



# *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance*

## **Aplicação ao Índice FTSE 100**

Mestrado em Finanças Empresariais

Eduardo José Diniz Pereira Gaspar

Leiria, março de 2019



# *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance*

## **Aplicação ao Índice FTSE 100**

Mestrado em Finanças Empresariais

Eduardo José Diniz Pereira Gaspar

Dissertação realizada sob a orientação da Professora Doutora Elisabete Fernanda Mendes

Duarte e coorientação da Professora Doutora Célia Patrício Valente de Oliveira

Leiria, março de 2019

# **Originalidade e Direitos de Autor**

A presente dissertação de projeto é original, elaborada unicamente para este fim, tendo sido devidamente citados todos os autores cujos estudos e publicações contribuíram para a elaborar.

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição de que seja mencionado o Autor e feita referência ao ciclo de estudos no âmbito do qual o mesmo foi realizado, a saber, Curso de Mestrado em Finanças Empresariais, no ano letivo 2018/2019, da Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Leiria, Portugal, e, bem assim, à data das provas públicas que visaram a avaliação destes trabalhos.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# **Dedicatória**

Dedico à minha família e amigos.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# **Agradecimentos**

À minha orientadora Elisabete Duarte e coorientadora Célia Oliveira pela forma como me acompanharam e ajudaram em todas as etapas da realização desta dissertação.

Aos meus pais, irmã e amigos pelo apoio, pela força e pelo auxílio que me deram para concluir com sucesso esta etapa da minha vida.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Resumo

Dada a aversão ao risco usualmente associada aos investidores, é frequente na literatura, serem apresentadas e estudadas estratégias a utilizar nos mercados financeiros, por forma a limitar esse risco.

Neste trabalho, a estratégia de gestão de risco tradicional *Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (CPPI) é modificada de modo a que se utilize um multiplicador dinâmico que varie com base nas flutuações das cotações do ativo com risco, designando-se por *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance* (D-CPPI).

O multiplicador é ajustado de acordo com as flutuações das cotações, o que significa que vai aumentar quando o valor da cotação sobe, e diminuir quando o valor da cotação desce. O trabalho baseia-se no modelo apresentado por Yao & Li (2016) e é aplicado ao mercado de ações britânico (FTSE 100) no período 2008-2018. O desempenho da D-CPPI é analisado e comparado com o desempenho da estratégia tradicional CPPI e com o da estratégia Buy and Hold (BH). Procurou-se ainda analisar o impacto que o *Brexit* teve no mercado britânico e se a utilização da D-CPPI permite efetivamente diminuir o risco enfrentado pelos investidores neste período mais conturbado.

Os resultados demonstram que a D-CPPI tem as melhores taxas de rentabilidade em mercados em queda apesar do seu desempenho ser, geralmente, inferior às estratégias CPPI e BH. A BH demonstra ser a estratégia que consegue obter melhores desempenhos, apesar de ser a que apresenta maiores níveis de risco. O *Brexit* teve bastante impacto no mercado, não obstante, a utilização da D-CPPI permitiu garantir os resultados esperados.

**Palavras-chave:** CPPI, Seguro de Carteira, Multiplicador Dinâmico

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Abstract

Given the risk aversion usually associated with financial markets investors', it is common, in literature, to present and study strategies to be used in order to limit risk.

In this work, a traditional risk management strategy *Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (CPPI) is modified in order to use a dynamic multiplier that varies based on the fluctuations of the risky asset prices. This strategy is called *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance* (D-CPPI).

The multiplier is adjusted according to the price fluctuations, which means that it will increase when the quote goes up and decrease when the quote goes down.

The work is based on the model presented by Yao & Li (2016) and is applied to the British stock market (FTSE 100) in the 2008-2018 period. The performance of D-CPPI is analysed and compared with the performance of the traditional CPPI strategy and with the Buy and Hold (BH) strategy. It also sought to analyse the impact of Brexit on the British market and whether the use of D-CPPI effectively reduces the risk faced by investors in this troubled period.

The results show that the D-CPPI has the best profitability rates in falling markets despite its performance is generally lower than CPPI and BH strategies. BH proves to be the strategy that achieves better performance, despite being the one with the highest levels of risk. Brexit had a great impact in the market, however, the use of D-CPPI allowed to guarantee the expected results.

**Keywords:** CPPI, Portfolio Insurance, Dynamic Multiplier

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Índice

Originalidade e Direitos de Autor .....	iii
Dedicatória .....	v
Agradecimentos .....	vii
Resumo .....	ix
Abstract .....	xi
Lista de Figuras .....	xv
Lista de tabelas .....	xvii
Lista de siglas e acrónimos.....	xix
1. Introdução .....	1
2. Revisão de Literatura.....	5
2.1. A técnica de <i>Seguro de Carteira</i> .....	5
2.2. <i>Constant Proportion Portfolio Insurance</i> - CPPI.....	10
2.3. CPPI com um Multiplicador Dinâmico .....	14
2.4. Limitações .....	20
3. Dados e Metodologia .....	23
4. Resultados .....	27
5. Conclusões .....	39
Bibliografia.....	41
Anexos.....	47

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Lista de Figuras

Figura 1 - Evolução das Cotações do FTSE 100 entre 2008 e 2018.....	23
Figura 2 - Evolução dos resultados obtidos pela D-CPPI.....	28
Figura 3 - Evolução dos resultados obtidos pela BH.....	28
Figura 4 - Evolução dos resultados obtidos pela CPPI.....	29
Figura 5 - Comparação dos Valores Finais obtidos pela D-CPPI e BH .....	34
Figura 6 - Comparação dos Valores Finais obtidos pela D-CPPI e CPPI.....	35
Figura 7 - Evolução da Cotação do FTSE 100 .....	37
Figura 8 - Evolução das rentabilidades diárias do índice FTSE 100 .....	37

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# Lista de tabelas

Tabela 1 - Revisão Comparativa dos Artigos Seleccionados .....	17
Tabela 2 - Custos de Transação .....	24
Tabela 3 - Número de recomposições da estratégia por ano .....	27
Tabela 4 - Resultados de todas as estratégias (2008-2018) .....	30
Tabela 5 - Impacto do <i>Brexit</i> no Mercado e na Carteira.....	36

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

## Lista de siglas e acrónimos

BH	<i>Buy and Hold</i>
<i>Brexit</i>	Saída do Reino Unido da União Europeia
CPPI	<i>Constant Proportion Portfolio Insurance</i>
DARE	<i>Dynamic Autoregressive Expectile</i>
D-CPPI	<i>Dynamic-Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy</i>
D-TIPP	<i>Dynamic Time-Invariant Portfolio Protection Strategy</i>
Euribor	<i>European Interbank Offered Rate</i>
EGARCH	<i>Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic</i>
FTSE 100	<i>The Financial Times Stock Exchange 100 Index</i>
GARCH	<i>General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
Libor	<i>London Interbank Offered Rate</i>
OBPI	<i>Option Based Portfolio Insurance</i>
MAR	Rentabilidade Mínima Aceitável
TIPP	<i>Time-Invariant Portfolio Protection Strategy</i>
TPPI	<i>Time Varying Proportion Portfolio Insurance</i>
VPPI	<i>Variable Proportion Portfolio Insurance</i>

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

# 1. Introdução

Um investimento ocorre, de um modo geral, quando os investidores compram ou vendem ativos ou recursos, durante um determinado período. O objetivo é o de que esses ativos forneçam uma dada rentabilidade no futuro. O resultado de um investimento é sempre incerto, o que acrescenta um novo parâmetro na decisão do investidor: o risco. Risco e rentabilidade são, pois, os dois tipos de parâmetros que estão geralmente envolvidos numa decisão de investimento. A um risco mais elevado deverá corresponder uma maior rentabilidade e vice-versa.

Geralmente assume-se que os investidores são avessos ao risco, pelo que num ambiente financeiro onde os mercados apresentam elevada volatilidade, os investidores estarão mais preocupados com o risco, o que vai ter impacto nas suas decisões de investimento. Não obstante, a aversão ao risco não é igual para todos os investidores, o que justifica diferentes decisões face aos mesmos níveis de risco. O importante é o investidor conhecer o seu perfil de risco e adequar o seu investimento a esse perfil.

Nos mercados interbancários tem-se assistido, recentemente, a uma situação anómala com as taxas de juro, nomeadamente com a Euribor e a Libor, a apresentar valores negativos. Tal leva a que os investidores que têm algum grau de aversão ao risco, a ter dificuldades acrescidas na seleção das suas carteiras de investimento, dadas as implicações que esta situação tem na taxa de juro sem risco (usualmente a situação de refúgio para investidores altamente avessos ao risco quando os mercados se apresentam muito voláteis).

Paralelamente, o referendo de 23 de junho de 2016, onde se propôs a saída do Reino Unido da União Europeia (*Brexit*) veio alterar a perceção ao risco, por parte dos investidores, em relação a esse mercado. O referendo é ainda no momento atual, um evento de impacto imprevisível. Assim, o mercado inglês tem enfrentado uma situação muito peculiar, com o *Brexit* e o respetivo impacto nos mercados financeiros, onde a instabilidade gerada condiciona fortemente a tomada de decisões por parte dos investidores. Dada a forte volatilidade a que tem estado sujeito nos últimos anos, foi escolhido o mercado financeiro britânico para a aplicação de uma estratégia de gestão de risco, a técnica de *Seguro da Carteira*. Esta situação de instabilidade iniciou-se com a crise de 2008 e foi fortemente

agravada no período pós-referendo, pelo que se considerou adequado abranger todo o período de 2008 a 2018, no atual trabalho.

A técnica de *Seguro de Carteira* oferece uma solução para os investidores avessos ao risco ao proporcionar a oportunidade de beneficiarem de mercados em crescimento e, ao mesmo tempo, limitar o risco de perda nos mercados em declínio. A possibilidade de obter ganhos nos mercados em alta é o que distingue, e torna mais apelativa a estratégia de *Seguro de Carteira* quando se compara com outras técnicas de cobertura de risco.

Existem várias abordagens diferentes da técnica de *Seguro de Carteira*, mas a *Constant Proportion Portfolio Insurance* (CPPI), sendo uma das mais simples e, por consequência, uma das mais utilizadas nos mercados foi a selecionada para ser utilizada no presente trabalho. Esta estratégia visa proteger os investidores do risco, fornecendo uma garantia de valor mínimo da carteira na data de vencimento (Duarte, 2004).

A componente com risco do investimento, é definida com base num multiplicador exógeno ao modelo, na estratégia CPPI original (Duarte, 2004). O presente trabalho introduz um multiplicador dinâmico nessa estratégia, construído com base nas flutuações do preço do ativo com risco, a *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (D-CPPI). Esta estratégia, selecionada para o presente trabalho, surge dos estudos de Yao & Li (2016).

O objetivo geral do presente estudo é contribuir para o estudo das técnicas de *Seguro da Carteira*, em particular da CPPI com multiplicador dinâmico. Além deste objetivo geral procurar-se analisar os seguintes objetivos específicos:

- a) Verificar o desempenho de uma estratégia de CPPI com multiplicador dinâmico;
- b) Verificar se a introdução de um multiplicador dinâmico no modelo de CPPI permite obter maiores rendibilidades do que a estratégia original;
- c) Verificar se a introdução de um multiplicador dinâmico no modelo de CPPI permite obter maiores rendibilidades do que a estratégia de *Buy-and-Hold*;
- d) Analisar se o impacto do *Brexit* no mercado inglês consegue ser captado, evitando os riscos que lhe estão inerentes, quando se aplica a estratégia de CPPI com multiplicador dinâmico;

O restante da presente dissertação está organizado da seguinte forma: A Seção 2 apresenta a revisão de literatura onde são descritos os temas relevantes para o assunto em análise: nomeadamente a técnica de *Seguro de Carteira*, a CPPI e a D-CPPI. Os dados e a metodologia usada na aplicação da D-CPPI ao FTSE-100 são discutidos na Seção 3. A seção 4 descreve o desempenho da simulação e os resultados. Finalmente, na Seção 5 estão presentes as conclusões do trabalho.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

## 2. Revisão de Literatura

O investimento é fundamental para todos os agentes que pretendem aumentar a sua riqueza. Através da definição de uma estratégia de investimento, estes, conseguem definir regras e procedimentos que lhes permitem a escolher e gerir uma determinada carteira de investimentos. É importante que cada investidor escolha a estratégia que considere mais adequada aos seus objetivos e nomeadamente ao seu perfil de risco. Assim, um dos problemas enfrentados pelos investidores é a determinação da composição ótima da sua carteira de investimento.

Nos mercados financeiros existe um ambiente de incerteza que levou ao aparecimento de estratégias de cobertura de risco. As estratégias de *Seguro de Carteira* inserem-se dentro deste tipo de estratégias. Distinguem-se de outras estratégias de cobertura de risco porque conseguem limitar o risco de perda enquanto preservam o potencial de obtenção de lucro, através da obtenção de um perfil de lucro assimétrico (Duarte, 2004).

O termo *Seguro de Carteira* apareceu pela primeira vez nos estudos de Leland (1980) e Rubinstein & Leland (1981). Dentro das estratégias de *Seguro de Carteira* existem várias alternativas que o investidor pode escolher. Neste trabalho optou-se por focar a técnica de CPPI. Esta estratégia foi desenvolvida por Perold (1986) e por Black & Jones (1987) (1988), e obteve grande popularidade entre os investidores, o que se justifica pela sua simplicidade de utilização associada à sua capacidade de obter bons resultados (Duarte, 2004).

O objetivo deste trabalho é analisar a possibilidade de obter rentabilidades anormais com uma estratégia de investimento baseada na CPPI com multiplicador dinâmico, pelo que a revisão de literatura que se segue está dividida em três subpontos. O primeiro apresenta a técnica de *Seguro de Carteira*, o segundo expõe a estratégia de CPPI, e no terceiro é apresentada uma extensão da estratégia *Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (CPPI), que foi designada por *Dynamic - Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (D-CPPI), que se caracteriza por usar um multiplicador dinâmico.

