieren von den Rampenregressionen an den originalen Zeitreihen.

Tabelle 2 gibt die geschätzten Rampenparameter an, inklusive der statistischen Fehler, die mit *Bootstrap*-Simulationen bestimmt wurden.

Tabelle 2: Ergebnis: geschätzte Rampenparameter. Die Fehlerangaben ($1-\sigma$) beruhen auf parametrischen *Bootstrap*-Simulationen (Anhang A.2). Andere *Bootstrap*-Varianten ergaben nahezu die gleichen Zahlen.

Zeitreihe	\hat{t}_1 [Jahr]	\hat{x}_1 [°C]	\hat{t}_2 [Jahr]	\hat{x}_2 [°C]
Leipzig	1889 ± 7	-0.78 ± 0.09	1911 ± 7	0.08 ± 0.09
Stockholm	1879 ± 23	-0.71 ± 0.14	1945 ± 21	0.30 ± 0.17

Die Zeitreihe Berlin (Abb. 1) zeigt zwar zum Teil entsprechende Extremtemperatur-Zeitpunkte (z. B. 1940), der grundsätzliche Trendverlauf scheint jedoch noch komplizierter als eine Rampe zu sein. Dies wurde durch die Residualanalyse (vgl. unten)

bestätigt (keine Abb.). Experimente mit unterschiedlichen Fitbereichen legen nahe, daß der Trendverlauf mehrteilig ist (Anstieg–Abfall–Anstieg).

Für die beiden anderen Datensätze ergab die Residualanalyse ($e(i)$ resultierend von der Regression an den ausreißerbereinigten Werten), daß die Rampenform ein generell zufriedenstellendes Trendmodell ist (Abb. 5–9). Die Residualanalyse testet die $e(i)$ auf eine $N(0, 1)$ -verteilte Zufallsvariable: Gaußsche Form und Homogenität bezüglich t und x_{fit} , sowie auf positive AR(1)-Abhängigkeit (vgl. Draper und Smith 1981, Montgomery und Peck 1992). Die für die Standardabweichung $\sigma(t)$ erlaubte Rampenform (vgl. Anhang A.1) wurde nicht beansprucht (Abb. 4): Homoskedastizität ist eine ausreichend genaue Beschreibung.

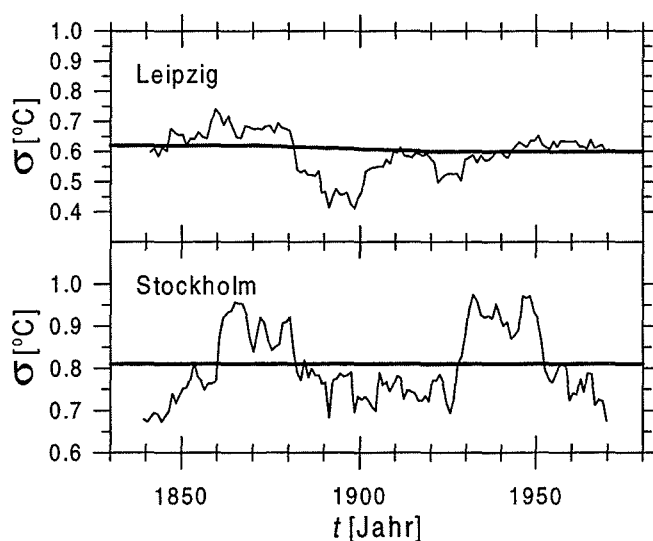


Abbildung 4: Per-Auge-Fits $\hat{\sigma}(i)$ (fett gezeichnet) und Glättungen (20-Punkt-Fenster) (dünn gezeichnet) der zeitabhängigen Standardabweichung. Die Glättungen wurden an den von den Trends (Abb. 3) bereinigten Werten berechnet. Das Computerprogramm RAMPFIT (Mudelsee 1999b) gestattet, die Punktzahl im Glättungsfenster zu variieren und so das per-Auge-Anpassen zu erleichtern. RAMPFIT gibt außerdem das reduzierte $\chi^2 (= SSQW/(n-4))$ (vgl. Anhang A.1) an, das — im Falle nur schwacher AR(1)-Autokorrelation — für eine gute Anpassung von $\sigma(i)$ einen Wert um 1 aufweist. Wahrscheinlich ist um 1900 $\sigma(i)$ jeweils systematisch erniedrigt. Für eine angemessene Gewichtung bei der Regression (Anhang A.1) sollte jedoch die Beschreibung als (nahezu) konstant jeweils ausreichend sein.

