

Standardiserte konstruksjonselementer av fiberarmert polymer for vegbru

Design og dimensjonering av elementer for standardisering og bruk i vegbruer



Mads Ljøstad Nilsen



Lars Eikås

Veiledere

Reidar Anderssen, UiA/OPS Composite Solutions

Lars Farstad, Statens Vegvesen

Masteroppgaven er gjennomført som ledd i utdanningen ved Universitetet i Agder og er godkjent som del av denne utdanningen. Denne godkjenningen innebærer ikke at universitetet innstår for de metoder som er anvendt og de konklusjoner som er trukket.

Universitetet i Agder, 2017

Fakultet for teknologi og realfag

Institutt for ingeniørvitenskap

1. Forord

Masteroppgaven er skrevet av Mads Ljøstad Nilsen og Lars Eikås under veiledning av Lars Farstad og Reidar Anderssen. Den er skrevet i forbindelse med kurset BYG500 Masteroppgave ved Universitetet i Agder (UiA), Campus Grimstad. Det er også gjort et forprosjekt med tilhørende rapport som omhandler teori innen temaene komposit og bruprosjektering.

Masteroppgaven tar for seg dimensjonering av kompositelementer til brukonstruksjon, der elementene skal oppfylle funksjonene til en platebru, med bæring og dekke i ett.

Vi ønsker å takke våre veiledere. Reidar Anderssen har fungert både som intern veileder ved UiA og representant for fagmiljøet på komposit gjennom OPS Composite Solutions AS. Lars Farstad i Statens Vegvesen (SVV) har bidratt med kompetanse på brukonstruksjoner samt ønsker og krav fra myndighetene.

Til slutt rettes en takk til alle ansatte ved laboratoriene på UiA som har hjulpet med opplæring og teknikk på testutstyr.

2. Summary

This thesis is addressing the possibility for use of fiber reinforced polymers (FRP) in bridge constructions in Norway. The aim is to design an FRP section that can perform as both structural support and decking on the bridge, in a similar way as often is done with concrete. The advances of using FRP composites is that it is possible to make the bridge sections a lot lighter, and consequently possible to fabricate them in remote locations and transport them to the construction site. This will make the time necessary for construction on site a lot shorter in cases where old bridges need replacement.

To make FRP-composite bridges economically feasible it is necessary to make a section that can be reproduced many times over, as much of the cost of a composite section is in the making of formwork. Making a standardized section will hopefully also bring down the time and cost of engineering the bridge. In this thesis, the focus is on a standardized section that can be used on bridges up to 10 meters in span. In Norway, there are 18 199 bridges, and approximately 10 000 of these are under 10 meters, which means that there is a lot to be gained from standardizing with these constraints.

In FRP composites, low elasticity modulus (Young's modulus) [1] gives problems with deflection long before the loads are high enough to give problems with strength. This is opposite of what is the case with materials as concrete and steel were strength of the material often becomes a problem before the maximum deflection. In a stiffness based design of a bridge, the deflection requirement is given by The Norwegian Public Roads Administration (NPRA), who is the governing authority on the construction and building of bridges in Norway. Through their manuals, they give requirements for how a bridge shall behave under different circumstances. The N400 manual[2] is the most specific for bridge construction, and specifies that a bridge should maximum deflect L/350. In the case of a 10-meter bridge that gives a deflection of maximum 28,6 millimeters.

Using finite element analysis and application of theory as well as material data from laboratory testing, this thesis will try to fulfill this requirement.

The conclusion of this thesis is that it is possible to produce a standardized composite element consisting of several identical items glued together for use as bridge decking together with edge beams. This bridge construction is very light weight, in fact so light that adding asphalt will triple its weight. It is a wish from the NPRA to make standardized alternatives in different materials to see which is the most efficient in terms of execution time and price.

FRP composites is a lighter alternative so that transport from fabrication and storage, out to the mounting site is a lot easier to execute than for heavier material as concrete and steel. It is also easier to maintain, as there is no steel beams, reinforcing steel or steel bearings in the bridge that can corrode.

3. Innholdsfortegnelse

1.	Forord.....	I
2.	Summary	II
4.	Symboliste	1
5.	Figurliste	3
6.	Tabelliste	5
7.	Innledning.....	6
8.	Samfunnsperspektiv	7
9.	Teori.....	8
9.1.	Kompositt	8
9.1.1.	Grunnleggende om komposittmateriale.....	8
9.1.2.	Fabrikasjonsmetoder.....	11
9.1.3.	Mikromekanikk.....	15
9.1.4.	Laminatmekanikk.....	21
9.1.5.	Makromekanikk.....	22
9.1.6.	Bjelkedesign	23
9.1.7.	Utmattning.....	26
9.2.	Bruprosjektering	28
9.2.1.	Håndbok N400.....	28
9.2.2.	Egenlaster	29
9.2.3.	Trafikklaster.....	30
9.2.4.	Vindlaster.....	30
9.2.5.	Seismiske påkjenninger	34
9.2.6.	Ulykkeslaster	34
9.2.7.	Lastkombinasjoner	35
10.	Forskerspørsmål	36
11.	Case/Materialer	37
12.	Metode	40
12.1.	Laboratorietester	40
12.1.1.	Visuell kontroll.....	40
12.1.2.	Strekktesting	42
12.1.3.	Mikroskopfotografering.....	43
12.1.4.	Fibervoluminnhold.....	48
12.2.	Analyse basert på laboratorieresultater	48

12.2.1.	ANSYS	49
12.2.2.	Mathcad	50
12.2.3.	Sammenligning av FEM (ANSYS) med analytiske metoder (Mathcad)	51
13.	Resultater	53
13.1.	Resultater fra laboratoriet.....	53
13.2.	Sammenligning av teoretiske resultater med resultater fra laboratoriet.....	55
13.3.	Lastberegninger.....	56
13.3.1.	Egenvekt	56
13.3.2.	Trafikklaster.....	56
13.3.3.	Vindlaster.....	57
13.3.4.	Seismiske påkjenninger	60
13.3.5.	Ulykkeslaster	62
13.4.	Konstruksjonsanalyse.....	63
13.4.1.	Tøyningsanalyse.....	64
13.4.2.	Lokal knekking	67
13.4.3.	Nedbøyning	68
13.4.4.	Ulykkeslast	69
13.4.5.	Utmattelse	71
13.4.6.	Oppløft fra vind	72
13.4.7.	Analyse ved simulering av produksjonsfeil.....	72
13.5.	Produksjon	74
13.5.1.	Produksjonsmetode	74
13.5.2.	Prisberegning.....	78
14.	Diskusjon	80
15.	Konklusjon	82
16.	Anbefalinger	83
17.	Referanser	84
18.	Vedlegg.....	86

4. Symbolliste

NPRA	Norwegian Public Roads Administration
FRP	Fiber reinforced polymers
FAP	Fiber armert polymer
SVV	Statens Vegvesen
E_1	Elastisitetsmodul i fiberretning
E_2	Elastisitetsmodul i ut av planet
G_{12}	Skjærmodul
U_{12}	Tverrkontraksjon
ϕ_f	Fiberandel
F_{1t}	Styrke parallelt med fibere
F_{2t}	Styrke på tvers av fibere
σ_{mu}	Gjennomsnittlig matristestyrke
C_v	Faktor for å beregne poreinnhold
F_6	Skjærstyrke
σ_{fa}	Gjennomsnittlig fiberstyrke
ε_{nk}	Karakteristisk verdi av påsatt tøyning
$\varepsilon_k^{\text{fiber}}$	Karakteristisk verdi av maksimal tøyning før brudd
γ_F	Partialfaktor for lasteffekt
γ_{Sd}	Partialfaktor for lastmodell
γ_M	Partialfaktor for motstand
γ_{Rd}	Partialfaktor for motstandsmodell
ϵ^0	Deformasjoner i planet
K	Kurvatur
N	Normalkraft
M	Momentkraft
V	Skjærkraft
A	Aksialstivhet per tykkelseseinhet
B	Kobling mellom bøyekurve κ_x og strekkrefter N_x når laminatet ikke er symmetrisk
D	Bøyestivhet under momentkrefter
t	tykkelse
F	Skjær i planet under skjærbelastning
H	Vridningsstivhet under torsjonslast
C	Kobling mellom vridningskurvatur og skjærflyt
e_b	Nøytralakse i platen ved bøyning
EQ	Mekanisk statisk moment
k_ξ	Korreksjonsfaktor
EI	Elastisitetsmodul og motstandsmoment
GA	Skjærmodul og areal
$\varepsilon(t)$	Tidsavhengig tøyning
$\varepsilon(1)$	Maksimal tøyning ved tid 1
β	Stigningstall for kurven
γ_{fat}	Partiellfaktor for utmattelse
γ_{Rd}	Partiellfaktor for motstandsmodell, (0,1 ved $N=1$, 1 ved $N>1$)

t_y	Designlevetid
t^{actual}	Faktisk tid under gitt statisk tøyning pr. år
t^{charact}	Karakteristisk tid til brudd under gitt statisk tøyning
ε	Tøyning
$\varepsilon_{0,\text{fatigue}}$	Tøyning ved N lik 0
α	Stigningstall for kurven
N	Antall sykler
n^{actual}	Faktisk antall sykluser til gitt tøyning pr. år
n^{charact}	Karakteristisk antall sykluser til gitt tøyning før brudd
α_{Q1}, α_{q1}	Korrelasjonsfaktor
Q_{Ik}	Punktlast på hvert av 4 hjul
q_{Ik}	Jevnt fordelt last
w_1	Kjørebanens bredde
L	Bruas lengde
c_{dir}	Retningsfaktor
c_{season}	Årstidsfaktor
c_{alt}	Nivåfaktor
c_{prob}	Faktor som er forskjellig fra 1,0 når returperioden velges forskjellig fra 50 år
$v_{b,0}$	Referansevindhastighet
$C_r(z)$	Ruhetsfaktor
$C_0(z)$	Terrengformfaktor
k_1	Turbulensfaktor
ρ	Densitet
v_m	Terrengruhetsfaktoren
k_p	Toppfaktor
$q_m(z)$	Steds vindhastighetstrykket
h	Referansehøyde for kraftfaktoren c_D .
b	Referansebredde for kraftfaktorene c_L og c_M
$c_{fx,0}$	Kraftfaktoren
$a_{g40\text{Hz}}$	Berggrunnens akselerasjon
α_{Q1}	Justeringsfaktor
Q_{1k}	Kraften i kjørefelt 1
ULS	Bruddgrensetilstand (Ultimate limit state)
ALS	Ulykkestiltand (Accidental limit state)
SLS	Bruksgrensetilstand (Serviceability limit state)
FLS	Utmattelsesgrensetilstand (Fatigue limit state)
G_k	Permanente laster
$Q_{k,1}$	Variable laster
$\gamma_{G,j,\text{sup}}, \gamma_p$	
$\Psi_{0,1}, \gamma_{Q,i}$	Lastfaktorer

5. Figurliste

Figur 9.1 Spesifikk styrke og stivhet for forskjellige vanlige fibre [20]	10
Figur 9.2 Fibervikling hos OPS, med fiber til høyre, og resinbad og mandrill til venstre	12
Figur 9.3 Fibervikling [21]	12
Figur 9.4 Fiberviklet høyspentmast hos OPS.....	13
Figur 9.5 Vakuumherding [21].....	13
Figur 9.6 Vakuuminfusjon [22]	14
Figur 9.7 Pultrudering [23]	14
Figur 9.8 Beskrivelse av kraftretninger [24].	16
Figur 9.9 Forhold mellom fiber- og matrisetøyning ved bruddspenning	17
Figur 9.10 Skjærplan og mest sannsynlige plan for feil i et 45° lamina [1]	18
Figur 9.11 Testkonfigurasjoner for å bestemme styrke i ettlagskompositer [1].....	19
Figur 9.12 Retninger for vindpåvirkninger på bru.....	32
Figur 11.1 Aktuelle statiske system der bæring er vist i grått	37
Figur 11.2 Tidlig utarbeidet eksempel med rette steg.	38
Figur 11.3 Tidlig utarbeidet eksempel med skrå steg	38
Figur 11.4 Strekk- og trykkfelter i laminatet mellom stegene	39
Figur 12.1 Håndopplagte laminater fotografert på lysbord.....	41
Figur 12.2 Vakuuminiserte laminater fotografert på lysbord	42
Figur 12.3 Zwick strekkmaskin med ekstensometer festet på karbonprøvestykke	43
Figur 12.4 H-1 prøvestykke før test.....	44
Figur 12.5 H-1 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	44
Figur 12.6 H-2 prøvestykke før test	44
Figur 12.7 H-2 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	45
Figur 12.8 H-3 prøvestykke før test	45
Figur 12.9 H-3 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	45
Figur 12.10 V-1 prøvestykke før test.....	46
Figur 12.11 V-1 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	46
Figur 12.12 V-2 prøvestykke før test	46
Figur 12.13 V-2 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	47
Figur 12.14 V-3 prøvestykke før test	47
Figur 12.15 V-3 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	47
Figur 12.16 V-4 prøvestykke før test	48
Figur 12.17 V-4 prøvestykke som har vært strukket til brudd.	48
Figur 12.18 Utsnitt fra ANSYS der elementer er plottet med lokale koordinatsystem.....	49
Figur 12.19 SN-kurve for karbon med R=0,2[36]	51
Figur 12.20 Nedbøyning av brubjelke i ANSYS	52
Figur 12.21 Nedbøyning av eksempelbjelke i ANSYS	52
Figur 13.1 Grafer for H1, H2 og H3. Blå linjer viser E-modul gitt av programvaren [32]	53
Figur 13.2 Grafer for V1, V2, V3 og V4. Blå linjer viser E-modul gitt av programvaren [32]	54
Figur 13.3 Tykkelsesfaktor for H1, H3, V1, V3 og V4	54
Figur 13.4 Plassering av trafikklaster	56
Figur 13.5 Retninger for vindpåvirkninger på bru.....	57
Figur 13.6 Kraftfaktorer for bruer	58
Figur 13.7 Tabell 8.1 i NS-EN 1991-1-4	58

Figur 13.8 NA.3(901) Seismiske soner i Norge[37]	61
Figur 13.9 Tabell NA.2(904) Krav til analysemetode[28]	62
Figur 13.10 Tidlig analyse, høyde 600mm	63
Figur 13.11 Kantdrager og ekstra steg	63
Figur 13.12 Tøyninger i lengderetning	65
Figur 13.13 Maks tøyning i lengderetning	65
Figur 13.14 Tøyninger på tvers av lengderetningen	66
Figur 13.15 Tøyninger på tvers av lengderetning	66
Figur 13.16 Lokal knekking, lastplassering	67
Figur 13.17 Lokal knekking i steg	67
Figur 13.18 Global nedbøyning med karakteristisk trafikklast (SLS).....	68
Figur 13.19 Nedbøyning i bruddgrensetilstand	68
Figur 13.20 Ulykkeslast, lastplassering.....	69
Figur 13.21 Ulykkeslast, nedbøyning	69
Figur 13.22 Tøyninger i lengderetning	70
Figur 13.23 Tøyninger på tvers av lengderetningen	70
Figur 13.24 Ulykkeslast, buckling.....	71
Figur 13.25 Snitt, viser hvilket steg som er fjernet	72
Figur 13.26 Tøyninger på tvers av lengderetningen ved fjerning av et steg	73
Figur 13.27 Tøyninger i- og på tvers av lengderetning, prod. feil i øvre flens	73
Figur 13.28 Tøyninger i- og på tvers av lengderetning, prod. feil i nedre flens	73
Figur 13.29 Trekantelementer som skal pultruderes.....	74
Figur 13.30 Sammensatte trekantelementer	75
Figur 13.31 Lagoppbygning 1, der 0° er i lengderetning av bruia	75
Figur 13.32 Lagoppbygning 2, der 0° er i lengderetning av bruia	76
Figur 13.33 Lagoppbygning 3, der 0° er i lengderetning av bruia	76
Figur 13.34 Lagoppbygning 4, der 0° er i lengderetning av bruia	77
Figur 13.35 Nærbilde av steg og flens med 90° plate	77
Figur 13.36 Nummerering av lagoppbygning på ulike deler av brukonstruksjonen.....	78

6. Tabelliste

Tabell 9.1-1 Materialegenskaper for vanlige herdeplaster [18, 19]	9
Tabell 9.1-2 Materialegenskaper for vanlige fiber [18, 19]	11
Tabell 9.2-1 ÅDT	30
Tabell 9.2-2 Lastfaktorer	35
Tabell 12.1-1 Laminater brukt i tester.....	40
Tabell 12.2-1 Sammenligning av nedbøyningsresultater	52
Tabell 13.1-1 Elastisitetsmoduler direkte fra test	53
Tabell 13.1-2 Tykkelsesfaktorer.....	54
Tabell 13.1-3 Resultater fra målinger av fibervoluminnhold	54
Tabell 13.2-1 Sammenligning av elastisitetsmoduler	55
Tabell 13.2-2 Materialer til bruk i ANSYS.....	55
Tabell 13.3-1 Spesifikk vekt.....	56
Tabell 13.3-2 Lastmodell 1	56

7. Innledning

Det er en potensiell stor økonomisk gevinst i å bruke et byggemateriale til bruer som forenkler utskifting og har lavere vedlikeholdskostnader enn konvensjonelle materialer som tre, stål og betong. Masteroppgavens formål er å undersøke om fiberarmert plastkomposit kan være et aktuelt materiale for bygging av bruer under 10 meter. Uavhengig av byggemateriale mangler det standardiserte løsninger for brukkonstruksjon i Norge. Alle bruer er unike og det må produseres ny bru for hvert enkelt prosjekt. Vegvesenet har derfor, i forbindelse med prosjektbeskrivelse for denne oppgaven, uttrykt et klart ønske om at man ser på muligheten for å produsere et standard element, for eksempel i FRP-komposit, som kan brukes til alle bruer under 10 meter.

En av de store fordelene med bruk av komposittmaterialer er lav vekt. Det er mulig å produsere elementer innendørs i kontrollert miljø, lagre dem til de trengs benyttet, og så enkelt transportere dem til anleggsstedet. Kompositt er i tillegg, ifølge produsentene [3], nærmest vedlikeholdsfritt.

Foreløpig finnes det kun én kompositbru i Norge - en gangbru i Fredrikstad [4]. Bakgrunnen for bruk av lette kompositter i dette tilfellet var ønsket om at bruene skulle være flyttbar, ved å ha mulighet for heving og senking. Internasjonalt finnes det flere eksempler på vellykket bruk av komposit i bruer[5].

En utfordring ved bruk av kompositt til bruer er myndighetenes strenge krav til stivhet. Nedbøyningskravet i Håndbok N400[2] er satt til maksimalt lengde dividert på 350, som i et tilfelle med bruspenn på 10 meter gir 28,6 millimeter. For å oppnå tilstrekkelig stivhet i kompositten uten at elementene blir for høye og/eller dyre er sammensetning og fiberretning viktig. Karbonfiber har høy stivhet, men er veldig dyrt. Glassfiber er billigere, men ikke like stivt. Masteroppgaven vil ta for seg ulike kombinasjoner av disse to materialene og ulike fiberretninger med fokus på å optimalisere styrke og stivhet i forhold til vekt, bestandighet, og pris. I tillegg kartlegger oppgaven mulighetene for å produsere et prefabrikkert kompositelement for bruk til alle bruer under 10 meter i tråd med Vegvesenets ønske om å standardisere platebytte og brubygging.

Basert på ovennevnte spørsmål og problemstillinger, kan oppgavens hovedproblemstilling uttrykkes på følgende måte:

Kan kompositt være et alternativ til konvensjonelle materialer i utskifting av korte bruer?

For å kunne utarbeide et slikt alternativ, må bruene kunne designes slik at den oppfyller kravene i Vegvesenets håndbok N400 og dermed potensielt kan godkjennes for bruk av Vegdirektoratet.

I oppgaven drøftes først samfunnets behov for en ny løsning for brubygging. Deretter drøftes det teoretiske grunnlaget for kompositter, bruer, og laster på bruer gjennom et utdrag fra aktuell litteratur, standarder og håndbøker fra SVV. Dette vil munne ut i aktuelle forskerspørsmål presentert i kapittel 10, som skal besvares gjennom de siste kapitlene i oppgaven. I kapittelet case/materialer drøftes aktuelle statiske systemer og tilhørende betraktninger rundt utforming av profiler for elementproduksjon. I metodekapittelet beskrives framgangsmåte og beregninger og i resultatkapittelet presenteres de elementene som er designet. Til slutt kommer diskusjon og konklusjon med anbefalinger til vegmyndighetene og videre forskning på området.

8. Samfunnsperspektiv

I Norge er det 18 199 bruer, hvorav omlag 10 000 er under 10 meter. Teknisk ukeblad skrev i 2015 at det er et etterslep på totalt mellom 11 og 19 milliarder kroner til vedlikehold av bruer og omlag ti bruer kollapser hvert år [6]. Både vegbyggere og vegeiere har et uttrykt ønske om å effektivisere og standardisere brubygging i Norge. Dette er synlig gjennom opprettelsen av det statlige selskapet Nye Veier AS, som har som et hovedformål å bygge standardisert og mest mulig effektivt [7]. Bruk av standardiserte prefabrikkerte elementer er et virkemiddel i denne sammenhengen og betonelementforeningen oppsummerer fordelene ved å bruke prefabrikkerte elementer i veg og baneanlegg slik:

- «*Kort byggetid – de arbeidskrevende operasjonene gjennomføres i fabrikk.*
- *Montasjearbeidene er lite arbeidskrevende, kun nødvendig personell er på anleggsstedet*
- *Minimale trafikale ulemper under monteringen, som gjør trafikkavbruddet kortest mulig.*
- *Elementene er produsert under kontrollerte forhold og ikke utsatt for ugunstige klimatiske effekter»* [[8], side 4]

Mulighetene for å lage prefabrikkerte elementer i fabrikk begrenses av at transport til anleggsstedet er dyrt og vanskelig, og at monteringsarbeidet er krevende for tunge betonelementer. Derfor lages fortsatt oftest bruplater i betong på anleggsstedet. Denne oppgaven oppstod blant annet etter ønske fra Statens vegvesen om å finne et alternativ til deres prosjekt om å lage standardiserte løsninger for platebytte i betong. Det er derfor viktig å se oppgaven i lys av ovennevnte liste.

Hittil har det det, av ulike grunner, vært lite vilje til å bygge kompositbruer i Norge. Fagbladet Byggeindustrien hadde i april 2017 en artikkel med tittelen «Kompositbruer på vei inn i varmen». Her uttaler Stian Persson, leder for bruseksjonen i Statens Vegvesen region vest følgende:

«Vi er en konservativ bransje som liker å holde oss til det kjente, selv om nye materialer kan være billigere og bedre. Dessverre må Statens vegvesen og kontraktene vi lyser ut ta en del av skylden. Enhetspriskontrakter er låst og åpner ikke for alternative tilbud. Da blir det fort at vi gjør det slik vi alltid har gjort det» [[9], side 65-66].

Videre fremhever Alf Egil Jensen i Fireco AS, som er firmaet bak den nevnte gangbrua i Fredrikstad, at norske ingeniører er noe tilbakeholdende til innovasjon, og foretrekker å holde seg til stål og betong. Begge peker på manglende regelverk for bruk av komposit i bygninger og særlig bruer. Dette er imidlertid under endring, og det vil snart være på plass et gjeldende regelverk gjennom en ny Eurokode for komposit [10]. Det finnes en britisk brustandard for komposit [11], men i Norge er det foreløpig mest nærliggende å benytte DNV sin standard [12], selv om den er i utgangspunktet ment for offshorekonstruksjoner. Det er denne standarden som er fulgt i denne rapporten.

Det har tidligere vært skrevet bacheloroppgaver om bruk av komposit til brubygging [13, 14]. For vegbruer har det i hovedsak vært sett på bruk av Fiberline [15] sine elementer, men også noe på egenutviklede kompositbjelker designet etter veldig forenklede metoder. Det har vist seg å være svært vanskelig å oppfylle Vegdirektoratets krav til nedbøyning, uten å bygge for høye elementer. Denne rapporten vil gå mer i dybden teoretisk. Oppgaven tar også sikte på å angripe nedbøyningskravet mer målrettet enn det som er gjort tidligere, med mer bruk av karbon fremfor glass og mer bevisst fiberretning. Utfordringen vil da ligge i å gjøre dette til en pris som kan utfordre konvensjonelle metoder.

9. Teori

Deler av teorikapittelet er utarbeidet som en del av forprosjekt til masteroppgave høsten 2016.[16]

9.1.Kompositt

9.1.1. Grunnleggende om komposittmateriale

Kompositt er definert som et materiale som er satt sammen av to eller flere materialer for å oppnå egenskaper som er bedre enn bestanddelene alene. I denne oppgaven er det snakk om «Fiber-Reinforced Polymers» (FRP) eller «Fiberarmert polymer» (FAP), altså plastmaterialer armert med fiber.

Matrise

Plastmaterialene kalles resin i flytende form, og matrise i herdet form. Det er egenskapene i matriseform som først og fremst er vesentlige for prosjekteringen av bruelementer. Det må imidlertid også ligge gode resinegenskaper i bunnen for å kunne forme materialet som ønsket. Den lave elastisitetsmodulen for de fleste matrisematerialer bidrar til en veldig god overføring av krefter inn til, og mellom, fiberne gjennom skjærkrefter i matrisen. Lav elastisitetsmodul gir også gode utmattningsegenskaper, samt at det gir mindre fare for sprekker i overflaten og derfor god beskyttelse for fiberne.

Dersom matrisen blir utsatt for UV-stråling, løsemidler og varme kan den bli skadet. I og med at beskyttelsen rundt fiberne blir skadet kan fiberne og matrise-fiber-bindingene derav bli mer utsatt for skader. Kjemiske angrep blir akselerert ved høye temperaturer, og det er derfor vanlig å oppgi maksimal operasjonstemperatur for matrisematerialer.

Matrisematerialer deles i herde- og smelteplaster. Herdeplaster herdes ved kjemisk reaksjon mellom to elementer. Dette er den vanligste typen matrise på grunn av lav kostnad og gode bearbeidingsegenskaper. Smelteplaster bearbeides ved høy temperatur og herder fra resin til matriseform mens den kjøles til romtemperatur.

I kategorien **herdeplaster** er polyester, vinyl ester, fenol og epoxy de vanligste materialene til bruk i FRP-kompositter.

Polyester er den vanligste av disse og har flere gode egenskaper og en lav pris. Polyester regnes ikke som en høy-ytelsesmatrise, og benyttes som regel sammen med glassfiber. Den vanligste formen for polyester er såkalt orthophtalic polyester, som har omtrent 80% av markedet for matriser. Isophthalic polyester er et litt dyrere alternativ som har generelt bedre egenskaper både mekanisk og mot kjemisk påvirkning. De kjemiske reaksjonene skjer mellom polymerer og monomerer, og metningsgraden bestemmer hvor stiv den endelige matrisen blir. Dersom en polyester er umettet har den kjemiske bindinger som ikke har reagert, og er derfor tilgjengelig for videre kjemiske reaksjoner.

Vinyl ester er en underkategori av polyester med gode egenskaper på både temperatur, korrosjon, slag og utmattning. Vinyl ester ligger mellom polyester og epoxy når det gjelder mekaniske egenskaper, men nærmere epoxy når det gjelder kjemisk motstand og flammemotstand. Vinyl ester brukes mye i tanker og rør på grunn av de kjemiske og varmetekniske egenskapene.

Fenol har veldig god flammemotstand og lite røykutvikling sammenlignet med andre matriser i samme prisleie. De mekaniske egenskapene for fenol ligger under orthophtalic polyester, og fenol brukes derfor lite i strukturelle sammenhenger.

Epoxy er mest benyttet sammen med karbonfiber. Begge disse er dyre, men har overlegne egenskaper både mekanisk og mot temperatur og kjemikalier [17]. Epoxy brukes mye i industrier som krever høy ytelse på grunn av sine gode mekaniske egenskaper og kjemisk motstand. Det har veldig god motstandsevne mot både løsemidler og varme. Epoxy krymper også vesentlig mindre enn andre resiner under herding. De gode egenskapene gjenspeiles i prisen, som gjerne er 2-3 ganger høyere for vanlige epoxymaterialer og opp mot 15 ganger høyere for epoxyer til bruk i luftfartsindustrien, enn prisen på polyester.

Tabell 9.1-1 Materialegenskaper for vanlige herdeplaster [18, 19]

Materiale	E-modul (GPa)	Strekkestabilitet (MPa)	Bruddforlengelse (%)	Maksimumstemperatur (°C)	Kjemiske motstandsegenskaper*			
					Vann	Løsemidler	Syrer	Baser
Isophthalic polyester	3,0-4,0	55-90	0,8-2,8	100-130	3	2	3	2/3
Orthophtalic polyester	3,2-4,0	50-75	1,2-4,0	80-100	2	1	2	1
Vinyl ester	4,1	95-110	1,5-3,0	150-300	5	3	3	2/3
Fenol	1,5-2,5	24-40	1,7					
Epoxy	3,0-3,5	80-130	1,5-3,5	120-180	5	3	2/3	3

*Rangert på skala fra 1-5 der 5 er best

I kategorien **smelteplaster** er polyether, polypropylene, og polyamid de vanligste materialene til bruk i FRP-kompositter.

Polyetheren PEEK er den mest brukte av disse, og er i kategorien høy-ytelsesmatriser for bærende elementer. Den har høy motstand mot løsemidler og veldig høy bruddstyrke. Blant annet er forlengelse før brudd så høy som 50%, mot 5% for epoxy. Dette vil likevel ikke ha stor innvirkning på de endelige mekaniske egenskapene for kompositten bortsett fra utmattelse, da fiberne vil ryke lenge før matrisen når en slik forlengelse.

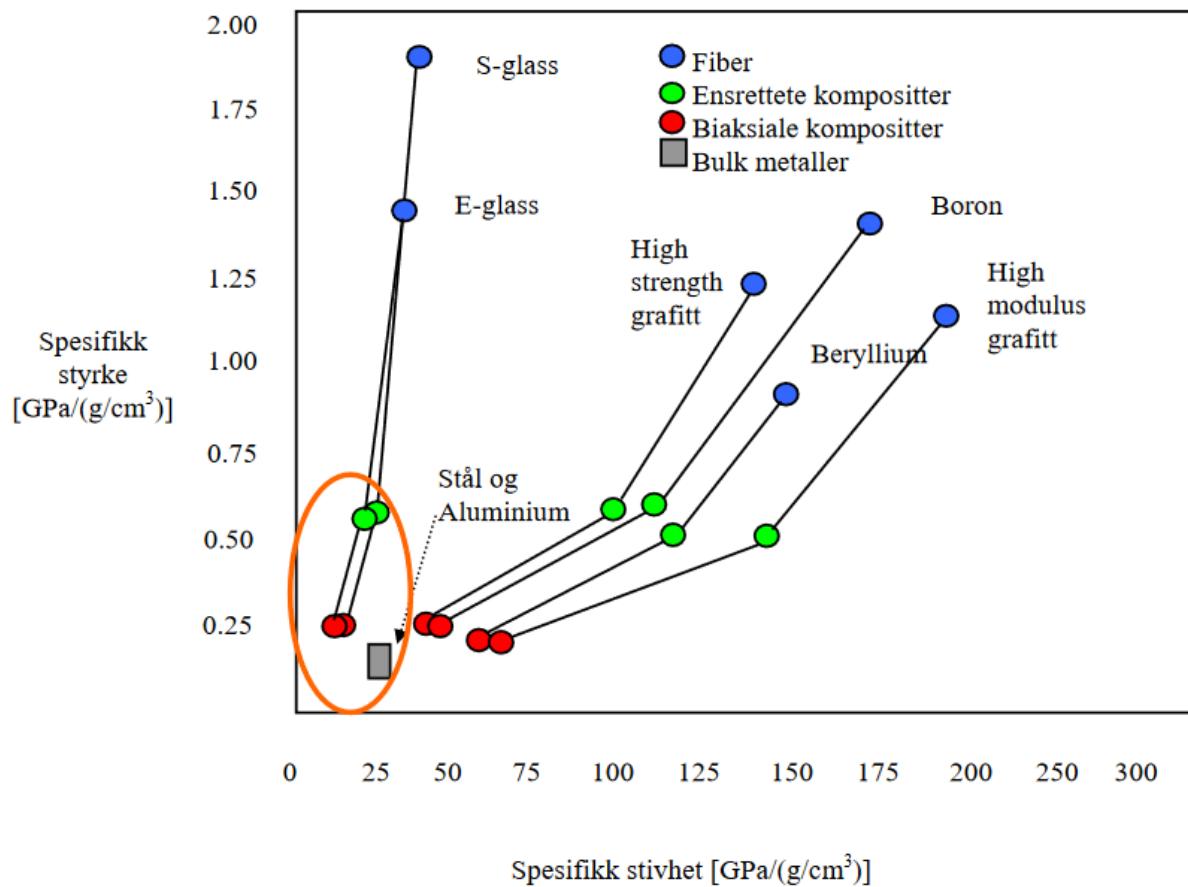
Matrisematerialene kan miste sin stivhet ved høy temperatur, og vil antenne dersom det er flammer i nærheten. Dersom fiberne har en god varmeledningsevne kan et komplett kompositmateriale ha bedre egenskaper ved brann enn matrisen i seg selv.

Fiber

I et kompositmateriale er det fiberne som står for største delen av styrke og stivhet. De vanligste fibertypene i FRP-kompositter er glass og karbon. Det finnes også alternativer som organisk aramid (Kevlar), silikonkarbid og bor med flere. Det er kun glass og karbon som vil bli behandlet i denne rapporten, da det er disse som er aktuelle for bruformål på grunn av sine mekaniske og kjemiske egenskaper og pris.

Et materiale i fiberform er sterkere enn samme materiale i bulkform. Ser man for eksempel på E-glass i form av en glassklump har dette en strekkfasthet på 5,8GPa, mens strekkfastheten for E-glass i form av fiber er 72,3GPa [1]. Hovedgrunnen til dette er at det er mindre sannsynlighet for mikroskopiske feil i overflaten på en tynn fiber. Ser man på en mengde fiber med volum lik en større enhet av det

samme materialet, vil overflatearealet for den store enheten være veldig mye mindre, men sannsynligheten for feil være lik. Ved feil i en fiber vil kun den ene ryke og ikke utvikle seg videre i nabofiberne. Videre er molekylretningen mer ensrettet i en fiber, noe som også bidrar til høyere styrke.



Figur 9.1 Spesifikk styrke og stivhet for forskjellige vanlige fibre [20]

E-glass er den vanligste fiberen i konstruksjonssammenheng. *E* står her for elektrisk (electrical) på grunn av den elektriske motstanden, men den har også gode mekaniske egenskaper. *S-glass*, der *s* står for styrke (strength), har den klart høyeste styrken av glassfibertypene. Ettersom dette koster tilnærmet like mye som de billigste karbonfiberne er det lite brukt. *C-glass*, der *c* står for korrosjon (corrosion), har høyere motstand mot kjemikalier, men noe lavere styrke enn *E-glass*. *ECR-glass* har begge deler; god motstand mot kjemikalier og høy styrke.

Karbonfiber til kompositter lages av enten polyacrylonitrile (PAN) eller pitch. PAN er det som på folkemunne kalles akryl og blant annet brukes i klær, mens pitch er et avfallsstoff fra petroleums- og kullbransjen. Karbon er det sjette letteste grunnstoffet og bindingen mellom to karbonatomer er den sterkeste kjemiske bindingen naturen har. Avstanden mellom atomene og strukturen de er arrangert i kan gi alt fra diamanter til grafitt. Karbonfiber deles i grupper for høy styrke (HS, high strength) og høy stivhet (HM, high modulus). Styrken avhenger av pyrolysetemperatur under produksjonen og av tykkelsen på fiberen. Stivheten i pitchfiber kan matche PAN-fiber på en lavere pyrolysetemperatur, og det er derfor mest økonomisk å lage høystivhetsfiber av pitch. Karbonfibre med høyest stivhet er pitchfiber fra kull som kan ha elastisitetsmodul opp mot 830GPa, og karbonfibre med høyest styrke er PAN-fiber med strekkfasthet på 7,1GPa.

Tabell 9.1-2 Materialegenskaper for vanlige fiber [18, 19]

Materiale	E-modul (GPa)	Strekkfasthet (GPa)	Bruddforlengelse (%)
E-glass	73	3,5	4,4
S-glass	85	4,8	5,3
HS PAN	294	7,1	2,4
HM PAN	588	3,9	0,7
HM Pitch	830	3,9	4,5

Tilsetninger

Tilsetninger kan brukes enten for å redusere kostnader ved å redusere mengden matrise, for å forenkle prosessen i fabrikasjon eller for å bedre egenskapene på sluttproduktet. Prisreduserende tilsetninger vil ofte medføre vesentlig dårligere motstand mot kjemisk påvirkning og korrosjon. Prosessforenkende tilsetninger minsker krymping under herding, og forhindrer oppsprekking som kan lede til dårligere utmattингsegenskaper og korrosjonsmotstand. Slike tilsetninger bidrar også til et mer nøyaktig tverrsnitt på den endelige profilen, og gir lavere interne krefter. Tilsetninger for å forbedre egenskaper er for eksempel pigmenter for å bedre UV-motstand og brannhemmende midler. For ekstra brann- og temperaturbeskyttelse kan det også benyttes Aerogel® eller lignende. Dette er et stoff med ekstremt lav varmekonduktivitet (ca. 0,017 W/mK), som kan legges på enten som duk eller mørtel mellom komposit og asfalt.

Dersom mengden tilsetninger blir for stor vil det bli merkbart på de mekaniske egenskapene, som i hovedsak er styrt av fiber.

9.1.2. Fabrikasjonsmetoder

Valg av produksjonsmetode bestemmes ut i fra hvilke typer matrise og fiber som benyttes, temperaturen som trengs for å lage elementet, kostnadseffektivitet og hvilken type element man skal lage. Hvis det skal lages et stort antall bjelkeprofiler vil pultrudering kunne lønne seg, men hvis man skal produsere stolper med hule tverrsnitt vil fibervikling være et alternativ. Det er derfor viktig å tenke igjennom hva som skal lages, ha god kunnskap om fordeler og ulemper med ulike metoder og velge best mulig produksjonsmetode utfra dette.

Alle fabrikasjonsmetodene inneholder følgende prosesser:

1. Fiberplassering
2. Resinimpregnering av fiberne
3. Fjerning av overflødig resin og luftbobler
4. Herding
5. Avskalling av form
6. Sluttbehandling, kutting

Variasjonen i måten materialer er bearbeidet har stor betydning for produktivitet, kost, kvalitet og egenskaper for sluttproduktet.

Håndopplegg

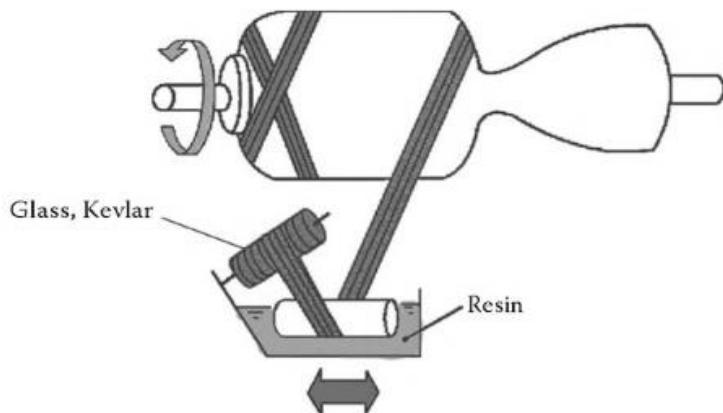
Dette er den enkleste og mest primitive metoden for produksjon av kompositt. Fibere plasseres ut, enten i en form eller på en flate og resin helles over. Resin fordeles utover, og luftbobler presses ut med ei håndrulle. Dette herdes oftest i romtemperatur, men kan også herdes med varme avhengig av matrise. Denne metoden er arbeidskrevende, og derfor lite egnet ved produksjon av store volumer slik denne rapporten ønsker å oppnå.

Fibervikling (filament winding)

Prosessens brukes til å produsere hulprofiler som rør, stolper, trykktanker etc. Fiberne er plassert i ruller hvor det blir trukket ut og samlet før de går gjennom et resinbad og surres rundt en mandrill (form) til ønsket antall lag er oppnådd. Dette kan herde i romtemperatur eller plasseres i en varmeovn. Hele prosessen er automatisert og det er en svært rask og effektiv måte som gir god kontroll og høy kvalitet.



Figur 9.2 Fibervikling hos OPS, med fiber til høyre, og resinbad og mandrill til venstre



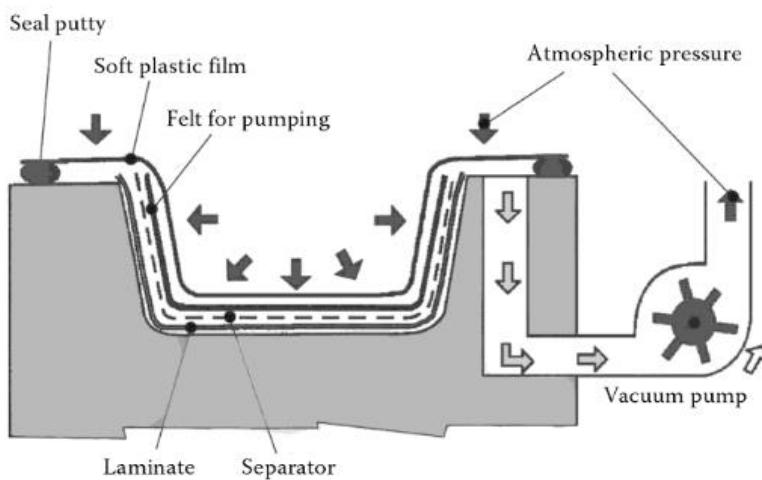
Figur 9.3 Fibervikling [21]



Figur 9.4 Fiberviklet høyspentmast hos OPS

Vakuumering (moulding with vacuum, bag moulding)

Armeringen (fibrene) med resin plasseres i en åpen form med plastfilm over. Det er viktig å bruke et belegg både i formen og opp mot plastfilmen slik at den ferdige delen slipper lettere. Man trekker så ut luften under plasten med vakuumpumpe. Etter dette herder matrisen ved hjelp av varme og/eller ved hjelp av undertrykket skapt av vakuumet. Prosessen tar relativt lang tid og er lite produktiv, men fordelen er god formfleksibilitet i forhold til mange andre metoder og høy kvalitet sammenlignet med håndopplegg.

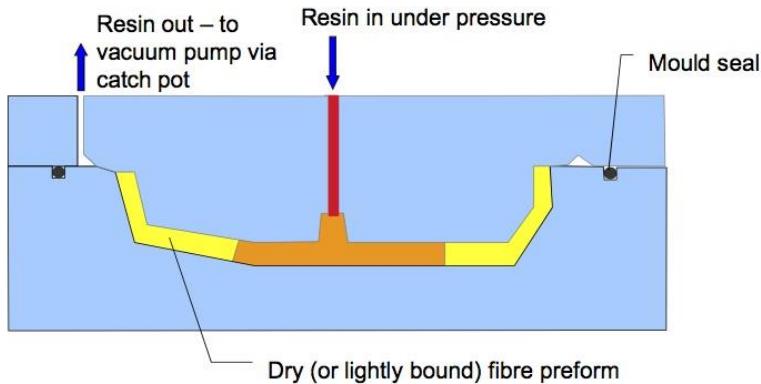


Figur 9.5 Vakuumherding [21]

Vakuuminfusjon

Dette er en veldig fleksibel fabrikasjonsmetode der man plasserer fibermatter i en form og lukker ved å plassere en identisk form oppå slik at det akkurat er plass til fiberne mellom dem. Deretter kan man pumpe inn resin med trykk, eller suge inn med vakuum slik at resin blir fylt ut i mellom formene og

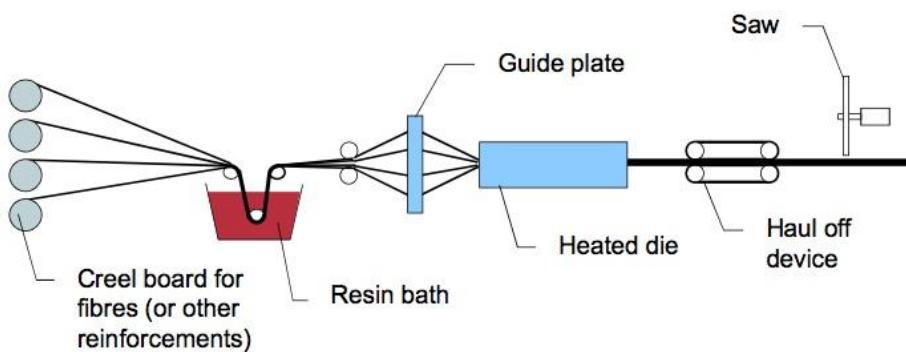
metter fiberne. Det er viktig å la resin fylle hele formen slik at det ikke blir noen luftbobler. Ved denne metoden brukes ofte resin med lav viskositet. Det er i tillegg en prosess som gir lite søl og lite gass fra resin.



Figur 9.6 Vakuuminfusjon [22]

Pultrudering

Dette er den mest aktuelle prosessen for standardiserte bjelkeprofiler og er sammenlignbar med metoden ekstrudering som ofte benyttes ved produksjon av aluminiumsprofiler. Forskjellen ligger i at ved pultrudering trekkes fiberne, mens ved ekstrudering presses aluminium gjennom en form. På samme måte som ved fibervikling er fiber samlet i ruller og blir dratt sammen igjennom et resinbad eller et injeksjonskammer. Deretter dras resindynkede fibre gjennom ønsket form, varmes opp og herdes. Når bjelken er herdet blir den kuttet til ønsket lengde. Alt dette skjer i en sammenhengende prosess med konstant fart. Hele prosessen er automatisert og kvaliteten på kompositen er veldig høy. Profilene som produseres får ensrettet fiber, men det kan kombineres med å legge fibermatter inn i prosessen for å få forskjellige fiberretninger. Selve utstyret og pultruderingsmaskinen har høy investeringskostnad, og elektrisk kraft til trekking av fiberne gjennom formen fordyrer selve produksjonen. Selv om en automatisert prosess krever få personeltimer kan strømforbruket bli en faktor som påvirker valg av metode, særlig utenfor Norge. Det kan derfor være aktuelt å dele opp profilene dersom denne metoden velges. Denne metoden blir billigere desto mer man produserer av samme profil.



Figur 9.7 Pultrudering [23]

9.1.3. Mikromekanikk

Mikromekanikk handler om å ta for seg de forskjellige bestanddelene i kompositt og presentere et heterogent materiale som et homogent anisotrop materiale. Dette kan med stor nøyaktighet beregne materialenes stivhet, og med noe mindre nøyaktighet beregne styrke [1].

Den enkleste metoden er ren materialmekanikk og blandingsregelen. Det viser seg i praksis at dette er for avhengig av korrekte antakelser om for eksempel ingen porer og perfekt heft mellom fiber og matrise. For mer nøyaktige beregninger er man avhengig av metoder basert på testresultater.

Stivhet

For å beskrive stivheten til et isotropt materiale som for eksempel stål trengs bare to parametere; elastisitetsmodul og tverrkontraksjonstall. Til sammenligning vil det for et anisotrop materiale være nødvendig med opptil 21 parametere. Et lamina med ensrettede fiber beskrives ofte som et ortotropt materiale, altså et materiale med tre symmetriplan. Det er da kun nødvendig med ni parametere. Et lag med tilfeldig fordelt fiber beskrives som et transvers-isotropt materiale, altså et materiale med ett symmetriplan. Da kan materialets stivhet beskrives med seks parametere.

Ved kombinering av fiber og matrise, som begge antas å være isotrope materialer, benytter man blandingsregelen for å komme til parameterne for det ekvivalente homogene anisotrope materialet. Fordi en kompositstruktur i praksis nesten alltid er en tynnvegget konstruksjon regnes det med en plan spenningstilstand, som vil tilsi ingen krefter ut av planet. Det er da kun nødvendig med fire parametere for å beskrive materialet. Da skjærmodul og tverrkontraksjon kan beregnes ved hjelp av hverandre når elastisitetsmodul foreligger, er det i praksis kun tre parametere som er nødvendige.

Parametere for et lamina med henvisning til figur 9.8, dersom fibere ligger ensrettet i x-retning:

E_1 : Elastisitetsmodul i x-retning

E_2 : Elastisitetsmodul i y- og z-retning

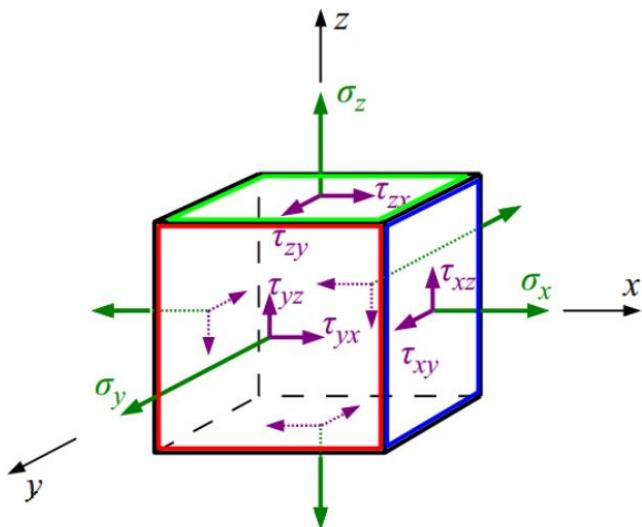
G_{12} : Skjærmodul i xy- og xz-planene

ν_{12} : Tverrkontraksjon i alle retninger

Til sammen representerer dette alle nødvendige parameterne for å beskrive stivhet for et ortotropt materiale i plan spenningstilstand med følgende kjente relasjoner:

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad [1]$$

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad [2]$$



Figur 9.8 Beskrivelse av kraftretninger [24].

Under vises formlene for de forskjellige parametere basert på verdier for fiber og matrise. En utledning av formlene og antagelser finnes i litteraturen [1].

$$E_1 = E_f * \varphi_f + E_m * (1 - \varphi_f) \quad [3]$$

$$E_2 = \frac{E_m * E_f}{E_f * (1 - \varphi_f) + E_m * \varphi_f} \quad [4]$$

$$G_{12} = \frac{G_m * G_f}{G_f * (1 - \varphi_f) + G_m * \varphi_f} \quad [5]$$

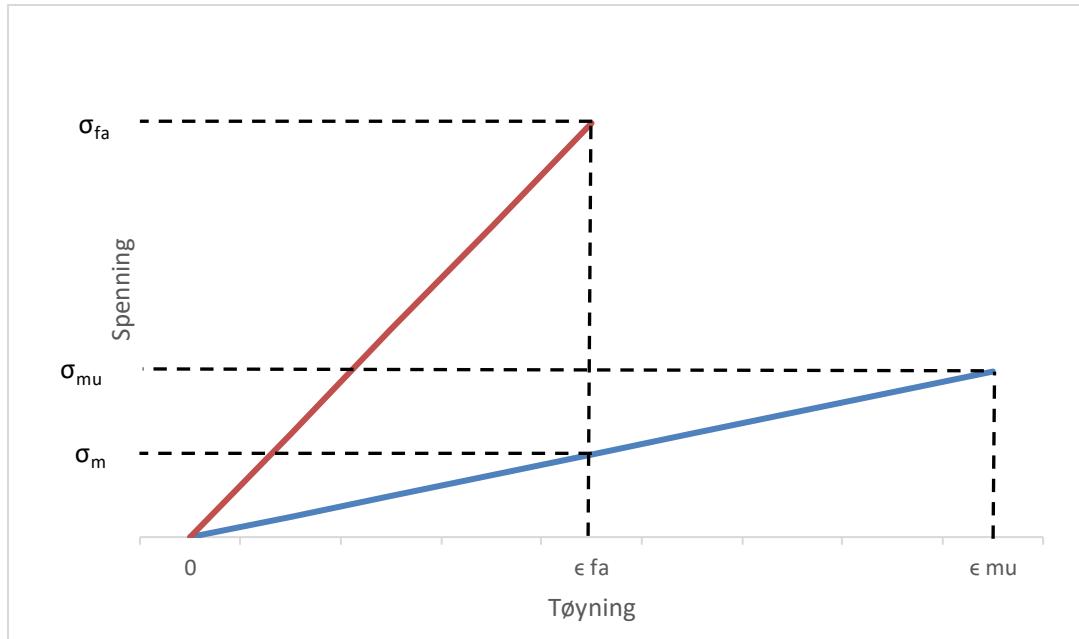
$$\nu_{12} = \nu_f * \varphi_f + \nu_m * (1 - \varphi_f) \quad [6]$$

Denne metoden beskriver prinsippene i et kompositmateriale på en god måte og gir god forståelse. Likevel er det ikke nøyaktig nok uten å ta med data fra laboratorieundersøkelser av hvert enkelt materiale.

I henhold til DNV-OS-C501 [12] skal det for elastisitetsmoduler og tverrkontraktsjon benyttes gjennomsnittsverdier fra testing. Testing skal ifølge standardens appendix C skje etter eksempelvis ASTM D3039 [25]. De samme testene gjelder for strekkstyrke i planet.

Styrke

Beregning av styrke er, som nevnt over, ikke like nøyaktig som stivhetsberegninger. Ved beregning av styrke er den vanligste tilnærmingen å anta at alle fiberne har lik styrke. I virkeligheten er dette Weibullfordelt, men i beregninger brukes gjennomsnittlig fiberstyrke σ_{fa} . En annen antakelse er at oppførselen til brudd er lineært elastisk, mens det i praksis er ikke-lineært og i noen tilfeller også med et plastisk område. I tillegg har kompositter en viskoelastisk eller viskoplastisk oppførsel som ikke tas med i beregningene. Det antas også at fiberne er sprø i forhold til matrisen og at det er perfekt heft mellom fiber og matrise.



Figur 9.9 Forhold mellom fiber- og matrisetøyning ved bruddspenning

Som vist i figur 9.9 vil bruddtøyning for kompositt nås ved fiberne bruddspenning. Matrisen kan tøyes lenger, men matrisen har i seg selv ikke styrke til å tåle denne spenningen. Bruddstyrke ved strekkspenning på langs av fiber sies derfor å være en fiberdominert egenskap for kompositter.

Formel hentet fra litteraturen [1] og utledet i forprosjekt:

$$F_{1t} = \sigma_{fa} * [\varphi_f + \frac{E_m}{E_f} * (1 - \varphi_f)] \quad [7]$$

En viktig forutsetning for best mulig benytelse av denne formelen er at σ_{fa} tilbakereges fra teststyrken på et helt laminat med kjent volumforhold. Alternativt kan det gjøres med styrke fra tester på en enkelt fiber under ideelle forhold, men dette vil gi alt for høye verdier. Når gjennomsnittstyrken er funnet skal den kunne benyttes i forenklede beregninger av alle volumforhold så lenge fabrikasjonsmetoden ikke endres.

Trykkstyrke i kompositter er normalt omtrent halvparten av strekkstyrke. Bruddmekanismen er vanligvis mikroknekking av fiber inne i matrisen. Fiberne ligger alltid noe bølgete i forskjellig grad, noe som er synlig på bilder fra laboratorieforsøkene i dette prosjektet. Dette kommer blant annet av naturlig kurvatur på fiberne fra produksjon, forskjellig lengde på fiber på en spole der de ytterste er lengst og krymping av matrisen under herding. Denne bølgingen, sammen med skjærmodul og skjærstyrke, er styrende for knekkprosessen. Det er ikke mulig å lage en formel som passer alle materialer og fabrikasjonsmetoder, og prøvestykker for laboratorietesting har vist seg å gi veldig forskjellige resultater fra prøvestykker tatt fra faktisk produksjon.

På tvers av fiberretning er styrken matrisedominert. Faktorer som porer og sprekker i matrisen er avgjørende for styrken. Vanligvis er styrken på tvers mindre for en kompositt enn for rent matrisemateriale, men kan være større da fiberne kan binde sammen sprekker og porer. For å finne en formel som kan benyttes for alle fibervolumforhold må en gjøre laboratorieforsøk for å finne porevolum og styrke ved et kjent fibervolumforhold. Strekk og trykk bestemmes etter samme formel,

men det brukes bruddspenning fra tester for henholdsvis strekk og trykk. Trykk har noe høyere verdier enn strekk. Eksempel på empiriske formler [1]:

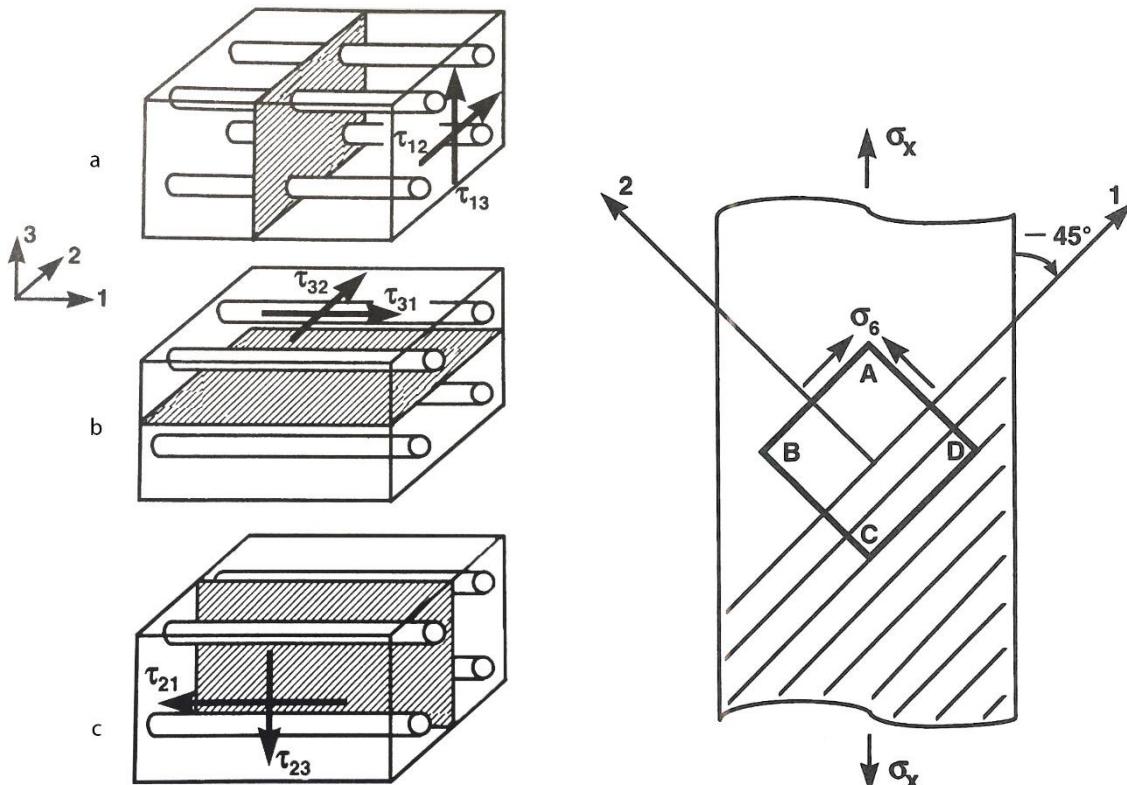
$$F_{2t} = \sigma_{mu} * C_v * [1 + (\varphi_f - \sqrt{\varphi_f}) * \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right)] \quad [8]$$

Der C_v er en faktor beregnet fra poreinnhold.

Ved vurdering av skjærstyrke må det skilles på planene som vist i figur 9.10. Planet i figur a, der normalvektor går i fiberretning, har høyest skjærkapasitet da fiberne også må avskjæres for brudd. I de to andre planene kan brudd oppstå uten at fiberne må avskjæres og det er derfor mest sannsynlig at et skjærbrudd vil oppstå her. For at kompositten skal være i likevekt må τ_{21} og τ_{12} være like store. Disse kalles da σ_6 , med tilhørende styrke F_6 . Kompositten vil sprekke opp når σ_6 blir lik F_6 , og det vil dannes sprekker i matrisen i fiberretning. Det finnes kun empiriske formler for beregning av skjærstyrke, og for estimering brukes følgende formel:

$$F_6 = \tau_{mu} * C_v * [1 + (\varphi_f - \sqrt{\varphi_f}) * \left(1 - \frac{G_m}{G_f}\right)] \quad [9]$$

Der man ikke har testverdier for τ_{mu} kan σ_{mu} benyttes som erstatning. Dette gir tilnærmet like resultater. Alternativt kan formelen brukes for å tilbakeregne τ_{mu} fra F_6 på en test med kjent volumforhold. Formelen kan da brukes til å beregne τ_{mu} for alle volumforhold så lenge produksjonsmetoden er uendret.



Figur 9.10 Skjærplan og mest sannsynlige plan for feil i et 45° lamina [1]

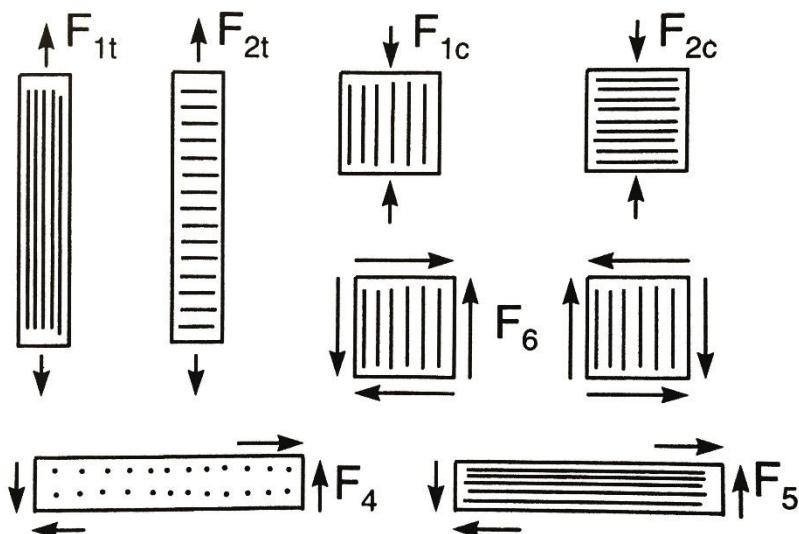
Brudd i et kompositmateriale kan oppstå på flere måter [1]:

- Fiberbrudd
 - Skjer under påkjenning av normalkrefter og kan skje før spenningen når endelig styrke for hele materialet
- Mikrosprekker i matrisen
 - Kommer som følge av mekanisk belastning, restspenninger fra herding, termisk påkjenning, fukt eller aldring
- Sprekker i matrisen
 - Ligner mikrosprekker, men med sprekkstørrelse fra fiberdimensjon og oppover
- Heftbrudd
 - Heft mellom fiber og matrise slipper
- Delaminering
 - Laminaene i et laminat slipper hverandre

Med så mange feilmoduser er det vanskelig å gjøre en praktisk vurdering ved design. Det er derfor vanlig å benytte empiriske feilkriterier. Mange feilkriterier har vært foreslått, men de mest anvendte er [1]:

1. Maksimal spenningskriteriet
2. Maksimal tøyningskriteriet
3. Tsai-Hill-kriteriet
4. Tsai-Wu-kriteriet
5. Avkortet maksimal spenningskriteriet

Disse kriteriene er formler tilpasset eksperimentelle data og benyttes på laminater og konstruksjoner der laboratorietester ikke lar seg utføre. Kriteriene kan tilpasses med laboratoriedata for ettlagskompositer med styrke som vist i figur 9.11. Der eksperimentelle data ikke er tilgjengelig selv for et ettlagskomposit benyttes makromekanikk som vist i kapittel 9.1.5.



Figur 9.11 Testkonfigurasjoner for å bestemme styrke i ettlagskompositer [1]

Der man i metalliske materialer opererer med to feilingsgrenser, flytegrense og strekkfasthet, har man i kompositter første interne feil og endelig brudd. Kompositter oppfører seg tilnærmet elastisk i tilfeller uten skjær, men det oppstår feil som for eksempel matrisesprekker eller fiberbrudd før endelig styrke nås. Det er ønskelig å designe kompositter slik at første feil ikke nås, da det vil svekke materialet over tid.

For denne rapporten er strekkstyrke testet på et utvalg laminater med varierende fiberretninger. Fra disse testverdiene benyttes formler i DNV-OS-C501 [12] section 4 punkt 2.4 for å regne ut karakteristiske verdier til bruk i videre analyser:

Gjennomsnitt:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n x_i \quad [10]$$

Standardavvik:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad [11]$$

Karakteristisk styrke:

$$x_c = \bar{x} - k_m * \sigma \quad [12]$$

Der k_m er en sikkerhetsfaktor som settes fra tabeller i 2.5 til 2.7 basert på sikkerhetsnivå, bruddtype og antall prøvestykker i test.

I henhold til C501 [12] skal fiberbrudd regnes basert på maksimal tøyning. Tøyning kan da hentes fra FEM-beregninger, da det er kjent at numeriske metoder har enkelte begrensinger basert på antakelsene som må gjøres.