### 2.1. A técnica de *Seguro de Carteira*

A escolha da composição da carteira de ativos é um ponto fulcral para os investidores presentes no mercado financeiro. A economia e finanças tradicionais pressupõem que estes agentes económicos procuram melhorar o seu bem-estar e maximizar a sua riqueza. Conclui

ainda que os agentes económicos não são influenciados por outros quando tomam estas decisões, e que as mesmas são racionais (Marques, 2016). O Modelo de Markowitz (1952) (base da *Moderna Teoria da Carteira*) demonstra como maximizar a rentabilidade da carteira enquanto se controla o risco simultaneamente. A rentabilidade esperada é definida pela média ponderada de todas as possíveis rentabilidades do investimento, e o risco é definido como a variância da rentabilidade esperada. O objetivo é obter a carteira com a melhor rentabilidade esperada possível, para um determinado nível de risco, ou equivalentemente, o menor nível de risco para uma determinada rentabilidade esperada. O princípio fundamental desta teoria é fornecer um guia que permita selecionar e gerir uma carteira de investimentos, auxiliando os investidores na sua tomada de decisão (Fabozzi, Gupta & Markowitz, 2002)

A variância, ao ser utilizada como medida de risco, valoriza de modo igual o risco de afastamento de média, seja por valores inferiores, seja por superiores, o que permite obter resultados apropriados com o uso do modelo da média-variância caso a distribuição da rentabilidade siga uma distribuição normal. Contudo, as rentabilidades nos mercados financeiros apresentam, muito comumente, distribuições com caudas mais pesadas do que a distribuição normal podendo, numa maioria das séries apresentar uma distribuição leptocúrtica, (Engle, 1982). Da mesma forma, os investidores não valorizam de igual modo o risco de perda e o risco de ganho, atribuindo usualmente maior peso ao primeiro dos dois, o que faz com que seja necessário criar medidas que se foquem basicamente no risco de perda (Duarte, 2004).

A combinação de ativos que compõem uma carteira de investimento é geralmente definida como uma estratégia que visa balancear a rentabilidade e o risco através da alocação do capital em diferentes tipos de classes de ativos, de acordo com os seus objetivos, a sua tolerância ao risco e a duração do investimento (Brown, Garlappi & Tiu, 2010).

Roy (1952) afirma, mesmo, que o investidor prefere optar pela segurança do seu investimento, e vai decidir, por isso, manter um dado rendimento mínimo. A partir do valor definido como rendimento mínimo, o investidor estará interessado em maximizar o lucro obtido.

A preocupação dos investidores com o risco de perda fez com que aumentasse a procura por estratégias de *Seguro de Carteira*, uma vez que este tipo de estratégia permite

participar em períodos de crescimento de mercado, enquanto oferece proteção de perda quando o mercado está em declínio.

A técnica de *Seguro de Carteira* permite aos investidores limitar o risco de perda em mercados em decrescimento sem comprometer os benefícios obtidos de potenciais mercados em crescimento, através de uma combinação dinâmica de ativos, escolhidos pelo investidor, e que são frequentemente ajustados de modo a responder às alterações do mercado (Bertrand & Prigent, 2016). Por norma, os ajustamentos envolvem reduzir as posições das classes de ativos com pior desempenho, ao mesmo tempo que aumentam as posições das classes de ativos com melhor desempenho, de forma dinâmica, ao longo do período de investimento. O quando e quanto se deve ajustar em cada classe de ativos vai ser determinado por um conjunto de regras próprias da estratégia de investimento aplicada.

A técnica de *Seguro de Carteira* foi desenvolvida pela primeira vez nos estudos de Leland (1980) e Rubinstein & Leland (1981). Esta estratégia original é conhecida por diversas denominações sendo uma delas a de *Option Based Portfolio insurance (OBPI)*, designação, essa, que será a utilizada neste trabalho. Esta estratégia foi desenvolvida com o objetivo de produzir um seguro que abrangesse as situações de risco que existem no mercado de ativos financeiros (Duarte, 2004).

A criação da técnica foi impulsionada pela observação que os fundos de pensão se tinham retirado do mercado de ações, em 1973-1974, devido ao declínio a que estes mercados estavam então sujeitos. A ideia original era disponibilizar uma forma de seguro que permitisse atrair este tipo de fundos de volta aos mercados, e que lhes permitisse ficar no mercado mesmo durante períodos de declínio (Leland & Rubinstein, 1988). Estes autores constataram que a fórmula de avaliação de opções criada por Black & Scholes (1973), permite a cobertura de ativos com risco por opções, mas a utilização do seu raciocínio de arbitragem, permite igualmente alcançar os mesmos resultados apenas com a utilização dinâmica de ativos com e sem risco. Ou seja, a rentabilidade de qualquer opção pode ser replicada através de ajustamentos dinâmicos das posições dos ativos com e sem risco (Duarte, 2004).

No caso da opção de compra (*Call Option*), a fórmula que permite descrever o comportamento do preço das opções pode ser descrito pelas equações seguintes:

$$C = S \times N(d_1) - E e^{-rT} \times N(d_2) \quad (1)$$

Em que:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2)$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (3)$$

Onde  $C$  designa o preço da opção de compra,  $S$  é o preço atual do ativo subjacente,  $N(x)$  é o valor da função de distribuição normal cumulativa para o coeficiente  $x$ ,  $\sigma$  é a volatilidade do ativo,  $E$  é o preço de exercício da opção,  $r$  é a taxa de juro sem risco e  $T$  é o tempo que falta até à maturidade.

O valor da opção de venda (*Put Option*) pode, através *paridade call-put*, ser retirado a partir da fórmula desenvolvida para a opção de compra. assim, de acordo com o modelo de Black & Scholes (1973), o preço da opção de venda ( $P$ ) é dado pela seguinte expressão.

$$P = C - S + Ee^{-rt} \quad (4)$$

A técnica de *Seguro de Carteira* permite replicar opções, o que possibilita adquirir uma carteira com um comportamento semelhante ao da opção sem que esta seja de facto adquirida. Esta estratégia consegue duplicar tanto a opção de compra, como a de venda, o que permite assim obter o perfil de ganhos/perdas de uma opção de compra com posições em ações e em ativos sem risco (Duarte, 2004).

Para se encontrar o equivalente sintético da opção de venda parte-se do *delta* de uma opção, uma medida que serve para determinar a quantidade de opções a adquirir, por unidade de ativo subjacente, de forma a obter uma carteira isenta de risco. Constata-se que o preço de uma opção de venda ( $P$ ) e o preço do ativo subjacente variam em sentido inverso, de tal forma que se o preço do ativo subjacente aumentar em  $dS$  o preço da opção de venda sobre esse ativo vai diminuir num montante proporcional  $\delta$  tal que  $-\delta = \frac{dP}{dS}$ . Ou seja, pode construir-se uma carteira isenta de risco adquirindo uma opção de venda e  $|\delta|S$  do ativo subjacente. Uma vez que esta carteira não tem risco deverá obter uma rentabilidade igual à taxa de juro sem risco, representada nesta equação pela colocação à taxa de juro sem risco de um montante  $M$ . Assim,  $P + |\delta|S = M$  pelo que  $P = M - |\delta|S$ , e  $S+P$  é igual a:

$$S + P = M + (1 - |\delta|)S \quad (5)$$

Assim, pode-se duplicar o comportamento da carteira S+ P colocando M (que é igual a  $P + |\delta|S$ ) no ativo sem risco e mantendo  $(1 - |\delta|)S$  aplicados no ativo subjacente. É com base nesta última equação que se desenvolve a estratégia de OBPI (Duarte, 2004).

Ao utilizar uma estratégia de **Seguro de Carteira** vai-se construir uma carteira composta por ativos com e sem risco. O valor dos ativos com risco presentes na carteira vai oscilar ao longo do tempo, logo a carteira vai sendo rebalanceada, sempre que necessário, de acordo com a evolução dos preços desses ativos (Duarte, 2004).

As estratégias de *Seguro de Carteira* pretendem fazer a cobertura de uma carteira, garantindo que o seu valor não desce abaixo de um valor pré-determinado, o qual designamos por *floor* (F). Assim, os investidores podem recuperar, no vencimento, uma determinada percentagem do seu investimento inicial (F), caso o mercado esteja em declínio. Não obstante, os investidores ao utilizarem esta estratégia vão, não apenas, limitar o risco de perda, como ainda beneficiar do crescimento dos mercados.

Ao investir em dois tipos diferentes de ativos, ativos sem risco e com risco, cria-se um mecanismo de proteção dado que esta estratégia pressupõe a substituição de ativo com risco pelo ativo sem risco num mercado descendente, garantindo o *floor*, e a substituição do ativo sem risco pelo ativo com risco num mercado ascendente, garantindo a participação nos lucros do mercado.

Desde que a técnica original de *Seguro de Carteira* foi desenvolvida, até a atualidade, várias foram as técnicas desenvolvidas com base nesta mesma função convexa de lucro (Lee & Lee, 2010). Uma das mais populares entre investidores e académicos é a *Constant Proportion Portfolio Insurance* (CPPI). Esta técnica disseminou-se no mercado financeiro devido não só à sua simplicidade de aplicação, mas também pelos bons resultados que tem fornecido (Duarte, 2004).

A CPPI foi desenvolvida por Perold (1986) e por Black & Jones (1987) (1988), e Black & Perold (1992). Esta estratégia foi apresentada como uma alternativa à OBPI de modo a evitar a complexidade da técnica original (Duarte, 2004).

## 2.2. Constant Proportion Portfolio Insurance - CPPI

A estratégia de CPPI é simples, flexível e fácil de implementar em comparação com outras estratégias de *Seguro de Carteira*, nomeadamente a OBPI. Pode ser personalizada individualmente de acordo com as necessidades do investidor em relação ao risco, horizonte temporal e objetivos de rentabilidade. Em cada período, o investidor calcula quanto precisa de investir nos ativos sem risco, bem como o valor dos ativos com risco, de forma a garantir pelo menos o *floor*, na data de maturidade do investimento (Schied, 2014; Matenda, Chikodza & Gumbo, 2015).

A estratégia de CPPI é estabelecida usando o seguinte processo:

O investidor começa por estabelecer o *floor*  $F_T$  que corresponde ao valor mínimo pretendido para a carteira no final do período de investimento (T).

$$F_T = F_0 e^{rT} \quad (6)$$

No momento 0, o valor do *floor* é representado por  $F_0$ , e em cada recomposição periódica da carteira, no momento t, o valor do *floor* irá ser igual a:

$$F_t = F_0 e^{rt} \quad (7)$$

O *floor*, deverá crescer ao ritmo da taxa de juro sem risco, durante o período de implementação da estratégia, para que na maturidade o seu valor seja pelo menos igual ao valor mínimo pretendido com a realização do investimento. O investidor pode decidir por um *floor* que seja igual ao valor da carteira, o que vai permitir obter uma carteira 100% isenta de risco. Não obstante, este tipo de investimento irá limitar os ganhos obtidos caso exista um crescimento positivo das cotações, uma vez que o seu ganho máximo será igual à taxa de juro sem risco. Por forma a garantir que no final do período a carteira tem, pelo menos, o valor do *floor*, o investidor deve investir, no momento do início da estratégia, o valor correspondente, atualizado pela taxa de juro sem risco, em ativos sem risco. O montante excedente será então colocado em ativos com risco. Este tipo de investimento não vai permitir obter ganhos muito altos com os crescimentos do mercado, uma vez que a rentabilidade obtida é muito baixa. Assim, se o investidor quiser aumentar a rentabilidade do investimento irá ter de fazer um maior investimento em ativos com risco (Duarte, 2004).

A *cushion*, é definida como a diferença entre o valor da carteira ( $V_t$ ), em cada momento  $t$ , e o *floor* ( $F_t$ ), no momento  $t$ . A *cushion*, para o momento  $t$ , pode ser representada como:

$$C_t = V_t - F_t \quad (8)$$

De acordo com os pressupostos teóricos da CPPI, a necessidade de estabelecer uma *cushion* positiva, implica estabelecer um *floor* inferior ao valor total da carteira de investimento inicial capitalizada à taxa de juro sem risco. A *cushion* aumenta quando o valor da carteira aumenta (devido ao aumento da cotação do ativo com risco).

A quantidade de capital investida em ativos com risco é proporcional à *cushion* multiplicada por um multiplicador fixo, no momento  $t$ , e que esta estratégia designa como exposição ( $E_t$ ):

$$E_t \begin{cases} m \times C_t & \text{se } P_t > F_t \\ 0 & \text{se } P_t \leq F_t \end{cases} \quad (9)$$

Onde  $m$  é o multiplicador,  $V_t$  é o valor total da carteira no momento  $t$ ,  $F_t$  é o valor presente do *floor* e  $C_t = V_t - F_t$  é a *cushion* no momento  $t$ .

Logo, a exposição vai aumentar com o aumento do investimento em ativos com risco, que vai ser financiado pela venda de ativos sem risco, e que vai permitir ao investidor participar nos ganhos do mercado. Contrariamente, quando as cotações descem, a *cushion* diminui, o que exige que se venda ativos com risco e que se compre ativos sem risco. Se a *cushion* atingir o valor de zero, a exposição da carteira vai também ser zero, uma vez que não vai haver investimento em ativos com risco. Em tempo contínuo, e em condições normais de mercado, esta estratégia vai permitir que o valor da carteira não desça abaixo do *floor* no final do período de investimento. No entanto o valor da carteira pode descer abaixo do *floor* se não existir uma oportunidade para o investidor negociar e modificar a alocação dos ativos em situação de descidas muito acentuadas do mercado. A ideia subjacente à CPPI é efetuar transações sempre que a *cushion* muda, seja essa mudança devida a variações das cotações dos ativos, à evolução do *floor* ou ainda às alterações nos desejos do próprio investidor (Balder, Brandl, & Mahayni, 2009; Cont & Tankov, 2009; Hamidi, Maillet, & Prigent, 2014).

A CPPI pretende manter a exposição da carteira igual ao produto de um multiplicador constante predeterminado, com o excesso de riqueza acima do *floor* (*cushion*). Tanto o *floor* como o multiplicador são elementos fundamentais da estratégia, são exógenos ao modelo e decididos de acordo com o grau de aversão ao risco por parte do investidor.

O multiplicador da estratégia CPPI deve ser superior a um, uma vez que: Se o multiplicador escolhido for igual a um, vai ser equivalente a uma estratégia de *buy-and-hold*. Se o valor do multiplicador estiver entre zero e um, e o *floor* inicial for zero, vai ser equivalente a uma estratégia de *constant-mix*. E se o investidor escolher um multiplicador igual a zero, ele vai ter uma estratégia sem nenhum risco. O multiplicador utilizado vai ter uma grande importância no desempenho da estratégia CPPI. A escolha do multiplicador, que é a componente principal que identifica a exposição ao risco da carteira é, como foi dito, o problema fundamental da CPPI (Duarte, 2004).