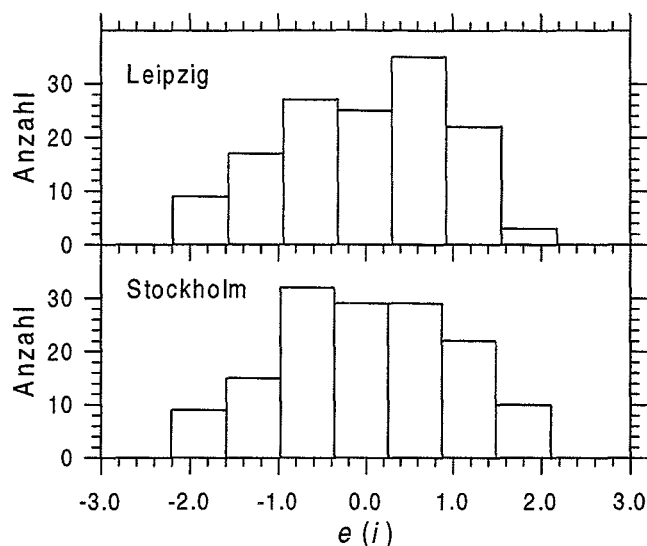


Abbildung 5: Histogramme der gewichteten gewöhnlichen Residuen. Die Klassenanzahl richtet sich jeweils nach Scott (1979). Verletzungen der Gaußschen Annahme sind gering.

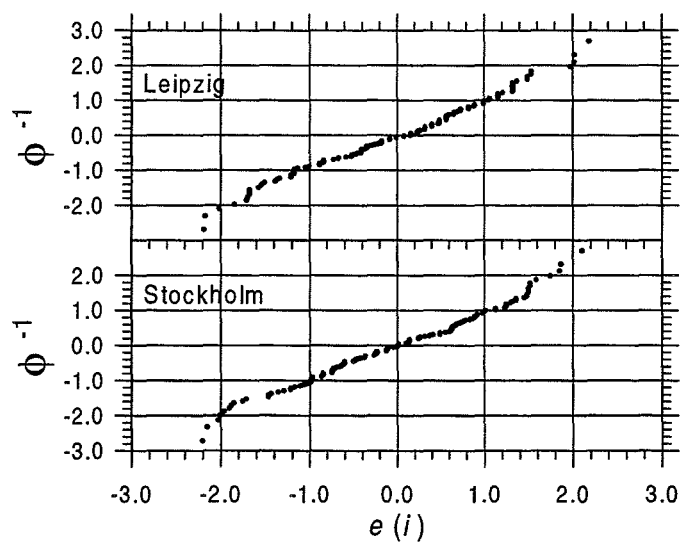


Abbildung 6: Normal-Wahrscheinlichkeits-Auftragungen der gewichteten gewöhnlichen Residuen. Φ^{-1} ist die inverse Normalverteilungsfunktion. Die jeweiligen Abweichungen von einer geraden Linie (d. h. der Gaußschen Annahme) — gerade im wichtigen zentralen Bereich — sind gering, in Übereinstimmung mit der Beurteilung der Histogramme (Abb. 5).