Formel for å sjekke fiberbrudd er:

$$\gamma_F * \gamma_{Sd} * \varepsilon_{nk} < \frac{\varepsilon_k^{fiber}}{\gamma_M * \gamma_{Rd}} \quad [13]$$

Der:

ε_{nk} er karakteristisk verdi av påsatt tøyning

ε_k^{fiber} er karakteristisk verdi av maksimal tøyning før brudd

γ_F er partialfaktor for lasteffekt

γ_{Sd} er partialfaktor for lastmodell

γ_M er partialfaktor for motstand

γ_{Rd} er partialfaktor for motstandsmodell

9.1.4. Laminatmekanikk

Et endelig komposittmateriale er et laminat bygd opp av flere lamina (lag) med varierende fiberretning. Hvert lamina har sitt eget lokale koordinatsystem med aksene 1, 2 og 3 i tillegg til globale koordinater x, y og z. Det globale systemet er gjerne orientert i retning til bjelken eller den største kraften.

Spenninger gis vanligvis i matriseform, med retninger som vist i figur 9.8. Spenningsmatrisen er symmetrisk slik at $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$ og $\sigma_{23} = \sigma_{32}$, og står igjen med seks spenningsparametere σ_1 - σ_6 , som omtalt i kapittel 9.1.3.

I et lamina der det kun er krefter i to retninger, σ_1 og σ_2 , og ingen σ_3 , er det såkalt plan spenningstilstand. Uten σ_3 vil det heller ikke være noen σ_4 og σ_5 . Man er da kun avhengig av E_1 , E_2 , G_{12} og v_{12} . Dette settes i sammenheng med Hookes lov, vist i forprosjekt[16], og ender opp med følgende utregninger:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-v_{12}}{E_1} & 0 \\ \frac{-v_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} \quad [14]$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_1}{\Delta} & \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta} & 0 \\ \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta} & \frac{E_2}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{pmatrix} \quad \Delta = 1 - v_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad [15]$$

Disse formlene beregner styrken i hvert enkelt lamina. Neste steg er å beregne styrken i et laminat med flere lag med forskjellige fiberretninger. Da må styrken i hvert enkelt lamina regnes om fra lokale til globale retninger.

Utledning gitt i [1], vist i forprosjekt, gir en matrise \bar{Q} , som tar globale spenninger og regner via lokale spenninger og tøyninger, til globale tøyninger. Dette gjøres lag for lag. Elementene i \bar{Q} er som følger:

$$\begin{aligned} \overline{Q_{12}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12} [\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)] \\ \overline{Q_{22}} &= Q_{11} \cdot \sin^4(\theta) + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{22} \cdot \cos^4(\theta) \\ \overline{Q_{16}} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \overline{Q_{26}} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) \\ \overline{Q_{66}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{66} [\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)] \end{aligned} \quad [16]$$

9.1.5. Makromekanikk

Bruk av laminatmaterialer optimaliserer strukturen, men avanserer analysen. Basert på at et lamina er sterkest og stivest i fiberretning bygges et laminat med fiberretninger i forhold til belastningsretninger. Ved design av en trykktank er spenningene tangentielt dobbelt så store som spenningene på langs av tanken. Dersom tanken bygges av et isotrop metall vil tangentielle spenninger være dimensjonerende i alle retninger. Ved bruk av laminatmaterialer kan man optimalisere styrke og stivhet ved å legge dobbelt så mange fibere tangentielt som på langs.

Alle kompositmaterialer består i utgangspunktet av tynne plater, enten som skallelementer eller satt sammen til bjelker.

Ved beregninger deles forskyvningene i vektorer for deformasjon i planet ϵ^0 , og kurvaturer κ . I en trykktank er det kun spenninger i planet som er aktuelle, mens dersom det kun er momentpåkjenninger på en plate er det kun aktuelt med kurvaturer.

Dersom platens tykkelse er veldig liten sammenlignet med lengde og bredde er det vanlig å anta at skjærdeformasjoner i tykkelsesretning negligeres. Regnemåten kalles da klassisk plateteori. Ved bruk av kompositmaterialer er skjærmodulen G lav sammenlignet med de fleste isotrope materialer. Det er derfor nødvendig å ta med skjærdeformasjonene ut av planet, og regnemetoden kalles førsteordens skjærdeformasjonsteori. I preliminært design kan det likevel være godt nok med klassisk plateteori.

Videre deles spenningene inn i normalkrefter, skjærkrefter og momenter. Disse integreres over lagene k i laminatet og gis i matriser:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}^k dz \\ \begin{pmatrix} V_y \\ V_x \end{pmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{pmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix}^k dz \\ \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}^k \cdot z dz \end{aligned} \quad [17]$$

Fordi hvert lamina er tynt er det i plan spenningstilstand. Man kan derfor benytte matriser fra delkapittelet laminatmekanikk og sette sammen med matrisene over.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{36} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad [18]$$

$$\begin{pmatrix} V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix}$$

A er strekkstivhet, B er koblingsmatrise mellom normalkrefter og momenter, D er bøyestivhet og H er interlaminært skjær. Dette er funksjoner for tykkelse, fiberorientering, lagsekvens og materialegenskaper i hvert lamina sammensatt ved hjelp av Hookes lov. Til sammen er det her beskrevet 21 parametere, 18 i ABD-matrisen og 3 i H-matrisen. Dersom alle elementer av ABD-matrisen er ulik null vil enhver enkeltlast gi utslag i alle seks deformasjoner. For å forenkle dette, og gjøre noen elementer til null, designer man ofte laminater med det i tankene. Behovet for å forenkle analysene er blitt mindre etter hvert som analyseprogrammer på datamaskin blir bedre, men den fysiske oppførselen til slike laminater ofte er mer ønsket.

9.1.6. Bjelkedesign

For bjelker i metall er de styrende parametene for nedbøyning elastisitetsmodul og treghetsmoment. Nedbøyningen kommer da utelukkende som følge av momentkrefter. I kompositter må man også ta hensyn til nedbøyning som følge av skjærkrefter, tverrsnitts areal og skjærmodul blir også en del av nedbøyningsberegningene. Skjærnedbøyning opptrer også i metaller, men neglisjeres i beregninger siden den er så liten. Skjærmodulen til metaller er gjerne omtrent 40% av elastisitetsmodul mens den for kompositter kan være 10% av elastisitetsmodul. I innledende design er det vanlig å anta at all nedbøyning fra moment tas av flenser, mens all nedbøyning fra skjær tas av steg. Det er altså mulig å designe bjelken slik at det er mest ensrettede fiber i bjelkens lengderetning i flensene, mens det er mest ±45-graders fiber i steg.

Bjelker med homogene isotrope materialer beregnes ved hjelp av elastisitetsmodul E og treghetsmoment I som er parametere for henholdsvis material og geometri. Med lagvis oppbygning som i laminater er det ikke mulig å skille materialegenskaper fra geometri, da materialegenskapene kan være svært varierende fra lag til lag. EI for momentnedbøyning og GA for skjærnedbøyning må derfor finnes som samlede egenskaper ved å integrere over arealet av bjelken. Dette gjøres ved å først integrere over en enkel linje som tegner omrisset, og deretter over tykkelsen. Til slutt summeres dette for alle elementer i bjelken.

Ved å forenkle og si at alle tversgående belastninger er lik 0, og ved å benytte et balansert symmetrisk laminat kan den inverterte stivhetsmatrisen fra forrige kapittel reduseres til følgende:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \kappa_x \\ \gamma_{xs} \\ \kappa_{xs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \beta_{11} & 0 & 0 \\ \beta_{11} & \delta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{66} & \beta_{66} \\ 0 & 0 & \beta_{66} & \delta_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_x \\ M_x \\ N_{xs} \\ M_{xs} \end{pmatrix} \quad [19]$$

Der x er platens lengderetning og s er tversgående retning.

Ved invertering av denne reduserte matrisen får vi følgende:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ M_x \\ N_{xs} \\ M_{xs} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & 0 & 0 \\ B & D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & C \\ 0 & 0 & C & H \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \kappa_x \\ \gamma_{xs} \\ \kappa_{xs} \end{pmatrix} \quad [20]$$

Dette er alle bjelkeegenskapene som trengs for å regne ut bøyning og torsjon.

Der

A er aksialstivhet per tykkelsesenhett, gitt ved $A = E * t$ [21]

B er kobling mellom bøyekurve κ_x og strekkrefter N_x når laminatet ikke er symmetrisk

D er bøyestivhet under momentkrefter M_x , gitt ved $D = \frac{E*t^3}{12} = \frac{E*I}{b}$ [22]

F er skjær i planet under skjærbelastning N_{xs} , gitt ved $F = G * t = \frac{G*A}{b}$ [23]

H er vridningsstivhet under torsjonslast M_{xs} , gitt ved $H = \frac{G*t^3}{12} = \frac{G*J_r}{4b}$ der $J_r = \frac{b*t^3}{3}$ [24]

C er kobling mellom vridningskurvatur og skjærflyt.

Det kan vises at nøytralakse i platen ved bøyning er $e_b = \frac{B}{A}$ [25]

Det er ofte ønskelig å regne bøyestivhet basert på nøytralaksen. I nøytralaksen er $N_x = 0$, og det kan settes inn i formlene i matrisen over for å få følgende:

$$\begin{aligned} N_x &= A \cdot \varepsilon_x + B \cdot \kappa_x = 0 & \varepsilon_x &= \frac{N_x}{A} - \frac{B \cdot \kappa_x}{A} = 0 - \frac{B \cdot \kappa_x}{A} \\ M_x &= \varepsilon_x \cdot B + \kappa_x \cdot D = -\frac{B \cdot \kappa_x}{A} \cdot B + \kappa_x \cdot D = \left(D - \frac{B^2}{A} \right) \cdot \kappa_x \\ M_x &= \left(D - \frac{B^2}{A} \right) \cdot \kappa_x \end{aligned} \quad [26]$$

Ved å regne stivhet om nøytralaksen vil koblingen være lik null og vi kan lage følgende matrise:

$$\begin{pmatrix} N_x \\ M_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & \bar{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \kappa_x \end{pmatrix} \quad [27]$$

$$\bar{D} = D - e_b^2 \cdot A$$

Bøyestivheter EI i tykkelse r og bredde s for et laminat er gitt ved følgende formler:

$$EI_s = \bar{D} * b \quad [28]$$

$$EI_r = \frac{A * b^3}{12} \quad [29]$$

Omregning til globale stivheter gjøres ved følgende sammenhenger:

$$EI_y = EI_s * \cos^2(\alpha_y) + EI_r * \sin^2(\alpha_y) \quad [30]$$

$$EI_z = EI_s * \sin^2(\alpha_y) + EI_r * \cos^2(\alpha_y) \quad [31]$$

$$EI_{yz} = (EI_r - EI_s) * \sin(\alpha_y) * \cos(\alpha_y) \quad [32]$$

For å se på et komplett bjelkeprofil må det finnes et mekanisk sentrum G. Dette gjøres på samme måte som for å finne tyngdepunkt, men regnes med elastisitetsmodul i stedet for masse.

Koordinatene til dette punktet er:

$$\bar{z}_G = \frac{EQ_y}{EA} \quad [33]$$

$$\bar{y}_G = \frac{EQ_z}{EA} \quad [34]$$

Der EQ er mekanisk statisk moment gitt ved:

$$EQ_y = \sum_{i=1}^n \bar{z} * A * b \quad [35]$$

$$EQ_z = \sum_{i=1}^n \bar{y} * A * b \quad [36]$$

Der \bar{y} og \bar{z} er koordinatene til et punkt der $s = \frac{b}{2}$

Fra dette regnes samlet bøyestivhet etter følgende formler:

$$EI_{yG} = \sum_{i=1}^n [EI_y + A * b * (z + e_b * \cos(\alpha_y))^2] \quad [37]$$

$$EI_{zG} = \sum_{i=1}^n [EI_z + A * b * (y + e_b * \sin(\alpha_y))^2] \quad [38]$$

$$EI_{yGzG} = \sum_{i=1}^n [EI_{yz} + A * b * (z + e_b * \cos(\alpha_y)) * (y + e_b * \sin(\alpha_y))] \quad [39]$$

Der $(z + e_b * \cos(\alpha_y))$ og $(y + e_b * \sin(\alpha_y))$ er koordinatene til senter av et laminat fra nøytralaksen. y og z er koordinatene til arealsentrum av laminatet i det globale systemet y_G, z_G som har origo i mekanisk sentrum av profilet, og akser langs global y- og z-akse.

For total nedbøyning må det som nevnt i begynnelsen av kapittelet legges til skjærnedbøyning. For å finne skjærstivhet GA ses det på et infinitesimalt segment av en bjelke som er utsatt for en skjærlast V.

Jourawskis formel for skjær tilpasses inhomogene materialer ved å erstatte geometriske egenskaper med mekaniske. Dette gir følgende skjærflyt:

$$N_{xs} = q_\eta(s) = -\frac{EQ_\xi(s)*V_\eta}{k_\xi*EI_\xi} \quad [40]$$

Der k_ξ er en korreksjonsfaktor som for tynne laminater er 1.

Satt inn i formel fra tidligere gir dette følgende ny formel:

$$\gamma_{xs} = \frac{q}{F} = -\frac{EQ_\xi(s)*V_\eta}{k_\xi*EI_\xi*F} \quad [41]$$

Balanse mellom eksternt arbeid og belastningsenergi er gitt ved:

$$\frac{1}{2}V_\eta * \gamma dx = \frac{1}{2}\frac{V_\eta^2}{GA_\xi} dx = \frac{1}{2}\int M_{xs} * \kappa_{xs} + q * \gamma_{xs} ds dx \quad [42]$$

Dette settes inn i formel for γ_{xs} og κ_{xs} settes lik 0, som gir følgende formler for skjærstivhet:

$$GA_\xi = \frac{(k_\xi*EI_\xi)^2}{\int EQ_\xi(s)^2 \frac{ds}{F}} \quad [43]$$

$$GA_\eta = \frac{(k_\eta*EI_\eta)^2}{\int EQ_\eta(s)^2 \frac{ds}{F}} \quad [44]$$

9.1.7. Utmatting

I DNV GL OS C501 [12] er det beskrevet metoder for å beregne både statisk og dynamisk utmatting. Ved statisk utmatting reduseres materialets kapasitet for belastning over tid. Dette kan utføres både basert på spenning og tøyning. I tilfeller hvor materialet er lineært elastisk vil dette gi like resultater.

Tabell 5.3 i section 4 anbefaler å redusere styrkeverdier for glassfiber med 10% ved mer enn 10 års dimensjonerende brukstid i vann. Det er oppgitt at reduksjonen for karbonfiber er mindre men at den må måles.

Det er oppgitt i punkt 5.5.2 at UV-stråling ikke har noen effekt på hverken karbon- eller glassfiber.

Sec 3, 9.1.6 Lasteffekter deles i karakteristisk verdi, vedvarende verdi og utmattelsesverdi.

Karakteristiske lasteffekter er definert som enten spenning eller tøyning fra ekstremverdi med retourperiode 100 år, altså bruddgrensetilstand etter eurokodene. Dette er behandlet i kapittel 9.1.3. Vedvarende verdi er gjennomsnitt over lagt tid, altså egenlaster. Utmattelsesverdier er effektene av de sykliske lastene med gjennomsnittsverdi og amplitude.

Utmatting deles i statisk og dynamisk utmatting. For statisk utmatting er det vedvarende verdier av lasteffekter som benyttes. Bruddtypen som oppstår som følge av dette kalles spenningsbrist (stress rupture).

Maksimal tøyning redusert over tid er beskrevet ved:

$$\log \epsilon(t) = \log \epsilon(1) - \beta \log(t) \quad [45]$$

Der:

- $\varepsilon(t)$ er den tidsavhengige tøyningen
- $\varepsilon(1)$ er maksimal tøyning ved tid 1
- β er stigningstall for kurven

Denne formelen kan også brukes for spenninger ved å bytte ut ε med σ .

Formelen brukes ved å sette inn enten brukstid, eller maksimal opptrædende tøyning for å finne tid til brudd. For å finne dimensjonerende tid skal det brukes en utmattelsesfaktor på tidsleddet av utregningen. Dette settes igjen inn i formel med partiellfaktorer for utmattelseslast:

$$\gamma_{fat} \gamma_{Rd} t_y \sum_{j=1}^N \frac{t_{charact}^{actual}(\gamma_{Sd}, t_j^{applied})}{t_{charact}(\gamma_{Sd}, t_j^{applied})} < 1 \quad [46]$$

Der

- γ_{fat} er partiellfaktor for utmattelse
- γ_{Rd} er partiellfaktor for motstandsmodell, (0,1 ved $N=1$, 1 ved $N>1$)
- t_y er designlevetid
- t^{actual} er faktisk tid under gitt statisk tøyning pr. år
- $t^{charact}$ er karakteristisk tid til brudd under gitt statisk tøyning

Ved syklist utmatting benyttes også en logaritmisk kurve, men i stedet for tid er det nå antall sykluser til brudd, slik det normalt er kjent fra utmatting. Basert på hvilket R-forhold (om materialet utsettes for svingninger i strekk, trykk eller varierer mellom disse), velges stigningstall for kurven.

$$\log \varepsilon = \log \varepsilon_{0,fatigue} - \alpha \log(N) \quad [47]$$

Der:

- ε er gjenværende tøyningskapasitet
- $\varepsilon_{0,fatigue}$ er tøyning ved N lik 0
- α er stigningstall for kurven
- N er antall sykler

På samme måte som for statisk utmatting settes dette inn i følgende formel:

$$\gamma_{fat} \gamma_{Rd} t_y \sum_{j=1}^N \frac{n_{charact}^{actual}(\gamma_{Sd}, \varepsilon_j^{applied})}{n_{charact}(\gamma_{Sd}, \varepsilon_j^{applied})} < 1 \quad [48]$$

Der

- n^{actual} er faktisk antall sykluser til gitt tøyning pr. år
- $n^{charact}$ er karakteristisk antall sykluser til gitt tøyning før brudd
- andre faktorene ellers er de samme som for statisk utmattelse

9.2.Bruprosjektering

9.2.1. Håndbok N400

Håndbok N400[2] er en vognormal som er utarbeidet av Vegdirektoratet med hjemmel i Samferdselsdepartementets forskrifter etter vegloven §13. Forskriftene gjelder for alle offentlige veger og gir rammer for utforming av vegen og dens standard.

Håndbok N400 gjelder for alle bruer, ferjekaier og andre bærende konstruksjoner i det offentlige vegnettet, og for private tiltakshavere som skal bygge over eller langs det offentlige vegnettet.

Håndboka skal brukes ved prosjektering og gjelder for alle fasene til en konstruksjon. Målet med håndboka er å sikre at fremtidens konstruksjoner er robuste, med tilfredsstillende seighet og bruddsikkerhet. N400 refererer til Eurokoder som inneholder bestemmelser for beregning, dimensjonering og utforming av ulike bruer og andre bærende konstruksjoner.

Det som gjør prosjektering av kompositbru mest utfordrende er mangelen på tidligere prosjekter og kunnskap. Siden det bare er én gangbru i Norge som er bygget i komposit, er det ingen standard på hvordan en kompositbru skal bygges. Håndbok N400 pkt. 1.1.1 sier at; «*For nye konstruksjonstyper der erfaringen er begrenset, skal det tas tilbørlig hensyn til at slike konstruksjoner vil ha karakter av pilotprosjekt. Dette vil kunne medføre skjerpe krav til dokumentasjon*». Dette kravet gjelder i aller høyeste grad denne rapporten. Videre sier denne håndboken hvordan man skal projektere både betong, stål og trebruer, men ingenting om hvordan man skal projektere kompositbruer. Det eneste som står om dette er under 10.3: Konstruksjoner i kunststoff: «*For bærende konstruksjoner i kunststoff, som for eksempel ulike plastmaterialer, skal regler for det enkelte prosjekt avklares skriftlig med Vegdirektoratet før oppstart av prosjekteringen*». Dette medfører at deler av Håndbok N400 kan ses bort fra. Det blir derfor viktig å kombinere håndboka og internasjonale dokumenter om komposit.

De grunnleggende kravene som står i N400 gjelder for alle typer konstruksjonsmaterialer. Disse sier noe om: duktilitet i bruddgrensetilstand, lokale skader, tilpasning, lokasjon, utforming og byggingssikkerhet. Konstruksjonen skal prosjekteres med 100-års brukstid. Deler som har lavere brukstid enn dette skal kunne skiftes ut uten å stenge bru. Håndboken har et strengt krav om nedbøyning som er vanskelig å opprettholde for kompositmaterialer: $\frac{l}{350}$

Grunnleggende krav

«*Konstruksjonen og konstruksjonens enkelte elementer skal prosjekteres og utformes slik at en oppnår konstruksjoner som:*

- *oppfører seg duktilt i bruddgrensetilstand*
- *er lite ømfintlig for lokale skader og uforutsette hendelser*
- *er tilpasset miljø, landskap, grunn- og fundamenteringsforhold og er logiske og konsekvente i sin oppbygging*
- *er lokalisert slik at snøskred, jordskred, flom osv. ikke får urimelig store konsekvenser*
- *er universelt utformet og sikrer god framkommelighet og brukbarhet for alle trafikanter*
- *kan bygges på en sikker og forsvarlig måte*
- *kan inspisieres, vedlikeholdes og repareres samtidig med at trafikksikkerheten opprettholdes og krav til framkommelighet ikke reduseres vesentlig*
- *er sikret tilfredsstillende mot at ivedkommende kan komme til i uønskede områder på bruа*

som ved klatring på kabler, underflenser, buer osv.

- muliggjør utskifting av utstyr og elementer med kortere dimensjonerende brukstid enn forutsatt for brukonstruksjonen, samtidig som krav til framkommelighet ivaretas»
[[2], pkt. 1.1.3.1]

Håndboka beskriver hvilken dokumentasjon som skal foreligge når det kommer til tegninger og beregninger av brukonstruksjonen. Det er derfor viktig med dokumentasjon av dimensjonering siden dette materialet er lite kjent både for ingeniører i Norge, men også for denne rapportens oppdragsgiver, Statens Vegvesen.

Denne rapporten tar for seg bruer med spenn opp til 10 meter. Det vil si at som regel ligger bruene lavt i terrenget og derfor kommer alle bruene til å være vindlastklasse 1, hvor høyeste egensvingeperiode er < 2 sekunder. Vind kommer ikke til å spille en betydelig rolle, men man må likevel regne på vindlast for å bevise dette og håndbok N400 henviser til *Eurokode 1, del 4: Vindlaster* [26]. Snølast regnes å ikke opptre samtidig som trafikklast. Dette gjelder på alle vegbruer i Norge og siden trafikklasten alltid er den dominerende, neglisjeres snølasten.

Ulykkeslaster forårsaket av kjøretøy er en viktig faktor for kompositbruer. Kompositt er et sprøtt materiale som i utgangspunktet er lite brannmotstandsdyktig. Det er derfor viktig å forutse hva som skjer hvis en ulykke inntreffer på eller i nærheten av brua som vil medføre at konstruksjonen blir utsatt for brann. For påkjøringslaster fra kjøretøyer henvises det til *Eurokode 1, del 2: Trafikklast på bruer* og *Eurokode 1, del 7: Ulykkeslaster* [27].

Ulykkeslaster fra naturen, som jordskjelv og skred må også vurderes. Skredfaren skal i henhold til punkt 5.6.6.1 vurderes for det enkelte brusted og vil derfor ikke bli vurdert i denne rapporten. Når det gjelder flom skal bruer etter punkt 4.2.4 plasseres slik at de ligger 0,5 meter over maksimal vannstand ved 200-årsflom. Dette er ikke aktuelt siden denne typen kort bru spenner over bekker og små vannføringer.

Seismisk påvirkning betraktes som en unormal trafikklast og sjekkes opp imot *Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning - Del 2: Bruer* [28]. For bruer i kategori 0 stilles det ingen krav til analyse.

Termiske påvirkninger skal beregnes i henhold til punkt 5.4.8.1 behandles etter *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner - Del 1-5: Allmenne laster - Termiske påvirkninger* [29]. Denne rapporten tar for seg korte bruer under 10 meter der termiske påvirkninger vil ha liten betydning og sees bort ifra.

Vanntrykk, jordtrykk, bølger, strøm og islast er ikke relevant for denne rapporten.

Reaksjoner som kryp og svinn som i hovedsak er et tema for betongkonstruksjoner er også sett bort fra for denne rapporten. Laster fra bølger og strøm er kun aktuelt på landkar og andre konstruksjoner i sjø, innsjø og elv, og blir derfor ikke tatt med i beregningene for bruene i denne sammenheng.

9.2.2. Egenlaster

Egenlaster er hentet fra datablader i vedlegg B og litteraturen [1] for matriser og fiber. For asfalt er lasten hentet fra håndbok N400 tabell 5.1 [2].

9.2.3. Trafikklaster

Lastene på bruva vil i all hovedsak komme fra trafikk. I henhold til håndbok N400 skal det brukes laster fra *Eurocode 1, del 2: Trafikklast på bruer [30]*.

Oppgaven er videre begrenset til maksimal lengde på 10 meter. For å begrense videre vil det kun bli sett på bruer med to kjørefelt, altså maksimalt 8,5 meter bredde med hvert kjørefelt tre meter og resterende område på to og en halv meter i henhold til håndbok N100. Dette medfører følgende begrensninger i årsdøgntrafikk (ÅDT) og fart (ref N100 tab C.1):

Tabell 9.2-1 ÅDT

ÅDT	Fart	Vegbredde
<4000	90km/t	8.5m
<12000	60km/t	8.5m

Til sammenligning er ÅDT på E39 gjennom Mandal 9150 mens E18 Drammensveien inn mot Oslo er oppe i over 90 000 på de mest trafikkerte delene.

Det vil kun være aktuelt med lastmodell 1. Lastmodell 2 vil ikke være dimensjonerende så lenge bruva er opplagret i to akser, og ikke kan få en aksel på hver side av en søyle. Lastmodell 3 omhandler spesialkjøretøy, og må beregnes i hvert enkelt tilfelle. Lastmodell 4 omhandler folkemengder og er kun for bruer i byer der det i gitte tilfeller kan bli større laster fra folkemengder.

Bremselast:

I henhold til NS EN 1991-2 [30] skal bremselast og/eller akselerasjon bestemmes ut i fra:

$$Q_{Ik} = 0,6 \cdot \alpha_{Q1} \cdot (2 \cdot Q_{Ik}) + 0,1 \cdot \alpha_{q1} \cdot q_{Ik} \cdot w_1 \cdot L \quad [49]$$

Der

- α_{Q1} er en korrelasjonsfaktor
- α_{q1} er en korrelasjonsfaktor
- Q_{Ik} er punktlast på hvert av 4 hjul
- q_{Ik} er lik jevnt fordelt last
- w_1 er kjørebanens bredde
- L er bruas lengde

Q_{Ik} skal ikke være mindre enn $180\alpha_{Q1}$ (kN) og ikke overskride 900 (kN)

9.2.4. Vindlaster

Vindlastklasse bestemmes utfra brukkonstruksjonens utforming. Bruer med lite spenn kan antas at høyeste egensvingeperiode er < 2 s noe som gir at dynamiske lastvirkninger er ubetydelige og kan dermed sees bort i fra.

NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009 NA.4.2(2) [26]: Basisvindhastighet bestemmes ved å bruke formelen NA.4.1:

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot c_{alt} \cdot c_{prob} \cdot v_{b,0} \quad [50]$$

Der

- c_{dir} er en retningsfaktor
- c_{season} er en årstidsfaktor
- c_{alt} er en nivåfaktor
- c_{prob} er en faktor som er forskjellig fra 1,0 når returperioden velges forskjellig fra 50 år
- $v_{b,0}$ er referansevindhastighet

NA.4.3.1: Stedsvindhastigheten v_m bestemmes utfra ligning 4.3 med v_b formel 50:

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b \quad [51]$$

Der

- $C_r(z)$ er ruhetsfaktor
- $C_0(z)$ er terrengefomfaktor

NA.4.3.2: Terrengruhetsfaktoren $c_r(z)$ bestemmes utfra tabell NA.4.1, og ligning 4.4.

$$c_r = c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{for } z_{min} \leq z \leq z_{max} \quad [52]$$

4.4 Turbulensintensiteten $I_v(z)$ bestemmes utfra ligning 4.7:

$$I_v(z) = \frac{k_1}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad \text{for } z_{min} \leq z \leq z_{max} \quad [53]$$

Der

- k_1 er turbulensfaktor

NA.4.5: Kortvarig toppverdi for vindkasthastighetstrykket bestemmer utfra:

$$q_p(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) [1 + 2k_p I_v(z)] = [1 + 2k_p I_v(z)] \cdot q_m(z) \quad [54]$$

Der

- ρ er luftens densitet
- v_m terrengruhetsfaktoren
- k_p er en toppfaktor
- $q_m(z)$ er stedsvindhastighetstrykket som bestemmes ved:

$$q_m(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) \quad [55]$$

N400 5.4.3.3: Brukonstruksjonen skal kontrolleres uten trafikklast både i bruks- og bruddgrensetilstand for et vindfelt med en returperiode på 50 år. Den skal også kontrolleres med trafikk- og vindlast samtidig i bruks- og bruddgrensetilstand med et vindfelt hvor kastvindhastighetens øvre grense settes lik 35 m/s, eller vindfelt med returperiode på 50 år dersom dette gir lavere verdi.

N400 5.4.3.4: Vindlasten har tre komponenter. En horisontalkraft, vertikalkraft, og vridningsmoment som refereres til skjærssenteret av tverrsnittet:

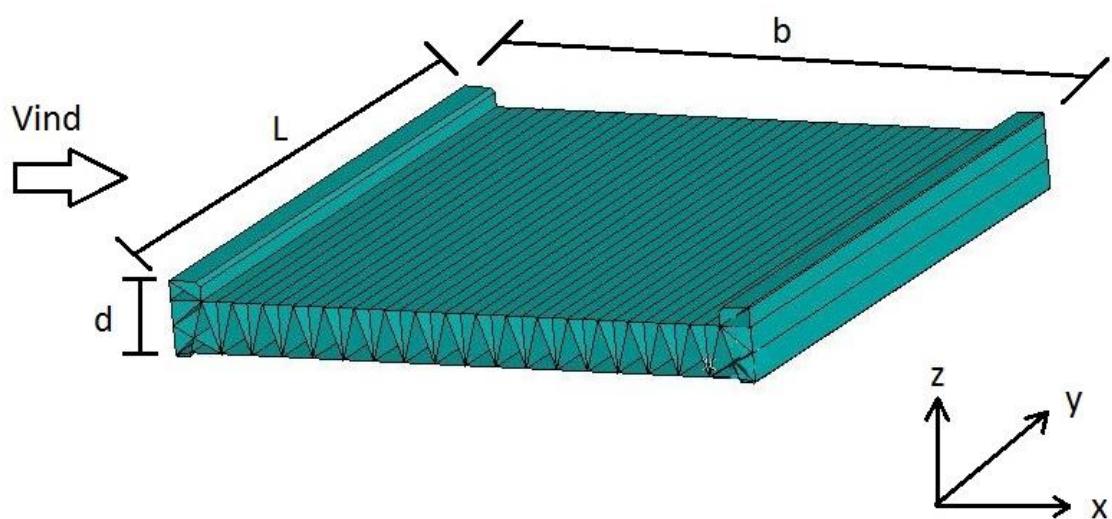
$$\begin{bmatrix} q_D \\ q_L \\ q_M \end{bmatrix}_{\text{tot}} = q_p \begin{bmatrix} c_D h \\ c_L b \\ c_M b^2 \end{bmatrix} \quad [56]$$

Der

h er referansehøyde for kraftfaktoren c_D .

b er referansebredde for kraftfaktorene c_L og c_M

Vindlaster uten trafikk:



Figur 9.12 Retninger for vindpåvirkninger på bruia

NS1991-1-4 8.3.1 Kraftfaktorer i x-retning gis av:

$$c_{fx} = c_{fx,0} \quad [57]$$

Der

$c_{fx,0}$ er kraftfaktoren

$$\text{Høyde total } d_{\text{tot}} = d + 0,6 \quad [58]$$

$$h = \text{høyde brukonstruksjon} + \text{høyde rekksverk} \quad [59]$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning:

$$q_{Dx} = q_p \cdot c_D \cdot h \quad [60]$$

Kraft i y-retning:

I følge NSEN 1991-1-4 8.3.4 kan vindkrefter i y retning setter lik 25% av kraft i x-retning:

$$q_{Dy} = 0,25 \cdot q_{Dx} \quad [61]$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning:

NA.8.3.3 beskriver at kraftfaktoren $c_{f,z} = c_L$ kan settes $\pm 0,9$

$$q_L = q_p \cdot 0,9 \cdot b \quad [62]$$

Vridningsmoment:

NSEN 1991-1-4 8.3.3(5): Med mindre noe annet er angitt kan eksentrisiteten av kraften settes lik $e = b/4$ i x-retning

Vindlaster med trafikk:

Dette beregnes på samme måte som uten trafikk, men med nye verdier for kastvindhastighet og kraftfaktorer. I følge håndbok N400 punkt 5.4.3.3. får kastvindhastigheten en øvre grense lik v_k 35 m/s og formel 54 skrives om:

$$q_p'(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) [1 + 2k_p I_v(z)] \quad [63]$$

Videre regnes ny kortvarig toppverdi for vindkasthastighetstrykket $q_p(z)$ med trafikk $v_{mT} = v_m$, og det legges til en høyde d_T på grunn av vind som virker på et større areal i form av trafikk på bruа.

$$h_T = d + d_T \quad [64]$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning:

$$q_{DxT} = q_p' \cdot c_D \cdot h_T \quad [65]$$

Kraft i y-retning:

I følge NSEN 1991-1-4 8.3.4 kan vindkrefter i y retning setter lik 25% av kraft i x-retning:

$$q_{DyT} = 0,25 \cdot q_{Dx} \quad [66]$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning:

NA 8.3.3 beskriver at kraftfaktoren $c_{f,z} = c_L$ kan settes $\pm 0,9$

$$q_{LT} = q_p' \cdot 0,9 \cdot b \quad [67]$$

9.2.5. Seismiske påkjenninger

I følge håndbok N400 punkt 5.4.9.1 skal bruer prosjekteres for seismiske påkjenninger i henhold til NS-EN 1998-2 som gjelder for alle bruer med unntak av hengebruer, trebruer, mur bruer, bevegelige bruer og flytebruer.

Det bestemmes type grunnforhold i NS-EN 1998-1 tabell NA.3.1. Brukonstruksjoner som ligger på eksisterende landkar vil passende antagelse være grunntype A.

Den seismiske påkjenningen bestemmes ut i fra seismiske sonekart i NS-EN 1998-1 NA.3.2.1.

Verdiene er gitt i m/s² ved en frekvens n=40 Hz med en returperiode på 475 år. Spissverdiene for berggrunnens akselerasjon av berggrunn type A, a_{gR} er lik $0,8 \cdot a_{g40Hz}$. Ut i fra figur NA.3(901) og NA.3(902) vil 95% av spissverdiene for berggrunnens akselerasjon a_{g40Hz} være lavere eller lik 0,8 m/s². For at denne brukonstruksjonen skal kunne brukes i hele landet vil a_{g40Hz} settes lik høyeste verdi; 1,0. Dette gir:

$$a_{gR} = 0,8 \cdot a_{g40Hz} \quad [68]$$

Tabell NA.3.3 i NS-EN 1998-1 gir verdiene S, T_B(s), T_C(s) og T_D(s) som skal brukes til videre utregninger. I dette tilfellet skal det sjekkes for hvilken kategori brukonstruksjonen havner i.

Seismisk klasse II gjelder for alle vegbruer som ikke havner i klasse III og IV. Brukonstruksjonen oppfyller ikke kravene for klasse III eller IV og gir derfor; seismisk klasse II.

Krav til analyse av brukonstruksjonen gis i punkt 5.4.9.3 i håndbok N400. Det stilles ingen krav til analyse for bruer i kategori 0 i henhold til NS-EN 1998-2, tabell NA.2(904):

For at brukonstruksjoner skal bli kategorisert som kategori 0 så må:

$$a_{gR} \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2 \quad [69]$$

9.2.6. Ulykkeslaster

Horisontallast overfør via brurekkverk:

Horisontalkraften skal plasseres enten 100 mm under toppen av rekksverket eller 1 meter over kjørebane/fortau, avhengig av hvilken verdi som er lavest. Kraften fordeles ut over en lengde på 0,5 meter.

Den vertikale kraften som skal opptre samtidig som horisontalkraften settes til:

$$0,75 \cdot \alpha_{Q1} \cdot Q_{1k} \quad [70]$$

Der α_{Q1} er justeringsfaktor av noen lasttilfeller og Q_{1k} er kraften i kjørefelt 1.

Branndimensjonering har ikke vært et tema for denne oppgaven, men det er bevist at med riktig bruk av matrise og eventuelle tilsetninger kan brua få mer enn gode nok brannegenskaper [31].

9.2.7. Lastkombinasjoner

Lastkombinasjoner for beregning i bruddgrense (ULS)

NS-EN 1990 tabell NA.A.2.4(B)

Ligning 6.10 a: For hvor egenvekt er dominerende

$$ULS_i = \gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} \cdot \Psi_{0,1} \cdot Q_{k,1} + \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad [71]$$

Ligning 6.10 b: For hvor variabel last er dominerende

$$ULS_i = \xi \cdot \gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \quad [72]$$

Lastkombinasjoner for ulykkeslaster (ALS)

Ligning 6.11 a/b:

$$ALS_i = G_{k,j,sup} + P + A_d + \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad [73]$$

Lastkombinasjoner for bruksgrensetilstand (SLS)

Bruksgrensetilstand:

$$SLS_i = G_k + LM_i \quad [74]$$

Tabell 9.2-2 Lastfaktorer

Lastfaktorer							
ULS - Bruddgrense							
Dominerende last	Lastkombinasjon	Egenvekt	LM1	LM2	Bremselast	Vindlast	Ulykkeslast
Egenvekt	1	1,35	0,95	-	-	1,12	-
	2	1,35	0,95	-	0,95	1,12	-
	3	1,35	-	0,95	-	1,12	-
Trafikk	4	1,2	1,35	-	-	1,12	-
	5	1,2	1,35	-	1,35	1,12	-
	6	1,2	-	1,35	-	1,12	-
Vind	7	1,2	0,95	-	-	1,6	-
	8	1,2	0,95	-	0,95	1,6	-
	9	1,2	-	0,95	-	1,6	-
Opploft fra vind	10	1,2	-	-	-	1,6	-
ALS - Ulykkeslast							
	1	1,0	0,5	-	-	0,0	1,0
	2	1,0	0,5	-	0,5	0,0	1,0
	3	1,0	-	0,5	-	0,0	1,0
SLS - Bruksgrense							
	1	1,0	1,0	-	-	-	-
	2	1,0	1,0	-	1,0	-	-
	3	1,0	-	1,0	-	-	-

10. Forskerspørsmål

Som et ledd i utviklingen av kompositbruene vil dette prosjektet ta for seg følgende utfordringer:

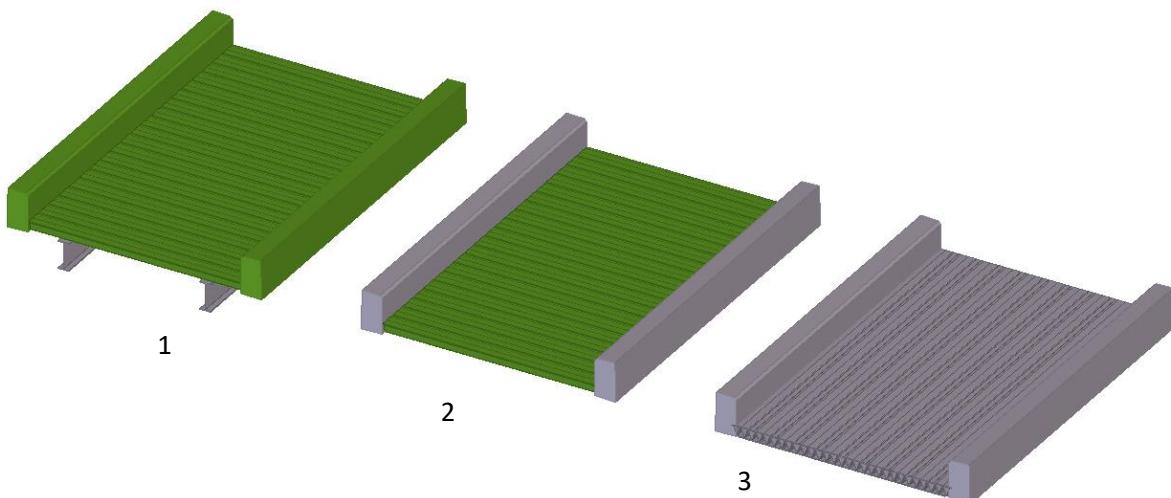
- Kan det designes egnede kompositelementer for bru i et optimalisert statisk system, slik at det blir stift nok til å oppfylle vegvesenets nedbøyningskrav med laster fra Eurokoder?
- Vil konstruksjonen være utsatt for lokal knekking?
- Kan det designes en tilhørende kantdrager i FAP slik at det oppfyller krav for kabelføring og rekksverksmontering med kollisjon i rekksverk i henhold til Håndbok N400?
- Vil en brukkonstruksjon i FAP kunne konkurrere på pris i forhold til vanlige byggematerialer?

11. Case/Materialer

Det må vurderes forskjellige statiske system for optimalisering av brubygging. Det vil da være snakk om å få ned kostnadene i form av å minske materialbruk men lage en bru som oppfyller kravene fra SVV.

Det ble gjennomført et forprosjekt i sammenheng med denne masteroppgaven, og allerede i den forbindelse ble det vurdert forskjellige design som kunne passe for kompositt som konstruksjonsmateriale. Basert på kjente bruutforminger ble det foreslått tre statiske system som vist i figur 11.1 Det ble tidlig avgjort å kombinere både glass- og karbonfiber for å kunne senke pris ved å bruke glassfiber i de områdene der stivhet ikke er mest avgjørende.

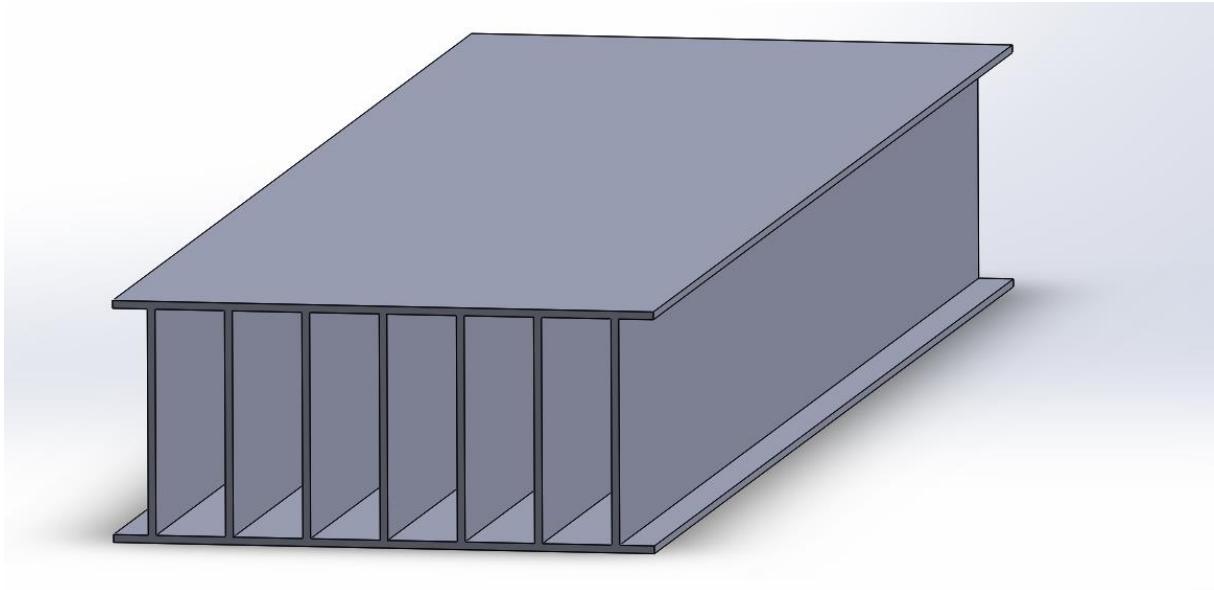
Aktuelle systemer:



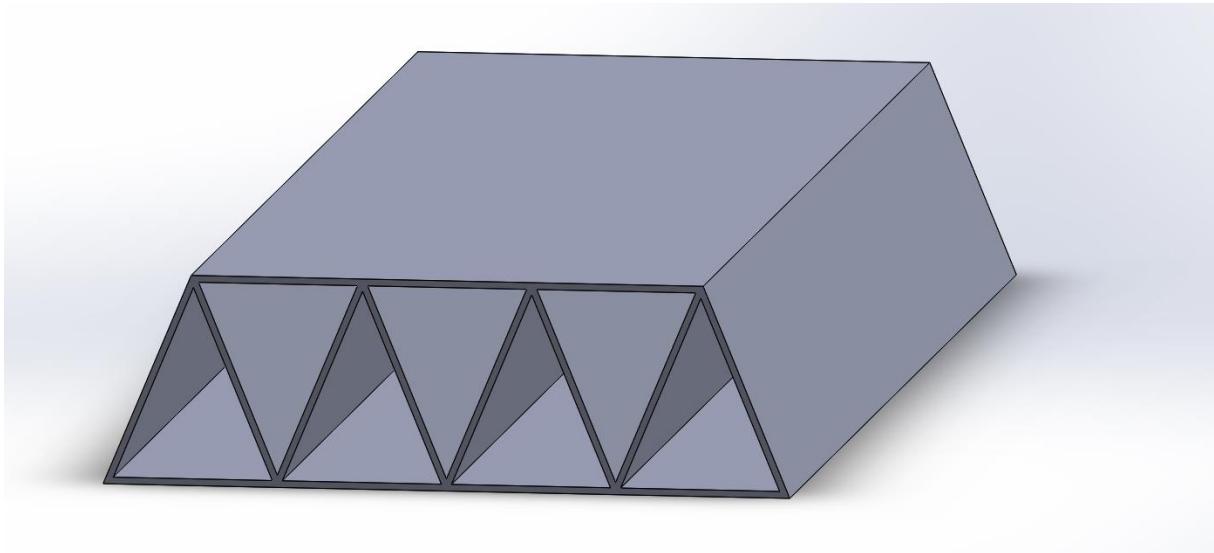
Figur 11.1 Aktuelle statiske system der bæring er vist i grått

Første alternativ forkastes da det vil være bortkastede ressurser å lage så store kantdragere uten at disse er bærende. Andre alternativ gir nesten like stort spenn på elementene som om de skulle spent på langs og dermed ikke noe mindre elementer, men mye større kantdragere. Det siste alternativet fordeler bæringen på både dekke og kantdragere, og gir dermed et minimalisert tverrsnittsareal i begge. Av de foreslalte systemene er det også kun det siste som oppfyller kravene i håndbok N400 om opplagring i hele bredden, som må tilfredsstilles for å kunne benytte asfaltpapp som lagre på landkar.

Videre må det bestemmes en bjelkeform som kan ta opp de bestemte kreftene og samtidig ha full overføring av krefter i bredderetning slik at bruva kan beregnes som en plate. Noe av fordelen med kompositt er muligheten til å masseprodusere en type element for så lime disse elementene sammen til full størrelse på bru. En av utfordringene er å få full kraftoverføring mellom bjelkene slik at det ikke blir de bjelkene som til enhver tid er belastet av last fra for eksempel trailerhjul som tar uforholdsmessig mye last. Dette kan løses ved at bjelkeelementene overlapper hverandre i horisontalplanet, enten med utstikkende flenser som et not- og fjærssystem eller ved at de har skrå komponenter.



Figur 11.2 Tidlig utarbeidet eksempel med rette steg.



Figur 11.3 Tidlig utarbeidet eksempel med skrå steg

Skrå steg ble sett på som det beste alternativet på grunn av enklere montering. Da det kunne bli produsert ett og ett trekantelement, som til slutt limes sammen. I tillegg kan det være en overlapp i horizontalplanet for å få enda bedre overføring av kreftene, slik at bruva kan betraktes som en plate. Det er også vist senere i rapporten at dette valget var det beste med tanke på lokal knekking.

Det ble avgjort at den beste fiberoppbygningen ville være ensrettet 0-graderslag i flens med 45/-45-grader i steg som omtalt i teorikapittel. For buckling er det imidlertid nødvendig med noen fibere i flenser som går på tvers og fordeler kreftene ut på stegene. Et problem med å lage enkle bjelkeelementer er at fibere som skal gå på tvers av bruva ikke vil bli kontinuerlige, men bare spenne en bjelkebredde av gangen. Dette løses ved å produsere plater tilpasset ønsket brubredde som kan deles opp i bruas lengderetning og limes på over- og undersiden ute på byggeplass når bruva er ferdig

montert. Det er likevel nødvendig med noen tversgående fiber innerst i hvert steg for å unngå lokal oppsprekking og knekking. Disse fiberne vil ikke være kontinuerlige i hele bruas bredde, men er likevel modellert slik i ANSYS. Dette vil likevel være av liten betydning da fiberne vil ligge i trykk akkurat over stegene som vist i figur 11.4.



Figur 11.4 Strekk- og trykkfelter i laminatelet mellom stegene

Bjelkeelementene vil bli produsert i full lengde og limt sammen i gitte bredder. Breddene styres av hva som er mulig å transportere til monteringsplass. I noen tilfeller vil det antakelig være mulig å transportere en komplett bru, mens det i andre tilfeller kanskje må deles i to eller tre bredder.

I følge Håndbok N400[2] punkt 5.2.2.2 skal bruha dimensjoneres for belastning på $3,5 \text{ kN/m}^2$. Dette utgjør omtrent to tredjedeler av bruas egenvekt og egner seg derfor ikke når man skal prøve å redusere vekten mest mulig. Dersom man regner med massetetthet på 25kN/m^3 for ren asfalt fra NS-EN 1991-1 tabell A.6 gir dette 140mm tykkelse. Asfalttykkelsen bør derfor kunne reduseres, men avvik fra N400 må godkjennes av Vegdirektoratet. I de følgende beregningene følges kravet til håndbok N400.

I håndbok N400 stilles det også krav til dimensjonene av en kantdrager. Disse kravene er riktignok for en betongkonstruksjon, men er et godt nok utgangspunkt for kantdragere i kompositt. Det er ikke gjort optimalisering av kantdragere bortsett fra å følge målskisser i N400 og benytte de samme materialene som i dekket til en utforming som er stiv nok. Det er ikke vurdert hvordan rekverk skal monteres i en kompositkonstruksjon, men kreftene er modellert inn på kantdrageren etter regelverket uten at eventuelle bolter eller lim er vurdert.

12. Metode

12.1. Laboratorietester

For å bestemme materialverdier til bruk i analysene har det vært utført tester i laboratoriet på UiA. For testing er det tatt ut prøvestykker fra syv forskjellige laminater. Disse er fordelt på tre laminater produsert ved håndopplegg og fire ved vakuuminjisering. Dette er gitt med henholdsvis H og V i navnet på prøvene.

Alle laminatene er bygget opp med matter med forskjellig vev.

Tabell 12.1-1 Laminater brukt i tester

Prøvenavn	Matte	Fiberretning	Antall lag	Matrise	Teoretisk tykkelse
H-1	Glass DBLT 1232	0/45/90/-45	3	DION 9100-M700	3,1 mm
H-2	Glass DB 600	45/-45	5	DION 9100-M700	3,0 mm
H-3	Karbon LT 450	0/90	4	DION 9100-M700	2,86 mm*
V-1	Glass DBLT 1232	0/45/90/-45	3	Atlac 580 AC300	2,7 mm
V-2	Glass DB 600	45/-45	6	Atlac 580 AC300	2,7 mm
V-3	Karbon LT 450	0/90	5	Atlac 580 AC300	2,65 mm
V-4	Glass L 900	0	3	Atlac 580 AC300	1,86 mm

*oppgett teoretisk tykkelse på 1,86mm antas å være en skrivefeil i mottatt materiale

Bokstavkombinasjon i mattebetegnelse angir hvilke retninger fiberne ligger i. Tallet gir vekt i gram per kvadratmeter.

Datablader for matter og matriser finnes i vedlegg B. Manglende egenskaper som trengs for statiske beregninger er funnet i litteraturen [1]. Blant de vesentlige egenskaper kan det nevnes at matrisene begge er vinylestere. Atlac-matrisen er spesialutviklet for injeksjonsproduksjon og er spesielt anbefalet til båtproduksjon. Den er utviklet med god motstand mot reaksjoner med vann, og god termisk stabilitet. DION-matrisen har god motstand mot kjemikalier som syrer, alkalier og oksiderende medier. Den er spesielt godt egnet for prosessutstyr som er utsatt for store statiske og dynamiske laster.

12.1.1. Visuell kontroll

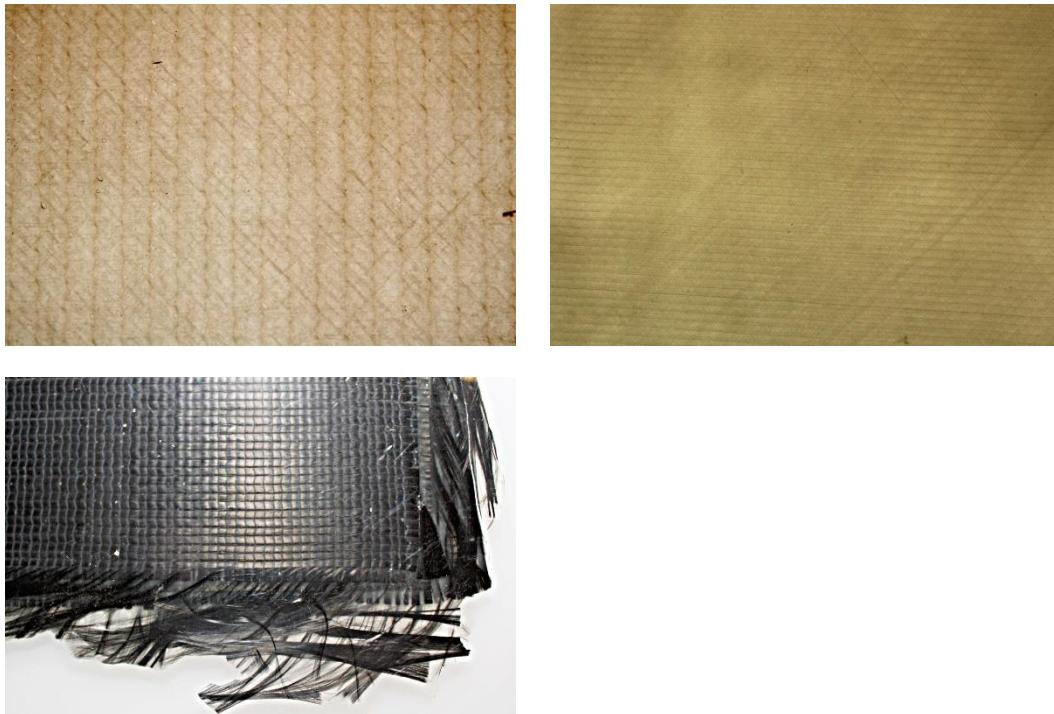
Visuell kontroll ble utført for å avdekke eventuelle feil i produksjon av laminatene. I flere av tilfellene ble det observert avvik i fiberretninger. Dette ble målt etter beste evne med vinkelmål og linjal på lysbord.

H-1: Vansklig å skille laminaene fra hverandre visuelt. Det som er synlig er parallelt.

H-2: To lag synlige og enkle å skille for måling. Disse lå noe buet, særlig ut mot kantene. Målinger er tatt i verste tilfelle i området som ble kappet opp for strekktesting.

Vinkelavvik: 1,97 grader og 1,24 grader

H-3: Ikke mulig å skille lagene fra hverandre visuelt. Karbonmattene er ikke gjennomsiktige, og i kantene er det for fryssete og oppfliset.



Figur 12.1 Håndopplagte laminater fotografert på lysbord

V-1: Alle lag synlige på lysbord. Ganske parallele lag. Lite buer. Vinkler målt på største synlige avvik

Vinkelavvik: 0,83 grader og 0,92 grader

V-2: Primært vevetråd som er synlig for vinkelmåling. Styrkefiber kun synlig der de er misfarget i kantene av laminatet. Vinkler er målt på vevetråd og antatt lik for styrkefiber. Noe buer.

Vinkelavvik: 4,26 grader og 4,11 grader

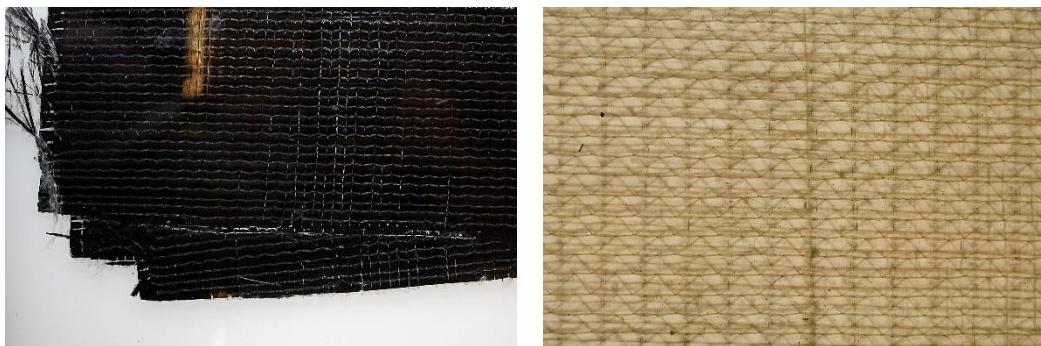
V-3: De forskjellige lagene er kun mulig å skille fra hverandre i kantene. Store vinkelavvik. Ser ingen buer i synlige lag.

Vinkelavvik: 7 grader og 9 grader

V-4: Parallelle fibre med kun små vinkelavvik målt. Ikke synlige buer.

Vinkelavvik: 0,63 grader og 0,50 grader





Figur 12.2 Vakuuminjiserte laminater fotografert på lysbord

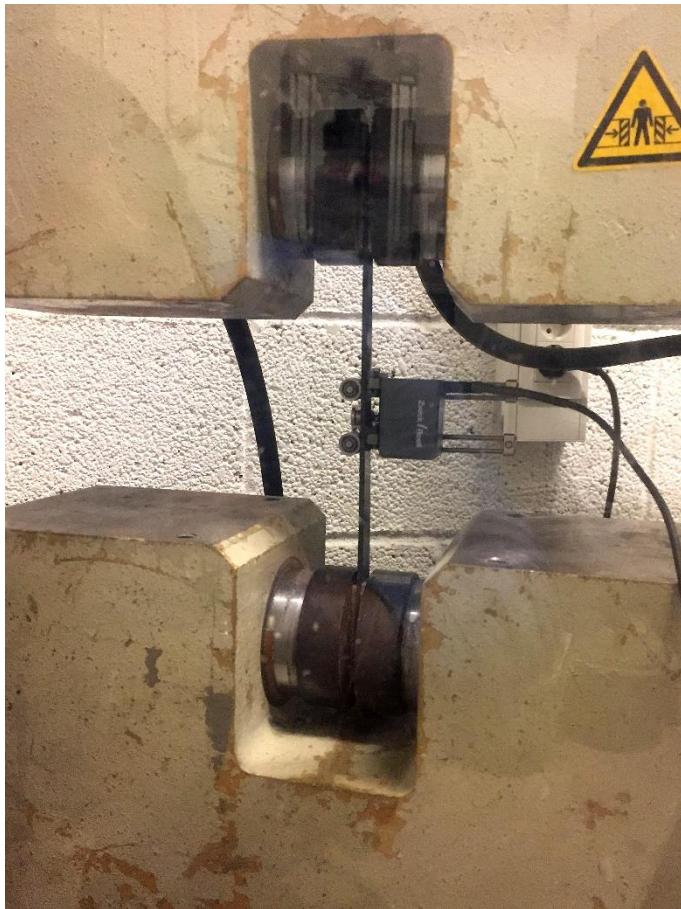
Det ble avdekket relativt store avvik i vinkler som følge av dårlige produksjonsmetoder. Dette kan trolig være like verdier som vil oppnås under produksjon av bru, og må derfor tas hensyn til i beregninger.

12.1.2. Strekktesting

Strekktesting ble utført i henhold til ASTM D3039 [25]. Prøvestykker til strekktesting ble kappet til 15x250mm så nært gjennomsnittet av fiberretninger som praktisk mulig. Prøvestykkene ble kappet og det ble limt på «tabs» for å bedre grepet i enden av prøvestykkene.

Prøvene ble strukket i en Zwick/Roell Z050, med en fart på 2mm/min. For H2 og V2 som ikke har noen fiber som ligger langs hele strekkfeltet ble farten økt til 20mm/min for å oppnå brudd med rimelig tidsbruk. Komplette rapporter fra testprogramvare [32] finnes vedlegg C.

I første runde med tester ble det avdekket at strekkmaskinen gir feil resultater i tøyning uten bruk av eksternt ekstensometer. De første prøvene ble utført med tøyningsmåling i form av målt avstand mellom topp og bunn av bevegelige deler i strekkmaskinen, men dette har trolig tøyd seg og overmålt materialets tøyning med ca. 75%. Resultatene viser større tøyning ved brudd enn hva som er mulig for karbonfibere i henhold til leverandør, og ble derfor forkastet med hensyn til elastisitetsmodul. Nye prøver ble testet med eksternt ekstensometer. Disse prøvene ble stoppet etter gitt tøyning, hhv. 2% for glassfiber og 1,2% for karbonfiber basert på antakelser om faktisk maksimal tøyning slik at ekstensometeret ikke ble ødelagt ved brudd i prøvestykkene. Dessverre var det lite igjen av materialet som skulle strekktestes, og det ble derfor kun utført 1-3 tester per laminat.



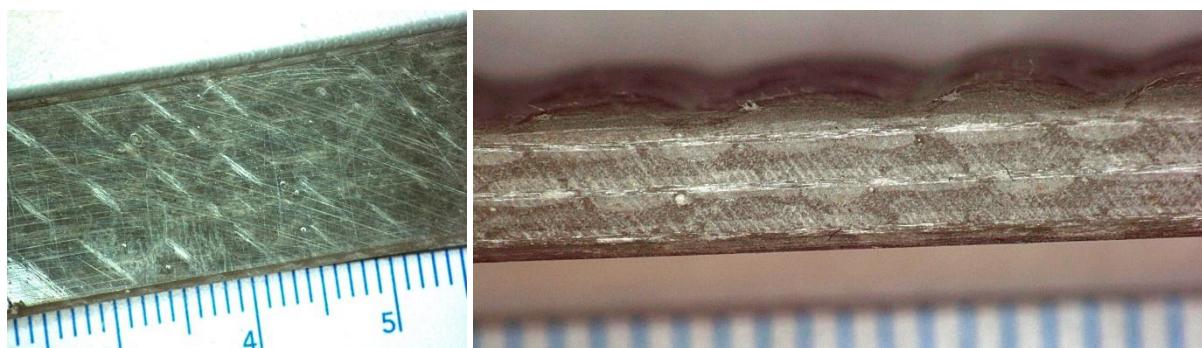
Figur 12.3 Zwick strekkmaskin med ekstensometer festet på karbonprøvestykke

Materialnummer H1/V1 ble stoppet på 2%, H2/V2 ble strukket til brudd, og H3/V3 ble stoppet på 1,2%. V4 ble kjørt ett prøvestykke til 2% og ett til 1,2% tøyning. H1/V1 som er glassfiber ble strukket noe lenger enn H3/V3 som er karbonfiber, på grunn av teoretisk maksimal tøyning for de forskjellige materialene. H2/V2 ble ikke retestet med eksternt ekstensometer.

12.1.3. Mikroskopfotografering

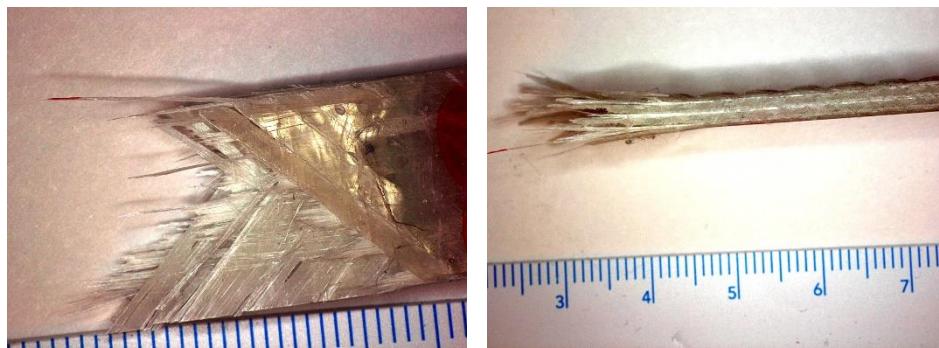
Prøvene ble fotografert med mikroskop før og etter strekktest. Det er ingen skala på bildene, da det ble fotografert med manuell zoom på mikroskopet. Det er likevel lagt en linjal ved siden på bildene slik at det er mulig å få et visst forhold til størrelse. I tilfellene der prøvestykene står på høykant er det i tillegg verdt å huske på at linjalen ligger på bordet ca. 15 millimeter under toppen av prøvestykket, som er i fokus.

