

應用蜂群演算法於結構最佳化設計之研究

張永康^{*}，周于文

淡江大學航空太空工程研究所

摘要

本論文應用蜂群演算法於結構最佳化設計中。蜂群演算法是一種模仿自然界蜜蜂覓食行為進行問題求解之方法，該法為具有群體智慧的仿生演算法，其特點為收斂速度快、參數設定少及搜尋範圍廣。蜂群演算法利用其獨特的雇用蜂以及非雇用蜂的方式進行大範圍的搜尋以尋求全域最佳解。過程中藉由食物源採用機率判斷是否採用當前最佳解，如此反覆搜尋直到找到全域最佳解為止。範例中將結構最佳化問題轉為數學函數，再利用蜂群演算法對結構系統執行最佳化設計。由數值分析範例之結果，發現應用蜂群演算法於結構最佳化設計上可得到不錯的結果。

關鍵字：蜂群演算法、最佳化設計

Optimum Design of Structures by Artificial Bee Colony Algorithm

Yeong-Kang Chang^{*}, Yu-Wen Chou

Department of Aerospace Engineering
Tamkang University, Taiwan

Abstract

The Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm was applied to the optimum design of structures in this study. The ABC algorithm is swarm intelligence based optimization technique inspired by the intelligent foraging behavior of honeybees. The advantage of ABC algorithm is quick convergence, less settings of parameter, and extensive searching range. The employed bee and unemployed bee execute large range searching and the food source was chosen by the onlooker bee depending on the probability value associated with that food source. The optimum design of structures can be obtained by ABC algorithm. The results of ABC algorithm are better than other reference in the examples.

Keywords : Artificial Bee Colony Algorithm, Optimum Design

一、前言

隨著科技的進步，人們對於生活科技用品的品質要求逐漸升高。所以產品在研發的過程中，為了能達到最佳的設計，多半是利用力學的基本原理及物理現象去設計。但是在日常生活或是工業設計中，往往有許多狀況是需要

效率、成本、使用壽命與其他的因素之間達到最佳平衡點。在結構最佳化的問題中，問題的種類非常複雜，不管是針對結構的形狀、尺寸或重量來著手改良，皆是為了達到最佳化的需求。就像現今社會的產品設計上，有著輕量化的趨勢，同時須保持應有的產品結構強度，以

^{*}Associate Professor,
ykchang@mail.tku.edu.tw, 886-2-26215656-3314

獲得產品最佳經濟效益。

在眾多的最佳化演算法中，蜂群演算法為一種群體智慧概念的仿生演算法，在問題解空間中透過迭代的運算方式來搜尋全域最佳解。其特色為需要的參數設定較少以及搜索的範圍較廣。藉由搜尋以及探索的步驟，配合蜜蜂特有的搖擺舞資訊分享區，進行大範圍搜索並追尋前次較佳解的雙重行為，可以避免落入區域最佳解的情況。由文獻可以發現，蜂群演算法已經被運用在各種組合最佳化問題上，並且獲得不錯的結果。因此本文將應用蜂群演算法於結構最佳化設計的問題上。蜂群演算法(Artificial Bee Colony algorithm, ABC) 是由 Karaboga [1] 博士於 2005 年所提出，根據觀察蜜蜂採食花蜜的行為，透過在蜂巢傳遞訊息的方式，使蜂群朝著某一花蜜源或某一目標前進。利用當前的最佳解，朝著此方向大範圍搜索，藉此達到所要的最佳化目標值，是種具有群體智慧的仿生演算法。此演算法的特色就是搜尋範圍廣，而且只需要設定較少的參數來做調整，因此近年來有許多學者投入此演算法的研究。2007 年 Karaboga 和 Basturk [2] 在研究中將蜂群演算法(ABC)、基因演算法(GA)、粒子群演算法(PSO)還有粒子群進化演算法(PS-EA)分別求取數值方程式之最小值，結果顯示蜂群演算法是較易跳脫區域最佳解，並在多變量的題目上有著較好的效率。兩位學者提出另一份研究[3]，首次將蜂群演算法應用於有限制條件的最佳化問題上，文中使用差分演化演算法(DE)、粒子群演算法(PSO)以及蜂群演算法(ABC)做比較，結果顯示蜂群演算法較有效率，在未來較能解決實務上的工程問題。在 2008 年，Karaboga 和 Basturk[4] 應用蜂群演算法求解多維數值問題，相較於其他演算法得到較佳解。2009 年，Karaboga 和 Akay[5] 證明蜂群演算法就跟差分演算法以及粒子群演算法一樣簡單可行，而且

