

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC EN ABITIBI-TÉMISCAMINGUE

ÉCOLE DE GÉNIE

**CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE ET NUMÉRIQUE DU
COMPORTEMENT DES MEMBRANES NANOCOMPOSITES EN
SOUFFLAGE LIBRE**

MÉMOIRE

PRÉSENTÉ

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE

PAR

KHALED ZAAFRANE

AOÛT 2019



BIBLIOTHÈQUE

Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue
Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue

Mise en garde

La bibliothèque du Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue et de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue a obtenu l'autorisation de l'auteur de ce document afin de diffuser, dans un but non lucratif, une copie de son œuvre dans Depositum, site d'archives numériques, gratuit et accessible à tous.

L'auteur conserve néanmoins ses droits de propriété intellectuelle, dont son droit d'auteur, sur cette œuvre. Il est donc interdit de reproduire ou de publier en totalité ou en partie ce document sans l'autorisation de l'auteur.

Warning

The library of the Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue and the Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue obtained the permission of the author to use a copy of this document for non-profit purposes in order to put it in the open archives Depositum, which is free and accessible to all.

The author retains ownership of the copyright on this document. Neither the whole document, nor substantial extracts from it, may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes sentiments de gratitude à mon directeur de recherche, le professeur Fouad Erchiqui de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, de m'avoir accordé sa confiance tout au long de ce projet, pour la qualité de son encadrement et ses conseils avisés, sa disponibilité et sa sympathie.

Je remercie vivement Jessé Aumond-Beaupré, responsable des laboratoires à l'UQAT pour son aide précieuse pour l'aboutissement de ce travail.

Mes remerciements vont à tous mes amis pour tous les bons moments passés ensemble et qui par leur bonne humeur et leur soutien ont contribué à la réalisation de ce projet.

Finalement, je dédie ce modeste travail à ma famille pour leur amour, leur soutien tout au long de ces années. Qu'ils trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements.

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES	VII
RÉSUMÉ.....	VIII
ABSTRACT.....	VIII
LISTE DES SYMBOLES.....	X
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	XII
CHAPITRE 1.....	4
ÉTAT DE L'ART.....	4
1.1 Les matériaux nanocomposites.....	4
1.1.1 Du composite au nanocomposite thermoplastiques:	4
1.1.2 Les nanoparticules de Polyméthylsilsesquioxane	5
1.1.3 Procédés de mise en forme des composites.....	6
1.1.3.1 L'extrusion soufflage	6
1.1.3.2 Le thermoformage.....	6
1.2 Mécanique des milieux continus en grandes déformations.....	7
1.2.1 Tenseur gradient de déformation :.....	7
1.2.2 Mesures des déformations :.....	8
1.2.3 Les tenseurs des contraintes	9
1.3 Modélisation du comportement mécanique des polymères.....	11

1.3.1	Lois de comportement hyperélastiques	11
1.3.1.1	Modèle néo-hookéen.....	12
1.3.1.2	Modèle de Mooney-Rivlin.....	13
1.3.1.3	Modèle d'Ogden.....	13
1.3.2	Lois de comportement viscoélastiques.....	14
1.3.2.1	Le modèle de Lodge.....	15
1.3.2.2	Modèle de Christensen.....	16
1.4	Modélisation de la thermodépendance des lois de viscosité	17
1.4.1	Loi d'Arrhenius	17
1.4.2	Loi de William, Landel et Ferry (WLF).....	17
1.5	Caractérisation mécanique des thermoplastiques.....	18
1.5.1	Techniques expérimentales	18
1.5.2	Techniques d'identification des constantes matérielles en soufflage libre ..	20
1.5.2.1	Algorithme de Levenberg-Marquardt	22
1.5.2.2	Réseaux de neurones	22
1.6	Objectif et méthodologie de la recherche.....	24
CHAPITRE 2.....		26
FORMULATION THÉORIQUE DU PROBLÈME DE SOUFFLAGE BIAXIAL		
.....		26
2.1	Description et formulation mathématique du problème	26
2.1.1	Équations différentielles d'équilibre et conditions aux limites	30
2.1.2	Modèles de comportement hyperélastiques	33

CHAPITRE 3.....	38
ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROBLÈME DE SOUFFLAGE BIAXIAL DES MEMBRANES	38
3.1 Dispositif expérimental.....	39
3.1.1 Module de soufflage.....	40
3.1.2 Chambre environnementale.....	42
3.1.3 Système d'acquisition des données	43
3.2 Mesures expérimentales.....	44
3.2.1 Le déplacement au pôle de la membrane	44
3.2.2 La pression à l'intérieur de la bulle	45
3.2.3 Débit	46
3.3 Matériau de l'étude et déroulement de l'expérience.....	46
3.3.1 Matériau de l'étude.....	46
3.3.2 Déroulement de l'expérience.....	47
CHAPITRE 4.....	49
RÉSULTATS ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DES MODÈLES HYPERÉLASTIQUES	49
4.1 Résultats de l'étude expérimental du soufflage biaxial	49
4.2 Identification des paramètres des modèles hyperélastiques	52
4.2.1 Programme d'identification.....	52
4.2.2 Résultats de l'identification.....	55

CONCLUSION GÉNÉRALE	59
RÉFÉRENCES	61
ANNEXE A	68
ALGORITHME D'OPTIMISATION DE LEVENBERG-MARQUARDT	68
ANNEXE B	70
MISE EN PLAN DU MODULE DE SOUFFLAGE	70

LISTE DES FIGURES

FIGURE 1. 1 DÉFINITION DES EFFORTS INTERNES (CHARMETANT, 2011).....	10
FIGURE 1. 2 COURBE CARACTÉRISTIQUE DU FLUAGE	15
FIGURE 1. 3 COURBE CARACTÉRISTIQUE DE LA RELAXATION.....	15
FIGURE 1. 4 DIFFÉRENTS TYPES D’ESSAIS D’EXTENSION BIAXIALE : (A) EXTENSION BIAXIALE, (B) EXTENSION SOUFFLAGE D’UN CYLINDRE, (C) SOUFFLAGE D’UNE MEMBRANE PLANE (VERRON, 1997).....	19
FIGURE 2. 1 SOUFFLAGE D’UNE MEMBRANE AXISYMETRIQUE (VERRON, 1997).....	27
FIGURE 3. 1 MONTAGE EXPERIMENTAL DE SOUFFLAGE BIAXIAL.....	39
FIGURE 3. 2 MODULE DE SOUFFLAGE	41
FIGURE 3. 3 MODULE DE SOUFFLAGE CONÇU	42
FIGURE 3. 4 CHAMBRE ENVIRONNEMENTALE.....	43
FIGURE 3. 5 CAPTEUR DE DISTANCE.....	45
FIGURE 3. 6 CAPTEUR DE PRESSION.....	45
FIGURE 3. 7 LE DÉBITMÈTRE	46
FIGURE 4. 1 HAUTEUR MOYENNE EN FONCTION DU TEMPS.....	51
FIGURE 4. 2 PRESSION INTERNE MOYENNE EN FONCTION DU TEMPS.....	51
FIGURE 4. 3 PRINCIPE DU PROGRAMME D’IDENTIFICATION.....	54
FIGURE 4. 4 RÉSULTATS DE L’IDENTIFICATION (A) MODÈLE DE MOONEY-RIVLIN (B) MODÈLE D’OGDEN.....	57

RÉSUMÉ

Le développement des matériaux biocomposites, à base de fibres végétales, de renforts biocompatibles et de thermoplastiques, est en plein essor compte tenu de leurs propriétés mécaniques intéressantes ainsi que leur légèreté. Ces matériaux constituent une bonne alternative aux composites conventionnels. Dans le cadre de ce travail on s'intéresse au comportement en grandes déformations d'une membrane nanocomposite à base de PEHD (Polyéthylène à haute densité) comme matrice et de PMSQ (polyméthylsilsesquioxane) en renfort. Le but est de déterminer les constantes matérielles relatives au comportement hyperélastique de ces membranes en soufflage libre et au-dessus de leur température de transition vitreuse. Pour cela, nous considérons les modèles de comportement hyperélastiques de Mooney-Rivlin et d'Ogden.

L'identification des paramètres mécaniques est effectuée par une approche hybride qui combine des données expérimentales, des données numériques (issues de la modélisation par éléments finis) et l'utilisation d'un algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt au sens des moindres carrées.

Mots clés : hyperélastique, caractérisation biaxiale, nanocomposites, Ogden, Mooney-Rivlin, modélisation.

ABSTRACT

The development of biocomposite materials, based on vegetable fibers, biocompatible reinforcements and thermoplastics is increasing since it enhances the mechanical

performances and offers interesting properties, such as high surfaces areas and lightness. In fact, advanced nanocomposite materials represent a good alternative to conventional composites. In the present work, we are interested in the characterization of the mechanical behaviour of a nanocomposite membrane based on HDPE (High density polyethylene) and PMSQ (Polymethylsilsesquioxane), under biaxial deformations using the bubble inflation technique at a temperature above the vitreous transition temperature. Thereafter, hyperelastic Ogden and Mooney-Rivlin models are considered to define the constitutive models of flat circular nanocomposite membranes.

To determine the material constants embedded within the models, a hybrid approach is considered combining experimental data, numerical data (from finite element modelling) and the use of a modified Levenberg-Marquardt algorithm to minimize the difference between the calculated and measured inflation pressure.

Keywords: hyperelasticity, biaxial characterization, nanocomposite, Ogden, Mooney-Rivlin, modellization.

LISTE DES SYMBOLES

$\underline{\underline{F}}$	Tenseur gradient de déformation
$\underline{\underline{U}}, \underline{\underline{V}}$	Tenseurs de déformation pures droit et gauche
$\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{B}}$	Tenseurs des dilatations de Cauchy-Green droit et gauche
$\underline{\underline{E}}, \underline{\underline{A}}$	Tenseurs des déformations de Green-Lagrange et d'Euler- Almansi
I_1, I_2, I_3	Invariants des tenseurs des dilatations
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Extensions principales
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\underline{\underline{S}}$	Second tenseur de Piola-Kirchhoff
W	Énergie de déformation
K	Constante de Boltzmann
C_1, C_2	Constantes du modèle de Mooney-Rivlin
μ_n, α_n	Constantes du modèle d'Ogden
$P_e(t_i)$	Pression mesurée au temps t_i
$P_c(t_i)$	Pression calculée au temps t_i
h_e	Hauteur mesurée
E	Erreur au sens des moindres carrées
R	Rayon de la membrane non déformée
r, z	Coordonnées d'un point de la membrane déformée

h	Hauteur de la membrane déformée
λ_1	Extension méridienne
λ_2	Extension circonférentielle
λ_3	Extension normale
ρ_1, ρ_2	Rayons de courbure dans la direction méridienne et circonférentielle
T_1, T_2	Contraintes principales dans la direction méridienne et circonférentielle
P	Pression de soufflage de la bulle
θ	Angle de repérage de la membrane axisymétrique
$.$ *	Variables réduites
A_1, A_2, A_3	Fonctions intervenant lors du soufflage hyperélastique
HDPE	Polyéthylène à haute densité
PMSQ	Polyméthylsilsesquioxane

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les exigences environnementales croissantes, ont incité les industriels et les chercheurs à trouver des nouveaux matériaux plus respectueux de l'environnement et recyclables. Dans cette perspective, les travaux sont orientés vers l'élaboration de nouveaux matériaux biocompatibles et plus performants possédant de bonnes propriétés mécaniques et physiques avec un faible coût de production. Parmi ces matériaux, on trouve les biocomposites et nanocomposites à renforts végétaux ou synthétiques pouvant substituer les renforts de hautes performances usuels telles que les fibres de verre ou les fibres de carbone.

Cependant, pour des applications en plasturgie de ces nouveaux matériaux, la détermination préalable, d'une part, du comportement thermomécanique de ces matériaux et, d'autre part, leur thermoformabilité est cruciale pour réussir leur mise en forme (thermoformage, injection, extrusion, etc.). En effet, les polymères se caractérisent majoritairement par un comportement qui dépend généralement de plusieurs facteurs comme la température, l'historique des déformations subie par le matériau, le procédé de transformation utilisé, les conditions opératoires, etc. La variation de l'un de ces facteurs aura des conséquences sur le produit final décelant à la fois la complexité et tout l'intérêt des études menées dans ce sens.

Les essais de caractérisation des matériaux plastiques (essais – erreurs), représentent ainsi une charge financière supplémentaire, mais inévitable pour les industriels. Afin de pallier cette problématique, on peut faire recours à la simulation numérique pour l'analyse virtuelle d'un produit avant sa fabrication. En effet, cette approche permet de modéliser et améliorer le processus de fabrication des produits avec les moindres dépenses possibles. La modélisation et la simulation numérique exigent tout de même des bonnes connaissances du comportement des matériaux utilisés.

Plusieurs recherches ont été menées dans ce sens, et une panoplie de techniques de caractérisation mécanique a été mise en place. À titre d'exemple, on peut mentionner la technique d'extension plane biaxiale développée par Meissner et al (Meissner et al., 1981), l'extension soufflage simultanée d'un cylindre mince (Benjeddou et al., 1993) ou encore le soufflage libre (Erchiqui et al., 2001). La technique pour laquelle on a opté afin de caractériser le comportement mécanique de notre matériau nanocomposite lors de cette étude, est celle du soufflage libre des membranes. Cette technique permet de reproduire les sollicitations subies par le matériau lors de sa mise en œuvre notamment par le procédé de thermoformage et de soufflage.

Les résultats expérimentaux qui découlent de ces essais (déformation biaxiale, température, pression) nous permettent l'accès aux données relatives aux étirements et aux contraintes induits dans les membranes composites. Ensuite, en utilisant des outils de modélisation et d'optimisation appropriés, on peut déterminer les paramètres mécaniques non linéaires associés à un modèle de comportement choisi.

Les modèles de comportement mécanique qu'on a retenus pour cette étude sont les modèles hyperélastiques de Mooney-Rivlin et le modèle d'Ogden. Ces modèles ont été validés lors de plusieurs études sur la caractérisation des matériaux thermoplastiques (Erchiqui et al., 2001; Li et al., 2001; Verron et al., 1999).

Ainsi, la connaissance du comportement thermomécanique du matériau en réponse aux différentes sollicitations (pression, cisaillement, température...) auxquelles il sera assujéti lors de sa mise en forme nous permet, par l'entremise de la modélisation, de pallier les défauts potentiels sur le produit final.

Dans cette optique, le premier chapitre consiste à une introduction succincte aux matériaux composites et nanocomposites. Ensuite, on abordera quelques notions de la mécanique des milieux continus et on passera en revue quelques modèles de comportements hyperélastiques et viscoélastiques couramment employés pour la

modélisation du comportement mécanique des thermoplastiques. A la fin du chapitre, on décrit la technique de soufflage libre des membranes et les différentes approches d'identification des paramètres mécaniques du matériau.

Le chapitre 2 est consacré à la modélisation mathématique du problème de soufflage biaxial. On détaille la démarche poursuivie pour écrire les équations d'équilibre qui régissent l'équilibre de la membrane en régime quasi statique. On présente également l'expression des contraintes tangentielles en fonction des elongations principales pour les modèles hyperélastiques de Mooney-Rivlin et d'Ogden, adoptés pour cette étude.

Le chapitre 3 sera consacré à la description du dispositif expérimental permettant l'acquisition des données nécessaires pour la modélisation et pour l'identification des constantes matérielles de chaque modèle étudié. Les différents composants du dispositif seront décrits. Les conditions expérimentales seront également abordées.

Finalement, dans le dernier chapitre, on présentera les résultats expérimentaux obtenus à la suite des différents essais de soufflage des membranes nanocomposites étudiées. Les résultats de l'identification et l'approche adoptée pour la simulation numérique seront abordés. La pertinence de ces résultats sera discutée.