O valor do multiplicador varia consoante as preferências do investidor, e apesar de existirem autores como Bertrand & Prigent (2002) que sugerem que o multiplicador pode atingir um nível máximo de 17, existem outros como Hamidi, Maillet & Prigent (2009) e Jessen (2010) que dizem valor do multiplicador varia, normalmente, entre dois e cinco. Mais recentemente, Ardia, Boudt & Wauters (2016) referem que o multiplicador é, geralmente, definido entre um e oito, o que pode significar que as preferências dos investidores estão a se alterar, e que já existe uma maior discrepância entre os níveis de aversão ao risco dos investidores.

Quanto maior o multiplicador, maior o benefício que os investidores vão obter do aumento do valor dos ativos com risco. No entanto, quanto maior for um multiplicador, maior a rapidez com que o valor da carteira se aproxima do *floor*, caso ocorra um declínio no valor dos ativos com risco, reduzindo, por consequência, o valor da *cushion*. Os multiplicadores com valores mais baixos vão, por isso, garantir uma maior proteção contra mercados em declínios em comparação com os multiplicadores com valores mais altos (Duarte, 2004).

Concluindo, ao usar a estratégia CPPI deve-se escolher um multiplicador alto em mercados em crescimento, uma vez que um multiplicador alto vai fazer com que volumes mais elevados de capital sejam aplicados no ativo com risco, o que vai potenciar os lucros. Se o mercado tiver em decréscimo, o investidor deve escolher um multiplicador mais baixo, de modo a aumentar a proteção da carteira em relação a potenciais perdas. Deste

modo, a escolha do multiplicador é decisiva para a obtenção do resultado final da estratégia (Duarte, 2004).

Ao implementar uma estratégia dinâmica, o momento em que se deve realizar a recomposição da carteira deve ser uma das primeiras decisões a realizar. A técnica de CPPI não permite determinar o seu custo antecipadamente, e esse custo, tal como o da OBPI, vai resultar das perdas que existem na recomposição da carteira. Portanto, a frequência com se realiza a recomposição da carteira vai ser outro dos aspetos mais importantes da CPPI. Bertrand & Prigent (2005) assumem que a recomposição é contínua, mas como existem custos de transações, é necessário restringir o número de transações efetuadas. Vai ser necessário especificar um nível de tolerância que vai corresponder ao ponto até ao qual o investidor deixa que exista uma determinada variação (por exemplo: as variações que existem no valor da Carteira/*cushion*), sem que se efetuem transações. É importante escolher um nível de tolerância adequado uma vez que, se for muito pequeno, irá ser necessário realizar um elevado número de transações (com os respetivos custos), enquanto se for muito elevado, aumenta a probabilidade de o resultado final descer abaixo do *floor*, caso o mercado esteja em queda (Duarte, 2004). A escolha do nível de tolerância deve ser feita com base no valor do multiplicador definido. Quanto maior for o multiplicador menor deverá ser o nível de tolerância, e vice-versa. Os custos de transação vão ser uma grande desvantagem para o investidor porque vai reduzir o lucro que ele poderia obter com o investimento. Além disso, os custos de transação que existem na aplicação da estratégia de CPPI vão tornar a implementação da estratégia mais complexa. Outro método de recomposição é realizar periodicamente a recomposição da carteira de acordo com um período pré-determinado (por exemplo: diariamente ou semanalmente). Annaert, Osselaer & Verstraete (2009) afirmou que, apesar de existirem maiores custos de transação, é melhor fazer a recomposição diariamente, já que é mais preciso. O primeiro método de recomposição da carteira permite, geralmente, ajustes mais adequados à evolução dos ativos. Logo, este método permite evitar recomposições desnecessárias, evitando por isso custos de transação, e permite reagir a variações imprevistas e acentuadas que podiam acontecer no intervalo entre recomposições, caso estes fossem realizados com uma periodicidade fixa. Apesar disso, a escolha de uma recomposição periódica é importante, uma vez que ao fazer um acompanhamento da evolução do mercado – feito discretamente no tempo – pode não permitir que a recomposição seja feita com rapidez suficiente para evitar perdas. Assim sendo, apesar de não ser fácil

decidir o melhor método de recomposição, é de grande importância que o investidor escolha o método de recompor a carteira mais adequado (Duarte, 2004).

Existem limitações da estratégia CPPI que são importantes ter em conta quando a aplicamos. Black & Perold (1992) referem que a CPPI consegue manter uma independência do caminho seguido pelo ativo com risco, na sua forma fraca, se não existirem custos de transação e de limites ao endividamento, uma vez que não vai depender desses parâmetros. Carvalho, Gaspar, & Sousa (2016) demonstram que a estratégia CPPI torna-se mais dependente do caminho seguido pelo ativo com risco com um multiplicador mais alto, e que uma estratégia mais dependente do caminho, tem uma maior probabilidade de ter a *cushion* ser absorvida pelas perdas. Ou seja, faz com que todo o investimento esteja feito nos ativos sem risco até à data de maturidade sem que se consiga participar no crescimento do mercado. Outra das fraquezas que podem ser apontadas a este método é o de estar dependente do valor definido para o multiplicador. É importante, por isso, que o gestor de carteiras encontre um valor adequado para utilizar como multiplicador.

Assim, em teoria, a estratégia CPPI assegura que a exposição da carteira nunca desce abaixo do *floor*. Na realidade, como a recomposição não é feita de forma contínua, existe o risco, apesar de pequeno, de obter uma *cushion* negativa, a que se chama *gap risk*. Isso acontece quando as cotações dos ativos com risco descem muito rapidamente, sem haja a oportunidade de efetuar qualquer transação. Na realidade do mercado, a obtenção dos resultados pretendidos vai depender dos parâmetros escolhidos pelo investidor, entre os quais o multiplicador se afigura como o mais importante.

### **2.3. CPPI com um Multiplicador Dinâmico**

O multiplicador utilizado na estratégia CPPI tradicional é escolhido com base nas preferências do investidor. Com as constantes flutuações das cotações, a utilização de um multiplicador dinâmico, que varia ao longo do período de investimento em função dessas flutuações, poderá ser a método ideal de garantir resultados próximos dos valores pretendidos. No artigo de Yao & Li (2016) é apresentada uma extensão da estratégia CPPI e da *Time-Invariant Portfolio Protection Strategy* (TIPP), que utiliza um multiplicador dinâmico, e que designam por *Dynamic Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy* (D-CPPI) e por *Dynamic Time-Invariant Portfolio Protection Strategy* (D-TPPI). A D-CPPI e a D-TPPI foram introduzidas por Yuan & Shanshan (2012). O multiplicador dinâmico é

ajustado com base na flutuação do preço das ações. Ou seja, quando o preço das ações aumenta, o multiplicador dinâmico aumenta. Contrariamente, quando o preço das ações diminui, o multiplicador também diminui. Portanto, a utilização de um multiplicador dinâmico vai permitir aproveitar melhor os mercados em crescimento, e obter uma melhor proteção nos mercados em decréscimo, dado o seu impacto sobre a exposição da carteira ao ativo com risco.

A alteração do multiplicador não é a única resposta dada à necessidade de garantir melhores resultados à estratégia. Outro exemplo de uma alteração da estratégia CPPI foi o proposto por Ameur & Prigent (2011), baseando-se em *floors* condicionais. Boulier & Kanniganti (2005) e Ameur & Prigent (2018) foram outros autores que também estudaram a implementação de *floors* dinâmicos.

Não obstante, dada a vasta variedade de estratégias CPPI com um multiplicador que varia ao longo do tempo que foram apresentadas na literatura, foi esta a abordagem escolhida para o presente trabalho.

Bertrand & Prigent (2002) foram os primeiros autores a tentar melhorar a forma como era escolhido o multiplicador. Esta abordagem é feita através da Teoria dos Valores Extremos de modo a determinar o limite superior do multiplicador  $m$ . Concluem que os multiplicadores devem ser limitados de modo a que não seja demasiado alto. Através destes limites, que são calculados com base nas variações do ativo subjacente, os investidores conseguem diminuir o nível de risco que têm em relação ao mercado, e conseguem escolher um multiplicador adequado, o que permite melhores resultados.

Duarte (2004), numa aplicação ao mercado português, utiliza um multiplicador superiormente e inferiormente limitado, de acordo com os multiplicadores definidos pela estratégia de OBPI. Conclui que a introdução desta modificação no multiplicador permite obter melhores resultados do que qualquer uma das estratégias OBPI e CPPI originais.

Chen & Chang (2005) apresentam uma estratégia chamada *Dynamic Proportion Portfolio Insurance* que usa um programa genético para calcular o multiplicador, com base nos movimentos do mercado, concluindo que o seu modelo tem um desempenho melhor que a estratégia CPPI tradicional. Chen, Chang, Hou, & Lin (2008) também propõem um multiplicador que é gerado através de programação genética que tem em conta variáveis de risco que incluem o índice do mercado, taxa de juro sem risco, índice de disparidade, taxa

de câmbio, entre outros, concluindo que apesar esta estratégia ser mais complexa, funciona melhor na obtenção de lucros e na proteção das perdas em comparação com a CPPI original. Aneur & Pringent (2006, 2014) analisaram o desempenho de um método de CPPI que permite que o multiplicador varie ao longo do tempo e que utiliza o método dos quantis para obter valores explícitos de múltiplos, como funções de rentabilidades e de volatilidades passadas, concluem que o multiplicador dinâmico permite que a estratégia se adapte melhor às flutuações do mercado financeiro obtendo um desempenho melhor, principalmente quando o preço dos ativos com risco aumenta.

Hamidi et al. (2009) comparam várias estratégias de *Seguro de Carteira* com um modelo que usa um multiplicador condicional introduzindo a *Time Varying Proportion Portfolio Insurance* (TPPI). O objetivo desta estratégia é que o multiplicador se adapte às flutuações que existem no mercado de modo a que a probabilidade de atingir o *floor* não se altere ao longo do tempo e que a exposição ao risco se mantenha constante. Eles definem o multiplicador como uma função de um modelo de quantis, dinâmico e autorregressivo do *Value at Risk* que é baseado em Engle & Manganelli (2004). Concluem que a estratégia com multiplicador dinâmico domina na maior parte do tempo as estratégias tradicionais de exposição constante aos ativos em termos de rentabilidade por unidade de risco.

Lee, Chiang & Hsu (2008) definem um multiplicador que varia em função da evolução do preço do ativo, e que é calculado através do mecanismo da *Variable Proportion Portfolio Insurance* (VPPI). Ou seja, se o preço aumenta, o multiplicador aumenta, enquanto se o preço descer o multiplicador diminui. Esta estratégia apesar de ser mais complexa, funciona bastante bem na obtenção de lucros e na proteção das perdas.

Mais recentemente, Zieling, Mahayni, & Balder (2014) demonstram que o desempenho da CPPI melhora se essa estratégia utilizar um multiplicador que varia ao longo do tempo, consoante o nível de volatilidade e estando inversamente ligado a esta, para decidir o nível de exposição que o investidor deve ter em relação mercado. Hamidi, et al. (2014) utilizam um modelo *Dynamic Autoregressive Expectile* (DARE) para estimar o multiplicador dinâmico, obtendo, geralmente, bons desempenhos e resultados bastante estáveis a longo prazo. De maneira a obter o multiplicador dinâmico o investimento é distribuído entre uma carteira de rentabilidade fixa e ativos com risco de modo a que o *Value-at-Risk* e o *expected shortfall* da carteira sejam constantes ao longo do tempo.

Yao & Li (2016) apresentam uma extensão da estratégia CPPI e da estratégia TIPP a que chamam D-CPPI e D-TIPP, respetivamente. A D-CPPI e a D-TIPP utilizam um multiplicador dinâmico que se baseia nas variações do preço do ativo com risco, ou seja, quando o preço do ativo com risco sobe, o multiplicador sobe também, enquanto quando o preço desce, o multiplicador desce. O desempenho da D-CPPI e da D-TIPP é melhor que o da CPPI e TIPP em mercados *bull* e *bear*. Enquanto em mercados *deer* os resultados obtidos pelas estratégias são semelhantes<sup>1</sup>.

Naguez (2018) mostram como calcular o valor do múltiplo de acordo com as flutuações da rentabilidade dos fundos de cobertura. Para modelar as rentabilidades dos fundos de cobertura eles decidiram utilizar a distribuição de Johnson. Os resultados são positivos, pois a utilização do multiplicador dinâmico permite limitar melhor o risco de perda e o obter um melhor desempenho com o crescimento do mercado.

Em suma, estes autores consideram que se o mercado apresenta alterações constantes, pelo que o multiplicador também se deve alterar, de modo a acompanhar a evolução do mercado. Na tabela 1. Sumariam-se os resultados obtidos por estes autores.

Tabela 1 - Revisão Comparativa dos Artigos Selecionados

	Metodologia	Conclusões
<b>Bertrand &amp; Prigent (2002)</b>	Teoria dos valores extremos.	Os multiplicadores não devem ser demasiados altos e devem, por isso, ser limitados.
<b>Duarte (2004)</b>	Multiplicador limitado superior e inferiormente pelos valores da OBPI	O modelo permite obter melhores resultados dos que a CPPI e a OBPI.
<b>Chen &amp; Chang (2005)</b>	Programa genético	O seu modelo tem um desempenho melhor que a estratégia CPPI tradicional
<b>Ameur &amp; Prigent (2006, 2014)</b>	Modelos do tipo GARCH	O multiplicador dinâmico permite que a estratégia se adapte melhor às flutuações do mercado financeiro obtendo um desempenho melhor quando o preço dos ativos com risco aumenta.
<b>Chen, Chang, Hou &amp; Lin (2008)</b>	Programação genética	Os resultados da CPPI dinâmica superam de forma significativa os da CPPI.

<sup>1</sup> O *bull market* é uma situação do mercado financeiro em que os preços de um grupo de ativos estão a subir ou é suposto subirem. No *bear market* é suposto os preços descerem ou estarem a descer. O *deer market* não mostra nem tendência de subida de preços, nem de descida.