控制因子更少，並且在多變數(multivariable)的問題中計算的解也是較好的。2010 年，Alatas[6] 提出混沌蜂群演算法，在蜂群演算法中加入混沌理論，利用混沌理論的遍歷性、不規則性還有隨機性，結果較一般蜂群演算法容易跳脫區域最佳解，並加快收斂速度。2011 年，Banharnsakun 等學者[7] 將 Best-so-far method 應用在蜂群演算法，在雇用蜂公式中加入適應值以改善每次迭代的結果，並且調整非雇用蜂的搜尋公式以增加求得全域最佳解的機會。Karaboga 和 Akay[8,9] 提出改良蜂群演算法，在演算法中增加一個控制因子改良率(modification rate)，改良率是 0 到 1 之間的隨機數，改良率小則搜尋步伐小，改良率大則搜尋步伐大。結果顯示該法對混合函數有更佳的效果。2012 年，Gao 和 Liu[10] 在產生初始值的時候加入反向學習曲線以及混沌理論的公式，使初始值均勻散佈在搜尋範圍內，得到較好的初始值，加快全域搜尋的收斂速度。Wu 等四位學者[11] 將調和搜尋演算法與蜂群演算法做結合，提出 Hybrid Harmony Search Artificial Bee Colony Algorithm(HHSABC)的方法，並且使用在全域數值最佳化上，發現能夠更有效地找到最佳解。Yan 等學者[12] 使用基因演算法的交配方法為基礎，針對蜂群演算法的資訊交換為改良目標，以增進蜂群演算法之性能。Mezura-Montes 和 Cetina-Dominguez[13] 利用經驗法則來改良蜂群演算法，在觀察蜂的搜尋中加入限制條件，提高蜂群演算法的效能及可行性。因此本論文將利用蜂群演算法搜尋範圍廣的特性並結合近年來迅速發展的有限元素軟體，模擬不同種類結構之模型分析，進行結構最佳化設計。

二、蜂群演算法

蜂群演算法[1] 是一種模仿蜜蜂行為的最佳化方法，也是群體智能思想的一個具體應用，它

的主要特點是不需要獲取問題的特殊信息，只需要對問題進行優劣的比較，通過各人工蜂個體的局部尋優行為，最終在群體中使全體最優值突現出來。蜂群最佳化演算法是一種仿生物演算法，藉由模擬自然界中蜜蜂的覓食行為加以模型化而成，可以說是最佳化工程計算中較新穎的一種演算方法。

在蜂群演算法的最佳化過程中，蜜蜂會於蜂巢的資訊分享區藉由跳搖擺舞(Waggle Dance)來與蜂群們分享花蜜的多寡、距離和方向。當蜜蜂朝花蜜源的方向跳肚皮舞的時候，搖擺肚皮的次數越多，就是代表花蜜源離蜂巢的距離越遠。也有不一樣種類的蜜蜂，是利用繞搖擺舞圈子的速度，來告知其他蜜蜂同伴花蜜源離蜂巢的距離，距離越遠的時候就會繞得越慢，距離越近的時候繞得越快；若花蜜的數量越多，則跳舞時間會越久。此外，蜜蜂們會隨著太陽的方向與花蜜源還有蜂巢的相對位置而改變跳舞的角度。本研究即利用蜜蜂的搖擺舞來做隨機搜尋的模擬，並且在解空間中做大範圍的搜尋，因此也較不易落入區域最佳解，期望能夠得到全域的最佳設計解。

蜂群演算法產生群體智慧的最小搜尋模型包含三個組成要素[1]：食物源、雇用蜜蜂(employed foragers)和非雇用蜜蜂(unemployed foragers)；兩種基本的行為：蜜蜂搜尋食物源和放棄某個食物源。

(a) 食物源：食物源的價值由離蜂巢的遠近，包含花蜜量和獲得花蜜的難易度決定，根據每個食物源的採用機率大小判斷是否接受該食物源。食物源採用機率公式如(1)所示。

$$P_i = \frac{fit_i}{\sum_{i=1}^{SN} fit_i} \quad (1)$$

其中， P_i = 第 i 個食物源的採用機率

fit_i = 第 i 個食物源的適應值

SN = 最大搜尋次數

(b) 雇用蜂：雇用蜂與採集的食物源一一對應。雇用蜂儲存有某一個食物源的相關信息(相對於蜂巢的距離、方向、食物源的花蜜量等)並且將這些信息在資訊分享區以搖擺舞與其他蜜蜂分享。在蜂群演算法中雇用蜂搜尋食物源的公式如式(2)所示。

$$x_{i+1,j} = x_{i,j} + \phi_{ij}(x_{i,j} - x_{k,j}) \quad (2)$$

其中， $x_{i,j}$ ：為第 j 個變數第 i 次迭代的解

ϕ_{ij} ：為-1~1之間的隨機亂數

$x_{k,j}$ ：為第 j 個變數第 k 次迭代的解($i \neq k$)