CHAPITRE 1

ÉTAT DE L'ART

1.1 Les matériaux nanocomposites

1.1.1 Du composite au nanocomposite thermoplastiques:

Un matériau composite est un matériau constitué au moins de deux phases immiscibles, ayant des propriétés différentes, dans le but de former un matériau de performances supérieures aux composants pris individuellement. La phase majoritaire d'un composite est appelée matrice, et son rôle est d'assurer la cohésion du matériau et la transmission des contraintes vers les renforts qui confèrent essentiellement des caractéristiques mécaniques (rigidité, résistance à la rupture...) au composite. Les matrices sont souvent formées par des polymères. Les propriétés du composite dépendront essentiellement de la qualité de l'adhésion interfaciale entre les renforts et la matrice (Marceau, 2003).

Par ailleurs, les exigences incessantes des industries automobiles et aéronautiques, constamment à la recherche de nouveaux matériaux plus performants et multifonctionnels, ont incité les chercheurs à explorer le domaine des nanomatériaux. Ainsi, l'incorporation de renforts de taille nanométrique dans une matrice polymère a conduit à l'apparition d'une nouvelle gamme de matériaux, dite les nanocomposites. Du point de vue performances techniques, ces matériaux dépassent largement les composites conventionnels grâce aux propriétés mécaniques, thermiques et électriques qu'ils acquièrent moyennant de très faibles pourcentages de charges (Loiseau, 2006). Ce qui explique l'intérêt à ces matériaux afin d'exploiter les apports qu'ils peuvent conférer grâce à leurs structures à savoir leur surface spécifique importante qui entraîne

des interactions à toutes les échelles du matériau. Ces interactions jouent un rôle prépondérant sur le comportement global macroscopique du matériau.

En réalité, les renforts dispersés dans la matrice, peuvent avoir différentes morphologies, plus précisément ils peuvent être distingués suivant le nombre de leur dimension nanométrique. Ainsi, on trouve trois différentes classes de renforts les nanoparticules, les nanofibres et les feuillets (les argiles) (Ambid, 2007).

1.1.2 Les nanoparticules de Polyméthylsilsesquioxane

Le polyméthylsilsesquioxane (PMSQ) est un polymère hybride organique-inorganique, généralement synthétisé par l'hydrolyse et la condensation du précurseur méthyltriméthoxysilane (MTMS) (Xiang et al., 2011). En effet, les composés dérivés du silsesquioxane se prévalent des renforts usuels largement incorporés dans les composites, compte tenu de leurs structures attrayantes (organique-inorganique). La composante inorganique, c'est-à-dire le réseau de silice, stabilise le matériau, quant à la composante organique réagit avec la matrice polymérique renforçant ainsi la structure (Baatti et al., 2017). Ces matériaux sont convoités pour leurs biocompatibilité, stabilité chimique et non toxicité (Xiang et al., 2011). En outre, le PMSQ se caractérise par sa faible dégradation massique à des hautes températures (Ma et al., 2002). Baatti et al (Baatti et al., 2017), ont obtenu des nanoparticules de PMSQ de diamètre moyen variant entre 15 et 20 nanomètres et ont démontré que même après exposition à des hautes températures (300°C) et pour une longue durée (une heure), les nanoparticules n'ont pas subi des pertes de masse.

Ce qui explique l'intérêt croissant sur le potentiel de ce type de matériau, en recherche fondamentale et appliquée, pour des applications industrielles (Baatti et al., 2017).

1.1.3 Procédés de mise en forme des composites

Nombreux sont les procédés de mise en forme des pièces en plasturgie. À titre d'exemple, on peut citer l'injection, le thermoformage et le soufflage. Avec l'émergence des produits en composites, ces procédés ont été adaptés pour la transformation de ces nouveaux matériaux en intégrant des nouvelles fonctionnalités ou des nouveaux accessoires (Tazi, 2015).

La mise en forme des thermoplastiques et des composites est très complexe et nécessite la maîtrise simultanée de plusieurs paramètres. On se focalisera dans cette partie sur les procédés du thermoformage et de l'extrusion soufflage. Ces procédés ont pratiquement le même principe. Il s'agit de mouler une feuille mince ou une paraison suffisamment ramollie par injection de l'air sous pression.

1.1.3.1 L'extrusion soufflage

L'extrusion est un procédé de mise en forme qui consiste à transformer la matière plastique, sous forme de poudre ou de granulés, dans un système vis/fourreau appelé extrudeuse. La matière introduite dans le fourreau est plastifiée, mélangée et homogénéisée puis extrudée généralement sous forme de profilé pour obtenir une paraison. Cette dernière, encore chaude est coupée puis confinée dans un moule. On injecte alors de l'air dans le moule pour faire épouser au tube la forme de l'empreinte du moule. Le démoulage est effectué suite à la rigidification et le refroidissement du produit.

Ce procédé est utilisé pour fabriquer des corps creux dont les volumes et les formes sont assez variables.

1.1.3.2 Le thermoformage

Ce procédé consiste à chauffer une structure en composite ou en thermoplastique, généralement, par rayonnement infrarouge jusqu'à sa plage de thermoformabilité,

c'est-à-dire l'intervalle de température situé entre la température de transition vitreuse et la température de fusion du matériau. Par la suite, on fait le formage à l'aide d'un moule et l'application d'une pression d'air qui force la structure à épouser les formes de l'empreinte. Enfin, dans le thermoformage sous vide, l'air est aspiré et la pièce est obtenue suite à son refroidissement.

Le facteur température est crucial dans ce procédé. Une température assez basse complique la mise en forme puisque le matériau est encore rigide, et inversement, à des hautes températures on risque l'écoulement sous l'effet de la gravité (Hamani, 2016). Il est dès lors, souhaitable d'atteindre une température uniformément répartie sur toute la surface de la feuille thermoplastique sans pour autant altérer les propriétés du matériau.

1.2 Mécanique des milieux continus en grandes déformations

L'établissement des lois de comportements des matériaux dans le cas de grandes déformations requiert la description des mouvements dans un milieu continu avec des hypothèses adéquates à ce milieu, différentes à celles tenues en compte dans le cadre de petites déformations.

En ce qui suit, on se propose de présenter brièvement les grandeurs de base auxquelles on fera recours dans le cadre de cette étude. Il est à mentionner que la description des grandeurs par rapport à la configuration initiale non déformée est dite lagrangienne. Quant à la description des grandeurs par rapport à la configuration déformée ou actuelle est dite eulérienne (Meo, 2000).

1.2.1 Tenseur gradient de déformation :

Le tenseur gradient de déformation noté \underline{F} présente une description locale de la transformation d'un corps. Il relie la position relative de deux particules, appartenant

au milieu continu, voisines avant et après déformation (Chaouki, 2011). Il est exprimé par :

$$d\underline{x} = \underline{F} d\underline{X} \quad (1. 1)$$

Avec $d\underline{x}$ est un vecteur de la configuration actuelle déformée et $d\underline{X}$ est le vecteur élémentaire de la configuration de référence.

1.2.2 Mesures des déformations :

Les transformations du milieu sont décrites par le tenseur gradient de déformation. Ces déformations peuvent être interprétées comme étant la combinaison des mesures des rotations du corps rigide et des dilatations de la matière. Ce constat nous permet d'introduire le théorème de décomposition polaire du gradient de déformation (Ahmad, 2013; Chaouki, 2011).

$$\underline{F} = \underline{R} * \underline{U} = \underline{V} * \underline{R} \quad (1. 2)$$

Où \underline{R} est un tenseur de rotation et \underline{U} , \underline{V} sont respectivement des tenseurs symétriques définis positifs et appelés respectivement tenseurs de déformation pures droit et gauche.

Ce théorème nous permet de définir alors les deux tenseurs de dilatation suivant :

- Le tenseur de Cauchy-Green droit qui permet de mesurer les élongations des vecteurs autour d'un point, relatifs à la configuration de référence; c'est un tenseur Lagrangien. Son expression est la suivante :

$$\underline{C} = \underline{F}^T * \underline{F} = \underline{U}^2 \quad (1. 3)$$

- De même que le tenseur de Cauchy-Green droit et en vertu de la décomposition polaire, le tenseur de Cauchy-Green gauche est un tenseur eulérien qui s'écrit en fonction du tenseur de dilatation V sous cette forme :

$$\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{F}} * \underline{\underline{F}}^T = \underline{\underline{V}}^2 \quad (1.4)$$

D'une autre part, la variation du produit scalaire entre deux vecteurs de la configuration initiale et la configuration déformée, introduit quant à elle le tenseur de Green-Lagrange qui mesure la variation de la longueur d'un segment matériel au cours de son mouvement.

$$\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{C}} - I) \quad (1.5)$$

Avec I est la matrice identité.

Dans le cas de petites déformations, ce tenseur est l'équivalent du tenseur des déformations linéaires ε (Charmetant, 2011).

L'équivalent de ce tenseur dans la description eulérienne n'est autre que le tenseur d'Euler-Almansi qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{A}} = \frac{1}{2}(I - \underline{\underline{B}}) \quad (1.6)$$

Finalement, les invariants des deux tenseurs de Cauchy-Green droit et gauche peuvent être exprimés en fonction des élongations principales sous cette forme :

$$I_1 = tr(\underline{\underline{C}}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (1.7)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \left[(tr(\underline{\underline{C}}))^2 - tr(\underline{\underline{C}}^2) \right] = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \quad (1.8)$$

$$I_3 = det(\underline{\underline{C}}) = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (1.9)$$

1.2.3 Les tenseurs des contraintes

L'objectif d'une loi de comportement consiste à relier à un instant t donné, le tenseur des contraintes au tenseur des déformations dans tous les points du solide.

On considère une force $d\underline{f}$ s'exerçant sur un élément de surface infinitésimal ds de vecteur normal \underline{n} situé à la frontière entre les deux sous domaine (avant et après transformation) présentés dans la figure ci-dessous. L'équilibre de ces deux sous domaine suggère l'existence des forces internes à la frontière (Ahmad, 2013). Ces efforts internes de cohésion sont caractérisés par le vecteur de contraintes, dépendant linéairement de \underline{n} et défini localement par :

$$\underline{t} = \frac{d\underline{f}}{ds} \quad (1. 10)$$

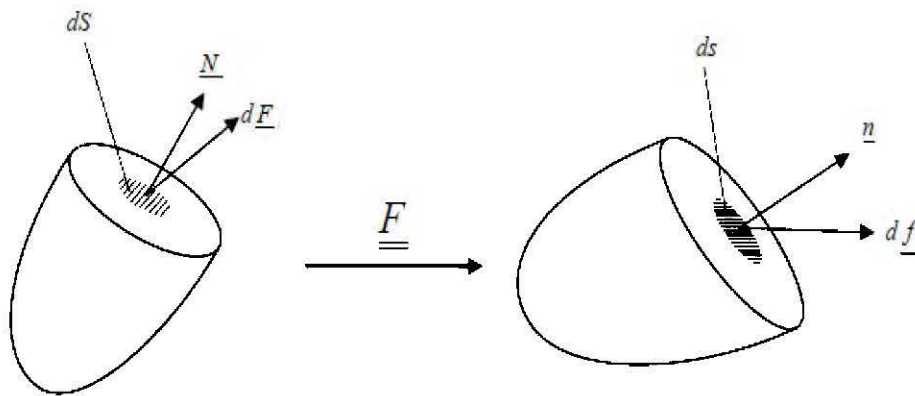


Figure 1. 1 Définition des efforts internes (Charmetant, 2011)

Il existe alors un tenseur symétrique, eulérien d'ordre deux et permettant l'obtention du vecteur contrainte dans la configuration déformée en fonction de la normale, appelé le tenseur de contraintes de Cauchy et défini par :

$$\underline{t} = \underline{\underline{\sigma}}^* \underline{n} \quad (1. 11)$$

L'effort exercé sur la surface élémentaire s'écrit comme suit :

$$d\underline{f} = \underline{\underline{\sigma}}^* \underline{n}^* ds \quad (1. 12)$$

Dans une configuration Lagrangienne, on définit le second tenseur de Piola-Kirchhoff. L'effort interne est dans ce cas exprimé par :

$$d\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{S}}^* \underline{\underline{N}}^* dS \quad (1. 13)$$

Le second tenseur de Piola-Kirchhoff n'a pas de sens physique et il ne décrit pas les efforts réels. Il peut être écrit comme suit :

$$\underline{\underline{S}} = J \underline{\underline{F}}^{-1} \underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{F}}^{-t} \quad (1. 14)$$

Avec $J = \det(\underline{\underline{F}})$

1.3 Modélisation du comportement mécanique des polymères

Contrairement aux matériaux métalliques, la relation contrainte-déformation dans le cas des matériaux thermoplastiques est, de loin, plus complexe. Cette dualité dépend de plusieurs facteurs tels que la structure du polymère (amorphe, semi-cristallin, caoutchouc), le temps, la température, la vitesse de déformation... Il est dès lors, inapproprié de trouver une seule relation contrainte-déformation qui reproduit fidèlement le comportement des matériaux polymères à la suite de l'application des sollicitations mécaniques.

En ce qui suit, un aperçu succinct des modèles de comportement mécanique hyperélastiques et viscoélastiques fréquemment utilisés pour la modélisation du comportement des thermoplastiques.

1.3.1 Lois de comportement hyperélastiques

Un matériau hyperélastique est un matériau non dissipatif dont l'état de contrainte à un instant donné dépend seulement de l'état actuel des déformations du matériau, c'est-à-dire que de la déformation $\underline{\underline{F}}$.

Pour établir la loi de comportement d'un matériau hyperélastique, il faut déterminer la fonction scalaire de l'énergie de déformation (W), caractéristique de ce type de matériau, et qui dépend de l'état de déformation (Beatty, 1987). En effet, la contrainte de Cauchy s'exprime en fonction de la variation de la densité de l'énergie de déformation par rapport à la déformation de Green-Lagrange comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{E}}} \quad (1. 15)$$

Dans la littérature, la fonction densité de l'énergie de déformation W s'écrit sous différentes formes (Green et al., 1992). La difficulté de la formulation de ce type de modèle réside dans la détermination de celle à adopter de manière à ce qu'elle puisse évaluer les contraintes et ce compte tenu de larges déformations du polymère (Marckmann, 2004; Tazi, 2015).

Ces modèles de comportement sont généralement utilisés pour décrire le comportement des élastomères compte tenu de leurs larges déformations (Marckmann et al., 2002). À ce titre, il est opportun de souligner que plusieurs chercheurs ont fait recours à ces modèles pour décrire le comportement mécanique des matériaux polymères amorphes (Champin, 2007).

Dans ce qui suit, on va s'intéresser aux modèles hyperélastiques de type Néo-hookéen, Mooney-Rivlin et d'Ogden.

1.3.1.1 Modèle néo-hookéen

Le modèle Néo-hookéen est un modèle statistique. En effet, la forme de la densité d'énergie est exprimée par une approche statistique gaussienne de conformation des chaînes du réseau.

La fonction d'énergie s'écrit comme suit :

$$W = \frac{1}{2}nkT(I_1 - 3) \quad (1. 16)$$

Avec n est le nombre moyen de chaînes par unité de volume, k est la constante de Boltzmann et T la température absolue.

Dans ce cas on démontre que $\frac{\partial W}{\partial I_2} = 0$, d'où l'explication de la limitation de ce modèle aux petites déformations.

1.3.1.2 *Modèle de Mooney-Rivlin*

Ce modèle, tout comme le modèle d'Ogden sont deux modèles phénoménologique; il permet la modélisation du comportement global macroscopique à partir de la combinaison des approches mathématiques et des résultats expérimentaux.

Mooney et Rivlin (Mooney, 1940) ont exprimé l'énergie de déformation du matériau en fonction des invariants du tenseur de déformation de Cauchy-Green. L'expression de leur modèle pour un matériau incompressible et isotrope est la suivante :

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (1. 17)$$

Avec C_1 et C_2 les constantes matérielles du modèle et I_1 , I_2 les invariants du tenseur de Cauchy-Green.