<b>Hamidi, Maillet, &amp; Prigent (2009)</b>	Modelo de quantis dinâmico e autorregressivo do <i>Value at Risk</i>	Domina na maior parte do tempo as estratégias tradicionais de exposição constante aos ativos em termos de rendibilidade por unidade de risco.
<b>Lee, Chiang &amp; Hsu (2008)</b>	Modelo VPPI ( <i>Variable Proportion Portfolio Insurance</i> )	Apesar de ser mais complexa, funciona melhor na obtenção de lucros e na proteção das perdas do que a CPPI original.
<b>Hamidi, Maillet &amp; Prigent (2014)</b>	Modelo DARE ( <i>dynamic autoregressive expectile</i> ).	Desempenhos melhores que no método tradicional e resultados mais estáveis a longo prazo.
<b>Zieling, Mahayni &amp; Balder (2014)</b>	Foco nas estimativas das volatilidades históricas. Usam um modelo de simulação e um modelo de gestão de trocas EGARCH.	Os resultados são superiores e mais robustos do que a CPPI original.
<b>Yao &amp; Li (2016)</b>	<i>Dynamic Constant Proportion Portfolio Insurance Strategy</i> (D-CPPI) e a <i>dynamic Time-Invariant Portfolio Protection Strategy</i> (D-TIPP).	Os resultados obtidos demonstram que o desempenho da D-CPPI e da D-TPPI são, de forma geral, superiores ao da tradicional CPPI e TPPI.
<b>Naguez (2018)</b>	Utilização da distribuição de Johnson para determinar o multiplicador dinâmico em função de rentabilidades e volatilidades passadas.	A técnica desenvolvida obtém melhores desempenhos e apresenta maior capacidade para lucrar com o crescimento do mercado do que a técnica tradicional.

Fonte: Elaboração própria

Demonstra-se assim que, através do uso de estratégias de CPPI com um multiplicador dinâmico, os investidores vão deixar de ter a necessidade de rever a escolha de um multiplicador, uma vez que este se adapta sozinho às alterações do mercado. Todos concluem que a CPPI tem, de modo geral, um desempenho superior se utilizar um multiplicador dinâmico, demonstrando o potencial desta modificação na estratégia original.

O modelo utilizado no presente trabalho é baseado em Yao & Li (2016), que se inicia com a seguinte equação:

$$C_0 = V_0 - F_0 \quad (10)$$

Onde  $V_0$  é o valor inicial da carteira,  $C_0$  o valor inicial da *cushion* e  $F_0$  o valor inicial do *floor*.

$$E_0 = m_0 \cdot C_0 = S_0 \times n_0 \quad (11)$$

Onde  $E_0$  é o valor inicial dos ativos com risco que equivale ao produto entre a cotação das ações e o número de ações.  $S_0$  equivale ao valor inicial das cotações das ações,  $n_0$  ao número inicial de ações e  $m_0$  ao valor do multiplicador inicial. A carteira vai ser composta por ativos com e sem risco:

$$V_0 = E_0 + R_0 \quad (12)$$

Onde  $R_0$  é o valor inicial do ativo sem risco. É, então, possível obter:

$$V_0 = S_0 \times n_0 + R_0 \quad (13)$$

Quando o valor da carteira varia, vai ocorrer uma recomposição da carteira de modo a alterar a distribuição que existe entre o ativo com risco e o ativo sem risco, e obtém-se:  $S_1 \times n_1 = m(V_0 - F_0)$ , ou seja:

$$(S_0 + \Delta S_0)(n_0 + \Delta n_0) = (m_0 + \Delta m_0)[(V_0 + \Delta V_0) - (F_0 + \Delta F_0)] \quad (14)$$

A estratégia CPPI refere que o *floor* deverá crescer ao ritmo da taxa de juro sem risco e que o multiplicador  $m$  é constante. Mas, de modo, a obter um maior benefício dos mercados em crescimento e uma melhor proteção contra o risco de perda, este trabalho propõem um multiplicador dinâmico. Assim sendo, quando o preço dos ativos com risco sobe, devemos aumentar o multiplicador ( $\Delta m_{i-1} > 0$ ) de modo a reforçar a posição do ativo com risco para obter maiores benefícios potenciais desse crescimento. Contrariamente, quando o preço do ativo com risco desce, diminui-se o multiplicador ( $\Delta m_{i-1} < 0$ ) de modo a reduzir a posição do ativo com risco e assim proteger os ganhos. Portanto, iremos ajustar o multiplicador  $m$  de acordo com as alterações no preço dos ativos com risco de modo a aumentar os ganhos ou a diminuir os riscos.

Assim sendo, o multiplicador dinâmico irá ser igual a:

$$m_i = m_{i-1} + a \ln(S_i/S_{i-1}), i = 1,2,3 \dots \quad (15)$$

Onde  $m_i$  é o multiplicador dinâmico no momento  $i$ , e  $S_i$  o preço atual do ativo com risco. O multiplicador é ajustado dinamicamente através da rentabilidade do preço do ativo. O  $a$  que deve ser maior ou igual a um representa o amplificador que é decidido em função

das preferências de risco dos investidores. Quanto maior o a maior a sensibilidade dos investidores em relação ao risco. Quando preço do ativo com risco sobe ( $S_i > S_{i-1}$ ), o  $\ln(S_i/S_{i-1})$  é positivo, e o multiplicador torna-se maior em função do amplificador ( $a$ ). Assim os investidores conseguem obter ganhos maiores com o crescimento do preço do ativo com risco. Pelo contrário, se o preço do ativo com risco diminuir ( $S_i < S_{i-1}$ ), o  $\ln(S_i/S_{i-1})$  é negativo, e o multiplicador torna-se mais pequeno de modo a evitar o risco de perda.

Na D-CPPI os investidores escolhem um multiplicador dinâmico inicial e um amplificador de acordo com o seu perfil de risco. De modo a obter segurança na carteira vão definir um *floor* e decidir a combinação de ativos com risco e sem risco que pretendem ter na carteira. posteriormente, quando existir um ajustamento da carteira, o multiplicador dinâmico vai aumentar, quando o preço do ativo com risco cresce, e descer quando o preço do ativo com risco desce. Com isto, vai existir uma recomposição da combinação entre os ativos com risco e sem risco. Este passo é repetido até ao fim do horizonte temporal do investimento.

## 2.4. Limitações

Os estudos empíricos realizados sobre o desempenho das diferentes estratégias de *Seguro de Carteira* apresentam resultados diferentes. A estratégia de *Buy and Hold* (BH) é utilizada frequentemente como referência para avaliar e comparar o desempenho das estratégias de *Seguro de Carteira* (Annaert, et al., 2009; Cesari & Cremonini, 2003; Costa & Gaspar, 2014; Fu, Hsu, Huang & Tzeng, 2015; Trieu, 2017).

Costa & Gaspar (2014), Fu, Hsu, Huang & Tzeng (2015) apresentam conclusões negativas sobre o desempenho das estratégias de *Seguro de Carteira*, enquanto Cesari & Cremonini (2003), Do and Faff (2004) e Trieu (2017) concluíram que a sua implementação melhora o desempenho da carteira, principalmente quando o mercado está em decrescimento e que a mesma pode ser atrativa para a maioria dos investidores. Annaert, et al. (2009) rejeitou que existisse uma estratégia que tivesse uma dominância estocástica sobre as outras.

Em termos gerais verifica-se que no começo do século XXI as estratégias de *Seguro de Carteira* começaram a ganhar popularidade, após ter existido redução dos custos de transação e do produto ter sido desenvolvido (Pain & Rand, 2008). No entanto, é importante que os participantes do mercado fiquem atentos a declínios acentuados do mercado, uma vez

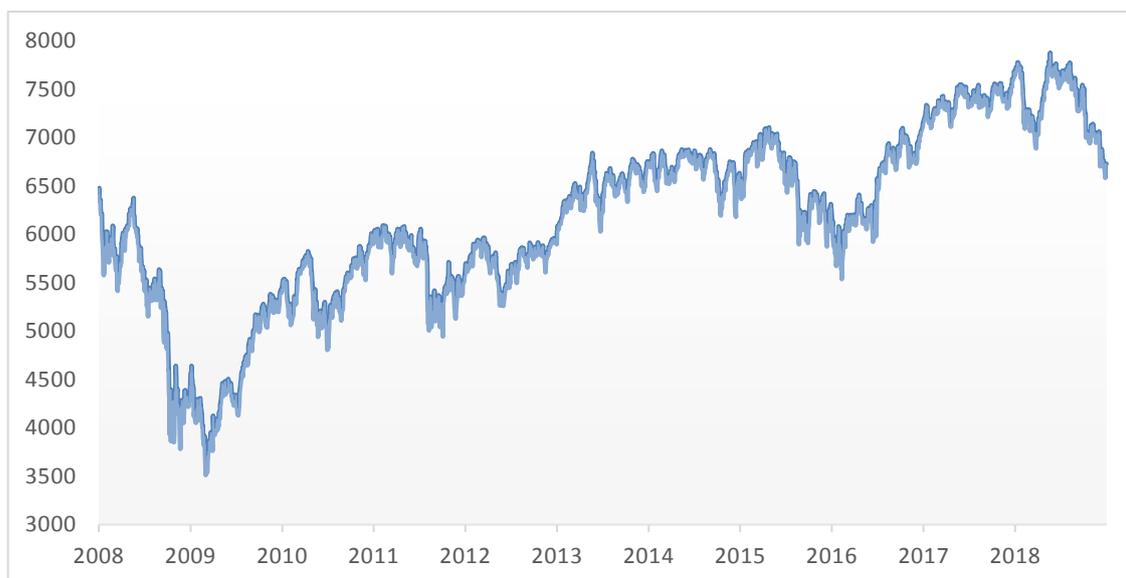
que continua a existir a possibilidade de a técnica de *Seguro de Carteira* amplificar a instabilidade do mercado financeiro.

*Esta página foi intencionalmente deixada em branco*

### 3. Dados e Metodologia

Para simular a utilização da estratégia CPPI com um multiplicador dinâmico, escolheu-se um dos principais mercados europeus, nomeadamente, o mercado britânico, num período de amostragem compreendido entre 2008-2018. Tal como anteriormente referido, além de ser um mercado muito dinâmico, esteve sujeito a fortes pressões durante o período em análise, pelo que se torna particularmente interessante para a simulação de uma estratégia de gestão do risco.

A avaliação do desempenho da estratégia D-CPPI é feita através da utilização de dados reais do principal índice de ações britânico (FTSE 100). Nesta simulação é utilizado o índice de ações de forma a poder contemplar o risco de mercado e não o risco específico de uma ação ou grupo de ações. Trabalhou-se com valores diários de das cotações de fecho do índice FTSE 100, obtidas no London Stock Exchange, para o período entre 2 de janeiro de 2008 e 31 de dezembro de 2018, excluindo todos os dias em que não existiram transações. Entre estas datas é analisado o desempenho da estratégia D-CPPI em cada ano civil. A figura 1 apresenta a evolução das cotações do índice FTSE 100 durante o período de amostragem (2008-2018).



**Figura 1 - Evolução das Cotações do FTSE 100 entre 2008 e 2018**

Fonte: Elaboração própria

É possível verificar, apenas por observação, as grandes variações provocadas pela crise de 2007-2008 e pela realização do referendo para o *Brexit* em 2016.

Durante a simulação é ainda assumido que não são distribuídos dividendos e que a cotação de fecho do índice FTSE 100 representa a cotação do ativo com risco. De forma a simplificar o processo, assumiu-se perfeita divisibilidade dos ativos.

Para a implementação da estratégia CPPI com um multiplicador dinâmico (D-CPPI) é necessário definir, os seguintes elementos:

- O *floor*
- O volume de exposição inicial (*cushion* e multiplicador)
- Amplificador
- O valor a investir na carteira

O valor do *floor* representa 90% do valor da carteira, enquanto os restantes 10% representam o valor da *cushion*. O valor do multiplicador escolhido é três, e foi estabelecido um limite mínimo de 1,5 para não comprometer a participação no crescimento nos mercados. Ao amplificador foi atribuído um valor igual a quatro. O valor do investimento inicial foi, então, distribuído em 30% de ações e 70% em dinheiro, o que corresponde a um nível de exposição inicial de 30%. O valor escolhido para a carteira inicial foi de 1 000 000 euros.

O *floor* e o valor do ativo sem risco crescem à mesma taxa de juro sem risco. Na presente simulação optou-se pela manutenção do valor sem risco em cash, dados os valores negativos das taxas interbancárias Libor, numa parte significativa do período em análise.

Na simulação são aplicados custos de transação. Este são, no mercado financeiro, despesas que resultam da compra e da venda de um ativo. Foi decidido utilizar custos de transação iguais aos cobrados por um corretor online, o Banco *Best*, dado que este trabalha com as principais bolsas de valores do mundo. O Banco *Best* cobra, por cada transação, o seguinte:

Tabela 2 - Custos de Transação

Bolsa de Valores	Internet e Mobile	
	Custo	Custo Mínimo
Reino Unido	0,25%	25,00 €

Fonte: [www.banco-best.pt](http://www.banco-best.pt)

Na simulação optou-se por retirar o seu valor ao ativo sem risco, sempre que o valor investido nos ativos sem risco não desça abaixo do valor neles investido inicialmente (valor do *floor*). Caso isso aconteça, o valor dos custos de transação irá ser retirado ao valor do ativo com risco, de modo a não comprometer a proteção da carteira.

Os valores dos custos de transação vão variar em função dos montantes envolvidos em cada operação, e podem-se tornar um custo muito elevado se a estratégia usar regras que façam com que exista um elevado número de recomposições da carteira. Logo, o número de transações a efetuar deverá ser limitado. De acordo com os pressupostos assumidos, a análise que se segue teve em conta, uma recomposição dos ativos da carteira sempre que a cotação varia mais que 5% em relação ao valor assumido pela cotação na recomposição imediatamente anterior. Através desta regra vamos obter sinais de quando se deve comprar e vender. O objetivo será comprar quando a cotação aumenta (+5%) e vender quando a cotação desce (-5%). Esta regra mantém-se ao longo de toda a estratégia.

Dados os objetivos específicos de verificar se a introdução de um multiplicador dinâmico no modelo de CPPI permite obter maiores rendibilidades do que a estratégia original, ou a estratégia de *Buy-and-Hold*, optou-se por fazer simulações para a estratégia de *Buy-and-Hold* e de CPPI com os mesmos pressupostos iniciais da simulação D-CPPI.

Tendo em conta o objetivo geral do presente estudo, de contribuir para o estudo das técnicas de *Seguro da Carteira*, em particular da CPPI com multiplicador dinâmico optou-se pelo cálculo de diversos indicadores de desempenho.

Para cada uma das simulações são apresentadas: a rentabilidade diária, média e anual, o desvio padrão e o *downside risk*. A estas estatísticas descritivas simples foi ainda acrescentada o cálculo e análise dos índices de Sharpe e de Sortino.