(c) 非雇用蜂：其主要任務是隨機搜尋和開採新食物源。有兩種未被雇用的蜜蜂：偵查蜂(Scouter)和跟隨蜂(Follower)。偵查蜂隨機搜尋蜂巢附近的新食物源；跟隨蜂在蜂巢內透過雇用蜂在資訊分享區分享的相關信息找到食物源。一般情況下，偵查蜂的平均數目是蜂群的5%-20%。在群體智慧的形成過程中，資訊分享是最重要的。舞蹈區是蜂巢中最重要的信息交換地。蜜蜂會跳搖擺舞。食物源的信息在舞蹈區透過搖擺舞的形式與其他蜜蜂分享，雇用蜂通過搖擺舞的持續時間等來表現食物源的採用機率公式，故跟隨蜂可以觀察到大量的舞蹈並依據採用機率公式來選擇到哪個食物源採蜜。食物源採用機率與食物源被選擇的可能性成正比。所以，跟隨蜂被招募到另一個食物源的機率與食物源的食物源採用機率成正比。在蜂群演算法中非雇用蜂搜尋食物源的公式如(3)所示[14]。

$$x_{i,j} = x_{min,j} + rand(0,1)(x_{max,j} - x_{min,j}) \quad (3)$$

其中， $x_{i,j}$ ：為重新搜尋的解

$x_{min,j}$ ：為第 j 個參數的當前最小值

$x_{max,j}$ ：為第 j 個參數的當前最大值

$rand(0,1)$ ：為 0~1 之間的任意數

結構最佳化的問題，一般可用下列數學式表示：

Minimize

$$\omega \quad (4)$$

Subject to

$$g_j(x) \leq g_{jd}, j=1,2,\dots,m \quad (5)$$

$$x_{i,L} \leq x_i \leq x_{i,U}, i=1,2,\dots,n \quad (6)$$

其中 ω 為目標函數， g_{jd} 為第 j 個限制條件 $g_j(x)$ 的上限， $x_{i,L}$ 和 $x_{i,U}$ 分別為設計變數 x_i 的下限和上限。

在蜂群演算法中，在迭代的過程中適存度(fitness)越高的食物源代表它附近有更佳解的機會越高；相反的，適應值越低則附近有更佳解的機會越低。因此，將會選擇適應值較佳的食物源來做為下一次搜尋的依據。蜂群演算法屬於巨集啟發式(meta-heuristic)演算法，只適合無限制條件之搜尋，而有限制條件的最佳化問題必須經由處罰函數 λ (penalty function) 的方法轉換成無限制條件之問題。

$$F = C - [\omega + \lambda (\Delta g)^2] \quad (7)$$

其中，F：適存度

C：給定之常數

ω ：目標函數

λ ：處罰函數

Δg ：限制條件之差

三、數值分析

本研究主要是利用蜂群演算法對不同的結構進行最佳化設計，首先利用有限元素分析軟體 ANSYS 進行結構分析，並將所獲得的數值結果以 FORTRAN 程式語言進行最佳化設計，如此重複迭代分析直到滿足收斂條件為止，其程式執行流程如圖 1 所示。

範例一：十桿件桁架結構最佳化設計

本範例為十桿件桁架結構最佳化設計，其目標為桁架重量最小化，十桿件桁架結構外形及尺寸如圖 2 所示。桁架上方負載 P_1 為 50000 lb，下方負載 P_2 為 150000 lb。結構之材料性質為楊氏係數 $E=10^7$ psi、材料密度 $\rho=0.1$ lb/in³，和蒲松比 $\nu=0.3$ ，其限制條件為各桿件最大應力值不超過 25 ksi，節點 2 在 y 方向之位移量 u_{2y} 不超過 2.0 in。設計參數為各桿件之截面積 A_i ，其上下限分別為 26.0 in² 和 0.1 in²。本範例在初始設計變數 A_i 為 10 in²。運用蜂群演算法運算後可得到結構最佳值之重量由原先的 4196.47 lb 提升到 4366.19 lb，節點 2 在 y 方向的位移量 u_{2y} 由 4.01 in 下降至 2.00 in，各桿件之應力值也合乎限制條件之要求，如表 1 所示。整體結構之總重量也較文獻[15]為輕。