1.3.1.3 *Modèle d'Ogden*

Ogden (Ogden, 1972) a exprimé l'énergie de déformation en fonction des élongations principales λ_1 , λ_2 et λ_3 . Ce modèle est largement utilisé pour modéliser les comportements des matériaux en grandes déformations hyperélastiques (Kim et al., 2012). Il propose W sous forme d'une série :

$$W = \sum_{n=1}^m \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (1. 18)$$

Où μ_n et α_n sont les constantes matérielles du modèle.

Bien que l'utilisation de modèle d'Ogden à deux termes est capable de décrire le comportement des matériaux (DeLorenzi et al., 1991), il est plus judicieux de faire recours à un modèle à trois termes pour avoir une meilleure simulation (Farid et al., 2017; Marckmann, 2004).

1.3.2 Lois de comportement viscoélastiques

Un matériau de comportement viscoélastique, est un matériau dont la réponse à une contrainte donnée dépend de l'histoire de transformation qu'il a subie pour avoir sa structure actuelle. En effet, la majorité des polymères se caractérisent par ce type de comportement. Lors de leur mise en œuvre, ils subissent des déformations drastiques. Ces dernières sont permanentes car il y a dissipation de l'énergie compte tenu du caractère visqueux de ces matériaux.

Pour appréhender le comportement différé des matériaux viscoélastiques, on fait recours à deux types d'expériences fondamentales; le fluage et la relaxation.

Le premier, consiste à appliquer une contrainte constante. La déformation du matériau à cette sollicitation augmente dans le temps. En effet, une déformation retardée s'ajoute à la déformation élastique instantanée. La Figure 1.2 illustre ce phénomène.

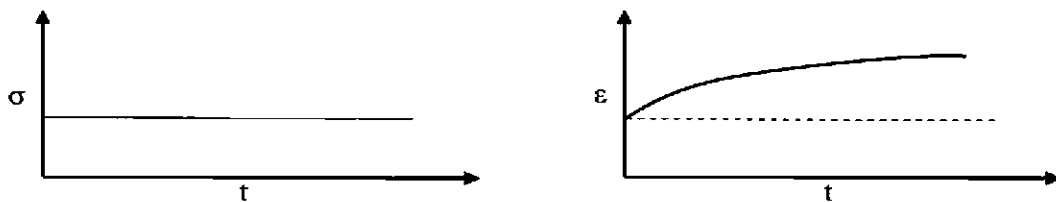


Figure 1. 2 Courbe caractéristique du fluage

L'essai de relaxation consiste, quant à lui, à appliquer un échelon de déformation. La contrainte diminue en fonction du temps pour atteindre une valeur de contrainte dont la phase élastique du matériau est responsable (Figure 1.3).

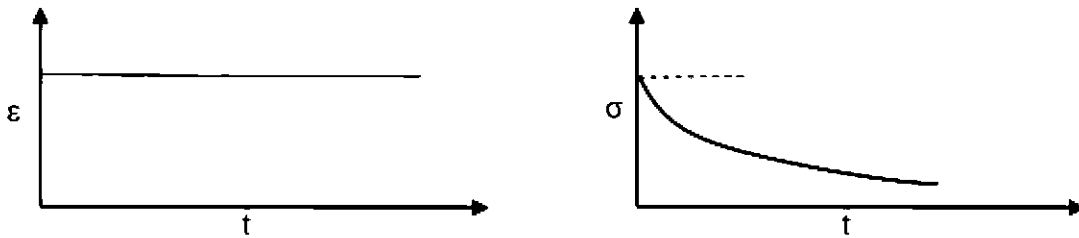


Figure 1. 3 Courbe caractéristique de la relaxation

La modélisation du comportement viscoélastique est sujette à des études variées, notamment dans le domaine non linéaire. Thevenon (Thevenon, 2012) présente une étude bibliographique détaillée des différents modèles existants.

On présentera, ci-dessous le modèle de Lodge et le modèle de Christensen. Ces deux modèles sont utilisés pour la modélisation du comportement viscoélastique des thermoplastiques dans le domaine non linéaire.

1.3.2.1 Le modèle de Lodge

L'expression du modèle de Lodge (Lodge, 1964) relie le tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$, au temps t , à l'histoire du tenseur de déformation de Finger $\underline{\underline{c}}^{-1}$ par :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{ij}(t) = -p\delta_{ij} + \int_0^t m(t-\tau) \frac{\partial \underline{\underline{c}}_{ij}^{-1}(\tau, t)}{\partial \tau} d\tau \quad (1. 19)$$

Avec p est la pression hydrostatique, $m(t, \tau)$ est la fonction mémoire donné par le spectre de relaxation de Maxwell :

$$m(t, \tau) = \sum_k g_k \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_k}\right) \quad (1. 20)$$

Où g_k et τ_k sont respectivement les modules de rigidité et le module de relaxation.

Ce modèle reproduit le comportement viscoélastique des matériaux polymères à l'état fondu (Erchiqui, Gakwaya, et al., 2005). Il a été utilisé par Erchiqui (Erchiqui, 2008) pour modéliser le comportement de HDPE lors de son thermoformage à une température supérieure à sa température de transition vitreuse.

1.3.2.2 Modèle de Christensen

Christensen (Christensen, 1980) a proposé ce modèle pour décrire le comportement viscoélastique des matériaux homogènes, isotropes et incompressibles soumis à des conditions isothermes avec des températures largement supérieures à la température de transition vitreuse (Verron, 1997).

L'expression du modèle relie le deuxième tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ au tenseur gradient de déformations de Lagrange $\underline{\underline{E}}$ par :

$$\underline{\underline{S}}(t) = p(t)\underline{\underline{C}}^{-1} + g_0\underline{\underline{I}} + \frac{1}{2} \int_0^t g_1(t-\tau) \frac{\partial \underline{\underline{E}}(\tau, t)}{\partial \tau} d\tau \quad (1. 21)$$

Avec g_0 est le module hyperélastique et g_1 la fonction de relaxation du matériau exprimée par :

$$g_1 = \sum_k C_k \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_k}\right) \quad (1. 22)$$

Où C_k est le module de rigidité.

Il est à noter que la dépendance de ces modèles de la température peut être modélisée par l'une des deux lois largement connues, Arrhénius ou William, Landel et Ferry (WLF) (Williams et al., 1955).

1.4 Modélisation de la thermodépendance des lois de viscosité

L'effet de la température sur la viscosité du matériau étudié est pris en compte lors de la modélisation par le biais de facteur de glissement a_t implémenté dans les lois de comportements usités pour l'étude.

1.4.1 Loi d'Arrhenius

Cette loi (Bird et al., 1987) se conforme à la modélisation des polymères semi-cristallins (Thevenon, 2012). Elle est généralement utilisée pour des températures qui dépassent la température de fusion du matériau. Le but est de déterminer le facteur de glissement a_t pour modéliser les effets de la température sur les propriétés viscoélastiques du matériau étudié (Tazi, 2015). Son expression est la suivante :

$$a_t = K \exp\left(-\frac{E_a}{R(T - T_0)}\right) \quad (1. 23)$$

Avec E_a est l'énergie d'activation, précisément, l'énergie nécessaire pour déclencher le mouvement des chaînes macromoléculaires à des températures largement supérieures à la température de la transition vitreuse du matériau. Cette énergie est exprimée en KJ/mole.

1.4.2 Loi de William, Landel et Ferry (WLF)

Cette loi (Bird et al., 1987) concerne les polymères amorphes pour des températures comprises entre la température de transition vitreuse T_g et T_g+100K .

Son expression est la suivante (Ferry et al., 1980) :

$$\ln(a_t) = -C_1 \frac{T - T_0}{C_2 + T - T_0} \quad (1. 24)$$

Les coefficients C_1 et C_2 sont déterminés par des essais expérimentaux par rapport à la température de référence T_0 qui est, habituellement, considérée égale à la T_g .

1.5 Caractérisation mécanique des thermoplastiques

La simulation des procédés de mise en forme implique la détermination des constantes matérielles relatives au modèle du comportement mécanique du matériau. Par conséquent, le choix du modèle constitutif que ce soit viscoélastique ou hyper-élastique est crucial afin de réussir la modélisation et la simulation du comportement du matériau lors du procédé de sa mise en forme ultérieurement.

Plusieurs techniques expérimentales ont été développées pour caractériser la déformation des membranes thermoplastiques et composites. Force est de constater que dans la littérature, presque toutes les approches employées pour la mesure de ces paramètres, se basent sur une approche hybride qui comporte trois volets essentiels ; l'expérimentation, la modélisation et l'optimisation.

1.5.1 Techniques expérimentales

Les essais expérimentaux se divisent en deux catégories; Les essais faisant intervenir de faibles amplitudes, et les essais en grandes déformations.

Dans le cas de petites déformations, les chercheurs utilisent majoritairement les techniques du cisaillement oscillatoire (Tazi et al., 2014) ou de traction uniaxiale (Martinez et al., 2011) pour déterminer les constantes matérielles du modèle utilisé. Par exemple, dans le cas du cisaillement oscillatoire, plusieurs études ont fait recours à des essais de rhéométrie pour réaliser des balayages en fréquence permettant de suivre l'évolution des propriétés rhéologiques nécessaire pour l'identification des constantes structurelles du modèle choisi, à savoir les modules élastique G' et de perte G'' ainsi que la viscosité dynamique (Erchiqui et al., 2009; Godard et al., 2009; Tazi et al., 2014).

Cependant dans le deuxième cas, celui où on implique de grandes déformations, Treloar (Treloar, 1944) a été pionnier en proposant différentes méthodes expérimentales pour étudier le comportement non linéaires des élastomères.

On peut distinguer trois types d'essais pour obtenir un état de déformation biaxiale (Figure 1.4).

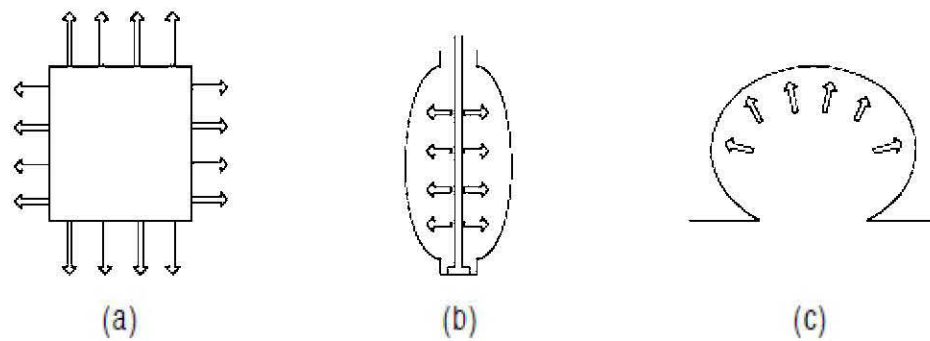


Figure 1. 4 Différents types d'essais d'extension biaxiale : (a) extension biaxiale, (b) extension soufflage d'un cylindre, (c) soufflage d'une membrane plane (Verron, 1997)

- Extension biaxiale (Meissner et al., 1981) il s'agit de tirer la membrane dans deux directions. Ce type d'essais est difficile à mettre en place et a été rarement employé pour caractériser le comportement mécanique des polymères.
- Les essais d'extension soufflage qui consistent à étirer, dans la direction de la hauteur, et insuffler de l'air simultanément dans un cylindre de faible épaisseur. Benjeddou et al (Benjeddou et al., 1993) ont réalisé des essais afin de déterminer les

constantes matérielles de la loi hyper-élastique d'Ogden dans le cas de quatre matériaux en caoutchouc d'origines différentes.

- La technique la plus répandue est celle du soufflage des membranes planes. Cette expérience consiste à injecter un débit d'air constant dans une membrane initialement plane préalablement chauffée à une température située au-dessus de la température de la transition vitreuse du matériau. Les données telles que la température, la hauteur et la pression sont enregistrées avec un système d'acquisition de données, et sont ultérieurement exploitées pour la modélisation et l'identification des paramètres régissant le modèle du comportement étudié (Erchiqui et al., 2010; Verron et al., 2001).

1.5.2 Techniques d'identification des constantes matérielles en soufflage libre

L'approche adoptée pour traiter les problèmes de soufflage libre des membranes, est dans la majorité des cas, une approche quasi-statique qui ne tient pas en compte l'effet de l'inertie de la membrane (DeLorenzi et al., 1991; Erchiqui et al., 2010). Cependant, d'autres études ont traité le problème du soufflage libre d'un point de vue dynamique (Verron et al., 1999). En l'occurrence, une résolution numérique par éléments fins dépend largement du choix du pas de temps, compte tenu des instabilités et des fortes non linéarité mécaniques et géométriques générées sous l'effet du soufflage (Erchiqui et al., 2001).

L'identification des constantes matérielles du modèle de comportement choisi, se divise en deux étapes : La première consiste à résoudre les équations analytiques d'équilibre moyennant une approche numérique adéquate en grandes déformations. La deuxième étape associe l'algorithme de résolution adopté à un algorithme d'optimisation pour minimiser l'écart entre les valeurs expérimentales et celles calculées et ainsi, déterminer les constantes optimales du modèle.

La méthode des différences finies à pas variables et à corrections différées (Dennis et al., 1983) est généralement employée pour la résolution des équations différentielles

gouvernant l'équilibre de la membrane (Feng, 1992). Cette approche a été validée par plusieurs recherches et elle est valable aussi bien pour les modèles hyperélastiques de type Mooney Rivlin et Ogden, que pour les modèles viscoélastiques de Lodge ou Christensen (Erchiqui etGakwaya, 2005; Erchiqui et al., 2010).

La modélisation numérique du soufflage des membranes implique généralement une ou plusieurs données issues de la modélisation expérimentale (hauteur, pression interne de la bulle, temps). Toutefois, il existe des valeurs critiques (pression, hauteur et/ou temps) pour lesquelles la modélisation numérique en quasi statique ou en dynamique entraîne des instabilités numériques. Dans le cas de soufflage quasi-statique, il s'est avéré avec le modèle proposé dans (Erchiqui et al., 2010) que l'utilisation de la hauteur expérimentale (h_e) permet avec un choix judicieux des paramètres mécaniques, de calculer la pression théorique (P_c) compatible aux déformations. Cette approche nous permet ainsi de construire point par point la courbe théorique de la variation des pressions calculées en fonction des déformations mesurées (Erchiqui et al., 2010; Verron, 1997).

Dès lors, intervient la dernière étape de l'identification des paramètres du modèle du comportement qui est l'optimisation. En effet, cela consiste à combiner l'algorithme de résolution des équations de l'équilibre de la membrane avec un algorithme d'optimisation afin de réduire l'écart entre les valeurs expérimentales mesurées et les valeurs théoriques obtenues, et par conséquent déterminer les constantes matérielles adéquates pour le modèle mécanique incorporé.

Plusieurs méthodes d'identification des lois de comportements existent. Marckmann a développé une bibliographie détaillée de ces techniques (Marckmann, 2004). Celles qui sont couramment utilisées pour le traitement des problèmes de soufflage libre des membranes, sont l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec évaluation du jacobien (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963) et la méthode des réseaux de neurones (Haykin, 1994). Cette dernière a été utilisé pour l'identification des paramètres mécaniques des

thermoplastiques dans le cas des grandes déformation (Erchiqui et al., 2006; Erchiqui et al., 2011).