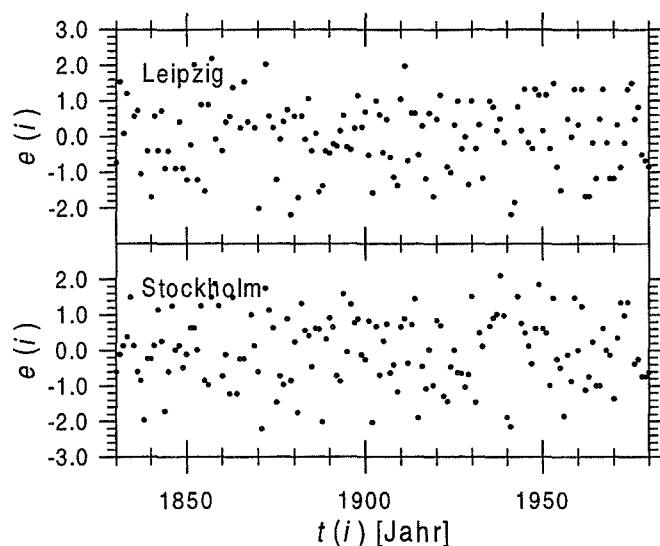


Abbildung 7: Gewichtete gewöhnliche Residuen gegen die Zeit. Wegen den Ausreißerbereinigungen (Abschnitt 3) scheinen keine gravierenden systematischen Abweichungen von homogenen Verteilungen vorzuliegen. Eventuell liegen in dem Bereich um jeweils 1860 systematisch leicht erhöhte Werte vor. Eventuell liegen im Falle von Stockholm auch systematisch leicht erniedrigte Werte um 1925 vor; sowie systematisch leicht erhöhte Werte um 1940, wenn man die Werte 1940 und 1941 zu dem festgestellten Ausreißerverhalten (Tab. 1) rechnet (vgl. Abschnitt 4).

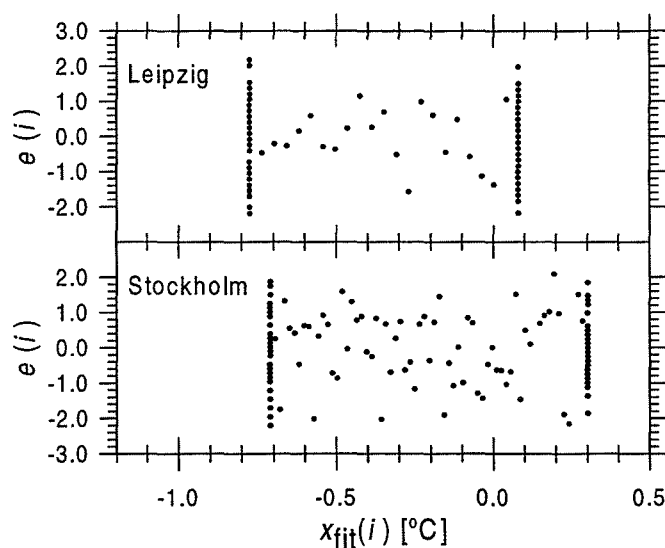


Abbildung 8: Gewichtete gewöhnliche Residuen gegen die gefitteten x -Werte. Aufgrund der Rampenform entstehen Punktansammlungen bei \hat{x}_1 und \hat{x}_2 . Abweichungen von in der Vertikalen homogenen Verteilungen sind jedoch gering.

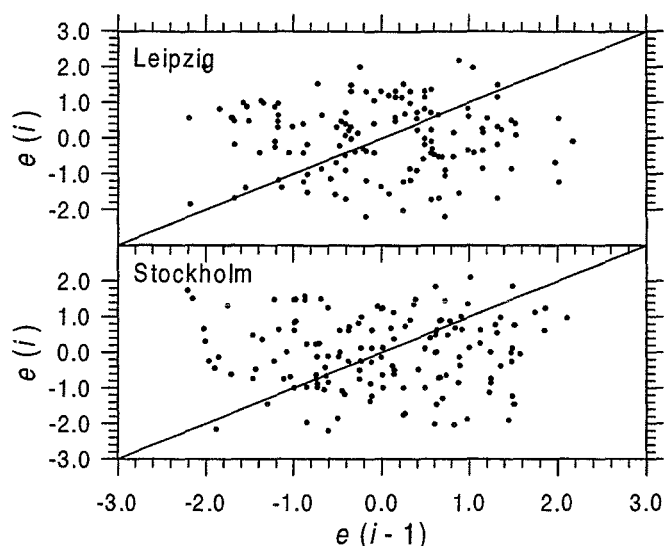


Abbildung 9: *Lag-1-Scatterplots* der gewichteten gewöhnlichen Residuen. Höchstens minimale systematische Ausrichtungen an den Ursprungsgeraden liegen vor. Fits des AR(1)-Modells von Robinson (1977) (Anhang A.2) für nichtäquidistante Daten (wegen der Ausreißerbereinigung liegt jeweils keine Äquidistanz mehr vor) bestätigen: die geschätzte Zerfallszeit τ der Autokorrelationsfunktion ist nur 0.158 a (Leipzig) bzw. 0.344 a (Stockholm).