範例二：二十五桿件桁架結構輕量化設計

二十五桿件桁架結構尺寸、外型如圖 3 所示 [16]。桁架於端點 1、2、3、6 受到負載。此結構含有十節點連結形成二十五根空間桿件。本研究將桿件截面積定為設計參數並分為八組，因此設計變數 A_i 由原先的 25 個變為 8 組 AG_i 的設計變數。結構之楊氏係數 $E=10^4$ ksi、材料密度 $\rho=0.1$ lb/in³。其限制條件為節點之最大位移 u_{max} 不超過 0.35 in 之要求以及桿件最大應力 σ_{max} 不超過 40 ksi。設計參數為各桿件之截面積 AG_i ，其上下限分別為 5.0 in² 和 0.1 in²。本範例之初始設計變數 AG_i 為 1.000 in²。利用蜂群演算法運算後吾人可得到結構最佳值之總重量由 352.397 lb 提高為 484.966 lb，而最大位移 u_{max} 由 0.580 in 下

降至 0.349 in。本研究應用蜂群演算法所得之結果除滿足限制條件的要求外，整體結構之總重量也較文獻[16]為佳，如表 2 所示。證明本研究所提出之方法在本範例中可獲得較佳之結果。

範例三：七十二桿件桁架結構輕量化設計

七十二桿件桁架結構尺寸、外型如圖 4 所示 [16]，圖中 $L=60$ in。桁架於端點 1 受到負載。本研究將 72 根桿件截面積定為設計變數，並連結成 16 組設計變數，因此設計變數 A_i 由原先的 72 個變為 16 組 AG_i 的設計變數。結構之楊氏係數 $E=10^4$ ksi、材料密度 $\rho=0.1$ lb/in³。其限制條件為節點之最大位移量 u_{max} 不超過 0.25 in 之要求以及桿件最大應力 σ_{max} 不超過 25 ksi。設計參數為各桿件之截面積 AG_i ，其上下限分別為 5.0 in² 和 0.1 in²。本範例之初始設計變數 AG_i 為 1.000 in²。利用蜂群演算法運算後吾人可得到結構最佳值之總重量由 853.090 lb 下降為 379.368 lb，而最大位移 u_{max} 由 0.093 in 增加為 0.242 in，仍滿足限制條件小於 0.25 in 之要求。由蜂群演算法所得之結果除了滿足限制條件的要求外，整體結構之總重量也較文獻[16]為佳，如表 3 所示。本範例證明本研究所提出之方法在可獲得較佳之結果。

範例四：直升機尾桁結構輕量化設計

本範例為直升機尾桁結構最佳化設計，其結構外型、尺寸以及支點上的負載，如圖 5 所示。結構總共 108 根桿件，72 個自由度。固定支點 1、2、3 及 4。結構之材料性質為楊氏係數 $E=10^7$ psi、材料密度 $\rho=0.1$ lb/in³。其限制條件為第一模態之自然振動頻率 $f_1 \geq 29.0$ Hz，且滿足端點之最大位移 $u_{25,y}$ 小於 0.5 in。設計參數為桿件之截面積 A_i ，其桿件截面積上下限分別為 1.50 in² 和 0.06 in²。本範例中，為了便於製造與應用，吾人將 108 根桿件分為 18 組，因此設計變數 A_i 由原先的 108 個變為 18 組 AG_i 的設計變數。吾人定義設計參數 AG_i 之初始值為 0.300 in²，初始尾桁結構之總重量為 88.800 lb，位移為 1.073 in，第一模態自然頻率 f_1 為 21.277 Hz。利用蜂群演算法運算過後總重量為 112.364 lb，位移為 0.500 in，頻率升高至 33.848 Hz。本範例最佳化後結構之重量也較文獻[17]為輕，自然振動頻率及端點位移皆滿足限制條件之要求，如表 4 所示。由此範例也可證明蜂群演算法有較佳的結果。