1.5.2.1 Algorithme de Levenberg-Marquardt

Pour la première méthode, en l'occurrence l'algorithme de Levenberg Marquardt au sens des moindres carrées, l'identification des paramètres structuraux optimaux du modèle de comportement étudié, revient à minimiser l'erreur globale entre les courbes théoriques représentant $P_c = f(h_e)$ et expérimentale $P_e = f(h_e)$. La fonction objective à minimiser pour réduire l'erreur globale est la suivante :

$$E = \sum_{i=1}^{n_{\text{exp}}} [P_e(t_i) - P_c(t_i)]^2 \quad (1. 25)$$

Cet algorithme a déjà été utilisé dans plusieurs études. On peut se référer aux travaux de Erchiqui et al (Erchiqui et al., 2001) , qui ont déterminé les constantes matérielles relatives aux modèles de comportements hyperélastique de type Mooney Rivlin et Ogden, mais aussi visocélastique de type Lodge et Christensen lors de leur caractérisation du comportement de l'Acrylonitrile-Butadiène-Styrène.

1.5.2.2 Réseaux de neurones

En ce qui concerne l'identification par l'approche des réseaux de neurones, on constate que l'intérêt pour cette méthode a considérablement accru. A titre d'exemple, différents modèles de réseaux ont été employés pour améliorer la qualité des pièces fabriquées dans plusieurs procédés de mise en œuvre en plasturgie ; le moulage par injection (Helps et al., 1999), le soufflage (Huang et al., 2004) ou le thermoformage (Yang et al., 2004).

En effet, la méthode des réseaux de neurones artificiels se base sur des règles permettant l'acquisition de l'information et l'enrichissement de la connaissance pendant la phase de l'apprentissage (Aleksander et al., 1990). Ce processus se base sur des algorithmes d'entraînement appropriés au type du problème à traiter.

Un réseau de neurone est caractérisé par son architecture et son mode d'apprentissage. En ce qui concerne le mode d'apprentissage on trouve l'apprentissage supervisé (Haykin, 1994) ou non supervisé.(Becker, 1991). Dans le premier cas la réponse est imposée et le réseau doit converger vers ce résultat, contrairement au deuxième type où le réseau fait son propre apprentissage.

L'architecture du réseau concerne les modes de connexion entre les neurones du système. On peut trouver par exemple les perceptrons (réseau à une couche) ou les perceptrons multicouches (Benharbit, 2007). Ce dernier est formé par des neurones répartis sur plusieurs couches. Un des algorithmes les plus utilisés est l'algorithme de la rétro-propagation de l'erreur (Rumelhart et al., 1985). Les neurones de chaque couche sont connectés avec ceux de la couche adjacente. L'apprentissage est effectué moyennant un algorithme adéquat permettant la pondération des poids synaptiques du réseau itérativement jusqu'à la convergence vers les paramètres de sortie imposés au réseau.

Cette approche permet de palier au problème de la divergence des résultats qu'on peut rencontrer avec l'utilisation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cette divergence s'explique par un mauvais choix des valeurs initiales des constantes matérielles du modèle de comportement et elle s'accroît à mesure que la pression à l'intérieur de la bulle, induit plus d'instabilités géométriques et mécaniques dans la membrane (Erchiqui et al., 2006).

Erchiqui et al (Erchiqui et al., 2011) ont fait recours à cette approche pour identifier les constantes matérielles du modèle viscoélastique de Christensen pour caractériser deux matériaux thermoplastiques (ABS et HIPS). Ils ont considéré une architecture de type Perceptron multicouches avec un algorithme neuronal de type rétro-propagation de l'erreur (Haykin, 1994) en mode d'entraînement supervisé. Les résultats obtenus par cette méthode d'identification ont été satisfaisants, notamment pour l'ABS.

1.6 Objectif et méthodologie de la recherche

L'objectif principal de cette étude consiste à déterminer les constantes matérielles des modèles hyperélastiques de Mooney Rivlin et d'Ogden, pour décrire le comportement mécanique d'un nanocomposite à base de HDPE renforcé à 2% en PMSQ.

La technique utilisée pour atteindre cet objectif est le soufflage biaxial des membranes minces HDPE-PMSQ, à une température supérieure à la température de la transition vitreuse du nanocomposite.

L'identification des paramètres structuraux du modèle est faite suite à la résolution des équations différentielles régissant l'équilibre de la membrane par la méthode des différences finies à pas variables et à corrections différées. Un algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt au sens des moindres carrés, nous a permis de réduire l'écart entre les courbes théoriques et expérimentales, représentant la variation de la pression en fonction de la déformation pour aboutir à l'identification des constantes matérielles des modèles choisis pour cette étude.

La méthodologie suivie pour mener à bien ce projet est la suivante :

- Formulation mathématique du problème de soufflage biaxial par l'établissement des équations différentielles qui gouvernent l'équilibre de la membrane nanocomposite en régime quasi-statique.
- Essais de soufflage libre des membranes et acquisition des données expérimentales (hauteur, pression à l'intérieur de la bulle, temps).
- Résolution du système des équations différentielles, par l'utilisation des modèles hyperélastiques de type Mooney-Rivlin et Ogden, par l'entremise du code Thermoform (Erchiqui, 2005; Erchiqui et al., 2007). Dans notre cas, nous considérons un problème quasi statique en soufflage libre (Erchiqui, Université du Québec en

Abitibi Témiscamingue). La méthode qui sera retenue dans ThermoForm est la méthode des différences finies à pas variables.

- Utilisation de l'algorithme de Levenberg-Marquardt pour l'identification des paramètres structuraux du modèle et l'optimisation des résultats.
- Validation des résultats.

CHAPITRE 2

FORMULATION THÉORIQUE DU PROBLÈME DE SOUFFLAGE BIAXIAL

Dans cette partie, on présentera la formulation théorique du problème de soufflage biaxial et axisymétrique des membranes initialement planes pour des modèles de comportement hyperélastiques en régime quasi-statique.

La mise en équation du problème du soufflage libre présentée ci-dessous est inspirée par l'approche utilisée et détaillée par Feng (Feng, 1992) pour l'étude de soufflage libre d'une membrane thermoplastique.

Le système d'équations différentielles non linéaire qui gouverne l'équilibre de la membrane hyperélastique, présenté en coordonnées sphériques, sera résolu par la méthode de différences finies à pas variables et à corrections différées.

2.1 Description et formulation mathématique du problème

Soit une membrane polymérique mince et incompressible. Dans son état initial non déformé, la membrane est supposée être plane, circulaire, de rayon R_0 et d'épaisseur uniforme h_0 . On considère également un système de coordonnées polaires $(R, \Phi, 0)$ dans le plan $Z = 0$, pour décrire géométriquement cet état non déformé.

La membrane est fixée à son contour $R = R_0$, et on suppose qu'elle se gonfle d'une façon quasi-statique, sous l'effet d'une pression intérieure qui est considérée normale et uniformément répartie à l'intérieur de la bulle sphérique. Ainsi, dans l'état déformé, on utilise les coordonnées cylindriques représentées par $r(R)$, $\phi(R)$ et $z(R)$.

En considérant l'hypothèse de la symétrie de révolution, on définit trois directions principales : Les directions méridienne, circonférentielle et normale à la membrane. En

outre, l'angle de la configuration déformée ϕ est indépendante du rayon et devient égale à Φ , et l'épaisseur de la membrane polymérique sera désignée par $h(r)$, au point r .

La présentation géométrique de soufflage d'une membrane axisymétrique est présentée dans la figure suivante.

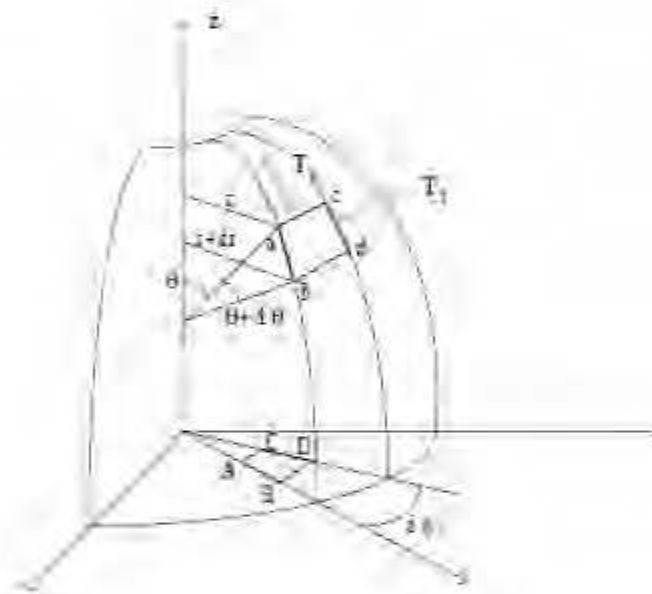


Figure 2. 1 Soufflage d'une membrane axisymétrique (Verron, 1997)

Soient A, B, C et D quatre points de la membrane dans son état non déformé. Dans la configuration déformée et sous l'effet de la pression, leurs positions respectives sur la membrane dans sa configuration déformée deviennent a, b, c et d.

On peut écrire les coordonnées de ces points dans les deux configurations non déformée et déformée comme suit :

$$\begin{array}{lcl}
A(R, \Phi, Z = 0) & & a(r, \phi, z) \\
B(R + dR, \Phi, Z = 0) & \rightarrow & b(r + dr, \phi, z + dz) \\
C(R, \Phi + d\Phi, Z = 0) & & c(r, \phi + d\phi, z) \\
D(R + dR, \Phi + d\Phi, Z = 0) & & d(r + dr, \phi + d\phi, z + dz)
\end{array} \quad (2.1)$$

A partir de la représentation graphique du problème, on est en mesure de définir les extensions dans les directions méridienne, circonférentielle et normale notées respectivement par λ_1, λ_2 et λ_3 comme suit :

- Extension méridienne :

$$\lambda_1 = \frac{ab}{AB} \quad (2.2)$$

- Extension circonférentielle :

$$\lambda_2 = \frac{ac}{AC} \quad (2.3)$$

- Extension normale :

$$\lambda_3 = \frac{h}{h_0} \quad (2.4)$$

En considérant l'hypothèse d'incompressibilité, les trois extensions définies précédemment sont définies uniquement par la variable R et sont reliées entre elles par l'expression suivante :

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.5)$$

Les expressions des arcs AB, AC, ab et ac s'expriment par approximation et en se référant à la Figure 2.1, comme suit :

$$ab = \|\overline{ab}\| = \sqrt{dr^2 + dz^2} \quad (2.6)$$

$$AB = \|\overline{AB}\| = dR \quad (2.7)$$

$$ac = rd\phi \quad (2.8)$$

$$AC = Rd\phi \quad (2.9)$$

En substituant les expressions dans les formules on obtient pour les extensions méridienne et circonférentielle :

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{dr^2 + dz^2}}{dR} \quad (2.10)$$

$$\lambda_2 = \frac{r}{R} \quad (2.11)$$

Par ailleurs, les rayons de courbure dans les directions méridienne et circonférentielle s'expriment en fonction des extensions principales et de l'angle θ qui représente l'angle entre l'axe vertical et la normale à la membrane déformée par :

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{d\theta}{\lambda_1 dR} \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{\rho_2} = \frac{\sin \theta}{R\lambda_2} \quad (2.13)$$

2.1.1 Équations différentielles d'équilibre et conditions aux limites

Ci-dessous, on établit la démarche mathématique permettant d'aboutir à l'écriture des équations d'équilibre de l'élément déformé (abcd) de la membrane.

Ainsi, en tenant compte de l'hypothèse de membrane, l'état de contrainte est considéré plan ; en d'autres termes il n'y a pas de contraintes suivant l'épaisseur. On considère aussi une température de soufflage constante et on néglige les moments fléchissants. Les contraintes T_1 et T_2 sont les contraintes tangentielles dans les directions, respectivement, méridienne et circonférentielle. Les équations d'équilibre sont alors (Green et al., 1960):

$$\frac{T_1}{\rho_1} + \frac{T_2}{\rho_2} = P \quad (2.14)$$

$$\frac{dT_1}{dr} = \frac{1}{r}(T_2 - T_1) \quad (2.15)$$

À partir de l'expression (2.11) on peut déduire que :

$$dr = \left(\frac{d\lambda_2}{dR} R + \lambda_2 \right) dR \quad (2.16)$$

Ainsi en remplaçant les termes de l'équation (2.15) par les termes équivalents démontrés dans l'expression précédente, on obtient la première équation d'équilibre de la membrane :

$$\frac{dT_1}{dR} = \frac{(R \frac{d\lambda_2}{dR} + \lambda_2)}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \quad (2.17)$$

Afin d'établir la deuxième équation différentielle d'équilibre de la membrane et en se basant sur la Figure 2.1, on démontre que :

$$\cos \theta = \frac{dr}{\sqrt{dr^2 + dz^2}} \quad (2.18)$$

Il s'ensuit alors et à partir de l'expression (2.10) que :

$$\cos \theta = \frac{dr}{\lambda_1 dR} = \frac{1}{\lambda_1} \left(\lambda_2 + R \frac{d\lambda_2}{dR} \right) \quad (2.19)$$

En réarrangeant ces termes, on obtient la deuxième équation d'équilibre telle que :

$$\frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \quad (2.20)$$

La troisième équation différentielle gouvernant l'équilibre, peut être déduite à partir de l'expression des rayons de courbures ρ_1 et ρ_2 :

$$\frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left(P - \frac{T_2 \sin \theta}{R \lambda_2} \right) \quad (2.21)$$

L'équation suivante définissant le problème du soufflage libre des membranes, est définie à partir de la relation suivante :

$$dz = -Arc(ab) \sin \theta \quad (2.22)$$

En la substituant dans l'expression de l'extension méridienne (2.2), On obtient :

$$\frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \quad (2.23)$$

Finalement, pour compléter la mise en équation du problème, et en tenant compte de l'uniformité de la pression à l'intérieur de la bulle déformée, on peut écrire que :

$$\frac{dP}{dR} = 0 \quad (2.24)$$

Le problème de soufflage biaxial de la membrane circulaire axisymétrique est ainsi formulé, en régime quasi statique. En regroupant les cinq équations différentielles d'équilibre et de premier ordre en R, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1}{dR} = \frac{(R \frac{d\lambda_2}{dR} + \lambda_2)}{R\lambda_2} (T_2 - T_1) \\ \frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \\ \frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left(P - \frac{T_2 \sin \theta}{R\lambda_2} \right) \\ \frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \\ \frac{dP}{dR} = 0 \end{array} \right. \quad (2.25)$$

Finalement, pour définir convenablement le problème, on ajoute les conditions aux limites qui y sont associées. En l'occurrence, on aura cinq équations :

- Au pôle, l'état des déformations est équi-biaxial

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta(R=0) = 0 \\ \lambda_1(R=0) = \lambda_2(R=0) \end{array} \right. \quad (2.26)$$

- Sur le contour, la membrane est bloquée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_2(R=R_0) = 1 \\ z(R=R_0) = 0 \end{array} \right. \quad (2.27)$$

Pour compléter le problème, on peut avoir le choix pour la cinquième condition limite, entre imposer la pression obtenue expérimentalement suite à la réalisation des essais, ou imposer la déformation géométrique. Notre choix s'est orienté vers la deuxième

option, et les valeurs mesurées pour la pression seront exploités ultérieurement lors de l'identification. D'où :

- Au pôle, la hauteur de la bulle est telle que :

$$z(R=0) = z^{\text{exp}} \quad (2.28)$$

Par la suite, moyennant les lois hyperélastiques retenues pour mener cette étude, on écrira les contraintes T_1 et T_2 en fonction des extensions λ_1 et λ_2 pour les deux modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden. Il est à noter que ces contraintes tangentielles sont exprimées en fonction des contraintes principales et de l'extension normale sous la forme suivante :

$$\begin{cases} T_1 = \lambda_3 \sigma_1 h_0 \\ T_2 = \lambda_3 \sigma_2 h_0 \end{cases} \quad (2.29)$$

On utilisera également dans la suite de ce chapitre, des variables adimensionnelles, afin d'uniformiser les termes des variables géométriques et physiques caractéristique de l'expérience. Cette transformation n'a aucune influence sur le système d'équilibre défini précédemment. Ainsi, les contraintes T_1, T_2 , la pression P et les distances r, z et R seront exprimées respectivement par : $T_1^* = T_1/R_0$, $T_2^* = T_2/R_0$, $P^* = PR_0/h_0$, $r^* = r/R_0$, $z^* = z/R_0$ et $R^* = R/R_0$. Toujours est-il, on continuera à utiliser pour plus d'aisance, les notations sans astérisque.