Porque, de acordo com os pressupostos da técnica de *Seguro da Carteira*, o custo de utilização da técnica é o valor da respetiva opção de venda no início da aplicação da estratégia (Duarte, 2001), optou-se por calcular o preço da opção de venda para calcular o nível de erro através da fórmula de Gallais – Hammono & Berthon (1988):

$$Erro = \left( \frac{\text{Valor terminal da Carteira Segura}}{\text{Valor terminal da Carteira Teórica}} - 1 \right) * 100 \quad (16)$$

O índice de Sharpe permite aferir que quanto maior for o rácio, melhor o desempenho da carteira, independentemente da combinação entre ativos sem risco e com risco. Esta medida é representada por:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{E(R_c) - R_f}{\sigma_c} \quad (17)$$

Onde,  $R_c$  é a rentabilidade da carteira,  $R_f$  a taxa de juro sem risco e  $\sigma_c$  o desvio padrão das rentabilidades da carteira (medida do risco da carteira). Apesar de esta medida ter algumas desvantagens quando usado em estratégias do *Seguro da Carteira*, como refere Annaert et al. (2009), ele continua a ser muito utilizado para avaliar o desempenho dos investimentos, como demonstram os estudos de Ho, Cadle & Theobald (2011) and Hakan & Hande (2009). Dessas desvantagens é importante referir que no índice de Sharpe o  $\sigma_c$  inclui tanto o risco de ganho como de perda, podendo tanto as variações positivas como as negativas afetar negativamente o desempenho da carteira. Uma volatilidade alta pode resultar de rentabilidade positivas, o que é bom para o investidor como explicado em Annaert et al. (2009). O índice de Sharpe assume ainda uma distribuição normal da rentabilidade, o que nem sempre acontece.

Ao usar a estratégia CPPI pretende-se reduzir o risco de perda, e considera-se o risco como as perdas que se tem com a carteira. É importante, por isso, usar uma medida de desempenho alternativa ao índice de Sharpe, como o índice de Sortino, que foi oficialmente estabelecido em 1994 por Sortino & Price (1994). Este índice, que não assume uma distribuição normal da rentabilidade e apenas tem em conta o risco de perda, é representado pela seguinte fórmula:

$$\text{Índice de Sortino} = \frac{E(R_c) - R_f}{\sigma_p} \quad (18)$$

Onde,  $R_c$  é a rentabilidade da carteira,  $R_f$  a taxa de juro sem risco e  $\sigma_p$  é o risco de perda. Este desvio apenas se foca nas rentabilidades diárias que registam valores abaixo de uma rentabilidade mínima aceitável (MAR). Neste caso foi decidido escolher como limite mínimo o valor da rentabilidade média. Para a obtenção do desvio de perda, tal como no caso do desvio padrão, multiplicou-se pela raiz quadrada do número de dias em que os mercados estiveram em funcionamento no ano a que se refere a análise.

## 4. Resultados

A periodicidade de recomposição da carteira, feita de acordo com os pressupostos mencionados, conduz ao seguinte número de recomposições:

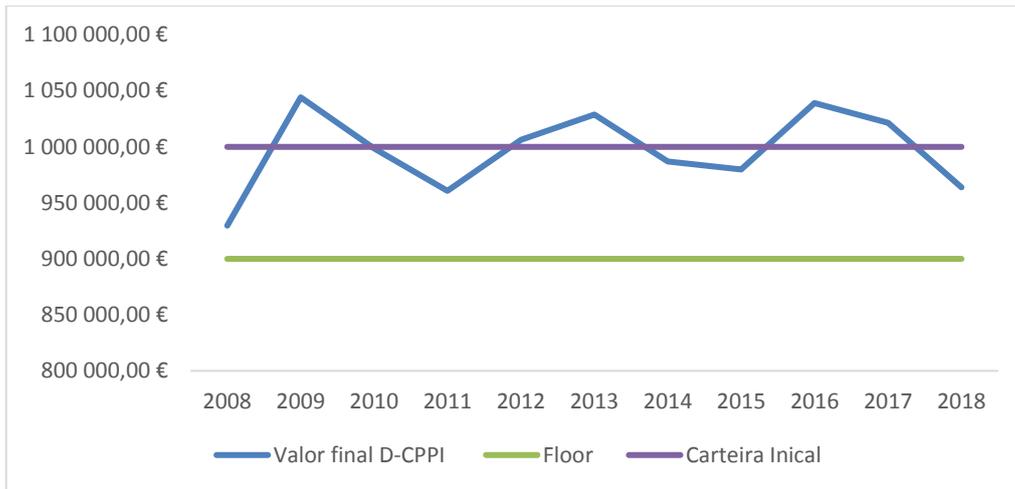
Tabela 3 - Número de recomposições da estratégia por ano

		FTSE 100										
		2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Número de recomposições da carteira num ano	Total	27	10	13	18	2	6	4	5	11	1	4
	Com subida	11	7	7	8	1	4	2	2	7	1	1
	Com descida	16	3	6	10	1	2	2	3	4	0	3

Fonte: Elaboração própria

O ano de 2008 é o ano que regista o maior número de recomposições da carteira (27), registando consequentemente o maior número de recomposições devido a descidas (16) e subidas (11) da cotação. Os anos de 2012 e 2017 são os que apresentam menos recomposições da carteira, tendo números muito próximos, apesar de no ano de 2012 ter havido mais recomposições. O único ano em que não se registou qualquer recomposição devido a descidas foi o ano de 2017. O número de recomposições varia muito ao longo dos anos, sendo o período mais constante entre 2013-2015. Nota-se também uma alteração grande no ano de 2016, muito provavelmente relacionada com o anúncio dos resultados do referendo para o *Brexit*. Os resultados permitem perceber que apesar da volatilidade alta contribuir para o número de recomposições da carteira D-CPPI, não é um fator determinante, pois a carteira só se recompõe caso existam variações acentuadas das cotações. Isso é visível se compararmos os resultados da tabela 3 com a taxas de volatilidade apresentadas na tabela 4. O ano com mais recomposições (2008), não é o ano com a maior volatilidade (2009). No entanto, quando se trata de uma volatilidade baixa, a sua influência no número de recomposições vai ser maior, pois é mais difícil atingir uma variação acentuada, se existir pouca volatilidade das cotações, como se pode verificar no ano de 2017, que apresenta tanto o menor número de recomposições, como a menor volatilidade.

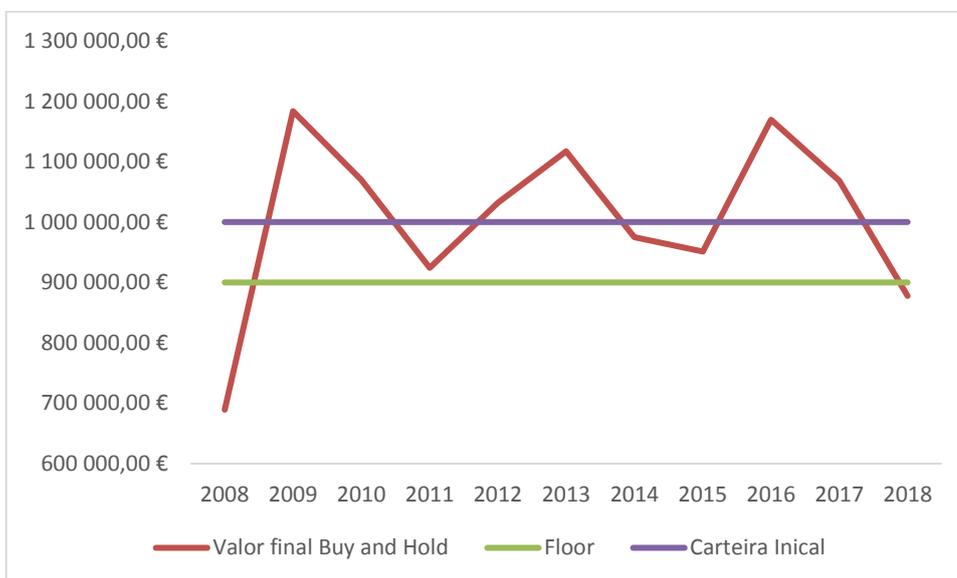
As figuras 2, 3 e 4 mostram os resultados obtidos no final de cada ano. Estão descritas as evoluções desses resultados ao longo do período em estudo e que foram obtidos através da utilização da técnica D-CPPI, da estratégia de BH e da técnica CPPI, respetivamente. As figuras apresentam, ainda, o valor escolhido para *floor* e para a carteira inicial, que se mantém igual em todos os anos, e permitem verificar, por comparação, se o valor da carteira ficou acima ou abaixo do *floor* e se os resultados foram positivos ou negativos.



**Figura 2 - Evolução dos resultados obtidos pela D-CPPI**

Fonte: Elaboração própria (dados apresentados no anexo 1)

A D-CPPI registou em 2009, 2012, 2013, 2016 e 2017 um valor final superior ao que iniciou a carteira. Apesar disso, durante o período em análise, foram mais os anos em que o contrário aconteceu (carteira final < carteira inicial). Os resultados finais nunca se afastaram muito do valor inicial da carteira. O maior afastamento foi no ano de 2008 ao existir uma diferença negativa de 70 286,97 euros. No entanto, mesmo nesse ano o valor da carteira não desceu abaixo do valor do *floor*.

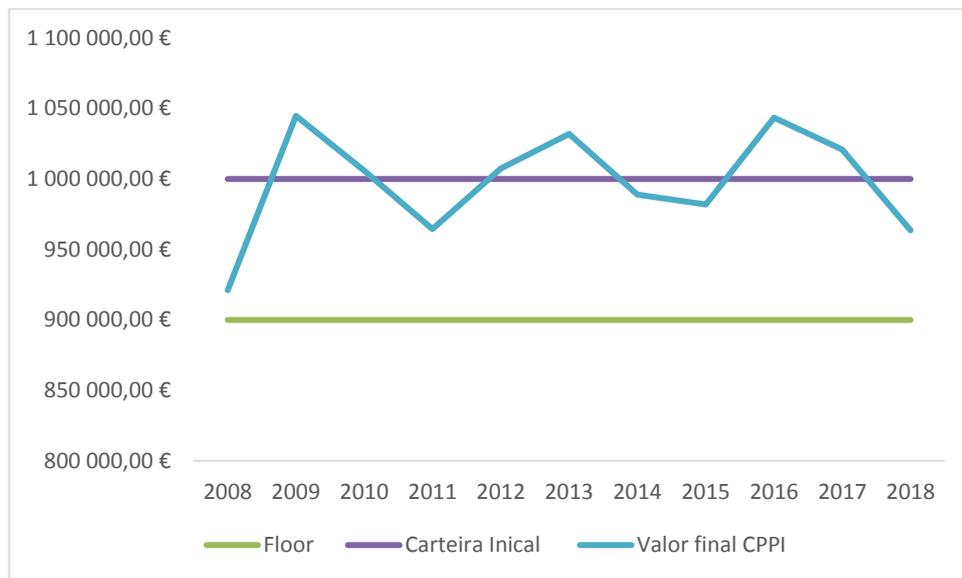


**Figura 3 - Evolução dos resultados obtidos pela BH**

Fonte: Elaboração própria (dados apresentados no anexo 1)

A BH registou em 2009, 2010, 2012, 2013, 2016 e 2017 um valor final superior ao que iniciou a carteira. A carteira final registou, por isso, em seis dos onze anos em análise,

uma diferença positiva em relação à carteira inicial. Os valores com que se terminou a carteira em cada ano tiveram grandes variações, registando-se alguns bons resultados, mas também muito maus resultados. A BH apresenta níveis de volatilidade elevados, que se justificam pelo impacto que a variação do preço do ativo com risco subjacente tem sobre esta estratégia. Os níveis de volatilidade elevados da BH vai aumentar a sua probabilidade de atingir valores abaixo do *floor*. Confirmando essa probabilidade, o valor da carteira final desceu abaixo do *floor* por duas vezes, em 2008 e 2018, como é demonstrado pela figura 3, e comprova novamente que é esta a estratégia com mais risco.



**Figura 4 - Evolução dos resultados obtidos pela CPPI**

Fonte: Elaboração própria (dados apresentados no anexo 1)

A CPPI registou em 2009, 2010, 2012, 2013, 2016 e 2017 um valor final superior ao que iniciou a carteira. Não existiram grandes variações nos valores finais de cada ano, mas apesar disso, em 2008 a CPPI apresentou um resultado que esteve perto de atingir o *floor* (921 105,85 €).

Tabela 4 - Resultados de todas as estratégias (2008-2018)

		2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
<b>D-CPPI</b>	<b>Rendibilidades Média</b>	-0,0288%	0,0172%	-0,0006%	-0,0160%	0,0025%	0,0113%	-0,0052%	-0,0081%	0,0152%	0,0084%	-0,0146%
	<b>Rendibilidade Anual</b>	-7,2879%	4,3312%	-0,1432%	-4,0063%	0,6329%	2,8497%	-1,3073%	-2,0426%	3,8273%	2,1122%	-3,6675%
	<b>Desvio padrão</b>	4,1850%	5,7850%	4,2580%	4,0848%	3,9110%	4,6214%	3,1386%	4,7140%	5,0533%	2,8622%	3,0484%
	<b>Desvio de Perda</b>	3,0232%	4,1399%	3,1435%	2,7860%	2,6247%	3,4008%	2,2677%	3,3030%	3,1306%	1,9640%	2,2170%
	<b>Índice de Sharpe</b>	-1,7414	0,7487	-0,0336	-0,9808	0,1618	0,6166	-0,4165	-0,4333	0,7574	0,7379	-1,2031
	<b>Índice de Sortino</b>	-2,4107	1,0462	-0,0455	-1,4380	0,2411	0,8380	-0,5765	-0,6184	1,2225	1,0755	-1,6542
<b>CPPI</b>	<b>Rendibilidades Média</b>	-0,0325%	0,0174%	0,0024%	-0,0144%	0,0030%	0,0125%	-0,0044%	-0,0073%	0,0169%	0,0083%	-0,0147%
	<b>Rendibilidade Anual</b>	-8,2180%	4,3820%	0,5971%	-3,6068%	0,7471%	3,1548%	-1,1132%	-1,8347%	4,2634%	2,0760%	-3,6997%
	<b>Desvio padrão</b>	4,9571%	5,8292%	4,5038%	4,5612%	3,9764%	4,2316%	3,2074%	4,8083%	4,9794%	2,7447%	3,2497%
	<b>Desvio de Perda</b>	3,4934%	4,0886%	3,2185%	3,1264%	2,6646%	3,0645%	2,3181%	3,3681%	3,1208%	1,8881%	2,3284%
	<b>Índice de Sharpe</b>	-1,6578	0,7517	0,1326	-0,7907	0,1879	0,7455	-0,3471	-0,3816	0,8562	0,7564	-1,1385
	<b>Índice de Sortino</b>	-2,3524	1,0718	0,1855	-1,1537	0,2804	1,0295	-0,4802	-0,5447	1,3661	1,0995	-1,5889
<b>Buy and Hold</b>	<b>Rendibilidades Média</b>	-0,1471%	0,0669%	0,0268%	-0,0315%	0,0126%	0,0439%	-0,0101%	-0,0200%	0,0621%	0,0263%	-0,0519%
	<b>Rendibilidade Anual</b>	-37,2064%	16,8563%	6,7629%	-7,8767%	3,1628%	11,0594%	-2,5362%	-5,0280%	15,6394%	6,6123%	-13,0663%
	<b>Desvio padrão</b>	37,5033%	23,3105%	17,3794%	21,1560%	13,7773%	12,0112%	11,3862%	17,3556%	16,6243%	8,5472%	12,7286%
	<b>Desvio de Perda</b>	26,8888%	16,3872%	11,9735%	14,9742%	9,2532%	8,5245%	8,3015%	12,3944%	10,9604%	5,9196%	8,9381%
	<b>Índice de Sharpe</b>	-0,9921	0,7231	0,3891	-0,3723	0,2296	0,9208	-0,2227	-0,2897	0,9408	0,7736	-1,0265
	<b>Índice de Sortino</b>	-1,3837	1,0286	0,5648	-0,5260	0,3418	1,2974	-0,3055	-0,4057	1,4269	1,1170	-1,4619

Fonte: Elaboração própria

Para avaliar o desempenho das estratégias em análise (D-CPPI, CPPI e BH) é utilizada a tabela 4, onde é destacado a vermelho os valores máximos e mínimos. A carteira que utiliza a estratégia *Buy-and-Hold* consegue obter as melhores taxas de rentabilidade, média e anual, quando o mercado está em crescimento, no entanto esta estratégia também vai registar as piores rentabilidades quando o mercado está em decréscimo, o que resulta da dependência que esta estratégia tem do caminho seguido pelo ativo com risco subjacente (Duarte, 2004). Esta estratégia apresenta mais risco, e regista, por isso, tanto a melhor rentabilidade anual (16,8563%) e média (0,0669%) no ano de 2009, como a pior rentabilidade anual (-37,2064%) e média (-0,1471%) no ano de 2008.