範例五：無人飛行載具機翼主樑輕量化設計

本範例為無人飛行載具機翼主樑結構輕量化設計，其外型尺寸，如圖 6 所示。水平樑長度為 3.5m，兩樑左端點距離為 0.5m，其材料特性為 $E=70 \text{ GPa}$ 、 $\nu=0.33$ 、 $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ ，並沿著 x 軸施加均佈力 $q=112 \text{ N/m}$ 。本範例之目標為尋求無人飛行載具機翼結構斜樑最佳之放置距離 x 以滿足限制條件之要求並達到輕量化之目的。主樑兩樑截面皆為空心圓管，水平樑外徑為 D_1 ，內徑為 d_1 及斜樑外徑為 D_2 ，內徑為 d_2 。其限制條件為水平樑右端點在 y 方向之位移量 u_{tip} 不超過 18 cm 之要求，並滿足主樑結構兩空心管壁面厚度不得小於 0.2 cm，且限制樑件最大應力 σ_{max} 不得超過 189 MPa，此為 70% 之降伏應力。吾人初始設計參數給予 $D_1=5 \text{ cm}$ ， $d_1=4 \text{ cm}$ ， $D_2=5 \text{ cm}$ ， $d_2=4 \text{ cm}$ 和 $x=200 \text{ cm}$ 。初始結構之總重量為 10608 g，位移為 0.90 cm，最大應力 173.00 MPa。經過蜂群演算法最佳化運算後重量下降至 2920 g，位移為 17.54 cm 和樑件最大應力值為 121.81 MPa，如表 5 所示。本範例最佳化的最後結果也較文獻[18]為佳。

範例六：無人飛行載具機翼主樑承受扭矩之輕量化設計

本範例為考慮無人飛行載具機翼控制面操作時，機翼若承受扭矩過大會使機翼變形以致破壞空氣動力特性，因此期望在可容許的扭轉角度內使得主樑的重量最小化，其外型尺寸如圖 7 所示。機翼全長 3.5 m，翼肋寬度 0.5 m，並在翼肋後端施加一均佈力 $q=8.4 \text{ N/m}$ ，結構之材料性質為楊氏係數 $E=70 \text{ GPa}$ 、材料密度 $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$ ，和蒲松比 $\nu=0.33$ 。其限制條件為翼肋端點位移 u_{tip} 不能超過 5.0 cm，並限制樑件最大應力 σ_{max} 不得超過 189 MPa，此為 70% 之降伏應力。初始設計參數為 $D=5 \text{ cm}$ ， $d=3 \text{ cm}$ ，初始結構之總重量為 5065 g，位移為 5.5 cm，最大應力為 23 MPa。經過蜂群演算法運算後重量下降至 3095 g、位移為 5.00 cm、樑件最大應力值為 26.33 MPa，如表 6 所示。顯示經過蜂群演算法後之結果也較文獻[18]為佳。

四、結論

本研究成功地應用蜂群演算法於結構之最佳化設計。研究中將蜂群演算法利用 FORTRAN 語法並結合 ANSYS 中的 APDL 語法成為一系統

程式，使其能自動執行最佳化與 ANSYS 結構分析之流程。本研究所使用的蜂群演算法，不但可以應用在大多數結構最佳化問題，在最佳化之過程中將目標函數及限制條件進行整合成一數學函數，並利用合適的轉換機制，配合使用食物源採用機率，達到搜尋食物源的步驟以進行求解最佳值。在程式運算中，可以發現蜂群演算法具有快速搜尋與能夠跳脫區域最佳解等特性，因此能有效的避免落入區域最佳解並且得到全域最佳解。經過本研究的六個範例分析之後，可以發現蜂群演算法對於大多數的結構最佳化問題，都可以得到最佳解。