2.1.2 Modèles de comportement hyperélastiques

Pour la modélisation de la phase de soufflage biaxial de la membrane, on suppose un état de contraintes planes et que le matériau étudié est incompressible. Il en résulte que les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy, soient exprimées de la façon suivante :

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0 \quad (2.30)$$

L'objectif de la loi de comportement est de relier les contraintes aux déformations. Comme on l'a mis en évidence dans la partie bibliographique, les matériaux hyperélastiques sont caractérisés par l'existence d'une fonction de la densité de l'énergie de déformation W . Pour satisfaire aux exigences d'objectivité, la fonction d'énergie de déformation doit être invariante suivant tout changement de référentiel. Ainsi, pour répondre à cette condition la fonction de la densité de l'énergie, peut être écrite comme fonction du tenseur de Cauchy-Green comme suit :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (2.31)$$

Avec $\underline{\underline{S}}$ est le second tenseur de Piola-Kirchhoff.

À partir de cette expression, on est en mesure d'exprimer les composantes du tenseur de contraintes de Piola-Kirchhoff, en y substituant l'expression de l'énergie de déformation correspondante aux deux modèles de cette étude, Mooney-Rivlin et Ogden exprimées par :

- Mooney-Rivlin

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (2.32)$$

- Ogden

$$W = \sum_{n=1}^m \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (2.33)$$

Suite à cette opération, et en considérant la relation (2.29) et l'expression du second tenseur de Piola-Kirchhoff mentionnée dans l'expression (2.31), on peut écrire les

expressions des contraintes tangentielles T_1 et T_2 pour nos deux modèles hyperélastiques comme suit :

- Modèle de Mooney-Rivlin

$$T_1 = 2C_1 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right) \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \lambda_2^2 \right) \quad (2.34)$$

$$T_2 = 2C_1 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1^3 \lambda_2^3} \right) \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \lambda_1^2 \right) \quad (2.35)$$

- Modèle d'Ogden

$$T_1 = \mu_n \left(\frac{\lambda_1^{\alpha_n - 1}}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1^{\alpha_n + 1} \lambda_2^{\alpha_n + 1}} \right) \quad (2.36)$$

$$T_2 = \mu_n \left(\frac{\lambda_2^{\alpha_n - 1}}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1^{\alpha_n + 1} \lambda_2^{\alpha_n + 1}} \right) \quad (2.37)$$

La substitution de ces expressions dans le système d'équations différentielles établi en (2.25), nous permet d'obtenir le système d'équations non linéaires du premier ordre en R , gouvernant l'équilibre de la membrane en soufflage biaxial. Notons que le temps n'intervient pas et que toutes les fonctions représentées dépendront uniquement du rayon réduit R .

Le système à résoudre est donc le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_1}{dR} = \frac{1}{A_1} \frac{1}{R} ((\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2)A_2 + A_3) \\ \frac{d\lambda_2}{dR} = \frac{1}{R} (\lambda_1 \cos \theta - \lambda_2) \\ \frac{d\theta}{dR} = \frac{\lambda_1}{T_1} \left(P - \frac{T_2}{R} \sin \theta \right) \\ \frac{dz}{dR} = -\lambda_1 \sin \theta \\ \frac{dP}{dR} = 0 \end{array} \right. \quad (2.38)$$

Telles que les expressions de A_1 , A_2 et A_3 sont exprimées pour les deux modèles comme suit :

- Mooney-Rivlin

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = 2\beta \left[\left(\frac{1}{\lambda_2} + \frac{3}{\lambda_1^4 \lambda_2^3} \right) + \alpha \left(\lambda_2 + \frac{3}{\lambda_1^4 \lambda_2} \right) \right] \\ A_2 = 2\beta \left[\left(-\frac{1}{\lambda_1} + \frac{3}{\lambda_1^3 \lambda_2^4} \right) + \alpha \left(\lambda_1 + \frac{3}{\lambda_1 \lambda_2^4} \right) \right] \\ A_3 = 2\beta \left[\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) + \left(\frac{1}{\lambda_1 \lambda_2^3 - \lambda_1^3 \lambda_2} \right) \right] \end{array} \right. \quad (2.39)$$

Et $\beta = C_1$, $\alpha = C_2/C_1$

- Ogden

$$\begin{cases} A_1 = \mu_n \left[(\alpha_n - 1) \frac{\lambda_1^{\alpha_n - 2}}{\lambda_2} + \frac{\alpha_n + 1}{\lambda_1^{\alpha_n + 2} \lambda_2^{\alpha_n + 1}} \right] \\ A_2 = \mu_n \left[-\frac{\lambda_2^{\alpha_n - 2}}{\lambda_1} + \frac{\alpha_n + 1}{\lambda_2^{\alpha_n + 2} \lambda_1^{\alpha_n + 1}} \right] \\ A_3 = \mu_n \left[\frac{\lambda_1^{\alpha_n - 1}}{\lambda_2} - \frac{\lambda_2^{\alpha_n - 1}}{\lambda_1} \right] \end{cases} \quad (2.40)$$

CHAPITRE 3

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU PROBLÈME DE SOUFFLAGE BIAXIAL DES MEMBRANES

Dans ce chapitre, on va décrire la technique utilisée pour l'étude expérimentale du problème de soufflage libre des membranes thermoplastiques minces et circulaires, à une température située au-dessus de la température de transition vitreuse.

Comme énoncé précédemment, l'identification des paramètres des modèles hyperélastiques adoptés pour cette étude, repose sur une approche hybride. Cette technique combine les données expérimentales, l'utilisation des données issues de la modélisation par différences finies et un algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt. Dans ce sens, une étude expérimentale rigoureuse s'impose pour la résolution du problème de l'identification des constantes matérielles des modèles.

Néanmoins, les montages récurrents utilisés tels que la traction uniaxiale ou le cisaillement, ne reproduisent pas les sollicitations réelles auxquelles sera confrontée la paraison lors du procédé du soufflage ou de thermoformage. Ceci justifie la pertinence de faire recours à la technique de soufflage libre biaxial qu'on a adoptée pour cette étude.

Par ailleurs, en se référant à la littérature, on trouve que plusieurs montages expérimentaux ont été élaborés dans le but de modéliser expérimentalement la déformation biaxiale d'une membrane plane. Verron (Verron, 1997), évoque ces différents montages dans son mémoire de thèse.

3.1 Dispositif expérimental

Le montage expérimental utilisé, a été conçu au laboratoire de nanotechnologie et bioplasturgie du Professeur Fouad Erchiqui, à l'Université du Québec en Abitibi Témiscamingue dans le but d'étudier le soufflage libre des membranes thermoplastiques sous l'effet de la pression et à une température supérieure à la température de transition vitreuse du matériau.

Le montage nous permet d'échantillonner le déplacement vertical au pôle de la membrane, la pression à l'intérieur de la bulle et le débit dans un laps de temps très court.

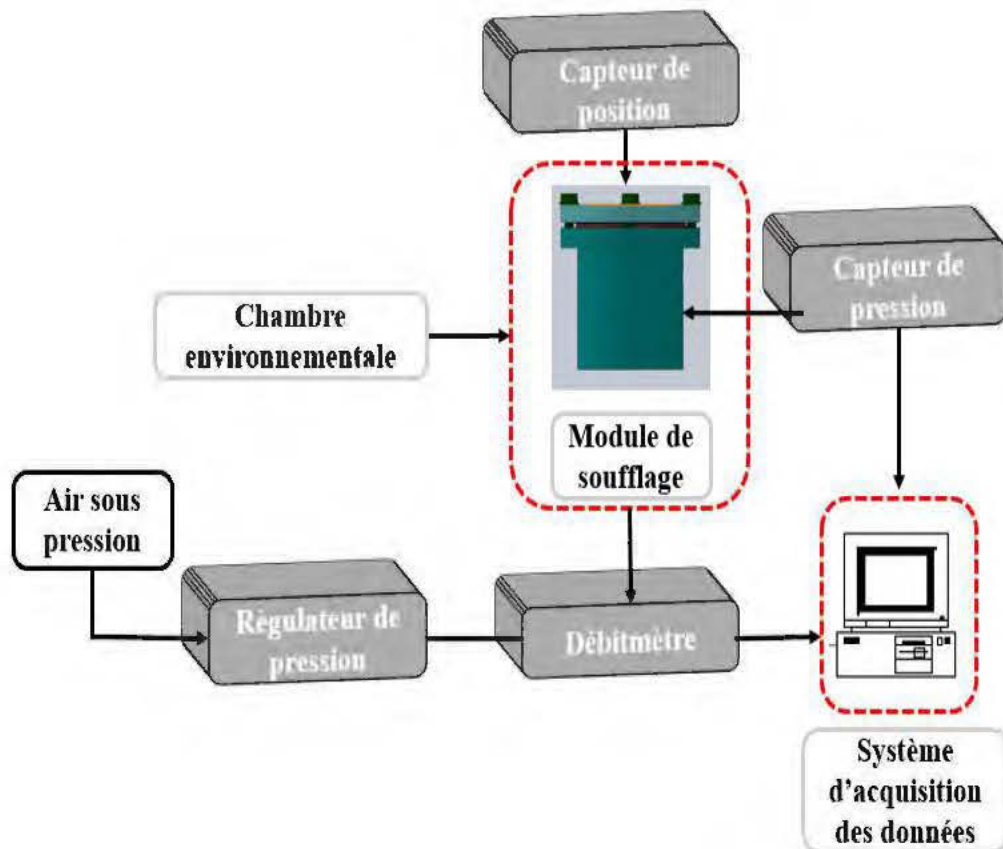


Figure 3. 1 Montage expérimental de soufflage biaxial

Le dispositif expérimental, comme illustré sur la Figure 3.1, se compose principalement de trois modules :

- Le module de soufflage sur lequel sera placée la membrane nanocomposite.
- La chambre environnementale qui renfermera le module précédent.
- Le système d'acquisition des données pour mesurer la variation des variables mentionnées ci-dessus au cours du temps (déformation verticale, pression interne et débit).

3.1.1 Module de soufflage

Ce module représente l'élément essentiel du dispositif expérimental. Il est constitué d'une plaque amovible permettant la fixation et le serrage de la membrane sur un cylindre creux en aluminium. Un joint d'étanchéité en silicone résistant à des hautes températures, est placé entre la feuille thermoplastique et les corps métalliques évitant à la fois la fuite de l'air sous pression vers l'extérieur et le collage du polymère fondu sur les cylindres métalliques.

Compte tenu des dimensions des membranes utilisées pour cette étude, on a dû mettre en place un nouveau module de soufflage adapté à nos essais. On a fait recours au logiciel Solidworks 2017, pour la conception assistée sur ordinateur du module. L'usinage a été élaboré dans l'atelier de l'usinage de l'UQAT. Le matériau utilisé est l'aluminium puisqu'il est facile à usiner et résiste à des hautes températures. Un schéma technique sera présenté dans l'annexe A de ce mémoire, des différentes pièces esquisses.

Le module de soufflage conçu est doté de deux orifices : le premier permet de relier le corps cylindrique creux (réservoir tampon) au circuit pneumatique du laboratoire, et le deuxième pour mesurer la pression à l'intérieur de la bulle formée à la suite du soufflage de la membrane.

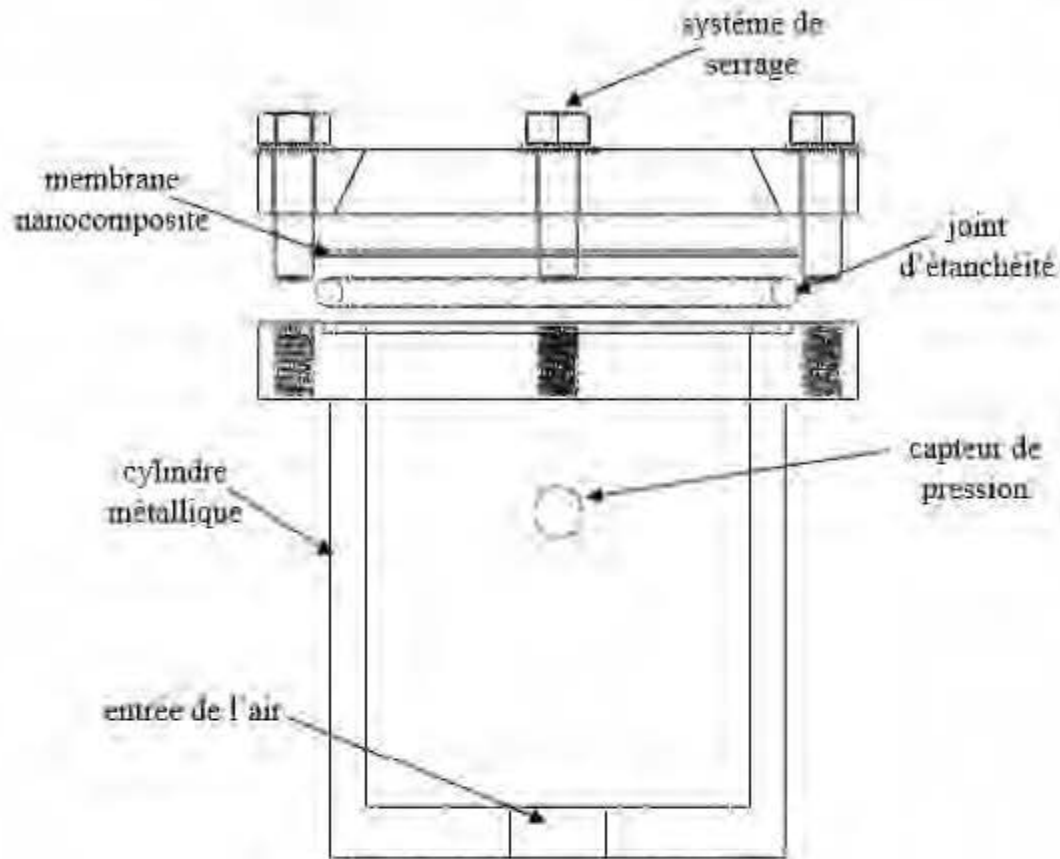


Figure 3. 2 Module de soufflage

Comme illustré sur le schéma ci-dessus, le cylindre métallique a un diamètre intérieur de 8cm et un diamètre extérieur et une profondeur de 9.5cm. À la base du cylindre un trou de 2cm de diamètre auquel on connectera un tube métallique assurant l'alimentation du dispositif par de l'air comprimé pour le soufflage. L'air est uniformément réparti à l'intérieur du corps cylindrique creux, grâce à l'ajout d'une calotte métallique sur la base inférieure du cylindre.

Pour nous assurer de l'efficacité de notre dispositif en matière d'étanchéité, on procède par une simple technique qui consiste à appliquer un débit d'air constant sur la membrane fixée sur le module de soufflage et ce avant de procéder à son chauffage,

pendant une courte durée. L'évolution de la pression en fonction du temps est enregistrée grâce au système d'acquisition des données, décrit par la suite, et la détection des pertes en pression révélera d'éventuelles fuites d'air. Ce module est fixé sur une plaque en métal et placé à l'intérieur de la chambre environnementale.