No ano de 2009, onde o mercado registou o maior crescimento, foi a estratégia *Buy-and-Hold* que teve a melhor rentabilidade. Ao terem apenas capital investido em ativos com risco, a sua participação nos crescimentos do mercado é maior. A D-CPPI e a CPPI estão limitadas pelo *floor*, o que diminui a sua participação em mercados em crescimento. Em 2008, o valor do índice caiu drasticamente devido ao impacto da crise financeira mundial de 2007-2008, o que provocou os maus desempenhos registados pelas carteiras. Consequentemente, foi no ano de 2008 que todas as estratégias registaram as piores rentabilidades e foi no ano de 2009 que registaram as melhores rentabilidades. A estratégia D-CPPI foi a que teve a melhor a rentabilidade no ano de 2008, apesar de tal como as outras estratégias ter obtido uma rentabilidade negativa. Quando o valor do índice desceu, o valor do multiplicador dinâmico da estratégia D-CPPI foi reduzido, diminuindo a posição da carteira no ativo com risco. Esta diminuição permitiu estar menos dependente do caminho seguido pelo ativo com risco subjacente, e que fosse, por isso, menos afetada pelo declínio acentuado do valor do índice. O facto de a CPPI usar um multiplicador constante, e da BH ter apenas investimento em ativos com risco, torna-as mais dependentes do caminho seguido pelo ativo com risco subjacente, e registam, por isso, piores resultados quando existem declínios acentuados no valor do índice. Como pretendido, a D-CPPI é a estratégia que obtém melhores taxas de rentabilidade quando os mercados registam declínios acentuados do mercado, no entanto a D-CPPI em mercados em crescimento é, geralmente, a estratégia que obtém piores taxas de rentabilidade.

As taxas de rentabilidade apresentadas pela D-CPPI e pela CPPI são relativamente melhores, em comparação com a BH, em períodos em que o mercado está em declínio. Isso acontece porque a D-CPPI e a CPPI oferecem uma proteção, através do investimento em

ativos sem risco, que a BH não oferece, e que permite que o impacto que a variação do preço do ativo subjacente tem sobre as suas carteiras seja menor, como podemos comprovar nas taxas de rentabilidade apresentadas por cada estratégia nos anos de 2008 e 2018. Na literatura existente, Annaert et al. (2009) concluem que estratégias de *Seguro da Carteira*, como a CPPI, tem melhores desempenhos em proteger a carteira quando existe declínios de mercado, mas vão apresentar taxas de rentabilidade menores.

Relativamente ao desvio padrão e o desvio de perda, verifica-se, novamente, que é a estratégia *Buy-and-Hold* que regista os maiores resultados. Esta estratégia é muito mais influenciada pela volatilidade do mercado que as outras duas, e comprova, novamente, a sua grande dependência ao caminho seguido pelo ativo com risco subjacente. Esta estratégia regista o maior desvio padrão (37,5033%) e o maior desvio de perda (26,8888%), ambos no ano de 2008. Tanto o desvio de perda como o desvio padrão são significativamente menores na D-CPPI e na CPPI, em comparação com os desvios gerados pela BH. Isto mostra a capacidade da D-CPPI e da CPPI limitarem o risco de perda, e que conseguem mesmo proteger os investidores de perdas potenciais. Na maioria dos anos, a estratégia que regista os desvios mais baixos é a D-CPPI, demonstrando que é a estratégia menos afetada pela volatilidade do mercado, o que faz com que esta estratégia seja a mais adequada para os investidores mais avessos ao risco. No entanto, a estratégia que regista o desvio padrão e de perda mais baixos é a estratégia CPPI com um desvio padrão de 2,7447% e um desvio de perda de 1,8881%, ambos no ano de 2017. Todas as estratégias registaram os desvios (padrão e de perda) mais baixos no ano de 2017. Contudo, apenas a estratégia BH registou os desvios mais altos no ano de 2008. Tanto a estratégia D-CPPI, como a estratégia CPPI, registaram os maiores valores no ano de 2009.

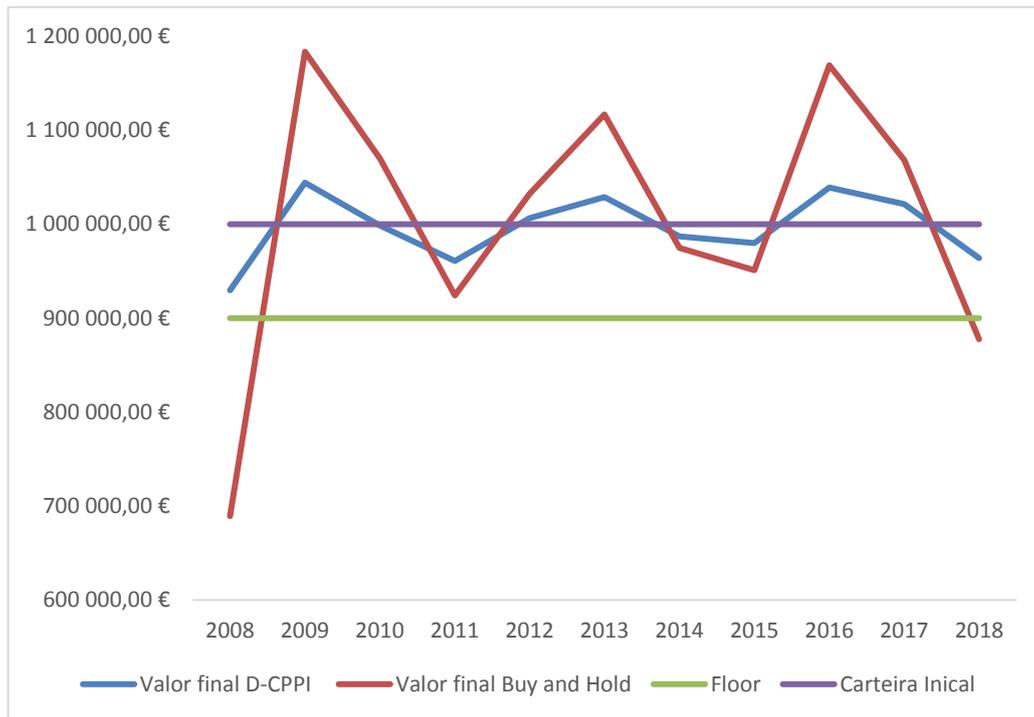
O valor da carteira segura é, muito semelhante ao valor da carteira inicial. Além de que nenhum dos valores obtidos para o nível de erro ultrapassou os 10%, pelo que se pode dizer que o objetivo de segurança foi atingido, como se pode verificar através da análise dos dados presentes no anexo 2. O ano de 2008 foi o que esteve mais próximo de ultrapassar esse valor, tendo-se verificado um nível de erro de 7,55%.

Completa-se a análise com duas medidas de desempenho, nomeadamente os índices de Sharpe e de Sortino. A estratégia *Buy-and-Hold* apresenta, geralmente, o melhor desempenho. A única exceção é no ano de 2009, onde a estratégia CPPI apresenta um

desempenho superior ao das restantes estratégias. Mesmo em mercados com declínios acentuados (2008) e em mercados com pouca volatilidade (2017) é a BH que apresenta o melhores resultados nos índices de Sharpe e Sortino. Na prática, isto significa que é a BH que paga melhor os níveis de risco assumidos. Os maiores valores foram, por isso, registados pela estratégia BH em 2017, com um índice de Sharpe de 0,9408 e um índice de Sortino de 1,4269. Por outro lado, a estratégia D-CPPI é aquela que regista os valores mais baixos nos índices de Sharpe com -1,7414 e de Sortino com -2,4107 em 2008. Esta estratégia é, portanto, à exceção de no ano de 2009, a que regista os piores desempenhos, contrariando Hamidi et al. (2009). Apesar desta estratégia apresentar um desvio padrão e um desvio de perda baixos, fazendo com que exista baixo risco, as taxas de rentabilidade são demasiado baixas, e não vão conseguir compensar esse risco. Todas as estratégias registam os seus melhores desempenhos no ano de 2016, enquanto os piores desempenhos acontecem em 2008 no caso da D-CPPI e da CPPI e em 2018 no caso da BH.

Os resultados obtidos pela estratégia D-CPPI são muito diferentes dos obtidos pela BH, e é uma boa alternativa para investidor mais avessos ao risco e que pretendam uma maior proteção da sua carteira, apesar de nunca conseguir obter taxas de rentabilidade superiores quando o mercado apresenta crescimento. Mesmo em comparação com a estratégia CPPI, foi a estratégia D-CPPI que obteve os melhores resultados em termos de proteção de carteira, à semelhança do concluído por (Ameur & Prigent, 2006, 2014), (Lee, et al., 2008) e (Naguez, 2018). Apesar disso, também registou menores taxas de rentabilidade em comparação com a CPPI na maioria dos anos em que o mercado cresceu, sendo a única exceção o ano de 2017, contrariando os resultados apresentados por (Ameur & Prigent, 2006, 2014), (Lee, et al., 2008) e (Naguez, 2018).

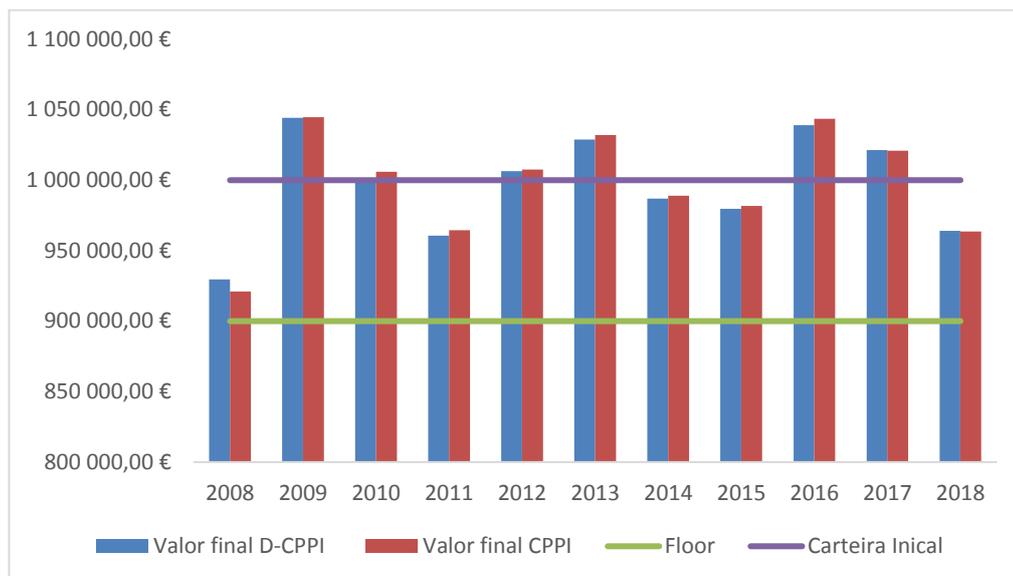
Em mercados com baixa volatilidade a D-CPPI tem melhores resultados que a CPPI, como demonstra o ano de 2017. Em mercados com significativas flutuações do valor do ativo com risco, a D-CPPI apresenta mais risco e piores resultados que a CPPI devido às suas constantes alterações no valor do multiplicador. No entanto, de acordo com os valores obtidos através dos índices de Sharpe e Sortino, a estratégia D-CPPI nunca apresenta um desempenho superior ao da CPPI, e apenas em 2009 apresenta um desempenho superior à estratégia de BH, que é geralmente a estratégia com melhor desempenho.



**Figura 5 - Comparação dos Valores Finais obtidos pela D-CPPI e BH**

Fonte: Elaboração própria

Através da figura 5 podemos verificar que, nos mercados em crescimento, a BH tem melhores resultados, mas quando os mercados estão em decréscimo a D-CPPI consegue os melhores resultados. Estes resultados demonstram a maior dependência que a BH tem do caminho seguido pelo ativo subjacente em comparação com a estratégia D-CPPI. Ambas as estratégias apresentam os melhores resultados em 2009 e os piores resultados em 2008, mas apenas a BH desce abaixo do *floor* (2008 e 2018). A BH apresenta o melhor resultado com um valor final de 1 183 602,88 euros em 2009, mas também o pior ao registar 689 310,45 euros em 2008.