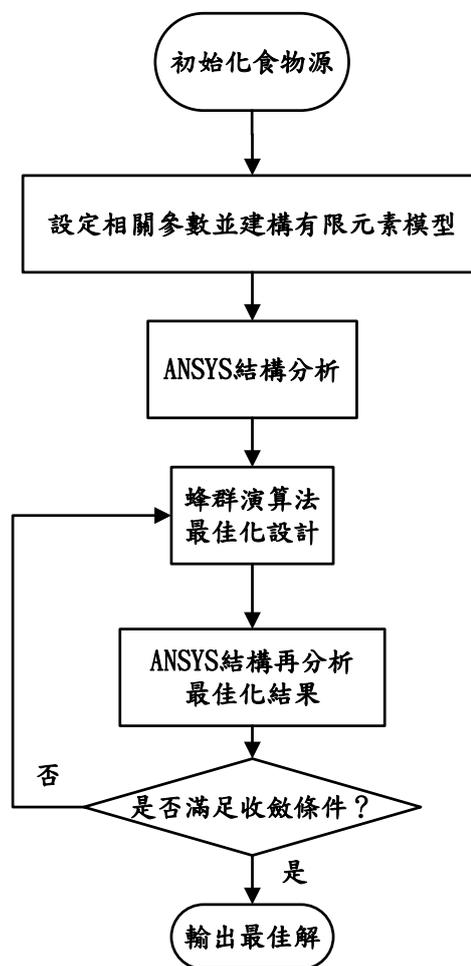


圖 1 程式執行流程圖

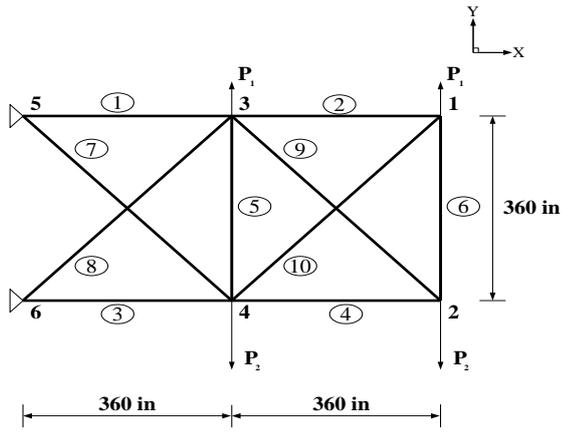


圖 2 範例一 十桿件桁架結構尺寸圖

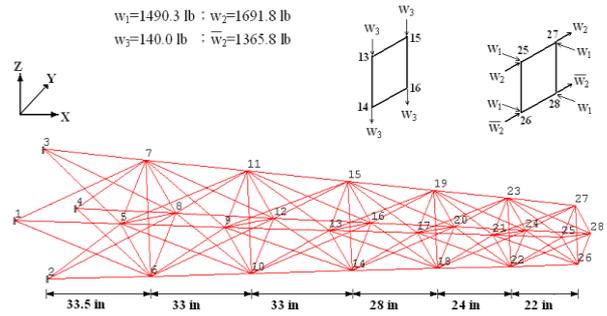


圖 5 範例四 直昇機尾桁結構外型及負載圖

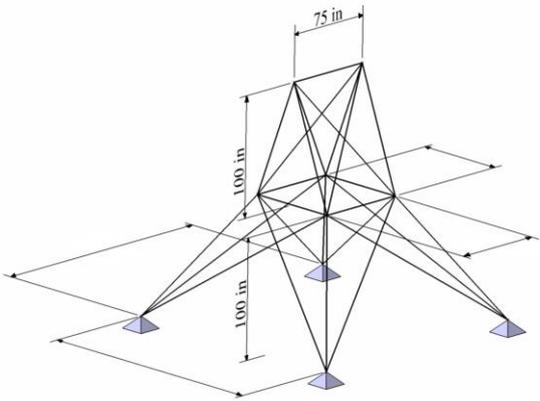


圖 3 範例二 二十五桿件桁架結構尺寸外型圖

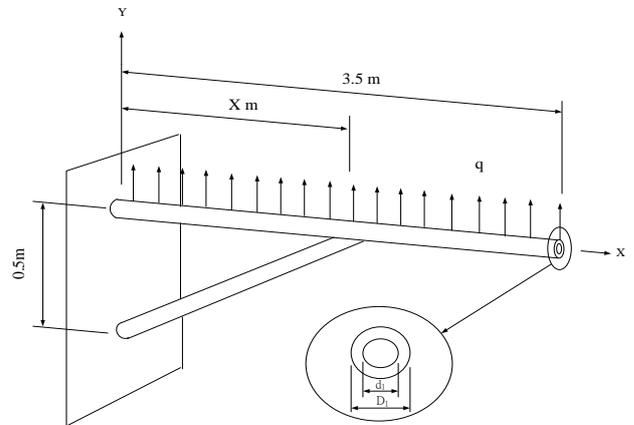


圖 6 範例五 無人飛行載具機翼主樑結構外形

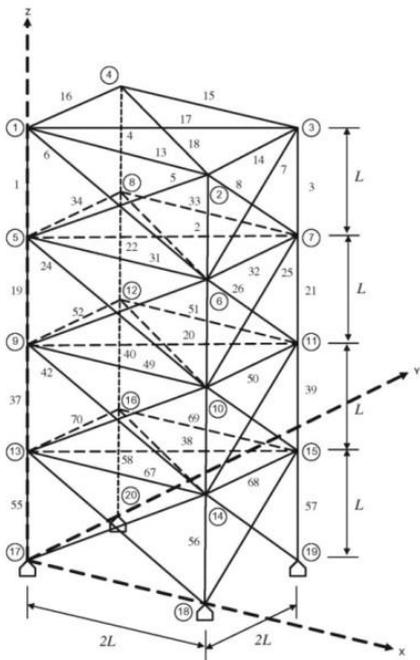


圖 4 範例三 七十二桿件桁架結構尺寸外型圖

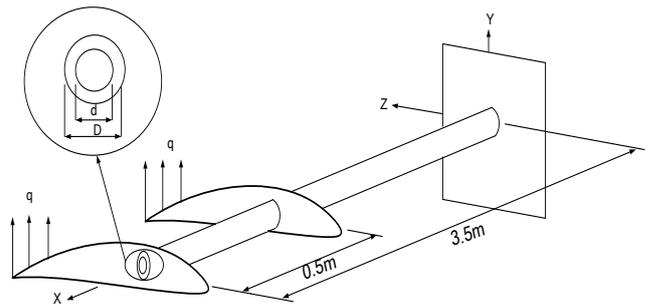


圖 7 範例六 受扭矩之機翼主樑結構外形圖

表 1 範例一 十桿件桁架分析結果

	初始值	文獻[15]	本研究
$A_1(\text{in}^2)$	10.00	24.57	25.72
$A_2(\text{in}^2)$	10.00	0.10	0.10
$A_3(\text{in}^2)$	10.00	23.98	22.26
$A_4(\text{in}^2)$	10.00	14.95	14.69
$A_5(\text{in}^2)$	10.00	0.10	0.10
$A_6(\text{in}^2)$	10.00	1.04	1.04
$A_7(\text{in}^2)$	10.00	4.16	4.13
$A_8(\text{in}^2)$	10.00	16.10	15.18
$A_9(\text{in}^2)$	10.00	19.78	21.13
$A_{10}(\text{in}^2)$	10.00	0.10	0.10
Weight(lb)	4196.47	4375.26	4366.19
$ \sigma $	20.46	24.98	25.00
$ u_{2y} $	4.01	1.99	2.00

表 2 範例二 二十五桿件桁架分析結果

	初始值	文獻[16]	本研究
$AG_1(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.206
$AG_2(\text{in}^2)$	1.000	1.023	0.602
$AG_3(\text{in}^2)$	1.000	3.400	3.385
$AG_4(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.138
$AG_5(\text{in}^2)$	1.000	0.100	1.912
$AG_6(\text{in}^2)$	1.000	0.640	0.897
$AG_7(\text{in}^2)$	1.000	2.042	0.419
$AG_8(\text{in}^2)$	1.000	3.400	3.395
Weight(lb)	352.397	485.330	484.966
$ u_{\max} $	0.580	0.321	0.349
$ \sigma_{\max} $	15.814	6.321	6.194

表 3 範例三 七十二桿件桁架分析結果

	初始值	文獻[16]	本研究