4. Diskussion

Die Rampenregression ergab für die Zeitreihen Leipzig und Stockholm folgende statistischen Ergebnisse (Abb. 3; Tab. 1, 2). **Leipzig** zeigt von 1830 bis 1889 ± 7 einen konstanten Temperaturtrend, evtl. erhöhte Werte liegen um 1860 vor. Danach (von 1889 ± 7 bis 1911 ± 7) folgt ein Temperaturanstieg um 0.7 ± 0.1 °C (Rate: 0.032 ± 0.015 °C/a). Von 1911 ± 7 bis 1980 ist der Temperaturtrend konstant. Dem Trend überlagert sind Fluktuationen, die in guter Näherung sehr schwach korrelierte $N(0, (\sigma = 0.61 \text{ °C})^2)$ -Zufallszahlen darstellen. Hervorzuheben sind jedoch mehrere Ausreißer (Tabelle 1) nach positiven wie negativen Temperaturen.

Stockholm zeigt von 1830 bis 1879 ± 23 einen konstanten Temperaturtrend, evtl. erhöhte Werte liegen um 1860 vor. Danach (von 1879 ± 23 bis 1945 ± 21) folgt ein Temperaturanstieg um 1.0 ± 0.2 °C (Rate: 0.015 ± 0.008 °C/a) — siehe jedoch den Vorbehalt (nächster Absatz). Von 1945 ± 21 bis 1980 ist der Temperaturtrend konstant. Dem Trend überlagert sind Fluktuationen, die in guter Näherung sehr schwach korrelierte $N(0, (\sigma = 0.81 \text{ °C})^2)$ -Zufallszahlen darstellen. Die Anzahl von Ausreißern ist gering (Tabelle 1).

Leipzig wie Stockholm zeigen ähnliche statistische Ergebnisse. Die geschätzten Startzeitpunkte \hat{t}_1 (Tab. 2) unterscheiden sich nicht signifikant, wohl aber die geschätzten Endzeitpunkte \hat{t}_2 (Signifikanzniveau 0.94). Jedoch gestattet im Falle von Stockholm

die Möglichkeit systematisch erniedrigter Werte um 1925 und systematisch erhöhter Werte um 1940 die Alternativhypothese „zweiteiliger Temperaturanstieg“. In einer Zusatzuntersuchung wurde deshalb der Fitbereich der Zeitreihe Stockholm auf 1830–1929 gesetzt. Die dann gefittete Rampe als älterer Anstieg ($t\hat{1} = 1881 \pm 10$, $x\hat{1} = -0.73 \pm 0.11$ °C, $t\hat{2} = 1894 \pm 10$, $x\hat{2} = -0.32 \pm 0.16$ °C, Erhöhungsrate = 0.032 ± 0.016 °C/a), ebenfalls nicht zurückzuweisen durch die Residualanalyse, entspräche in ihren Start-/Endzeitpunkten innerhalb der Fehlergrenzen dem Leipziger Ergebnis. Der jüngere Temperaturanstieg bei Stockholm hätte keine Leipziger Entsprechung. Von statistischer Sicht sind die Alternativen „einfacher/zweigeteilter Temperaturanstieg“ für Stockholm gleichwertig.

Balling *et al.* (1998) analysierten eine Monatsmitteltemperaturanomalie-Zeitreihe, die aus 50 homogenisierten Meßreihen europäischer Stationen des *Global Historical Climatology Networks* (GHCN) gemittelt wurde; sie analysierten ebenfalls eine Zeitreihe, die sich aus der Überlagerung der europäischen Zeitreihen von Jones (1994) ergab. Sie untersuchten mit Hilfe gleitender Mittel, per-Auge-Abschätzung von Übergangszeitpunkten und linearer Regression. Sie fanden für beide Zeitreihen folgendes Ergebnis für den Zeitraum 1851 bis 1991, in eckigen Klammern der Vergleich zu dem Ergebnis der vorliegenden Arbeit.

1851–1890: leichte Abkühlung.

[Kompatibel zu den vorliegenden Ergebnissen (Leipzig, Stockholm), daß um 1860 leicht erhöhte Werte gegenüber $t\hat{1}$ (1889 für Leipzig und 1879 für Stockholm) vorliegen könnten.]

1890–1950: statistisch signifikante Erwärmung um 0.9 °C (Rate: 0.015 °C/a) (GHCN) bzw. 0.54 °C (Rate: 0.009 °C/a) (Jones-Zeitreihe).