**Figura 6 - Comparação dos Valores Finais obtidos pela D-CPPI e CPPI**

Fonte: Elaboração própria

Na figura 6 verifica-se que os valores finais obtidos são muito idênticos, mas com os melhores resultados registados pela estratégia CPPI na maioria dos anos. De modo geral, a D-CPPI obteve um valor final da carteira mais baixo que a CPPI, sendo as exceções os anos de 2008, 2017 e 2018. Contrariamente à estratégia BH, as estratégias D-CPPI e CPPI, demonstram níveis de volatilidade baixos. Nenhuma das estratégias desce abaixo do *floor*, e apresentam ambas os melhores resultados em 2009 e os piores em 2008. A proteção que a D-CPPI e a CPPI oferecem em caso de descida das cotações, e os seus baixos níveis de volatilidade permitem que haja poucas probabilidades de estas estratégias apresentarem valores abaixo do *floor*, como foi possível confirmar na figura 6. Isto comprova, tal como feito em Cesari and Cremonini (2003), Do and Faff (2004) e Trieu (2017), que a D-CPPI e CPPI são importantes quando o mercado está declínio.

A CPPI apresenta o melhor resultado com um valor final de 1 044 794,28 euros em 2009, mas também o pior ao registar 921 105,85 euros em 2008. Logo, apesar de a D-CPPI registar uma participação menor nos mercados em crescimento, consegue obter uma melhor proteção quando os mercados estão em decréscimo.

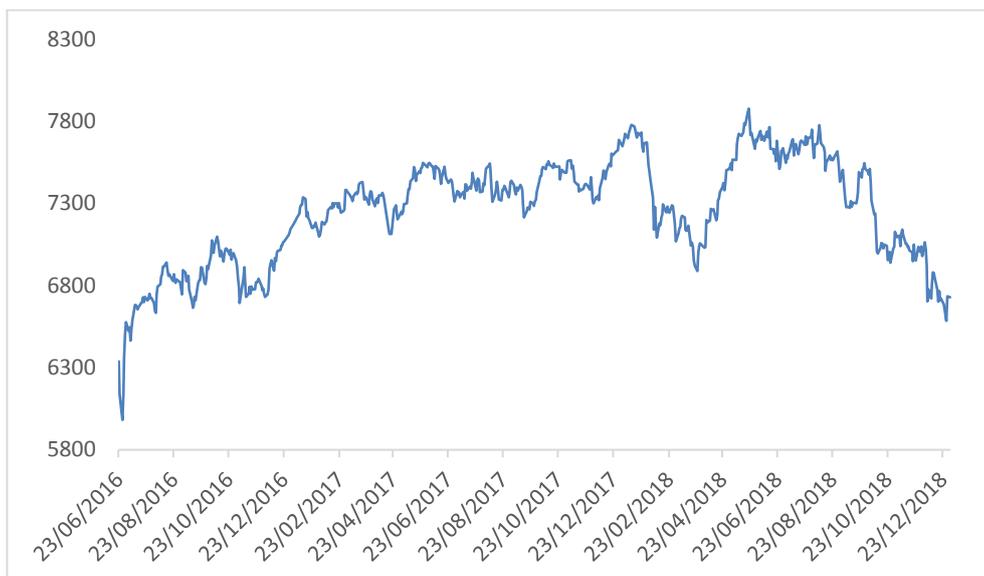
Tabela 5 - Impacto do *Brexit* no Mercado e na Carteira

	<i>Brexit</i>			
	Mercado	Carteira	Mercado	Carteira
	Taxa de Rentabilidade		Volatilidade	
<b>24/06/2016</b>	<b>-3,20%</b>	<b>-0,86%</b>	<b>3,26%</b>	<b>0,88%</b>
<b>2016</b>	<b>15,89%</b>	<b>3,83%</b>	<b>16,63%</b>	<b>5,05%</b>
<b>23/06/2016 a 31/12/2018</b>	<b>5,97%</b>	<b>?</b>	<b>18,44%</b>	<b>?</b>
<b>2017</b>	<b>6,9%</b>	<b>2,2%</b>	<b>8,53%</b>	<b>2,86%</b>
<b>2018</b>	<b>-12,8%</b>	<b>-3,6%</b>	<b>12,71%</b>	<b>3,05%</b>

Fonte: Elaboração própria

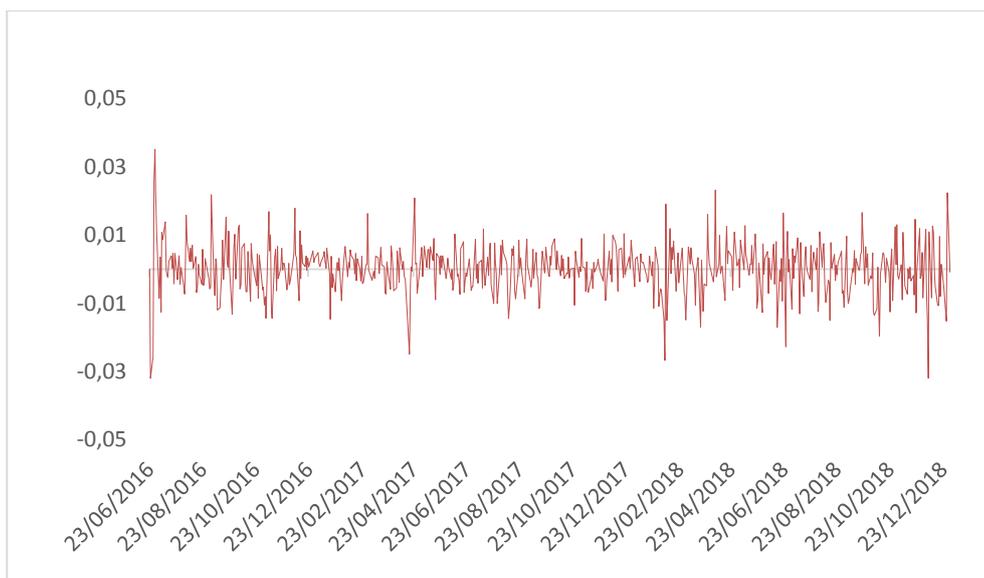
A tabela 7 permite analisar o impacto que o *Brexit* teve tanto no mercado como na carteira da D-CPPI. No dia 24 de junho de 2016, o dia seguir aos resultados do referendo do *Brexit*, o valor do FTSE 100 desceu -3,2% e apresentou uma volatilidade de 3,26%, enquanto o valor da carteira em estudo (D-CPPI) desceu -0,86% e apresentou uma volatilidade de 0,88%. Apesar disso, nesse ano tanto a carteira, como o mercado registaram bom desempenho com taxas de rentabilidade positivas. Entre o dia da divulgação dos resultados do referendo e o último dia em estudo, o mercado conseguiu apresentar taxas de rentabilidade positivas, mas registou grande volatilidade com 18,44%. Apesar de se ter registado rentabilidades positivas nesse período, o ano de 2018 registou um grande declínio no valor do índice FTSE 100 com uma taxa de rentabilidade de -12,8%. Apesar do *Brexit* ter tido impacto tanto no mercado como na carteira, o impacto que teve foi diferente, sendo muito maior no mercado, tanto a nível de taxas de rentabilidade como de volatilidade. Isso acontece devido ao investimento que a D-CPPI tem em ativos sem risco, que permite criar um mecanismo de proteção, e à utilização de um multiplicador dinâmico que permite diminuir a exposição aos declínios do mercado.

Através dos gráfico seguintes consegue-se perceber a evolução que existiu no valor do FTSE 100, desde que o referendo com os resultados do *Brexit* foi divulgado.



**Figura 7 - Evolução da Cotação do FTSE 100**

Fonte: Elaboração própria



**Figura 8 - Evolução das rentabilidades diárias do índice FTSE 100**

Fonte: Elaboração própria

As figuras 7 e 8 demonstram a grande volatilidade que existiu neste período, e permitem verificar que existiram alguns declínios acentuados nas cotações, principalmente no dia 24 de junho de 2016 (-3,2%) e no dia 6 de dezembro de 2018 (-3,2%). No entanto, a tabela 7 e a figura 7 e 8 permitem perceber que o impacto do *Brexit* não foi tão grande como esperado. Apesar de terem existido alguns declínios acentuados, apenas o ano de 2018

registou um decréscimo do mercado. O ano de 2016 e 2017 apresentaram crescimento, e o ano de 2017 registou, ainda, uma volatilidade muito baixa.

## 5. Conclusões

Este estudo foi realizado com o objetivo de avaliar o desempenho de uma estratégia CPPI com um multiplicador dinâmico, a D-CPPI. Para tentar perceber se esse desempenho era superior ao de uma estratégia *Buy and Hold* e de uma estratégia CPPI com multiplicador constante, foram analisados os desempenhos destas três estratégias no mercado britânico, entre 2008 e 2018, através da utilização do índice de ações FTSE 100. Dada a situação atual do Reino Unido, onde existe uma grande incerteza relativamente ao *Brexit*, foi decidido analisar o impacto que esta situação tem no mercado britânico e na carteira que utiliza a estratégia D-CPPI.

A estratégia D-CPPI foi desenvolvida através da utilização do modelo utilizado no trabalho de Yao & Li (2016). Para avaliar as estratégias (D-CPPI, CPPI e BH) foram usadas as taxas de rentabilidade média e anual, bem como o desvio padrão e de perda. O desempenho dessas foi obtido através da utilização dos índices de Sharpe e de Sortino.

Os resultados obtidos demonstram que a estratégia D-CPPI apenas consegue obter taxas de rentabilidade superiores em mercados em decrescimento, e que apresenta, geralmente, a menor volatilidade. Verifica-se, assim, que é uma estratégia a utilizar quando o objetivo é proteger a carteira das perdas e obter uma carteira com pouco risco.

Os investidores devem escolher o multiplicador e amplificador de acordo com o seu nível de tolerância ao risco. Quanto maiores forem os valores escolhidos, maior vai ser a sensibilidade demonstrada às variações das cotações. De forma geral, o desempenho da D-CPPI foi inferior ao da estratégia CPPI, de acordo com os valores do índice de Sharpe e de Sortino, contrariando (Ameur & Prigent, 2006, 2014), (Lee, Chiang & Hsu, 2008) e (Naguez, 2018). Para além disso, o desempenho da D-CPPI também foi inferior à BH, principalmente em mercados em crescimento, onde a BH dominou de forma significativa. A estratégia BH demonstrou ser ainda, de forma geral, a estratégia com melhor desempenho, apesar de nos mercados em decrescimento obter rentabilidades muito inferiores em comparação com as outras duas, o que demonstra a falta de capacidade da BH de proteger os investidores de perdas e a grande dependência que esta estratégia tem do caminho seguido pelo ativo subjacente. Apenas em mercados que registam pouca volatilidade, os resultados entre as estratégias são semelhantes, principalmente entre a D-CPPI e da CPPI.

O *Brexit* teve impacto tanto no mercado como na gestão da carteira da D-CPPI. Verifica-se, no entanto, que se conseguiu amortecer o seu impacto na carteira, tanto a nível de taxas de rentabilidade como de volatilidade.

### **Limitações e Investigações futuras**

Este estudo demonstrou algumas limitações que são importantes mencionar, pois podem representar uma boa oportunidade para investigações futuras. Primeiro, este estudo é limitado a apenas um mercado, ao britânico, o que limita os cenários que podem ocorrer, diminuindo o número de situações em que a D-CPPI é utilizada. Deste modo, as investigações futuras podem utilizar a mesma estratégia, mas em diferentes mercados, e comparar o seu desempenho, descobrindo se esse é semelhante ou não.

Segundo, este estudo apenas é limitado ao período compreendido entre 2008 e 2018, o que pode influenciar os resultados, já que os mercados financeiros estão sempre em constantes alterações. Investigações futuras podem considerar avaliar outros períodos, ou aumentar o período em estudo, não o limitando a apenas 11 anos, e comparar com os resultados obtidos neste trabalho.

Terceiro, o estudo é limitado a apenas um multiplicador (3) e a um amplificador (4), o que limitou os resultados obtidos, e não permitiu obter o melhor desempenho da estratégia D-CPPI. Investigações futuras podem utilizar mais do que um multiplicador e do que um amplificador e comparar os desempenhos de cada escolha.

## Bibliografia

Ameur, H. B., & Prigent, J. L. (2006). Portfolio Insurance: determination of a dynamic CPPI multiple as function of state variables. *Thema University of Cergy, Working paper*.

Ameur, H. B., & Prigent, J. L. (2011). CPPI method with a conditional floor. *International Journal of Business*, 16(3), 218.

Ameur, H. B., & Prigent, J. L. (2014). Portfolio insurance: Gap risk under conditional multiples. *European Journal of Operational Research*, 236(1), 238-253.

Ameur, H. B., & Prigent, J. L. (2018). Risk management of time varying floors for dynamic portfolio insurance. *European Journal of Operational Research* 269.1 (2018): 363-381.

Annaert, J., Van Osselaer, S., & Verstraete, B. (2009). Performance evaluation of portfolio insurance strategies using stochastic dominance criteria. *Journal of Banking & Finance*, 33(2), 272-280.

Ardia, D., Boudt, K., & Wauters, M. (2016). Smart beta and CPPI performance. *Finance*, 37(3), 31-65.

Balder, S., Brandl, M., & Mahayni, A. (2009). Effectiveness of CPPI strategies under discrete-time trading. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33(1), 204-220.

Bertrand P., & Prigent, J. L. (2002). Portfolio insurance: the extreme value approach to the CPPI. *Finance*, 23(2).

Bertrand, P., & Prigent, J. L. (2005). Portfolio insurance strategies: OBPI versus CPPI. *Finance*, 26(1), 5–32.

Bertrand, P., & Prigent, J. L. (2016). Portfolio Insurance: The Extreme Value Approach Applied to the CPPI Method. *Extreme Events in Finance: A Handbook of Extreme Value Theory and Its Applications*, 465.

Black, F., & Jones, R. (1987). Simplifying portfolio insurance. *Journal of portfolio management*, 14(1), 48.

Black, F., & Jones, R. (1988) Simplifying portfolio insurance for corporate pension plans. *Journal of Portfolio Management*; 33-37

Black, F., & Perold, A. (1992). Theory of constant proportion portfolio insurance. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16(3-4), 403-426.

Black, F., & Rouhani, R. (1989). Constant proportion portfolio insurance and the synthetic put option: a comparison. *Institutional Investor focus on Investment Management*, 695-708.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3), 637-654.

Boulier, J. F., & Kanniganti, A. (2005). Expected performance and risk of various portfolio insurance strategies. In *Proceedings of the 5th AFIR International Colloquium*.

Bouye, E. (2009). Portfolio insurance: A short introduction. *Warwick Business*.

Brown, K. C., Garlappi, L., & Tiu, C. (2010). Asset allocation and portfolio performance: Evidence from university endowment funds. *Journal of Financial Markets*, 13(2), 268-294.