H1:



Figur 12.4 H-1 prøvestykke før test.

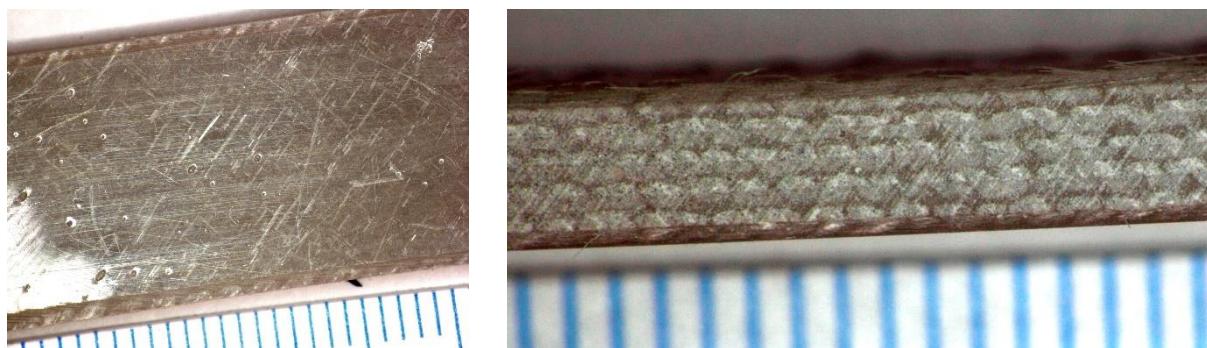
Kun $\pm 45^\circ$ -lag er synlige på overflaten og det er noe synlige overflateporer. I tverrsnittet sett fra siden ligger 0° -fiberne synlig på langs, med lyse felter over og under som er $\pm 45^\circ$ og 90° -lag. De mørkeste områdene er matrisen.



Figur 12.5 H-1 prøvestykke som har vært strukket til brudd.

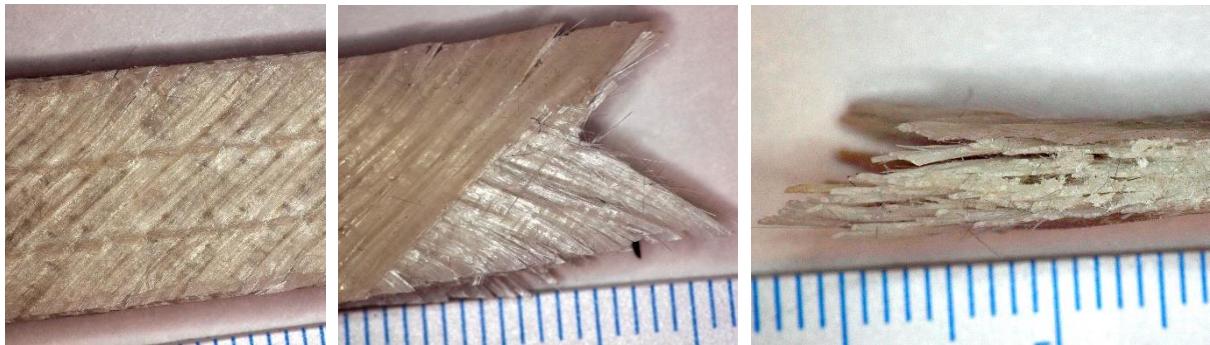
De forskjellige lagene, med unntak av 90° , er lett synlige. Tverrsnittet fra siden viser lagene enkelt å skille fra hverandre, og det ser ut til at volumutvidelsen er størst der 0° -lagene har gått til brudd. 90° og $\pm 45^\circ$ har kun matrisebrudd.

H-2:



Figur 12.6 H-2 prøvestykke før test

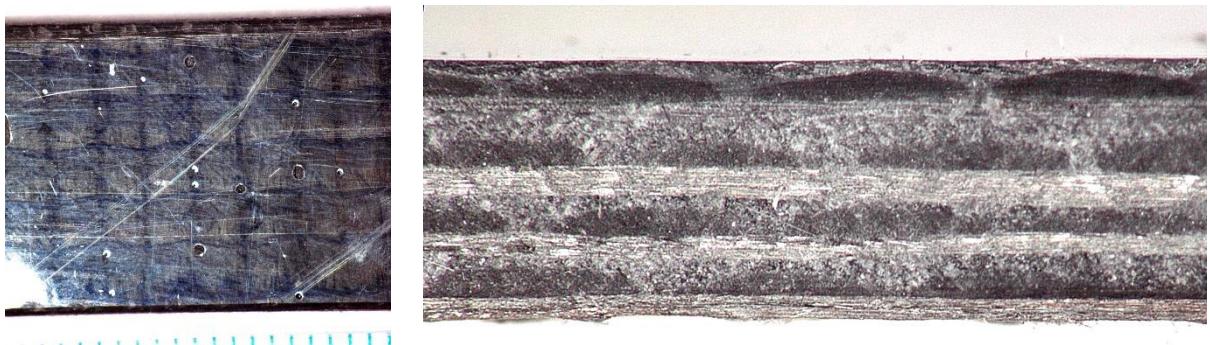
Her er det mulig å skimte $\pm 45^\circ$ og det er mye porer i overflaten. I tverrsnittet fra siden ses lyse felter som er $\pm 45^\circ$ -lag. De mørkeste områdene er matrisen.



Figur 12.7 H-2 prøvestykke som har vært strukket til brudd.

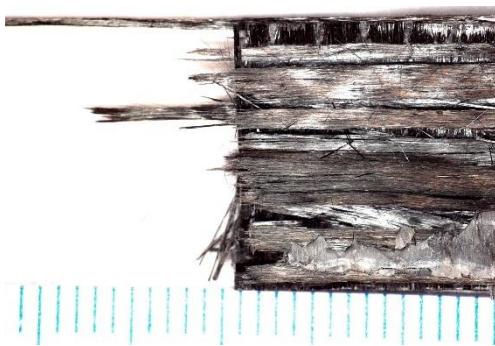
Her er det lett å se at lagene er forskjøvet mye i forhold til hverandre, og at det er mye matrisebrudd men ingen fiberbrudd. Her har prøvestykket røket uten at det er nødvendig med fiberbrudd.

H-3:



Figur 12.8 H-3 prøvestykke før test

Prøvestykke med synlige vevetråder og mye overflateporer. Sett fra siden er 0°-lagene synlig i alle fire lamina, og det er mulig å skille 90°-lag fra matrise der 90°-lagene er de mørkeste feltene.



Figur 12.9 H-3 prøvestykke som har vært strukket til brudd.

Røket prøvestykke med tydelige fiberbrudd i 0°-lag.

V-1:



Figur 12.10 V-1 prøvestykke før test

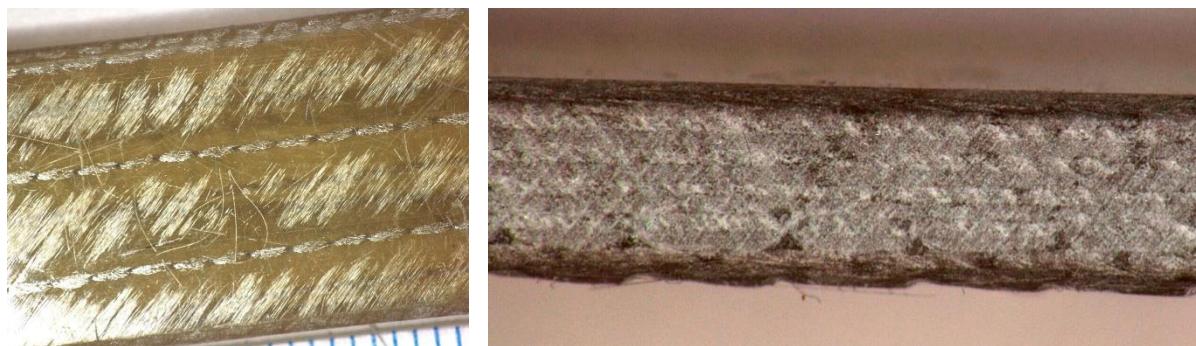
Prøvestykke der først og fremst vevetråden er synlig ovenfra. Tverrsnittet fra siden av viser de tre 0° -lagene, men 90° og $\pm 45^\circ$ er vesentlig vanskeligere å skille ut sammenlignet med tilsvarende laminat laget med håndopplegg.



Figur 12.11 V-1 prøvestykke som har vært strukket til brudd.

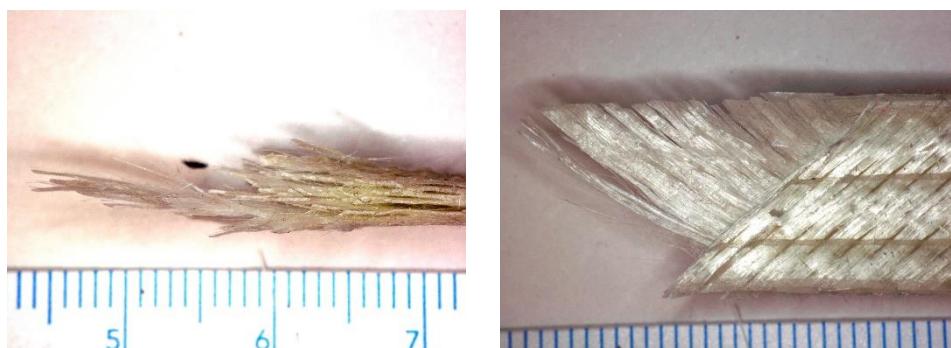
Etter brudd er lagene lette å skille fra hverandre. Det har vært fiberbrudd i 0° -lag, og matrisebrudd i 90° - og $\pm 45^\circ$ -lag.

V-2:



Figur 12.12 V-2 prøvestykke før test

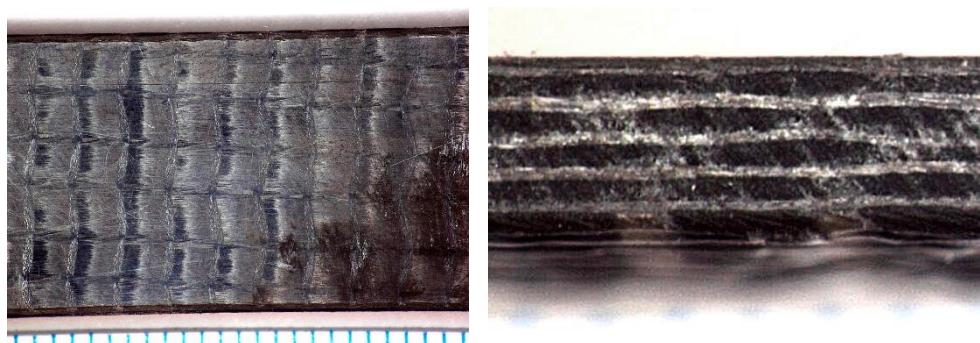
Prøvestykke med synlig vevetråd og noe synlig 45° i overflaten. Tverrsnittet fra siden viser fire av lagene lett synlig, mens de lagene som ligger i hver sin overflate er vanskeligere å skille ut visuelt.



Figur 12.13 V-2 prøvestykkesom har vært strukket til brudd.

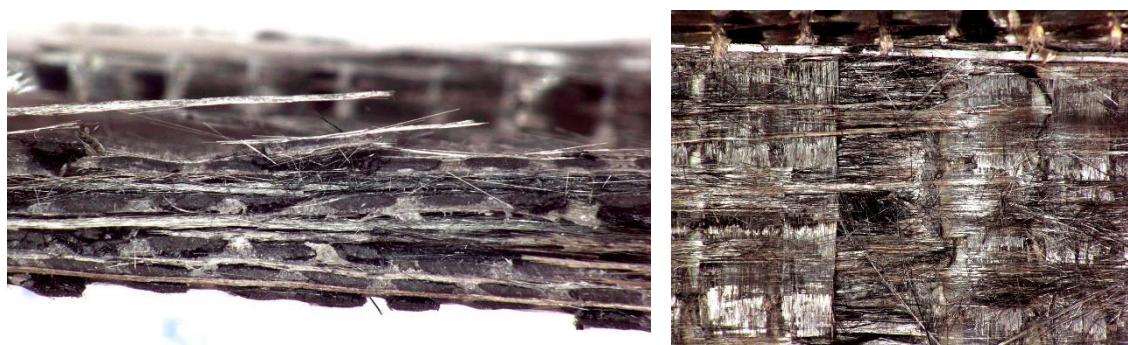
Røket prøvestykke. Ingen fiberbrudd, kun matrisebrudd. Også store synlige deformasjoner utenfor bruddsonen.

V-3:



Figur 12.14 V-3 prøvestykkefør test

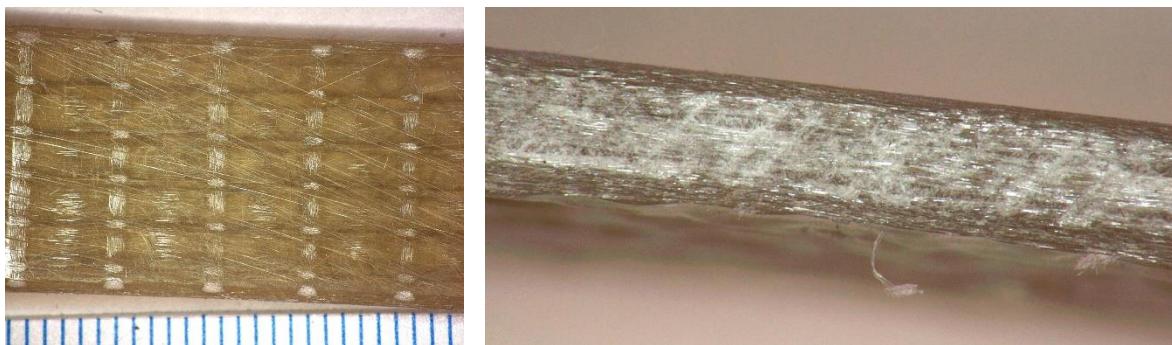
Vevetråd og øverste styrkelag med 0° fiber er synlig ovenfra. De synlige fiberne ligger åpenbart ikke i 0° på kraftretning, men prøvene er kappet så nært gjennomsnittet av lagenes 0° -retning som mulig. Fra siden er fire lag er lett synlig, og det femte noe skjult av overflaten.



Figur 12.15 V-3 prøvestykkesom har vært strukket til brudd.

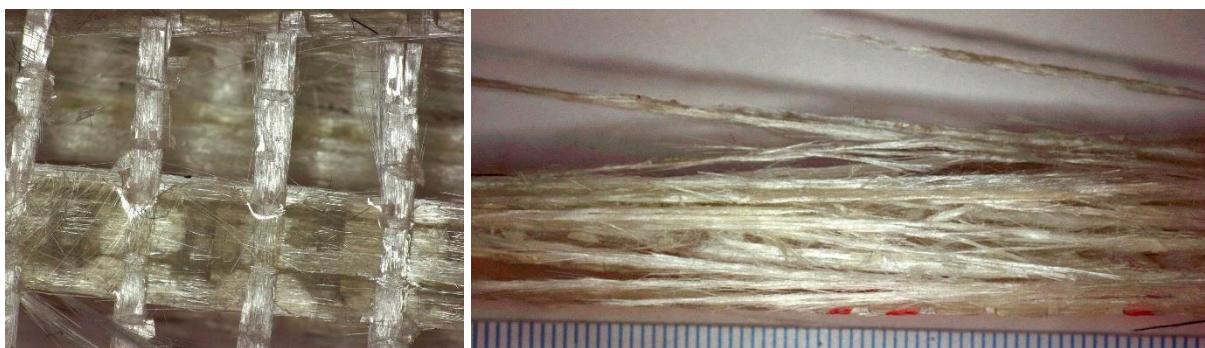
Lagene er splittet fra hverandre der det har vært brudd i 0° fiberne.

V-4:



Figur 12.16 V-4 prøvestykke før test

Vevetråd lett synlig, og så vidt mulig å skimte lastbærende fiber. Fra siden er det ikke mulig å skille lagene fra hverandre.



Figur 12.17 V-4 prøvestykke som har vært strukket til brudd.

Etter brudd er vevetråden synlig. Prøvestykket er spjæret opp på bruddstedet.

Tverrsnittsbildene ble også benyttet til å regne tykkelsesfaktor for bruk i beregningene da tykkelse målt med skyvelære antakelig er noe feil på grunn av toppe og bunner dannet av peelply.

12.1.4. Fibervoluminnhold

Fiberinnhold ble funnet for glassfiberprøvene ved å følge ISO 1172 metode A [33] .

Ved denne metoden benyttes muffleovn på 600 grader for å brenne bort matrisen. På H3/V3 som har karbonfiber ble fiberne også brent bort, så der er det kun gjort beregninger med tykkelse fra datablader og målinger med skyvelære korrigert med faktorer fra mikroskopbilder.

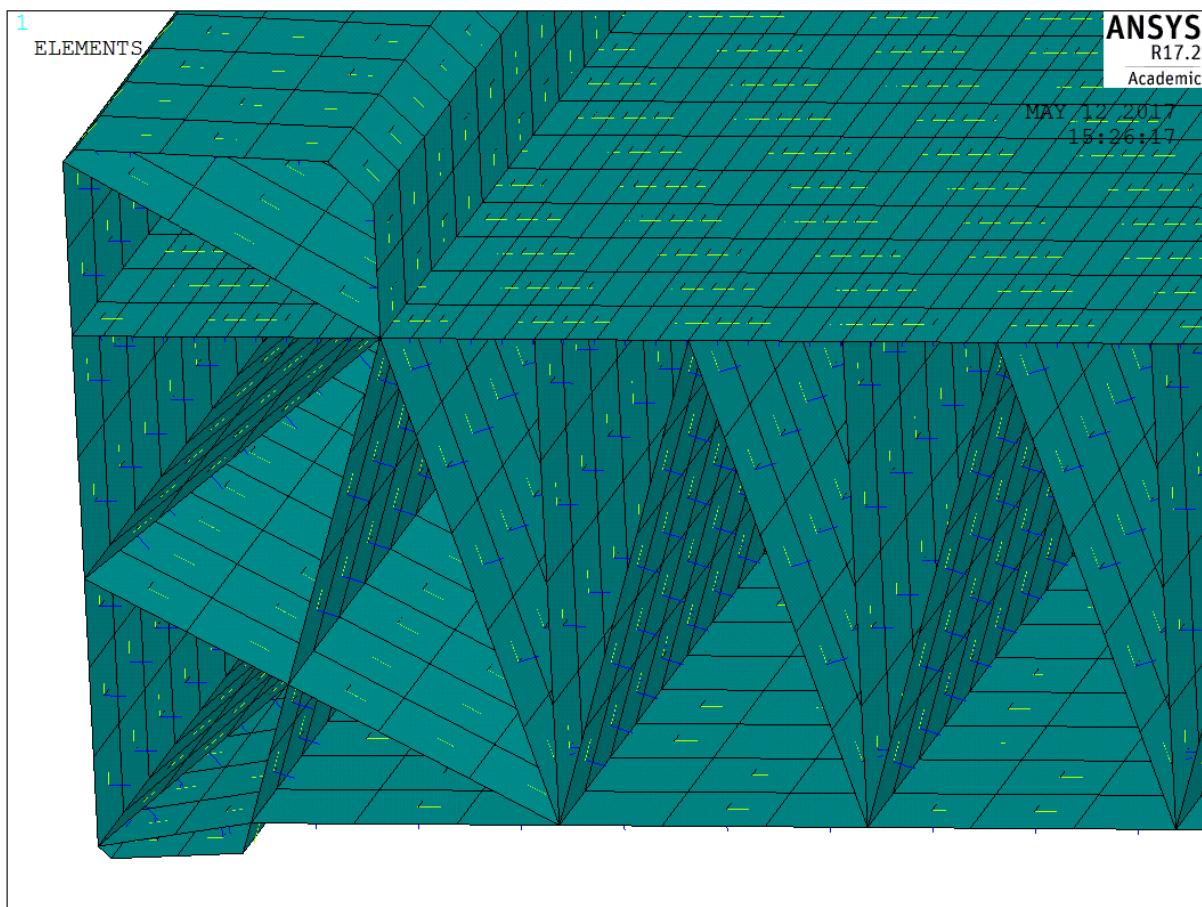
12.2. Analyse basert på laboratorieresultater

Resultatene fra laboratorietester beskrevet over er analysert i Mathcad [34]. Det er benyttet formler fra kapittel 9.1.3, 9.1.4 og 9.1.5 for å regne ut stivhet og styrke som kan relateres til både teoretiske og testede verdier. Disse tallene er videre benyttet i ANSYS [35] for den endelige analysen. I tillegg er det hentet ut tøyninger fra analyser i ANSYS som har vært brukt i beregninger av fiberbrudd og statisk og dynamisk utmattelse.

12.2.1. ANSYS

ANSYS er et FEM-analyseprogram som er brukt for å vurdere om bruva vil kunne motstå lastene som påføres. Programmet egner seg godt til å beregne kompositkonstruksjoner, da det legger til rette for ortotrope materialer i laminater. Laminatene kan bygges opp med forskjellige lamina og med fiber i forskjellige fiberretninger.

Ved beregninger i ANSYS er det viktig å ta hensyn til hvilken retning kreftene virker og hvilken vei materialet er orientert. Dersom modellen kun har fått et materiale uten at det er spesifisert en retning kan dette være rotert slik at alle fiberretninger blir 90° feil. Dette sjekkes ved å se på *element coordinat system* og sjekke at dette er rotert riktig vei. Dette er illustrert i 12.18 med x-akse i svart, y i grønt og z i blått.



Figur 12.18 Utsnitt fra ANSYS der elementer er plottet med lokale koordinatsystem

Videre må seksjonsoppbygningen være korrekt. Alle lag må beskrives med materiale beregnet tidligere, og ønsket retning i forhold til x-retning.

Ved beregning av tøyning er det viktig å vite hvilken retning materialet tøyes i. X-retning er alltid materialets hovedretning, og kommandoen RSYS,SOLU aktiverer koordinatsystemet for hvert enkelt elementet. Dersom det i tillegg beskrives hvilket lag, ved hjelp av kommando LAYER,N, kan det hentes ut resultater for hvert enkelt lamina. Dette sikrer at resultatene som hentes ut er basert på det korrekte roterte systemet.

Ved analyse for lokal knekking kjøres Eigenvalue Buckling. Dette er en analyse som forutsier den teoretiske spenningsstyrken til en ideell elastisk struktur. Antall moduser av lokal knekking blir satt til 10. Når analysen er ferdig skal alle lastfaktorer ligge over 1,0. Det vil si at konstruksjonen vil tåle over 100% av reel last som er satt på.

Det ble gjennomført seks analyser:

1. *Analyse for kapasitet* med maksimum laster inkludert sikkerhetsfaktorer. Egenvekt, trafikklast og vindlaster.
2. *Analyse for lokal knekking (buckling)* med maksimum laster inkludert sikkerhetsfaktorer. Egenvekt, trafikklast og vindlaster.
3. *Analyse for nedbøyning*. Ifølge N400 skal det kun medregnes karakteristisk trafikklast ettersom egenvekt skal kompenseres for med overhøyde. Det blir vanskelig når man bruker kompositt som konstruksjonsmateriale og dermed virker det fornuftig å sjekke nedbøyning med både karakteristisk trafikklast og egenvekt.
4. *Analyse for ulykkeslaster*. Med ulykkeslaster, egenvekt, redusert trafikklast og ingen vindlast.
5. *Utmattelse* med utmattelseslaster fra trafikklaststandard.
6. *Opploft fra vindlast* med kun karakteristisk egenvekt.

12.2.2. Mathcad

Mathcad er som nevnt benyttet for å behandle data fra laboratoriet og sammenligne med teoretiske verdier for et laminat. Dette ble gjort ved å samle inn alle relevante data, noe notert i Excel og noe rett i Mathcad, for å gi et godt grunnlag for å finne materialverdier til bruk i ANSYS. Antatt styrke for hvert laminat er regnet ut fra fibermattenes teoretiske tykkelse basert på vekt i datablader, målte fibervolumandeler, målte tykkelser og tykkelsesfaktorer fra mikroskopbilder. Dette ble sammenlignet med verdiene som kom rett fra laboratorietestene. Det er antatt at sømmen i mattene, som er laget av polyester har samme egenskaper som matrise.

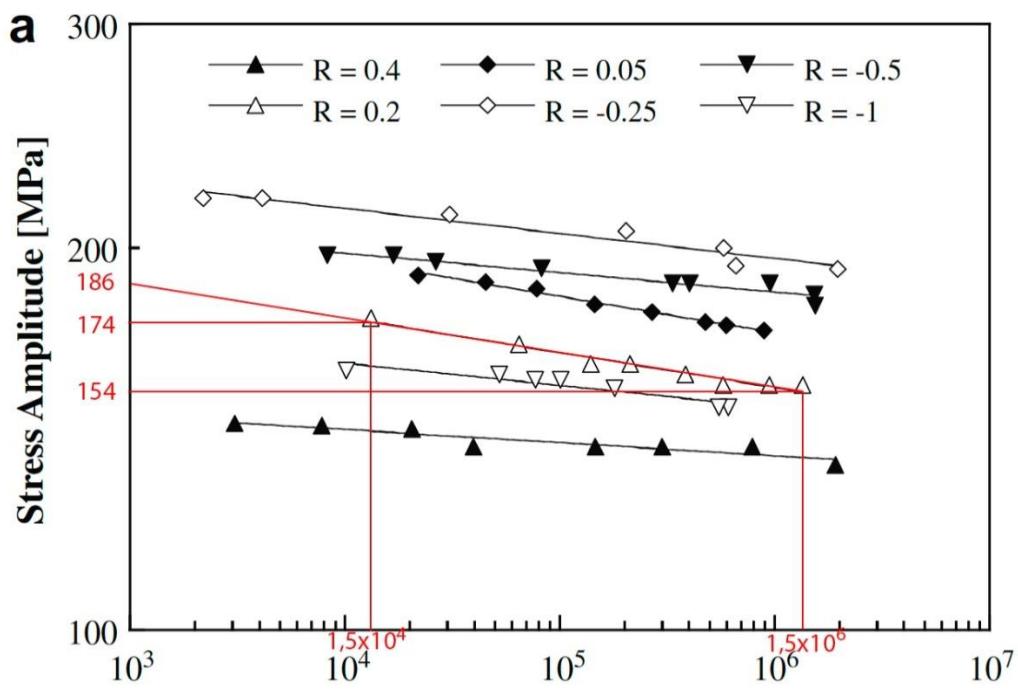
Stivhetstall er funnet ved at matrise og fiber er kombinert med blandingsregelen som vist i formler 3-6 i teorikapittel. Dette er satt sammen til henholdsvis lagoppbygning tilsvarende laminatene V1 for glassfibermaterialer og V3 for karbonfibermaterialer. Det er påsatt enhetslast i x-retning på de roterte lagene og hentet ut elastisitetsmoduler som videre kan sammenlignes med resultatverdiene fra Zwick. Elastisitetsmodul i fiberretning E_1 er iterert frem slik at E_x er lik laveste verdi fra målinger på ønsket laminat.

Som vist i kapittel 13 er det for glasslaminater valgt E_x utregnet fra teoretiske verdier og fibervolumandel fra avbrenning, mens det for karbonlaminat er valgt E_x rett fra Zwick. Selv om DNV OS C501[12] spesifiserer at det skal benyttes gjennomsnittsverdier har det blitt benyttet minste verdi fra test og teori da testverdiene viste seg å være vanskelige å stole på.

Styrkeverdier er regnet ut ved hjelp av formel 7. Dette tallet er videre benyttet inn i beregninger for maksimal spenningskriteriet, sammen med karakteristisk styrke beregnet med formel 10-12 fra DNV OS C501.

Den endelige maksimalspenningen er brukt til beregning av maksimal tøyning. Dette er brukt i formel 13 for å sjekke fiberbrudd, og formlene 45-48 for utmatting.

For utmattning er det også benyttet stigningstall for logaritmiske SN-kurver. Dette er utledet fra figur 12.19 som er hentet fra en artikkel om utmattelse av kompositter[36]. Her beskrives utmattelsesforløpet til et karbonmateriale med $R=0,2$ basert på forholdet $R=tøyning$ fra egenlast/tøyning fra utmattelseslast ($R= \text{minimum stress}/\text{maximum stress}$) som er lik 0,215. Denne grafen er kun gyldig ved sykliske laster, og det er vanskelig å få tak i tilsvarende tall for statiske laster. Det er derfor brukt typiske verdier for glassfiber fra DNV standarden og bevist at dette holder med så stor margin at det ikke er nødvendig å gå lenger for å få tak i korrekt kurve for karbonfiber.



Figur 12.19 SN-kurve for karbon med $R=0,2$ [36]

12.2.3. Sammenligning av FEM (ANSYS) med analytiske metoder

(Mathcad)

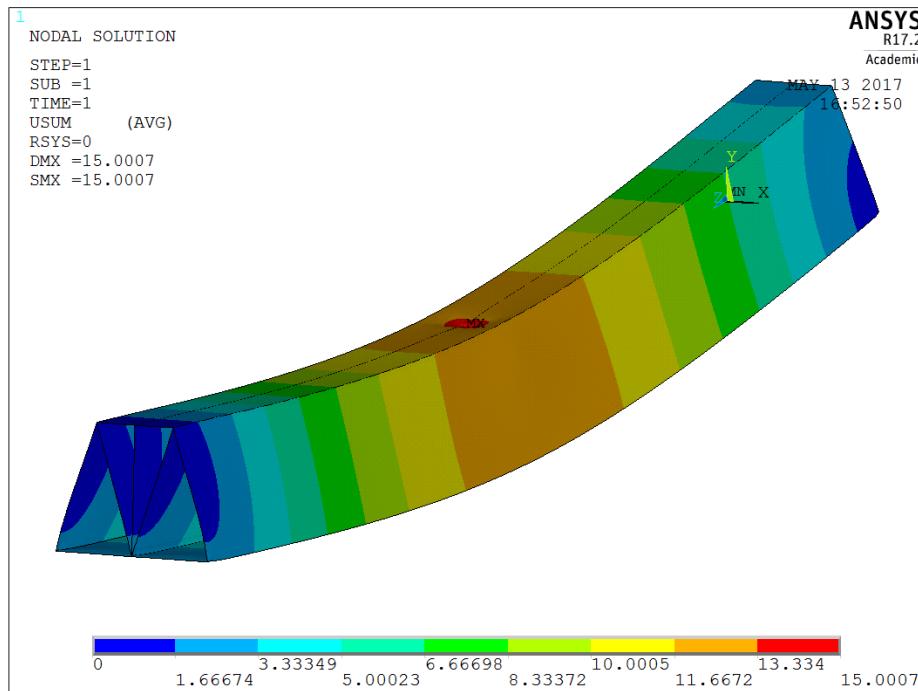
For å holde kontroll på at resultatene fra ANSYS var korrekte ble det gjort sammenligninger med bjelkeberegninger utført i Mathcad. En enkelt bjelke ble tatt ut av bruhaugen og påsatt laster på 100kN og 300kN på midten for å se på en forenklet nedbøyning. Det ble da benyttet formler fra kapittel 9.1.6 inn i Mathcad, og hentet resultater fra bunnflens i ANSYS for at lokal nedbøyning ikke skulle få betydning for resultatene. Mathcad ark og modell fil for ANSYS finnes i vedlegg D.

Disse beregningene er gjort med en del forenkling av motstand mot skjærnedbøyning, der motstand fra flenser ikke er inkludert. Det er også gjort en nedbøyningsberegnung basert på et eksempel i [1]. Også her er utregningene dobbeltsjekket i Mathcad, samtidig som bjelken er modellert i ANSYS og alle former for nedbøyning er regnet fullt ut analytisk som vist i vedlegg D. Avviket ble som ventet noe mindre da. Likevel er det noe avvik, men det er forventet da FEM vil gi noe større nedbøyning etterhvert som endelig resultat tilnærmes og er mer nøyaktig enn hva som kan oppnås med vanlige analytiske resultater.

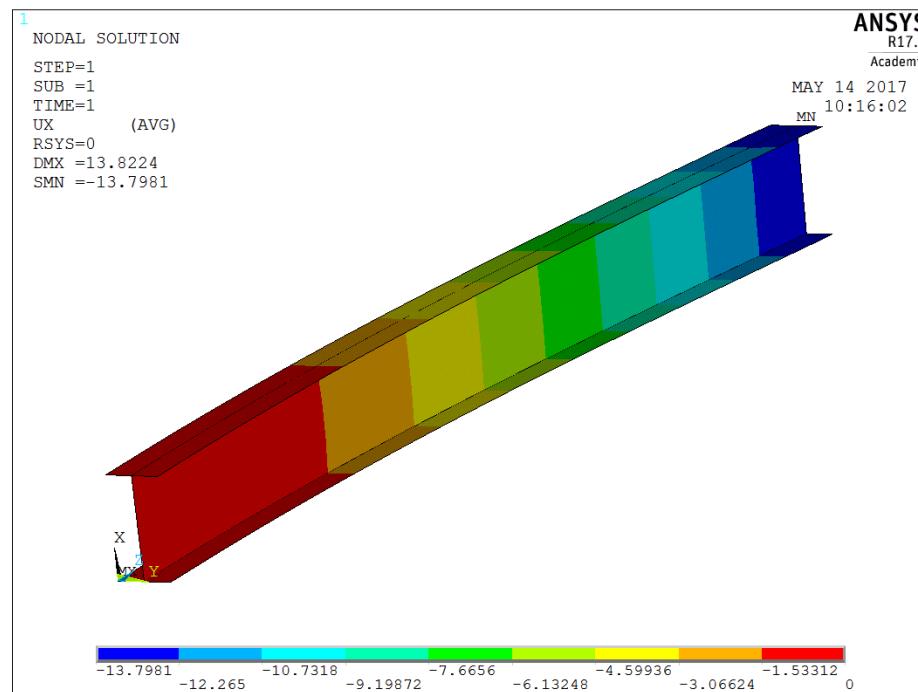
Resultatene er likevel nære nok hverandre til at både Mathcad- og ANSYS-resultatene er tilfredsstillende.

Tabell 12.2-1 Sammenligning av nedbøyningsresultater

Last	Mathcad	Ansys	Avvik
100kN – Brubjelke	12,09mm	12,657mm	4,69%
300kN – Brubjelke	36,27mm	37,972mm	4,69%
447kN – Eksempel	13,43mm	13,798mm	2.73%



Figur 12.20 Nedbøyning av brubjelke i ANSYS



Figur 12.21 Nedbøyning av eksempelbjelke i ANSYS

13. Resultater

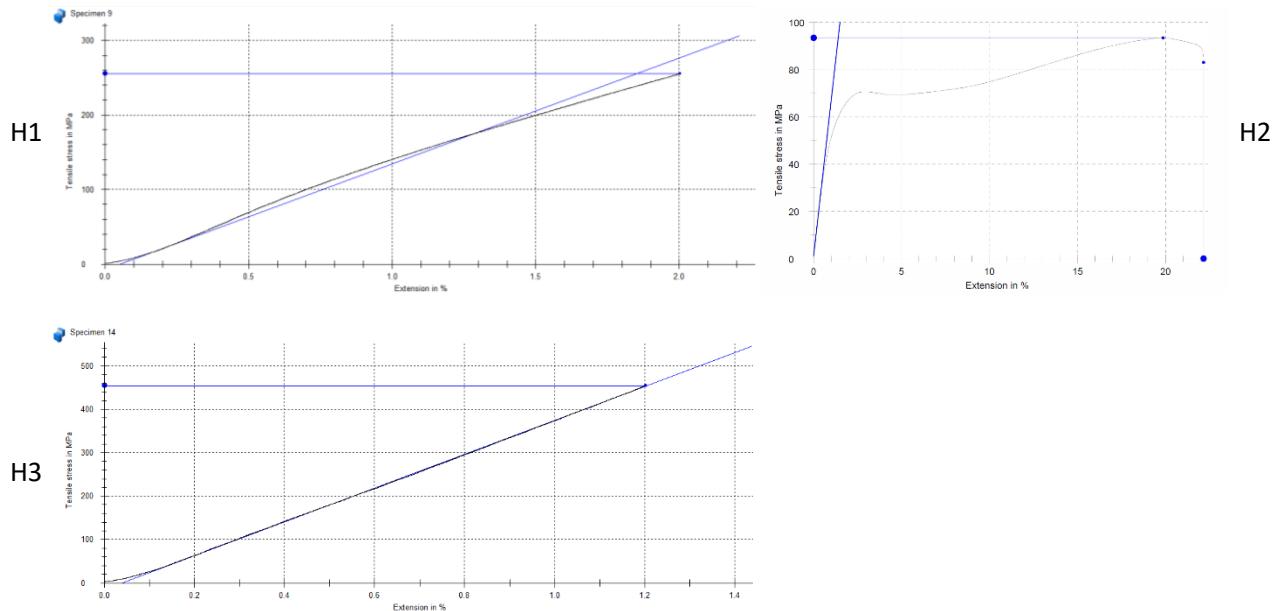
13.1. Resultater fra laboratoriet

Tabell 13.1-1 Elastisitetsmoduler direkte fra test

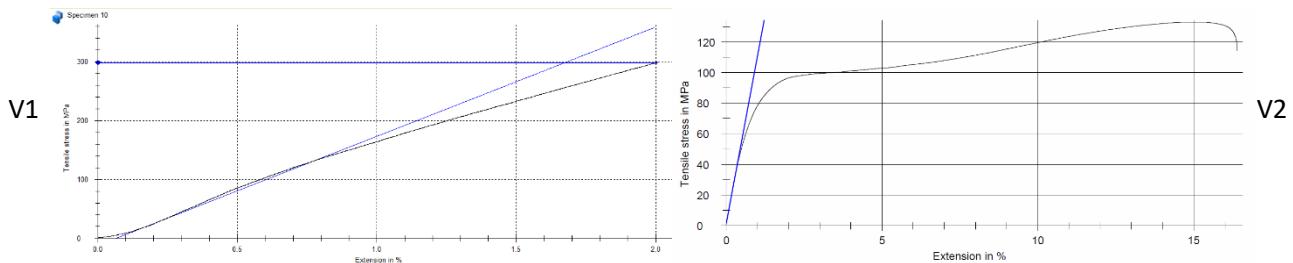
Prøvenummer	Gjennomsnittlig E-modul (MPa)	Strekkstyrke (MPa)
H-1	15650	262,3
H-2	6564*	91,2
H-3	37600	632,0
V-1	18500	329,2
V-2	10833*	130,5
V-3	47700	693,2
V-4	39300	834,7

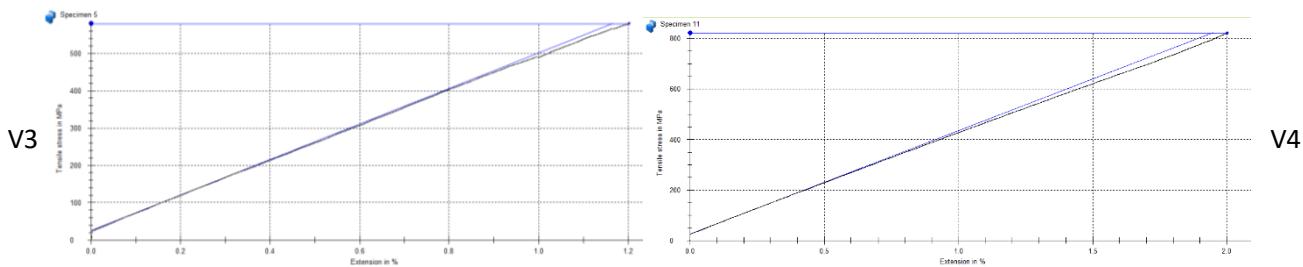
*tatt fra resultater uten eksternt ekstensometer.

Spennings/tøynings-diagrammer:

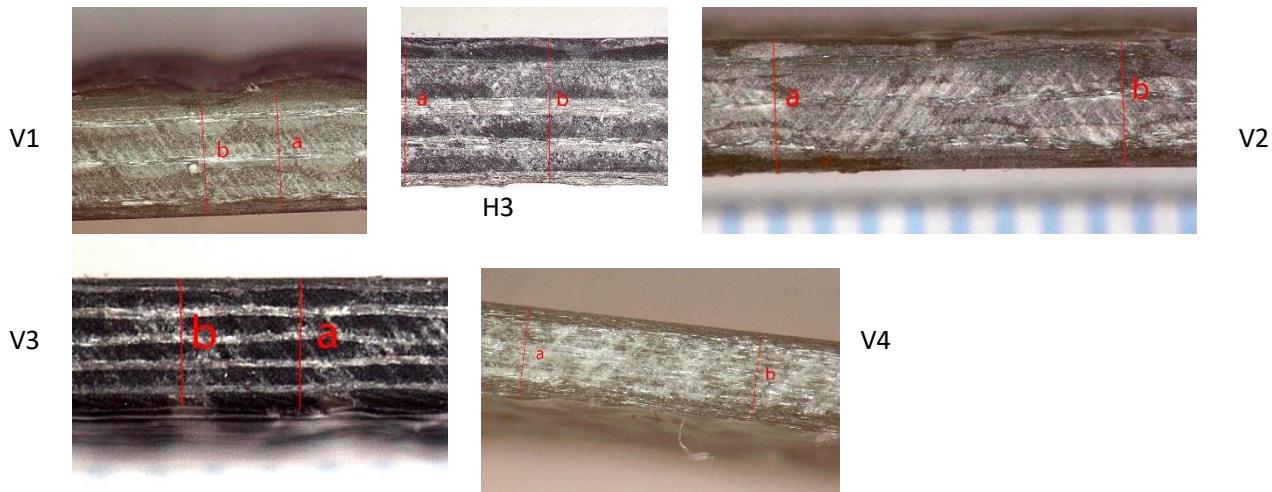


Figur 13.1 Grafer for H1, H2 og H3. Blå linjer viser E-modul gitt av programvaren [32]





Figur 13.2 Grafer for V1, V2, V3 og V4. Blå linjer viser E-modul gitt av programvaren [32]



Figur 13.3 Tykkelsesfaktor for H1, H3, V1, V3 og V4

Tabell 13.1-2 Tykkelsesfaktorer

Laminatnummer	Faktor b/a
H1	0,82
H3	0,96
V1	0,94
V3	0,97
V4	0,97

Tabell 13.1-3 Resultater fra målinger av fibervoluminnhold

Prøvenummer	Fibervoluminnhold		
	Målt i muffleovn	Teoretisk	Beregnet fra målt tykkelse
H1	41,47 %	47,69 %	46,74 %
H2	35,79 %	40,40 %	35,25 %
H3		32,09 %	32,30 %
V1	50,68 %	54,76 %	53,47 %
V2	50,53 %	53,87 %	52,07 %
V3		43,29 %	44,00 %
V4	50,95 %	58,07 %	50,95 %

13.2. Sammenligning av teoretiske resultater med resultater fra laboratoriet

Utrengninger er gjort for de forskjellige laminatene med elastisitetsmodul fra testprogramvare [32] og teori. Komplette utregninger av elastisitetsmoduler finnes i vedlegg E.

Tabell 13.2-1 Sammenligning av elastisitetsmoduler

		Fiber-volum	Tykkelse (mm)	E1 (GPa)	E2 (GPa)	G12 (GPa)	v12	Ex (GPa)	Ey (GPa)	Gxy (GPa)	vxy
H1	målt	46,74 %	3,14	35,63	6,13	2,23	0,31	15,97	15,71	5,87	0,32
	teoretisk	47,69 %	3,10	36,25	6,23	2,27	0,30	16,26	15,99	5,97	0,32
	avbrent	41,47 %	3,57	31,99	5,62	2,04	0,31	14,41	14,18	5,29	0,32
	test 1							17,10			
	test 2							14,20			
	Snitt	45,30 %	3,27	34,62	5,99	2,18	0,31	15,59	15,29	5,71	0,32
H3	målt	32,30 %	2,84	76,58	4,99	1,81	0,33	41,27	40,75	1,80	0,04
	teoretisk	32,09 %	2,86	76,12	4,97	1,80	0,33	41,03	40,51	1,80	0,04
	test 1							38,90			
	test 2							36,30			
	Snitt	32,20 %	2,85	76,35	4,98	1,81	0,33	39,38	40,63	1,80	0,04
V1	målt	53,47 %	2,76	40,08	6,15	2,24	0,29	17,51	17,21	6,43	0,32
	teoretisk	54,76 %	2,70	40,97	6,31	2,30	0,29	17,91	17,60	6,58	0,32
	avbrent	50,68 %	2,93	38,15	5,83	2,12	0,30	16,65	16,36	6,11	0,32
	test 1							18,50			
	Snitt	52,97 %	2,80	39,73	6,10	2,22	0,29	17,64	17,06	6,37	0,32
V3	målt	44,00 %	2,65	102,88	5,30	1,92	0,31	54,67	53,96	1,92	0,03
	teoretisk	43,29 %	2,61	101,27	5,24	1,90	0,31	53,82	53,12	1,90	0,03
	test 1							47,70			
	Snitt	43,65 %	2,63	102,08	5,27	1,91	0,31	52,06	53,54	1,91	0,03
V4	målt	48,00 %	2,25	36,29	5,56	2,02	0,30	34,74	7,22	2,02	0,23
	teoretisk	58,06 %	1,86	43,26	6,77	2,47	0,29	41,42	8,73	2,47	0,22
	Avbrent	50,95 %	2,12	38,33	5,86	2,13	0,30	40,60	6,21	2,26	0,3
	test 1							37,60			
	test 2							41,00			
	Snitt	52,34 %	2,08	39,29	6,06	2,21	0,30	39,07	7,39	2,25	0,25

Tabell 13.2-2 Materialer til bruk i ANSYS

	Fiber-volum	Tykkelse (mm)	E1 (GPa)	E2 (GPa)	G12 (GPa)	v12
Glass	50 %	0,25	37,80	5,80	2,10	0,30
Karbon	45 %	0,25	88,90	5,40	2,00	0,30

* Matrise er av typen Atlac 580 AC 300 PDS

Utrengingene som ligger til grunn for tallene i tabell 13.2-2 finnes i vedlegg F. Der finnes også beregninger av karakteristisk styrke basert på formel 10, 11 og 12 som gir $x_c = 1195,1 \text{ MPa}$.

13.3. Lastberegninger

Fullstendige utregninger av lastene i dette kapittelet finnes i vedlegg I.

13.3.1. Egenvekt

T700-karbon: 1,80 g/cm³

E-glass: 2,5 g/cm³

Matrise for vakuuminjeksjon: 1,12 g/cm³

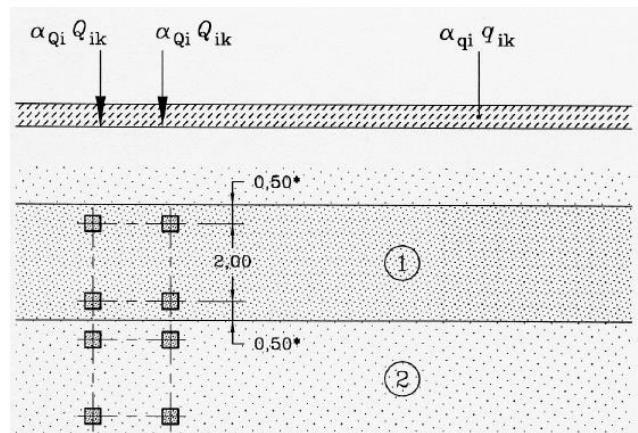
Med fibervolumandelene i tabell 13.2-2 gir dette følgende:

Tabell 13.3-1 Spesifikk vekt

	kg/m ³
Glass	1810
Karbon	1426

Utover dette er det lagt på belegningsvekt i henhold til tabell 5.1 i håndbok 400 på 3,5kN/m². Med spesifikk vekt for asfalt fra NS-EN 1991-1, tabell A.6 for asfalt på 25kN/m³ gir dette 14 cm belegningstykkele.

13.3.2. Trafikklaster



Figur 13.4 Plassering av trafikklaster

Med lastmodell 1 vil bruha bli belastet med følgende laster:

Tabell 13.3-2 Lastmodell 1

Kjørefelt	Punktlast fra hvert av fire hjul	Jevnt fordelt last
1	150kN	9kN/m ²
2	100kN	2.5kN/m ²
Resterende område	0	2.5kN/m ²

Laster fra hjul skal i utgangspunktet fordeles over felter på 400x400 millimeter. Det er likevel sagt at alle lag som legges oppå dekket fordeler kreftene utover 45 grader. Dette vil si at et asfaltlag med 140 millimeter tykkelse også vil legge til 140 millimeter i hver retning til sidene. Vi har valgt å regne punktlastene på felter på 600x600 millimeter, altså tilsvarende en asfalttykkelse på 100 millimeter. I de analysene der punktlastene er kritiske vil det altså være mulig å regne noe mindre konservativt.

Bremselast:

Q_{lk} i formel 49 skal ikke være mindre enn $180\alpha_{Q1}$ (kN) og ikke overskride 900 (kN)

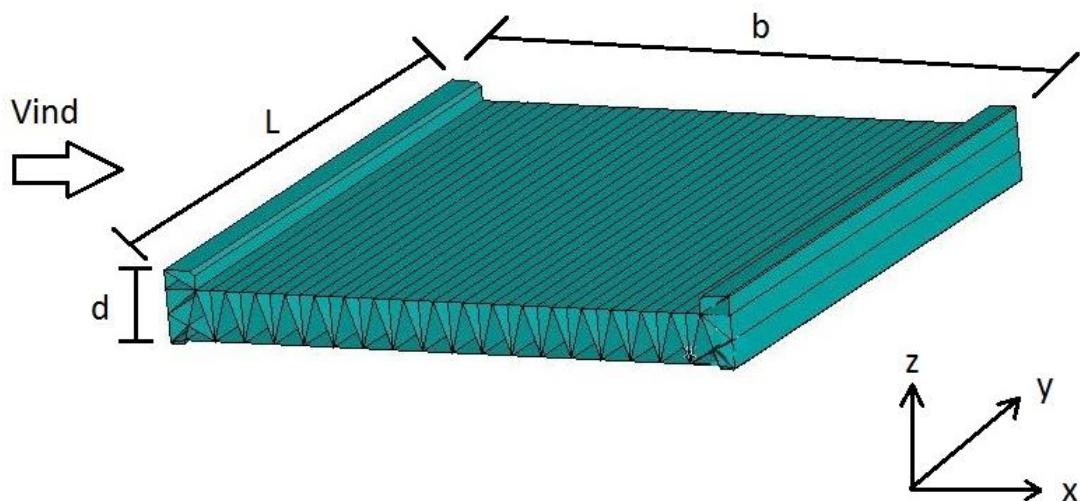
$$180\alpha_{Q1} \text{ (kN)} \leq Q_{lk} \leq 900 \text{ (kN)}$$

$$Q_{lk} = 0,6 \cdot 1,0 \cdot (2 \cdot 300 \text{ kN}) + 0,1 \cdot 0,6 \cdot 9 \text{ kN/m}^2 \cdot 3 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}$$

$$Q_{lk} = 376,2 \text{ kN}$$

13.3.3. Vindlaster

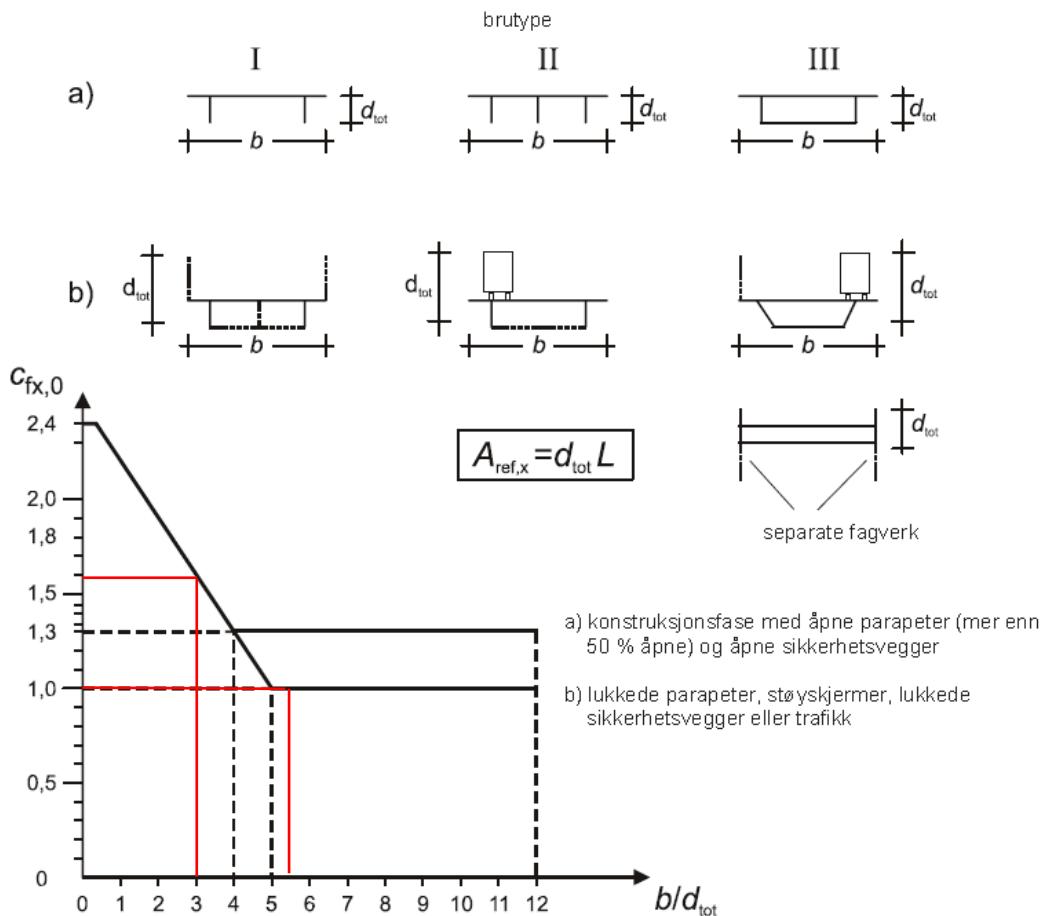
Vindlaster uten trafikk:



Figur 13.5 Retninger for vindpåvirkninger på bruia

NS1991-1-4 8.3.1 Kraftfaktorer i x-retning gis av formel 57.

$c_{fx,0}$ er kraftfaktoren som benyttes og bestemmes ut i fra:



Figur 13.6 Kraftfaktorer for bruer

Tabell 8.1 – Høyde d_{tot} som skal brukes ved bestemmelse av $A_{ref,x}$

Vegrekkverk	På én side	På begge sider
Åpen parapet eller åpent sikkerhetsrekkeverk	$d + 0,3$ m	$d + 0,6$ m
Massiv parapet eller massivt sikkerhetsrekkeverk	$d + d_1$	$d + 2d_1$
Åpen parapet og åpent sikkerhetsrekkeverk	$d + 0,6$ m	$d + 1,2$ m

Figur 13.7 Tabell 8.1 i NS-EN 1991-1-4

Bredde bru $b = 9,5$ m

Høyde brukkontruksjon (kantdrager) $d =$ maks 1,15 m

Høyde total $d_{tot} = d + 0,6$ m = 1,15 m + 0,6 m = 1,75 m

$$\frac{b}{d_{tot}} = \frac{9,5 \text{ m}}{1,75 \text{ m}} = 5,43$$

Dette gir:

$$c_D = c_{fx,0} = 1,0$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning, formel 60:

$$q_{Dx} = 1,32 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,0 \cdot 2,35 \text{ m} = 3,10 \text{ kN/m}$$

Kraft i y-retning, formel 61:

$$q_{Dy} = 0,25 \cdot q_{Dx} = 0,78 \text{ kN/m}$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning, formel 62:

$$q_L = 1,32 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \cdot 9,5 \text{ m} = 11,3 \text{ kN/m}$$

Vridningsmoment:

NSEN 1991-1-4 8.3.3(5): Med mindre noe annet er angitt kan eksentrisiteten av kraften settes lik $e = b/4$ i x-retning som gir $e = 9,5/4 = 2,38 \text{ m}$

Vindlaster med trafikk:

Dette beregnes på samme måte som uten trafikk, men med nye verdier for kastvindhastighet og kraftfaktorer. I følge håndbok N400 punkt 5.4.3.3. får kastvindhastigheten en øvre grense lik $v_k = 35 \text{ m/s}$ og formel 63 skrives om til:

$$v_{mT} = \frac{35 \text{ m/s}}{\sqrt{1 + 2 \cdot 3,5 \cdot 0,189}} = 22,96 \text{ m/s}$$

$v_{mT} < v_m(z)$, dermed settes $v_m = 22,96 \text{ m/s}$ for videre utregning av vindlaster med trafikk.

Videre regnes ny kortvarig toppverdi for vindkasthastighetstrykket $q_p(z)$ med trafikk $v_{mT} = v_m$ ved hjelp av formel 63.

$$q_p'(z) = 0,77 \text{ kN/m}^2$$

Når det skal regnes med trafikk skal det legges til en høyde d_T på grunn av at vinden virker på et større areal i form av trafikken som er på bruа.

$$\text{Høyde total } d_{totT} = d + d_T = 1,15 \text{ m} + 2 \text{ m} = 3,15 \text{ m}$$

$$\frac{b}{d_{tot}} = \frac{9,5 \text{ m}}{3,15 \text{ m}} = 3,02$$

Dette gir:

$$c_D = c_{fx,0T} = 1,6$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning, formel 60:

$$q_{DxT} = 0,77 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,6 \cdot 3,15 \text{ m} = 3,88 \text{ kN/m}$$

Kraft i y-retning, formel 61:

$$q_{DyT} = 0,25 \cdot q_{DxT} = 0,25 \cdot 3,88 = 0,97 \text{ kN/m}$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning, formel 62:

$$q_{LT} = 0,77 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \cdot 9,5 \text{ m} = 6,58 \text{ kN/m}$$

Vridningsmoment:

$e = 9,5/4 = 2,38 \text{ m}$ i x-retning.

13.3.4. Seismiske påkjenninger

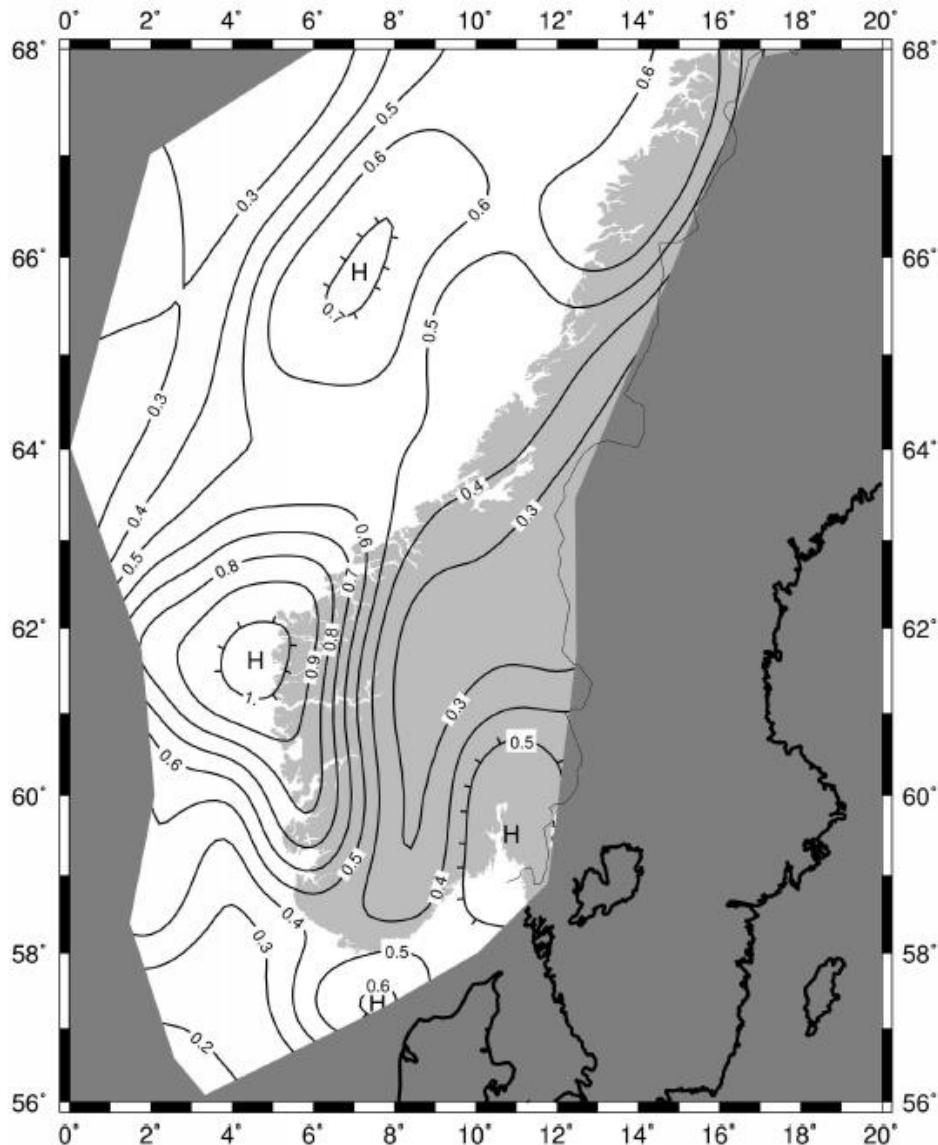
Seismiske påvirkninger

I følge håndbok N400 punkt 5.4.9.1 skal bruer prosjekteres for seismiske påkjenninger i henhold til NS-EN 1998-2 som gjelder for alle bruer med unntak av hengebruer, trebruer, murbruer, bevegelige bruer og flytebruer.

Det bestemmes type grunnforhold i NS-EN 1998-1 tabell NA.3.1. Siden brukonstruksjonen skal ligge på eksisterende landkar vil dette tilsi at grunntype A er passende.

Den seismiske påkjenningen bestemmes ut i fra seismiske sonekart i NS-EN 1998-1 NA.3.2.1. Verdiene er gitt i m/s^2 ved en frekvens $n=40 \text{ Hz}$ med en returperiode på 475 år. Spissverdiene for berggrunnens akselerasjon av berggrunn type A, a_{gR} er lik $0,8 \cdot a_{g40\text{Hz}}$. Ut i fra figur 13.8 vil 95% av spissverdiene for berggrunnens akselerasjon $a_{g40\text{Hz}}$ være lavere eller lik $0,8 \text{ m/s}^2$. For at denne brukonstruksjonen skal kunne brukes i mesteparten landet vil $a_{g40\text{Hz}}$ settes lik høyeste verdi; 1,0. Dette gir:

$$a_{gR} = 0,8 \cdot 1,0 \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$



Figur 13.8 NA.3(901) Seismiske soner i Norge[37]

Tabell NA.3.3 i NS-EN 1998-1 gir verdiene S , $T_B(s)$, $T_C(s)$ og $T_D(s)$ som skal brukes til videre utregninger. I dette tilfellet skal det sjekkes for hvilken kategori brukkonstruksjonen havner i. Grunntype A velges og gir seismisk klasse II. Klasse II gjelder for alle vegbruer, unntatt de som oppfyller kravene til seismisk klasse III og IV. Brukonstruksjonen oppfyller ikke disse kravene og gir dermed; seismisk klasse II.

Videre gir dette seismisk faktor, $\gamma_1 = 1,0$

Krav til analyse av brukkonstruksjonen gis i punkt 5.4.9.3 i håndbok N400. Det stilles ingen krav til analyse for bruer i kategori 0 i henhold til NS-EN 1998-2, tabell NA.2(904):

Tabell NA.2(904) Krav til analysemetode

Seismisk klasse	$a_g \cdot S > 1,2 \text{ m/s}^2$	$0,5 \text{ m/s}^2 < a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$	$a_g \cdot S < 0,5 \text{ m/s}^2$
I	0	0	0
II	1	0	0
III	2	1	0
IV	2	2	1
0: Det stilles ingen spesielle krav til valg av analysemetode.			
1: Metode for analyse med én frihetsgrad i samsvar med punkt 4.2.2 eller tilsvarende forenklede analysemetoder kan brukes der dette vurderes tilstrekkelig i henhold til NS-EN 1998. Ellers skal flerfrihetsgradsanalyse i henhold til responspektrummetoden brukes.			
2: Flerfrihetsgradsanalyse i henhold til responspektrummetoden skal brukes. Samfunnsmessig viktige vegbruer med $L_{tot} < 50 \text{ m}$ og $a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$ kan analyseres i henhold til metode 1.			

Figur 13.9 Tabell NA.2(904) Krav til analysemetode[28]

For at denne brukonstruksjonen skal havne i kategori 0 må kravet i formel 69 oppfylles:

$$a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$0,8 \text{ m/s}^2 < 1,2 \text{ m/s}^2$$

Brukonstruksjonen havner i kategori 0 og det stilles ikke krav om seismisk analyse.