[Startzeitpunkt in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen für Leipzig und Stockholm. Endzeitpunkt in guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis für Stockholm (einfacher Anstieg), nicht mit dem für Leipzig. Temperaturerhöhung in guter Übereinstimmung mit Leipzig, jedoch zeigt Leipzig eine höhere Rate des Temperaturanstiegs. Stockholm (einfacher Anstieg) zeigt nur leicht größere Werte als GHCN für die Temperaturerhöhung und deren Rate.]

1950–1970: Abkühlung.

[Konnte für Leipzig und Stockholm nicht verifiziert werden.]

1970–1991: leichter Anstieg.

[Konnte für Leipzig und Stockholm nicht verifiziert werden; der Beobachtungszeitraum ist zu gering dafür.]

Klimatologisch wichtig ist der Temperaturanstieg von ca. 1890 bis ca. 1950. Balling *et al.* (1998) vermuten, daß einige der untersuchten GHCN-Zeitreihen noch Urbani-

sierung und andere systematische, lokale Einflüsse zeigen. Sicherlich ist die unkorrigierte Leipziger Zeitreihe von ähnlichen Effekten beeinflusst, wahrscheinlich stärker von Urbanisierung (ein gradueller Einfluß) als durch die Instrumenten- oder häufigen Standortwechsel (abrupte Einflüsse). Urbanisierung könnte eventuell auch die hohe Leipziger Rate der Temperaturerhöhung erklären, eventuell auch den vergleichsweise frühen Endzeitpunkt.

Es ist schwierig, klimatologisch zu Stockholm (ein-/zweigeteilter Temperaturanstieg) Stellung zu nehmen. Der praktisch nicht vorhandene Temperaturanstieg Berlins wurde bereits von Jones und Bradley (1992) festgestellt.

5. Schlußfolgerungen

Rampenregression (Mudelsee 1999a) ist ein nützliches Hilfsmittel, um Temperaturtrends zu quantifizieren. Im Gegensatz zur linearen Regression erlaubt sie eine realistischere Modellierung von Übergängen (Start- und Endzeitpunkte). Sie ist weniger subjektiv und weniger anfällig gegenüber systematischen Fehlern als per-Auge-Fits mit Hilfe geglätteter Kurven. Integriert in das Computerprogramm RAMPFIT (Mudelsee 1999b), gestattet sie die Überprüfung der Rampenform mit Residualanalyse und die Bestimmung der statistischen Unsicherheiten der Fitparameter mit Hilfe von *Bootstrap*-Simulationen.

Im Falle der Zeitreihen Leipzig und Stockholm stellt die Rampe ein angemessenes Modell der Temperaturerhöhung vom 19. zum 20. Jahrhundert dar. Die Quantifizierung des Temperaturtrends für Berlin sollte mit anderen Methoden (z. B. *Singular Spectrum Analysis*) erfolgen.

Ein deutlicher Urbanisierungseinfluß bei der Leipziger Temperaturerhöhung liegt vor. Zu dessen Quantifizierung können — falls vorhanden — Zeitreihen aus umgebenden ländlichen Gebieten dienen. Eine andere Möglichkeit ist die Modellierung des Urbanisierungseinflusses.

Diese vorliegende Arbeit veranschaulicht lediglich den methodischen Nutzen der Rampenregression. Eine umfassende, an einzelnen Zeitreihen individuell vorzunehmende Quantifizierung des Temperaturanstiegs vom 19. zum 20. Jahrhundert (viele Stationen, urban/ländlich, Monatswerte etc.) sollte beitragen, einen globalen Klimawechsel auf der Zeitskala einiger Dekaden besser zu verstehen.

Dank

Herrn Dr. Michael Börngen sei für die Bereitstellung der Leipziger Temperaturdaten herzlich gedankt. Die Zeitreihen Berlin und Stockholm wurden vom *World Data Center A—Paleoclimatology* via ftp geladen (11. 02. 1998). Bester Dank an Herrn Prof. Dr.

Werner Metz für die kritische Durchsicht des Manuskriptes und Herrn Prof. Dr. Gerd Tetzlaff für Diskussionen. Die Entwicklung der Rampenregression bzw. die vorliegende Arbeit wurden finanziell unterstützt durch die DFG (Promotionsstipendium im Graduiertenkolleg „Dynamik globaler Kreisläufe im System Erde“, Geologisches Institut, Universität Kiel; Forschungsstipendium „Häufigkeitstrends von extremen Klima- und Wetterereignissen“, Institut für Meteorologie, Universität Leipzig) und die EU (Marie Curie Research Fellowship, Institute of Mathematics and Statistics, University of Kent, Canterbury, Großbritannien).