Figure 3. 3 Module de soufflage conçu

3.1.2 Chambre environnementale

Un four à convection est utilisé pour le chauffage de la membrane fixée sur le module de soufflage et placée à l'intérieur de la chambre environnementale. Cette dernière fait 59 ± 0.1 cm de longueur, 47 ± 0.1 cm de largeur et 41 ± 0.1 cm d'hauteur. Le réglage et le maintien de la température intérieure désirée, s'effectue moyennant des résistances chauffantes alimentées par un système électrique. La chambre environnementale est équipée de thermocouple permettant de réguler la température consignée par l'opérateur. En effet, ce dernier est relié au régulateur de la température qui apporte les

corrections nécessaires au besoin. Un afficheur digital, incorporé au régulateur indique la température mesurée.

En revanche, la connaissance de la température de la chambre environnementale, ne représente pas la température à la surface du matériau étant donné que l'homogénéisation du flux d'air au sein de la chambre requiert un certain temps. Un thermomètre digital a été, alors, reliée avec le module de soufflage en contact avec le polymère, pour détecter la valeur de la température la plus juste pour déclencher les essais de soufflage.



Figure 3. 4 Chambre environnementale

3.1.3 Système d'acquisition des données

Le système d'acquisition des données permet de suivre l'évolution de la déformation au pôle de la membrane, la variation de la pression à l'intérieur de la bulle et de mesurer le débit au cours du temps. Le système est composé de trois parties :

- Une carte électronique : Cette carte PCI fait le lien entre les périphériques connectés et l'ordinateur. La durée de l'expérience est fugace, ainsi cette carte se caractérise par son potentiel de transmettre rapidement les informations avec un nombre de canaux élevés ce qui permet de traiter plusieurs données à la fois.
- Un logiciel d'acquisition des données : Pour l'acquisition et l'enregistrement des données, on a opté pour le logiciel de modélisation Matlab & Simulink. L'obtention des valeurs se fait grâce à la conversion, via des opérateurs adéquats sur Simulink, des valeurs des signaux numériques reçus par la carte, en valeurs réelles traduisant la pression ou encore le déplacement.
- Les capteurs de mesures : La carte périphérique d'acquisition de données possède 16 entrées analogiques multiplexées (CIO-WXP16). Les entrées de ce dispositif peuvent traiter des signaux analogiques variant entre 0 et 20 mA ou 0 et 5 Volts. Ces entrées permettent le traitement des signaux des variables mesurées lors de chaque expérience.

3.2 Mesures expérimentales

3.2.1 Le déplacement au pôle de la membrane

Un capteur laser de position est placé à l'extérieur de la chambre environnementale verticalement au pôle de la membrane. Il émet un faisceau laser pointé au centre de la feuille nanocomposite et reçoit par réflexion les signaux qu'il émet à travers une fente transparente permettant ainsi de mesurer l'évolution de la hauteur sous l'effet de la pression au niveau du pôle de la membrane. Ce capteur de position est de type Wenglor de référence CP35MHT80. Il traduit en variation de tension, les variations des distances permettant ainsi de mesurer des déplacements sur un intervalle de 50 à 350mm.



Figure 3. 5 Capteur de distance

3.2.2 La pression à l'intérieur de la bulle

Un capteur de pression analogique de marque Omega PX209-015G5V est installé au niveau du réservoir du module de soufflage. Ce capteur permet de traduire les variations de pression au niveau de la bulle une fois qu'on procède au soufflage. Il permet de mesurer des valeurs entre 0 et 15 Psi.



Figure 3. 6 Capteur de pression

Il est à noter que le dispositif expérimental est équipé d'un régulateur de pression qui garde une pression constante à sa sortie même si l'alimentation en pression est variable.

3.2.3 Débit

Le débitmètre est placé à la sortie du filtre régulateur de la pression et permet de calculer le volume d'air insufflé par unité de temps. Il peut lire des valeurs en débit maximales de 50 L/min.



Figure 3. 7 Le débitmètre

3.3 Matériau de l'étude et déroulement de l'expérience

3.3.1 Matériau de l'étude

Le matériau de l'étude est un nanocomposite dont la matrice est en polyéthylène haute densité et chargé à 2% en nanoparticules de polyméthylsilsesquioxanes. Les nanoparticules incorporées dans la matrice ont fait récemment le sujet d'une publication scientifique par Baatti et al (Baatti et al., 2017). La caractérisation mécanique de ce matériau intervient dans la continuité du projet doctoral en cours de

« Baatti » portant sur l'élaboration d'un nouveau matériau nanocomposite sous la direction du Professeur Fouad Erchiqui.

Les membranes nanocomposites testées sont des membranes circulaires de diamètre 10 ± 0.1 cm et d'épaisseur 1.5 ± 0.1 mm.

3.3.2 Déroulement de l'expérience

Afin que le faisceau laser du capteur de position pointe le centre de la membrane, cette dernière est marquée à l'encre dans son centre avant d'être fixée dans le module de soufflage et placée à l'intérieur de la chambre environnementale.

Comme il s'agit d'un nouveau matériau, plusieurs essais préliminaires ont été élaborés pour déterminer la température optimale de soufflage. Le choix s'est alors fixé sur une température égale à $128 \pm 2^\circ\text{C}$. En effet, pour des températures supérieures, un affaissement intempestif de la membrane ou son éclatement prématuré ont été des problèmes récurrents. Pour des températures plus basses, le matériau garde sa rigidité et un débit d'air assez important était nécessaire pour procéder au gonflage.

Une fois la membrane est mise en place, on règle le contrôleur du four à convection sur la température voulue. Cette dernière est atteinte assez rapidement (environ 15 min). En revanche, l'homogénéisation de la température de l'air dans la chambre environnementale nécessite un temps supplémentaire (environ 40 min). On peut se fier ainsi aux mesures faites par le thermomètre digital de notre dispositif avant d'injecter l'air.

Une fois la température établie, on peut procéder au soufflage des membranes, à un débit contrôlé. L'air sous pression insufflé est généré par le circuit pneumatique du laboratoire fixé à 5 Psi. Le débit d'air était fixé à 40 l/min. La durée des essais est très courte et généralement l'éclatement de la bulle sous l'effet de la pression se produit en quelques fractions de secondes.

Le temps des essais était très rapide (de l'ordre de quelques fractions de secondes). Le système d'acquisition des données enregistre les différentes grandeurs collectées à partir des capteurs du dispositif expérimental.

Une série d'essais a été réalisée sur les membranes nanocomposites à notre disposition dans les conditions mentionnées précédemment. On a enregistré la variation de la hauteur au pôle des membranes et la pression à l'intérieur des bulles formées, en fonction du temps. Que les courbes permettant la répétition des expériences ont été retenues. Finalement, on a considéré les courbes moyennes de la hauteur et de la pression pour l'identification des paramètres du matériau.

Les courbes des grandeurs échantillonnées seront présentées dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DES MODÈLES HYPERÉLASTIQUES

On a avancé dans le chapitre précédent, les données mesurées et les conditions opératoires de l'étude expérimentale du problème de soufflage biaxial.

Dans ce chapitre, on présentera en premier lieu les courbes de la variation des grandeurs échantillonnées. En second lieu, on expliquera les différentes étapes de la modélisation numérique menant à l'identification des paramètres des modèles hyperélastiques adoptés pour cette étude. Finalement, on exposera les résultats des constantes matérielles obtenues pour les deux modèles d'Ogden et de Mooney-Rivlin.

4.1 Résultats de l'étude expérimental du soufflage biaxial

Comme mentionné dans le chapitre précédent, et pour un débit d'air fixé, on a collecté plusieurs points expérimentaux de la variation de la pression interne et du déplacement au pôle de la membrane en fonction du temps.

Les courbes expérimentales obtenues présentent respectivement la variation de la hauteur moyenne en fonction du temps (Figure 4.1) et la variation de la pression moyenne à l'intérieur de la bulle en fonction du temps (Figure 4.2).

On constate à partir de la Figure 4.1, une faible augmentation de la hauteur au début de soufflage. Cette dernière s'accroît rapidement et la pente devient importante avant l'éclatement de la bulle. Quant à la pression (Figure 4.2), on remarque une montée en

pression rapide et instantanée dès l'injection de l'air dans le module de soufflage, puis une chute brutale juste avant l'éclatement de la bulle.

Les deux courbes mettent en exergue un phénomène physique classique dans le cas de soufflage des membranes et auquel on s'attendait; En effet, l'augmentation rapide de la hauteur aux pôles des membranes coïncide avec la chute de la pression. D'ailleurs, ceci confirme l'existence d'une pression critique au-dessus de laquelle la hauteur de la bulle augmente exponentiellement jusqu'à son éclatement. Ceci explique les problèmes d'instabilités rencontrés couramment lors de la caractérisation du comportement hyperélastique (Marckmann, 2004). Ces instabilités ont été décelées dans l'étude expérimentale de Alexander sur le gonflage des matériaux élastomères (Alexander, 1971). Cette raison justifie notre choix d'imposer un débit d'air constant pour procéder au soufflage. Ce choix nous permettra de suivre expérimentalement l'évolution totale de la pression en fonction du temps. Dans ce sens, Verron (Verron, 1997) rapporte que le volume et les pressions internes de la membrane sont dépendants et liés par les relations de compressibilité de gaz.

En outre, à partir des courbes des résultats expérimentaux et en termes de reproductibilité des essais, on peut considérer que nos résultats sont plausibles. En effet, l'erreur sur la branche ascendante de la courbe des pressions moyennes est faible (autour de 20%). Par la suite sur la partie descendante (chute des pressions), on remarque une plus grande dispersion des résultats mesurés. Sur certains points expérimentaux, cette dernière a atteint presque les 40%. La même constatation est valable pour la courbe de la variation de la hauteur moyenne en fonction du temps. Ceci était prévisible et s'explique par les instabilités structurelles lors de soufflage. Khayat et al (Khayat et al., 1992), se sont plus penchés sur l'étude de ces instabilités, plus précisément, les méthodes en mesure de les détecter numériquement.

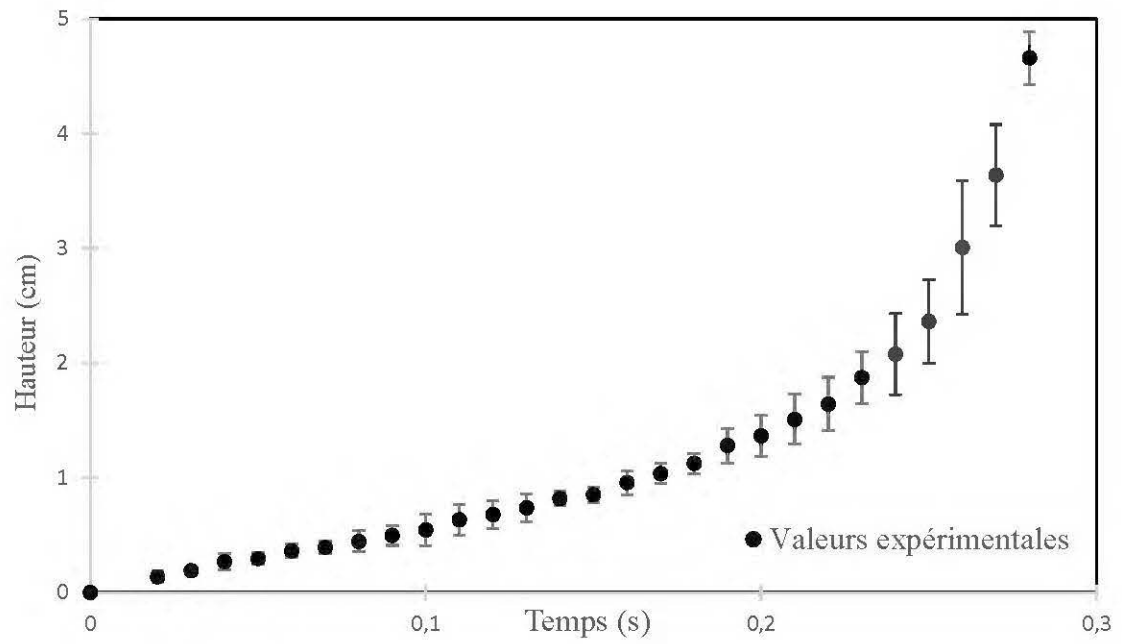


Figure 4. 1 Hauteur moyenne en fonction du temps

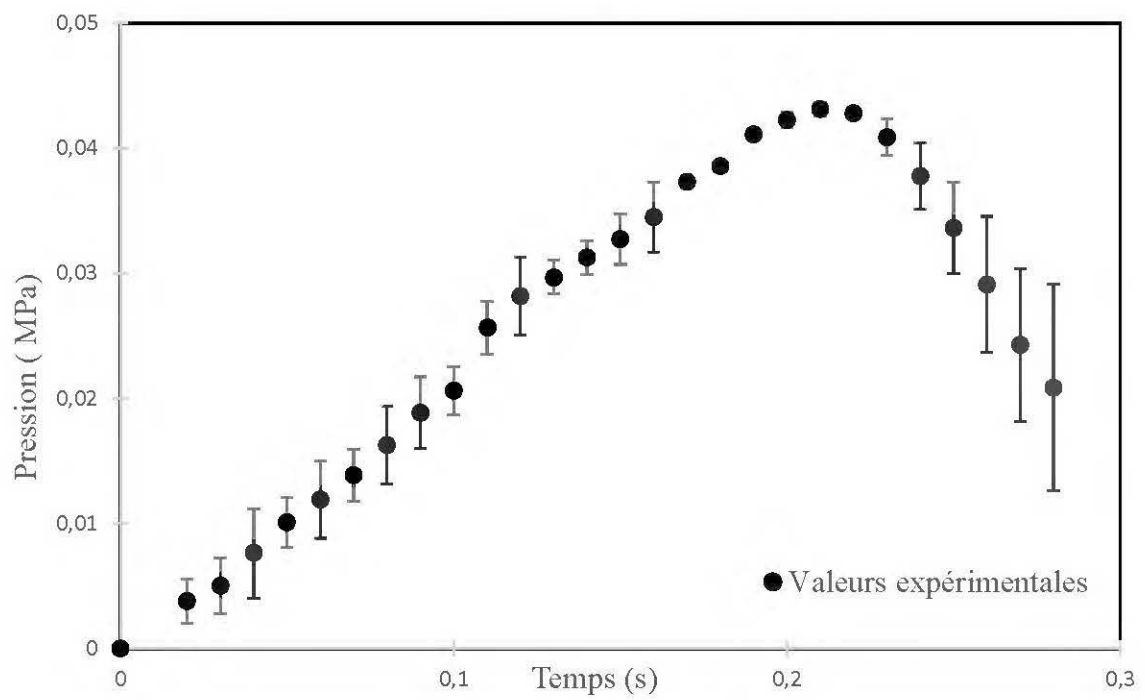


Figure 4. 2 Pression interne moyenne en fonction du temps

4.2 Identification des paramètres des modèles hyperélastiques

4.2.1 Programme d'identification

La résolution numérique du problème de soufflage biaxial des membranes consiste, dans un premier temps, à résoudre les équations différentielles du premier ordre non linéaires en R et qui régissent l'équilibre de la membrane dans le régime quasi-statique. Les équations et les conditions aux limites de notre problème sont détaillées dans le deuxième chapitre de ce mémoire, pour les deux modèles hyperélastiques de Mooney-Rivlin et Ogden (série de deux termes).

D'une autre part, comme on l'a précédemment évoqué, la dernière condition d'équilibre considérée pour compléter le système d'équilibre, est la hauteur obtenue expérimentalement. En effet, les courbes expérimentales, ont démontré l'existence d'une valeur critique de pression au-dessus de laquelle la résolution numérique du problème sera impossible (divergence des résultats). D'où la pertinence de notre choix d'imposer la déformation. Verron (Verron, 1997), Erchiqui et al (Erchiqui et al., 2010) ont fait recours à la même approche.