$AG_1(\text{in}^2)$	1.000	0.162	0.155
$AG_2(\text{in}^2)$	1.000	0.509	0.536
$AG_3(\text{in}^2)$	1.000	0.497	0.410
$AG_4(\text{in}^2)$	1.000	0.562	0.562
$AG_5(\text{in}^2)$	1.000	0.514	0.507
$AG_6(\text{in}^2)$	1.000	0.546	0.520
$AG_7(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.100
$AG_8(\text{in}^2)$	1.000	0.110	0.100
$AG_9(\text{in}^2)$	1.000	1.308	1.280
$AG_{10}(\text{in}^2)$	1.000	0.519	0.515
$AG_{11}(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.100
$AG_{12}(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.100
$AG_{13}(\text{in}^2)$	1.000	1.743	1.897
$AG_{14}(\text{in}^2)$	1.000	0.519	0.516
$AG_{15}(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.100
$AG_{16}(\text{in}^2)$	1.000	0.100	0.100
Weight(lb)	853.090	381.913	379.368
$ \sigma_{\max} $	9.278	25.003	24.962
$ u_{\max} $	0.093	0.236	0.242

表 4 範例四 直升機尾桁分析結果

	初始值	文獻[17]	本研究
AG ₁ (in ²)	0.300	1.42	1.466
AG ₂ (in ²)	0.300	0.16	0.149
AG ₃ (in ²)	0.300	0.06	0.060
AG ₄ (in ²)	0.300	1.47	1.331
AG ₅ (in ²)	0.300	0.19	0.175
AG ₆ (in ²)	0.300	0.06	0.060
AG ₇ (in ²)	0.300	0.99	1.162
AG ₈ (in ²)	0.300	0.23	0.221
AG ₉ (in ²)	0.300	0.06	0.060
AG ₁₀ (in ²)	0.300	1.07	0.946
AG ₁₁ (in ²)	0.300	0.24	0.242
AG ₁₂ (in ²)	0.300	0.06	0.060
AG ₁₃ (in ²)	0.300	0.63	0.695
AG ₁₄ (in ²)	0.300	0.28	0.272
AG ₁₅ (in ²)	0.300	0.07	0.063
AG ₁₆ (in ²)	0.300	0.35	0.272
AG ₁₇ (in ²)	0.300	0.34	0.334
AG ₁₈ (in ²)	0.300	0.06	0.101
Weight(lb)	88.800	113.88	112.364
f ₁ (Hz)	21.277	33.68	33.848
u _{25,y}	1.073	0.5	0.500