13.3.5. Ulykkeslaster

Horisontallast overfør via brurekkverk:

For stålrekkeverk ifølge håndbok N101 pkt.3.4.5: Klasse A, 100 kN, for H2/L2.[38]

Horisontalkraften skal plasseres enten 100 mm under toppen av rekkeverket eller 1 meter over kjørebane/fortau, avhengig av hvilken verdi som er lavest. Kraften fordeles ut over en lengde på 0,5 meter.[30]

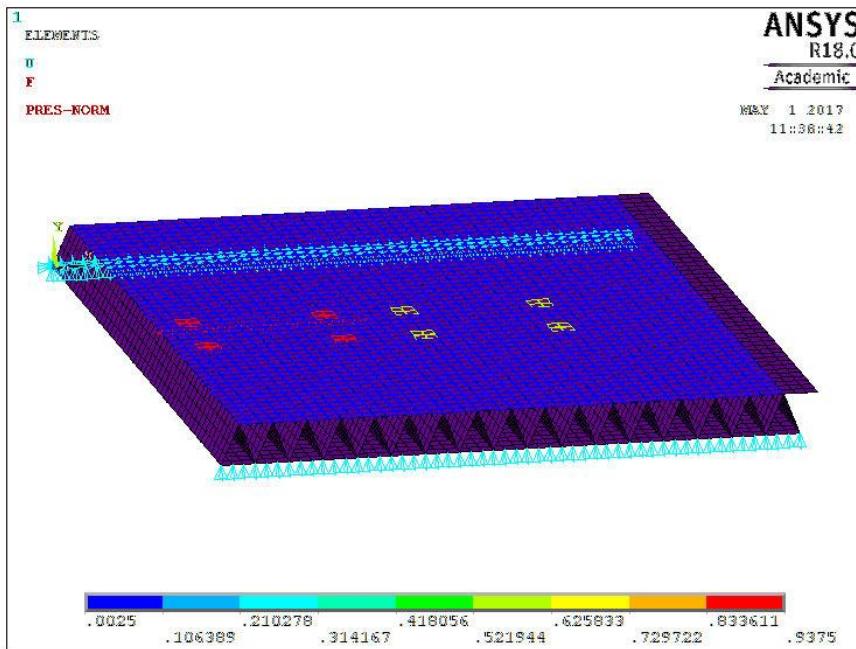
Den vertikale kraften som skal opptre samtidig som horisontalkraften regnes ut ved hjelp av formel 70:

$$0,75 * \alpha_{Q1} * Q_{1k}$$

$$0,75 * 1,0 * 300 = 225 \text{ kN}$$

Q_{1k} er kraften i kjørefelt 1 – 300 kN.

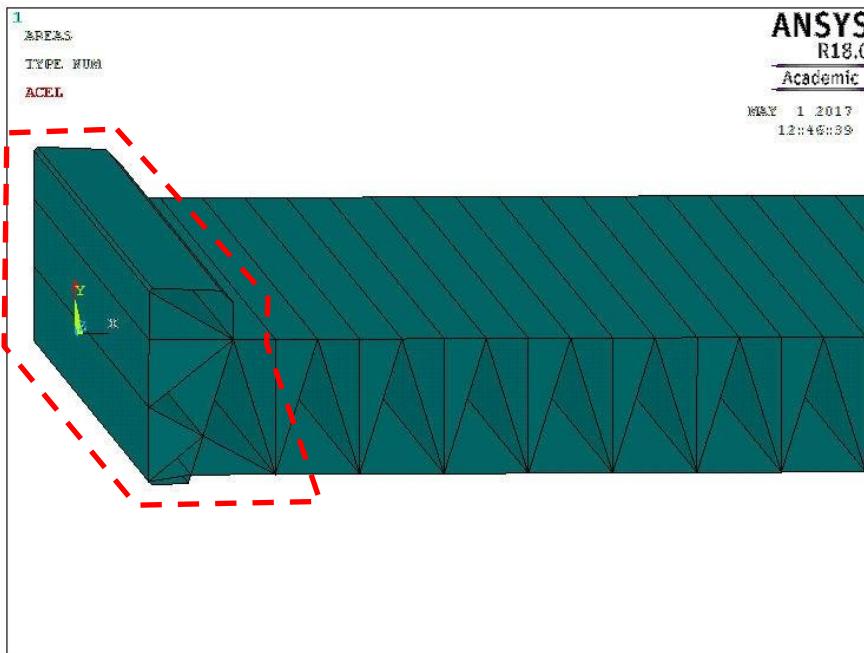
13.4. Konstruksjonsanalyse



Figur 13.10 Tidlig analyse, høyde 600mm

Figur 13.10 viser en tidlig analyse av brukkonstruksjonen. Her er steghøyden 600 mm og avstanden mellom steg er 500 mm. Det viste seg at denne konstruksjonen ikke ble stiv nok og lokal buckling mellom stegene ble et problem. Røde og gule felt viser laster fra tyngre kjøretøy med jevnt fordelt last som mørke blå. Lyseblå viser opplagerbetinger.

For å unngå problemer med lokal buckling plasseres et vertikalsteg i tillegg til at høyden endres til 800 mm.



Figur 13.11 Kantdrager og ekstra steg

Figur 13.11 viser at det er plassert et ekstra steg slik at avstanden mellom steg er 250 mm i toppen og 500 mm i bunnen. Til venstre ser man kantdrageren stiplet i rødt. Denne skal kunne motstå en vertikalkraft på 225 kN og en horisontalkraft på 100 kN som skal fordeles utover 0,5 meter på rekksverk, 1 meter over kjørebanen. Rekkverkstype velges til H2/L2. For å analysere kantdrageren plasseres en kraft i negativ x-retning i toppen av drageren og positiv retning i bunnen av drageren. I realiteten vil kreftene tas opp i hele høyden av kantdrageren og dermed blir den noe overdimensjonert. Alle lastene ble påført mest mulig ugunstig for konstruksjonen. Tekstfiler til alle ANSYS-analyse ligger vedlagt i vedlegg G.

13.4.1. Tøyningsanalyse

Tøyningsanalyse er utført både som sjekk av lokal knekking i ANSYS og mot krav til fiberbrudd i henhold til DNV i Mathcad.

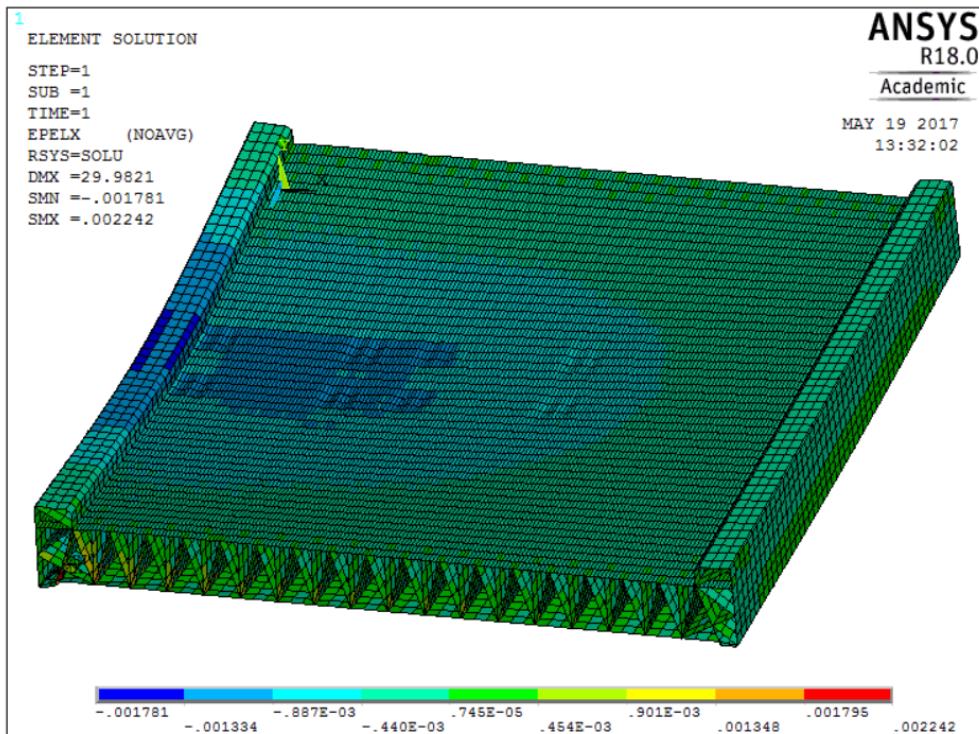
Beregninger for karakteristisk styrke er vist i vedlegg F. Resultatet er 1195,1 MPa som maksimal spenning i fiberretning. Med E_1 funnet over gir dette bruddtøyning på 1,34%.

Overnevnte bruddtøyning benyttes som ε_k^{fiber} i formel 13.

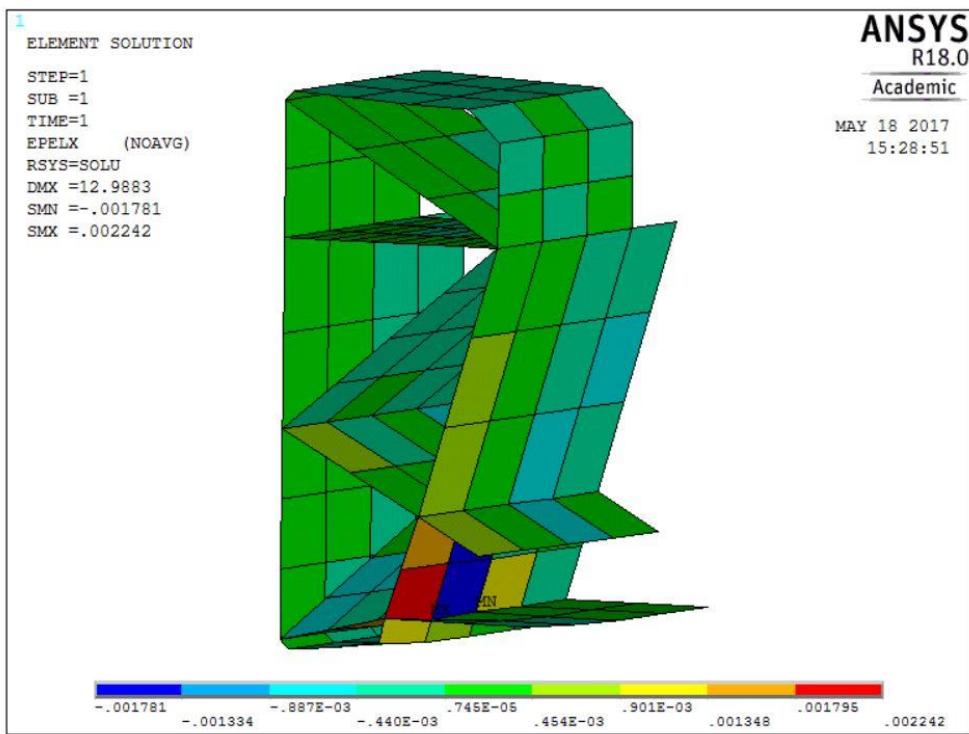
For ε_{nk} er det benyttet tøyninger fra ANSYS-modell med ULS-last. Ettersom det er benyttet ULS, er det brukt tabell 8-3 i DNV GL-OS-C501, «*Simplified set of partial safety factors $\gamma_{FM} = \gamma_F * \gamma_M$ for known maximum load effects*». Velger høy sikkerhetsgrad og sprø bruddutvikling, ettersom dette er det strengeste kravet. Covarians er under 5 %, hentet fra labdata. Dette gir $\gamma_F * \gamma_M = \gamma_{FM} = 1,18$. γ_{sd} og γ_{Rd} settes begge to til 1 ettersom det ikke er noen krumming som fører til større spenninger i ytterkant av materialet, og det regnes uten degradering.

Totalt sett gir dette at maksimal tøyning inkludert partialfaktorer er $\frac{\varepsilon_k^{fiber}}{\gamma_{FM}} = 1,14\%$. Med ε_{nk} fra ANSYS lik 0,292%, som størst effekt uavhengig av strekkretning og lastplassering, gir dette en utnyttelse på 25,6% av strekkapasiteten.

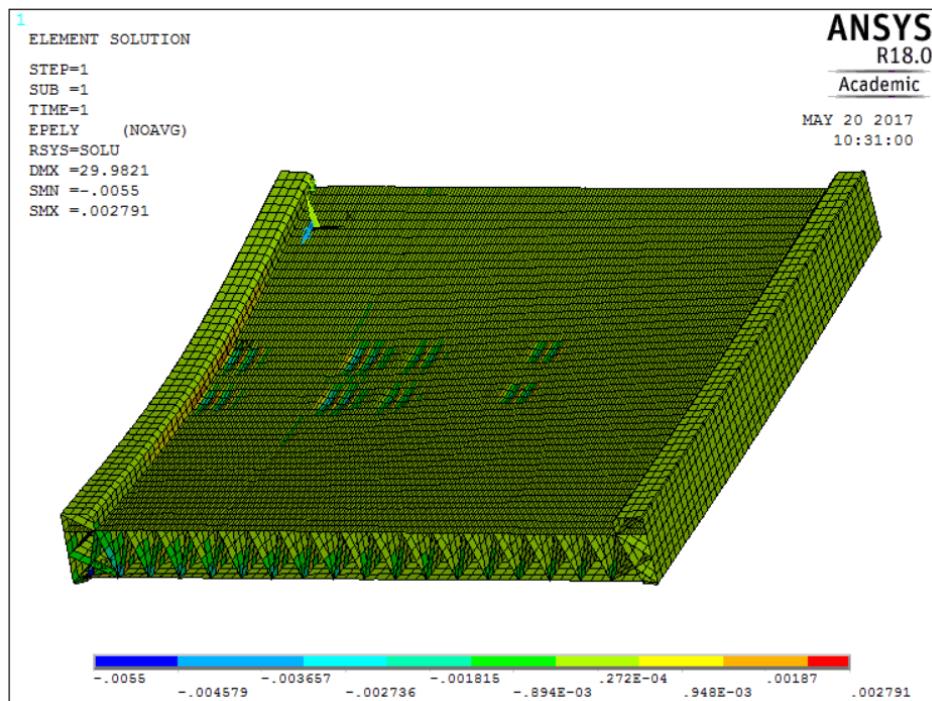
Tøyningene er sjekket både på langs og på tvers av brua, og verste tilfelle er benyttet i fiberbruddtøyningene. Dersom det ses bort fra tøyningen akkurat i feltene for punktlast, noe som vil bli tatt hensyn til i vurdering av lokal knekking i analyse 2, er største tøyning under 0,1% som vist i figur 13.14.



Figur 13.12 Tøyninger i lengderetning

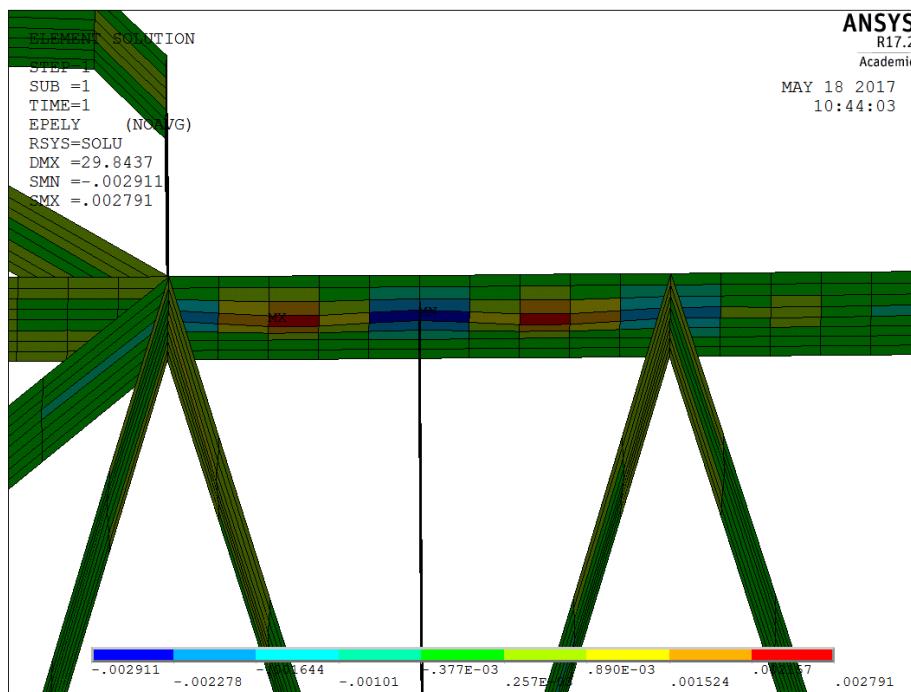


Figur 13.13 Maks tøyning i lengderetning



Figur 13.14 Tøyninger på tvers av lengderetningen

Når man ser på hvilke tøyinger som oppstår i bredderetning av bruа, elementenes y-retning, så er det størst tøyning under elementene hvor lastene er påført. Som nevnt i kapittel 11 er det modellert fibere som ligger kontinuerlig på tvers innerst i flensene. Dette er ikke reelt og vil trolig gi en liten feilmargin i resultatene. Til gjengjeld kan lastene fordeles utover et større areal som nevnt i kapittel 13.3.2.

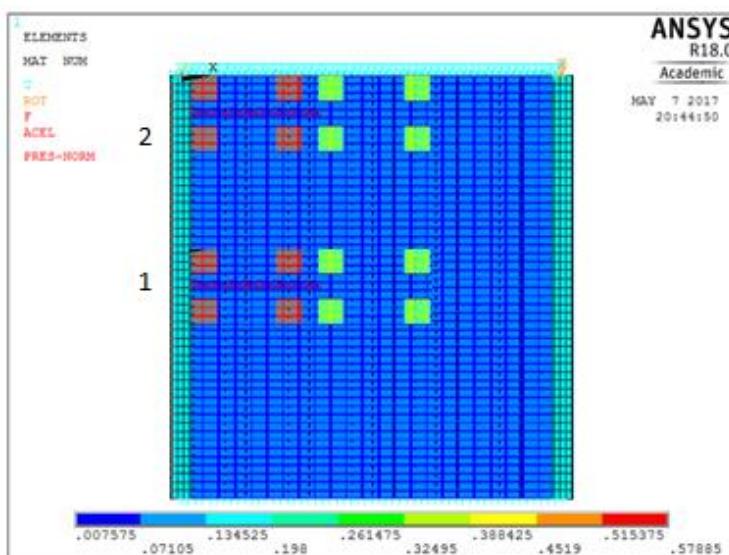


Figur 13.15 Tøyninger på tvers av lengderetning

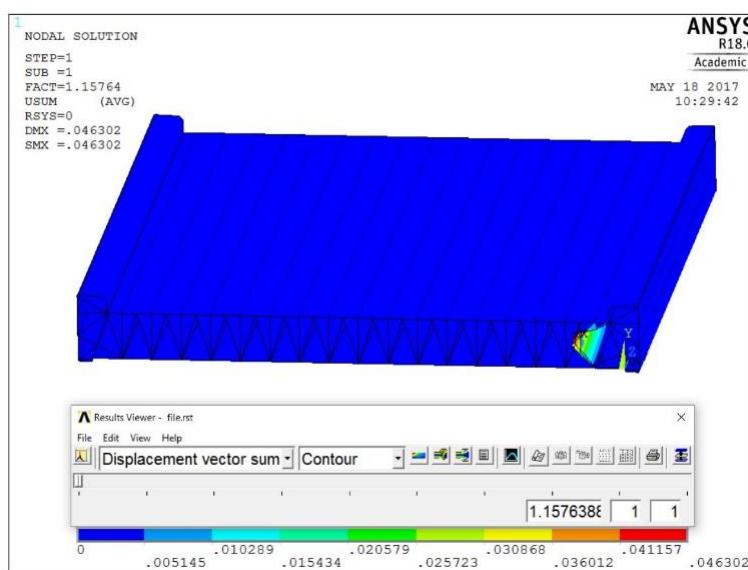
13.4.2. Lokal knekking

Denne analysen kjøres med all last inkludert sikkerhetsfaktorer. Dette er nødvendig fordi buckling kan være et stort problem på slike slanke konstruksjoner. Det så lenge ut som at dette kom til å bli et problem mellom stegene siden avstanden her var 500 mm, men det ble løst ved å plassere et ekstra vertikalt steg slik at avstanden ble 250 mm. Dette gjorde en stor forskjell for denne konstruksjonen.

I følge analysen vil det først oppstå buckling i toppen av kantdrageren ved å plassere lastene midt på brua, eller det vil oppstå i stegene ved opplager med å plassere lastene ut på en ende, se figur 13.16. Buckling i toppflens på kantdrager skjer først ved 107 % av makslast. Det vil si at her er dette ikke et problem. Hvis man plasser lasten helt ute ved opplager vil buckling skje i steg ved 115 % av makslast. Se figur 13.17. Hvis man skulle ha optimalisert tverrsnittet er det en mulighet å ha noe tykkere flenser på kantdrageren og ligge nærmest mulig over 100 % av makslast ved å ta vekk noen lag i steg.



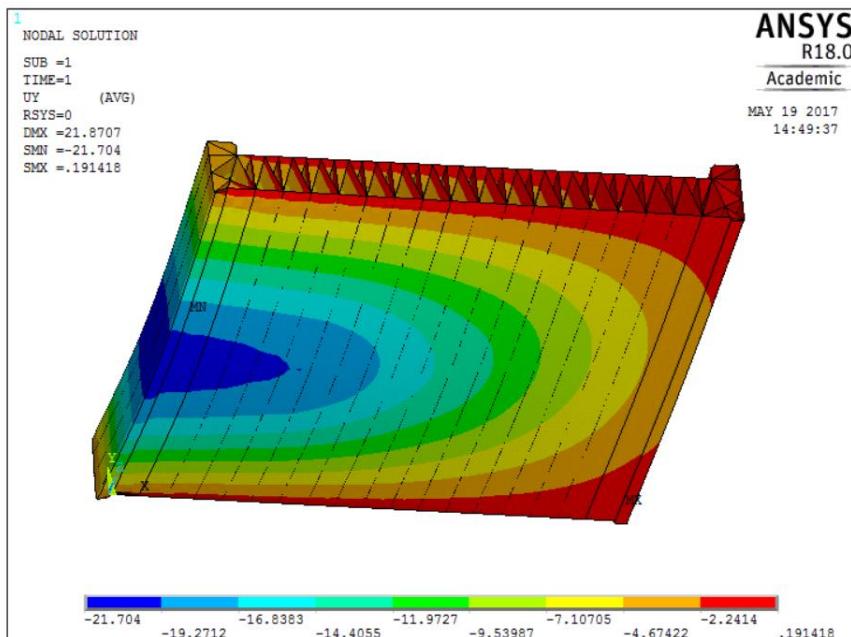
Figur 13.16 Lokal knekking, lastplassering



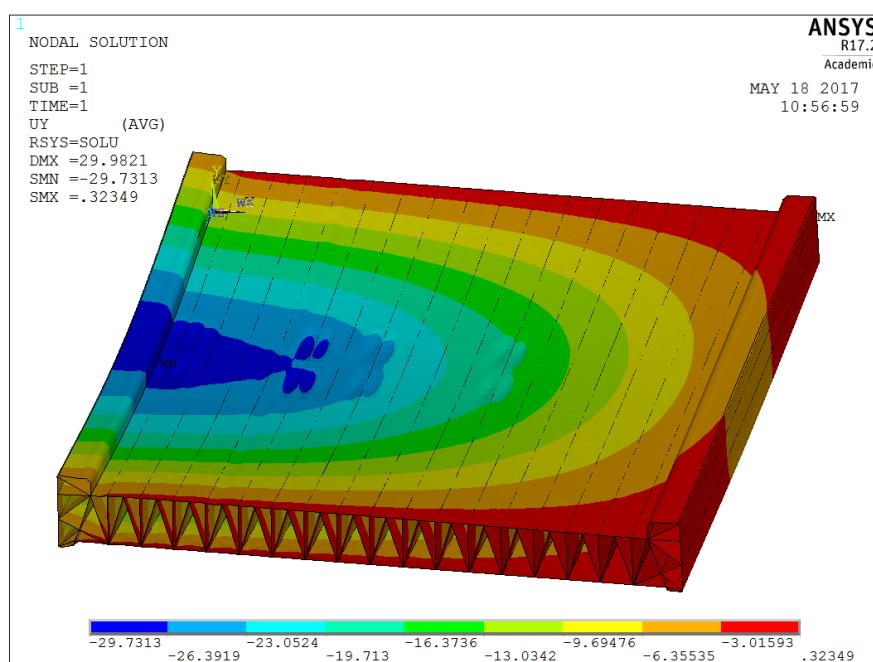
Figur 13.17 Lokal knekking i steg

13.4.3. Nedbøyning

Kravet i N400 er maksimal global nedbøyning på $\frac{l}{350}$. Dette skal overholdes i bruksgrensetilstand (SLS) med karakteristisk trafikklast. Så lenge materialtykkelse er stor nok til å håndtere lokal knekking er dette det vanskeligste kravet å overholde. For bruа som er designet i denne oppgaven er nedbøyingen 20,47 millimeter vist i figur 13.18. Dette er ganske godt under kravet på 28,57 mm. Grunnen til denne marginen er på grunn av lokal knekking og at oppgaven har tatt sikte på å klare kravet også i bruddgrensetilstand dersom nedbøyning fra egenvekt trekkes fra. Dette ender på 27,4 mm vist i figur 13.19, dersom nedbøyning fra egenlast på 2,69 mm trekkes fra.



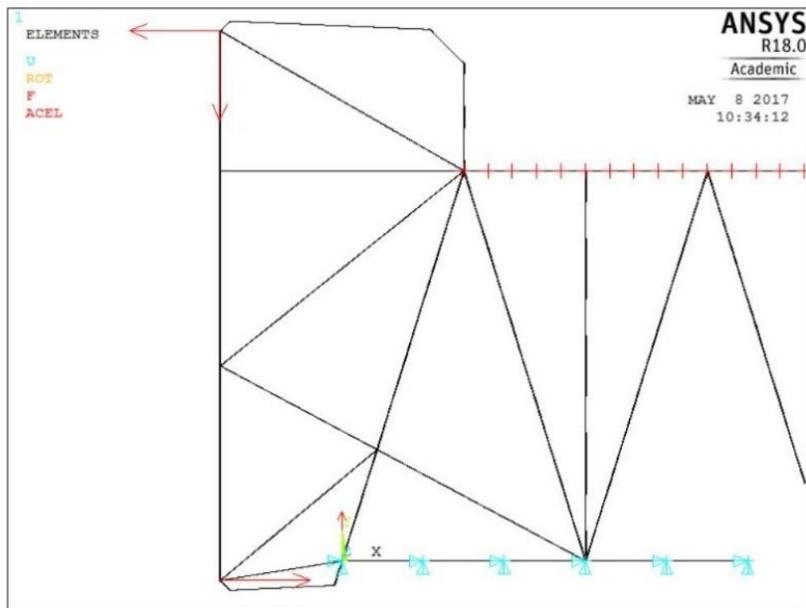
Figur 13.18 Global nedbøyning med karakteristisk trafikklast (SLS)



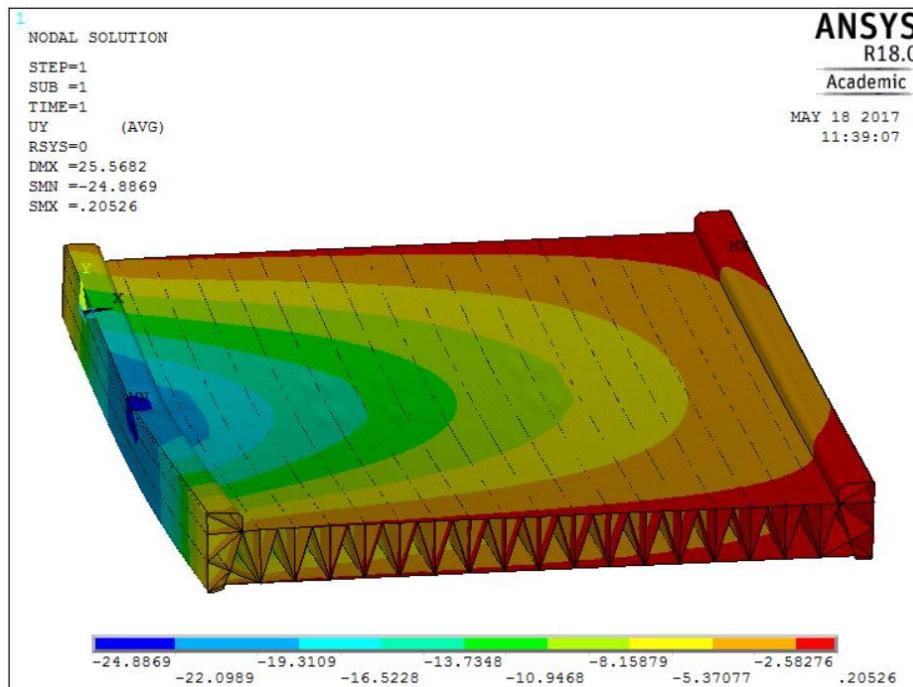
Figur 13.19 Nedbøyning i bruddgrensetilstand

13.4.4. Ulykkeslast

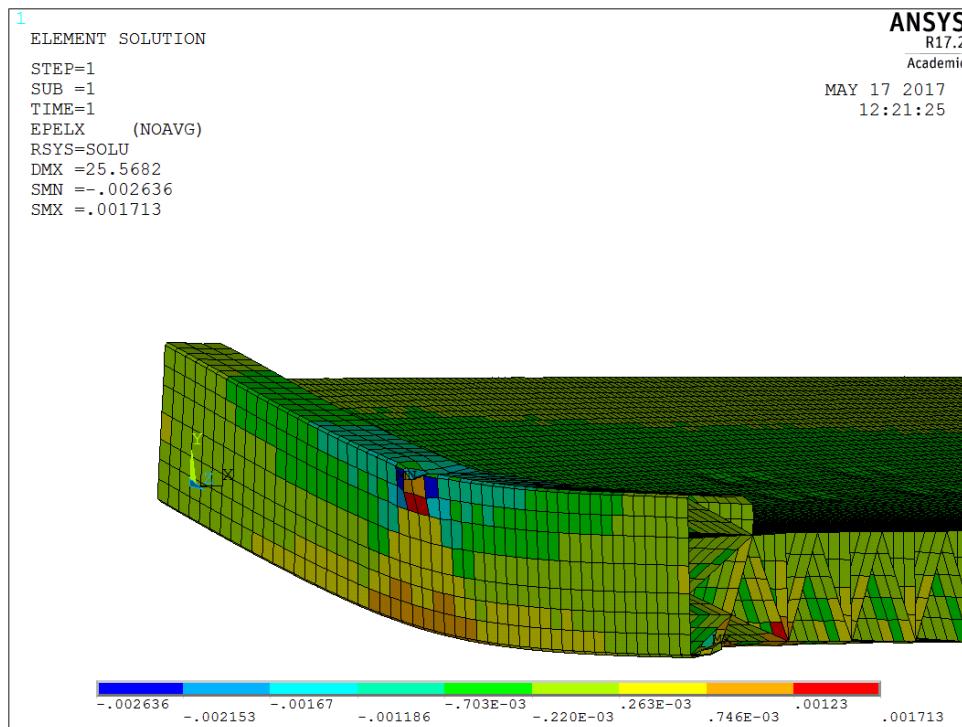
Her sjekkes nedbøyning, utbøyning, tøyninger og lokal knekking, i hovedsak for kantdrageren. Figur 13.20 viser hvordan lastene er satt på. Dette er en forenklet løsning som er mer ugunstig for konstruksjonen. Det vil si at kantdrageren i denne oppgaven vil bli sterkere enn nødvendig. Tøyningene som oppstår er ikke høyere enn 0,26% i siden på kantdrageren hvor det er glassfiber. Hvis man ser på buckling analyse vil ikke dette gi noen problemer. Buckling oppstår først ved 142 % av påført last inkl. sikkerhetsfaktorer. Se figur 13.24.



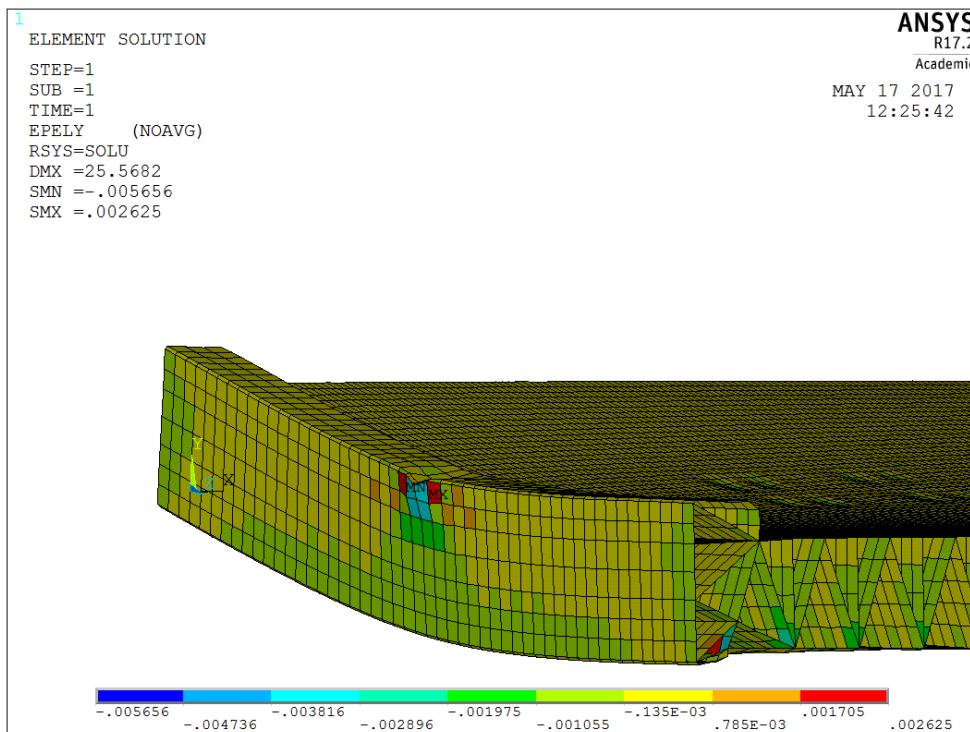
Figur 13.20 Ulykkeslast, lastplassering



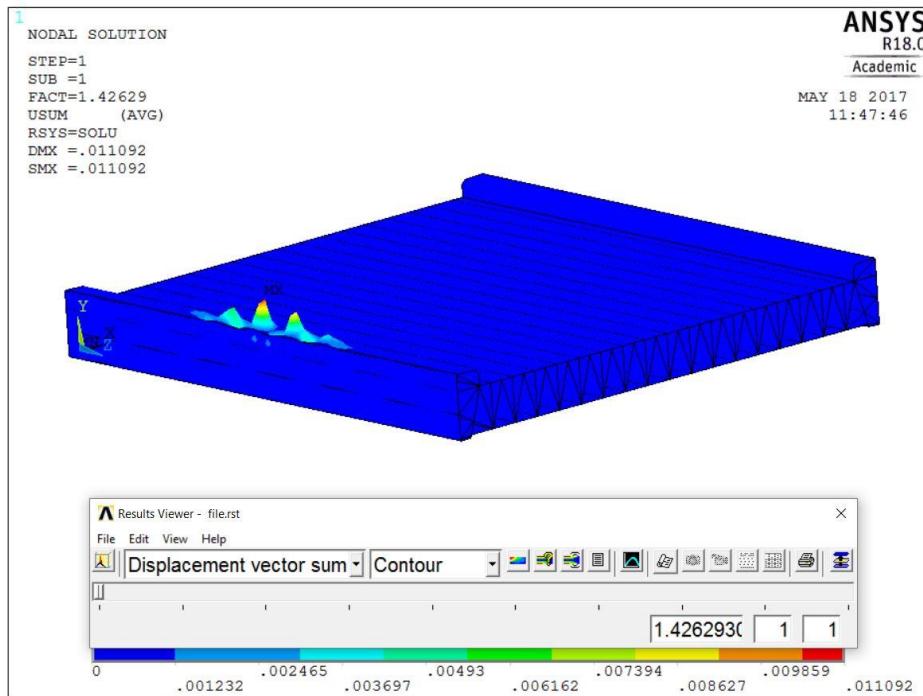
Figur 13.21 Ulykkeslast, nedbøyning



Figur 13.22 Tøyninger i lengderetning



Figur 13.23 Tøyninger på tvers av lengderetningen



Figur 13.24 Ulykkeslast, buckling

13.4.5. Utmattelse

For å regne ut statisk utmattelse er det gjort en del antakelser angående hvor lenge hver last fører til tøyninger i bruа.

Det er vist at ved en fart på 60km/t vil hver bil bruke 0,6 sekunder over bruа. Av de 12000 bilene som passerer årlig regnes 90% å gi bruksgrenselast, og de siste 10% bruddgrenselast. Dette er antakelig alt for høyt, ref. kapittel 9.2.7, og derfor på sikker side. Total tid med trafikklast vil være to timer i året, og resten av tiden er regnet med tøyninger som følge av egenlast.

Formel 45 er benyttet for å beregne redusert maksimaltøyning over tid. Ved tid 0 er maksimaltøyning 1,34% som ved beregning av fiberbrudd. Stigningstallet til kurvene er valgt til 0,0423 som er et tall gyldig for glassfiberlaminater i mangel av en bedre verdi etter punkt F.4.2.3 i DNV.[12]

Med disse tidene og tøyningene vil bruа med en partialfaktor for utmatting på 50 i henhold til section 8 punkt 5.1.1, og levetid på 100 år i henhold til N400 fortsatt bare ha en utnyttelsesgrad på 4,129E-12 i lengderetning og 4,427E-10 på tvers etter formel 46. Dersom bruа var belastet med ULS-laster 100% av tiden, også inkludert den tiden som vanligvis ikke er trafikkert vil den ha en utnyttelsesgrad på 3,241E-5 på tvers.

For dynamisk utmattelse er det hentet ut verdier for SN-kurven til karbonmaterialer fra figur 12.19. $\alpha=0,026$ er benyttet i formel 47. Ved dynamisk utmattelse er det til enhver tid amplituden i tøyninger som er drivende for sprekkvekst og degradering av materialet. For $\varepsilon_{0,fatigue}$ er det derfor benyttet halve tøyningen til brudd, altså 0,672%. Opptrædende tøyning som følge av utmattelseslaster fra 1991-2 [30] er hentet ut fra ANSYS og det er trukket fra tøyning som følge av egenlast og dette blir sett på amplitude. Totalt er amplituden for materialtøyning 0,04% i lengderetning og 0,062% på tvers av bruа. Utregnet gir dette 1,915E40 svingninger til brudd. Med 12000 svingninger i året får bruа

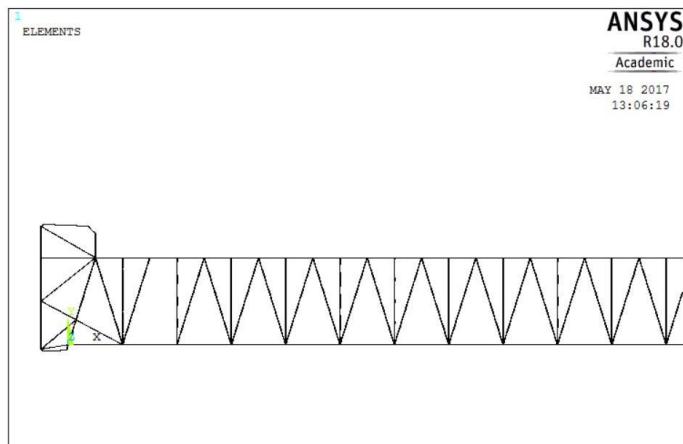
1,2E6 svingninger i løpet av levetiden. Selv med partiellfaktor for utmattelse på 50 som vist over gir dette en utnyttelse på 3,132E-34 i formel 48.

13.4.6. Oppløft fra vind

Oppløft fra vertikal vindkraft gir noe tøyning der lasten plasseres på, men disse er ubetydelige. Likevel fører vinden til en vektredusjon på 40%, noe som vil si at dersom vind treffer på verste måte før det blir asfaltert vil brua få et oppløft på 2,71 tonn. Når asfalten er lagt på vil denne konstruksjonen veie opp mot 45 tonn og da vil ikke forankring være nødvendig.

13.4.7. Analyse ved simulering av produksjonsfeil

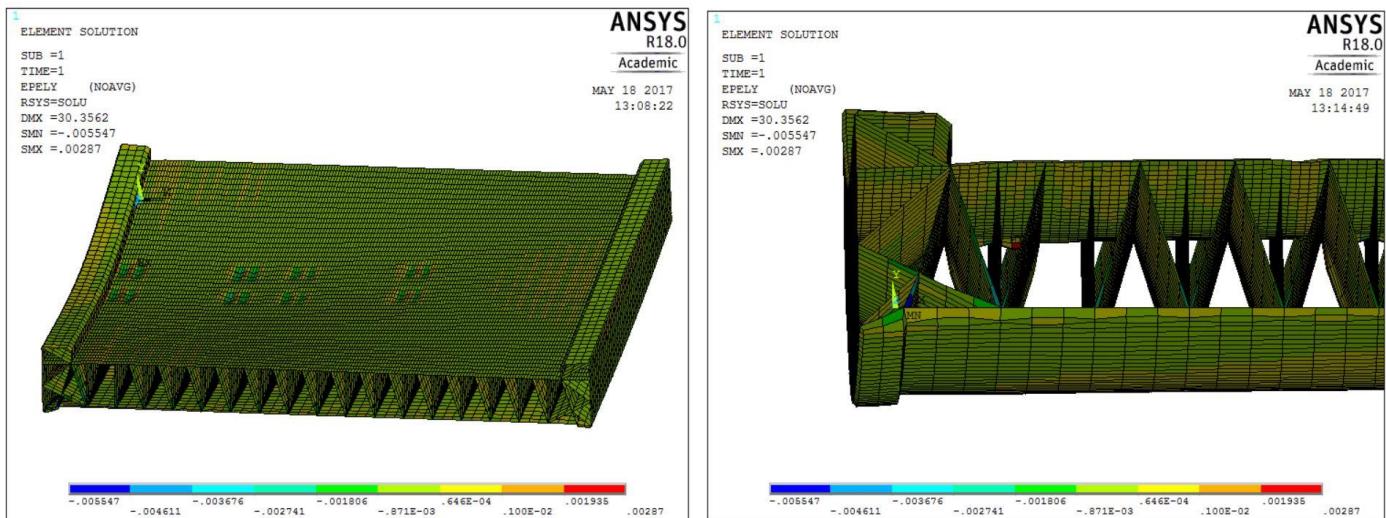
Et reelt problem for kompositt er materialfeil eller produksjonsfeil. Fibrene i kompositt skal kunne overføre krefter godt imellom seg hvis en fiber ryker. Da vil fibrene rundt ta opp lastene. Så hva vil skje om man får en produksjonsfeil i en del av brua? For å simulere dette tas det først vekk et steg for å se hva som skjer med konstruksjonen. Figur 13.25 viser hvilket steg som er fjernet. Deretter fernes en del av flens i topp og bunn. Se figur 13.27 og 13.28.



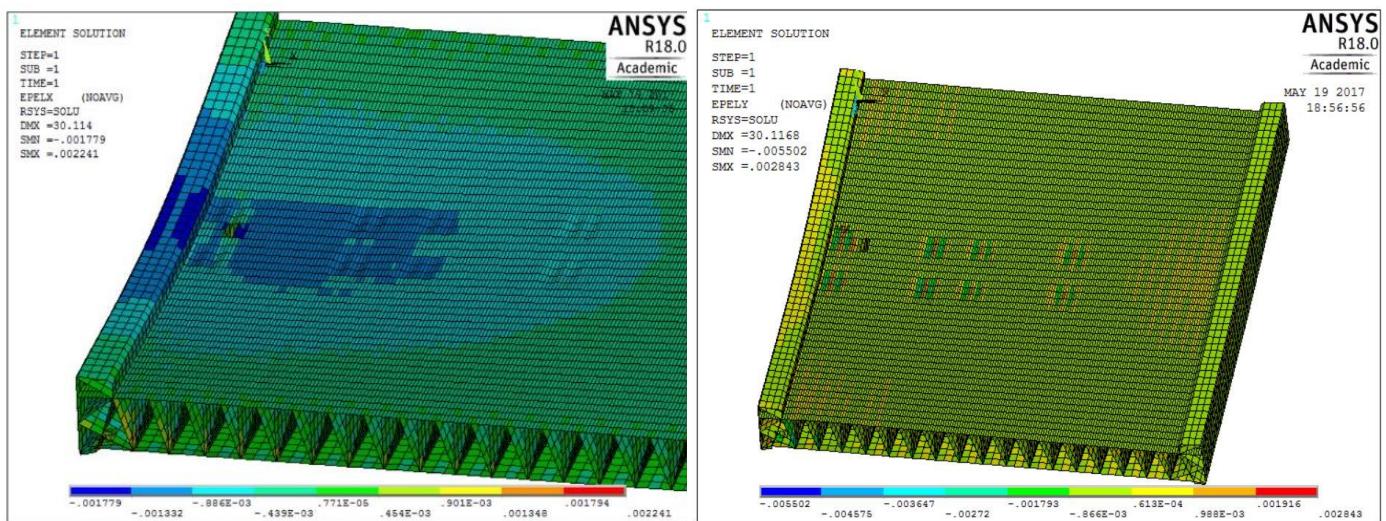
Figur 13.25 Snitt, viser hvilket steg som er fjernet

Analyser som ble gjennomført for denne konstruksjonen er 1,2 og 3 som er beskrevet i 12.2.1. Hvis man ser på tøyningene i lengderetning av brua så oppstår det ikke noe mer tøyninger selv om et steg er fjernet. Tøyningene på tvers av lengderetningen er opprinnelig 0,279 % mot 0,287 % når steget er fjernet. Dette er en ubetydelig endring noe som tilsier at denne brua ikke vil kollapse selv med store fabrikasjonsfeil i et steg. Hvis man får betydelige produksjonsfeil flere plasser i konstruksjonen vil dette gå utover styrken til brua, men er ikke særlig aktuelt. Man må ha kvalitetssikring ved produksjon med tester for å sikre at elementene får ønskelig styrke uten feil og mangler. Lokal knekking får heller ingen større betydning. Dette skjer først på samme plass som vist i 13.4.2, i toppen av kantdrager. Selv ikke nedbøyning blir betydelig større.

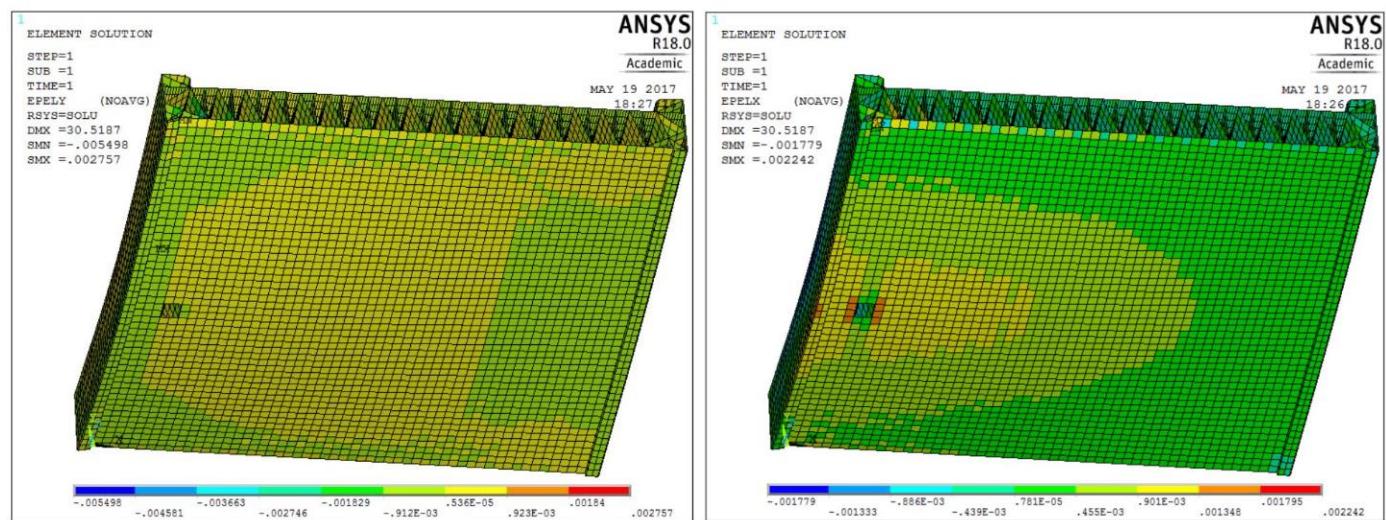
Figur 13.27 viser tøyningene når en del av øvre flens er tatt bort. Man får noe høyere tøyningene, men det fører fortsatt ikke til kollaps. Først når man fjerner en del av nederste flens, se figur 13.28, blir tøyningene noe større i området rundt, men skaper ingen problemer for konstruksjonen. Dette viser at hvis man får en produksjonsfeil i et område vil fibrene rundt det skadde området ta opp kreftene på en utmerket god måte.



Figur 13.26 Tøyninger på tvers av lengderetningen ved fjerning av et steg



Figur 13.27 Tøyninger i- og på tvers av lengderetning, prod. feil i øvre flens

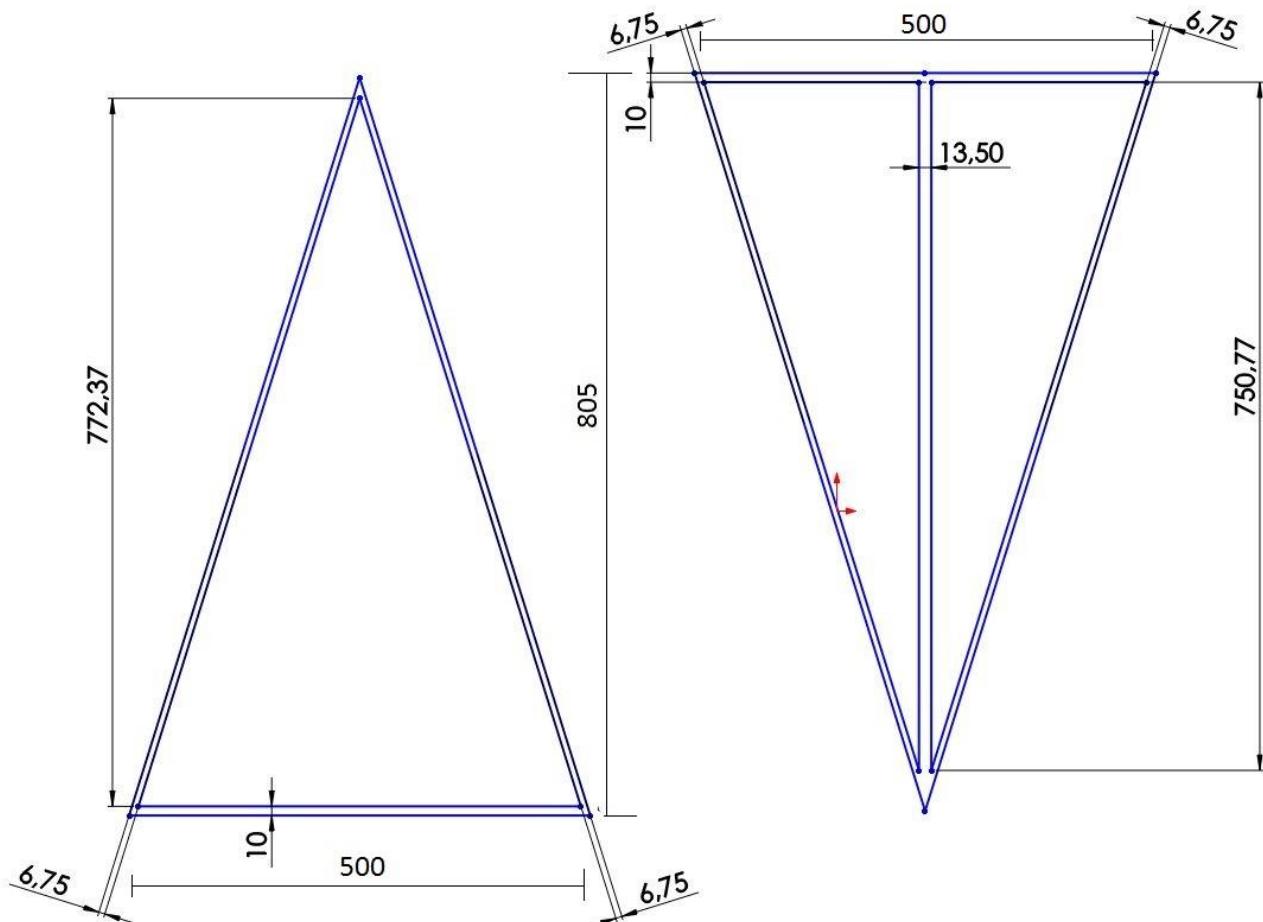


Figur 13.28 Tøyninger i- og på tvers av lengderetning, prod. feil i nedre flens

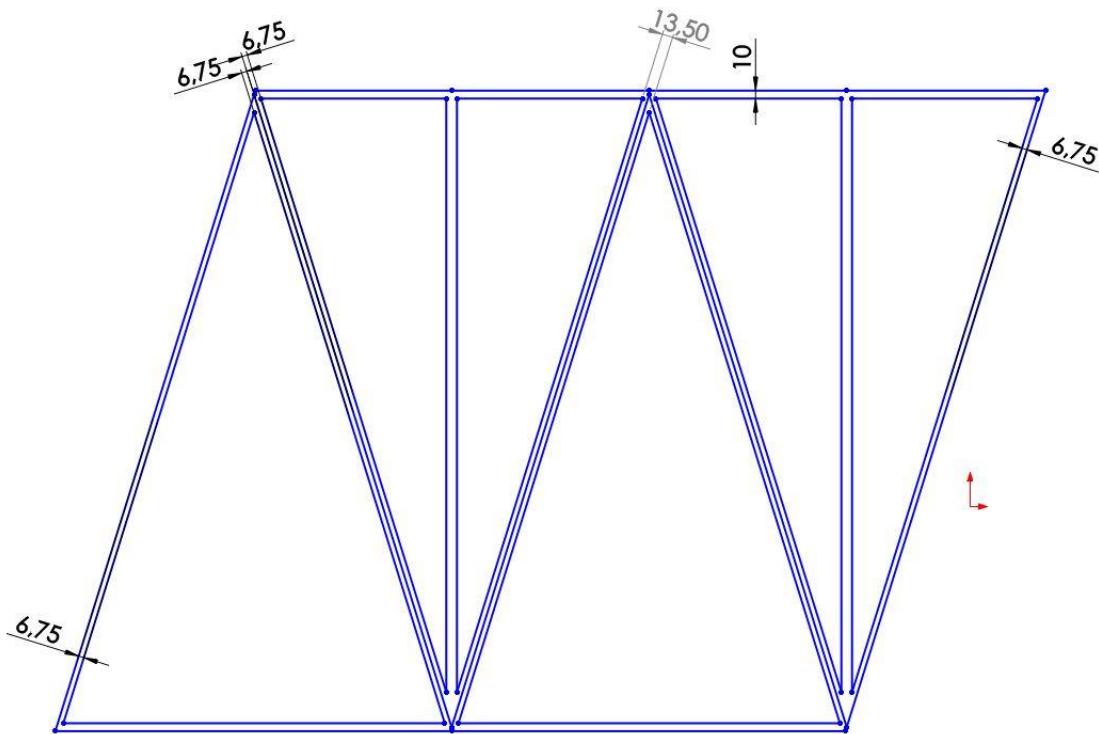
13.5. Produksjon

13.5.1. Produksjonsmetode

Denne bruva skal produseres i trekantelementer. Med en bredde på 500 mm og høyde på 800 mm senter toppflens til senter bunnflens, se figur 13.29. Man trenger to kantdragere, 16 stk. av trekantelement til venstre i figur 13.29 og 17 stk. av trekantelement med vertikalsteg til høyre i samme figur. Disse elementene skal limes sammen på fabrikk for å gjøre montering på byggeplass enklere. Når de er limt sammen skal stegtykkelse være 13,5 mm og total flenstykkelse være lik 10 mm. Se figur 13.30. Matrisen som brukes er Atlac 580 AC 300 PDS og brukes både for steg og flens.

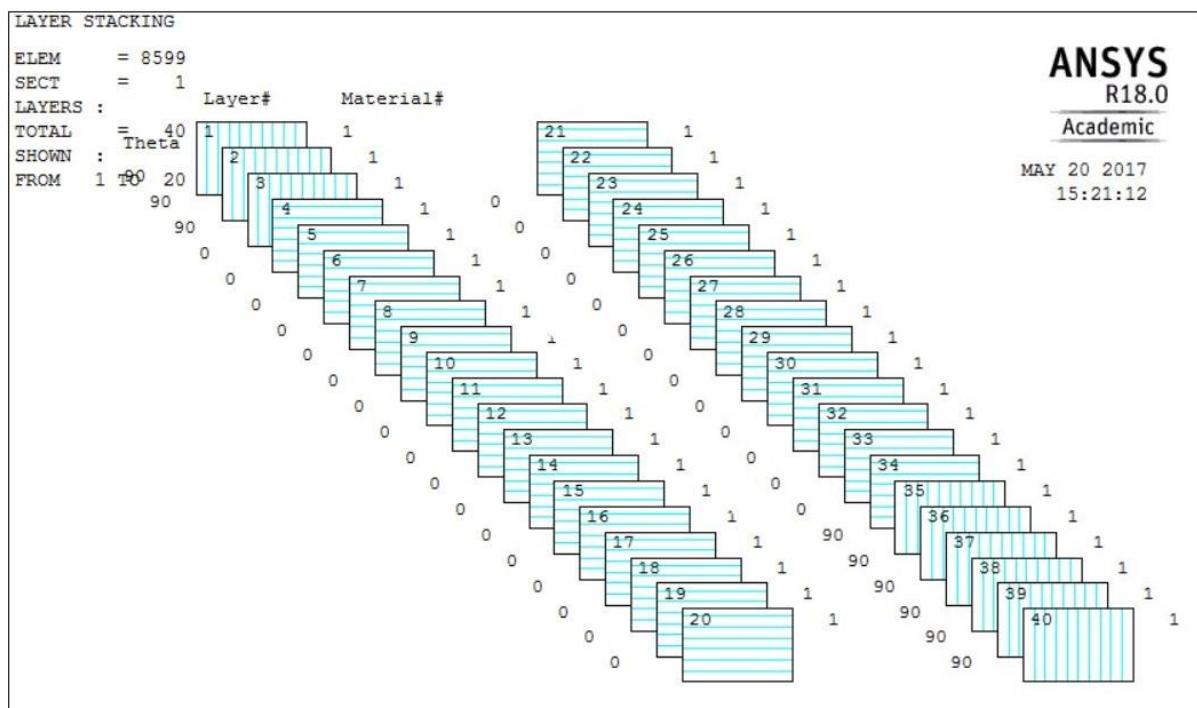


Figur 13.29 Trekantelementer som skal pultruderes



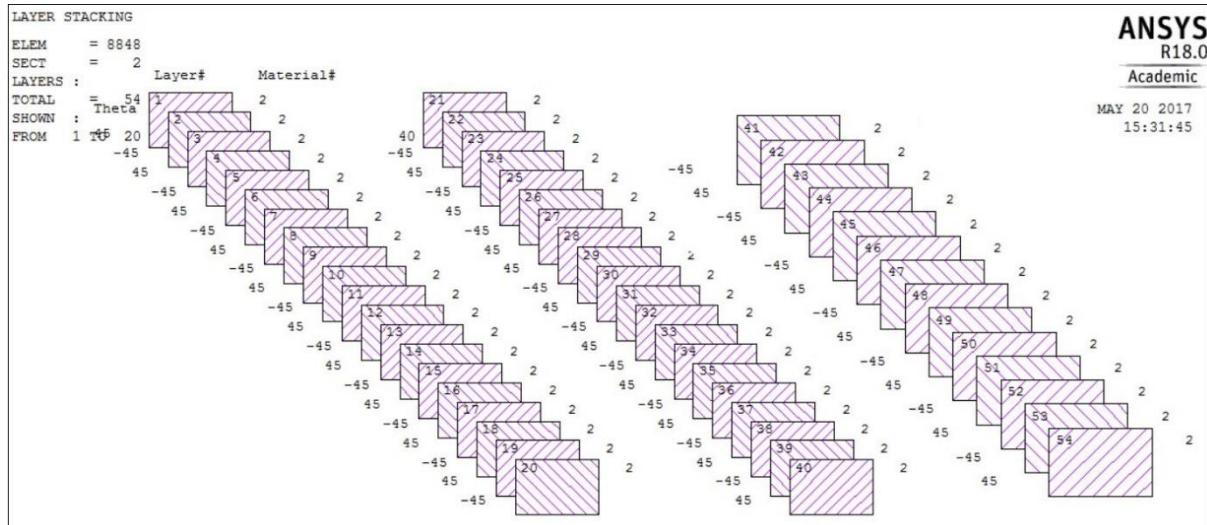
Figur 13.30 Sammensatte trekantelementer

Lagoppbygningen i henholdsvis steg og flens er forskjellig. I begge flensene trenger man 40 lag, men oppbygningen er forskjellig. Lagoppbygning 1, som er vist i figur 13.31, er brukt i nedre flens og lagoppbygning 3, som vist i figur 13.33, er brukt i øverste flens. Alle steg har lag oppbygning 2, se figur 13.32. Skråstegene som skal limes sammen har halve oppbygningen siden de blir komplett når de limes sammen. Figur 13.34 viser lagoppbygningen til flensene på kantdrageren.



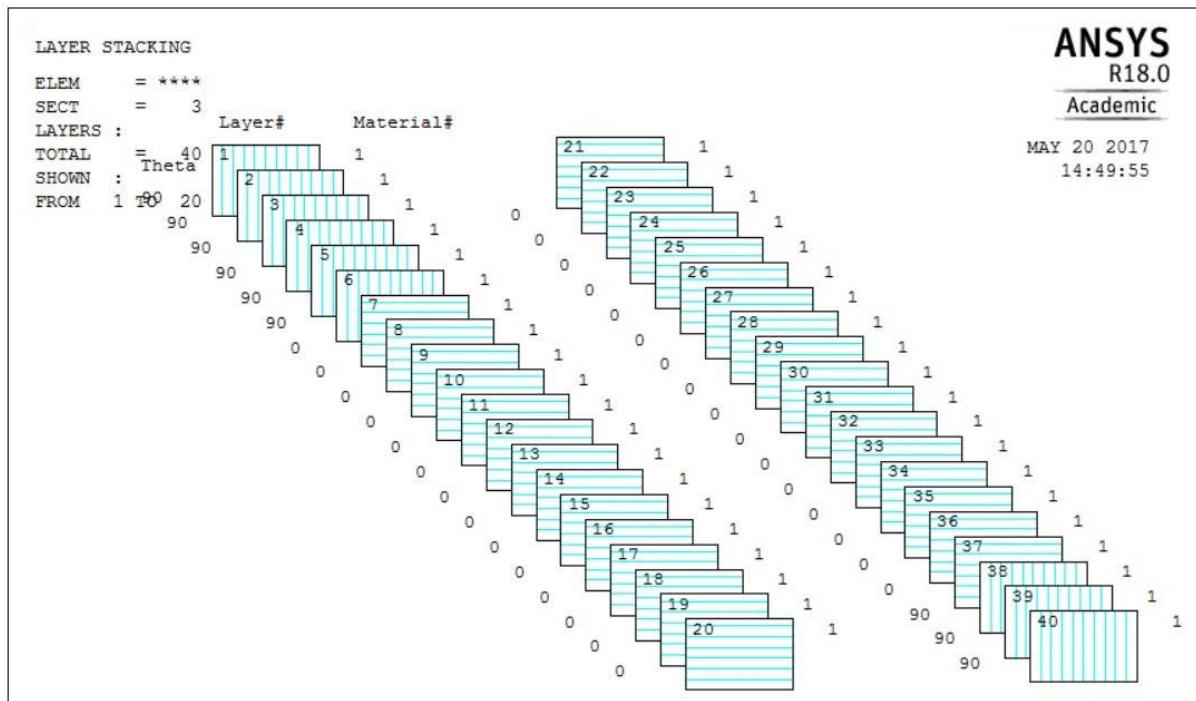
Figur 13.31 Lagoppbygning 1, der 0° er i lengderetning av bruha

Lagoppbygning 1 har 3 lag med 90° karbonfiber innerst og 31 lag med 0°. Det er i hovedsak disse 34 lagene som skal pultruderes. De siste 6 lagene som skal gå i bredderetning skal limes på etter at bru er ferdig montert på byggeplass. Dette er for å få fiber som går kontinuerlig i hele bruas bredde. Figur 13.35 viser et nærbilde av steg og flens. Her ser man de 6 siste lagene som en plate under flens. Total tykkelse er 10 mm.