Literatur

- Balling RC Jr, Vose RS, Weber G-R (1998) Analysis of long-term European temperature records: 1751–1995. *Clim. Res.* 10:193–200.
- Börngen M, Müller U (1999) Geschichtlicher Überblick und Ergebnisse von Klimabeobachtungen in Leipzig. *In: Müller U, Kuttler W, Tetzlaff G (Hrsg.) Wissenschaftliche Mitteilungen, Band 13. Institut für Meteorologie der Universität Leipzig, Institut für Troposphärenforschung e. V. Leipzig, Leipzig, 155–156.*
- Draper NR, Smith H (1981) *Applied Regression Analysis*. 2. Aufl., Wiley, New York, 709 S.
- Efron B, Tibshirani RJ (1993) *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall, London, 436 S.
- Hampel FR (1985) The breakdown points of the mean combined with some rejection rules. *Technomet.* 27:95–107.
- Jones PD (1994) Hemispheric surface air temperature variations: A reanalysis and an update to 1993. *J. Climate* 7:1794–1802.
- Jones PD, Bradley RS (1992) Climatic variations in the longest instrumental records. *In: Bradley RS, Jones PD (Hrsg.) Climate Since A. D. 1500*. Routledge, London, 246–268.
- Montgomery DC, Peck EA (1992) *Introduction to Linear Regression Analysis*. 2. Aufl., Wiley, New York, 527 S.
- Mudelsee M (1999a) Ramp function regression: A tool for quantifying climate transitions. *Computers Geosci.* [im Druck]
- Mudelsee M (1999b) RAMPFIT—a Fortran 77 program for ramp function regression. Institute of Mathematics and Statistics, University of Kent, IMS Technical Report UKC/IMS/99/10, Canterbury, 63 S.
- Nicholls N, Gruza GV, Jouzel J, Karl TR, Ogallo LA, Parker DE (1996) Observed climate variability and change. *In: Houghton JT, Meira Filho LG, Callander BA, Harris N, Kattenberg A, Maskell K (Hrsg.) Climate Change 1995: The Science of Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, 133–192.
- Robinson PM (1977) Estimation of a time series model from unequally spaced data. *Stochast. Process. Appl.* 6:9–24.
- Scott DW (1979) On optimal and data-based histograms. *Biometrika* 66:605–610.
- Williams DA (1970) Discrimination between regression models to determine the pattern of enzyme synthesis in synchronous cell cultures. *Biometrics* 26:23–32.

Anhang A.1. Rampenregression

Die Rampenregressionen wurden mit dem Computerprogramm RAMPFIT (Mudelsee 1999b) durchgeführt. RAMPFIT gestattet für $\sigma(i)$ ebenfalls eine Rampenform; „Klima“ ist nicht nur durch Trend, sondern auch durch Variabilität definiert. Für das Regressionsmodell Gl. (1) wird wegen der erlaubten Heteroskedastizität deshalb die gewichtete *least-squares*-Funktion verwendet:

$$SSQW(t1, x1, t2, x2) = \sum_{i=1}^n [x(i) - x_{\text{fit}}(i)]^2 / \sigma(i)^2.$$

$\sigma(i)$ wird per Auge mit Hilfe von Glättungen (Abb. 4) geschätzt; für eine zufriedenstellende Gewichtung genügt dies. Im 4-dimensionalen Parameterraum wird die Lösung $(\hat{t}1, \hat{x}1, \hat{t}2, \hat{x}2)$ gesucht, für die *SSQW* minimal ist. Die Reduktion auf die $t1$ - $t2$ -Ebene ist analytisch berechenbar; für feste $t1_s = t(i1)$ und $t2_s = t(i2)$ ist:

$$\hat{x}2 = \left(\frac{K_3 K_4}{K_1} + K_6 \right) / \left(\frac{K_2 K_4}{K_1} + K_5 \right)$$