Le code de calcul utilisé pour ce faire, est le code Thermoform. Ce dernier a été développé par le professeur Fouad Erchiqui, pour traiter les problèmes en quasi-statique de soufflage libre ou confiné des membranes. La méthode de résolution est basée sur un algorithme de différences finies à pas variables et à corrections différées (Dennis et al., 1983). La modélisation est effectuée sur la trace de la membrane, c'est-à-dire sur la ligne centrale passant par le milieu de la membrane, étant donné que le problème est axisymétrique. Le nombre initial des nœuds est 45, mais le programme de simulation permet la variation de pas pour assurer la convergence du problème. Ce code de calcul a été validé lors de plusieurs études similaires de caractérisation des comportements hyperélastique et viscoélastique (Erchiqui, 2008; Erchiqui et al., 2007).

Suite à la résolution du système d'équilibre, pour chaque valeur expérimentale de la hauteur (h_e), on va trouver une pression (P_c) compatible avec les déformations imposées. Cette mesure nous permettra de tracer point par point l'évolution de la pression compatible correspondante aux constantes matérielles des modèles. Ces dernières sont choisies au début de la résolution d'une façon aléatoire.

La deuxième étape du programme de l'identification, consiste alors à minimiser l'écart entre les courbes représentant la variation des pressions calculées analytiquement (P_c) et les pressions expérimentales (P_e) en fonction de la déformation (hauteur expérimentale). Cette étape se base sur un algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt au sens des moindres carrés et avec évaluation du jacobien (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). L'algorithme est implanté dans « Thermoform ». Le problème revient à minimiser l'erreur existante entre ces deux courbes en déterminant les constantes matérielles adéquates pour chaque modèle de cette étude.

La fonction de l'erreur E à minimiser afin d'identifier les constantes matérielles est la suivante :

$$E = \sum_{i=1}^{N_{exp}} [P_e(t_i) - P_c(t_i)]^2 \quad (4.1)$$

Ci-dessous le schéma qui résume les différentes étapes de l'identification des paramètres mécaniques du matériau étudié. Plus de détails sur l'algorithme d'optimisation sont fournis en annexe A.

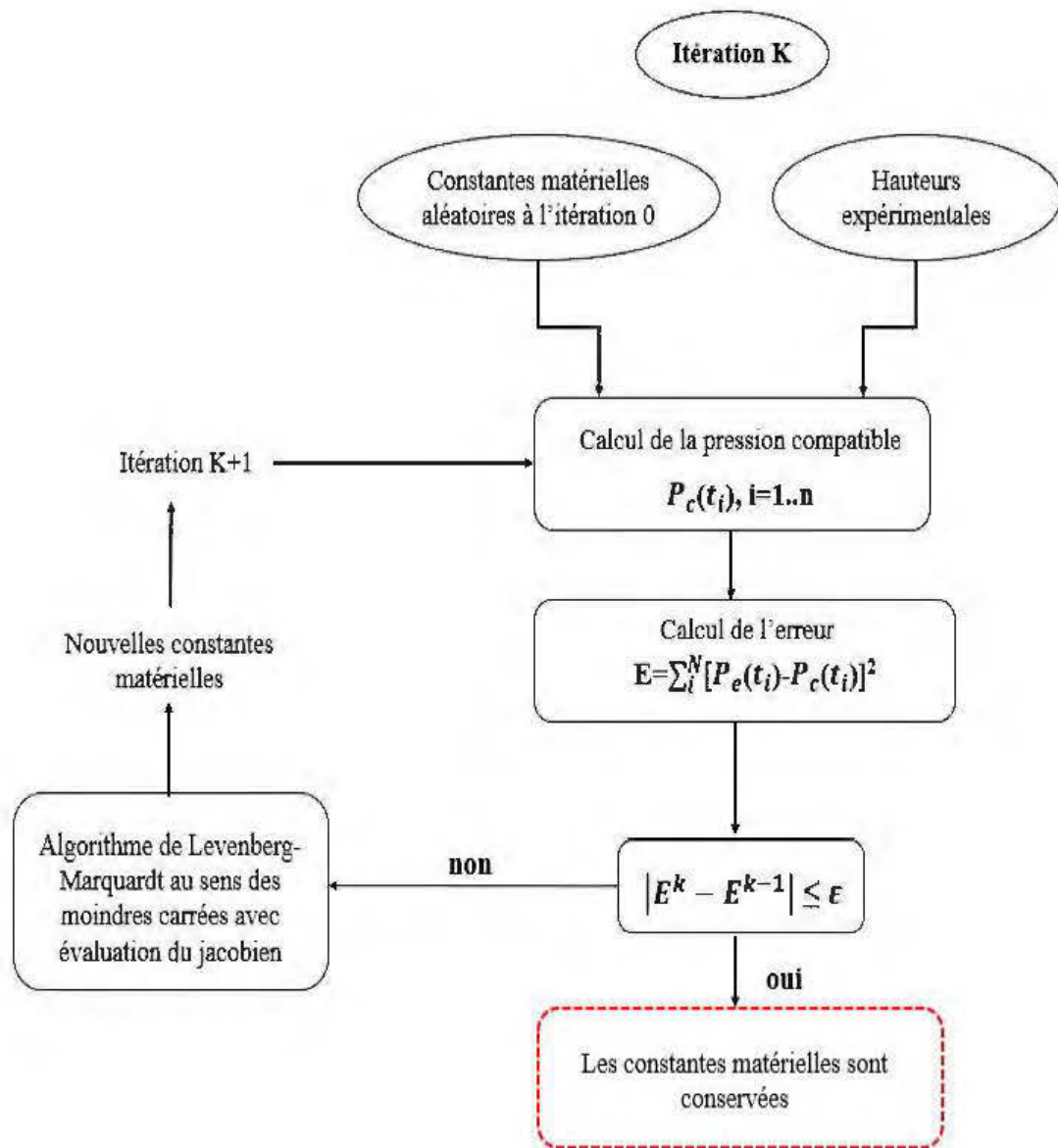


Figure 4. 3 Principe du programme d'identification

Finale­ment d'un point de vue numérique, et comme tout problème fortement non linéaire, le choix des valeurs initiales des paramètres mécaniques de nos modèles de comportement est crucial. La convergence de la solution finale en dépendra.

4.2.2 Résultats de l'identification

Les modèles retenus pour cette étude sont les deux modèles hyperélastiques de Mooney-Rivlin et d'Ogden.

Effectivement, comme première approximation pour la modélisation des propriétés mécaniques non linéaires des composites thermoplastiques pour des applications en thermoformage (très rapide), on peut modéliser des matériaux thermoplastiques avec des modèles hyperélastiques. En effet, les déformations subies par le matériau sont très rapides. La composante élastique du matériau prédomine sur sa composante viscoélastique lors du soufflage. La dépendance de la déformation, du temps, peut être dans ce cas négligée (Verron et al., 1999). Des recherches similaires ont été menées dans ce sens et ont obtenu des résultats satisfaisants pour la modélisation moyennant les deux modèles de Mooney-Rivlin et d'Ogden pour l'Acrylonitrile Butadiène Styrene (ABS) et le Polystyrène choc (HIPS) (Erchiqui et al., 2006).

Les résultats de l'identification sont présentés sur la Figure 4.4. Pour les deux modèles on présente les constantes matérielles trouvées à l'issue de la modélisation :

- Mooney-Rivlin

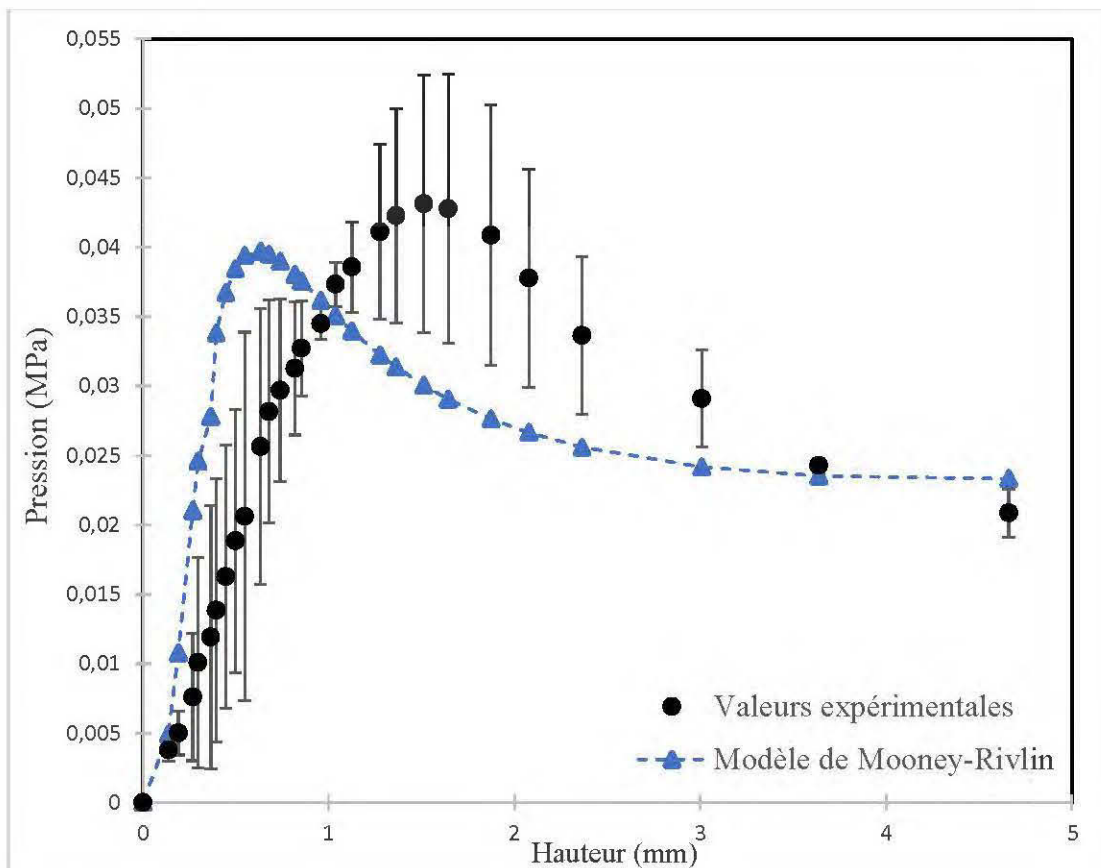
$$\begin{aligned} C_1 &= 0.034MPa \\ C_2 &= 0.00035MPa \end{aligned} \quad (4.2)$$

Le modèle de Mooney-Rivlin ne représente pas très bien le comportement de notre membrane nanocomposite. La montée en pression intervient rapidement et sa chute est sous-estimée. L'erreur entre les données expérimentales et les résultats de la modélisation est assez importante (Figure 4.4 A).

- Ogden (série à deux termes)

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 7.2879 \text{MPa} & \alpha_1 &= -0.0382 \\ \mu_2 &= 0.2107 \text{MPa} & \alpha_2 &= 1.8870 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Les valeurs obtenues en considérant le modèle d'Ogden sont nettement meilleures que celles trouvées par le modèle de Mooney-Rivlin. On remarque que les allures de la courbe expérimentale et celle d'Ogden sont similaires (erreur très petite). Comme en témoigne la Figure 4.4 B, les résultats sont très satisfaisants.



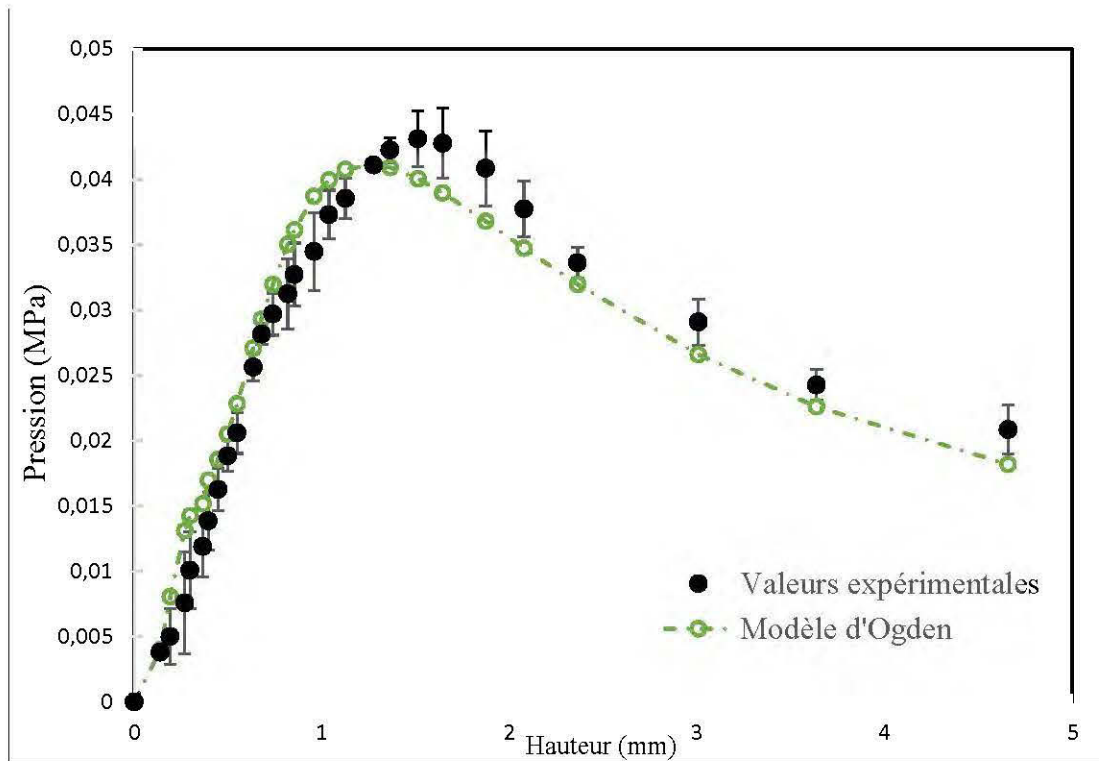


Figure 4. 4 Résultats de l'identification (A) Modèle de Mooney-Rivlin (B) Modèle d'Ogden

À partir des résultats d'identification, on peut conclure que le modèle d'Ogden à deux termes décrit convenablement le comportement mécanique de la membrane nanocomposite étudiée. Ces résultats corroborent avec plusieurs recherches qui ont été menées moyennant ce modèle pour caractériser différents matériaux (Verron, 1997). D'ailleurs, il a été démontré que le modèle de Mooney-Rivlin est limité; il n'est plus valable dans le cas où il s'agit des déformations très importantes et qui dépassent 200% (Kim et al., 2012).

Cependant les résultats obtenus viennent étayer notre proposition en début de la modélisation du comportement des membranes nanocomposites. Notre choix s'est porté sur l'utilisation du modèle de Mooney-Rivlin compte tenu de sa simplicité mathématique et sa capacité à nous fournir des données numériques et expérimentales

nous permettant d'appréhender certains phénomènes physiques (Treloar, 1944). Le modèle d'Ogden quant à lui, grâce à la souplesse de sa formulation, s'adapte à différents types de problèmes et modélise convenablement les relations contrainte-déformation des matériaux. Lors de son étude Verron a tiré les mêmes conclusions (Verron, 1997).

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de cette étude portait sur la caractérisation expérimentale et numérique du comportement mécanique des membranes nanocomposites formées par une matrice en polyéthylène haute densité et chargées à 2% en nanoparticules de polyméthylsilésquioxanes (PMSQ). Deux modèles de comportement hyperélastiques ont été retenus pour mener cette étude : modèle de Mooney-Rivlin et modèle d'Ogden.

Dans un premier temps, on a introduit un rappel succinct de la mécanique des milieux continus et on a recensé quelques modèles de comportements hyperélastiques et viscoélastiques permettant la modélisation des thermoplastiques dans le domaine des déformations non linéaires.

La formulation mathématique et la mise en équation du problème de soufflage biaxial, ont été abordées par la suite. Il s'agit de cinq équations non linéaires du premier ordre gouvernant l'équilibre de la membrane en régime quasi-statique.