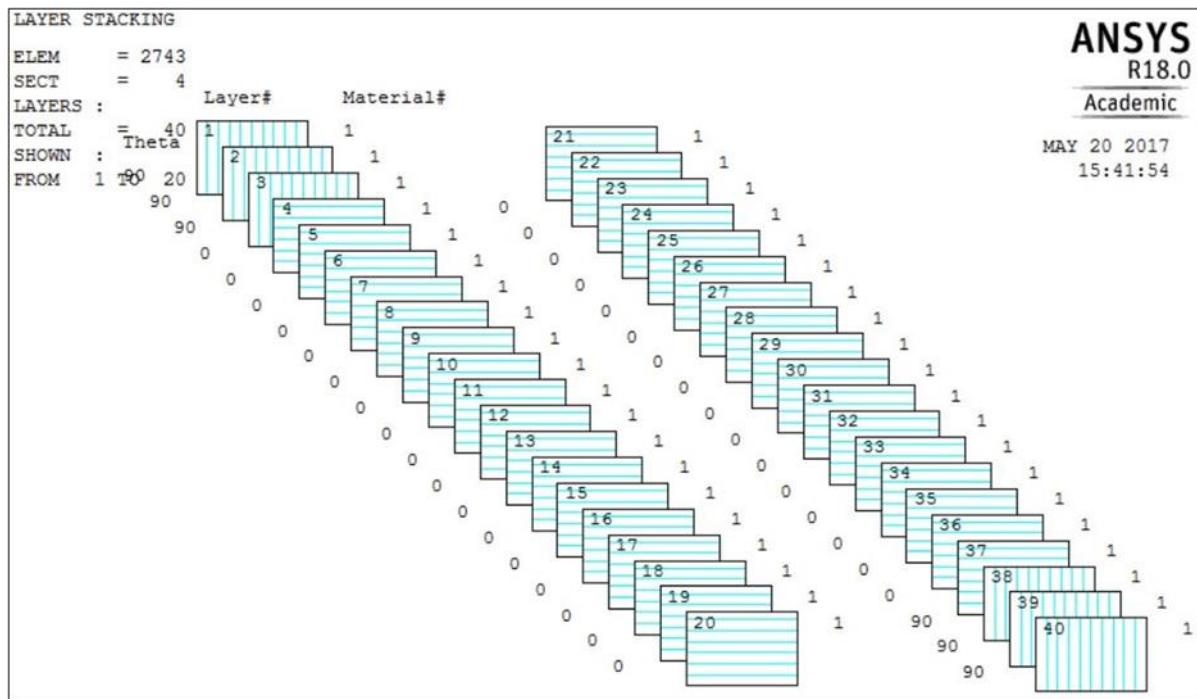
Figur 13.32 Lagoppbygning 2, der 0° er i lengderetning av bruå

Lagoppbygning 2 gjelder for et komplett steg. 54 lag med 45° / -45° lag i glassfiber. Total tykkelse er 13,5 mm.



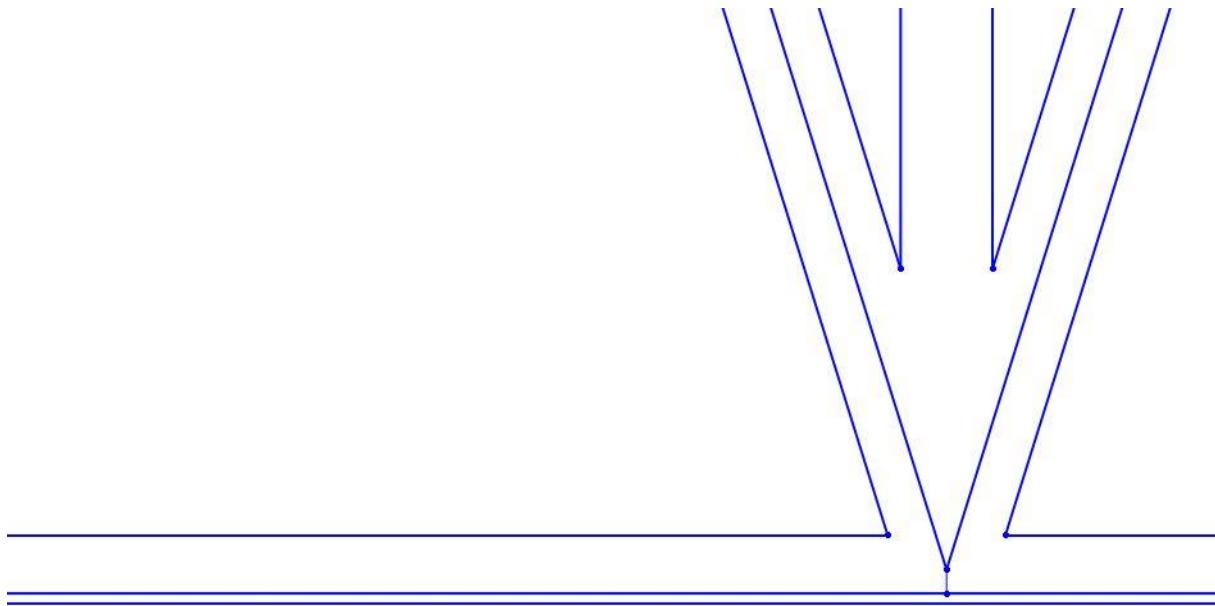
Figur 13.33 Lagoppbygning 3, der 0° er i lengderetning av bruå

Lagoppbygning 3 har like mange lag som lagoppbygning 1, men er speilvendt slik at det limes på 6 stk. 90° lag på oversiden av brukonstruksjonen etter at bruhaugen er montert ferdig.

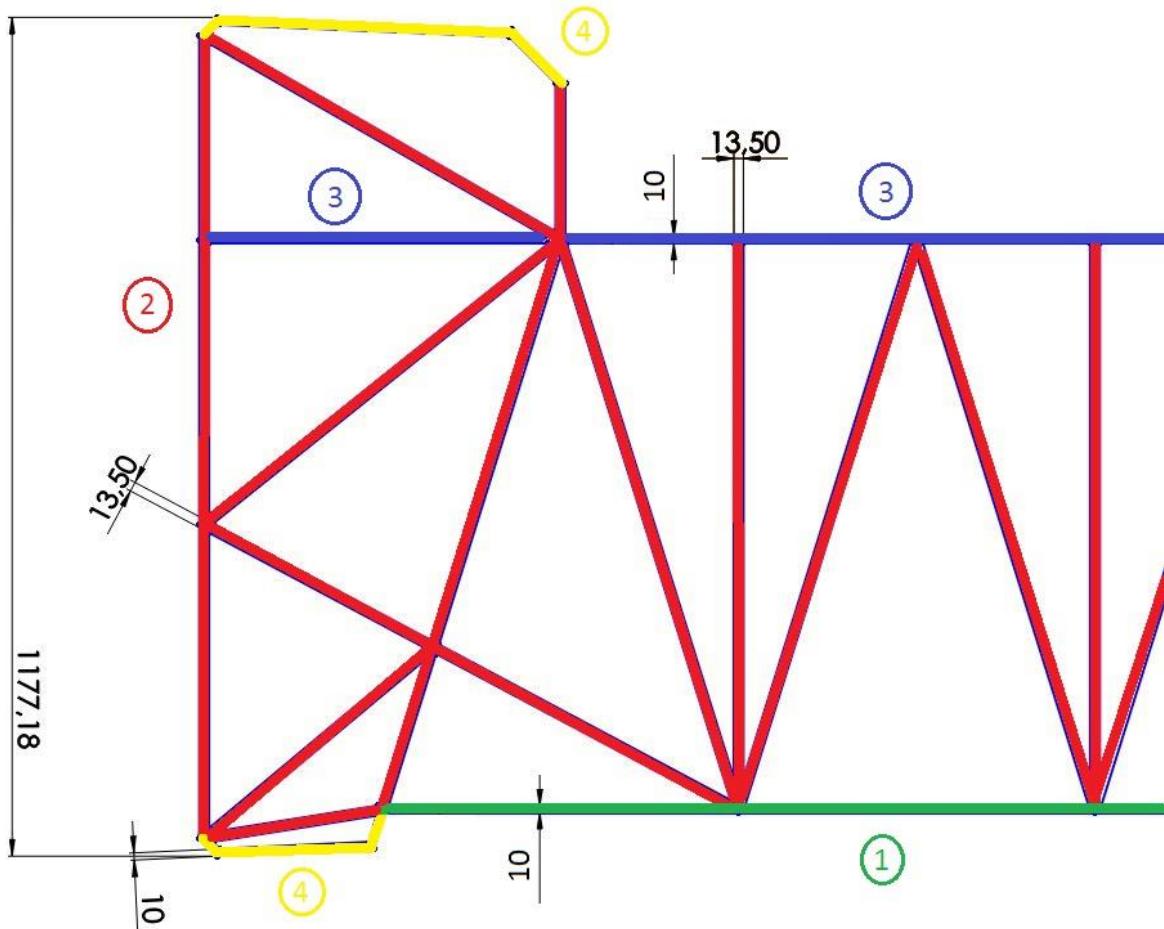


Figur 13.34 Lagoppbygning 4, der 0° er i lengderetning av bruå

Lagoppbygning 4 er av karbonfiber og er symmetrisk. 3 lag med 90° i topp og bunn. Med 34 lag 0° imellom.



Figur 13.35 Nærbilde av steg og flens med 90° plate



Figur 13.36 Nummerering av lagoppbygning på ulike deler av brukonstruksjonen

13.5.2. Prisberegning

For at FAP skal være konkurrerende på markedet må det kunne forsvarer økonomisk. De fleste som har hørt om kompositt vet at det er et dyrt materiale, spesielt karbonfiber. Derfor er dette et viktig tema å gå inn på. Ingen vil velge kompositt om det koster flere ganger av vanlige byggematerialer. Derfor har det blitt skrapt litt i overflaten også når det gjelder pris. Det har blitt hentet inn et grovt overslag på hvor mye det vil koste å pultrudere disse profilene fra Rempro. Dette er som nevnt et grovt overslag og hvis denne brua skal realiseres må priskostnaden beregnes mer nøyaktig enn hva som blir gjort i denne rapporten. Det regnes med en areal på 100 m². Pris, eks. mva, fra Rempro[39] er:

60 kroner pr. kg. ferdig pultrudert profil av glassfiber og polyester

120 kroner pr. kg. ferdig pultrudert profil av karbonfiner og polyester

*Polyester er ifølge Rempro sammenlignbar på pris som Altac 580 AC 300 PDS.

Brukonstruksjonen består av ca. 83 % glassfiber og 17 % karbonfiner. Den veier totalt 15670 kg.

12937 kg glassfiber og 2733 kg karbonfiber. Disse tallene er hentet ut fra ANSYS. Den totale prisen for material- og produksjonskostnad blir:

$$\text{Glassfiber: } 12937 \text{ kg} \cdot 60 \text{ kr/kg} = 776220 \text{ kr}$$

$$\text{Karbonfiber: } 2733 \text{ kg} \cdot 120 \text{ kr/kg} = 327960 \text{ kr}$$

Totalprisen for hele brua i elementer er ca. 1100000 kroner som gir en foreløpig kvadratmeterpris på ca. 11000 kroner.

Man må regne med en del mannetimer for å lime sammen trekantelementene til større elementer som kan kjøre ut til byggeplass. Dette diskuteres, og man kommer frem til at dette kan koste ca. 2000 – 3000 kroner pr. m².

Frakt til byggeplass regnes til å koste ca. 50000, igjen svært avhengig av distansen til byggeplass. Dette vil dermed ligge på rundt 500 kr/m².

Montering på byggeplass: 100000 kr/100m² = 1000 kr/m².

Asfalt koster: 200 kr/m².

Rekkverk 2500 kr/m * 30m = 75000 kr, som videre deles på 100 m² som igjen er 750 kr/m².

Et grovt overslag på totalpris for brukonstruksjonen med asfalt, rekkverk og montering eks. mva; 16500 kr/m².

14. Diskusjon

Resultatene fra analysen viser at konstruksjonen er godt egnet for de påførte belastningene. Både når det gjelder tøyninger, nedbøyning og lokal knekking. Tøyningene som oppstår er ikke større enn 0,3% noe som er langt ifra teoretisk fiberbruddsgrense. Utnyttelsesgrader for stekkapasitet er 26 %. Noe av grunnen til at denne ble så lav er på grunn av lokal knekking. Lokal knekking er et problem for slanke konstruksjoner og ble dominerende. Utmattning er ingen problem noe som stemmer godt med teorigrunnlaget i kapittel 9 og forprosjekt.

Det er knyttet noe usikkerhet til materialverdiene fra laboratorietestene ettersom det var feil på det første settet med målinger hvor mesteparten av testlaminatene ble brukt opp. Tøyningene som ble målt var større enn det som var teoretisk mulig, og det var nødvendig med nye målinger gjort med eksternt ekstensometer. Det er både for glass- og karbonfibermaterialer benyttet lavere stivhet enn det som ville blitt oppnådd med teoretiske verdier.

Noe av problemet med kompositt er at det er et såpas nytt materiale innen byggenæringen. Det er vanskelig å forutse hva som skjer med en komposittkonstruksjon som blir utsatt for trafikk, veisalt, vær og vind over en lengre periode. Det og mangelen på eurokoder for kompositt er noe av grunnen til at norske ingeniører ikke ønsker dette byggemateriale velkommen med åpne armer. Det er ikke mange som har testet ut kompositt i slikt miljø over lengre tid. Når man da bygger noe som skal stå i 100 år så er det forståelig at skepsisen er stor til et materiale som ikke har blitt testet ordentlig ut. I følge produsentene skal kompositt kunne stå opp imot 100 år uten særlig vedlikehold, men norske ingeniører vil ha fakta på bordet og går heller derfor for konservative byggematerialer.

Det man trenger er et pilotprosjekt for å vise at det faktisk er mulig å bygge bruver i kompositt. Når dette er gjort så tror jeg flere får øynene opp for dette spennende byggemateriale som nå i mange år har blitt kalt for « fremtidens materiale ». Når et eventuelt pilotprosjekt er satt i gang må man heller følge med på denne eller disse bruene fremover for å se hva som egentlig skjer med dem etter årevis med slitasje. Det er akkurat her man vil spare inn mye av kostnaden på bruva. Vedlikehold er noe som tar mye tid og penger. For ei bru i betong trengs det vedlikehold igjennom hele dens levetid. Kanskje allerede etter 20 år må en betongbru vedlikeholdes. Komposittmateriale skal kunne være tilnærmet vedlikeholdsfrift. Hvis ei bru kan stå i 100 år uten å vedlikeholdes vil dette være en kjempeinvestering for aktører som Statens Vegvesen. UV-stråling kan bryte ned matrisen og føre til oppsprekking. Dette vil gjøre at fiberne blir eksponert og bli svekket med tiden. I denne brukkonstruksjonen er det kun kantdragerne som vil bli eksponert for UV-stråling. Disse kan beskyttes med maling.

Den største fordelen med FAP er sin lave vekt i forhold til styrken. Hvis det skal bygges bru i et område der de sliter med setninger og vanskelige grunnforhold vil denne brua være flere ganger lettere enn en tilsvarende bru i betong. Hvis man i tillegg må pele for å få god nok fundamentering så vil dette være gunstig for en bru i kompositt. Peling er en stor kostnad og hvis man kan spare inn halve kostnaden allerede her så er mye gjort for å kunne få denne typen bru billigere enn med bruk av de tradisjonelle materialene.

Et annet problem kan være kostnaden for bruа. Det er jo ikke noe å legge skjul på at FAP er et dyrt materiale å bygge med. Det kommer stadig nye produsenter inn i markedet som er med på å presse prisene ned. Det er viktig å finne den produksjonsmetoden som er rimeligst for denne typen konstruksjon. Håndopplegg er kanskje det billigste alternativet, men da blir kvaliteten noe usikker. Standardisering er et nøkkelord som vil hjelpe med å få ned produksjonskostnaden. Pultrudering anses på som den beste måten for å produsere elementer til denne bruа. Produsere kilometer på kilometer med samme tverrsnitt som kan brukes til flere bruer i denne størrelsen. Veileder hos Statens Vegvesen har gitt en totalpris på platebytte av betongbru: ca 30.000 kr/m² eks. mva. Totalprisen på bruа i denne rapporten er 17.300 kr/m². Dette er noe rart siden kompositt blir omtalt som et veldig dyrt materiale. Det er knyttet usikkerhet til denne prisen siden det er en høy investeringskostnad ved innkjøp av pultruderingsmaskin. Det vil tilsi at jo flere meter en produserer av samme profil, jo billigere vil hver meter bli. Prisen Rempro gav kan nok også stilles et spørsmåltegn til, men selv om Rempro har bommet og gitt en pris som er halvparten av realistisk pris, vil allikevel denne bruа ikke bli dyrere enn en platebro i betong. Noe av grunnen til dette kan være at man trenger så lite materiale i forhold til andre byggematerialer. Vekten av denne brukonstruksjonen er nesten bare en tiendedel av vekten til en betongbru som spenner over samme avstand.

Tidligere har man knust opp kompositt og brukt dette til fyllmasser siden det ikke er skadelig for miljøet når matrisen er ferdig herdet. I følge vår veileder hos OPSAS er det forsket mye på området og man har i noen tilfeller kunne brenne matrisen vekk og bruke de oppkuttede fiberne om igjen. Hvis man kan resirkulere fiberne er dette et kjempe godt bidrag for å kunne gjøre kompositbruer «grønnere» (mer miljøvennlig) enn betongbruer.

15. Konklusjon

Henviser til problemstilling i kapittel 7 og forskerspørsmål i kapittel 10.

Denne rapporten viser at FAP er et høyaktuelt byggemateriale for bygging av korte bruer.

Nedbøyingskravet fra Statens Vegvesen virket vanskelig å oppnå før arbeidet startet, men resultatene viser at kravet kan tilfredsstilles ved å bygge en høy nok brukonstruksjonen i karbonfiber. Karbonfiber er et materiale som gir brukonstruksjonen veldig gode egenskaper, men dette alene gjør at bruа får veldig høye kostnader. Derfor har vi kommet frem til at glassfiber, som er mye billigere, eigner seg godt til å ta opp skjærkrefteгne som oppstår i stegene. Dette gjør at kostnaden på bruа ikke blir høy i forhold til vanlige byggematerialer brukt i dag.

Slanke konstruksjoner vil være utsatt for lokal knekking. Denne konstruksjonen er ingen unntak. Grunnen til at konstruksjonen ble så høy og kraftig som vist i denne rapporten er på grunn av kravene som har blitt satt. Det har vært et ønske å ligge under 0,5 % tøyning for å unngå oppsprekking av matrise, samtidig som man ønsker å unngå lokal utknekking og opprettholde Statens Vegvesens krav i håndbok N400. Hvor det har blitt fokusert på nedbøyingskravet og krav til kantdrager. Alle kravene som har blitt satt i denne rapporten og som står i Håndbok N400 er opprettholdt. Tøyninger i bruа er under 0,5 %, lokal knekking oppstår først ved 107 % av maks påfør last og nedbøyning er ikke på mer enn 20,5 mm. Hvis konstruksjonen er lavere vil lokal knekking i topp og bunn av kantdrager være et problem. Kravene stilt til kantdrager gjelder for betong, men ble sett på et greit utgangspunkt når de skulle designes. Dermed består hele brukonstruksjonen av kompositt, noe som var et stor ønske allerede før rapporten ble utarbeidet.

En stor fordel for denne typen bru er at elementene kan produseres inne i kontrollerte miljøer og limes sammen til større elementer som kan fraktes ut på byggeplass. På byggeplass kan de heises på plass i løpet av kort tid. Dette er en fordel når det kommer til omdirigering av trafikk. I noen tilfeller må trafikanter over lengre tid omdirigeres flere mil mens bruа bygges. Det her vil vi unngå og akkurat derfor kan denne brukonstruksjonen være med på å gjøre brubygging til en bedre og mer effektiv prosess.

I følge de prisene som er blitt hentet inn ser det ut som at kompositt kan konkurrere også på pris. Selv om det er noe usikkerhet rundt disse prisene så er det priser som har kommet fra en seriøs aktør, Rempro, som produserer komposittprofiler ved pultrudering. Det er derfor et greit prisoverslag.

16. Anbefalinger

Anbefalinger til videre arbeid er å se på optimalisering av kantdrager. Her kan man spare inn en del materiale hvis man benytte seg av slankere skråstilte steg. Disse burde også kunne utformes mer effektivt med tanke på rekkskiftestning. Også lagoppbygning til de ulike konstruksjonsdelen kan undersøkes enda mer. Denne rapporten har utarbeidet de beste resultatene utfra de kravene som var satt på forhånd.

Asfalt står for over to tredjedeler av permanente laster på bruа. Dette er med en asfalttykkelse lik 140 mm. Siden den største delen til komposit er den lave egenvekten, burde asfaltvekten reduseres betraktelig. Hvis man får godkjent 100 mm asfalttykkelse fra veidirektoratet vil egenvekten til asfalt bli redusert fra $3,5 \text{ kN/m}^2$ til $2,5 \text{ kN/m}^2$. I de fleste tilfellene vil dette være mer enn tykt nok. I tillegg har man andre alternativer som lettvekts asfalt. Det beste hadde vært å kunne ha komposit som slitelag. Dette er studert og gjennomført i andre land hvor dette ikke vil være noe problem, men ikke i Norge hvor det vil være mye større slitasje på grunn av piggdekk og kjettinger. Her er det et stort potensiale.

Prisberegninger er noe som absolutt burde ses mer på hvis dette skal gjennomføres. Prisen som er fremlagt i denne oppgaven er veiledende. Prisen kan være riktig, men det er en del usikkerhet rundt investeringskostnaden og hvor mye som faktisk pultrudes. Jo mer som produseres jo billigere blir prisen per meter profil som reduserer prisen per m^2 .

Tilpasning til landkar er noe som må sees mer på hvis denne brukkonstruksjonen skal være standard for utskifting av gamle betongbruer. Landkarene må tilpasses før denne bruа blir montert. Dette kan nok løses ved å bruke betongkutter til å skjære ut opplagere med nok høyde, men da vil armeringen bli eksponert og man kan få noen problemer. Dette er noe som bør undersøkes mer sammen med innfestningspunktene til rekkskiftestning. Rekkskiftestnetet kan festet på utsiden av kantdrageren, men akkurat hvordan disse skal festes er ikke undersøkt.

Miljøpåvirkning er et viktig tema å gå inn på. Det har vært et stort ønske om å gå inn på dette, men på grunn av uforutsette problemer har det ikke vært tid til å gå inn på dette. Man kan bare anta at det er mer miljøvennlig å produsere nesten en tiendedel komposit i forhold til vekten av en betongbru av samme spenn. Det burde utarbeides en livssyklusanalyse av brukkonstruksjonen for å kunne sammenlikne bruer over samme spenn av ulike konvensjonelle byggematerialer.

17. Referanser

- [1] E. J. Barbero, *Introduction to composite materials design*. Philadelphia: Taylor and Francis, 1999.
- [2] Vegdirektoratet and v. Statens, "Bruprosjektering : [håndbok N400]," vol. N400(2015), ed. Oslo: Vegdirektoratet, 2015.
- [3] Strongwell, "CUSTOM PULTRUSIONS," ed.
- [4] Fireco. Available: <http://www.fireco.no/?news=bascule-frp-composite-footbridge-fredrikstad>
- [5] FiberLine. (2017). *Case stories - Road bridges*. Available: <https://fiberline.com/case-stories/road-bridges>
- [6] B. stensvold. (2015, 5 februar). *Norske bruer trenger vedlikehold for opp mot 19 milliarder*. Available: <http://www.tu.no/artikler/norske-bruer-trenger-vedlikehold-for-opp-mot-19-milliarder/223077>
- [7] Nye Veier - Om selskapet. Available: <http://www.nyeveier.no/om-nyeveier/>
- [8] B. John-Erik Reiersen, "Samferdselpublikasjonen," p. 4, 2005.
- [9] Å. Homleid. (2017) Kompositbru er på vei inn i varmen. *Byggeindustrien*. 65, 66.
- [10] *Prospect for new guidance in the design of FRP: Support to the implementation, harmonization and further development of the Eurocodes*: EUR 27666 EN, 2016.
- [11] *Design of FRP bridges and highway structures*: BD90/05, 2005.
- [12] *Composite Components*: DNV-OS-C501, 2013.
- [13] B. Hodne, M. B. Rønning, J. O. R. Synnes, S.-R. Kleppe, and S. Persson, "Bruk av FRP-komposit i veibroer ; Use of FRP composite in road bridges," ed: [B. Hodne, M.B. Rønning & J.O.R. Synnes], 2016.
- [14] F. Grinderud, T. T. M. Tran, A. Belova, and e. Høgskolen i Oslo og Akershus Institutt for bygg- og, "Gang- og sykkelbru av FRP-komposit," ed. Oslo: F. Grinderud, 2012.
- [15] *Fiberline Composites*. Available: <https://fiberline.dk/>
- [16] L. E. Mads Ljøstad Nilsen, "Title," unpublished|.
- [17] Fiberline - Design manual. Available: https://fiberline.com/sites/default/files/media/online-tools/190107_dm_uk.pdf
- [18] J. L. Clarke, *Structural design of polymer composites : EUROCOMP design code and handbook*. London: European Structural Polymeric Composites Group, 1996.
- [19] A. R. Bunsell and J. Renard, *Fundamentals of fibre reinforced composite materials*. Bristol: Institute of Physics Publ., 2005.
- [20] A. A. o. R. Stokke, "Komposit-/sandwichmaterialer for bruk i fiskeflåten," SINTEF, 2004.
- [21] D. Gay and S. V. Hoa, *Composite materials : design and applications*, 2nd ed. ed. Boca Raton, Fla: CRC Press, 2007.
- [22] F.-H. flight. *Resin transfer moulding*. Available: <https://fugahumana.files.wordpress.com/2012/07/resin-transfer-moulding.jpg>
- [23] A. E. Blog. *Composites Manufacturing*. Available: <http://aerospaceengineeringblog.com/composite-manufacturing/>
- [24] K. Vertes, "BYG403 Presentation 1," ed.
- [25] ASTM, "ASTM D3039/D3039M:14," ed, 2014.
- [26] N. Standard, *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner = Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-4: General actions. Wind actions : Del 1-4 : Allmenne laster. Vindlaster* vol. NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009. Lysaker: Standard Norge, 2009.
- [27] (2008). *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner. Del 1-7: Allmenne laster. Ulykkeslaster = Eurocode 1: Actions on structures. Part 1-7: General actions. Accidental actions*. NS-EN 1991-1-7:2006+NA:2008.
- [28] *Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning : Del 2 : Bruer* vol. NS-EN 1998-2:2005+A1:2009+A2:2011+NA:2014. Lysaker: Standard Norge, 2014.

- [29] *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner. Del 1-5. Allmenne laster. Termiske påvirkninger = Eurocode 1: Actions on structures : Part 1-5: General actions, Thermal actions* vol. NS-EN 1991-1-5:2003+NA:2008. Oslo: Standard Norge, 2008.
- [30] *Eurokode 1 : laster på konstruksjoner = Eurocode 1: actions on structures : part 2 : traffic loads on bridges : Del 2 : trafikklast på bruer* vol. NS-EN 1991-2: 2003+NA:2010. Oslo: Standard Norge, 2010.
- [31] Fiberline. Additives. Available: <https://fiberline.com/additives>
- [32] "testXpert," vol. V2.2, ed: Zwick/Roell testing systems.
- [33] "NS-EN ISO 1172:1998," ed, Glassfiberforsterket plast - Forhåndsimpregnater, støpemasser og laminater - Bestemmelse av glassfiber- og mineralfyllstoffinnhold - Kalsineringsmetoder.
- [34] PTC, "Mathcad," 15 ed.
- [35] "ANSYS," 17.2 ed.
- [36] P. N. B. Reis, J. A. M. Ferreira, J. D. M. Costa, and M. O. W. Richardson, "Fatigue life evaluation for carbon/epoxy laminate composites under constant and variable block loading," *Composites Science and Technology*, vol. 69, pp. 154-160, 2// 2009.
- [37] Pronorm, *Eurokode 8: Prosjektering av konstruksjoner for seismisk påvirkning : Del 1 : Allmenne regler, seismiske laster og regler for bygninger* vol. Del 1. Lysaker: Pronorm, 2005.
- [38] v. Statens and Vegdirektoratet. (2014). *Rekkverk : og vegens sideområder : [håndbok N101]. N101.*
- [39] R. Stein Inge Rem, Epost komunikasjon ed.

18. Vedlegg

- Vedlegg A Obligatorisk egenerklæring og publiseringssavtale
- Vedlegg B Materialdatablader fra laboratorietester
- Vedlegg C Rapporter fra laboratorietester
- Vedlegg D Sammenligning av nedbøyningsberegninger
- Vedlegg E Elastisitetsmoduler
- Vedlegg F Materialegenskaper til bruk i konstruksjonsanalyser
- Vedlegg G Inputfiler til ANSYS
- Vedlegg H Analyse av fiberbrudd og utmattelse
- Vedlegg I Variable laster, vind- og seismiske laster
- Vedlegg J Lastkombinasjoner

Vedlegg A

Obligatorisk egenerklæring og publiseringsavtale

Obligatorisk egenerklæring/gruppeerklæring

Den enkelte student er selv ansvarlig for å sette seg inn i hva som er lovlige hjelpemidler, retningslinjer for bruk av disse og regler om kildebruk. Erklæringen skal bevisstgjøre studentene på deres ansvar og hvilke konsekvenser fusk kan medføre. Manglende erklæring fritar ikke studentene fra sitt ansvar.

1.	Jeg/vi erklærer herved at min/vår besvarelse er mitt/vårt eget arbeid, og at jeg/vi ikke har brukt andre kilder eller har mottatt annen hjelp enn det som er nevnt i besvarelsen.	<input checked="" type="checkbox"/>
2.	Jeg/vi erklærer videre at denne besvarelsen: <ul style="list-style-type: none">- ikke har vært brukt til annen eksamen ved annen avdeling/universitet/høgskole innenlands eller utenlands.- ikke refererer til andres arbeid uten at det er oppgitt.- ikke refererer til eget tidligere arbeid uten at det er oppgitt.- har alle referansene oppgitt i litteraturlisten.- ikke er en kopi, duplikat eller avskrift av andres arbeid eller besvarelse.	<input checked="" type="checkbox"/>
3.	Jeg/vi er kjent med at brudd på ovennevnte er å betrakte som fusk og kan medføre annulling av eksamen og utesengelse fra universiteter og høgskoler i Norge, jf. Universitets- og høgskoleloven §§4-7 og 4-8 og Forskrift om eksamen §§ 31.	<input checked="" type="checkbox"/>
4.	Jeg/vi er kjent med at alle innleverte oppgaver kan bli plagiatkontrollert.	<input checked="" type="checkbox"/>
5.	Jeg/vi er kjent med at Universitetet i Agder vil behandle alle saker hvor det forligger mistanke om fusk etter høgskolens retningslinjer for behandling av saker om fusk.	<input checked="" type="checkbox"/>
6.	Jeg/vi har satt oss inn i regler og retningslinjer i bruk av kilder og referanser på biblioteket sine nettsider.	<input checked="" type="checkbox"/>

Publiseringsavtale

Fullmakt til elektronisk publisering av oppgaven

Forfatter(ne) har opphavsrett til oppgaven. Det betyr blant annet enerett til å gjøre verket tilgjengelig for allmennheten (Åndsverkloven. §2).

Alle oppgaver som fyller kriteriene vil bli registrert og publisert i Brage Aura og på UiA sine nettsider med forfatter(ne)s godkjennelse.

Oppgaver som er unntatt offentlighet eller taushetsbelagt/konfidensiell vil ikke bli publisert.

Jeg/vi gir herved Universitetet i Agder en vederlagsfri rett til å

gjøre oppgaven tilgjengelig for elektronisk publisering: JA NEI

Er oppgaven båndlagt (konfidensiell)? JA NEI

(Båndleggingsavtale må fylles ut)

- Hvis ja:

Kan oppgaven publiseres når båndleggingsperioden er over? JA NEI

Er oppgaven unntatt offentlighet? JA NEI

(inneholder taushetsbelagt informasjon. Jfr. Offl. §13/Fvl. §13)

Vedlegg B

Materialdatablader fra laboratorietester

DION® 9100-700**BESKRIVELSE**

DION® 9100-700 er en akselerert og tiksotrop bisfenol-A epoksybasert vinylester. Kjemikalie-bestandigheten er svært god mot syrer, alkalier og oksiderende medier. Denne vinylesteren gir en optimal beskyttelse mot blæredannelse som kan oppstå som følge av osmose.

DION® 9100-700 har fremragende heftegenskaper, "tøffhet" og gode mekaniske egenskaper, noe som gjør den godt egnet til produksjon av tanker, prosessutstyr og konstruksjoner som utsettes for store statiske og/eller dynamiske belastninger.

Det innebygde akseleratorsystemet kombinert med NORPOL PEROXIDE 11 reduserer skummingen som oppstår dersom man benytter en standard MEK-peroksid, og gir relativ kort geltid og hurtig herding. Anbefalt laminattykkelse lagt vått-i-vått er 1-5 mm.

DION® 9100-700 er spesielt formulert for handopplegg og sprøyting, og gir en optimal og hurtig impregnering av både glass- og aramidfiber. Denne kvaliteten er lett å bearbeide og vil minimalisere utrenning fra armeringen på vanskelige flater, og dette gjør den godt egnet til produksjon av store, til dels vertikale konstruksjoner som båter og svømmebasseng.

TYPISKE EGENSKAPER**FYSIKALSKE EGENSKAPER I FLYTENDE TILSTAND v/ 25°C**

Egenskaper	Enhet	Verdi	Testmetode
Viskositet - Brookfield LVF sp. 2/12 rpm - Kon & Plate	mPa·s(cP) mPa·s(cP)	1000-1300 300-330	ASTM D 2196-86 ISO 2884-1999
Tettet	g/cm³	1.02-1.06	ISO 2811-2001
Syretall	mgKOH/g	Maks. 9	ISO 2114-1996
Styreninnhold	% vekt	46-50	B070
Flammepunkt	°C	32	ASTM D 3278-95
Geltid: 2% NORPOL PEROXIDE 11	minutter	20-30	G020
Lagringsstabilitet fra produksjonsdato	måneder	4	G180

For å unngå skumming kan NORPOL PEROXIDE 24 benyttes som et alternativ til NORPOL PEROXIDE 11. Tilnærmer samme gel- og herdetider blir oppnådd.

Opplysningene i dette datablad er ment som bistand til vurderingen av hvorvidt produktet er egnet til kundenes bruksformål. Våre produkter er beregnet for salg til industrielle og kommersielle formål, og ikke for salg til forbruker. Vi anmoder kundene om å kontrollere og teste våre produkter før de tas i bruk, for å forvisse seg om innholdet og egnetheten. Vi garanterer at våre produkter vil tilfredsstille våre skriftlige spesifikasjoner. **Intet i dette datablad skal innebære noen garanti utover dette, verken uttrykt eller underforstått, og herunder ingen garanti for salgbartel eller egnethet for et bestemt formål.** Det eneste krav som kan reises ved dokumenterte mangler er krav på omlevering, og vi vil ikke under noen omstendigheter være ansvarlig for spesielle eller tilfølgende skader, eller for konsekvenskader.

TYPISKE UARMERTE MEKANISKE DATA I HERDET TILSTAND

Utherdet

Egenskaper	Enhet	Verdi	Testmetode
Spesifikk vekt	g/cm ³	1,12	ISO 2811-2001
Strekkfasthet	MPa	80	ISO 527-1993
E-modul, strekk	MPa	3400	ISO 527-1993
Bruddforlengelse	%	5	ISO 527-1993
Bøyestyrke	MPa	145	ISO 178-2001
E-modul, bøy	MPa	3200	ISO 178-2001
Varmebestandighetstemperatur, HDT	°C	100	ISO 75-1993
Vannabsorpsjon	%	0.55	ISO 62-1999
Hardhet, Barcol 934-1	-	35	ASTM D 2583-99

TYPISKE LAMINATEGENSKAPER VED ROMTEMPERATUR*

Egenskaper	Enhet	Matte 450	Kombimatte 800/M300	Testmetode
Glassinnhold	%	33	50	-
Strekkfasthet	MPa	125	230	ISO 527-1993
E-modul, strekk	MPa	7800	14000	ISO 527-1993
Bruddforlengelse	%	2,1	2,1	ISO 527-1993
Bøyestyrke	MPa	200	350	ISO 178-2001
E-modul, bøy	MPa	7300	11500	ISO 178-2001

*De mekaniske egenskapene er basert på 5 mm laminater bygd opp med henholdsvis Ahlstrom M510-450 og Ahlstrom 9622/M300 (kombimatte).

LAGRING

For å sikre maksimal stabilitet og opprettholde optimale egenskaper, må polyesterprodukter lagres i lukkede beholdere under 24°C og separat fra eventuelle varmekilder og direkte sollys. For å sikre gode laminerings-egenskaper og herding bør polyesterprodukter varmes til minimum 18°C før bruk. Alle lagerområder må være godkjent av lokale brann- og bygningsmyndigheter.

Alle polyesterprodukter må lagres separat fra oksiderende materialer som organiske peroksider og metallsalter. Påse at emballasjen holdes lukket når varen ikke er i bruk. Benytt kun original emballasje for lagring og godkjent emballasje for handtering (unngå kontakt med koblinger, filter etc. av kopper eller kopperlegeringer). Lagerbeholdningen bør holdes på et fornuftig nivå, med "først inn - først ut" –prinsippet som en regel.

Ytterligere informasjon vedrørende lagring og bruk av polyesterprodukter kan fås gjennom Reichhold's brosjyre "NORPOL & POLYLITE Products – Storage, Handling, Safety and Waste". For ytterligere informasjon om andre Reichhold-produkter eller organiske peroksider, kontakt din lokale salgsrepresentant eller en autorisert Reichhold-distributør.

SIKKERHET

LES OG FORSTÅ SIKKERHETSDBLADET FØR PRODUKTET TAS I BRUK

Påse at et kopi av sikkerhetsdataavbladet for dette produkt eller produktgruppe er skaffet til veie før produktet tas i bruk. HMS-datablad kan skaffes fra din Reichhold salgsrepresentant. Slik informasjon skal være tilgjengelig for av alle produkter som skal benyttes, og skal være forstått før materialene tas i bruk.

DIREKTE INNBLANDING AV ORGANISK PEROXIDE MED ULIKE AKSELERATORER SOM KOBOLT, AMIN OG LIGNENDE ADDITIVER KAN RESULTERE I KRAFTIG KJEMISK REAKSJON.

Atlac 580 AC 300

Product Data Sheet

^a DSM Product

Chemical/physical nature

Atlac 580 AC 300 is a pre-accelerated vinyl ester urethane resin and gives a low peak exotherm development during cure. Cured products of Atlac 580 AC 300 demonstrate excellent hydrolysis resistance and good thermal stability.

Major applications

Atlac 580 AC 300 is developed for resin injection moulding applications. The resin specially recommended for the production of fibre reinforced boats.

Product specifications upon delivery

Specification	Range	Unit	TM
Viscosity at	130 - 170	mPa.s	2013
Solid content, IR	45 - 48	%	2033
Water content	600	ppm	2350
Appearance	sl. hazy	-	2265
Gel time from 25 to 35°C	65 - 75	min	2625
Cure time from 25°C to peak	80 - 95	min	2625
Peak temperature	130 - 150	°C	2625

Remarks

TM 2013: 100 s⁻¹, 23°C, Z2

TM 2625: 100 g of resin + 3.0 g Butanox M 50

Properties of the liquid resin (typical values)

Property	Value	Unit	TM
Flash point	± 33	°C	2800
Shelf life, no init., dark, 25°C	6	Month	-

Properties of cast unfilled resin (typical values)

Property	Value	Unit	TM
Specific weight	1.08		
Hardness	40	Barcol	DIN EN 59
Tensile strength	78	MPa	ISO 527-2
Tensile E-modulus	3.0	GPa	ISO 527-2
Elongation at break	3.4	%	ISO 527-2
Flexural strength	150	MPa	ISO 178
Flexural E-Modulus	3.5	GPa	ISO 178
Heat Deflection Temp. (HDT)	107	°C	ISO 75-Ae
Impact res. - unnotched sp.	15	kJ/m ²	ISP 179

Curing conditions

All test samples were postcured for 24 hrs at 20°C and 3 hours at 100°C.

Guidelines before use

Before use, the resin should be conditioned at a well-defined, application dependant temperature (usually 15°C minimum for a MEKP cure). Stir the product before blending.

Storage guidelines

Atlac 580 AC 300 should be stored in tightly closed containers in a cool, and dry place. The shelf life of styrene containing unsaturated polyesters will be significantly reduced when exposed to light. Store in dark and in 100% light tight containers only. Shelf life is reduced at temperatures above 25°C and the properties might change during storage.

Material Safety

A Material Safety Data Sheet of this product is available on request.

Test methods

Test methods referred to in the table(s) are available on request.

Version: 014164/1.0

Date of issue: September 2007

Head office: DSM Composite Resins AG
P.O. Box 1227, 8207 Schaffhausen, Switzerland, Tel. +41 (0)52 644 1212
Fax. +41 (0)52 644 1200, Internet site: www.dsocompositeresins.com

Although the facts and suggestions in this publication are based on our own research and are believed reliable, we cannot assume any responsibility for performance or results obtained through the use of our products herein described, nor do we accept any liability for loss or damages directly or indirectly caused by our products. The user is held to check the quality, safety and all other properties of our product prior to use. Nothing herein is to be taken as permission, inducement or recommendation to practise any patented invention without a license.

TORAYCA® T700S DATA SHEET

Highest strength, standard modulus fiber available with excellent processing characteristics for filament winding and prepreg. This never twisted fiber is used in high tensile applications like pressure vessels, recreational, and industrial.

FIBER PROPERTIES

		English	Metric	Test Method
Tensile Strength		711 ksi	4,900 MPa	TY-030B-01
Tensile Modulus		33.4 Msi	230 GPa	TY-030B-01
Strain		2.1 %	2.1 %	TY-030B-01
Density		0.065 lbs/in ³	1.80 g/cm ³	TY-030B-02
Filament Diameter		2.8E-04 in.	7 µm	
Yield	6K	3,724 ft/lbs	400 g/1000m	TY-030B-03
	12K	1,862 ft/lbs	800 g/1000m	TY-030B-03
	24K	903 ft/lbs	1,650 g/1000m	TY-030B-03
Sizing Type	50C		1.0 %	TY-030B-05
& Amount	60E		0.3 %	TY-030B-05
	FOE		0.7 %	TY-030B-05
Twist		Never twisted		

FUNCTIONAL PROPERTIES

CTE	-0.38 α·10 ⁻⁶ /°C
Specific Heat	0.18 Cal/g·°C
Thermal Conductivity	0.0224 Cal/cm·s·°C
Electric Resistivity	1.6 x 10 ⁻³ Ω·cm
Chemical Composition: Carbon	93 %
Na + K	<50 ppm

COMPOSITE PROPERTIES *

Tensile Strength	370 ksi	2,550 MPa	ASTM D-3039
Tensile Modulus	20.0 Msi	135 GPa	ASTM D-3039
Tensile Strain	1.7 %	1.7 %	ASTM D-3039
Compressive Strength	215 ksi	1,470 MPa	ASTM D-695
Flexural Strength	245 ksi	1,670 MPa	ASTM D-790
Flexural Modulus	17.5 Msi	120 GPa	ASTM D-790
ILSS	13 ksi	9 kgf/mm ²	ASTM D-2344
90° Tensile Strength	10.0 ksi	69 MPa	ASTM D-3039

* Toray 250°F Epoxy Resin. Normalized to 60% fiber volume.

T700S

COMPOSITE PROPERTIES **

Tensile Strength	355 ksi	2,450 MPa	ASTM D-3039
Tensile Modulus	18.0 Msi	125 GPa	ASTM D-3039
Tensile Strain	1.7 %	1.7 %	ASTM D-3039
Compressive Strength	230 ksi	1,570 MPa	ASTM D-695
Compressive Modulus	--- Msi	--- GPa	ASTM D-695
In-Plane Shear Strength	14 ksi	98 MPa	ASTM D-3518
ILSS	15.5 ksi	11 kgf/mm ²	ASTM D-2344
90° Tensile Strength	10.0 ksi	70 MPa	ASTM D-3039

** Toray Semi-Toughened 350°F Epoxy Resin. Normalized to 60% fiber volume.

See Section 4 for Safety & Handling information. The above properties do not constitute any warranty or guarantee of values. These values are for material selection purposes only. For applications requiring guaranteed values, contact our sales and technical team to establish a material specification document.

PACKAGING

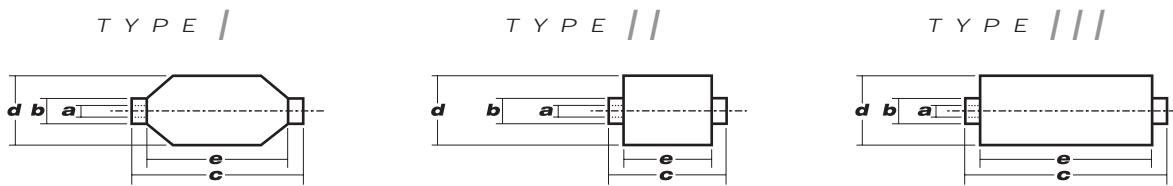
The table below summarizes the tow sizes, twists, sizing types, and packaging available for standard material. Other bobbin sizes may be available on a limited basis.

Tow Sizes	Twist ¹	Sizing	Bobbin Net Weight (kg)	Bobbin Type ²	a	b	c	d	e	Spools per Case	Case Net Weight (kg)
6K	C	50C	2.0	///	76.5	82.5	280	140	252	12	24
	C	50C	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24
12K	C	60E	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24
	C	FOE	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24
24K	C	50C	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24
	C	60E	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24
	C	FOE	6.0	///	76.5	82.5	280	200	252	4	24

¹ Twist A: Twisted yarn B: Untwisted yarn made from a twisted yarn through an untwisting process

C: Never twisted yarn

² Bobbin Type See Diagram below



TORAY CARBON FIBERS AMERICA, INC.

6 Hutton Centre Drive, Suite #1270, Santa Ana, CA 92707 TEL: (714) 431-2320 FAX: (714) 424-0750
Sales@Toraycfa.com Technical@Toraycfa.com www.torayusa.com



SAERTEX®
Reinforcing Your Ideas!

SAERTEX GmbH & Co. KG
Brochterbecker Damm 52
48369 Saerbeck / Germany
tel **phone** +49 · 25 74 · 9 02 0
fax +49 · 25 74 · 9 02 209
e-Mail: info@saertex.com

DATASHEET

(according to EN 13473-1)

SAP-MATERIAL-NO.
30000383

TEXTILE STRUCTURE
7000200

ARTICLE DESCRIPTION
Q-E-1232g/m²-1270mm

Z				
CONSTRUCTION	AREAL-WEIGHT [g/m ²]	TOLERANCE [+/-%]	MATERIAL	X/Y
<i>upper sider</i>				
0 °	319	5	E-glass 900 TEX	
45 °	300	5	E-glass 300 TEX	
90 °	307	5	E-glass 600 TEX	
-45 °	300	5	E-glass 300 TEX	
<i>lower side</i>				
STITCHING:	6 g/m ²	+/- 1 g/m ²	PES 76 dtex	

Stitching pattern: tricot Gauge: 5,0

WIDTH: 1.270 mm

Total areal weight: 1232 g/m² Total Tolerance: 5,1 %

**SAERTEX®**

Reinforcing Your Ideas!

SAERTEX GmbH & Co. KG

Brochterbecker Damm 52

48369 Saerbeck / Germany

tel **phone** +49-25 74-9 02 0

fax

+49-25 74-9 02 209

e-Mail: info@saertex.com

DATASHEET

(according to EN 13473-1)

SAP-MATERIAL-NO.
30000439

TEXTILE STRUCTURE
7000209

ARTICLE DESCRIPTION
X-E-612g/m²-1270mm

Z

CONSTRUCTION	AREAL-WEIGHT [g/m ²]	TOLERANCE [+/-%]	MATERIAL
<i>upper side</i>			
45 °	300	5	E-glass 300 TEX
90 °	3	5	E-glass 68 TEX
0 °	3	5	E-glass 68 TEX
-45 °	300	5	E-glass 300 TEX
<i>lower side</i>			
STITCHING:	6 g/m ²	+/- 1 g/m ²	PES 76 dtex

→ X/Y

Stitching pattern: warp Gauge: 5,0

Width: 1.270 mm

Total areal weight: 612 g/m² Total Tolerance: 5,1 %

SPECIFICATION

Product: L 900-E10

Rev.data:

Layers

Layer	Material 1				Material 2				Area Weight [g/m ²]
	Tex	Material Type			Tex	Material Type			
0°	2400	E-Glass			1200	E-Glass			851
90°	200	E-Glass							48
Stitch	7.6	Polyester/							6

Resin Compatibility *

UP, EP, VE	Nominal area weight:	905
	Theoretical width [mm]:	1270 mm
	Average area weight:	904

Processing and Controll

Binding/ Stitch Information		Quality Assurance / Test	
Stitch type:	Chain / Tricot	Weight:	ISO 4605
Stitch length:	3.00mm / Stitch	Loss of ignition:	ISO 1887
Space between needles:	2.54mm	Moisture content:	ISO 3344
Pilot yarn colour:			

Logistics

Roll length:	45m, -0m, +5m	Tube size:	76mm
Roll width:	1270mm	Pallet size:	90x130
Roll weight:	51.7kg	Rolls per pallet:	
Roll direction:	Topp layer facing roll	Stacking:	
Max fringe length:	= 10mm		

Devold AMT Acceptance Criteria

1. Area weight should be within ±3% of average value
2. Fibre orientation should be within ±2° of nominal value
3. There should be no dirt or oil spots
4. Gap wider than 5mm will be considered as a defect (measured 90° on roving)
5. No damage on outer roving or stitch yarn due to cutting edges

* UP:Polyester; EP: Epoxy; VE: Vinylester; ac: Anhydride cure

** CpE: Counts per ends, yarns/cm

Comment

SPECIFICATION

Product: LT450-C10-C

Rev.data:

Layers

Layer	Material 1						Area Weight [g/m ²]
	Tex	Material Type					
0°	800	Carbon					208
90°	800	Carbon					205
Stitch	7.6	Polyester/					12

Resin Compatibility *	Nominal area weight:	424
UP, EP, VE	Theoretical width [mm]:	1270 mm
	Average area weight:	629

Processing and Controll

Binding/ Stitch Information		Quality Assurance / Test	
Stitch type:	Chain / Tricot	Weight:	ISO 4605
Stitch length:	2.5mm / Stitch	Loss of ignition:	ISO 1887
Space between needles:	2.5mm	Moisture content:	ISO 3344
Pilot yarn colour:			

Logistics

Roll length:	75m, -0m, +5m	Tube size:	76mm
Roll width:	1270mm, ±10mm	Pallet size:	90x130
Roll weight:	59.9kg	Rolls per pallet:	12
Roll direction:	Topp layer facing roll	Stacking:	Cardboard box
Max fringe length:			

Devold AMT Acceptance Criteria

1. Area weight should be within ±3% of average value
2. Fibre orientation should be within ±2° of nominal value
3. There should be no dirt or oil spots
4. Gap wider than 5mm will be considered as a defect (measured 90° on roving)
5. No damage on outer roving or stitch yarn due to cutting edges

* UP:Polyester; EP: Epoxy; VE: Vinylester; ac: Anhydride cure

** CpE: Counts per ends, yarns/cm

Comment

Vedlegg C

Rapporter fra laboratorietester

Test report

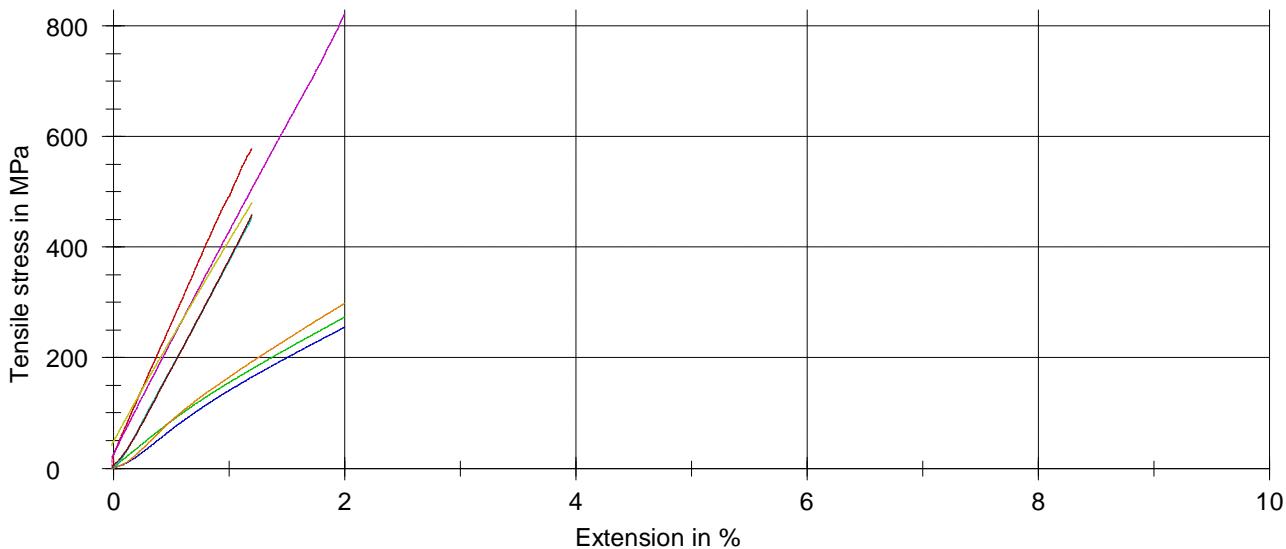
Customer : Pre-treatment :
Job no. : Strain measurement :
Test standard : ASTM D 3039 Test climate :
Type and designation : Tester :
Material : Note :
Specimen removal : Machine data :
Specimen type :

Pre-load : 0,5 MPa
Test speed : 2 mm/min

Test results:

No.	E MPa	P N	S MPa	ϵ at failure %	h mm	b mm	A mm ²
† 2	-	-	-	-	2,97	15,12	44,91
† 3	-	-	-	-	2,6	15,08	-
† 4	-	-	-	-	2,6	15,08	-
5	47700	22800	580	-	2,61	15,04	39,25
6	17100	12900	273	-	3,2	14,77	47,26
9	14200	12100	255	-	3,2	14,77	47,26
10	18500	12200	298	-	2,73	14,92	40,73
11	41000	26200	822	-	2,15	14,84	31,91
† 12	-	-	-	-	2,98	15,06	44,87
14	38900	20400	454	-	2,98	15,06	44,87
† 15	-	-	-	-	2,23	15	33,45
17	37600	16100	481	-	2,23	15	33,45
19	36300	20200	459	-	2,92	15,1	44,09

Series graph:



Statistics:

Series n = 8	E MPa	P N	S MPa	ε at failure %	h mm	b mm	A mm ²
\bar{x}	31400	17900	453	-	2,753	14,94	41,10
s	12800	5340	188	-	0,4031	0,1314	5,92
v} [%]	40,65	29,91	41,57	-	14,64	0,88	14,41

Vedlegg D

Sammenligning av nedbøyningsberegninger

Nedbøyning av bjelke, sml. ANSYS

Materialegenskaper:

Lamina med glassfiber:

$$E_{1,1} := 37.8 \text{ GPa} \quad E_{2,1} := 5.8 \text{ GPa} \quad G_{12,1} := 2.1 \text{ GPa} \quad \nu_{12,1} := 0.3$$

Lamina med karbonfiber:

$$E_{1,2} := 87.4 \text{ GPa} \quad E_{2,2} := 5.1 \text{ GPa} \quad G_{12,2} := 1.8 \text{ GPa} \quad \nu_{12,2} := 0.31$$

Bjelkedimensjoner:

$$t_k := 0.25 \text{ mm} \quad n_f := 40 \quad t_f := t_k \cdot n_f = 1 \cdot \text{cm}$$

$$n_s := 50 \quad t_s := t_k \cdot n_s = 1.25 \cdot \text{cm}$$

$$L_1 := 10 \text{ m} \quad V_z := 100 \text{ kN} \quad h := 80 \text{ cm} \quad b := 50 \text{ cm}$$

Stivhetsmatriser:

$$\Delta_1 := 1 - \nu_{12,1}^2 \cdot \frac{E_{2,1}}{E_{1,1}}$$

$$Q_1 := \begin{pmatrix} \frac{E_{1,1}}{\Delta_1} & \frac{\nu_{12,1} \cdot E_{2,1}}{\Delta_1} & 0 \\ \frac{\nu_{12,1} \cdot E_{2,1}}{\Delta_1} & \frac{E_{2,1}}{\Delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12,1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38.329 & 1.764 & 0 \\ 1.764 & 5.881 & 0 \\ 0 & 0 & 2.1 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

$$\Delta_2 := 1 - \nu_{12,2}^2 \cdot \frac{E_{2,2}}{E_{1,2}}$$

$$Q_2 := \begin{pmatrix} \frac{E_{1,2}}{\Delta_2} & \frac{\nu_{12,2} \cdot E_{2,2}}{\Delta_2} & 0 \\ \frac{\nu_{12,2} \cdot E_{2,2}}{\Delta_2} & \frac{E_{2,2}}{\Delta_2} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 87.893 & 1.59 & 0 \\ 1.59 & 5.129 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_{m,1}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_1 \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m,2}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_2 \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

Lagvinkler steg:

$$\theta_{1,s} := 45\text{deg} \quad \theta_{2,s} := -45\text{deg}$$

Lagvinkler
flens:

$$\theta_{1,f} := 0\text{deg} \quad \theta_{2,f} := 90\text{deg}$$

$$A_s := 20t_k \cdot (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) + Q_{m,1}(\theta_{2,s})) = \begin{pmatrix} 140.348 & 98.348 & 0 \\ 98.348 & 140.348 & 0 \\ 0 & 0 & 101.704 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}\cdot\text{m}$$

$$z_k(n) := (n - 1) \cdot t_k + \frac{t_k}{2}$$

$$B_s := t_k \left[\begin{array}{l} Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(20) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(19) \dots \\ + (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(18) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(17)) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(16) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(15) \dots \\ + (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(14) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(13)) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(12) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(11) \dots \\ + (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(10) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(9)) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(8) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(7) \dots \\ + (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(6) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(5)) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(4) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(3) \dots \\ + (Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(2) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(1)) \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(20) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(19) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(18) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(17) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(16) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(15) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(14) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(13) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(12) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(11) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(10) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(9) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(8) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(7) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(6) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(5) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(4) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(3) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot z_k(2) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot z_k(1) \end{array} \right]$$

$$D_s := t_k \left[\begin{array}{l} Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(20)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(19)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(18)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(17)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(16)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(15)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(14)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(13)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(12)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(11)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(10)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(9)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(8)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(7)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(6)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(5)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(4)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(3)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(z_k(2)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(z_k(1)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(1)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(2)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(3)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(4)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(5)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(6)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(7)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(8)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(9)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(10)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(11)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(12)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \left(-z_k(13)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \left(-z_k(14)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \end{array} \right]$$

$$\left[+ Q_{m,1}(\theta_{1,s}) \cdot \begin{bmatrix} (-z_k(15))^2 + \frac{t_k^2}{12} \\ \vdots \\ (-z_k(17))^2 + \frac{t_k^2}{12} \\ \vdots \\ (-z_k(19))^2 + \frac{t_k^2}{12} \end{bmatrix} + Q_{m,1}(\theta_{2,s}) \cdot \begin{bmatrix} (-z_k(16))^2 + \frac{t_k^2}{12} \\ \vdots \\ (-z_k(18))^2 + \frac{t_k^2}{12} \\ \vdots \\ (-z_k(20))^2 + \frac{t_k^2}{12} \end{bmatrix} \dots \right]$$

$$D_s = \begin{pmatrix} 1.17 \times 10^{-3} & 8.196 \times 10^{-4} & 0 & \\ 8.196 \times 10^{-4} & 1.17 \times 10^{-3} & 0 & \\ 0 & 0 & 8.475 \times 10^{-4} & \end{pmatrix} \text{ MPa} \cdot \text{m}^3$$

$$\alpha_s := A_s^{-1} = \begin{pmatrix} 13.999 & -9.81 & 0 \\ -9.81 & 13.999 & 0 \\ 0 & 0 & 9.832 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa} \cdot \text{m}}$$

$$\beta_s := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ GPa} \cdot \text{m}^2$$

$$\delta_s := D_s^{-1} = \begin{pmatrix} 1.68 \times 10^6 & -1.177 \times 10^6 & -1.448 \times 10^{-12} \\ -1.177 \times 10^6 & 1.68 \times 10^6 & 4.684 \times 10^{-12} \\ 0 & 0 & 1.18 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa} \cdot \text{m}^3}$$

$$A_f := t_k \cdot (34 Q_{m,2}(\theta_{1,f}) + 6 Q_{m,2}(\theta_{2,f})) = \begin{pmatrix} 754.783 & 15.899 & 0 \\ 15.899 & 175.434 & 7.596 \times 10^{-15} \\ 0 & 7.596 \times 10^{-15} & 18 \end{pmatrix} \text{ MPa} \cdot \text{m}$$

$$B_f := t_k \left[\begin{array}{l} Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(20) + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(19) \dots \\ + (Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(18) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(17)) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(16) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(15) \dots \\ + (Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(14) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(13)) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(12) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(11) \dots \\ + (Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(10) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(9)) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(8) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(7) \dots \\ + (Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(6) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(5)) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(4) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(3) \dots \\ + (Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(2) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(1)) \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(20) + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(19) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot z_k(18) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(17) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(16) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(15) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(14) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(13) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(12) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(11) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(10) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(9) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(8) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(7) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(6) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(5) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(4) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(3) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(2) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot z_k(1) \end{array} \right]$$

$$B_f = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} N$$

$$D_f := t_k \left[\begin{array}{l} Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left(z_k(20)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left(z_k(19)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left(z_k(18)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(17)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(16)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(15)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(14)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(13)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(12)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(11)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(10)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(9)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(8)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(7)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(6)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(5)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \\ + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(4)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left(z_k(3)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[z_k(2)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[z_k(1)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(1))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(2))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(3))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(4))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(5))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(6))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(7))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(8))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(9))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(10))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(11))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(12))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(13))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(14))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(15))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(16))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{1,f}) \cdot \left[(-z_k(17))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left[(-z_k(18))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \dots \\
& + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left[(-z_k(19))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_{m,2}(\theta_{2,f}) \cdot \left[(-z_k(20))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right]
\end{aligned}$$

$$D_f = \begin{pmatrix} 4.663 \times 10^{-3} & 1.325 \times 10^{-4} & 0 \\ 1.325 \times 10^{-4} & 3.089 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^3$$

$$\alpha_f := A_f^{-1} = \begin{pmatrix} 1.327 & -0.12 & 0 \\ -0.12 & 5.711 & -2.41 \times 10^{-15} \\ 0 & -2.41 \times 10^{-15} & 55.556 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa} \cdot \text{m}}$$

$$\beta_f := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{GPa} \cdot \text{m}^2$$

$$\delta_f := D_f^{-1} = \begin{pmatrix} 2.147 \times 10^5 & -9.21 \times 10^3 & 9.826 \times 10^{-12} \\ -9.21 \times 10^3 & 3.241 \times 10^5 & -3.519 \times 10^{-10} \\ 9.826 \times 10^{-12} & -3.519 \times 10^{-10} & 6.667 \times 10^6 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa}\cdot\text{m}^3}$$

$$A_{1,s} := \frac{1}{\alpha_{s_{1,1}}} = 0.071 \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}$$

ORIGIN := 1

$$B_{1,s} := 0 \quad C_{1,s} := 0$$

$$D_{1,s} := \frac{1}{\delta_{s_{1,1}}} = 5.953 \times 10^{-7} \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}^3$$

$$F_{1,s} := \frac{1}{\alpha_{s_{3,3}}} = 0.102 \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}$$

$$H_{1,s} := \frac{1}{\delta_{s_{3,3}}} = 8.475 \times 10^{-7} \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}^3$$

$$A_{1,f} := \frac{1}{\alpha_{f_{1,1}}} = 0.753 \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}$$

$$B_{1,f} := 0 \quad C_{1,f} := 0$$

$$D_{1,f} := \frac{1}{\delta_{f_{1,1}}} = 4.657 \times 10^{-6} \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}^3$$

$$F_{1,f} := \frac{1}{\alpha_{f_{3,3}}} = 0.018 \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}$$

$$H_{1,f} := \frac{1}{\delta_{f_{3,3}}} = 1.5 \times 10^{-7} \cdot \text{GPa}\cdot\text{m}^3$$

Vinkler steg:

$$k_1 := \frac{b}{2} = 0.25 \text{ m} \quad k_2 := h = 0.8 \text{ m} \quad h_{s,1} := \sqrt{k_1^2 + k_2^2} = 0.838 \text{ m}$$

$$\alpha_{\text{steg},2} := \arcsin\left(\frac{k_2}{h_{s,1}}\right) = 72.646 \cdot \text{deg}$$

$$EI_{s,f} := D_{1,f} \cdot b = 2.329 \times 10^{-3} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$\alpha_{\text{flens}} := 0$$

$$EI_{r,f} := \frac{A_{1,f} \cdot b^3}{12} = 7.847 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{y,f} := EI_{s,f} \cdot (\cos(\alpha_{\text{flens}}))^2 + EI_{r,f} \cdot (\sin(\alpha_{\text{flens}}))^2 = 2.329 \times 10^{-3} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{z,f} := EI_{r,f} \cdot (\cos(\alpha_{\text{flens}}))^2 + EI_{s,f} \cdot (\sin(\alpha_{\text{flens}}))^2 = 7.847 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{s,s1} := D_{1,s} \cdot h = 4.762 \times 10^{-4} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$\alpha_{\text{steg},1} := 90 \text{deg}$$

$$EI_{r,s1} := \frac{A_{1,s} \cdot h^3}{12} = 3.048 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{y,s1} := EI_{s,s1} \cdot (\cos(\alpha_{\text{steg},1}))^2 + EI_{r,s1} \cdot (\sin(\alpha_{\text{steg},1}))^2 = 3.048 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{z,s1} := EI_{r,s1} \cdot (\cos(\alpha_{\text{steg},1}))^2 + EI_{s,s1} \cdot (\sin(\alpha_{\text{steg},1}))^2 = 4.762 \times 10^{-4} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{s,s2} := D_{1,s} \cdot h_{s,1} = 4.989 \times 10^{-4} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$\alpha_{\text{steg},2} = 72.646 \cdot \text{deg}$$

$$EI_{r,s2} := \frac{A_{1,s} \cdot h_{s,1}^3}{12} = 3.505 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{y,s2} := EI_{s,s2} \cdot (\cos(\alpha_{\text{steg},2}))^2 + EI_{r,s2} \cdot (\sin(\alpha_{\text{steg},2}))^2 = 3.193 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{z,s2} := EI_{r,s2} \cdot (\cos(\alpha_{\text{steg},2}))^2 + EI_{s,s2} \cdot (\sin(\alpha_{\text{steg},2}))^2 = 0.312 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4$$

$$e_b := \frac{2}{3} \cdot h - \frac{1}{2} \cdot h = 133.333 \cdot \text{mm}$$

$$\begin{aligned} EI_{yG} := & 2 \cdot \left[EI_{y,f} + A_{1,f} \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} - e_b \right)^2 \right] + \left[EI_{y,f} + A_{1,f} \cdot b \cdot \left(\frac{h}{2} + e_b \right)^2 \right] \dots = 176.54 \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^4 \\ & + 4 \cdot EI_{y,s2} + EI_{y,s1} \end{aligned}$$

Forenklet skjærstivhet

$$A_{skjær} := 4 \cdot h_{s,1} \cdot t_s + h \cdot t_s = 0.052 \text{ m}^2$$

$$Q_{m,1xy} := \frac{1}{2} \cdot Q_{m,1}(\theta_{1,s}) + \frac{1}{2} \cdot Q_{m,1}(\theta_{2,s}) = \begin{pmatrix} 14.035 & 9.835 & 0 \\ 9.835 & 14.035 & 0 \\ 0 & 0 & 10.17 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy} := Q_{m,1xy}_{3,3} = 10.17 \cdot \text{GPa}$$

$$GA_{xy} := G_{xy} \cdot A_{skjær} = 5.279 \times 10^8 \text{ N}$$

Nedbøyning:

$$V_{z1} := 100 \text{kN} \quad V_{z2} := 300 \text{kN}$$

$$\delta_{\max}(V) := \frac{V \cdot L_1}{4GA_{xy}} + \frac{V \cdot L_1^3}{48EI_{yG}} \quad (\text{Node 13: } 500, 0, 5000)$$

$$\delta_{\max}(V_{z1}) = 12.274 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{\text{ansys}100\text{kN}} := 12.804 \text{mm}$$

$$\delta_{\max}(V_{z2}) = 36.823 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{\text{ansys}300\text{kN}} := 38.412 \text{mm}$$

$$\frac{\delta_{\text{ansys}100\text{kN}} - \delta_{\max}(V_{z1})}{\delta_{\max}(V_{z1})} = 4.314\%$$

$$\frac{\delta_{\text{ansys}300\text{kN}} - \delta_{\max}(V_{z2})}{\delta_{\max}(V_{z2})} = 4.314\%$$

nedbøyning av brubjelke

/PREP7

et,1,SHELL181 !komposit skallelement

!
! Material 1 - Karbonfiber (T700):

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!komposit

sectype,1,shell,,
!secdatal, tykkelse, material, vinkel, integration pkt

secdatal, tykkelse1, 1, 90, 3
secdatal, tykkelse1, 1, 90, 3
secdatal, tykkelse1, 1, 90, 3
secdatal, tykkelse1, 1, 0, 3

nedbøyning av brubjelke				
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3

sectype,2,shell2,, !seadata, tykkelse, material, vinkel, integration pkt				
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3

		nedbøyning av brubjelke		
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
seadata,	tykkelse2,	2,	45,	3

c*** platefelt dimensjoner

```
bunn=500 !Bunnplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
```

!_____

!Keypoints:

```
k,1,,,,
k,2,bunn,,,
k,3,bunn/2,hoy,
k,4,bunn,hoy,
```

```
k,5,,,leng
k,6,bunn,,leng
k,7,bunn/2,hoy,leng
k,8,bunn,hoy,leng
```

!_____

!Lage arealer:

```
a,1,2,6,5
a,3,4,8,7
a,1,3,7,5
a,2,3,7,6
a,2,4,8,6
```

nedbøyning av brubjelke

!
!Speile:

```
local,11,0,bunn,0,0,0,0,0  
arsym,x,1,4,1  
csys,0
```

!
!Lime sammen:

```
aglue,all  
asel,all
```

!
!Mesh:

```
esize,50  
amesh,all
```

!
!sectype til riktig elements

```
esel,s,cent,y,hoy  
esel,a,cent,y,0  
emodif,all,sectype,1  
esel,inve  
emodif,all,sectype,2  
esel,all
```

!
!Nytt lokalt koordinatsystem

```
local,100,0,,,,,,90  
emodif,all,esys,100  
csys,0
```

!
!Opplagerkrefter:

nedbøyning av brubjelke

nset,s,loc,z,0

nset,r,loc,y,0

d,all,ux,0

d,all,uy,0

d,all,uz,0

nset,s,loc,z,leng

nset,r,loc,y,0

d,all,uy,0

!ALL DOF=0:

nset,s,loc,x,0

nset,r,loc,y,0

nset,r,loc,z,0

d,all,rotx,0

d,all,roty,0

d,all,rotz,0

nset,all

!