und

$$\hat{x}1 = (K_3 - \hat{x}2 K_2) / K_1$$

mit

$$\begin{aligned} K_1 &= k_2 + (t1_s k_4 - k_5) / (t2_s - t1_s), \\ K_2 &= k_3 - (t1_s k_4 - k_5) / (t2_s - t1_s), \\ K_3 &= k_8, \\ K_4 &= k_1 + [t2_s(t1_s + t2_s)k_4 + 2 k_6 \\ &\quad - (t1_s + 3 t2_s)k_5] / (t2_s - t1_s)^2, \\ K_5 &= k_3 + [t1_s(t1_s + t2_s)k_4 + 2 k_6 \\ &\quad - (3 t1_s + t2_s)k_5] / (t2_s - t1_s)^2, \\ K_6 &= k_9 - k_7 - 2 (t1_s k_{10} - k_{11}) / (t2_s - t1_s) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} k_1 &= \sum_{i=1}^{i1} 1/\sigma(i)^2, \\ k_2 &= \sum_{i=1}^{i2-1} 1/\sigma(i)^2, \\ k_3 &= \sum_{i=i2}^n 1/\sigma(i)^2, \\ k_4 &= \sum_{i=i1+1}^{i2-1} 1/\sigma(i)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_5 &= \sum_{i=i_1+1}^{i_2-1} t(i)/\sigma(i)^2, \\
k_6 &= \sum_{i=i_1+1}^{i_2-1} t(i)^2/\sigma(i)^2, \\
k_7 &= \sum_{i=1}^{i_2-1} x(i)/\sigma(i)^2, \\
k_8 &= \sum_{i=1}^n x(i)/\sigma(i)^2, \\
k_9 &= \sum_{i=i_2}^n x(i)/\sigma(i)^2, \\
k_{10} &= \sum_{i=i_1+1}^{i_2-1} x(i)/\sigma(i)^2, \\
k_{11} &= \sum_{i=i_1+1}^{i_2-1} x(i)t(i)/\sigma(i)^2.
\end{aligned}$$

Da die Rampenfunktion nach der Zeit nicht differenzierbar ist, wird eine *brute-force*-Suche (vgl. Williams 1970) in der t_1 - t_2 -Ebene durchgeführt (Mudelsee 1999b, Abschnitt 2.2 darin). Lediglich die Knoten eines Suchgitters, gegeben durch die Zeitwerte $t(i)$, werden durchsucht; die Gittergrenzen sind einstellbar. Die dadurch limitierte Präzision von \hat{t}_1 und \hat{t}_2 ist ohne Belang, sofern die geschätzten Unsicherheiten dieser Parameter (*Bootstrap*-Simulationen) größer als die Zeitaufösung der Zeitreihe sind. Dies ist bei den hier untersuchten Zeitreihen deutlich gewährleistet (Tab. 2).

Anhang A.2. *Bootstrap*-Simulationen

Es wird die parametrische *Bootstrap*-Methode verwendet, simulierte Zeitreihen $x(i)^*$ nach Gl. (1) zu erzeugen:

$$x(i)^* = \hat{x}_{\text{fit}}(i) + \hat{\sigma}(i) v(i), \quad i = 1, \dots, n,$$

wobei die $v(i) \sim N(0, 1)$ verteilt sind mit der geschätzten AR(1)-Korrelation (Zerfallszeit τ) (vgl. Abbildung 9). Das AR(1)-Modell von Robinson (1977) für nichtäquidistante Zeitreihen ist gegeben durch

$$v(i) = \exp [(t(i-1) - t(i))/\tau] v(i-1) + \{1 - \exp [2(t(i-1) - t(i))/\tau]\} w(i),$$

wobei $w(i)$ identisch und unabhängig verteilte $N(0, 1)$ -Zufallszahlen sind.

Für jede simulierte Zeitreihe wird eine Rampe gefittet. Die Anzahl der Simulationen ist 200 (Efron und Tibshirani 1993). Die Verteilungen der geschätzten Parameter informieren über systematische wie statistische Fehler. Als statistischer Fehler wird der Wert 1.4826 *mad* („robuste 1- σ -Standardabweichung“) verwendet. (*mad* bezieht

sich jeweils auf die Simulationsergebnisse eines einzelnen Parameters.) Die untersuchten Temperaturzeitreihen zeigten keine systematischen Schätzfehler. Die gefundenen statistischen Fehler (Tabelle 2) wurden durch andere von RAMPFIT bereitgestellte *Bootstrap*-Verfahren bestätigt.

Adresse des Autors:

Manfred Mudelsee
LIM — Institut für Meteorologie
Stephanstr. 3
04103 Leipzig

(*E-Mail*: mudelsee@rz.uni-leipzig.de)