Du point de vue expérimental, une série d'essais de soufflage libre des membranes initialement planes, a été mise en place pour échantillonner les grandeurs nécessaires pour la simulation numérique par la suite. Ces grandeurs sont essentiellement la déformation au pôle des membranes et les pressions à l'intérieur des bulles formées et ce à une température supérieure à celle de mise en œuvre du matériau.

L'identification des constantes matérielles des modèles adoptés est effectuée moyennant une approche hybride. Cette technique associe les données issues de l'expérimentation à des outils numériques. En effet, en premier lieu, un algorithme de différences finies à pas variables et à corrections différées, permet la résolution du

système d'équilibre. Ensuite, le problème d'optimisation et de l'identification finale des constantes se base sur un algorithme de Levenberg-Marquardt.

Compte tenu des résultats obtenus, on considère que cette étude a été satisfaisante. Le modèle hyperélastique d'Ogden décrit bien le comportement de la feuille nanocomposite pour le débit d'air utilisé. Le modèle de Mooney-Rivlin a été moins adapté pour cette étude.

La méthode d'optimisation de Levenberg-Marquardt, à l'instar des différentes études, a permis la convergence des résultats. Toujours est-il, il faut accorder une attention particulière au choix des paramètres initiaux du modèle adopté pour réussir la simulation du problème.

En identifiant les paramètres mécaniques du matériau nanocomposite étudié, on peut envisager son emploi dans d'éventuelles applications, notamment, en moyennant des procédés de mise en forme de type thermoformage ou extrusion soufflage. Les valeurs des constantes matérielles du comportement hyperélastique du nanocomposite sont semblables à celles trouvées pour les matériaux thermoplastiques.

Pour les travaux futurs, il sera judicieux de modéliser ce matériau moyennant un modèle de comportement viscoélastique comme le modèle de Lodge ou CBT. Lors de la mise en forme des matériaux il est indispensable de prendre en compte le caractère viscoélastique du matériau. Il serait également envisageable d'améliorer le dispositif expérimental, en automatisant l'injection de l'air dans le module de soufflage ou encore avec une caméra thermique capable d'avoir des mesures plus précises de la température avant de procéder au soufflage.

RÉFÉRENCES

- Ahmad, D. (2013). *Analyse et simulation de la déformation de films polymères de décoration au cours de leur mise en forme*. INSA de Lyon,
- Aleksander, I., & Morton, H. (1990). *An introduction to neural computing* (Vol. 3): Chapman & Hall London.
- Alexander, H. (1971). Tensile instability of initially spherical balloons. *International Journal of Engineering Science*, 9(1), 151-160.
- Ambid, M. (2007). *Evaluation de nanocomposites polypropylène/silicate pour l'isolation électrique: étude des phénomènes de polarisation, de conduction et des propriétés optiques*. Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier,
- Baatti, A., Erchiqui, F., Bébin, P., Godard, F., & Bussièrès, D. (2017). A two-step Sol-Gel method to synthesize a ladder polymethylsilsesquioxane nanoparticles. *Advanced Powder Technology*, 28(3), 1038-1046.
- Beatty, M. F. (1987). Topics in finite elasticity: hyperelasticity of rubber, elastomers, and biological tissues—with examples. *Applied Mechanics Reviews*, 40(12), 1699-1734.
- Becker, S. (1991). Unsupervised learning procedures for neural networks. *International Journal of Neural Systems*, 2(01n02), 17-33.
- Benharbit, M. (2007). *Caractérisation hyperélastique des membranes thermoplastiques par une approche utilisant les réseaux de neurones*. Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue; Université du Québec à Chicoutimi,
- Benjeddou, A., Jankovich, E., & Hadhri, T. (1993). Determination of the parameters of Ogden's law using biaxial data and Levenberg-Marquardt-Fletcher algorithm. *Journal of Elastomers & Plastics*, 25(3), 224-248.

- Bird, R. B., Armstrong, R. C., & Hassager, O. (1987). Dynamics of polymeric liquids. Vol. 1: Fluid mechanics.
- Champin, C. (2007). *Modélisation 3D du chauffage par rayonnement infrarouge et de l'étirage soufflage de corps creux en PET*. École Nationale Supérieure des Mines de Paris,
- Chaouki, H. (2011). Modélisation du comportement des composites thermoplastiques à renforts continus dans les procédés de mise en forme.
- Charmetant, A. (2011). *Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites*. INSA de Lyon,
- Christensen, R. (1980). A nonlinear theory of viscoelasticity for application to elastomers. *Journal of applied mechanics*, 47(4), 762-768.
- DeLorenzi, H., & Nied, H. (1991). Finite element simulation of thermoforming and blow molding. *Progress in polymer processing*, 1, 117-171.
- Dennis, J., & Schnable, R. B. (1983). Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations. *Prentice-Hall Series in Computational Mathematics, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1983, edited by Dennis, JE; Schnable, Robert B.*
- Erchiqui, F. (2005). Thermodynamic approach of inflation process of K-BKZ polymer sheet with respect to thermoforming. *Polymer Engineering & Science*, 45(10), 1319-1335.
- Erchiqui, F. (2008). Finite Element Analysis of Nonlinear Isotropic Hyperelastic and Viscoelastic Materials for Thermoforming Applications.
- Erchiqui, F., Dourdour, A., Gakwaya, A., & Verron, E. (2001). Analyse expérimentale et numérique en soufflage libre d'une membrane thermoplastique. *Entropie*, 37(235-36), 118-125.
- Erchiqui, F., & Gakwaya, A. (2005). Analyse Expérimentale et Numérique du Comportement de Membranes Thermoplastiques en ABS et en HIPS dans le

- Procédé de Thermoformage. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 83(3), 527-536.
- Erchiqui, F., Gakwaya, A., & Rachik, M. (2005). Dynamic finite element analysis of nonlinear isotropic hyperelastic and viscoelastic materials for thermoforming applications. *Polymer Engineering & Science*, 45(1), 125-134.
- Erchiqui, F., Godard, F., Gakwaya, A., Koubaa, A., Vincent, M., & Kaddami, H. (2009). Engineering investigations on the potentiality of the thermoformability of HDPE charged by wood flours in the thermoforming part. *Polymer Engineering & Science*, 49(8), 1594-1602.
- Erchiqui, F., Imad, A., Mouloudi, A., & Hsnaoui, F. S. (2010). Caractérisation viscoélastique du comportement d'une membrane thermoplastique et modélisation numérique de thermoformage. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 88(1), 116-125.
- Erchiqui, F., & Kandil, N. (2006). Neuronal networks approach for characterization of softened polymers. *Journal of reinforced plastics and composites*, 25(5), 463-473.
- Erchiqui, F., Ozdemir, Z., Souli, M., Ezzaidi, H., & Dituba-Ngoma, G. (2011). Neural networks approach for characterisation of viscoelastic polymers. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 89(5), 1303-1310.
- Erchiqui, F., Souli, M., & Yedder, R. B. (2007). Nonisothermal finite-element analysis of thermoforming of polyethylene terephthalate sheet: Incomplete effect of the forming stage. *Polymer Engineering & Science*, 47(12), 2129-2144.
- Farid, H., Erchiqui, F., Elghorba, M., & Ezzaidi, H. (2017). Neural Networks Approach for Hyperelastic Behaviour Characterization of ABS under Uniaxial Solicitatio. *Fundamental and Applied Studies in EU and CIS Countries*, 190.
- Feng, W. W. (1992). Viscoelastic behavior of elastomeric membranes. *Journal of applied mechanics*, 59(2S), S29-S34.

- Ferry, J. D., & Ferry, J. D. (1980). *Viscoelastic properties of polymers*: John Wiley & Sons.
- Godard, F., Vincent, M., Agassant, J. F., & Vergnes, B. (2009). Rheological behavior and mechanical properties of sawdust/polyethylene composites. *Journal of Applied Polymer Science*, 112(4), 2559-2566.
- Green, A. E., & Adkins, J. E. (1960). *Large elastic deformations and non-linear continuum mechanics*: Clarendon Press.
- Green, A. E., & Zerna, W. (1992). *Theoretical elasticity*: Courier Corporation.
- Hamani, I. (2016). *Modélisation de l'étape de chauffage infrarouge des biocomposites de type PET-Chanvre en thermoformage*. Université du Québec à Chicoutimi,
- Haykin, S. (1994). *Neural networks: a comprehensive foundation*: Prentice Hall PTR.
- Helps, C. R. G., Strong, A. B., Al-Zubi, R., Hawks, V. D., & Kohkonen, K. E. (1999). The use of artificial neural networks in the prediction of machine operational settings for injection molded parts. *Journal of Injection Molding Technology*, 3(4), 201.
- Huang, H.-X., SONG, L., & HUANG, Y.-F. (2004). *Parison formation in blow molding: Parison dimension prediction using neural network model*. Paper presented at the ANTEC... conference proceedings.
- Khayat, R. E., Derdorri, A., & García-Rejón, A. (1992). Inflation of an elastic cylindrical membrane: non-linear deformation and instability. *International journal of solids and structures*, 29(1), 69-87.
- Kim, B., Lee, S. B., Lee, J., Cho, S., Park, H., Yeom, S., et al. (2012). A comparison among Neo-Hookean model, Mooney-Rivlin model, and Ogden model for chloroprene rubber. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 13(5), 759-764.
- Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of applied mathematics*, 2(2), 164-168.

- Li, Y., Nemes, J. A., & Derdouri, A. (2001). Membrane inflation of polymeric materials: Experiments and finite element simulations. *Polymer Engineering & Science*, 41(8), 1399-1412.
- Lodge, A. S. (1964). *Elastic liquids*: Academic Press.
- Loiseau, A. (2006). *Elaboration et caractérisation de Nanocomposites modèles Laponite/Polyoxyde d'éthylène*. Ph. D, du maine, Le mans, 2006. General Conclusion and Perspectives 127 ...,
- Ma, J., Shi, L., Shi, Y., Luo, S., & Xu, J. (2002). Pyrolysis of polymethylsilsesquioxane. *Journal of Applied Polymer Science*, 85(5), 1077-1086.
- Marceau, S. (2003). *Architecture multiéchelle et propriétés mécaniques de nanocomposites*. Université de Savoie,
- Marckmann, G. (2004). *Contribution à l'étude des élastomères et des membranes soufflées*. Ecole Centrale de Nantes (ECN); Université de Nantes,
- Marckmann, G., Verron, E., Gornet, L., Chagnon, G., Charrier, P., & Fort, P. (2002). A theory of network alteration for the Mullins effect. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50(9), 2011-2028.
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
- Martinez, J.-M., Boukamel, A., Méo, S., & Lejeunes, S. (2011). Statistical approach for a hyper-visco-plastic model for filled rubber: Experimental characterization and numerical modeling. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 30(6), 1028-1039.
- Meissner, J., Raible, T., & Stephenson, S. (1981). Rotary clamp in uniaxial and biaxial extensional rheometry of polymer melts. *Journal of Rheology*, 25(1), 1-28.
- Meo, S. (2000). *Modélisation numérique du comportement mécanique de structures en élastomère: de l'élasticité à la thermo-visco-hyperélasticité*. Université de la Méditerranée-Aix-Marseille II,

- Mooney, M. (1940). A theory of large elastic deformation. *Journal of applied physics*, 11(9), 582-592.
- Ogden, R. W. (1972). Large deformation isotropic elasticity—on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 326(1567), 565-584.
- Rumelhart, D. E., Hinton, G. E., & Williams, R. J. (1985). *Learning internal representations by error propagation*. Retrieved from
- Tazi, M. (2015). *Valorisation des sciures de bois dans des composites thermoplastiques (HDPE-BOIS): élaboration, caractérisation et modélisation en soufflage libre*. Université du Québec à Chicoutimi,
- Tazi, M., Erchiqui, F., Godard, F., Kaddami, H., & Ajji, A. (2014). Characterization of rheological and thermophysical properties of HDPE–wood composite. *Journal of Applied Polymer Science*, 131(13).
- Thevenon, A. (2012). *Relations structure/propriétés thermomécaniques élongationnelles de films polymères thermoplastiques*. Université Claude Bernard-Lyon I,
- Treloar, L. (1944). Stress-strain data for vulcanized rubber under various types of deformation. *Rubber Chemistry and Technology*, 17(4), 813-825.
- Verron, E. (1997). *Contribution expérimentale et numérique aux procédés de moulage par soufflage et de thermoformage*. Ecole Centrale de Nantes (ECN); Université de Nantes,
- Verron, E., Khayat, R., Derdouri, A., & Peseux, B. (1999). Dynamic inflation of hyperelastic spherical membranes. *Journal of Rheology*, 43(5), 1083-1097.
- Verron, E., Marckmann, G., & Peseux, B. (2001). Dynamic inflation of non-linear elastic and viscoelastic rubberlike membranes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50(5), 1233-1251.
- Williams, M. L., Landel, R. F., & Ferry, J. D. (1955). The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. *Journal of the American Chemical society*, 77(14), 3701-3707.

- Xiang, H., Zhang, L., Wang, Z., Yu, X., Long, Y., Zhang, X., et al. (2011). Multifunctional polymethylsilsesquioxane (PMSQ) surfaces prepared by electrospinning at the sol–gel transition: Superhydrophobicity, excellent solvent resistance, thermal stability and enhanced sound absorption property. *Journal of colloid and interface science*, 359(1), 296-303.
- Yang, C., & Hung, S.-W. (2004). Modeling and optimization of a plastic thermoforming process. *Journal of reinforced plastics and composites*, 23(1), 109-121.

ANNEXE A

ALGORITHME D'OPTIMISATION DE LEVENBERG-MARQUARDT

Dans cette annexe, on décrit l'algorithme d'optimisation qu'on a adopté pour l'identification des paramètres matériels des modèles étudiés. Cet algorithme a été développé par Levenberg en 1944 (Levenberg, 1944) puis amélioré par Marquardt en 1963 (Marquardt, 1963).

La fonction de l'erreur E à minimiser afin d'identifier les constantes matérielles est la suivante :

$$E = \sum_{i=1}^{N_{\text{exp}}} [P_e(t_i) - P_c(t_i)]^2 \quad (\text{A. 1})$$

La pertinence de l'emploi de l'algorithme de Levenberg-Marquardt réside dans son potentiel de convergence même avec des valeurs initiales des constantes matérielles mal choisies (Verron, 1997). La méthode de résolution est la suivante :

- Soient \vec{x} un vecteur de m paramètres à optimiser, n_e le nombre de points expérimentaux hauteur pression (h_i^e , P_i^e) et P_i^c les valeurs de pressions calculées analytiquement. Le problème comme on l'a évoqué consiste à minimiser l'équation (4.1) en déterminant le vecteur \vec{x}^* qui la minimise.
- L'algorithme calcule une suite de vecteurs \vec{x}^n à partir du vecteur initial prédéfini aléatoirement de manière à ce que le système converge vers \vec{x}^* . La fonction permettant de calculer \vec{x}^{n+1} à partir de \vec{x}^n est la suivante :

$$\overline{x}^{n+1} = \overline{x}^n - \left[[J^n]^t [J^n] + \gamma^n [I] \right]^{-1} [J^n] \overline{E}^n \quad (\text{A. 2})$$

Avec γ^n est un paramètre scalaire, \overline{E}^n vecteur des erreurs $\langle E_1, E_2, \dots \rangle$, $[I]$ matrice identité à l'ordre m et $[J]$ la matrice jacobienne d'ordre $n_e * m$.

- L'algorithme est convergent peu importe les valeurs choisies. Marquardt a démontré qu'il existe toujours un scalaire γ^n suffisamment grand tel que :

$$E^{n+1} < E^n \quad (\text{A. 3})$$

ANNEXE B

MISE EN PLAN DU MODULE DE SOUFFLAGE