Last

nset,s,loc,x,bunn

nset,r,loc,y,hoy

nset,r,loc,z,leng/2

F,all,FY,-100000

nset,all

/solu

solve

Introduction to Composite Materials Design, eksempel 8.4

$$L_1 := 30\text{cm} \quad V_z := 445\text{N} \quad h := 2.5\text{cm} \quad b := \frac{h}{2} = 1.25\cdot\text{cm} \quad t := \frac{h}{16} = 0.156\cdot\text{cm}$$

$$E_1 := 76\text{GPa} \quad E_2 := 5.56\text{GPa} \quad G_{12} := 2.3\text{GPa} \quad \nu_{12} := 0.34$$

$$[30/-30/0]s \quad n := 6 \quad t_k := \frac{t}{n} = 0.26\cdot\text{mm}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta := 1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$Q := \begin{pmatrix} \frac{E_1}{\Delta} & \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{\Delta} & 0 \\ \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{\Delta} & \frac{E_2}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76.648 & 1.907 & 0 \\ 1.907 & 5.607 & 0 \\ 0 & 0 & 2.3 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_m(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 30\text{deg} \quad \theta_2 := -30\text{deg} \quad \theta_3 := 0\text{deg}$$

$$A := 2t_k \cdot (Q_m(\theta_1) + Q_m(\theta_2) + Q_m(\theta_3)) = \begin{pmatrix} 87.739 & 16.503 & 0 \\ 16.503 & 13.738 & 0 \\ 0 & 0 & 17.118 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}\cdot\text{m}$$

$$z_k(n) := (n - 1) \cdot t_k + \frac{t_k}{2}$$

$$B := t_k \cdot [Q_m(\theta_1) \cdot z_k(3) + Q_m(\theta_2) \cdot z_k(2) + Q_m(\theta_3) \cdot z_k(1) - (Q_m(\theta_1) \cdot z_k(3) + Q_m(\theta_2) \cdot z_k(2) + Q_m(\theta_3) \cdot z_k(1))]$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} N$$

$$D := t_k \cdot \left[Q_m(\theta_1) \cdot \left(z_k(3)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_m(\theta_2) \cdot \left(z_k(2)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) + Q_m(\theta_3) \cdot \left(z_k(1)^2 + \frac{t_k^2}{12} \right) \dots \right. \\ \left. + Q_m(\theta_1) \cdot \left[(-z_k(3))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + \left[Q_m(\theta_2) \cdot \left[(-z_k(2))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] + Q_m(\theta_3) \cdot \left[(-z_k(1))^2 + \frac{t_k^2}{12} \right] \right] \right]$$

$$D = \begin{pmatrix} 1.495 \times 10^{-5} & 4.58 \times 10^{-6} & 3.232 \times 10^{-6} \\ 4.58 \times 10^{-6} & 3.245 \times 10^{-6} & 1.114 \times 10^{-6} \\ 3.232 \times 10^{-6} & 1.114 \times 10^{-6} & 4.705 \times 10^{-6} \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}^3$$

$$\alpha := A^{-1} = \begin{pmatrix} 14.724 & -17.688 & 0 \\ -17.688 & 94.04 & 0 \\ 0 & 0 & 58.419 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa} \cdot \text{m}}$$

$$\beta := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^2$$

$$\delta := D^{-1} = \begin{pmatrix} 1.274 \times 10^8 & -1.63 \times 10^8 & -4.889 \times 10^7 \\ -1.63 \times 10^8 & 5.44 \times 10^8 & -1.685 \times 10^7 \\ -4.889 \times 10^7 & -1.685 \times 10^7 & 2.501 \times 10^8 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{GPa} \cdot \text{m}^3}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$A_1 := \frac{1}{\alpha_{1,1}} = 0.068 \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}$$

$$B_1 := 0 \quad C_1 := 0$$

$$D_1 := \frac{1}{\delta_{1,1}} = 7.852 \times 10^{-9} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^3$$

$$F_1 := \frac{1}{\alpha_{3,3}} = 1.712 \times 10^7 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$H_1 := \frac{1}{\delta_{3,3}} = 3.999 \times 10^{-9} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^3$$

$$EI_{y_flens} := D_1 \cdot b = 9.815 \times 10^{-11} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{z_flens} := \frac{A_1 \cdot b^3}{12} = 1.105 \times 10^{-8} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{z_steg} := D_1 \cdot (h - t) = 1.84 \times 10^{-10} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^4$$

$$EI_{y_steg} := \frac{A_1 \cdot (h - t)^3}{12} = 7.286 \times 10^{-8} \cdot \text{m} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^3$$

$$EI_{yG} := 2 \left[EI_{y_flens} + A_1 \cdot b \cdot \left(\frac{h - t}{2} \right)^2 \right] + EI_{y_steg} = 3.062 \times 10^{-7} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^4$$

Eksempel 8.7 Skjærstivhet

$$\textcolor{green}{c} := \frac{h - t}{2}$$

Segment 1: $s_1 := \frac{b}{2}$ $\xi_1 := c$

$$EQ_{\eta 1}(f) := \int_0^f \xi_1 \cdot A_1 \, df \quad EQ_{\eta 1} := EQ_{\eta 1}(s_1) = 4.974 \cdot kN \cdot m$$

$$\Delta_1 := \int_0^{s_1} \frac{(EQ_{\eta 1}(f))^2}{F_1} \, df = 3.011 \times 10^{-12} \cdot GPa \cdot m^6$$

Segment 2:

$$EQ_{\eta 2} := EQ_{\eta 1} = 4.974 \cdot kN \cdot m$$

$$\Delta_2 := \Delta_1 = 3.011 \times 10^{-12} \cdot GPa \cdot m^6$$

Segment 3:

$$s_3 := c \quad \xi_3(f) := c - f$$

$$EQ_{\eta 3 \text{akkumulert}}(f) := EQ_{\eta 1} + EQ_{\eta 2} + \int_0^f \xi_3(f) \cdot A_1 \, df \quad EQ_{\eta 3}(f) := \int_0^f \xi_3(f) \cdot A_1 \, df$$

$$EQ_{\eta 3} := EQ_{\eta 3}(s_3) = 4.663 \cdot kN \cdot m$$

$$\Delta_3 := \int_0^{s_3} \frac{(EQ_{\eta 3 \text{akkumulert}}(f))^2}{F_1} \, df = 1.18 \times 10^{-10} \cdot GPa \cdot m^6$$

Segment 4:

$$s_4 := c \quad \xi_4(f) := -f$$

$$EQ_{\eta 4 \text{akkumulert}}(f) := EQ_{\eta.1} + EQ_{\eta.2} + EQ_{\eta.3} + \int_0^f \xi_4(f) \cdot A_1 \, df$$

$$EQ_{\eta 4}(f) := \int_0^f \xi_4(f) \cdot A_1 \, df$$

$$EQ_{\eta 4}(s_4) = -4.663 \cdot kN \cdot m$$

$$\Delta_4 := \int_0^{s_4} \frac{EQ_{\eta 4 \text{akkumulert}}(f)^2}{F_1} \, df = 1.18 \times 10^{-10} \cdot GPa \cdot m^6$$

Segment 5:

$$s_5 := \frac{b}{2} \quad \xi_5 := -c$$

$$EQ_{\eta 5}(f) := \int_0^f \xi_5 \cdot A_1 \, df$$

$$EQ_{\eta 5}(s_5) = -4.974 \times 10^3 J$$

$$\Delta_5 := \int_0^{s_5} \frac{EQ_{\eta 5}(f)^2}{F_1} \, df = 3.011 \times 10^{-12} \cdot GPa \cdot m^6$$

Segment 6:

$$\Delta_6 := \Delta_5$$

Samlet:

$$\Delta_{\text{tot}} := \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4 + \Delta_5 + \Delta_6 = 2.481 \times 10^{-10} \cdot \text{GPa} \cdot \text{m}^6$$

$$GA_{\eta} := \frac{EI_{yG}^2}{\Delta_{\text{tot}}} = 3.779 \times 10^5 \cdot \text{N}$$

Nedbøyning:

$$\delta_{\max} := \frac{V_z \cdot L_1^3}{3 \cdot EI_{yG}} + \frac{V_z \cdot L_1}{GA_{\eta}} = 13.432 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{\text{ma}} := 13.7981 \text{mm}$$

$$\frac{\delta_{\text{ma}} - \delta_{\max}}{\delta_{\max}} = 2.727\%$$

Eksempel nedbøyning

/PREP7

!

```
!elementtype
et,1,shell181
```

!

```
!keyoptions
keyopt,1,1,0
keyopt,1,8,2
```

!

```
! Material 1 - Kevlar/epoxy
```

```
MP,EX,1,76000
MP,EY,1,5560
MP,EZ,1,5560
MP,PRXY,1,0.34
MP,PRYZ,1,0.34
MP,PRXZ,1,0.34
MP,GXY,1,2300
MP,GYZ,1,2300
MP,GXZ,1,2300
MP,DENS,1,2000
```

!

```
!mål
lengde=300
hoyde=25
bredde=hoyde/2
tykkelse=hoyde/16
t_lag=tykkelse/6
```

!

```
! Seksjon 1 - Flenser
```

```
sectype,1,shell,,
```

```
!sectype,      tykkelse,      material,      vinkel,
integrasjonspunkt
```

secdata,	t_lag,	1,	60,	1
secdata,	t_lag,	1,	-60,	1
secdata,	t_lag,	1,	90,	1
secdata,	t_lag,	1,	90,	1
secdata,	t_lag,	1,	-60,	1

Eksempel nedbøyning
secdata, t_lag, 1, 60, 1

!

!keypoints
k,1,0,0,0
k,2,0,bredde/2,0
k,3,0,bredde,0
k,4,hoyde-tykkelse,0,0
k,5,hoyde-tykkelse,bredde/2,0
k,6,hoyde-tykkelse,bredde,0

!

!ekstrudering
kgen,2,1,6,1,0,0,lengde

!

!arealer

a,1,2,8,7
a,2,3,9,8
a,2,5,11,8
a,4,5,11,10
a,5,6,12,11

!

!meshing
esize,10
amesh,all

!

!opplagerbettingelser

nset,s,loc,z,0
D,all,ux,0
D,all,uy,0
D,all,uz,0

nset,all

!

!laster

f,97,fx,-445

/solu

Eksempel nedbøyning

solv

Vedlegg E

Elastisitetsmoduler

Sammenligning av teoretiske og praktiske resultater - H1

Data for E-glass fiber [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 17]:

$$E_f := 72.345 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 29.6496 \cdot \text{GPa}$$

Data for matrise DION 9100-M700:

$$E_m := 3.4 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.2319 \cdot \text{GPa}$$

(poissonstall hentet fra tabell for tilsvarende matriser [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 29])

3 stk matter med 0/45/90/-45, 1232 gr/m²

$$\text{stitching} := 6 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \text{Fordeltes på de andre tykkelsene}$$

$$w_{\text{matte}} := 1232 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \rho_{\text{glass}} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\varphi_0 := 319 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1282 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 307 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1234 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{45} := 300 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{45} := \frac{\varphi_{45}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{-45} := \varphi_{45} \quad t_{-45} := t_{45} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{fiber}} := 3 \cdot (t_0 + t_{90} + t_{45} + t_{-45}) = 1.4784 \cdot \text{mm}$$

Andeler:

$$a_0 := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 26.0146 \cdot \% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 25.0406 \cdot \% \quad a_{45} := \frac{\varphi_{45}}{w_{\text{matte}}} = 24.4724 \cdot \% \quad a_{-45} := a_{45}$$

Teoretisk tykkelse: $t_{tot_t} := 3.1\text{mm}$

Fibervolumandel:

Basert på teoretiske tall:

$$\varphi_{f_t} := \frac{t_{fiber}}{t_{tot_t}} = 47.6903\%$$

$$\varphi_{m_t} := 1 - \varphi_{f_t} = 52.3097\%$$

Funnet ved avbrenning:

$$\varphi_{f_m} := 41.469\%$$

$$\varphi_{m_m} := 1 - \varphi_{f_m} = 58.531\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel fra avbrenning:

$$t_{0.tot} := \frac{t_0}{\varphi_{f_m}} = 0.3091 \cdot \text{mm}$$

$$t_{90.tot} := \frac{t_{90}}{\varphi_{f_m}} = 0.2976 \cdot \text{mm}$$

$$t_{45.tot} := \frac{t_{45}}{\varphi_{f_m}}$$

$$t_{-45.tot} := t_{45.tot}$$

$$t_{tot.muffel} := 3 \cdot (t_{0.tot} + t_{90.tot} + t_{45.tot} + t_{-45.tot}) = 3.5651 \cdot \text{mm}$$

Målt tykkelse:

Målte verdier på prøver med
bruddspenning:

$$t_{mu_tot} := 3.83\text{mm}$$

Målte verdier på prøver med 2%
tøyning (målt i "daler"):

$$t_{m2\%_tot} := \text{mean}(3.2\text{mm}, 3.17\text{mm}) = 3.185 \cdot \text{mm}$$

Korreksjonsfaktor fra bilder: tykkelsesfaktor := 0.82

$$t_{mu_tot.tf} := t_{mu_tot} \cdot \text{tykkelsesfaktor} = 3.1406 \cdot \text{mm}$$

$$t_{målt} := \text{mean}(t_{m2\%_tot}, t_{mu_tot.tf}) = 3.1628 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{f.målt} := \frac{t_{fiber}}{t_{målt}} = 46.7434\% \quad \varphi_{m.målt} := 1 - \varphi_{f.målt} = 53.2566\%$$

Stivhet for ensrettet teoretisk lamina:

$$E_{1_t} := E_f \cdot \varphi_{f_t} + E_m \cdot \varphi_{m_t} = 36.2801 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_t} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_t} + E_m \cdot \varphi_{f_t}} = 6.2327 \cdot \text{GPa}$$

$$\nu_{12_t} := \nu_f \cdot \varphi_{f_t} + \nu_m \cdot \varphi_{m_t} = 0.3037$$

$$G_{12_t} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_t}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_t}}{G_m} \right)} = 2.269 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_t := 1 - \nu_{12_t}^2 \cdot \frac{E_{2_t}}{E_{1_t}}$$

$$Q_t := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_t}}{\Delta_t} & \frac{\nu_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ \frac{\nu_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & \frac{E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36.8642 & 1.9233 & 0 \\ 1.9233 & 6.333 & 0 \\ 0 & 0 & 2.269 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet lamina fra moffelovn:

$$E_{1_m} := E_f \cdot \varphi_{f_m} + E_m \cdot \varphi_{m_m} = 31.9908 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_m} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_m} + E_m \cdot \varphi_{f_m}} = 5.6217 \cdot \text{GPa}$$

$$\nu_{12_m} := \nu_f \cdot \varphi_{f_m} + \nu_m \cdot \varphi_{m_m} = 0.3136$$

$$G_{12_m} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_m}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_m}}{G_m} \right)} = 2.0445 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_m := 1 - v_{12_m}^2 \cdot \frac{E_{2_m}}{E_{1_m}}$$

$$Q_m := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_m}}{\Delta_m} & \frac{v_{12_m} \cdot E_{2_m}}{\Delta_m} & 0 \\ \frac{v_{12_m} \cdot E_{2_m}}{\Delta_m} & \frac{E_{2_m}}{\Delta_m} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32.5536 & 1.7943 & 0 \\ 1.7943 & 5.7206 & 0 \\ 0 & 0 & 2.0445 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet målt lamina:

$$E_{1_målt} := E_f \cdot \varphi_{f.målt} + E_m \cdot \varphi_{m.målt} = 35.6272 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_målt} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m.målt} + E_m \cdot \varphi_{f.målt}} = 6.1313 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_målt} := v_f \cdot \varphi_{f.målt} + v_m \cdot \varphi_{m.målt} = 0.3052$$

$$G_{12_målt} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f.målt}}{G_f} + \frac{\varphi_{m.målt}}{G_m} \right)} = 2.2317 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_{målt} := 1 - v_{12_målt}^2 \cdot \frac{E_{2_målt}}{E_{1_målt}}$$

$$Q_{målt} := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_målt}}{\Delta_{målt}} & \frac{v_{12_målt} \cdot E_{2_målt}}{\Delta_{målt}} & 0 \\ \frac{v_{12_målt} \cdot E_{2_målt}}{\Delta_{målt}} & \frac{E_{2_målt}}{\Delta_{målt}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_målt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36.2077 & 1.9018 & 0 \\ 1.9018 & 6.2312 & 0 \\ 0 & 0 & 2.2317 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_{m_t}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_t \cdot (T(\theta)^{-1})^T \quad Q_{m_m}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_m \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m_målt}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_{målt} \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 45\text{deg} \quad \theta_3 := 90\text{deg} \quad \theta_4 := -45\text{deg}$$

Stivhet med teoretisk tykkelse:

$$A_t := t_{tot_t} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_t}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_t}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_t}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_t}(\theta_4))$$

$$A_t = \begin{pmatrix} 55.9329 & 17.4461 & 0 \\ 17.4461 & 55.011 & 1.4782 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.4782 \times 10^{-15} & 18.5178 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_t := A_t^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0198 & -0.0063 & 0 \\ -0.0063 & 0.0202 & 0 \\ 0 & 0 & 0.054 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{t,x} := \alpha_t \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.002 \\ -0.0006 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,y} := \alpha_t \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0006 \\ 0.002 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,xy} := \alpha_t \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0054 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med tykkelse fra maffelovn:

$$A_m := t_{tot.muffel} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_m}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_m}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_m}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_m}(\theta_4))$$

$$A_m = \begin{pmatrix} 57.1275 & 17.9601 & 0 \\ 17.9601 & 56.1958 & 1.7 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.7 \times 10^{-15} & 18.8522 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_m := A_m^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0195 & -0.0062 & 0 \\ -0.0062 & 0.0198 & 0 \\ 0 & 0 & 0.053 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{m,x} := \alpha_m \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0019 \\ -0.0006 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,y} := \alpha_m \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0006 \\ 0.002 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,xy} := \alpha_m \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0053 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med målt tykkelse:

$$A_{\text{målt}} := t_{\text{målt}} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_målt}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_målt}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_målt}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_målt}(\theta_4))$$

$$A_{\text{målt}} = \begin{pmatrix} 56.0772 & 17.5124 & 0 \\ 17.5124 & 55.1538 & 1.5081 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.5081 \times 10^{-15} & 18.5558 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

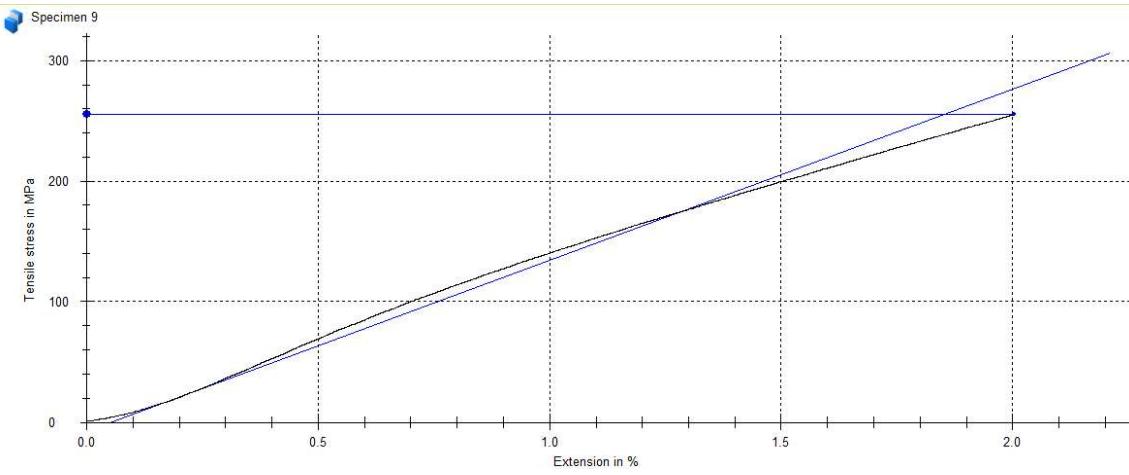
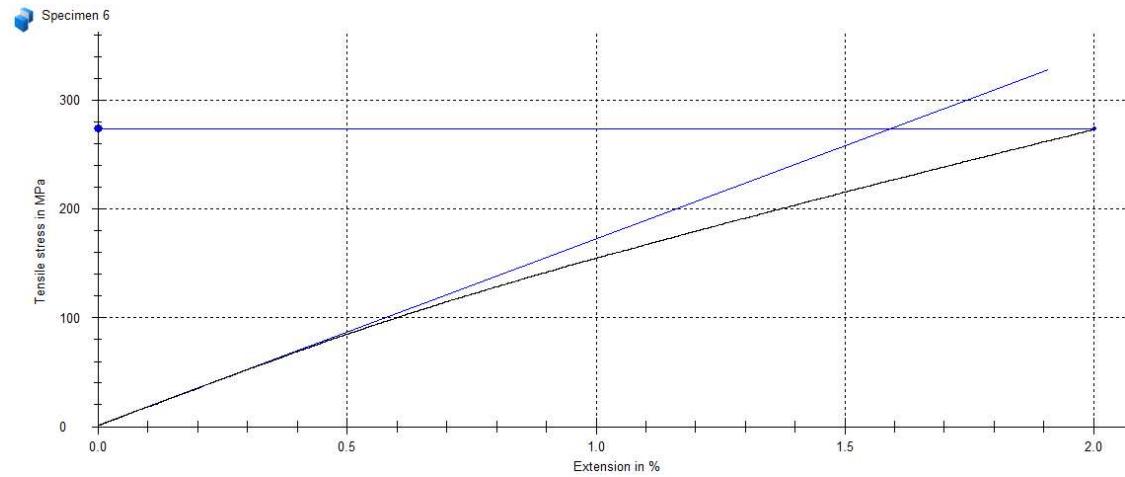
$$\alpha_{\text{målt}} := A_{\text{målt}}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0198 & -0.0063 & 0 \\ -0.0063 & 0.0201 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0539 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{\text{målt.x}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.002 \\ -0.0006 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt.y}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0006 \\ 0.002 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt.xy}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0054 \end{pmatrix} \cdot \%$$

E-moduler:



$$E_{x,test1} := 17100 \text{ MPa} \quad E_{x,test2} := 14200 \text{ MPa}$$

$$E_{x,t} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{tot_t}}}{\varepsilon_{t,x_1}} = 16.2581 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,t} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{tot_t}}}{\varepsilon_{t,y_2}} = 15.9901 \cdot \text{GPa} \quad G_{xy,t} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{tot_t}}}{\varepsilon_{t,xy_3}} = 5.9735 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,t} := \frac{\varepsilon_{t,x_2}}{\varepsilon_{t,x_1}} = -0.3171$$

$$E_{x,m} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,x_1}} = 14.4142 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y,m} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,y_2}} = 14.1791 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,m} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,xy_3}} = 5.288 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,m} := \frac{\varepsilon_{m,x_2}}{\varepsilon_{m,x_1}} = -0.3196$$

$$E_{x,\text{målt}} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},x_1}} = 15.9721 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y,\text{målt}} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},y_2}} = 15.7091 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,\text{målt}} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},xy_3}} = 5.8669 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,\text{målt}} := \frac{\varepsilon_{\text{målt},x_2}}{\varepsilon_{\text{målt},x_1}} = -0.3175$$

Sammenligning av teoretiske og praktiske resultater - H3

Data for fiber T700:

$$E_f := 230 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 94.2623 \cdot \text{GPa}$$

Data for matrise DION 9100-M700:

$$E_m := 3.4 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.2319 \cdot \text{GPa}$$

(poissonstall hentet fra tabell for tilsvarende matriser [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 29])

4 stk matter med 0/90, 450 gr/m²

$$\begin{aligned} w_{\text{matte}} &:= 413 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & \rho_{\text{karbon}} &:= 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \varphi_0 &:= 208 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & t_0 &:= \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1156 \cdot \text{mm} \\ \varphi_{90} &:= 205 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & t_{90} &:= \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1139 \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$t_{\text{fiber}} := 4 \cdot (t_0 + t_{90}) = 0.9178 \cdot \text{mm}$$

Polyesterstitching regnes som en del av matrise

Andeler:

$$a_{00} := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 50.3632 \cdot \% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 49.6368 \cdot \%$$

Teoretisk tykkelse: $t_{tot_t} := 2.86\text{mm}$

Fibervolumandel:

Basert på teoretiske tall:

$$\varphi_{f_t} := \frac{t_{fiber}}{t_{tot_t}} = 32.0901\cdot\%$$

$$\varphi_{m_t} := 1 - \varphi_{f_t} = 67.9099\cdot\%$$

Avbrenning av matrise har ikke vært utført vellykket for karbonmaterialer

Målt tykkelse: $t_{mu_tot} := 2.96\text{mm}$

Lik for prøver strukket til brudd, og prøver strukket til 1,2% forlengelse

Korreksjonsfaktor fra bilder: tykkelsesfaktor := 0.96

$$t_{målt} := t_{mu_tot} \cdot \text{tykkelsesfaktor} = 2.8416\cdot\text{mm}$$

$$\varphi_{f.målt} := \frac{t_{fiber}}{t_{målt}} = 32.2979\cdot\% \quad \varphi_{m.målt} := 1 - \varphi_{f.målt} = 67.7021\cdot\%$$

Stivhet for ensrettet teoretisk lamina:

$$E_{1_t} := E_f \cdot \varphi_{f_t} + E_m \cdot \varphi_{m_t} = 76.1162 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_t} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_t} + E_m \cdot \varphi_{f_t}} = 4.9719 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_t} := v_f \cdot \varphi_{f_t} + v_m \cdot \varphi_{m_t} = 0.3287$$

$$G_{12_t} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_t}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_t}}{G_m} \right)} = 1.8029 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_t := 1 - v_{12_t}^2 \cdot \frac{E_{2_t}}{E_{1_t}}$$

$$Q_t := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_t}}{\Delta_t} & \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & \frac{E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 76.6571 & 1.6457 & 0 \\ 1.6457 & 5.0072 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8029 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet målt lamina:

$$E_{1_målt} := E_f \cdot \varphi_{f,målt} + E_m \cdot \varphi_{m,målt} = 76.5871 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_målt} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m,målt} + E_m \cdot \varphi_{f,målt}} = 4.9868 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_målt} := v_f \cdot \varphi_{f,målt} + v_m \cdot \varphi_{m,målt} = 0.3283$$

$$G_{12_målt} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f,målt}}{G_f} + \frac{\varphi_{m,målt}}{G_m} \right)} = 1.8083 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_{\text{målt}} := 1 - v_{12\text{-målt}}^2 \cdot \frac{E_2\text{-målt}}{E_1\text{-målt}}$$

$$Q_{\text{målt}} := \begin{pmatrix} \frac{E_1\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12\text{-målt}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 77.1285 & 1.6489 & 0 \\ 1.6489 & 5.0221 & 0 \\ 0 & 0 & 1.8083 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_m(t) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_t \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m\text{-målt}}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_{\text{målt}} \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 90\text{deg}$$

Stivhet med teoretisk tykkelse:

$$A_t := t_{tot_t} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_t}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_t}(\theta_2))$$

$$A_t = \begin{pmatrix} 117.5242 & 4.7066 & 0 \\ 4.7066 & 116.0357 & 6.2068 \times 10^{-15} \\ 0 & 6.2068 \times 10^{-15} & 5.1562 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_t := A_t^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0085 & -0.0003 & 0 \\ -0.0003 & 0.0086 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1939 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\epsilon_{t,x} := \alpha_t \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0009 \\ -3.4569 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\epsilon_{t,y} := \alpha_t \cdot N_y = \begin{pmatrix} -3.4569 \times 10^{-5} \\ 0.0009 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\epsilon_{t,xy} := \alpha_t \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0194 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med målt tykkelse:

$$A_{\text{målt}} := t_{\text{målt}} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_målt}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_målt}(\theta_2))$$

$$A_{\text{målt}} = \begin{pmatrix} 117.4637 & 4.6854 & 0 \\ 4.6854 & 115.9753 & 6.2064 \times 10^{-15} \\ 0 & 6.2064 \times 10^{-15} & 5.1384 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

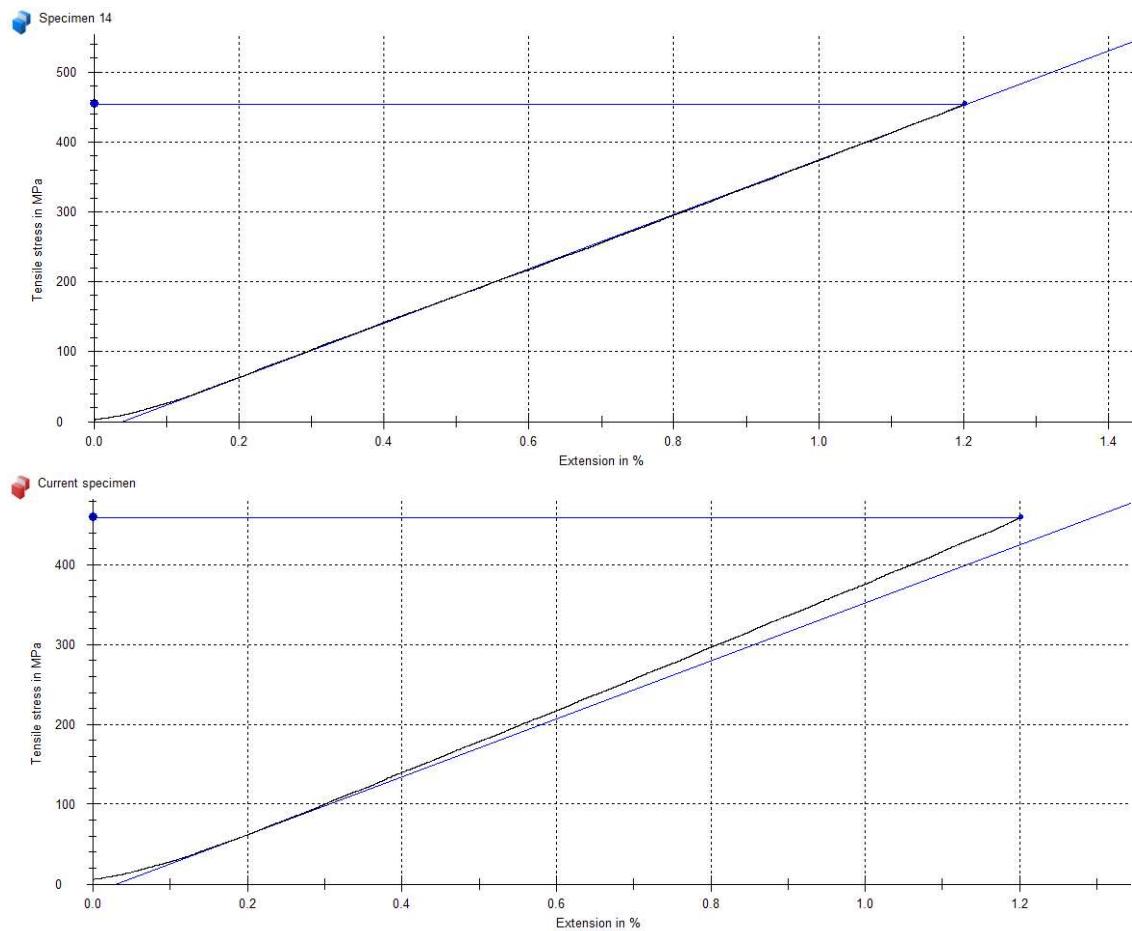
$$\alpha_{\text{målt}} := A_{\text{målt}}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0085 & -0.0003 & 0 \\ -0.0003 & 0.0086 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1946 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{\text{målt},x} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0009 \\ -3.4449 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt},y} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_y = \begin{pmatrix} -3.4449 \times 10^{-5} \\ 0.0009 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt},xy} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0195 \end{pmatrix} \cdot \%$$

E-moduler:



$$E_{x,test1} := 38900 \text{ MPa} \quad E_{x,test2} := 36300 \text{ MPa}$$

$$E_{x,t} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,x_1}} = 41.0256 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,t} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,y_2}} = 40.506 \cdot \text{GPa} \quad G_{xy,t} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,xy_3}} = 1.8029 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,t} := \frac{\epsilon_{t,x_2}}{\epsilon_{t,x_1}} = -0.0406$$

$$E_{x,målt} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{målt}}}{\varepsilon_{målt,x_1}} = 41.2705 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y,målt} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{målt}}}{\varepsilon_{målt,y_2}} = 40.7476 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,målt} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{målt}}}{\varepsilon_{målt,xy_3}} = 1.8083 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,målt} := \frac{\varepsilon_{målt,x_2}}{\varepsilon_{målt,x_1}} = -0.0404$$

Sammenligning av teoretiske og praktiske resultater - V1

Data for E-glass fiber [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 17]:

$$E_f := 72.345 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 29.6496 \cdot \text{GPa}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa}$$

(poissonstall hentet fra tabell for tilsvarende matriser [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 29])

3 stk matter med 0/45/90/-45, 1232gr/m²

$$\text{stitching} := 6 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \text{Fordeltes på de andre tykkelsene}$$

$$w_{\text{matte}} := 1232 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \rho_{\text{glass}} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\varphi_0 := 319 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1282 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 307 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1234 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{45} := 300 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{45} := \frac{\varphi_{45}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{-45} := \varphi_{45} \quad t_{-45} := t_{45} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{fiber}} := 3 \cdot (t_0 + t_{90} + t_{45} + t_{-45}) = 1.4784 \cdot \text{mm}$$

Andeler:

$$a_0 := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 26.0146\% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 25.0406\% \quad a_{45} := \frac{\varphi_{45}}{w_{\text{matte}}} = 24.4724\% \quad a_{-45} := a_{45}$$

Teoretisk tykkelse: $t_{tot_t} := 2.7\text{mm}$

Fibervolumandel:

Basert på teoretiske tall:

$$\varphi_{f_t} := \frac{t_{fiber}}{t_{tot_t}} = 54.7556\% \quad \varphi_{f_m} := 50.683\%$$

$$\varphi_{m_t} := 1 - \varphi_{f_t} = 45.2444\% \quad \varphi_{m_m} := 1 - \varphi_{f_m} = 49.317\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel fra avbrenning:

$$t_{0,tot} := \frac{t_0}{\varphi_{f_m}} = 0.2529 \cdot \text{mm} \quad t_{90,tot} := \frac{t_{90}}{\varphi_{m_m}} = 0.2502 \cdot \text{mm}$$

$$t_{45,tot} := \frac{t_{45}}{\varphi_{f_m}} \quad t_{-45,tot} := t_{45,tot}$$

$$t_{tot,muffel} := 3 \cdot (t_{0,tot} + t_{90,tot} + t_{45,tot} + t_{-45,tot}) = 2.9372 \cdot \text{mm}$$

Målt tykkelse:

Målte verdier på prøver med
bruddspenning: Målte verdier på prøver med 2%
tøyning (målt i "daler"):

$$t_{mu_tot} := 2.978\text{mm} \quad t_{m2\%_tot} := 2.73\text{mm}$$

Korreksjonsfaktor fra bilder: tykkelsesfaktor := 0.94

$$t_{tot,målt,tf} := t_{mu_tot} \cdot \text{tykkelsesfaktor} = 2.7993 \cdot \text{mm}$$

$$t_{målt} := \text{mean}(t_{m2\%_tot}, t_{tot,målt,tf}) = 2.7647 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{f,målt} := \frac{t_{fiber}}{t_{målt}} = 53.4749\% \quad \varphi_{m,målt} := 1 - \varphi_{f,målt} = 46.5251\%$$

Stivhet for ensrettet teoretisk lamina:

$$E_{1_t} := E_f \cdot \varphi_{f_t} + E_m \cdot \varphi_{m_t} = 40.9702 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_t} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_t} + E_m \cdot \varphi_{f_t}} = 6.3138 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_t} := v_f \cdot \varphi_{f_t} + v_m \cdot \varphi_{m_t} = 0.2924$$

$$G_{12_t} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_t}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_t}}{G_m} \right)} = 2.3004 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_t := 1 - v_{12_t}^2 \cdot \frac{E_{2_t}}{E_{1_t}}$$

$$Q_t := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_t}}{\Delta_t} & \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & \frac{E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 41.5172 & 1.8707 & 0 \\ 1.8707 & 6.3981 & 0 \\ 0 & 0 & 2.3004 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet lamina fra maffelovn:

$$E_{1_m} := E_f \cdot \varphi_{f_m} + E_m \cdot \varphi_{m_m} = 38.1461 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_m} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_m} + E_m \cdot \varphi_{f_m}} = 5.8345 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_m} := v_f \cdot \varphi_{f_m} + v_m \cdot \varphi_{m_m} = 0.2989$$

$$G_{12_m} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_m}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_m}}{G_m} \right)} = 2.124 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_m := 1 - v_{12,m}^2 \cdot \frac{E_{2,m}}{E_{1,m}}$$

$$Q_m := \begin{pmatrix} \frac{E_{1,m}}{\Delta_m} & \frac{v_{12,m} \cdot E_{2,m}}{\Delta_m} & 0 \\ \frac{v_{12,m} \cdot E_{2,m}}{\Delta_m} & \frac{E_{2,m}}{\Delta_m} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12,m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38.6746 & 1.7681 & 0 \\ 1.7681 & 5.9153 & 0 \\ 0 & 0 & 2.124 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet målt lamina:

$$E_{1,målt} := E_f \cdot \varphi_{f,målt} + E_m \cdot \varphi_{m,målt} = 40.0822 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2,målt} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m,målt} + E_m \cdot \varphi_{f,målt}} = 6.1548 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,målt} := v_f \cdot \varphi_{f,målt} + v_m \cdot \varphi_{m,målt} = 0.2944$$

$$G_{12,målt} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f,målt}}{G_f} + \frac{\varphi_{m,målt}}{G_m} \right)} = 2.2418 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_{målt} := 1 - v_{12,målt}^2 \cdot \frac{E_{2,målt}}{E_{1,målt}}$$

$$Q_{målt} := \begin{pmatrix} \frac{E_{1,målt}}{\Delta_{målt}} & \frac{v_{12,målt} \cdot E_{2,målt}}{\Delta_{målt}} & 0 \\ \frac{v_{12,målt} \cdot E_{2,målt}}{\Delta_{målt}} & \frac{E_{2,målt}}{\Delta_{målt}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12,målt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40.623 & 1.8367 & 0 \\ 1.8367 & 6.2378 & 0 \\ 0 & 0 & 2.2418 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Roterte stivhetsmatriser:

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_{m_t}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_t \cdot (T(\theta)^{-1})^T \quad Q_{m_m}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_m \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m_målt}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_{målt} \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 45\text{deg} \quad \theta_3 := 90\text{deg} \quad \theta_4 := -45\text{deg}$$

Stivhet med teoretisk tykkelse:

$$A_t := t_{tot_t} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_t}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_t}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_t}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_t}(\theta_4))$$

$$A_t = \begin{pmatrix} 53.5934 & 16.6051 & 0 \\ 16.6051 & 52.6698 & 1.2875 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.2875 \times 10^{-15} & 17.765 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_t := A_t^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0207 & -0.0065 & 0 \\ -0.0065 & 0.021 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0563 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{t,x} := \alpha_t \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0021 \\ -0.0007 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,y} := \alpha_t \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0007 \\ 0.0021 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,xy} := \alpha_t \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0056 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med tykkelse fra maffelovn:

$$A_m := t_{tot.muffel} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_m}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_m}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_m}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_m}(\theta_4))$$

$$A_m = \begin{pmatrix} 54.2518 & 16.8945 & 0 \\ 16.8945 & 53.3146 & 1.4006 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.4006 \times 10^{-15} & 17.9398 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_m := A_m^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0205 & -0.0065 & 0 \\ -0.0065 & 0.0208 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0557 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{m,x} := \alpha_m \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.002 \\ -0.0006 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,y} := \alpha_m \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0006 \\ 0.0021 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,xy} := \alpha_m \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0056 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med målt tykkelse:

$$A_{målt} := t_{målt} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_målt}(\theta_1) + a_{45} \cdot Q_{m_målt}(\theta_2) + a_{90} \cdot Q_{m_målt}(\theta_3) + a_{45} \cdot Q_{m_målt}(\theta_4))$$

$$A_{målt} = \begin{pmatrix} 53.6637 & 16.6541 & 0 \\ 16.6541 & 52.7378 & 1.3183 \times 10^{-15} \\ 0 & 1.3183 \times 10^{-15} & 17.7742 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

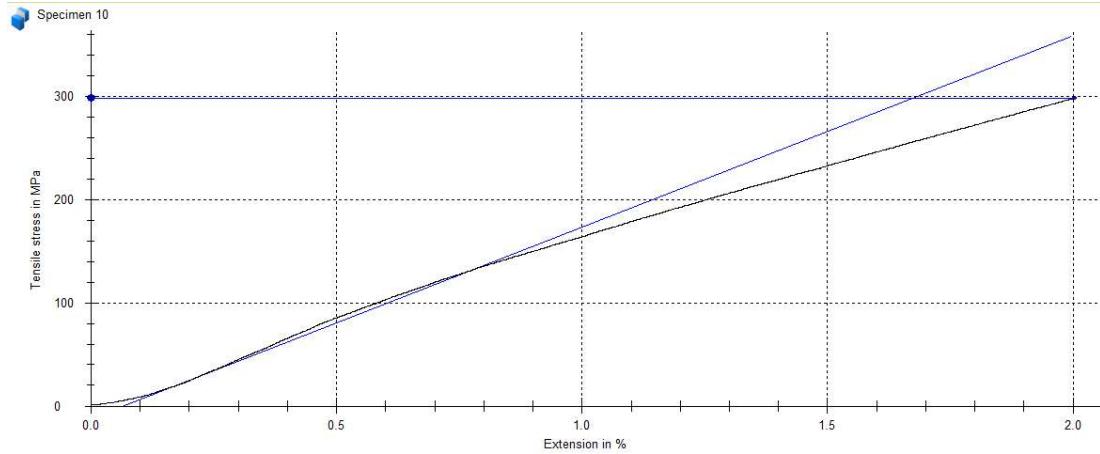
$$\alpha_{målt} := A_{målt}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0207 & -0.0065 & 0 \\ -0.0065 & 0.021 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0563 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{målt.x} := \alpha_{målt} \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0021 \\ -0.0007 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{målt.y} := \alpha_{målt} \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0007 \\ 0.0021 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{målt.xy} := \alpha_{målt} \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0056 \end{pmatrix} \cdot \%$$

E-moduler:



$$E_{x,test1} := 18500 \text{ MPa}$$

$$E_{x,t} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,x_1}} = 17.9105 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,t} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,y_2}} = 17.6018 \cdot \text{GPa} \quad G_{xy,t} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,xy_3}} = 6.5796 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,t} := \frac{\varepsilon_{t,x_2}}{\varepsilon_{t,x_1}} = -0.3153$$

$$E_{x,m} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,x_1}} = 16.648 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,m} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,y_2}} = 16.3604 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,m} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m,xy_3}} = 6.1078 \cdot \text{GPa} \quad v_{12,m} := \frac{\varepsilon_{m,x_2}}{\varepsilon_{m,x_1}} = -0.3169$$

$$E_{x,målt} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt,x_1}} = 17.5083 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,målt} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt,y_2}} = 17.2062 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,målt} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt,xy_3}} = 6.4291 \cdot \text{GPa} \quad v_{12,målt} := \frac{\varepsilon_{målt,x_2}}{\varepsilon_{målt,x_1}} = -0.3158$$

Sammenligning av teoretiske og praktiske resultater - V3

Data for fiber T700:

$$E_f := 230 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 94.2623 \cdot \text{GPa}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa}$$

(poissonstall hentet fra tabell for tilsvarende matriser [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 29])

5 stk matter med 0/90, 450 gr/m²

$$\begin{aligned} w_{\text{matte}} &:= 413 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & \rho_{\text{karbon}} &:= 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ \varphi_0 &:= 208 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & t_0 &:= \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1156 \cdot \text{mm} \\ \varphi_{90} &:= 205 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} & t_{90} &:= \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1139 \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$t_{\text{fiber}} := 5 \cdot (t_0 + t_{90}) = 1.1472 \cdot \text{mm}$$

Polyesterstitching regnes som en del av matrise

Andeler:

$$a_{00} := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 50.3632 \cdot \% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 49.6368 \cdot \%$$

Teoretisk tykkelse: $t_{tot_t} := 2.65\text{mm}$

Fibervolumandel:

Basert på teoretiske tall:

$$\varphi_{f_t} := \frac{t_{fiber}}{t_{tot_t}} = 43.2914\cdot\%$$

$$\varphi_{m_t} := 1 - \varphi_{f_t} = 56.7086\cdot\%$$

Avbrenning av matrise har ikke vært utført vellykket for karbonmaterialer

Målte verdier på prøver med
bruddspenning:

Målte verdier på prøver med
1.2% tøyning (målt i "daler"):

Målt tykkelse: $t_{mu_tot} := 2.685\text{mm}$

$t_{m1.2\%_tot} := 2.61\text{mm}$

Korreksjonsfaktor fra bilder: tykkelsesfaktor := 0.97

$$t_{mu_tot.tf} := t_{mu_tot} \cdot \text{tykkelsesfaktor} = 2.6045 \cdot \text{mm}$$

$$t_{målt} := \text{mean}(t_{m1.2\%_tot}, t_{mu_tot.tf}) = 2.6072 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{f,målt} := \frac{t_{fiber}}{t_{målt}} = 44.0017\cdot\% \quad \varphi_{m,målt} := 1 - \varphi_{f,målt} = 55.9983\cdot\%$$

Stivhet for ensrettet teoretisk lamina:

$$E_{1_t} := E_f \cdot \varphi_{f_t} + E_m \cdot \varphi_{m_t} = 101.2715 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_t} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_t} + E_m \cdot \varphi_{f_t}} = 5.238 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_t} := v_f \cdot \varphi_{f_t} + v_m \cdot \varphi_{m_t} = 0.3107$$

$$G_{12_t} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_t}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_t}}{G_m} \right)} = 1.9 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_t := 1 - v_{12_t}^2 \cdot \frac{E_{2_t}}{E_{1_t}}$$

$$Q_t := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_t}}{\Delta_t} & \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & \frac{E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 101.7798 & 1.6358 & 0 \\ 1.6358 & 5.2643 & 0 \\ 0 & 0 & 1.9 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet målt lamina:

$$E_{1_målt} := E_f \cdot \varphi_{f,målt} + E_m \cdot \varphi_{m,målt} = 102.8838 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_målt} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m,målt} + E_m \cdot \varphi_{f,målt}} = 5.303 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_målt} := v_f \cdot \varphi_{f,målt} + v_m \cdot \varphi_{m,målt} = 0.3096$$

$$G_{12_målt} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f,målt}}{G_f} + \frac{\varphi_{m,målt}}{G_m} \right)} = 1.9236 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_{\text{målt}} := 1 - v_{12\text{-målt}}^2 \cdot \frac{E_2\text{-målt}}{E_1\text{-målt}}$$

$$Q_{\text{målt}} := \begin{pmatrix} \frac{E_1\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12\text{-målt}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 103.3946 & 1.6499 & 0 \\ 1.6499 & 5.3293 & 0 \\ 0 & 0 & 1.9236 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_{m_t}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_t \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m_målt}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_{\text{målt}} \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 90\text{deg}$$

Stivhet med teoretisk tykkelse:

$$A_t := t_{tot_t} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_t}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_t}(\theta_2))$$

$$A_t = \begin{pmatrix} 142.7624 & 4.3349 & 0 \\ 4.3349 & 140.9045 & 7.7596 \times 10^{-15} \\ 0 & 7.7596 \times 10^{-15} & 5.035 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_t := A_t^{-1} = \begin{pmatrix} 0.007 & -0.0002 & 0 \\ -0.0002 & 0.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1986 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{t,x} := \alpha_t \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0007 \\ -2.157 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{t,y} := \alpha_t \cdot N_y = \begin{pmatrix} -2.157 \times 10^{-5} \\ 0.0007 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{t,xy} := \alpha_t \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0199 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med målt tykkelse:

$$A_{\text{målt}} := t_{\text{målt}} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_målt}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_målt}(\theta_2))$$

$$A_{\text{målt}} = \begin{pmatrix} 142.6624 & 4.3017 & 0 \\ 4.3017 & 140.8052 & 7.7575 \times 10^{-15} \\ 0 & 7.7575 \times 10^{-15} & 5.0153 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

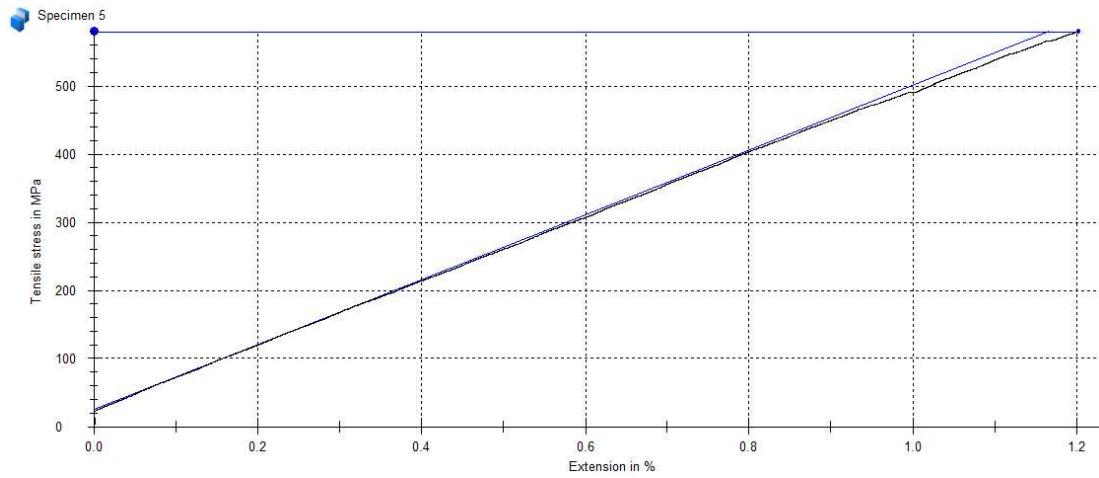
$$\alpha_{\text{målt}} := A_{\text{målt}}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.007 & -0.0002 & 0 \\ -0.0002 & 0.0071 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1994 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{\text{målt.x}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0007 \\ -2.1435 \times 10^{-5} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt.y}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_y = \begin{pmatrix} -2.1435 \times 10^{-5} \\ 0.0007 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{\text{målt.xy}} := \alpha_{\text{målt}} \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0199 \end{pmatrix} \cdot \%$$

E-moduler:



$$E_{x,test1} := 47700 \text{ MPa}$$

$$E_{x,t} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,x_1}} = 53.8223 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,t} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,y_2}} = 53.1219 \cdot \text{GPa} \quad G_{xy,t} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{tot_t}}}}{\varepsilon_{t,xy_3}} = 1.9 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12,t} := \frac{\varepsilon_{t,x_2}}{\varepsilon_{t,x_1}} = -0.0308$$

$$E_{x,målt} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},x_1}} = 54.6677 \cdot \text{GPa} \quad E_{y,målt} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},y_2}} = 53.956 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,målt} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{\text{målt},xy_3}} = 1.9236 \cdot \text{GPa} \quad v_{12,målt} := \frac{\varepsilon_{\text{målt},x_2}}{\varepsilon_{\text{målt},x_1}} = -0.0306$$

Sammenligning av teoretiske og praktiske resultater - V4

Data for E-glass fiber [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 17]:

$$E_f := 72.345 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 29.6496 \cdot \text{GPa}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa}$$

(poissonstall hentet fra tabell for tilsvarende matriser [Introduction to composite materials design, E. Barbero, s. 29])

3 stk matter med 0/90, 900gr/m²

$$w_{\text{matte}} := 900 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \varphi_0 := 852 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \rho_{\text{glass}} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{glass}}} = 0.3408 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 48 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.0192 \cdot \text{mm}$$

Andeler:

$$a_0 := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 94.6667\% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 5.3333\%$$

$$t_{\text{fiber}} := 3 \cdot (t_0 + t_{90}) = 1.08 \text{ mm}$$

Teoretisk tykkelse: $t_{\text{tot_t}} := 1.86 \text{ mm}$

Fibervolumandel:

Basert på teoretiske tall:

$$\varphi_{f_t} := \frac{t_{\text{fiber}}}{t_{\text{tot_t}}} = 58.0645\%$$

$$\varphi_{m_t} := 1 - \varphi_{f_t} = 41.9355\%$$

Funnet ved avbrenning:

$$\varphi_{f_m} := 50.954\%$$

$$\varphi_{m_m} := 1 - \varphi_{f_m} = 49.046\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel fra avbrenning:

$$t_{0,tot} := \frac{t_0}{\varphi_{f_m}} = 0.6688 \cdot \text{mm} \quad t_{90,tot} := \frac{t_{90}}{\varphi_{m_m}} = 0.0391 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{tot,muffel}} := 3 \cdot (t_{0,tot} + t_{90,tot}) = 2.124 \cdot \text{mm}$$

Målt tykkelse:

Målte verdier på prøver med
bruddspenning:

$$t_{mu_tot} := 2.34\text{mm}$$

Målte verdier på prøver med 2%
tøyning (målt i "daler"):

$$t_{m1.2\%_tot} := 2.23\text{mm}$$

Korreksjonsfaktor fra bilder: tykkelsesfaktor := 0.97

$$t_{mu_tot.tf} := t_{mu_tot} \cdot \text{tykkelsesfaktor} = 2.2698 \cdot \text{mm}$$

$$t_{målt} := \text{mean}(t_{m1.2\%_tot}, t_{mu_tot.tf}) = 2.2499 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{f,målt} := \frac{t_{fiber}}{t_{målt}} = 48.0021\% \quad \varphi_{m,målt} := 1 - \varphi_{f,målt} = 51.9979\%$$

Stivhet for ensrettet teoretisk lamina:

$$E_{1_t} := E_f \cdot \varphi_{f_t} + E_m \cdot \varphi_{m_t} = 43.2648 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_t} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_t} + E_m \cdot \varphi_{f_t}} = 6.7654 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_t} := v_f \cdot \varphi_{f_t} + v_m \cdot \varphi_{m_t} = 0.2871$$

$$G_{12_t} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_t}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_t}}{G_m} \right)} = 2.4668 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_t := 1 - v_{12_t}^2 \cdot \frac{E_{2_t}}{E_{1_t}}$$

$$Q_t := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_t}}{\Delta_t} & \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ \frac{v_{12_t} \cdot E_{2_t}}{\Delta_t} & \frac{E_{2_t}}{\Delta_t} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43.8298 & 1.9677 & 0 \\ 1.9677 & 6.8537 & 0 \\ 0 & 0 & 2.4668 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet lamina fra moffelovn:

$$E_{1_m} := E_f \cdot \varphi_{f_m} + E_m \cdot \varphi_{m_m} = 38.3341 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_m} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m_m} + E_m \cdot \varphi_{f_m}} = 5.8641 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_m} := v_f \cdot \varphi_{f_m} + v_m \cdot \varphi_{m_m} = 0.2985$$

$$G_{12_m} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f_m}}{G_f} + \frac{\varphi_{m_m}}{G_m} \right)} = 2.1349 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_m := 1 - v_{12_m}^2 \cdot \frac{E_{2_m}}{E_{1_m}}$$

$$Q_m := \begin{pmatrix} \frac{E_{1_m}}{\Delta_m} & \frac{v_{12_m} \cdot E_{2_m}}{\Delta_m} & 0 \\ \frac{v_{12_m} \cdot E_{2_m}}{\Delta_m} & \frac{E_{2_m}}{\Delta_m} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38.8637 & 1.7745 & 0 \\ 1.7745 & 5.9451 & 0 \\ 0 & 0 & 2.1349 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Stivhet for ensrettet målt lamina:

$$E_{1_målt} := E_f \cdot \varphi_{f,målt} + E_m \cdot \varphi_{m,målt} = 36.2871 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{2_målt} := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_{m,målt} + E_m \cdot \varphi_{f,målt}} = 5.5567 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12_målt} := v_f \cdot \varphi_{f,målt} + v_m \cdot \varphi_{m,målt} = 0.3032$$

$$G_{12_målt} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_{f,målt}}{G_f} + \frac{\varphi_{m,målt}}{G_m} \right)} = 2.022 \cdot \text{GPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta_{\text{målt}} := 1 - v_{12\text{-målt}}^2 \cdot \frac{E_2\text{-målt}}{E_1\text{-målt}}$$

$$Q_{\text{målt}} := \begin{pmatrix} \frac{E_1\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ \frac{v_{12\text{-målt}} \cdot E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & \frac{E_2\text{-målt}}{\Delta_{\text{målt}}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12\text{-målt}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36.8052 & 1.7088 & 0 \\ 1.7088 & 5.6361 & 0 \\ 0 & 0 & 2.022 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m} \quad N_{xy} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

Roterte stivhetsmatriser:

$$Q_{m-t}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_t \cdot (T(\theta)^{-1})^T \quad Q_{m-m}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_m \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$Q_{m\text{-målt}}(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q_{\text{målt}} \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg}$$

$$\theta_2 := 90\text{deg}$$

Stivhet med teoretisk tykkelse:

$$A_t := t_{\text{tot_t}} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_t}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_t}(\theta_2))$$

$$A_t = \begin{pmatrix} 77.8553 & 3.6599 & 0 \\ 3.6599 & 16.416 & 0 \\ 0 & 0 & 4.5882 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_t := A_t^{-1} = \begin{pmatrix} 0.013 & -0.0029 & 0 \\ -0.0029 & 0.0616 & 0 \\ 0 & 0 & 0.218 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{t,x} := \alpha_t \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0013 \\ -0.0003 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,y} := \alpha_t \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0003 \\ 0.0062 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{t,xy} := \alpha_t \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0218 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med tykkelse fra maffelovn:

$$A_m := t_{\text{målt}} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_m}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_m}(\theta_1))$$

$$A_m = \begin{pmatrix} 87.4394 & 3.9923 & 0 \\ 3.9923 & 13.3759 & 0 \\ 0 & 0 & 4.8033 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_m := A_m^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0116 & -0.0035 & 0 \\ -0.0035 & 0.0758 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2082 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{m,x} := \alpha_m \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0012 \\ -0.0003 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,y} := \alpha_m \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0003 \\ 0.0076 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \% \quad \varepsilon_{m,xy} := \alpha_m \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.0208 \end{pmatrix} \cdot \%$$

Stivhet med målt tykkelse:

$$A_{målt} := t_{målt} \cdot (a_0 \cdot Q_{m_målt}(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_{m_målt}(\theta_2))$$

$$A_{målt} = \begin{pmatrix} 79.0679 & 3.8447 & 0 \\ 3.8447 & 16.4208 & 0 \\ 0 & 0 & 4.5492 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \cdot \text{m}$$