表 5 範例五 UAV 機翼主樑分析結果

	初始	文獻[18]	本研究
水平樑外徑(cm)	5.00	5.10	2.84
水平樑內徑(cm)	4.00	4.70	2.17
斜樑外徑(cm)	5.00	3.10	1.11
斜樑內徑(cm)	4.00	2.10	0.28
距離 x(cm)	200	54.50	172.15
Weight(g)	10608	3818	2920
u _{tip}	0.90	18.00	17.54
σ _{max}	173.00	129.00	121.81

表 6 範例六 受扭矩 UAV 機翼主樑分析結果

	初始值	文獻[18]	本研究
圓管外徑(cm)	5.00	4.70	5.22
圓管內徑(cm)	3.00	4.10	4.80
Weight(g)	5065	3970	3095
u _{tip}	5.50	4.90	5.00
σ _{max}	23.00	23.00	26.33

參考文獻

- [1] Karaboga, D., “An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization,” Technical Report-TR06, Erciyes University, Department of Computer Engineering Department, Kayseri/Türkiye October, 2005.
- [2] Karaboga, D. and Basturk, B., “A Powerful and Efficient algorithm for Numerical Function Optimization: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm,” J Glob Optim 39,pp.459–471, 2007.
- [3] Karaboga, D. and Basturk, B., “Artificial Bee Colony (ABC) Optimization Algorithm for Solving Constrained Optimization Problems,” Erciyes University, Department of Computer Engineering, 2007.
- [4] Karaboga, D. and Basturk, B., “On the Performance of Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm,” Applied Soft Computing 8, pp. 687–697, 2008.
- [5] Karaboga, D. and Akay, B., “A Comparative Study of Artificial Bee Colony Algorithm,” Applied Mathematics and Computation 214, pp. 108–132, 2009.
- [6] Alatas, B., “Chaotic Bee Colony Algorithms for Global Numerical Optimization,” Expert Systems with Applications 37, pp.5682–5687, 2010.
- [7] Banharnsakun, A., Achalakul, T. and Sirinaovakul, B., “The Best-so-far Selection in Artificial Bee Colony Algorithm,” Applied Soft Computing 11, pp.2888–2901, 2011.
- [8] Karaboga, D. and Akay, B., “A Modified Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm for Constrained Optimization Problems,” Applied Soft Computing 11, pp.3021–3031, 2011.
- [9] Karaboga, D. and Akay, B., “A Modified Artificial Bee Colony Algorithm for Real-parameter Optimization,” Information Sciences 192, pp.120–142, 2012.

- [10] Gao, W. F. and Liu, S. Y., "A Modified Artificial Bee Colony Algorithm," Computers & Operations Research 39, pp.687–697, 2012.
- [11] Wu, B., Qian, C., Ni, W. H. and Fan, S. H., "Hybrid Harmony Search and Artificial Bee Colony Algorithm for Global Optimization Problems," Computers and Mathematics with Applications 64, pp.2621–2634, 2012.
- [12] Yan, X. H., Zhu, Y. L., Zou, W. P. and Wang, L., "A New Approach for Data Clustering using Hybrid Artificial Bee Colony Algorithm," Neurocomputing 97, pp.241–250, 2012.
- [13] Mezura-Montes, E. and Cetina-Dominguez, O., "Empirical Analysis of a Modified Artificial Bee Colony for Constrained Numerical Optimization," Applied Mathematics and Computation 218, pp.10943–10973, 2012.
- [14] Sonmez, M., "Artificial Bee Colony Algorithm for Optimization of Truss Structures," Applied Soft Computing 11, pp.2406–2418, 2011.
- [15] 張永康, 張維恩, 蘇彤藹, "應用雙演化演算法於無人飛行載具結構最佳化設計之研究," 2013 中華民國航太學會學術研討會, Nov. 30, 淡水, 台灣。
- [16] Perez, R. E. and Behdinan, K., "Particle Swarm Approach for Structural Design Optimization," Computers and Structures 85, pp.1579–1588, 2007.
- [17] 張永康, 郭純孜, 康祐嘉, "應用移動漸近線法於結構之最佳化設計," 2011 中華民國航太學會學術研討會, Nov. 5, 台中, 台灣。
- [18] 張永康, 劉敬文, 陳宣辰, "無人飛行載具結構之最佳化設計與分析," 2010 中華民國航太學會學術研討會, Dec. 4, 桃園, 台灣。