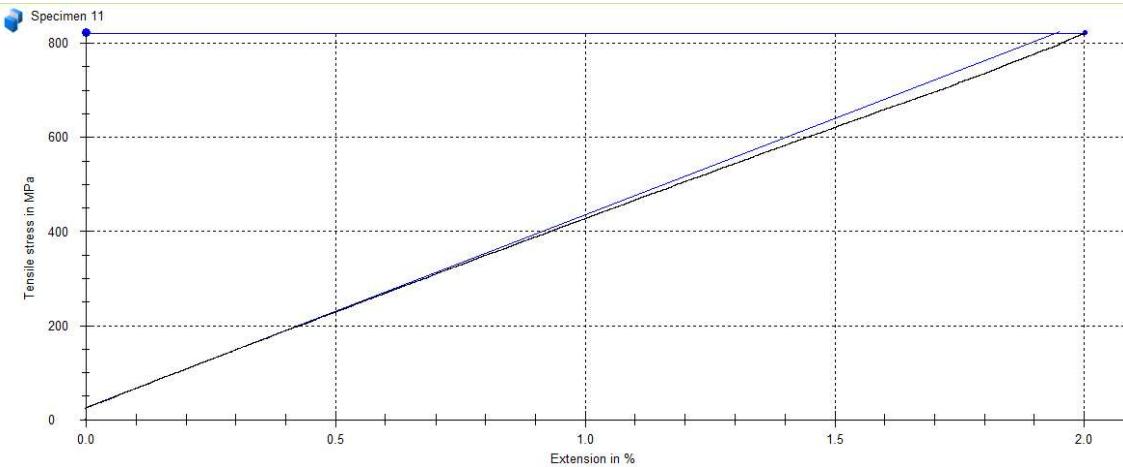
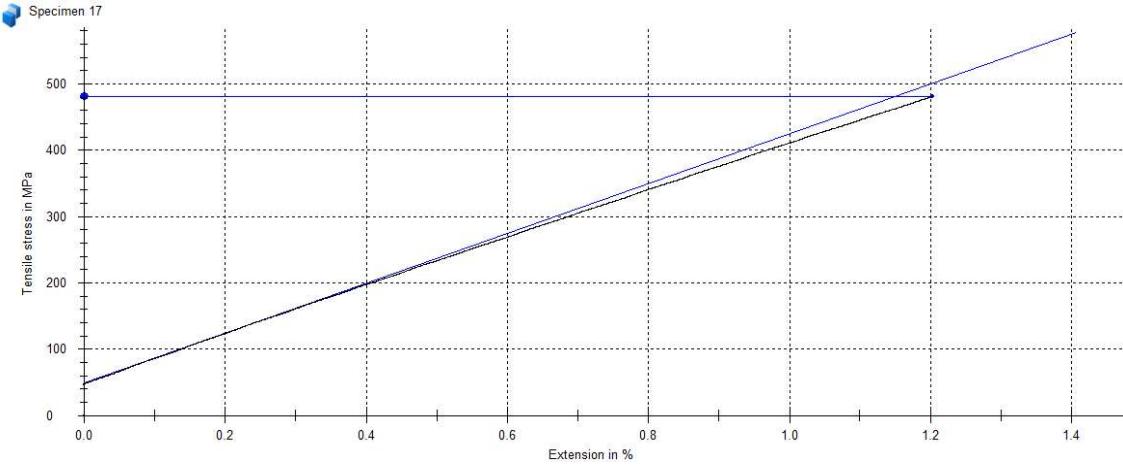
$$\alpha_{målt} := A_{målt}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0128 & -0.003 & 0 \\ -0.003 & 0.0616 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2198 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

$$\varepsilon_{målt.x} := \alpha_{målt} \cdot N_x = \begin{pmatrix} 0.0013 \\ -0.0003 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{målt.y} := \alpha_{målt} \cdot N_y = \begin{pmatrix} -0.0003 \\ 0.0062 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \%$$

$$\varepsilon_{målt.xy} := \alpha_{målt} \cdot N_{xy} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.022 \end{pmatrix} \cdot \%$$

E-moduler:



$$E_{x,test1} := 37600 \text{ MPa}$$

$$E_{x,test2} := 41 \text{ GPa}$$

$$E_{x,t} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,x_1}} = 41.419 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y,t} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,y_2}} = 8.7333 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy,t} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{tot_t}}}{\epsilon_{t,xy_3}} = 2.4668 \cdot \text{GPa}$$

$$\nu_{12,t} := \frac{\epsilon_{t,x_2}}{\epsilon_{t,x_1}} = -0.2229$$

$$E_{x.m} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m.x_1}} = 40.6071 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy.m} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m.xy_3}} = 2.2615 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y.m} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{tot.muffel}}}}{\varepsilon_{m.y_2}} = 6.2118 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12.m} := \frac{\varepsilon_{m.x_2}}{\varepsilon_{m.x_1}} = -0.2985$$

$$E_{x.målt} := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt.x_1}} = 34.7427 \cdot \text{GPa}$$

$$G_{xy.målt} := \frac{\frac{N_{xy_3}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt.xy_3}} = 2.022 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{y.målt} := \frac{\frac{N_{y_2}}{t_{\text{målt}}}}{\varepsilon_{målt.y_2}} = 7.2153 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12.målt} := \frac{\varepsilon_{målt.x_2}}{\varepsilon_{målt.x_1}} = -0.2341$$

Karbonlaminat til bruk i Ansys

Bruker data fra testlaminat V1 og itererer for å tilpasse E.1 til laveste E.x fra beregninger basert på teori og laboratorietester

Data for fiber T700:

$$E_f := 230 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 94.2623 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{karbon}} := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{matrise}} := 1.12 \frac{\text{gram}}{\text{cm}^3}$$

5 stk matter med 0/90, 450 gr/m²

$$w_{\text{matte}} := 413 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2}$$

$$\varphi_0 := 208 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1156 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 205 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1139 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{fiber}} := 5 \cdot (t_0 + t_{90}) = 1.1472 \cdot \text{mm}$$

Polyesterstitching regnes som en del av matrise

Andeler:

$$a_{00} := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 50.3632\% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 49.6368\%$$

Velger 45% fibervolumandel

$$\varphi_f := 45\% \quad \varphi_m := 1 - \varphi_f = 55\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel:

$$t_{0,\text{tot}} := \frac{t_0}{\varphi_f} = 0.2568 \cdot \text{mm} \quad t_{90,\text{tot}} := \frac{t_{90}}{\varphi_f} = 0.2531 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{tot}} := 5 \cdot (t_{0,\text{tot}} + t_{90,\text{tot}}) = 2.5494 \cdot \text{mm}$$

Stivhet og styrke for ensrettet lamina:

$$E_{1,1} := E_f \cdot \varphi_f + E_m \cdot \varphi_m = 1.0515 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_2 := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_m + E_m \cdot \varphi_f} = 5396.9496 \text{ MPa}$$

$$\nu_{12} := \nu_f \cdot \varphi_f + \nu_m \cdot \varphi_m = 0.308$$

Antall lag:

$$n_{\text{lamina}} := 5$$

$$n_{\text{retninger}} := 2$$

$$n := n_{\text{lamina}} \cdot n_{\text{retninger}} = 10$$

5 stk matter med 0/90

$$G_{12} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_f}{G_f} + \frac{\varphi_m}{G_m} \right)} = 1957.8134 \text{ MPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta(E) := 1 - \nu_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E}$$

$$Q(E) := \begin{pmatrix} \frac{E}{\Delta(E)} & \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ \frac{\nu_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & \frac{E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2 \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) & \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_X := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$Q_m(\theta, E) := T(\theta)^{-1} \cdot Q(E) \cdot \left(T(\theta)^{-1} \right)^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 90\text{deg}$$

$$A_{\text{av}}(E) := t_{\text{tot}} \cdot (a_0 \cdot Q_m(\theta_1, E) + a_{90} \cdot Q_m(\theta_2, E))$$

$$\alpha(E) := A(E)^{-1}$$

$$\varepsilon_{\text{av}}(E) := \alpha(E) \cdot N_x$$

$$E_x(E) := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot}}}}{\varepsilon(E)_1}$$

Selv om DNV-standard sier gjennomsnittsverdi skal benyttes for E-modul settes målverdi for E.x til 47.7 GPa som er laveste resultat fra beregninger, og dermed en antakelse til sikker side.

$$E_x(E_{1.1}) = 55.8574 \cdot \text{GPa} \quad E_{1.1} = 105.15 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(100\text{GPa}) = 53.262 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(90\text{GPa}) = 48.2218 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(85\text{GPa}) = 45.7013 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(87.5\text{GPa}) = 46.9616 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(88\text{GPa}) = 47.2136 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(89\text{GPa}) = 47.7177 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(88.9\text{GPa}) = 47.6673 \cdot \text{GPa} \quad \text{OK!}$$

Velger å runde av alle verdier

$$E_2 = 5396.9496 \cdot \text{MPa}$$

$$\underline{E_2} := 5400 \cdot \text{MPa}$$

$$v_{12} = 0.308$$

$$\underline{v_{12}} := 0.31$$

$$G_{12} = 1957.8134 \cdot \text{MPa}$$

$$\underline{G_{12}} := 2000 \cdot \text{MPa}$$

Laminatykkelse settes til

$$t_k := 0.25 \cdot \text{mm}$$

Massetetthet:

$$\rho := \varphi_f \cdot \rho_{\text{karbon}} + \varphi_m \cdot \rho_{\text{matrise}} = 1.426 \times 10^{-6} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

Glasslaminat til bruk i Ansys

Bruker data fra testlaminat V1 og itererer for å tilpasse E.1 til laveste E.x fra beregninger basert på teori og laboratorietester

Data for E-glass fiber

$$E_f := 72.345 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 29.6496 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{glass}} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Data for matrice Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{matrise}} := 1.12 \frac{\text{gram}}{\text{cm}^3}$$

3 stk matter med 0/45/90/-45, 1232gr/m²

$$\text{stitching} := 6 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \text{Fordeles på de andre tykkelsene}$$

$$w_{matte} := 1232 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2}$$

$$\varphi_0 := 319 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1282 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 307 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1234 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{45} := 300 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{45} := \frac{\varphi_{45}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{-45} := \varphi_{45} \quad t_{-45} := t_{45} = 0.1206 \cdot mm$$

$$t_{\text{fiber}} := 3 \cdot (t_0 + t_{90} + t_{45} + t_{-45}) = 1.4784 \cdot \text{mm}$$

Andeler:

$$a_{00} := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 26.0146\% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 25.0406\% \quad a_{45} := \frac{\varphi_{45}}{w_{\text{matte}}} = 24.4724\% \quad a_{-45} := a_{45}$$

Velger 50% fibervolumandel

$$\varphi_f := 50\% \quad \varphi_m := 1 - \varphi_f = 50\%.$$

Tykkelse basert på fibervolumandel:

$$t_{0,tot} := \frac{t_0}{\varphi_f} = 0.2564 \cdot \text{mm} \quad t_{90,tot} := \frac{t_{90}}{\varphi_m} = 0.2468 \cdot \text{mm}$$

$$t_{45,tot} := \frac{t_{45}}{\varphi_f} \quad t_{-45,tot} := t_{45,tot}$$

$$t_{tot} := 3 \cdot (t_{0,tot} + t_{90,tot} + t_{45,tot} + t_{-45,tot}) = 2.9568 \cdot \text{mm}$$

Stivhet og styrke for ensrettet lamina:

$$E_{1,1} := E_f \cdot \varphi_f + E_m \cdot \varphi_m = 37672.5 \cdot \text{MPa}$$

$$E_2 := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_m + E_m \cdot \varphi_f} = 5761.0989 \cdot \text{MPa}$$

$$v_{12} := v_f \cdot \varphi_f + v_m \cdot \varphi_m = 0.3$$

Antall lag:

$$n_{lamina} := 3$$

$$n_{retninger} := 4$$

$$n := n_{lamina} \cdot n_{retninger} = 12$$

3 stk matter med 0/45/90/-45

$$G_{12} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_f}{G_f} + \frac{\varphi_m}{G_m} \right)} = 2097.0355 \cdot \text{MPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta(E) := 1 - v_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E}$$

$$Q(E) := \begin{pmatrix} \frac{E}{\Delta(E)} & \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & \frac{E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$

Rotasjonsmatrise:

$$\text{Tr}(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$Q_m(\theta, E) := T(\theta)^{-1} \cdot Q(E) \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 45\text{deg} \quad \theta_3 := 90\text{deg} \quad \theta_4 := -45\text{deg}$$

$$A_m(E) := t_{tot} \cdot (a_0 \cdot Q_m(\theta_1, E) + a_{45} \cdot Q_m(\theta_2, E) + a_{90} \cdot Q_m(\theta_3, E) + a_{-45} \cdot Q_m(\theta_4, E))$$

$$\alpha(E) := A(E)^{-1}$$

$$\varepsilon(E) := \alpha(E) \cdot N_x$$

$$E_x(E) := \frac{N_{x_1}}{\varepsilon(E)_1}$$

Selv om DNV-standard sier gjennomsnittsverdi skal benyttes for E-modul settes målverdi for E_x til 16,65 GPa som er laveste resultat fra beregninger, og dermed en antakelse til sikker side.

$$E_x(E_{1.1}) = 16.4406 \cdot \text{GPa}$$

$$E_{1.1} = 37.6725 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(38 \text{GPa}) = 16.5526 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(38.5 \text{GPa}) = 16.7234 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(38.2 \text{GPa}) = 16.6209 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(38.3 \text{GPa}) = 16.6551 \cdot \text{GPa} \quad \text{OK!}$$

Velger å runde av alle verdier

$$E_2 = 5.7611 \cdot \text{GPa}$$

$$\underline{E_2} := 5.8 \text{GPa}$$

$$v_{12} = 0.3$$

$$\underline{v_{12}} := 0.3$$

$$G_{12} = 2.097 \cdot \text{GPa}$$

$$\underline{G_{12}} := 2.1 \text{GPa}$$

Laminatykkelse settes til

$$t_k := 0.25 \text{mm}$$

Massetetthet:

$$\rho := \varphi_f (\rho_{\text{glass}} + \rho_{\text{matrise}}) = 1.81 \times 10^{-6} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

Vedlegg F

Materialegenskaper til bruk i konstruksjonsanalyser

Glasslaminat til bruk i Ansys

Bruker data fra testlaminat V1 og itererer for å tilpasse E.1 til laveste E.x fra beregninger basert teori og laboratorietester

Data for E-glass fiber

$$E_f := 72.345 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 29.6496 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{glass}} := 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{matrise}} := 1.12 \frac{\text{gra}}{\text{cmr}}$$

3 stk matter med 0/45/90/-45, 1232gr/m²

$$\text{stitching} := 6 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad \text{Fordeltes på de andre tykkelsene}$$

$$w_{\text{matte}} := 1232 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2}$$

$$\varphi_0 := 319 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1282 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 307 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1234 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{45} := 300 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} + \frac{\text{stitching}}{4} \quad t_{45} := \frac{\varphi_{45}}{\rho_{\text{glass}}} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{-45} := \varphi_{45} \quad t_{-45} := t_{45} = 0.1206 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{fiber}} := 3 \cdot (t_0 + t_{90} + t_{45} + t_{-45}) = 1.4784 \cdot \text{mm}$$

Andeler:

$$a_0 := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 26.0146 \cdot \% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 25.0406 \cdot \% \quad a_{45} := \frac{\varphi_{45}}{w_{\text{matte}}} = 24.4724 \cdot \% \quad a_{-45} := a$$

Velger 50% fibervolumandel

$$\varphi_f := 50\% \quad \varphi_m := 1 - \varphi_f = 50\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel:

$$t_{0,tot} := \frac{t_0}{\varphi_f} = 0.2564 \cdot \text{mm} \quad t_{90,tot} := \frac{t_{90}}{\varphi_m} = 0.2468 \cdot \text{mm}$$

$$t_{45,tot} := \frac{t_{45}}{\varphi_f} \quad t_{-45,tot} := t_{45,tot}$$

$$t_{tot} := 3 \cdot (t_{0,tot} + t_{90,tot} + t_{45,tot} + t_{-45,tot}) = 2.9568 \cdot \text{mm}$$

Stivhet og styrke for ensrettet lamina:

$$E_{1,1} := E_f \cdot \varphi_f + E_m \cdot \varphi_m = 37672.5 \cdot \text{MPa}$$

$$E_2 := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_m + E_m \cdot \varphi_f} = 5761.0989 \cdot \text{MPa}$$

$$v_{12} := v_f \cdot \varphi_f + v_m \cdot \varphi_m = 0.3$$

$$G_{12} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_f}{G_f} + \frac{\varphi_m}{G_m} \right)} = 2097.0355 \cdot \text{MPa}$$

Antall lag:

$$n_{lamina} := 3$$

$$n_{retninger} := 4$$

$$n := n_{lamina} \cdot n_{retninger} = 12$$

3 stk matter med 0/45/90/-45

Stivhetsmatrise:

$$\Delta(E) := 1 - v_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E}$$

$$Q(E) := \begin{pmatrix} \frac{E}{\Delta(E)} & \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & \frac{E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$

Rotasjonsmatrise:

$$\text{Tr}(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2\cos(\theta)\cdot\sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta)\cdot\sin(\theta)) & \cos(\theta)\cdot\sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$Q_m(\theta, E) := T(\theta)^{-1} \cdot Q(E) \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 45\text{deg} \quad \theta_3 := 90\text{deg} \quad \theta_4 := -45\text{deg}$$

$$A(E) := t_{\text{tot}} \cdot (a_0 \cdot Q_m(\theta_1, E) + a_{45} \cdot Q_m(\theta_2, E) + a_{90} \cdot Q_m(\theta_3, E) + a_{-45} \cdot Q_m(\theta_4, E))$$

$$\alpha(E) := A(E)^{-1}$$

$$\varepsilon(E) := \alpha(E) \cdot N_x$$

$$E_x(E) := \frac{N_{x_1}}{\frac{t_{\text{tot}}}{\varepsilon(E)_1}}$$

Selv om DNV-standard sier gjennomsnittsverdi skal benyttes for E-modul settes målverdi for E_x 16,5 GPa som er laveste resultat fra beregninger, og dermed en antakelse til sikker side.

$$E_x(E_{1,1}) = 16.4406 \cdot \text{GPa} \quad E_{1,1} = 37.6725 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(37.7 \cdot \text{GPa}) = 16.45 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(37.8 \cdot \text{GPa}) = 16.4842 \cdot \text{GPa} \quad \text{OK!}$$

Velger å runde av alle verdier

$$E_2 = 5.7611 \cdot \text{GPa}$$

$$\underline{E_2} := 5.8 \cdot \text{GPa}$$

$$v_{12} = 0.3$$

$$\underline{v_{12}} := 0.3$$

$$G_{12} = 2.097 \cdot \text{GPa}$$

$$\underline{G_{12}} := 2.1 \cdot \text{GPa}$$

Laminatykkelse settes til

$$t_k := 0.25 \cdot \text{mm}$$

Massetetthet:

$$\rho := \varphi_f (\rho_{\text{glass}} + \rho_{\text{matrise}}) = 1.81 \times 10^{-6} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

Karbonlaminat til bruk i Ansys

Bruker data fra testlaminat V3 og itererer for å tilpasse E.1 til laveste E.x fra beregninger basert teori og laboratorietester

Data for fiber T700:

$$E_f := 230 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad G_f := \frac{E_f}{2 \cdot (1 + v_f)} = 94.2623 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{karbon}} := 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Data for matrise Atlac 580 AC 300 PDS:

$$E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad v_m := 0.38 \quad G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + v_m)} = 1.087 \cdot \text{GPa} \quad \rho_{\text{matrise}} := 1.12 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

5 stk matter med 0/90, 450 gr/m²

$$w_{\text{matte}} := 413 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2}$$

$$\varphi_0 := 208 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad t_0 := \frac{\varphi_0}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1156 \cdot \text{mm}$$

$$\varphi_{90} := 205 \frac{\text{gram}}{\text{m}^2} \quad t_{90} := \frac{\varphi_{90}}{\rho_{\text{karbon}}} = 0.1139 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{fiber}} := 5 \cdot (t_0 + t_{90}) = 1.1472 \cdot \text{mm}$$

Polyesterstitching regnes som en del av matrise

Andeler:

$$a_0 := \frac{\varphi_0}{w_{\text{matte}}} = 50.3632\% \quad a_{90} := \frac{\varphi_{90}}{w_{\text{matte}}} = 49.6368\%$$

Velger 45% fibervolumandel

$$\varphi_f := 45\% \quad \varphi_m := 1 - \varphi_f = 55\%$$

Tykkelse basert på fibervolumandel:

$$t_{0,\text{tot}} := \frac{t_0}{\varphi_f} = 0.2568 \cdot \text{mm} \quad t_{90,\text{tot}} := \frac{t_{90}}{\varphi_f} = 0.2531 \cdot \text{mm}$$

$$t_{\text{tot}} := 5 \cdot (t_{0,\text{tot}} + t_{90,\text{tot}}) = 2.5494 \cdot \text{mm}$$

Stivhet for ensrettet lamina:

$$E_{1,1} := E_f \cdot \varphi_f + E_m \cdot \varphi_m = 1.0515 \times 10^5 \text{ MPa}$$

$$E_2 := \frac{E_m \cdot E_f}{E_f \cdot \varphi_m + E_m \cdot \varphi_f} = 5396.9496 \text{ MPa}$$

$$v_{12} := v_f \cdot \varphi_f + v_m \cdot \varphi_m = 0.308$$

Antall lag:

$$n_{\text{lamina}} := 5$$

$$n_{\text{retninger}} := 2$$

$$n := n_{\text{lamina}} \cdot n_{\text{retninger}} = 10$$

5 stk matter med 0/90

$$G_{12} := \frac{1}{\left(\frac{\varphi_f}{G_f} + \frac{\varphi_m}{G_m} \right)} = 1957.8134 \text{ MPa}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta(E) := 1 - v_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E}$$

$$Q(E) := \begin{pmatrix} \frac{E}{\Delta(E)} & \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta(E)} & \frac{E_2}{\Delta(E)} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix}$$

Rotasjonsmatrise:

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2 \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) & \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

Enhetslaster:

$$N_x := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \frac{kN}{m}$$

$$Q_m(\theta, E) := T(\theta)^{-1} \cdot Q(E) \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0\text{deg} \quad \theta_2 := 90\text{deg}$$

$$A_{\text{av}}(E) := t_{\text{tot}} \cdot (a_0 \cdot Q_m(\theta_1, E) + a_{90} \cdot Q_m(\theta_2, E))$$

$$\alpha(E) := A(E)^{-1}$$

$$\xi(E) := \alpha(E) \cdot N_x$$

$$E_x(E) := \frac{\frac{N_{x_1}}{t_{\text{tot}}}}{\varepsilon(E)_1}$$

Selv om DNV-standard sier gjennomsnittsverdi skal benyttes for E-modul settes målverdi for E.x 47.7 GPa som er laveste resultat fra beregninger, og dermed en antakelse til sikker side.

$$E_x(E_{1.1}) = 55.8574 \cdot \text{GPa} \quad E_{1.1} = 105.15 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(100\text{GPa}) = 53.262 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(90\text{GPa}) = 48.2218 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(85\text{GPa}) = 45.7013 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(87.5\text{GPa}) = 46.9616 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(88\text{GPa}) = 47.2136 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(89\text{GPa}) = 47.7177 \cdot \text{GPa}$$

$$E_x(88.9\text{GPa}) = 47.6673 \cdot \text{GPa} \quad \text{OK!}$$

$$E_1 := 88.9\text{GPa}$$

Velger å runde av alle verdier

$$E_2 = 5396.9496 \text{ MPa}$$

$$\underline{E_2} := 5400 \text{ MPa}$$

$$v_{12} = 0.308$$

$$\underline{v_{12}} := 0.3$$

$$G_{12} = 1957.8134 \text{ MPa}$$

$$\underline{G_{12}} := 2000 \text{ MPa}$$

Laminatykkelse settes til

$$t_k := 0.25 \text{ mm}$$

Massetetthet:

$$\rho := \varphi_f \cdot \rho_{\text{karbon}} + \varphi_m \cdot \rho_{\text{matrise}} = 1.426 \times 10^{-6} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$$

Beregninger av karakteristisk styrke

$\text{ORIGIN} := 1$

Bruker data fra elastisitetsberegninger av V3

$$E_1 := 88.9 \text{ GPa} \quad E_2 := 5.4 \text{ GPa} \quad G_{12} := 2 \text{ GPa} \quad v_{12} := 0.3$$

Bredde og tykkelse benyttet for utregning av elastisitetsmodul:

$$b := 15.05 \text{ mm} \quad t := 2.65 \text{ mm}$$

Stivhetsmatrise:

$$\Delta := 1 - v_{12}^2 \cdot \frac{E_2}{E_1}$$

$$Q := \begin{pmatrix} \frac{E_1}{\Delta} & \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta} & 0 \\ \frac{v_{12} \cdot E_2}{\Delta} & \frac{E_2}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 89.389 & 1.629 & 0 \\ 1.629 & 5.43 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \text{GPa}$$

$$T(\theta) := \begin{bmatrix} (\cos(\theta))^2 & (\sin(\theta))^2 & 2 \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) \\ (\sin(\theta))^2 & (\cos(\theta))^2 & -2(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) \\ -(\cos(\theta) \cdot \sin(\theta)) & \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) & (\cos(\theta))^2 - (\sin(\theta))^2 \end{bmatrix}$$

$$Q_m(\theta) := T(\theta)^{-1} \cdot Q \cdot (T(\theta)^{-1})^T$$

$$\theta_1 := 0 \text{ deg} \quad \theta_2 := 90 \text{ deg}$$

$$a_0 := 50.3632\% \quad a_{90} := 1 - a_0 = 49.637\%$$

$$A := t \cdot (a_0 \cdot Q_m(\theta_1) + a_{90} \cdot Q_m(\theta_2))$$

$$\alpha := A^{-1} = \begin{pmatrix} 7.918 \times 10^{-3} & -2.738 \times 10^{-4} & 0 \\ -2.738 \times 10^{-4} & 8.021 \times 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0.189 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\text{MPa} \cdot \text{m}}$$

Styrke:

Verdier for datablader fra fiber og matrise:

$$\sigma_{tf} := 4.9 \text{ GPa} \quad v_f := 0.22 \quad \tau_{tf} := \frac{\sigma_{tf}}{2 \cdot (1 + v_f)} = 2.008 \times 10^3 \text{ MPa} \quad E_f := 230 \text{ GPa} \quad G_f := 94.2623$$

$$\sigma_{tm} := 78 \text{ MPa} \quad v_m := 0.38 \quad \tau_{tm} := \frac{\sigma_{tm}}{2 \cdot (1 + v_m)} = 28.261 \text{ MPa} \quad E_m := 3.0 \text{ GPa} \quad G_m := 1.087 \text{ G}$$

Antar 1% poreinnhold og 45% fibervolumandel:

$$\varphi_v := 1\% \quad \varphi_f := 45\% \quad \varphi_m := 1 - \varphi_f$$

$$C_v := 1 - \sqrt{\frac{4 \cdot \varphi_v}{\pi \cdot (1 - \varphi_f)}} = 0.848$$

$$F_{1t} := \sigma_{tf} \cdot \left(\varphi_f + \frac{E_m}{E_f} \cdot \varphi_m \right) = 2.24 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$F_{2t} := \sigma_{tm} \cdot C_v \left[1 + \left(\varphi_f - \sqrt{\varphi_f} \right) \cdot \left(1 - \frac{E_m}{E_f} \right) \right] = 51.719 \text{ MPa}$$

$$F_6 := \sigma_{tm} \cdot C_v \left[1 + \left(\varphi_f - \sqrt{\varphi_f} \right) \cdot \left(1 - \frac{G_m}{G_f} \right) \right] = 51.697 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{max} := \begin{pmatrix} F_{1t} \\ F_{2t} \\ F_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2240.15 \\ 51.72 \\ 51.7 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

Last på prøver strukket til brudd:

$$\text{Gjennomsnitt: } F_x := 28010 \text{ N}$$

$$\text{Karakteristisk: } F_{char,x} := 25186 \text{ N}$$

Spanninger på prøver strukket til brudd:

$$\text{Gjennomsnitt: } \sigma_x := \frac{F_x}{b \cdot t} = 702.313 \text{ MPa}$$

$$\text{Karakteristisk: } \sigma_{char,x} := \frac{F_{char,x}}{b \cdot t} = 631.505 \text{ MPa}$$

$$N_{char,u} := \begin{pmatrix} F_{char,x} \\ b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.673 \times 10^3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{kN}{m}$$

$$\varepsilon_u := \alpha \cdot N_{char,u} = \begin{pmatrix} 1.325 \\ -0.046 \\ 0 \end{pmatrix} \%$$

$$\varepsilon_0 := \left(T(\theta_1)^{-1} \right)^T \cdot \varepsilon_u = \begin{pmatrix} 1.325 \\ -0.046 \\ 0 \end{pmatrix} \% \quad \sigma_{char,0} := Q \cdot \varepsilon_0 = \begin{pmatrix} 1183.73 \\ 19.1 \\ 1.09 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \cdot MPa$$

$$\varepsilon_{90} := \left(T(\theta_2)^{-1} \right)^T \cdot \varepsilon_u = \begin{pmatrix} -0.046 \\ 1.325 \\ 0 \end{pmatrix} \% \quad \sigma_{char,90} := Q \cdot \varepsilon_{90} = \begin{pmatrix} -19.376 \\ 71.201 \\ -4.444 \times 10^{-15} \end{pmatrix} \cdot MPa$$

$$R_{1,0} := \frac{F_{1t}}{\sigma_{char,0}_1} = 1.892 \quad R_{2,0} := \frac{F_{2t}}{\sigma_{char,0}_2} = 2.708 \quad R_{3,0} := \frac{F_6}{\sigma_{char,0}_3} = 4.759 \times 10^{16}$$

$$R_{1,90} = \text{trykk} \quad R_{2,90} := \frac{F_{2t}}{\sigma_{char,90}_2} = 0.726 \quad R_{3,90} := \left| \frac{F_6}{\sigma_{char,90}_3} \right| = 1.163 \times 10^{16}$$

$$R_{0min} := \min(R_{1,0}, R_{2,0}, R_{3,0}) = 1.892$$

$$R_{90min} := \min(R_{2,90}, R_{3,90}) = 0.726$$

$$\sigma_{FPF,0} := \left(\frac{N_{char,u} \cdot R_{0min}}{t} \right) = \begin{pmatrix} 1195.096 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot MPa \quad \varepsilon_{FPF,0} := \frac{\sigma_{FPF,0}}{E_1} = \begin{pmatrix} 1.344 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \%$$

$$\sigma_{FPF,90} := \left(\frac{N_{char,u} \cdot R_{90min}}{t} \right) = \begin{pmatrix} 458.714 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

Vedlegg G

Inputfiler til ANSYS

1. ULS

/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.2

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.2

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

1. ULS

```
sectype,1,shell,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

```
sectype,2,shell2,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

1. ULS

1. ULS

secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3

```
sectype,3,shell,,  
!secdatas,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```


1. ULS

secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3

!

c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!

!Laster:

sfgk=1.2
sfny=1.35
sfvi=1.12

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfny+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfny+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfny !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfny !N/mm²

!Mål:

m1l=side !+-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000
bl1=600

1. ULS

!Kjørefelt 2:

```
l1l=4000 !(Nesten midt på) !+-200mm  
lml=600
```

```
bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)
```

!Vindlaste m/trafikk (N/mm*mm/ant.nodes):

```
qDxT=(3.88*leng/51)*sfvi  
qDyT=(0.97*9500/171)*sfvi
```

```
qLT=(-6.58*leng/51)*sfvi
```

!

!Keypoints:

```
k,1,,,  
k,2,bunn,,  
k,3,bunn/2,hoy,  
k,4,bunn+bunn/2,hoy,
```

```
k,5,,,leng  
k,6,bunn,,leng  
k,7,bunn/2,hoy,leng  
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng
```

```
k,9,bunn,hoy  
k,10,bunn,hoy,leng
```

!

!Lage arealer:

```
a,1,2,6,5  
a,3,9,10,7  
a,9,4,8,10  
a,1,3,7,5  
a,2,3,7,6  
a,2,9,10,6
```

!

!Kopiere elementet bortover:

```
agen,9,1,6,1,bunn,0,0
```

!

!Slette 2 element på midten

1. ULS

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!
!Slette element nr 4:

adele,4,4,,1

!
!Kantdrager:

bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy
k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

a,216,203,210,218

1. ULS

a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217
a,220,219,2,6

a,1,219,220,5
a,219,3,7,220

a,215,3,7,217
a,216,3,7,218

a,202,219,220,209
a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!
!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!
!Mesh:

asel,s,loc,y,hoy
asel,inve

1. ULS

```
esize,200
amesh,all

asel,s,loc,y,hoy
esize,50
amesh,all

!
!_____
!sectype til riktig elements

esel,s,cent,y,-40,-100
esel,a,cent,x,-7,-8
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
emodif,all,sectype,4

esel,inve
emodif,all,sectype,2

esel,s,cent,y,0
emodif,all,sectype,1

esel,s,cent,y,hoy
esel,r,cent,x,side,rest
emodif,all,sectype,3

esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
emodif,all,sectype,4

esel,all

!
!_____
!Nytt lokalt koordinatsystem

local,100,0,,,,,,90
emodif,all,esys,100

csys,0

!
!_____
nummrg,elem,1

!
!_____
!Opplagerkrefter:

nse1,s,loc,z,0
nse1,r,loc,y,0
```

1. ULS

```
d,all,ux,0  
d,all,uy,0  
d,all,uz,0  
  
nsel,s,loc,z,leng
```

```
nsel,r,loc,y,0  
d,all,uy,0
```

```
nsel,s,loc,x,bredde  
nsel,r,loc,y,0  
nsel,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nsel,all
```

!
!Sette på vindlaster m/trafikk:

```
nsel,s,loc,y,hoy/2  
nsel,r,loc,x,-250,  
nsel,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fx,qDxT  
nsel,all
```

!Vindlast qLT:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,2150  
nsel,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fy,qLT  
nsel,all
```

!Vindlast qDyT:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,rest,1  
nsel,r,loc,z,l11,l11,1  
f,all,fz,qDyT  
nsel,all
```

!
!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1
```

1. ULS

```
sf,all,pres,jflast1  
nse1,all  
  
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nse1,all  
  
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nse1,all
```

! _____
!Sette på "punktlaster":

!Kjørefelt 1:

!Punktlast 1.1:

```
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nse1,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nse1,all
```

!Punktlast 1.2:

```
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nse1,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nse1,all
```

!Punktlast 1.3:

```
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nse1,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nse1,all
```

!Punktlast 1.4:

```
nse1,s,loc,y,hoy  
nse1,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nse1,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1
```

1. ULS

```
nSEL,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nSEL,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nSEL,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,m2l+bl1+bml,m2l+bl1+bml+bl1,1  
nSEL,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nSEL,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nSEL,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nSEL,all
```

!Punktlast 2.4:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,m2l+bl1+bml,m2l+bl1+bml+bl1,1  
nSEL,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nSEL,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nSEL,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast+qDyT  
nSEL,all
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)
/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.2

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.2

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

2.1 ULS i en ende (Buckling)

2.1 ULS i en ende (Buckling)

sectype,2,shell2,,
!secdataykkelse,material,vinkel,integration pkt

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
sectype,3,shell,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
secdata,          tykkelse1,      1,          0,          3
secdata,          tykkelse1,      1,          90,         3
secdata,          tykkelse1,      1,          90,         3
secdata,          tykkelse1,      1,          90,         3
```

sectype,4,shell,,
!secdataltykkelse,material,vinkel,integration pkt

```
2.1 ULS i en ende (Buckling)
seadata,      tykkelse1,      1,      0,      3
seadata,      tykkelse1,      1,      0,      3
seadata,      tykkelse1,      1,      0,      3
seadata,      tykkelse1,      1,      90,     3
seadata,      tykkelse1,      1,      90,     3
seadata,      tykkelse1,      1,      90,     3
```

!
c*** platefelt dimensjoner

```
bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000
```

!
!Laster:

```
sfgk=1.2
sfny=1.35
sfvi=1.12
```

!Jevn fordelt last:

```
asfalt=0.0035*sfgk           !N/mm2
```

```
jflast1=0.009*sfny+asfalt   !N/mm2
jflast2=0.0025*sfny+asfalt   !N/mm2
```

!Mål:

```
kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250
```

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

```
!Nå: (på 600x600mm = 160000mm2)
plast1=jflast1+(5/12)*sfny    !N/mm2
plast2=jflast2+(5/18)*sfny    !N/mm2
```

!Mål:

```
m1l=side      +-5mm
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

bml=1400
m2l=m1l+3000
bl1=600

!Kjørefelt 2:

l1l=0 !(Nesten midt på) !+-200mm
lml=600

bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)

qDxT=(3.88*leng/51)*sfvi
qDyT=(0.97*9500/171)*sfvi

qLT=(-6.58*leng/51)*sfvi

!

!Keypoints:

k,1,,,
k,2,bunn,,
k,3,bunn/2,hoy,
k,4,bunn+bunn/2,hoy,

k,5,,,leng
k,6,bunn,,leng
k,7,bunn/2,hoy,leng
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng

k,9,bunn,hoy
k,10,bunn,hoy,leng

!

!Lage arealer:

a,1,2,6,5
a,3,9,10,7
a,9,4,8,10
a,1,3,7,5
a,2,3,7,6
a,2,9,10,6

!

!Kopiere elementet bortover:

agen,9,1,6,1,bunn,0,0

!

2.1 ULS i en ende (Buckling)

!Slette 2 element på midten

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!

!Slette element nr 4:

adele,4,4,,1

!

!Kantdrager:

bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy
k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

2.1 ULS i en ende (Buckling)

a,216,203,210,218
a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217
a,220,219,2,6

a,1,219,220,5
a,219,3,7,220

a,215,3,7,217
a,216,3,7,218

a,202,219,220,209
a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!
!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!
!Mesh:

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
asel,s,loc,y,hoy
```

```
asel,inve
```

```
esize,200
```

```
amesh,all
```

```
asel,s,loc,y,hoy
```

```
esize,50
```

```
amesh,all
```

```
!
```

```
!sectype til riktig elements
```

```
esel,s,cent,y,-40,-100
```

```
esel,a,cent,x,-7,-8
```

```
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
```

```
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,inve
```

```
emodif,all,sectype,2
```

```
esel,s,cent,y,0
```

```
emodif,all,sectype,1
```

```
esel,s,cent,y,hoy
```

```
esel,r,cent,x,side,rest
```

```
emodif,all,sectype,3
```

```
esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
```

```
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,all
```

```
!
```

```
!Nytt lokalt koordinatsystem
```

```
local,100,0,,,,,,90
```

```
emodif,all,esys,100
```

```
csys,0
```

```
!
```

```
nummrng,elem,1
```

```
!
```

```
!Opplagerkrefter:
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
nsel,s,loc,z,0
```

```
nsel,r,loc,y,0  
d,all,ux,0  
d,all,uy,0  
d,all,uz,0
```

```
nsel,s,loc,z,leng
```

```
nsel,r,loc,y,0  
d,all,uy,0
```

!ALL DOF=0:

```
nsel,s,loc,x,bredde  
nsel,r,loc,y,0  
nsel,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nsel,all
```

!

!Sette på vindlaster m/trafikk:

!Vindlast qDxT:

```
nsel,s,loc,y,hoy/2  
nsel,r,loc,x,-250,  
nsel,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fx,qDxT  
nsel,all
```

!Vindlast qLT:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,2150  
nsel,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fy,qLT  
nsel,all
```

!Vindlast qDyT:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,rest,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,qDyT
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
nsel,all
```

! _____
!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
sf,all,pres,jflast1  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

! _____
!Sette på "punktlaster":

Kjørefelt 1:

Punktlast 1.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

!Punktlast 1.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1
```

2.1 ULS i en ende (Buckling)

```
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast+qDyT  
nsel,all
```

2.2 ULS midt på (Buckling)
/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.2

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.2

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

2.2 ULS midt på (Buckling)

sectype,1,shell,,	!	secdata,	tykkelse,	material, vinkel, integration pkt
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	0, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3
secdata,		tykkelse1,	1,	90, 3

sectype,2,shell2,,	!	secdata,	tykkelse,	material, vinkel, integration pkt
--------------------	---	----------	-----------	-----------------------------------

2.2 ULS midt på (Buckling)

2.2 ULS midt på (Buckling)
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3

!

c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!

!Laster:

sfgk=1.2
sfny=1.35
sfvi=1.12

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfny+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfny+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfny !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfny !N/mm²

!Mål:

m1l=side !+-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000
bl1=600

2.2 ULS midt på (Buckling)

!Kjørefelt 2:

```
l1l=4000 !(Nesten midt på) !+-200mm  
lml=600
```

```
bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)
```

!Vindlaste m/trafikk (N/mm*mm/ant.nodes):

```
qDxT=(3.88*leng/51)*sfvi  
qDyT=(0.97*9500/171)*sfvi
```

```
qLT=(-6.58*leng/51)*sfvi
```

!

!Keypoints:

```
k,1,,,  
k,2,bunn,,  
k,3,bunn/2,hoy,  
k,4,bunn+bunn/2,hoy,
```

```
k,5,,,leng  
k,6,bunn,,leng  
k,7,bunn/2,hoy,leng  
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng
```

```
k,9,bunn,hoy  
k,10,bunn,hoy,leng
```

!

!Lage arealer:

```
a,1,2,6,5  
a,3,9,10,7  
a,9,4,8,10  
a,1,3,7,5  
a,2,3,7,6  
a,2,9,10,6
```

!

!Kopiere elementet bortover:

```
agen,9,1,6,1,bunn,0,0
```

!

!Slette 2 element på midten

2.2 ULS midt på (Buckling)

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!
!Slette element nr 4:

adele,4,4,,1

!
!Kantdrager:

kantdrager
bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy
k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

2.2 ULS midt på (Buckling)

a,216,203,210,218
a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217
a,220,219,2,6

a,1,219,220,5
a,219,3,7,220

a,215,3,7,217
a,216,3,7,218

a,202,219,220,209
a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!
!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!
!Mesh:

2.2 ULS midt på (Buckling)

```
asel,s,loc,y,hoy  
asel,inve  
esize,200  
amesh,all
```

```
asel,s,loc,y,hoy  
esize,50  
amesh,all
```

!
!_____
!sectype til riktig elements

```
esel,s,cent,y,-40,-100  
esel,a,cent,x,-7,-8  
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8  
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,inve  
emodif,all,sectype,2
```

```
esel,s,cent,y,0  
emodif,all,sectype,1
```

```
esel,s,cent,y,hoy  
esel,r,cent,x,side,rest  
emodif,all,sectype,3
```

```
esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200  
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,all
```

!
!_____
!Nytt lokalt koordinatsystem

```
local,100,0,,,,,,90
```

```
emodif,all,esys,100
```

```
csys,0
```

!
!_____
nummrg,elem,1

!
!_____
!Opplagerkrefter:

```
nSEL,s,loc,z,0
```

2.2 ULS midt på (Buckling)

```
nSEL,r,loc,y,0  
d,all,ux,0  
d,all,uy,0  
d,all,uz,0
```

```
nSEL,s,loc,z,leng
```

```
nSEL,r,loc,y,0  
d,all,uy,0
```

!ALL DOF=0:

```
nSEL,s,loc,x,bredde  
nSEL,r,loc,y,0  
nSEL,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nSEL,all
```

!

!Sette på vindlaster m/trafikk:

!Vindlast qDxT:

```
nSEL,s,loc,y,hoy/2  
nSEL,r,loc,x,-250,  
nSEL,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fx,qDxT  
nSEL,all
```

!Vindlast qLT:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,2150  
nSEL,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fy,qLT  
nSEL,all
```

!Vindlast qDyT:

```
nSEL,s,loc,y,hoy  
nSEL,r,loc,x,side,rest,1  
nSEL,r,loc,z,l11,l11,1  
f,all,fz,qDyT  
nSEL,all
```

2.2 ULS midt på (Buckling)

!

!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1
sf,all,pres,jflast1
nsel,all

nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1
sf,all,pres,jflast2
nsel,all

nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1
sf,all,pres,jflast2
nsel,all
```

!

!Sette på "punktlaster":

!Kjørefelt 1:

!Punktlast 1.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+bl1,1
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1
sf,all,pres,plast1
nsel,all
```

!Punktlast 1.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,m1l+bl1+bml,m1l+bl1+bml+bl1,1
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1
sf,all,pres,plast1
nsel,all
```

!Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+bl1,1
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1
sf,all,pres,plast1
nsel,all
```

2.2 ULS midt på (Buckling)

!Punktlast 1.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1
```

2.2 ULS midt på (Buckling)

f,all,fz,bremselast+qDyT
nse1,all

3. SLS

/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.0

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.0

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

3. SLS

sectype,1,shell,,				
!seadata,	tykkelse,	material, vinkel, integration pkt		
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	0,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3
seadata,	tykkelse1,	1,	90,	3

sectype,2,shell2,,				
!seadata,	tykkelse,	material, vinkel, integration pkt		

3. SLS

3. SLS

```
secdata,          tykkelse2,      2,          45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,         -45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,          45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,         -45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,          45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,         -45,          3
secdata,          tykkelse2,      2,          45,          3
```

```
sectype,3,shell,,  
!secdatas,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

3. SLS

3. SLS

secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3

!

c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!

!Laster:

sfgk=1.0
sfny=1.0
sfvi=0.0

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfny+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfny+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfny !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfny !N/mm²

!Mål:

m1l=side !+-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000
bl1=600

3. SLS

!Kjørefelt 2:

```
l1l=4000  
lml=600
```

```
bremselast=6167.213*sfny !(N/pr.node)
```

!

!Keypoints:

```
k,1,,,  
k,2,bunn,,  
k,3,bunn/2,hoy,  
k,4,bunn+bunn/2,hoy,
```

```
k,5,,,leng  
k,6,bunn,,leng  
k,7,bunn/2,hoy,leng  
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng
```

```
k,9,bunn,hoy  
k,10,bunn,hoy,leng
```

!

!Lage arealer:

```
a,1,2,6,5  
a,3,9,10,7  
a,9,4,8,10  
a,1,3,7,5  
a,2,3,7,6  
a,2,9,10,6
```

!

!Kopiere elementet bortover:

```
agen,9,1,6,1,bunn,0,0
```

!

!Slette 2 element på midten

```
adele,51,51,,,1  
adele,54,54,,,1
```

!

!Slette element nr 4:

3. SLS

adele,4,4,,1

!

Kantdrager:

!kantdrager
bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy
k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

a,216,203,210,218
a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

3. SLS

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217

a,220,219,2,6

a,1,219,220,5

a,219,3,7,220

a,215,3,7,217

a,216,3,7,218

a,202,219,220,209

a,202,1,5,209

!

!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!

!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!

!Lime sammen:

asel,all

aglue,all

asel,all

!

!Mesh:

asel,s,loc,y,hoy

asel,inve

esize,200

amesh,all

asel,s,loc,y,hoy

esize,50

3. SLS

```
amesh,all

!
!_____
!sectype til riktig elements

esel,s,cent,y,-40,-100
esel,a,cent,x,-7,-8
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
emodif,all,sectype,4

esel,inve
emodif,all,sectype,2

esel,s,cent,y,0
emodif,all,sectype,1

esel,s,cent,y,hoy
esel,r,cent,x,side,rest
emodif,all,sectype,3

esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
emodif,all,sectype,4

esel,all

!
!_____
!Nytt lokalt koordinatsystem

local,100,0,,,,,,90

emodif,all,esys,100

csys,0

!
!_____
nummrg,elem,1

!
!_____
!Opplagerkrefter:

nse1,s,loc,z,0

nse1,r,loc,y,0
d,all,ux,0
d,all,uy,0
d,all,uz,0

nse1,s,loc,z,leng
```

3. SLS

```
nset,r,loc,y,0  
d,all,uy,0  
  
nset,s,loc,x,bredde  
nset,r,loc,y,0  
nset,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nset,all
```

! _____
!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nset,s,loc,y,hoy  
nset,r,loc,x,side,kjorefelt,1  
sf,all,pres,jflast1  
nset,all  
  
nset,s,loc,y,hoy  
nset,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nset,all  
  
nset,s,loc,y,hoy  
nset,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nset,all
```

! _____
!Sette på "punktlaster":

Kjørefelt 1:

Punktlast 1.1:

```
nset,s,loc,y,hoy  
nset,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nset,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nset,all
```

Punktlast 1.2:

```
nset,s,loc,y,hoy  
nset,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1
```

3. SLS

```
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+bl1+bml,m1l+bl1+bml+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+bl1+bml,m2l+bl1+bml+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.4:

3. SLS

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast  
nsel,all
```

4. ALS (Ulykke på kantdrager)
/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.0

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.0

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

sectype,2,shell2,,
!secdataykkelse. material. vinkel. integration pkt

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

```
secdata,          tykkelse2,      2,           -45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,            45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,           -45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,            45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,           -45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,            45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,           -45,      3
secdata,          tykkelse2,      2,            45,      3
```

sectype,3,shell,,
!secdatas, tykkelse, material, vinkel, integration pkt

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

```
secdata,          tykkelse1,      1,          0,          3  
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3  
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3  
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3
```

```
sectype,4,shell,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

4. ALS (Ulykke på kantdrager)
seadata, tykkelse1, 1, 0, 3
seadata, tykkelse1, 1, 90, 3
seadata, tykkelse1, 1, 90, 3
seadata, tykkelse1, 1, 90, 3

!
c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!
!Laster:

sfgk=1.0
sfny=0.5
sfvi=0.0

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfny+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfny+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjorefelt 1:

!"Punktlaster" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfny !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfny !N/mm²

!Mål:

m1l=side +-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

bl1=600

!Kjørefelt 2:

l1l=4000

lml=600

bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)

!

!Keypoints:

k,1,,,
k,2,bunn,,
k,3,bunn/2,hoy,
k,4,bunn+bunn/2,hoy,

k,5,,,leng
k,6,bunn,,leng
k,7,bunn/2,hoy,leng
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng

k,9,bunn,hoy
k,10,bunn,hoy,leng

!

!Lage arealer:

a,1,2,6,5
a,3,9,10,7
a,9,4,8,10
a,1,3,7,5
a,2,3,7,6
a,2,9,10,6

!

!Kopiere elementet bortover:

agen,9,1,6,1,bunn,0,0

!

!Slette 2 element på midten

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!

!Slette element nr 4:

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

adele,4,4,,1

!

Kantdrager:

!kantdrager

bkd=500

kdh1=150

tbelegg=140

skra1=70

skra2=20

k,200,-15.625,-50

k,201,topp/2-bkd+skra2,-60

k,202,topp/2-bkd,-40

k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2

k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307

k,205,topp/2-skra1,hoy+290

k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng

k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng

k,209,topp/2-bkd,-40,leng

k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng

k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng

k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng

k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2

k,216,topp/2-bkd,hoy

k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng

k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688

k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5

a,200,201,208,207

a,201,202,209,208

a,202,215,217,209

a,215,216,218,217

a,216,203,210,218

a,203,204,211,210

a,204,205,212,211

a,205,206,213,212

a,206,3,7,213

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217

a,220,219,2,6

a,1,219,220,5

a,219,3,7,220

a,215,3,7,217

a,216,3,7,218

a,202,219,220,209

a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!
!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!
!Mesh:

asel,s,loc,y,hoy
asel,inve
esize,200
amesh,all

asel,s,loc,y,hoy

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

```
esize,50
amesh,all

!
!_____
!sectype til riktig elements

esel,s,cent,y,-40,-100
esel,a,cent,x,-7,-8
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
emodif,all,sectype,4

esel,inve
emodif,all,sectype,2

esel,s,cent,y,0
emodif,all,sectype,1

esel,s,cent,y,hoy
esel,r,cent,x,side,rest
emodif,all,sectype,3

esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
emodif,all,sectype,4

esel,all

!
!_____
!Nytt lokalt koordinatsystem

local,100,0,,,,,,90
emodif,all,esys,100

csys,0

!
!_____
nummrg,elem,1

!
!_____
!Opplagerkrefter:

nse1,s,loc,z,0

nse1,r,loc,y,0
d,all,ux,0
d,all,uy,0
d,all,uz,0
```

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

```
nsel,s,loc,z,leng
```

```
nsel,r,loc,y,0  
d,all,uy,0
```

!ALL DOF=0:

```
nsel,s,loc,x,bredde  
nsel,r,loc,y,0  
nsel,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nsel,all
```

!

!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
sf,all,pres,jflast1  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

!

!Sette på "punktlaster":

Kjørefelt 1:

Punktlast 1.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.2:

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2
```

4. ALS (Ulykke på kantdrager)

nsel,all

!Punktlast 2.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast  
nsel,all
```

!Punktlast på kantdrager: (N)

```
fmomk=-175688/3  
fvertikal=-225000
```

```
f,2934,fx,fmomk  
f,2935,fx,fmomk  
f,2936,fx,fmomk  
f,2935,fy,fvertikal
```

fmomk2=75688/3

```
f,2627,fx,fmomk2  
f,2628,fx,fmomk2  
f,2629,fx,fmomk2
```

5. FLS

/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.0

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.0

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

5. FLS

```
sectype,2,shell2,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

5. FLS

5. FLS

secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	-45,	3
secdata,	tykkelse2,	2,	45,	3

```
sectype,3,shell,,  
!secdatas,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

5. FLS

```

secdata,          tykkelse1,      1,          0,          3
secdata,          tykkelse1,      1,          0,          3
secdata,          tykkelse1,      1,          0,          3
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3
secdata,          tykkelse1,      1,         90,          3

```

```
sectype,4,shell,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

5. FLS

secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3
secdata,	tykkelse1,	1,	90,	3

!

c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!

!Laster:

sfgk=1.0
sfny=0.0
sfnyj=0.3
sfnyp=0.7
sfvi=0.0

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfnyj+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfnyj+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfnyp !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfnyp !N/mm²

!Mål:

m1l=side !+-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000

5. FLS

bl1=600

!Kjørefelt 2:

l1l=4000 ! (Nesten midt på) !+-200mm
lml=600

bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)

!Vindlaster u/trafikk (N/mm*mm/ant.nodes):

!qDx=(3.10*leng/51)*sfvi
!qDy=(0.775*9500/171)*sfvi

!qL=(-11.3*leng/51)*sfvi

!Vindlaster m/trafikk (N/mm*mm/ant.nodes):

qDxT=(3.88*leng/51)*sfvi
qDyT=(0.97*9500/171)*sfvi

qLT=(-6.58*leng/51)*sfvi

!
!Keypoints:

!k,(pkt.nr.),x,y,z

k,1,,,
k,2,bunn,,
k,3,bunn/2,hoy,
k,4,bunn+bunn/2,hoy,

k,5,,,leng
k,6,bunn,,leng
k,7,bunn/2,hoy,leng
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng

k,9,bunn,hoy
k,10,bunn,hoy,leng

!
!Lage arealer:

a,1,2,6,5
a,3,9,10,7
a,9,4,8,10

5. FLS

a,1,3,7,5
a,2,3,7,6
a,2,9,10,6

!
!Kopiere elementet bortover:

agen,9,1,6,1,bunn,0,0

!
!Slette 2 element på midten

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!
!Slette element nr 4:

adele,4,4,,1

!
!Kantdrager:

bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy

5. FLS

k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

a,216,203,210,218
a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217
a,220,219,2,6

a,1,219,220,5
a,219,3,7,220

a,215,3,7,217
a,216,3,7,218

a,202,219,220,209
a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

5. FLS

!

!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!

!Mesh:

asel,s,loc,y,hoy
asel,inve
esize,200
amesh,all

asel,s,loc,y,hoy
esize,50
amesh,all

!

!sectype til riktig elements

esel,s,cent,y,-40,-100
esel,a,cent,x,-7,-8
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
emodif,all,sectype,4

esel,inve
emodif,all,sectype,2

esel,s,cent,y,0
emodif,all,sectype,1

esel,s,cent,y,hoy
esel,r,cent,x,side,rest
emodif,all,sectype,3

esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
emodif,all,sectype,4

esel,all

!

!Nytt lokalt koordinatsystem

local,100,0,,,,,,90

5. FLS

```
emodif,all,esys,100
```

```
csys,0
```

```
! _____  
nummrg,elem,1
```

```
! _____  
!Opplagerkrefter:
```

```
nset,s,loc,z,0
```

```
nset,r,loc,y,0  
d,all,ux,0  
d,all,uy,0  
d,all,uz,0
```

```
nset,s,loc,z,leng
```

```
nset,r,loc,y,0  
d,all,uy,0
```

```
!ALL DOF=0:
```

```
nset,s,loc,x,bredde  
nset,r,loc,y,0  
nset,r,loc,z,0  
d,all,rotx,0  
d,all,roty,0  
d,all,rotz,0
```

```
nset,all
```

```
! _____  
!Sette på vindlaster m/trafikk:
```

```
Vindlast qDxT:
```

```
nset,s,loc,y,hoy/2  
nset,r,loc,x,-250,  
nset,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fx,qDxT  
nset,all
```

```
Vindlast qLT:
```

```
nset,s,loc,y,hoy
```

5. FLS

```
nsel,r,loc,x,2150  
nsel,r,loc,z,0,10000,1  
f,all,fy,qLT  
nsel,all
```

!Vindlast qDyT:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,rest,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,qDyT  
nsel,all
```

!
!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
sf,all,pres,jflast1  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

!
!Sette på "punktlaster":

Kjørefelt 1:

Punktlast 1.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy
```

5. FLS

```
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Punktlast 1.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

5. FLS

!Punktlast 2.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+b1l+bml,m2l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast+qDyT  
nsel,all
```

6. Oppløft fra vind
/PREP7

et,1,SHELL181 !kompositt skall element

KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,3,0
KEYOPT,1,8,1
KEYOPT,1,9,0

!

!Definere "gravity"

acel,,9.81

!

! Material 1 - Karbonfiber:

MP,EX,1,88900
MP,EY,1,5400
MP,EZ,1,5400
MP,PRXY,1,0.3
MP,PRYZ,1,0.3
MP,PRXZ,1,0.3
MP,GXY,1,2000
MP,GYZ,1,2000
MP,GXZ,1,2000
MP,DENS,1,(1.426e-6)*1.0

!Material 2 - Glassfiber (E-glass):

MP,EX,2,37800
MP,EY,2,5800
MP,EZ,2,5800
MP,PRXY,2,0.3
MP,PRYZ,2,0.3
MP,PRXZ,2,0.3
MP,GXY,2,2100
MP,GYZ,2,2100
MP,GXZ,2,2100
MP,DENS,2,(1.810e-6)*1.0

tykkelse1=0.25 !carbon
tykkelse2=0.25 !glass

!

!Sections

6. Oppløft fra vind

sectype,1,shell,,
!secdatal, tykkelse, material, vinkel, integration pkt

```
sectype,2,shell2,,  
!secdatal,      tykkelse,      material, vinkel, integration pkt
```

6. Oppløft fra vind

6. Oppløft fra vind
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3
secdata, tykkelse1, 1, 90, 3

!

c*** platefelt dimensjoner

bunn=500 !Bunnplate
topp=500 !Topplate
hoy=800 !Høyde c/c
leng=10000 !Lenge element
bredde=9000

!

!Laster:

sfgk=1.0
sfny=0.0
sfvi=1.6

!Jevn fordelt last:

asfalt=0.0035*sfgk !N/mm²
jflast1=0.009*sfny+asfalt !N/mm²
jflast2=0.0025*sfny+asfalt !N/mm²

!Mål:

kjorefelt=3000
kjorefelt2=6000
rest=8750
side=250

!Laster i kjørefelt 1:

!"Punktlast" (på 600x600mm):

plast1=jflast1+(5/12)*sfny !N/mm²
plast2=jflast2+(5/18)*sfny !N/mm²

!Mål:

m1l=side !+-50mm
bml=1400
m2l=m1l+3000
bl1=600

6. Oppløft fra vind

!Kjørefelt 2:

```
l1l=4000 !(Nesten midt på) !+-200mm  
lml=600
```

```
bremselast=6167.213*sfny !(N/prn.ode)
```

!Vindlaster u/trafikk (N/mm*mm/ant.nodes):

```
qDx=(3.10*leng/51)*sfvi  
qDy=(0.775*9500/171)*sfvi
```

```
qL=(11.3*leng/51)*sfvi
```

!

!Keypoints:

```
k,1,,,  
k,2,bunn,,  
k,3,bunn/2,hoy,  
k,4,bunn+bunn/2,hoy,
```

```
k,5,,,leng  
k,6,bunn,,leng  
k,7,bunn/2,hoy,leng  
k,8,bunn+bunn/2,hoy,leng
```

```
k,9,bunn,hoy  
k,10,bunn,hoy,leng
```

!

!Lage arealer:

```
a,1,2,6,5  
a,3,9,10,7  
a,9,4,8,10  
a,1,3,7,5  
a,2,3,7,6  
a,2,9,10,6
```

!

!Kopiere elementet bortover:

```
agen,9,1,6,1,bunn,0,0
```

!

!Slette 2 element på midten

6. Oppløft fra vind

adele,51,51,,1
adele,54,54,,1

!
!Slette element nr 4:

adele,4,4,,1

!
!Kantdrager:

bkd=500
kdh1=150
tbelegg=140
skra1=70
skra2=20

k,200,-15.625,-50
k,201,topp/2-bkd+skra2,-60
k,202,topp/2-bkd,-40
k,203,topp/2-bkd,hoy+307-skra2
k,204,topp/2+skra2-bkd,hoy+307
k,205,topp/2-skra1,hoy+290
k,206,topp/2,hoy+220

k,207,-15.625,-50,leng
k,208,topp/2-bkd+skra2,-60,leng
k,209,topp/2-bkd,-40,leng
k,210,topp/2-bkd,hoy+307-skra2,leng
k,211,topp/2+skra2-bkd,hoy+307,leng
k,212,topp/2-skra1,hoy+290,leng
k,213,topp/2,hoy+220,leng

k,215,topp/2-bkd,hoy/2
k,216,topp/2-bkd,hoy
k,217,topp/2-bkd,hoy/2,leng
k,218,topp/2-bkd,hoy,leng

k,219,71.8085,228.3688
k,220,71.8085,228.3688,leng

a,1,200,207,5
a,200,201,208,207
a,201,202,209,208
a,202,215,217,209
a,215,216,218,217

a,216,203,210,218

6. Oppløft fra vind

a,203,204,211,210
a,204,205,212,211
a,205,206,213,212
a,206,3,7,213

!Skråavstivere i drager

a,203,3,7,210

a,215,219,220,217
a,220,219,2,6

a,1,219,220,5
a,219,3,7,220

a,215,3,7,217
a,216,3,7,218

a,202,219,220,209
a,202,1,5,209

!
!Speile

local,11,0,4500,0,0,0,0,0

arsym,x,all

csys,0

!
!Legge til areal på midten (STEG)

a,82,83,87,86

!
!Lime sammen:

asel,all
aglue,all

asel,all

!
!Mesh:

asel,s,loc,y,hoy
asel,inve

6. Oppløft fra vind

```
esize,200
amesh,all
```

```
asel,s,loc,y,hoy
esize,50
amesh,all
```

!

```
!sectype til riktig elements
```

```
esel,s,cent,y,-40,-100
esel,a,cent,x,-7,-8
esel,a,cent,x,bredde+7,bredde+8
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,inve
emodif,all,sectype,2
```

```
esel,s,cent,y,0
emodif,all,sectype,1
```

```
esel,s,cent,y,hoy
esel,r,cent,x,side,rest
emodif,all,sectype,3
```

```
esel,s,cent,y,hoy+kdh1+tbelegg-35,hoy+kdh1+tbelegg+200
emodif,all,sectype,4
```

```
esel,all
```

!

```
!Nytt lokalt koordinatsystem
```

```
local,100,0,,,,,,90
```

```
emodif,all,esys,100
```

```
csys,0
```

!

```
nummrg,elem,1
```

!

```
!Opplagerkrefter:
```

```
nse1,s,loc,z,0
```

```
nse1,r,loc,y,0
```

6. Oppløft fra vind
d,all,ux,0
d,all,uy,0
d,all,uz,0

nSEL,s,loc,z,leng

nSEL,r,loc,y,0
d,all,uy,0

!ALL DOF=0:

nSEL,s,loc,x,bredde
nSEL,r,loc,y,0
nSEL,r,loc,z,0
d,all,rotx,0
d,all,roty,0
d,all,rotz,0

nSEL,all

!
!Sette på vindlaster u/trafikk:

!Vindlast qDx:

nSEL,s,loc,y,hoy/2
nSEL,r,loc,x,-250,
nSEL,r,loc,z,0,10000,1
f,all,fx,qDx
nSEL,all

!Vindlast qL:

nSEL,s,loc,y,0
nSEL,r,loc,x,2166.7
nSEL,r,loc,z,0,10000,1
f,all,fy,ql
nSEL,all

!Vindlast qDy:

nSEL,s,loc,y,hoy
nSEL,r,loc,x,side,rest,1
nSEL,r,loc,z,l11,l11,1
f,all,fz,qDy
nSEL,all

!

6. Oppløft fra vind

!Sette på jevnt fordelt kraft:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
sf,all,pres,jflast1  
nsel,all  
  
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt,side+kjorefelt2,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all  
  
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side+kjorefelt2,rest,1  
sf,all,pres,jflast2  
nsel,all
```

!
!Sette på "punktlaster":

Kjørefelt 1:

Punktlast 1.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+b1l+bml,m1l+b1l+bml+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l,m1l+b1l,1  
nsel,r,loc,z,l1l+b1l+lml,l1l+b1l+lml+b1l,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

Punktlast 1.4:

6. Oppløft fra vind

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m1l+bl1+bml,m1l+bl1+bml+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast1  
nsel,all
```

!Kjørefelt 2:

!Punktlast 2.1:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.2:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+bl1+bml,m2l+bl1+bml+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.3:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l,m2l+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Punktlast 2.4:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,m2l+bl1+bml,m2l+bl1+bml+bl1,1  
nsel,r,loc,z,l1l+bl1+lml,l1l+bl1+lml+bl1,1  
sf,all,pres,plast2  
nsel,all
```

!Jevnt fordelt last på et kjørefelt (bremselast) N/mm:

```
nsel,s,loc,y,hoy  
nsel,r,loc,x,side,side+kjorefelt,1  
nsel,r,loc,z,l1l,l1l,1  
f,all,fz,bremselast+qDy  
nsel,all
```

Vedlegg H

Analyse av fiberbrudd og utmattelse

Fiberbrudd og utmattelse

$$\sigma_{1.c} := 1195.096 \text{ MPa} \quad \text{characteristic strength} \quad E_1 := 88900 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{1.c} := \frac{\sigma_{1.c}}{E_1} = 1.344\%$$

Lokal strain fra ANSYS:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ULS.x.midt} &:= 0.002242 = 0.224\% & \varepsilon_{ULS.y.midt} &:= 0.002791 = 0.279\% \\ \varepsilon_{ULS.x.ende} &:= 0.002342 = 0.234\% & \varepsilon_{ULS.y.ende} &:= 0.002917 = 0.292\% \\ \varepsilon_{egen.x} &:= 0.218 \cdot 10^{-3} = 0.022\% & \varepsilon_{egen.y} &:= 0.225 \cdot 10^{-3} = 0.023\% \\ \varepsilon_{fatigue.x} &:= 0.001015 = 0.102\% & \varepsilon_{fatigue.y} &:= 0.00147 = 0.147\% \\ \varepsilon_{karaktrafikk.x} &:= 0.001636 = 0.164\% & \varepsilon_{karaktrafikk.y} &:= 0.002099 = 0.21\%\end{aligned}$$

Sjekk av fiberbrudd:

$$\gamma_F \cdot \gamma_{Sd} \cdot \varepsilon_{nk} < \frac{\varepsilon_{k.fiber}}{\gamma_M \cdot \gamma_{Rd}}$$

$\gamma_{Rd} := 1$ Regner ingen degradering av fiber som følge av vann og UV osv.

$$\begin{aligned}\gamma_F \cdot \gamma_M &= \gamma_{FM} & \text{Hentes fra section 8, tabell 8-3} & \text{COV} < 5\% \\ \gamma_{FM} &:= 1.18 & & \text{Velger høy sikkerhetsgrad, og sprø} \\ & & & \text{bruddutvikling}\end{aligned}$$

$\gamma_{Sd} := 1$ Brua er i utgangspunktet helt rett slik at det ikke blir større spenninger i ytterkant av laminatet

$$\varepsilon_{nk} := \max(\varepsilon_{ULS.x.midt}, \varepsilon_{ULS.y.midt}, \varepsilon_{ULS.x.ende}, \varepsilon_{ULS.y.ende})$$

$$\varepsilon_{k.fiber} := \varepsilon_{1.c} = 1.344\%$$

$$\varepsilon_{nk} = 0.292\% < \frac{\varepsilon_{k.fiber}}{\gamma_{FM} \cdot \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{Sd}} = 1.139\% \quad \text{OK!}$$

Karakteristisk bruddtøyning redusert for 100 års permanent belastning:

$$t := 100 \text{ år} \quad \beta := 0.0423$$

$$\text{fart} := \frac{60\text{km}}{60\text{min}} = 16.667 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{tid} := \frac{10\text{m}}{\text{fart}} = 0.6 \text{ s}$$

Et overslag viser at hver bil bruker 0.6 sekund over bruia i 60 km/t

$$\text{ÅDT} := 12000$$

$$\text{tid}_{\text{trafikk}} := \text{ÅDT} \cdot \text{tid} = 7.2 \times 10^3 \text{ s}$$

$$\text{tid}_{\text{ultrafikk}} := 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} - \text{tid}_{\text{trafikk}} = 3.153 \times 10^7 \text{ s}$$

$$\text{tid}_{\text{bruddgrense}} := 0.1 \cdot \text{tid}_{\text{trafikk}} = 720 \text{ s}$$

$$\text{tid}_{\text{trafikk.bruks}} := 0.9 \cdot \text{tid}_{\text{trafikk}} = 6.48 \times 10^3 \text{ s}$$

$$\log_{t,\text{ultrafikk.x}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{egen.x}})}{\beta} = 42.318$$

$$\log_{t,\text{bruddgrense.x}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{ULS.x.ende}})}{\beta} = 17.941$$

$$\log_{t,\text{trafikk.bruks.x}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{karaktrafikk.x}})}{\beta} = 21.625$$

$$\log_{t,\text{ultrafikk.y}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{egen.y}})}{\beta} = 41.993$$

$$\log_{t,\text{bruddgrense.y}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{ULS.y.ende}})}{\beta} = 15.687$$

$$\log_{t,\text{trafikk.bruks.y}} := \frac{\log(\varepsilon_{1,c})}{\beta} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{karaktrafikk.y}})}{\beta} = 19.066$$

$$t_{ch.ultrafikk.x} := 10^{\log_{10} t_{ultrafikk.x}} \cdot s = 2.079 \times 10^{42} s$$

$$t_{ch.brudgr.x} := 10^{\log_{10} t_{bruddgrense.x}} \cdot s = 8.734 \times 10^{17} s$$

$$t_{ch.traff.bruks.x} := 10^{\log_{10} t_{trafikk.bruks.x}} \cdot s = 4.212 \times 10^{21} s$$

$$t_{ch.ultrafikk.y} := 10^{\log_{10} t_{ultrafikk.y}} \cdot s = 9.848 \times 10^{41} s$$

$$t_{ch.brudgr.y} := 10^{\log_{10} t_{bruddgrense.y}} \cdot s = 4.865 \times 10^{15} s$$

$$t_{ch.traff.bruks.y} := 10^{\log_{10} t_{trafikk.bruks.y}} \cdot s = 1.164 \times 10^{19} s$$

$$\gamma_{fat} := 50$$

$$\gamma_{fat} \cdot \gamma_{Rd} \cdot t \cdot \left(\frac{tid_{ultrafikk}}{t_{ch.ultrafikk.x}} + \frac{tid_{bruddgrense}}{t_{ch.brudgr.x}} + \frac{tid_{trafikk.bruks}}{t_{ch.traff.bruks.x}} \right) = 4.129 \times 10^{-12} < 1 \quad OK!$$

$$\gamma_{fat} \cdot \gamma_{Rd} \cdot t \cdot \left(\frac{tid_{ultrafikk}}{t_{ch.ultrafikk.y}} + \frac{tid_{bruddgrense}}{t_{ch.brudgr.y}} + \frac{tid_{trafikk.bruks}}{t_{ch.traff.bruks.y}} \right) = 7.427 \times 10^{-10} < 1 \quad OK!$$

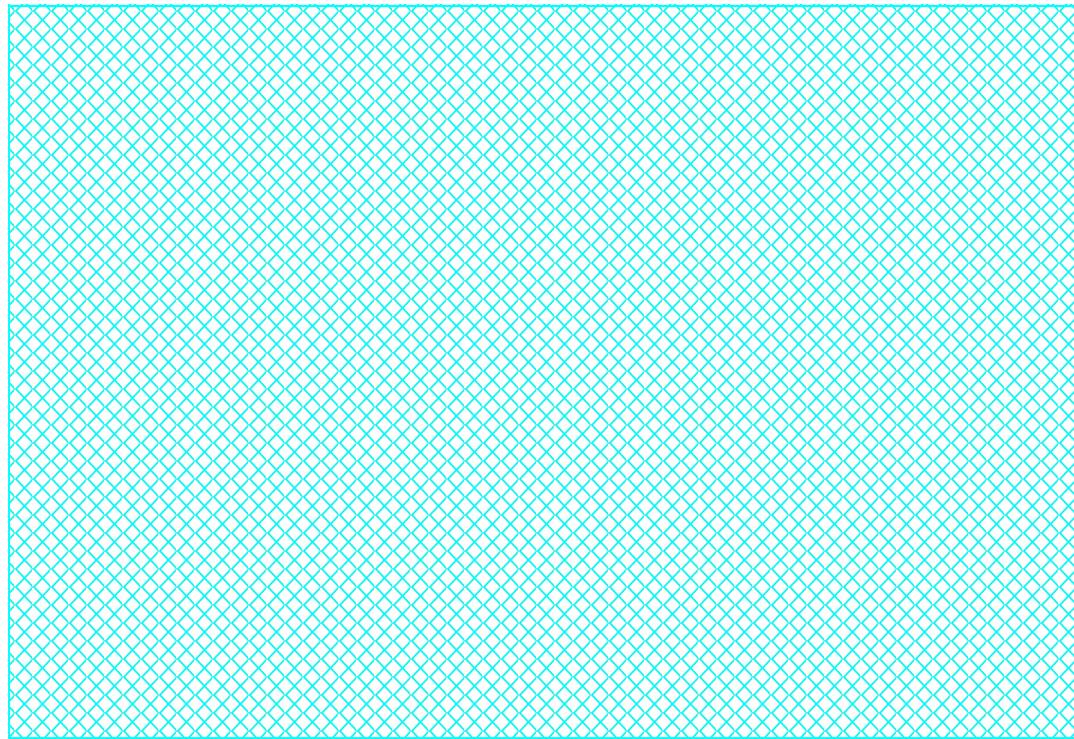
Utmattelse som følge av sykliske laster

Amplitude:

$$\varepsilon_{0.\text{fatigue}} := \frac{\varepsilon_{1.c}}{2} = 0.672\% \quad \gamma_{R,\text{red}} := 0.1 \quad \text{kun én lastkombinasjon}$$

$$R := \frac{\varepsilon_{\text{egen.x}}}{\varepsilon_{\text{fatigue.x}}} = 0.215$$

Leser av kurve for R=0.2 fra Reis et. al



$$n_1 := 10^3 \quad n_2 := 1.5 \cdot 10^4 \quad n_3 := 1.5 \cdot 10^6$$

$$a_1 := 186 \text{ MPa} \quad a_2 := 174 \text{ MPa} \quad a_3 := 154 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{a.1} := \frac{a_1}{E_1} = 0.209\% \quad \varepsilon_{a.2} := \frac{a_2}{E_1} = 0.196\% \quad \varepsilon_{a.3} := \frac{a_3}{E_1} = 0.173\%$$

$$\text{kurve}_1 := \frac{\log(\varepsilon_{a,1}) - \log(\varepsilon_{a,2})}{\log(n_1) - \log(n_2)} = -0.025$$

$$\text{kurve}_2 := \frac{\log(\varepsilon_{a,2}) - \log(\varepsilon_{a,3})}{\log(n_2) - \log(n_3)} = -0.027$$

$$\text{kurve}_3 := \frac{\log(\varepsilon_{a,1}) - \log(\varepsilon_{a,3})}{\log(n_1) - \log(n_3)} = -0.026$$

$$\alpha := \text{mean}(-\text{kurve}_1, -\text{kurve}_2, -\text{kurve}_3) = 0.026$$

$$\varepsilon_{\text{charact.x}} := \frac{\varepsilon_{\text{fatigue.x}} - \varepsilon_{\text{egen.x}}}{2} = 0.04\%$$

$$\varepsilon_{\text{charact.y}} := \frac{\varepsilon_{\text{fatigue.y}} - \varepsilon_{\text{egen.y}}}{2} = 0.062\%$$

$$\log(\varepsilon_{\text{charact}}) = \log(\varepsilon_{0.\text{fatigue}}) - \alpha \cdot \log(n_{\text{charact}})$$

$$\log_{n.\text{charact.x}} := \frac{\log(\varepsilon_{0.\text{fatigue}})}{\alpha} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{charact.x}})}{\alpha} = 47.834$$

$$\log_{n.\text{charact.y}} := \frac{\log(\varepsilon_{0.\text{fatigue}})}{\alpha} - \frac{\log(\varepsilon_{\text{charact.y}})}{\alpha} = 40.282$$

$$n_{\text{charact.x}} := 10^{\log_{n.\text{charact.x}}} = 6.819 \times 10^{47} \quad n_{\text{charact.y}} := 10^{\log_{n.\text{charact.y}}} = 1.915 \times 10^{40}$$

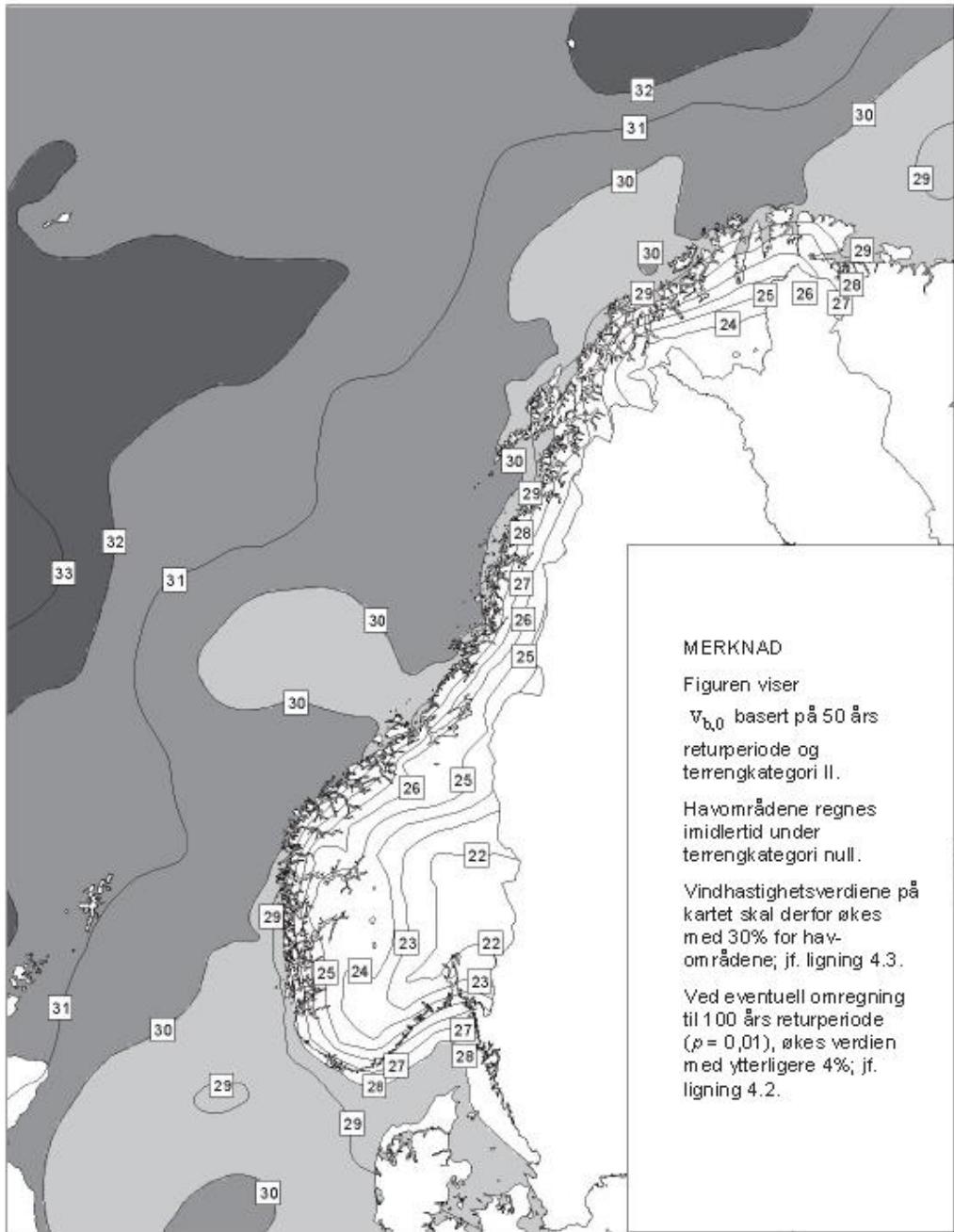
$$10^{42} \gamma_{\text{fat}} \cdot \gamma_{\text{Rd}} \cdot t \cdot \left(\frac{\text{ADT}}{n_{\text{charact.x}}} \right) = 8.799$$

$$10^{34} \gamma_{\text{fat}} \cdot \gamma_{\text{Rd}} \cdot t \cdot \left(\frac{\text{ADT}}{n_{\text{charact.y}}} \right) = 3.132$$

Vedlegg I

Variable laster, vind- og seismiske laster

Vindlastklasse bestemmes utfra brukonstruksjonens utforming. Denne bruha har lite spenn og kan dermed anta at høyeste egensvingeperiode er < 2 s noe som gir vindklasse I. Denne klassen gir at dynamiske lastvirkninger er ubetydelige og kan dermed sees bort i fra.



Figur Feil! Det er ingen tekst med den angitte stilen i dokumentet..1 Referansevindhastigheten for hav- og landområder

NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009 NA.4.2(2): Basisvindhastighet bestemmes ved å bruke formelen NA.4.1:

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot c_{alt} \cdot c_{prob} \cdot v_{b,0} \quad (\text{NA.4.1})$$

Der

- c_{dir} er en retningsfaktor som velges 1,0 for alle vindretninger
- c_{season} er en årstidsfaktor som kan velges lik 1,0
- c_{alt} er en nivåfaktor som kan settes lik 1,0 med mindre høyere verdier følger av N.A.4.2(2)P(901.1): $c_{alt} = 1,0$; for $v_{b,0} \geq v_0$. I dette tilfellet er $v_{b,0} = v_0$ og gir dermed $c_{alt} = 1,0$
- c_{prob} er en faktor som brukes når returperioden velges forskjellig fra 50 år. Returperioden velges til 50 år og gir dermed $c_{prob} = 1,0$
- $v_{b,0}$ er referansevindhastigheten som bestemmes utfra tabell N.A(901.1) og figur N.A(901.3). Referansevindhastigheten $v_{b,0}$ settes lik 30 m/s siden denne bru skal kunne være en standard bru som skal kunne benyttes de fleste plasser i Norge. Under 1 % av plassene nevnt i standarden har høyere referansevindhastighet enn 30 m/s.

Dette gir:

$$v_b = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot 30 \text{ m/s}$$

$$v_b = 30 \text{ m/s}$$

NA.4.3.1: Steds vindhastigheten v_m skal bestemmes utfra ligning 4.3 med v_b fra ligning NA.4.1:

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b \quad (4.3)$$

der

$C_r(z)$ er ruhetsfaktor gitt i NA.4.3.2

$C_0(z)$ er terrengruhetsfaktor lik 1,0. Se 4.3.3 for andre verdier enn 1,0.

NA.4.3.2: Terrengruhetsfaktoren $c_r(z)$ bestemmes utfra tabell NA.4.1, og ligning 4.4.

Tabell NA.4.1 – Terrengruhetskategorier og tilhørende parametere

Kategorinummer	Terrengruhetskategori	k_r	$z_0 (\text{m})$	$z_{min}(\text{m})$
0	Åpent opprørt hav	0,16	0,003	2
I	Kystnær, opprørt sjø. Åpne vidder og strandsoner uten trær eller busker	0,17	0,01	2
II	Landbruksområde, område med spredte små bygninger eller trær	0,19	0,05	4
III	Sammenhengende småhusbebyggelse, industriområder eller skogsområder	0,22	0,3	8
IV	Byområde der minst 15 % av arealet er dekket med bygninger og deres gjennomsnittlige høyde overskridt 15 m. Bærekogområder	0,24	1,0	16

Figur Feil! Det er ingen tekst med den angitte stilen i dokumentet..2 Tabell NA.4.1

Velger kategorinummer II siden denne gjelder for de fleste stedene som en bru som denne vil bli oppført.

$$c_r = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad \text{for} \quad z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \quad (4.4)$$

8.3.1(6): Referansehøyden $z_e = z$ kan settes lik høyden fra laveste punkt i terrenget til senter av brudekket. Settes lik 10 meter. Z_{\max} er antall høydemeter over havet brua ligger. $Z_{\max} \geq 10$ meter.

$$c_r = 0,19 \cdot \ln\left(\frac{10}{0,05}\right)$$

$$c_r = 1,01$$

Dette gir:

$$v_m(z) = 1,01 \cdot 1,0 \cdot 30 \text{ m/s}$$

$$v_m(z) = 30,2 \text{ m/s}$$

4.4 Turbulensintensiteten $I_v(z)$ bestemmes utfra ligning 4.7:

$$I_v(z) = \frac{k_1}{c_0(z) \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad \text{for} \quad z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \quad (4.7)$$

der

k_1 er turbulentfaktoren. Kan settes lik 1,0 når ikke annet følger av NA.4.3.3(901.3.2) eller NA4.3.3(901.4)

$$I_v(z) = \frac{1,0}{1,0 \cdot \ln\left(\frac{10}{0,05}\right)}$$

$$I_v(z) = 0,189$$

NA.4.5: Kortvarig toppverdi for vindkasthastighetstrykket bestemmer utfra:

$$q_p(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) [1 + 2k_p I_v(z)] = [1 + 2k_p I_v(z)] \cdot q_m(z) \quad (\text{NA.4.8})$$

der

ρ er luftens densitet = 1,25 kg/m³

v_m terrengruhetsfaktoren = 30,2 m/s

k_p er en toppfaktor som settes som 3,5

$I_v(z)$ bestemmes fra NA.4.4 som viser til ligning 4.7

$q_m(z)$ er steds vindhastighetstrykket som bestemmes ved:

$$q_m(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z)$$

$$q_m(z) = 0,5 \cdot 1,25 \text{ kg/m}^3 \cdot (30,2 \text{ m/s})^2$$

$$q_m(z) = 0,57 \text{ kN/m}^2$$

Dette gir:

$$q_p(z) = [1 + 2 \cdot 3,5 \cdot 0,189] \cdot 0,57 \text{ kN/m}^2$$

$$q_p(z) = 1,32 \text{ kN/m}^2$$

N400 5.4.3.3: Brukonstruksjonen skal kontrolleres uten trafikklast både i bruks- og bruddgrensetilstand for et vindfelt med en returperiode på 50 år. Den skal også kontrolleres med trafikk- og vindlast samtidig i bruks- og bruddgrensetilstand med et vindfelt hvor kastvindhastighetens øvre grense settes lik 35 m/s, eller vindfelt med returperiode på 50 år dersom dette gir lavere verdi.

N400 5.4.3.4: Vindlasten har tre komponenter. En horisontalkraft, vertikalkraft, og vridningsmoment som refereres til skjærssenter av tverrsnittet:

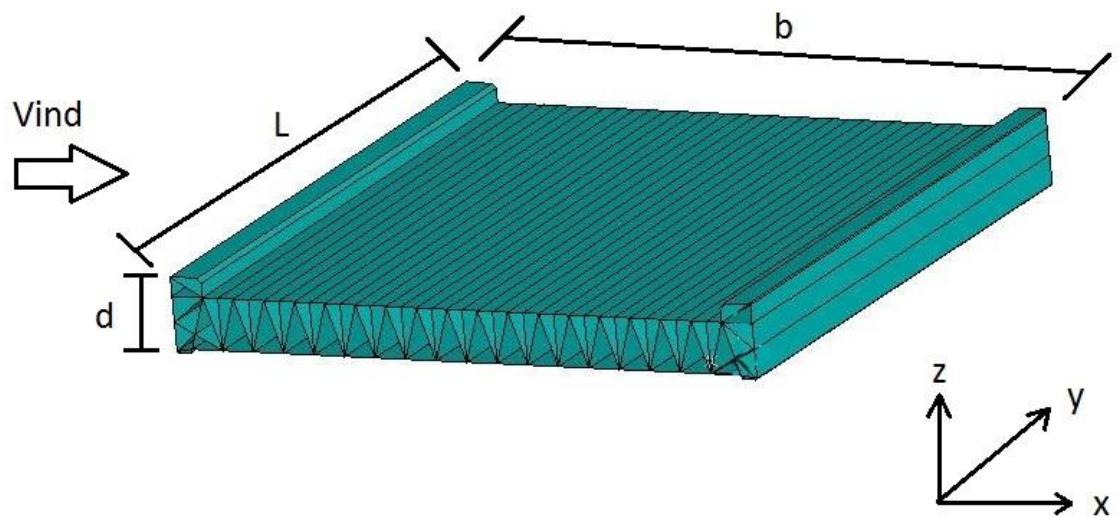
$$\begin{bmatrix} q_D \\ q_L \\ q_M \end{bmatrix}_{\text{tot}} = q_p \begin{bmatrix} c_D h \\ c_L b \\ c_M b^2 \end{bmatrix} \quad (\text{N400 5.7})$$

der

h er referansehøyde for kraftfaktoren c_D . $h =$ brukkonstruksjonens høyde + rekverkhøyde. $h = 1,0 \text{ m} + 1,2 \text{ m} = 2,2 \text{ m}$. For beregning med trafikk er $h =$ brukkonstruksjonens høyde + trafikkhøyde $d_T = 3,0 \text{ m}$

b er referansebredde for kraftfaktorene c_L og c_M

Vindlaster uten trafikk:



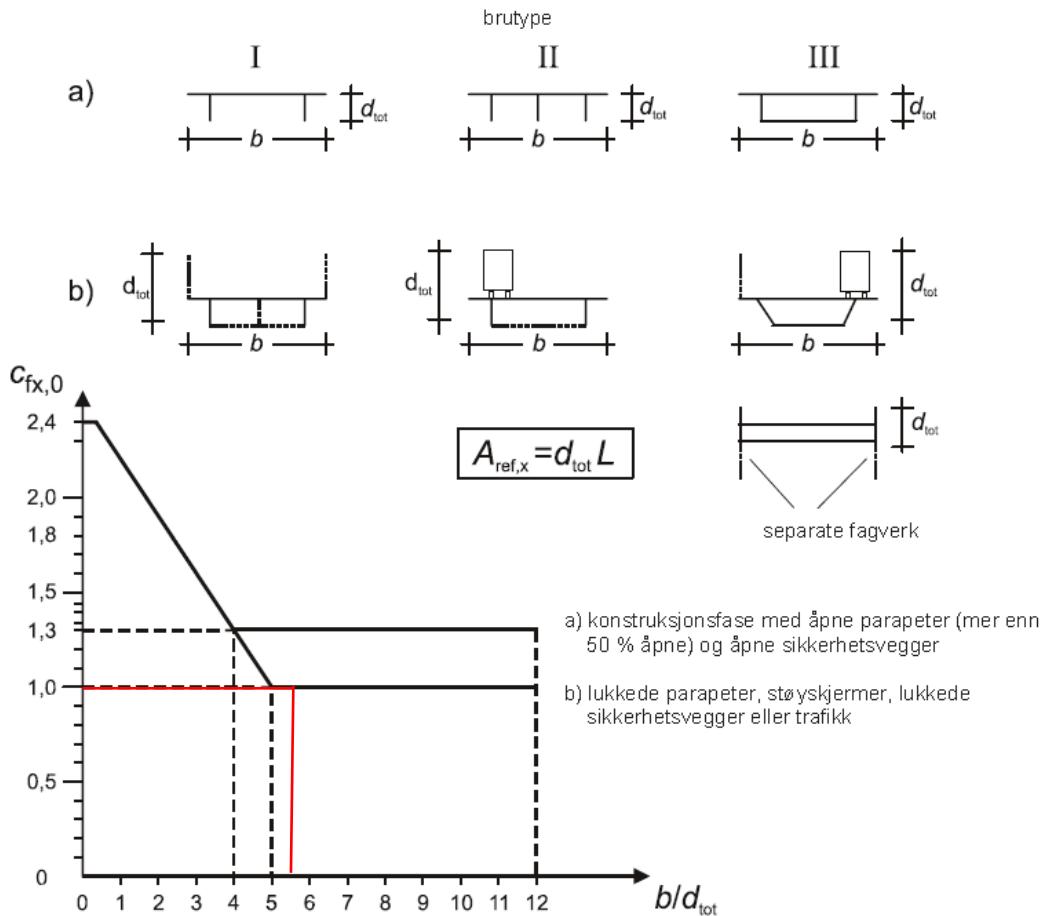
Figur Feil! Det er ingen tekst med den angitte stilen i dokumentet..3 Retninger for vindpåvirkninger på bru

NS1991-1-4 8.3.1 Kraftfaktorer i x-retning gis av:

$$c_{fx} = c_{fx,0} \quad (8.1)$$

der

$c_{fx,0}$ er kraftfaktoren som benyttes og bestemmes ut i fra:



Figur 8.3 – Kraftfaktorer for bruer, $c_{fx,0}$

Tabell 8.1 – Høyde d_{tot} som skal brukes ved bestemmelse av $A_{ref,x}$

Vegrekkverk	På én side	På begge sider
Åpen parapet eller åpent sikkerhetsrekkeverk	$d + 0,3 \text{ m}$	$d + 0,6 \text{ m}$
Massiv parapet eller massivt sikkerhetsrekkeverk	$d + d_1$	$d + 2d_1$
Åpen parapet og åpent sikkerhetsrekkeverk	$d + 0,6 \text{ m}$	$d + 1,2 \text{ m}$

Bredde bru $b = 9,5 \text{ m}$

Høyde brukkontruksjon (kantdrager) $d = \text{maks } 1,15 \text{ m}$

$$\text{Høyde total } d_{tot} = d + 0,6 \text{ m} = 1,15 \text{ m} + 0,6 \text{ m} = 1,75 \text{ m}$$

$$\frac{b}{d_{tot}} = \frac{9,5 \text{ m}}{1,75 \text{ m}} = 5,43$$

Dette gir:

$$c_D = c_{fx,0} = 1,0$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning:

$$q_{Dx} = 1,32 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,0 \cdot 2,35 \text{ m} = 3,10 \text{ kN/m}$$

Kraft i y-retning:

I følge NSEN 1991-1-4 8.3.4 kan vindkrefter i y retning setter lik 25% av kraft i x-retning:

$$q_{Dy} = 0,25 \cdot q_{Dx} = 0,78 \text{ kN/m}$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning:

NA 8.3.3 beskriver at kraftfaktoren $c_{f,z} = c_L$ kan settes $\pm 0,9$

$$q_L = 1,32 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \cdot 9,5 \text{ m} = 11,3 \text{ kN/m}$$

Vridningsmoment:

NSEN 8.3.3(5): Med mindre noe annet er angitt kan eksentrisiteten av kraften settes lik $e = b/4$ i x-retning som gir $e = 9,5/4 = 2,38 \text{ m}$

Vindlaster med trafikk:

Dette beregnes på samme måte som uten trafikk, men med nye verdier for kastvindhastighet og kraftfaktorer. I følge håndbok N400 punkt 5.4.3.3. får kastvindhastigheten en øvre grense lik $v_k = 35 \text{ m/s}$ og ligningen NA.4.8 skrives om:

$$q_p'(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) [1 + 2k_p I_v(z)] \quad (\text{NA.4.8})$$

$$v_{mT} = \frac{v_k}{\sqrt{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_v}}$$

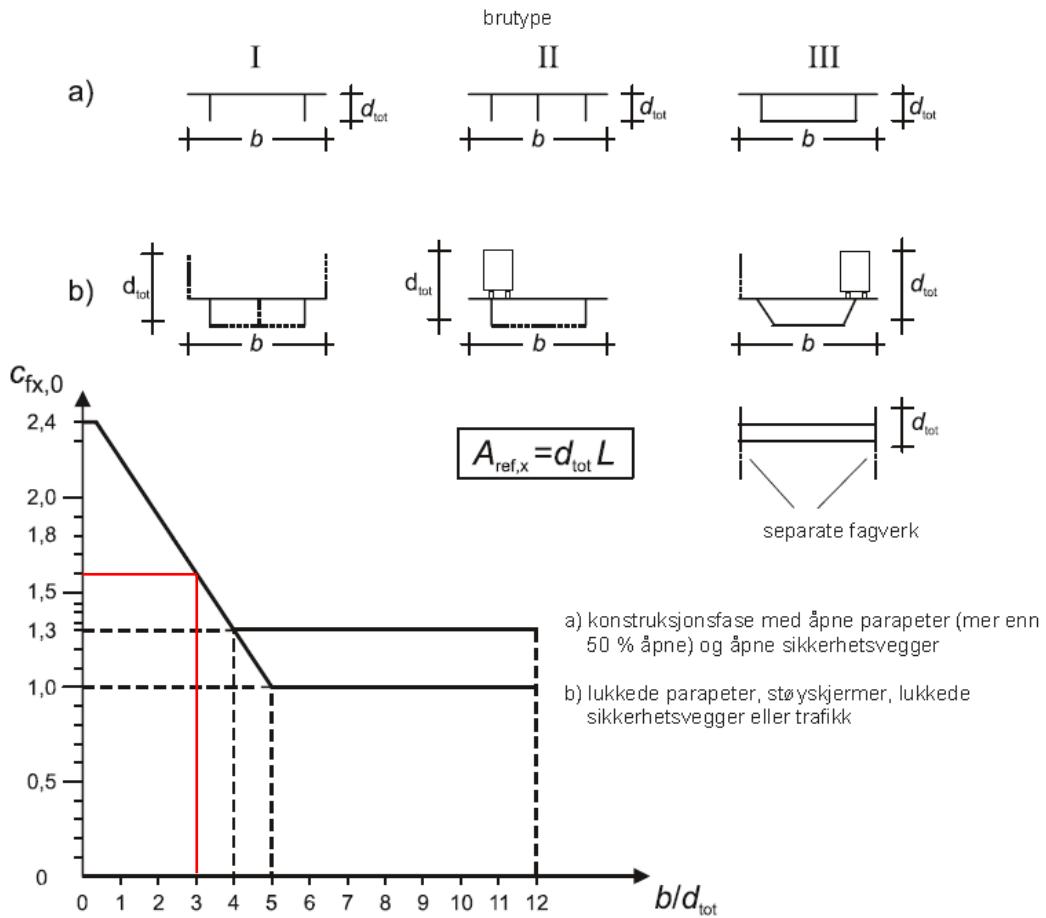
$$v_{mT} = \frac{35 \text{ m/s}}{\sqrt{1 + 2 \cdot 3,5 \cdot 0,189}} = 22,96 \text{ m/s}$$

$v_{mT} < v_m(z)$, dermed settes $v_m = 22,96 \text{ m/s}$ for videre utregning av vindlaster med trafikk.

Videre regnes ny kortvarig toppverdi for vindkasthastighetstrykket $q_p(z)$ med trafikk $v_{mT} = v_m$

$$q_p(z) = 0,5\rho \cdot v_m^2(z) [1 + 2k_p I_v(z)]$$

$$q_p'(z) = 0,5 \cdot 1,25 \text{ kg/m}^3 \cdot (22,96 \text{ m/s})^2 [1 + 2 \cdot 3,5 \cdot 0,189] = 0,77 \text{ kN/m}^2$$



Figur 8.3 – Kraftfaktorer for bruer, $c_{fx,0}$

Når det skal regnes med trafikk skal det legges til en høyde d_T på grunn av at vinden virker på et større areal i form av trafikken som er på bruа.

$$\text{Bredde bru } b = 9,5 \text{ m}$$

$$\text{Høyde brukkontruksjon (kantdrager) } d = \text{maks } 1,15 \text{ m}$$

$$\text{Høyde total } d_{totT} = d + d_T = 1,15 \text{ m} + 2 \text{ m} = 3,15 \text{ m}$$

$$\frac{b}{d_{tot}} = \frac{9,5 \text{ m}}{3,15 \text{ m}} = 3,02$$

Dette gir:

$$c_D = c_{fx,0T} = 1,6$$

Horisontalkrefter:

Kraft i x-retning:

$$q_{DxT} = 0,77 \text{ kN/m}^2 \cdot 1,6 \cdot 3,15 \text{ m} = 3,88 \text{ kN/m}$$

Kraft i y-retning:

I følge NSEN 1991-1-4 8.3.4 kan vindkrefter i y retning setter lik 25% av kraft i x-retning:

$$q_{DyT} = 0,25 \cdot q_{DxT} = 0,25 \cdot 3,88 = 0,97 \text{ kN/m}$$

Vertikalkrefter:

Kraft i z-retning:

NA 8.3.3 beskriver at kraftfaktoren $c_{f,z} = c_L$ kan settes $\pm 0,9$

$$q_{LT} = 0,77 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \cdot 9,5 \text{ m} = 6,58 \text{ kN/m}$$

Vridningsmoment:

NSEN 8.3.3(5): Med mindre noe annet er angitt kan eksentrisiteten av kraften settes lik $e = b/4$ i x-retning som gir $e = 9,5/4 = 2,38 \text{ m}$

Seismiske påvirkninger

I følge håndbok N400 punkt 5.4.9.1 skal bruer prosjekteres for seismiske påkjenninger i henhold til NS-EN 1998-2 som gjelder for alle bruer med unntak av hengebruer, trebruer, mur bruer, bevegelige bruer og flytebruer.

Det bestemmes type grunnforhold i NS-EN 1998-1 tabell NA.3.1. Siden brukonstruksjonen skal ligge på eksisterende landkar vil dette tilsi at grunntype A er passende.

Table NA.3.1 – Ground types¹⁾

Ground type	Description of stratigraphic profile	Parameters ^{2), 3)}		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (blows/30cm)	c_u (kPa)
A	Rock or other rock-like geological formation, including at most 5 m of weaker material at the surface.	> 800	–	–
B	Deposits of very dense sand, gravel, or very stiff clay, at least several tens of metres in thickness, characterised by a gradual increase of mechanical properties with depth.	360 – 800	> 50	> 250
C	Deep deposits of dense or medium-dense sand, gravel or stiff clay with a thickness from several tens to many hundreds of metres.	180 – 360	15 – 50	70 – 250
D	Deposits of loose-to-medium cohesionless soil (with or without some soft cohesive layers), or of predominantly soft-to-firm cohesive soil.	120 – 180	10 – 15	30 – 70
E	A soil profile consisting of a surface alluvium layer with v_s values of type C or D and a thickness varying between about 5 m and 20 m, underlain by stiffer material with $v_s > 800$ m/s.			
S1	Deposits consisting of or containing a layer at least 10 m thick of soft clays/silts with a high plasticity index ($PI > 40$) and high water content	< 100 (indicative)	–	10 – 20
S2	Deposits of liquefiable soils, of sensitive clays, or any other soil profile not included in types A – E or S1			

¹⁾ If at least 75 % of the structure rests on rock and the rest on other soil conditions, and the structure has a continuous plate foundation, ground type A may be selected.

²⁾ The selection of ground type may be based either on $v_{s,30}$, N_{SPT} or c_u . $v_{s,30}$ is regarded as the most relevant parameter to be used.

³⁾ If there is doubt on which ground type to select, the most unfavourable ground type shall be selected.

Den seismiske påkjenningen bestemmes ut i fra seismiske sonekart i NA.3.2.1. Verdiene er gitt i m/s² ved en frekvens n=40 Hz med en returperiode på 475 år. Spissverdiene for berggrunnens akselerasjon av berggrunn type A, agR er lik 0,8 ag40Hz. Ut i fra figur NA.3(901) og NA.3(902) vil 95% av spissverdiene for berggrunnens akselrasjon a_{g40Hz} være lavere eller lik 0,8 m/s². For at denne brukonstruksjonen skal kunne brukes i hele landet vil a_{g40Hz} settes lik høyeste verdi; 1,0. Dette gir:

$$a_{gR} = 0,8 \cdot a_{g40Hz}$$

$$a_{gR} = 0,8 \cdot 1,0 \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$

NA.3.2.1 Seismic zones

NA.3.2.1(1)P, (2) and (3) Figure NA.3(901) and Figure NA.3(902) give values of peak ground acceleration, $a_{g40\text{Hz}}^1$, with a return period of 475 years for Norway. The reference peak ground acceleration of type A ground, a_{gR} , is set equal to 0,8 $a_{g40\text{Hz}}$.

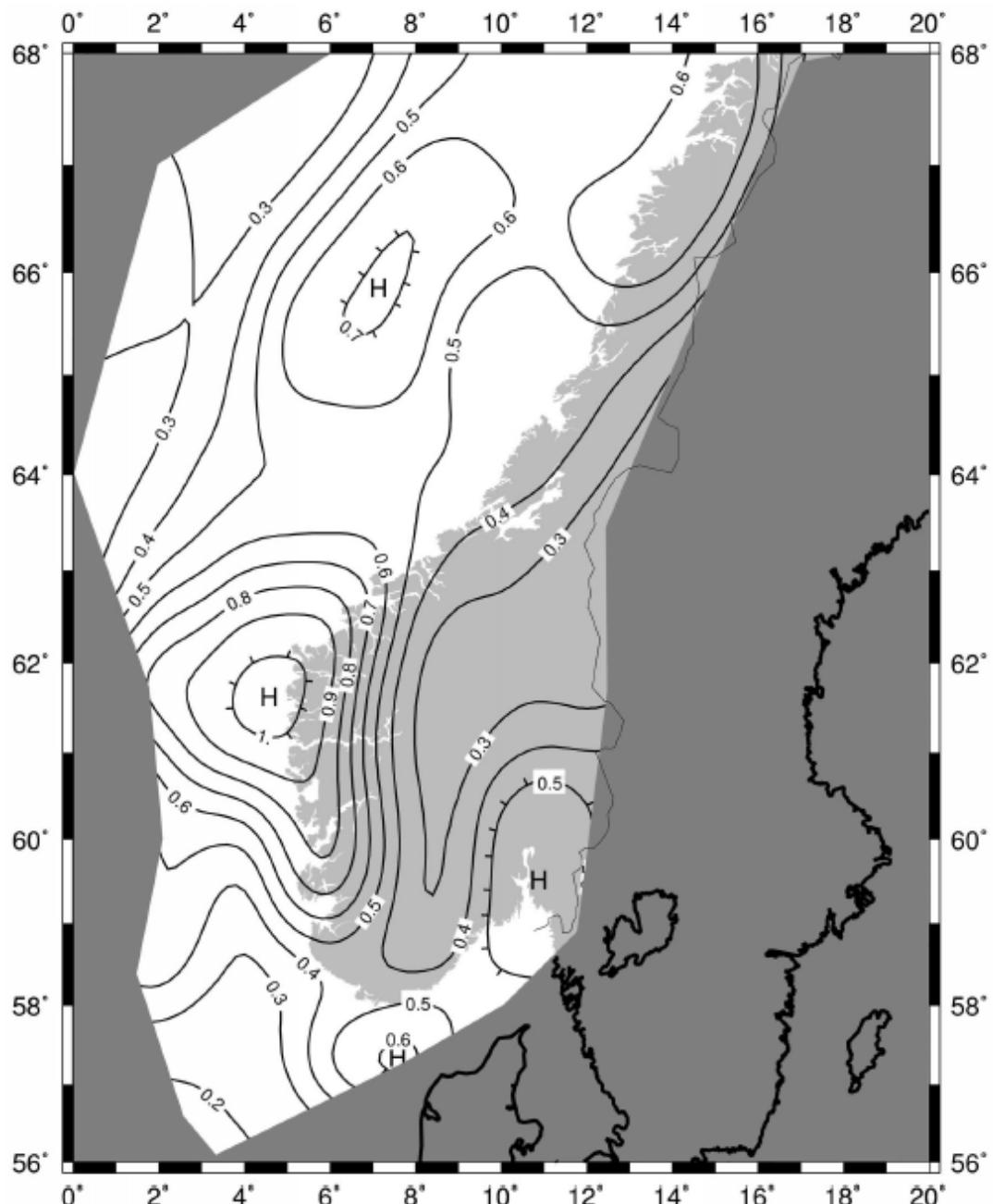


Figure NA.3(901) – Seismic zones in southern Norway, $a_{g40\text{Hz}}$ in m/s^2

Value of peak ground acceleration $a_{g40\text{Hz}}$, with a return period of 475 years for southern Norway.
The reference peak ground acceleration of type A ground, a_{gR} , is set equal to 0,8 $a_{g40\text{Hz}}$

¹ $a_{g40\text{Hz}}$ denotes the ground acceleration at frequency $f = 40\text{Hz}$ ($T = 0,025$) of the elastic response spectrum (for typical Norwegian conditions), which implies that $a_{g40\text{Hz}}$ is somewhat higher than the actual ground acceleration at frequency $f \rightarrow \infty$ ($T = 0$), a_{gR} , which is the notation used in the Eurocode for the reference peak ground acceleration. The relation between the two is expressed as $a_{gR} = 0,8 a_{g40\text{Hz}}$.

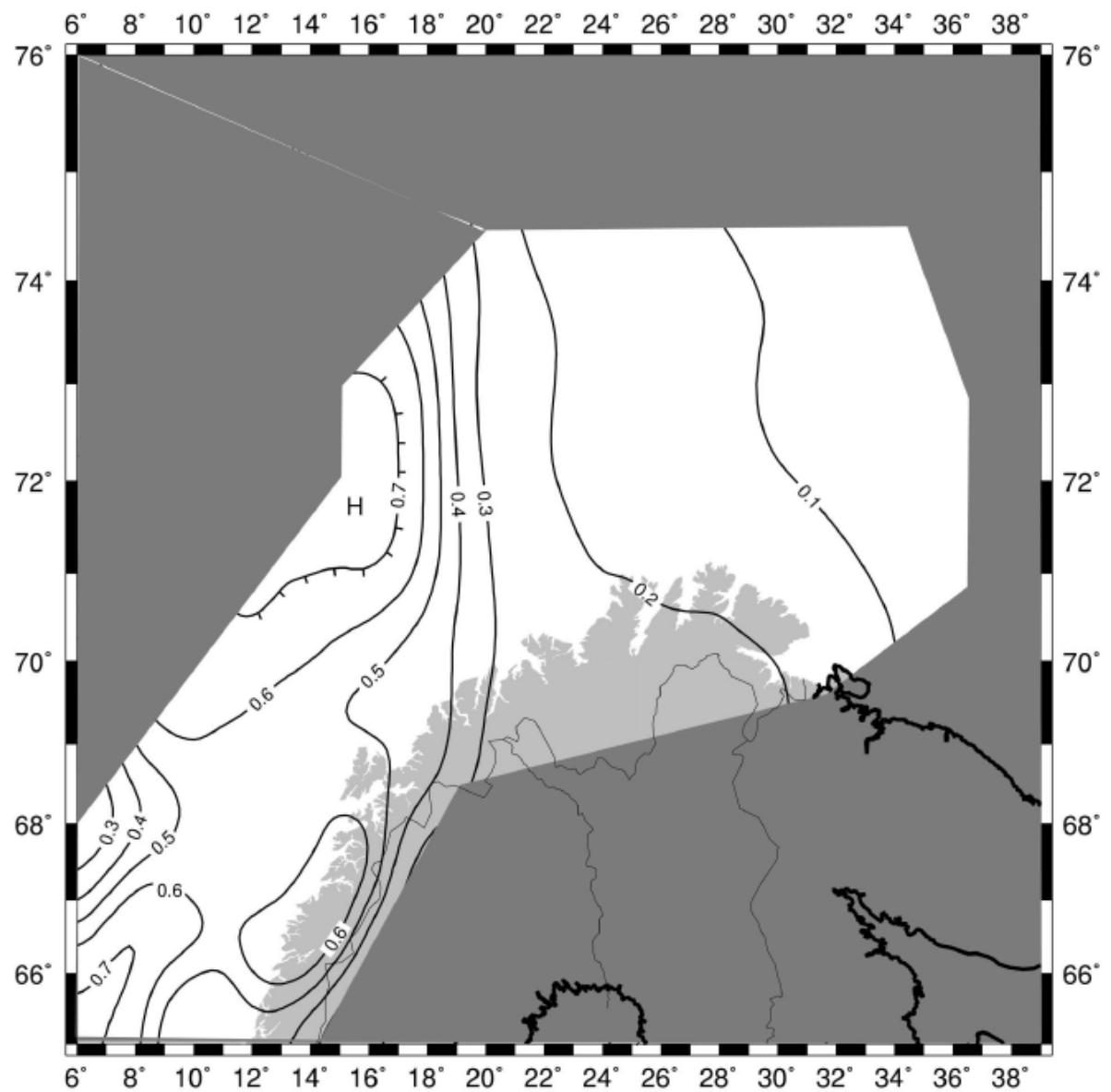


Figure NA.3(902) – Seismic zones in northern Norway, a_{g40Hz} in m/s^2

Value of peak ground acceleration a_{g40Hz} , with a return period of 475 years for northern Norway.
The reference peak ground acceleration of type A ground, a_{gR} , is set equal to $0.8 a_{g40Hz}$

Tabell NA.3.3 i NS-EN 1998-1 gir verdiene S , T_B (s), T_C (s) og T_D (s) som skal brukes til videre utregninger. I dette tilfellet skal det sjekkes for hvilken kategori brukonstruksjonen havner i.

Table NA.3.3 – Values of the parameters describing the recommended elastic response spectra

Ground type	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,10	0,20	1,7
B	1,3	0,10	0,25	1,5
C	1,4	0,10	0,30	1,5
D	1,55	0,15	0,40	1,6
E	1,65	0,10	0,30	1,4

Seismisk klasse velges i henhold til NS-EN 1998-2, tabell NA.2(901):

Tabell NA.2(901) Veiledende tabell ved valg av seismisk klasse for vegbruer

Seismisk klasse	Veiledende eksempler for klassifisering av vegbruer
I	Gang- og sykkelvegbruer
II	Alle vegbruer, unntatt de som er plassert i seismisk klasse III og IV
III	Bruer med $L_{tot} > 200$ m og Bruer med $L_{tot} > 50$ m som samtidig har $\text{ÅDT} > 8000$
IV	Bruer med $L_{tot} > 600$ m og Bruer med $L_{tot} > 200$ m som samtidig har $\text{ÅDT} > 8000$ og Samfunnsmessig viktige bruer ^{a)}

L_{tot} er total lengde mellom bruas landkar.
 ÅDT er gjennomsnittlig antall kjøretøyer per døgn i løpet av et år.

^{a)} Dette er for eksempel bruer som er lokalisert på hovedatkomstveger til geografiske regioner eller til sykehus eller brannvesen i større byer. Klassen omfatter også bruer som ligger i tettbygde strøk, og hvor det får særlig store konsekvenser om bruene ødelegges.

Seismisk klasse II gjelder for alle vegbruer som ikke havner i klasse III og IV. Brukonstruksjonen oppfyller ikke kravene i klasse III eller IV og gir derfor; seismisk klasse II.

Tabell NA.2(903) Seismisk faktor for bruer

Seismisk klasse	Seismisk faktor γ
I	0,7
II	1,0
III	1,4
IV	2,0

Videre gir dette seismisk faktor, $\gamma_1 = 1,0$

Krav til analyse av brukonstruksjonen gis i punkt 5.4.9.3 i håndbok N400. Det stilles ingen krav til analyse for bruer i kategori 0 i henhold til NS-EN 1998-2, tabell NA.2(904):

Tabell NA.2(904) Krav til analysemetode

Seismisk klasse	$a_g \cdot S > 1,2 \text{ m/s}^2$	$0,5 \text{ m/s}^2 < a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$	$a_g \cdot S < 0,5 \text{ m/s}^2$
I	0	0	0
II	1	0	0
III	2	1	0
IV	2	2	1

0: Det stilles ingen spesielle krav til valg av analysemetode.

1: Metode for analyse med én frihetsgrad i samsvar med punkt 4.2.2 eller tilsvarende forenklede analysemetoder kan brukes der dette vurderes tilstrekkelig i henhold til NS-EN 1998. Ellers skal flerfrihetsgradsanalyse i henhold til responspektrummetoden brukes.

2: Flerfrihetsgradsanalyse i henhold til responspektrummetoden skal brukes. Samfunnsmessig viktige vegbruer med $L_{tot} < 50 \text{ m}$ og $a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$ kan analyseres i henhold til metode 1.

For at denne brukonstruksjonen skal havne i kategori 0 vil det si at $a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$

$$a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1,0 \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$a_g \cdot S < 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$0,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,0 < 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$0,8 \text{ m/s}^2 < 1,2 \text{ m/s}^2$$

Brukonstruksjonen havner i kategori 0 og det stilles ikke krav om seismisk analyse.

Vedlegg J

Lastkombinasjoner

Kombinasjon av laster

Tabell NA.A2.1 – Verdier av ψ -faktorer for vegbruer

Påvirkning	Symbol	ψ_0	ψ_1	$\psi^{(5)}$	$\psi_{1,inf}^{(1)}$	
Trafikklaster (se NS-EN 1991-2, tabell 4.4)	gr1a (LM1 + horisontale laster + laster på gangbaner/fortau)	Boggilast (BL) Jevnt fordelt last (JFL) Horisontale laster Laster på gangbaner/fortau ²⁾	0,7 ³⁾ 0,7 ³⁾ 0,7 ³⁾ 0,7 ³⁾	0,7 0,7 0,7 0,7	0,2/0,5 0,2/0,5 0,2/0,5 0,2/0,5	0,8 0,8 0,8 0,8
	gr1b (enkel aksling)		0,7 ³⁾	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr2 (horisontale krefter)		0,7 ³⁾	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr3 (laster på gangbaner/fortau)		0,7 ³⁾	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr4 (LM4 – Laster fra ansamling av mennesker)		0,7 ³⁾	0,7	0,2/0,5	0,8
	gr5 (LMB – Spesialkjøretøy)		-	-	-	-
	F_{wk} - Vedvarende dimensjonerende situasjoner		0,7	0,6	0,0,5	0,8
	F_{wk} - Under utførelse		0,8	-	-	-
	F_w^*		0,7	0,6	0,0,5	0,8
	Temperatur ⁴⁾	T_k	0,7	0,6	0,0,5	0,8
Snølaster	Q_{snk} - På tak o.l.		0,7	0,6	0,2/0,5	0,8
	Q_{snk} - Under utførelse		0,8	-	-	-
Laster i byggetilstand	Q_b	1,0	-	1,0	-	
Istrykk	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	
Bølger og strøm	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	
Vanntrykk, variabel del	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	
Jordtrykk, variabel del	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	
Last fra lagerfriksjon	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	
Øvrige variable laster	-	0,7	0,6	0,0,5	0,8	

¹⁾ $\psi_{1,inf}$ er en faktor beregnet på å definere sjeldent forekommende laster.
²⁾ Kombinasjonsverdien for laster på gangbaner/fortau angitt i tabell 4.4a i NS-EN 1991-2, er en redusert verdi, og ψ -faktorene gjelder for denne verdien.
³⁾ Der vindlasten behandles som den dominerende lasten, representert ved F_{wk} , bør ψ_0 for trafikklast settes lik 0, jf. også A2.2.2(5).
⁴⁾ Påvirkning fra temperatur medtas i alle lastkombinasjoner, også i bruddgrensetilstand, dersom virkningen er ugunstig.
⁵⁾ Ved beregning av rissvidder i henhold til NS-EN 1992 for lastkombinasjonen "tilnærmet permanent" benyttes verdien 0,5. Verdiene 0,2 respektive 0 kan benyttes ved beregning av langtidseffekter for tidsavhengige egenskaper.

Tabell NA.A2 A(B) – Dimensjonerende verdier for laster (STR/GEO) (Sett B)

Vedvarende og forbiligående dimensjonerende situasjoner	Permanente laster		Forspenning	Dominerende variabel last (*)	Øvrige variable laster (*)
	Ugunstig	Gunstig			
(Ligning 6.10 a)	$\gamma_{G,j}^{sup} G_{kj}^{sup}$	$\gamma_{G,j}^{inf} G_{kj}^{inf}$	$\gamma_p P$	$\gamma_{Q,i} \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$	$\gamma_{Q,i} \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$
(Ligning 6.10 b)	$\xi \gamma_{G,j}^{sup} G_{kj}^{sup}$	$\gamma_{G,j}^{inf} G_{kj}^{inf}$	$\gamma_p P$	$\gamma_{Q,i} Q_{k,i}$	$\gamma_{Q,i} \gamma_{Q,i} Q_{k,i}$
(*) Variable laster er de som er oppført i tabellene NA.A2.1 til NA.A2.3.					
MERKNAD 1 Det skal i bruddgrenstilstanden påvises ved bruk av ligningene 6.10 a og 6.10 b at bruers konstruksjonsoppførsel er i overensstemmelse med antatt beregningsmodell, ut over mindre endringer (f.eks. oppløft fra lager, strekkpeler som det ses bort fra, flyteledd osv.) som kan aksepteres forutsatt at konstruksjonen dimensjoneres i overensstemmelse med de endrede forutsetningene.					
MERKNAD 2 Det benyttes følgende sett med γ - og ξ -verdier ved bruk av uttrykk 6.10a og 6.10b:					
$\gamma_{G,j}^{sup}$	= 1,35 for permanent last, unntatt de som er listet under 1) ²⁾ 1,00 for irreversible deformasjonslaster ³⁾ 1,20 for permanent del av vanntrykk				
$\gamma_{G,j}^{inf}$	= 1,0 for permanent last ¹⁾ 0 for irreversible deformasjonslaster ³⁾ 1,0 for vanntrykk				
ξ	= 0,89 for egenvekt ¹⁾				
γ_p	= verdier gitt i de aktuelle Eurokodene ⁴⁾				
γ_Q	= 1,35 for vegtrafikk fra kjørerøyer og fotgjengere, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)				
γ_Q	= 1,5 for jernbanetrafikk, hvis ugunstig (0 hvis gunstig). For lastmodell SW2 benyttes $\gamma_Q = 1,2$				
γ_Q	= 1,60 for last fra vind, bølger og strøm, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)				
γ_Q	= 1,20 for temperaturlast, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)				
γ_Q	= 1,35 for last fra lagerfriksjon og variabel del av vanntrykk, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)				
γ_Q	= 1,50 for øvrige variable laster, hvis ugunstig (0 hvis gunstig)				
1)	Disse verdiene gjelder for egenvekt av bærende og ikke-bærende konstruksjonsdeler, ballast, jord, flyttbare laster osv.				
2)	De karakteristiske verdiene for laster av samme opprinnelse, for eksempel egenvekt, multipliseres med $\gamma_{G,j}^{sup}$ hvis resultatet i form av den totale lastvirkningen er ugunstig, og med $\gamma_{G,j}^{inf}$ hvis resultatet i form av den totale lastvirkningen er gunstig. Dette gjelder også om forskjellige materialer er brukt.				
3)	Irreversible deformasjonslaster kan være bl. a. differansesetning, kryp og svinn. For γ -verdier for svinn vises til NS-EN 1992-1-1. Se også NS-EN 1991 til NS-EN 1999 for eventuelle øvrige γ -verdier som skal brukes for påførte deformasjoner. Irreversible deformasjonslaster skal alltid tas med dersom de har ugunstig virkning.				
4)	Der dette er aktuelt, gjelder verdiene også for indirekte virkninger av spennkrefter, dvs. som tvangskrefter i statisk ubestemte konstruksjoner.				
MERKNAD 3	Jf. fotnote 2 over. Se også A2.3.1 (2).				
MERKNAD 4	For spesielle påvisninger kan verdiene for γ_Q og γ_Q igjen deles inn i verdiene γ_Q og γ_Q og modellens usikkerhetsfaktor y_{sd} . En verdi for y_{sd} som ligger mellom 1,05 til 1,15, kan normalt benyttes.				
Mer detaljerte regler for dette kan gis for det enkelte prosjekt.					
MERKNAD 5	For laster fra vann som ikke er dekket i denne tabellen eller av NS-EN 1997 (f.eks rennende vann), kan lastkombinasjonene som skal brukes, angis for det enkelte prosjekt.				

Tabell NA.A2.5 – Dimensjonerende verdier for laster for bruk i kombinasjoner med ulykkeslaster og seismiske laster

Dimensjonerende situasjon	Permanente laster		Forspenning	Dominerende ulykkeslast eller seismisk last	Øvrige variable laster (**)
Ulykkessituasjon(*) (Ligning 6.11a/b)	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	P	A_d	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$
Seismisk situasjon(***) (Ligning 6.12a/b)	$G_{k,j,sup}$	$G_{k,j,inf}$	P	$A_{Ed} = \gamma_l A_{Ek}$	$\psi_{2,i} Q_{k,i}$

(*) For dimensjonerende ulykkessituasjon kan de øvrige variable laster regnes med sin tilnærmet permanente verdi.
 (**) Variable laster er de som er oppført i tabell A2.1 til A2.3.
 (***) For det enkelte prosjekt kan det være angitt spesielle dimensjonerende seismiske situasjoner. For jernbanebruer trenger kun ett spor regnes belastet, og det kan ses bort fra lastmodell SW/2.
 MERKNAD For alle ikke-seismiske laster settes $\gamma = 1,0$.

Lastkombinasjoner for beregning i bruddgrense (ULS)

Tabell NA.A.2.4(B)

Ligning 6.10 a: For hvor egenvekt er dominerende. Ingen forspenning, derfor $\gamma_p P = 0$

$$ULS_i = \gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} \cdot \Psi_{0,1} \cdot Q_{k,1} + \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

Lastkombinasjon 1:

$$ULS_1 = 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot 0,7 \cdot LM1 + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Lastkombinasjon 2:

$$ULS_2 = 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot 0,7 \cdot (LM1 + Bremselast) + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Lastkombinasjon 3:

$$ULS_3 = 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot 0,7 \cdot LM2 + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Ligning 6.10 b: For hvor variabel last er dominerende. Ingen forspenning, derfor $\gamma_p P = 0$

$$ULS_i = \xi \cdot \gamma_{G,j,sup} \cdot G_{k,j,sup} + \gamma_p P + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$$

Dominerende trafikklast:

Lastkombinasjon 4:

$$ULS_4 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot LM1 + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Lastkombinasjon 5:

$$ULS_5 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot (LM1 + Bremselast) + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Lastkombinasjon 6:

$$ULS_6 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,35 \cdot LM2 + 1,6 \cdot 0,7 \cdot V$$

Dominerende vindlast:

Lastkombinasjon 7:

$$ULS_7 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,6 \cdot V + 1,35 \cdot 0,7 \cdot LM1$$

Lastkombinasjon 8:

$$ULS_8 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,6 \cdot V + 1,35 \cdot 0,7 \cdot (LM1 + Bremselast)$$

Lastkombinasjon 9:

$$ULS_9 = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,6 \cdot V + 1,35 \cdot 0,7 \cdot LM2$$

Dominerende (negativ) vindlast uten trafikklast, lastkombinasjon 10:

$$ULS_{10} = 0,89 \cdot 1,35 \cdot G + 1,6 \cdot V$$

Lastkombinasjoner for beregning i bruddgrense med ulykkeslaster (ALS)

Ligning 6.11 a/b: Ingen forspenning, derfor $P = 0$

$$ALS_i = G_{k,j,sup} + P + A_d + \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$$

Lastkombinasjon 1:

$$ALS_1 = G + A_d + 0,5 \cdot LM1 + 0 \cdot V$$

Lastkombinasjon 2:

$$ALS_2 = G + A_d + 0,5 \cdot (LM1 + Bremselast) + 0 \cdot V$$

Lastkombinasjon 3:

$$ALS_3 = G + A_d + 0,5 \cdot LM2 + 0 \cdot V$$

Håndbok N400 pkt. 6.3.6 sier at «*Dersom det er avhengighet mellom ulykkeslasten og trafikklasten, settes $\psi_{2,i} = 0,5$ for trafikklast. $\psi_{2,i}$ settes lik 0,0 for øvrige variable laster*». Siden det er avhengighet mellom trafikklast og ulykkeslast så skal $\Psi_{2,i}$ for trafikklast settes lik 0,5 og $\Psi_{2,i}$ for øvrige variable laster settes lik 0,0.

Beregning i bruksgrense (SLS)

I følge håndbok N400 3.6.1 skal nedbøyning sjekkes med karakteristisk trafikklast alene og skal ikke overskride $l/350 = 10000/350 = 28,57$ mm. Videre står det at nedbøyning forårsaket av egenvekten til brukonstruksjonen skal kompenseres med overhøyde. Dette vil ikke bli gjort i denne masteroppgaven og derfor tas egenvekt med når det regnes på nedbøyning. Karakteristisk last for beregning i bruksgrense vil bli:

Lastkombinasjon 1:

$$SLS_1 = G_k + LM1$$

Lastkombinasjon 2:

$$SLS_2 = G_k + LM1 + Bremselast$$

Lastkombinasjon 3:

$$SLS_3 = G_k + LM2$$

Lastfaktorer							
ULS - Bruddgrense							
Dominerende last	Lastkombinasjon	Egenvekt	LM1	LM2	Bremselast	Vindlast	Ulykkeslast
Egenvekt	1	1,35	0,95	-	-	1,12	-
	2	1,35	0,95	-	0,95	1,12	-
	3	1,35	-	0,95	-	1,12	-
Trafikk	4	1,2	1,35	-	-	1,12	-
	5	1,2	1,35	-	1,35	1,12	-
	6	1,2	-	1,35	-	1,12	-
Vind	7	1,2	0,95	-	-	1,6	-
	8	1,2	0,95	-	0,95	1,6	-
	9	1,2	-	0,95	-	1,6	-
Oppløft fra vind	10	1,2	-	-	-	1,6	-
ALS - Ulykkeslast							
	1	1,0	0,5	-	-	0,0	1,0
	2	1,0	0,5	-	0,5	0,0	1,0
	3	1,0	-	0,5	-	0,0	1,0
SLS - Bruksgrense							
	1	1,0	1,0	-	-	-	-
	2	1,0	1,0	-	1,0	-	-
	3	1,0	-	1,0	-	-	-