Carvalho, J., Gaspar, R. M., & Sousa, J. B. (2016). On path-dependency of constant proportion portfolio insurance strategies. *Unpublished manuscript*.

Cesari, R., & Cremonini, D. (2003). Benchmarking, portfolio insurance and technical analysis: a Monte Carlo comparison of dynamic strategies of asset allocation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 27(6), 987-1011.

Chen, J. S., & Chang, C. L. (2005). Dynamical proportion portfolio insurance with genetic programming. In *International Conference on Natural Computation*, 735-743. Springer, Berlin, Heidelberg.

Chen, J. S., Chang, C. L., Hou, J. L., & Lin, Y. T. (2008). Dynamic proportion portfolio insurance using genetic programming with principal component analysis. *Expert Systems with Applications*, 35(1-2), 273-278.

Cont, R., & Tankov, P. (2009). Constant proportion portfolio insurance in the presence of jumps in asset prices. *Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statistics and Financial Economics*, 19(3), 379-401.

Costa, J., & Gaspar, R. M. (2014). Portfolio insurance—a comparison of naive versus popular strategies. *Insurance Markets and Companies: Analyses and Actuarial Computations*, 5(1), 53-69.

Do, B. H., & Faff, R. W. (2004). Do futures-based strategies enhance dynamic portfolio insurance?. *Journal of Futures Markets: Futures, Options, and Other Derivative Products*, 24(6), 591-608.

Duarte, E. F. M. (2001). *O seguro da Carteira*. Lisboa: BVLP – Sociedade Gestora de Mercados Regulamentados, S.A.

Duarte, E. F. M. (2004). A técnica de seguro da carteira e o problema da volatilidade: um estudo aplicado ao índice PSI-20 (Doctoral dissertation). Universidade de Coimbra.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.

Engle, R. F., & Manganelli, S. (2004). CAViaR: Conditional autoregressive value at risk by regression quantiles. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(4), 367-381.

Fabozzi, F. J., Gupta, F., & Markowitz, H. M. (2002). The legacy of modern portfolio theory. *Journal of Investing*, 11(3), 7-22.

Fu, H., Hsu, Y. C., Huang, R. J., & Tzeng, L. Y. (2015). To hedge or not to hedge? Evidence via almost stochastic dominance.

Gastineau, G. L. (1988). *The options manual*. McGraw-Hill Companies.

Hakan, E. & Hande, E. A. (2009). “Performance of portfolio insurance strategies: Evidence from Turkey”, *International Journal of Economics and Finance Studies*, 1(2), 35–44.

Hamidi, B., Maillet, B. B., & Prigent, J. L. (2009). A risk management approach for portfolio insurance strategies. In *Proceedings of the 1st EIF International Financial Research Forum, Economica*.

Hamidi, B., Maillet, B., & Prigent, J. L. (2014). A dynamic autoregressive expectile for time-invariant portfolio protection strategies. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 46, 1-29.

Ho, L. C., J. Cadle and M. Theobald. 2011. “An analysis of risk-based asset allocation and portfolio insurance strategies.” *Review of Quantitative Finance and Accounting* 36 (2), 247–267.

Huu Do, B. (2002). Relative performance of dynamic portfolio insurance strategies: Australian evidence. *Accounting & Finance*, 42(3), 279-296.

Jessen, C. (2010). Constant proportion portfolio insurance: Discrete-time trading and gap risk coverage. In *23rd Australasian Finance and Banking Conference*.

Lee, C. F., & Lee, J. (Eds.). (2010). *Handbook of quantitative finance and risk management*. Springer Science & Business Media.

Lee, H. I., Chiang, M. H., & Hsu, H. (2008). A new choice of dynamic asset management: the variable proportion portfolio insurance. *Applied Economics*, 40(16), 2135-2146.

Leland, H. E. (1980). Who should buy portfolio insurance?. *The Journal of Finance*, 35(2), 581-594.

Leland, H. E., & Rubinstein, M. (1988). The evolution of portfolio insurance.

MacKenzie, D. (2004). The big, bad wolf and the rational market: portfolio insurance, the 1987 crash and the performativity of economics. *Economy and society*, 33(3), 303-334.

Markowitz, H. (1952). The utility of wealth. *Journal of political Economy*, 60(2), 151-158.

Marques, J. F. B. (2016). *Finanças comportamentais: Teoria da Perspetiva e Contabilidade Mental* (Doctoral dissertation, Instituto Politécnico do Porto). Retrieved from:  
[http://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/9649/1/Jo%C3%A3o\\_Marques\\_MCF\\_2016.pdf](http://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/9649/1/Jo%C3%A3o_Marques_MCF_2016.pdf).

Matenda, F. R., Chikodza, E., & Gumbo, V. (2015). Measuring gap risk for constant proportion portfolio insurance strategies in uncertain markets. *Journal of Mathematics and Statistical Science*, 2015, 18-31.

Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of financial economics*, 3(1-2), 125-144.

Naguez, N. (2018). Dynamic portfolio insurance strategies: risk management under Johnson distributions. *Annals of Operations Research*, 262(2), 605-629.

Pain, D., & Rand, J. (2008). Recent developments in portfolio insurance. *Bank of England Quarterly Bulletin 2008 Q1*.

Perold, A. (1986). Constant proportion portfolio insurance. *Unpublished work*.

Perold, A. F., & Sharpe, W. F. (1988). Dynamic strategies for asset allocation. *Financial Analysts Journal*, 44(1), 16-27.

Pozen, R. C. (1978). The purchase of protective puts by financial institutions. *Financial Analysts Journal*, 34(4), 47-60.

Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 431-449.

Rubinstein, M., & Leland, H. E. (1981). Replicating options with positions in stock and cash. *Financial Analysts Journal*, 37(4), 63-72.

Schied, A. (2014). Model-free CPPI. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 40, 84-94.

Sharpe, W. F. (1994). The sharpe ratio. *Journal of portfolio management*, 21(1), 49-58.

Sortino, F. A., & Price, L. N. (1994). Performance measurement in a downside risk framework. *the Journal of Investing*, 3(3), 59-64.

Trieu, T. D. (2017). *Portfolio insurance strategies: An empirical analysis of a frontier market-the Vietnamese case*. (Bachelor's thesis, Università Ca'Foscari Venezia). Retrieved from: <http://dspace.unive.it/bitstream/handle/10579/10799/861160-1216623.pdf?sequence=2>

Yao, Y., & Li, L. (2016). Portfolio insurance with a dynamic risk multiplier based on price fluctuation. *European Journal of Research and Reflection in Management Sciences* Vol, 4(2).

Yuan, Y., & Shanshan, G. (2012). Study CPPI and TIPP Based Adjustment of Dynamic Risk Multiple. *Managment Review*, 24(4), 45-52.

Zieling, D., Mahayni, A., & Balder, S. (2014). Performance evaluation of optimized portfolio insurance strategies. *Journal of Banking & Finance*, 43, 212-225.

## Anexos

### Anexo 1 A – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* - 2008

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2008	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
15/01/2008	900 000,00 €	980 864,66 €	980 915,61 €	936 701,85 €
21/01/2008	900 000,00 €	964 211,57 €	962 781,57 €	867 159,41 €
24/01/2008	900 000,00 €	972 518,20 €	972 794,06 €	913 419,47 €
17/03/2008	900 000,00 €	957 317,21 €	955 548,03 €	841 694,45 €
27/03/2008	900 000,00 €	964 717,08 €	964 843,66 €	888 804,85 €
07/04/2008	900 000,00 €	973 197,51 €	974 915,56 €	935 019,84 €
19/05/2008	900 000,00 €	985 174,47 €	988 373,73 €	991 252,29 €
27/05/2008	900 000,00 €	972 424,26 €	975 076,90 €	941 824,07 €
11/06/2008	900 000,00 €	961 223,61 €	962 541,65 €	889 715,81 €
02/07/2008	900 000,00 €	953 074,09 €	952 745,93 €	843 544,36 €
16/09/2008	900 000,00 €	943 870,21 €	940 990,43 €	781 249,19 €
19/09/2008	900 000,00 €	948 907,61 €	947 957,68 €	825 668,68 €
29/09/2008	900 000,00 €	938 607,15 €	934 538,60 €	749 098,14 €
08/10/2008	900 000,00 €	931 797,81 €	924 749,67 €	678 820,40 €
10/10/2008	900 000,00 €	927 018,85 €	917 307,35 €	611 255,33 €
15/10/2008	900 000,00 €	928 515,87 €	919 234,67 €	634 189,49 €
16/10/2008	900 000,00 €	926 201,07 €	916 119,31 €	600 269,38 €

17/10/2008	900 000,00 €	928 230,14 €	918 623,21 €	631 612,06 €
20/10/2008	900 000,00 €	930 807,48 €	921 622,76 €	665 759,13 €
22/10/2008	900 000,00 €	927 450,51 €	917 931,36 €	628 173,41 €
30/10/2008	900 000,00 €	930 292,92 €	921 249,24 €	667 155,11 €
04/11/2008	900 000,00 €	934 979,29 €	926 396,57 €	721 229,86 €
06/11/2008	900 000,00 €	928 745,69 €	920 093,21 €	664 164,17 €
19/11/2008	900 000,00 €	925 297,54 €	916 299,00 €	622 699,87 €
21/11/2008	900 000,00 €	922 933,17 €	913 526,65 €	587 766,20 €
24/11/2008	900 000,00 €	926 292,53 €	917 501,60 €	645 595,17 €
09/12/2008	900 000,00 €	928 981,12 €	920 367,06 €	681 085,37 €
31/12/2008	900 000,00 €	929 713,03 €	921 105,85 €	689 310,45 €

Anexo 1 B – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2009

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2009	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
14/01/2009	900 000,00 €	974 053,30 €	974 118,08 €	914 156,15 €
20/02/2009	900 000,00 €	960 223,90 €	958 504,33 €	850 398,06 €
02/03/2009	900 000,00 €	950 511,49 €	946 548,75 €	792 839,09 €
16/03/2009	900 000,00 €	957 371,96 €	955 687,67 €	844 916,15 €
02/04/2009	900 000,00 €	966 359,02 €	966 924,46 €	901 983,12 €
05/05/2009	900 000,00 €	975 153,21 €	977 199,06 €	948 333,36 €
23/07/2009	900 000,00 €	985 877,24 €	989 048,75 €	997 064,86 €
21/08/2009	900 000,00 €	1 002 187,05 €	1 006 029,37 €	1 060 715,81 €

16/09/2009	900 000,00 €	1 020 717,62 €	1 023 866,92 €	1 120 463,61 €
24/12/2009	900 000,00 €	1 043 241,58 €	1 043 956,91 €	1 181 313,47 €
31/12/2009	900 000,00 €	1 044 263,32 €	1 044 794,28 €	1 183 602,88 €

Anexo 1 C – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2010

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
04/01/2010	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
27/01/2010	900 000,00 €	983 735,28 €	983 779,55 €	946 200,84 €
03/03/2010	900 000,00 €	997 768,22 €	998 928,68 €	1 003 461,05 €
15/04/2010	900 000,00 €	1 013 241,64 €	1 014 514,22 €	1 056 379,69 €
04/05/2010	900 000,00 €	987 024,77 €	989 970,02 €	981 317,92 €
07/05/2010	900 000,00 €	973 287,74 €	975 507,45 €	929 072,10 €
10/05/2010	900 000,00 €	983 489,36 €	987 151,62 €	977 021,68 €
20/05/2010	900 000,00 €	969 156,78 €	971 812,04 €	920 024,43 €
01/07/2010	900 000,00 €	959 311,40 €	960 387,91 €	871 534,42 €
08/07/2010	900 000,00 €	968 347,69 €	971 640,41 €	925 885,74 €
02/08/2010	900 000,00 €	978 820,84 €	983 866,86 €	978 778,99 €
25/08/2010	900 000,00 €	966 423,87 €	970 377,17 €	926 602,08 €
03/09/2010	900 000,00 €	977 555,41 €	983 495,84 €	984 408,17 €
13/10/2010	900 000,00 €	990 895,74 €	998 163,97 €	1 042 295,86 €
31/12/2010	900 000,00 €	998 569,38 €	1 005 988,46 €	1 069 968,43 €

Anexo 1 D – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2011

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
04/01/2011	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
15/03/2011	900 000,00 €	983 396,97 €	983 396,97 €	944 656,57 €
01/04/2011	900 000,00 €	996 106,98 €	997 149,84 €	996 844,83 €
16/06/2011	900 000,00 €	981 059,41 €	981 975,90 €	945 242,08 €
04/07/2011	900 000,00 €	993 596,22 €	995 674,94 €	998 108,73 €
02/08/2011	900 000,00 €	979 498,70 €	981 323,98 €	948 489,75 €
04/08/2011	900 000,00 €	966 730,16 €	967 365,12 €	894 541,64 €
08/08/2011	900 000,00 €	956 353,53 €	955 142,90 €	840 769,36 €
15/08/2011	900 000,00 €	963 557,64 €	964 298,77 €	887 482,36 €
19/08/2011	900 000,00 €	954 160,32 €	953 065,16 €	836 093,58 €
31/08/2011	900 000,00 €	962 820,32 €	964 194,14 €	894 772,20 €
05/09/2011	900 000,00 €	954 024,39 €	953 710,06 €	846 347,45 €
16/09/2011	900 000,00 €	960 573,32 €	962 071,09 €	890 439,76 €
22/09/2011	900 000,00 €	951 108,86 €	950 670,79 €	836 234,57 €
07/10/2011	900 000,00 €	957 158,40 €	958 533,97 €	879 656,78 €
27/10/2011	900 000,00 €	968 121,52 €	972 064,84 €	947 731,74 €
01/11/2011	900 000,00 €	958 293,80 €	960 940,70 €	899 257,23 €
23/11/2011	900 000,00 €	950 392,22 €	951 381,71 €	852 517,69 €
30/11/2011	900 000,00 €	958 835,22 €	962 303,19 €	913 165,14 €
30/12/2011	900 000,00 €	960 728,54 €	964 575,08 €	924 254,98 €

Anexo 1 E – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2012

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
03/01/2012	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
16/05/2012	900 000,00 €	983 654,54 €	983 699,01 €	945 933,69 €
03/07/2012	900 000,00 €	995 757,54 €	996 769,06 €	995 368,47 €
31/12/2012	900 000,00 €	1 006 349,20 €	1 007 498,95 €	1 032 133,05 €

Anexo 1 F – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2013

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2013	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
29/01/2013	900 000,00 €	1 014 599,87 €	1 014 657,74 €	1 049 104,67 €
14/05/2013	900 000,00 €	1 034 511,36 €	1 033 393,61 €	1 106 509,76 €
06/06/2013	900 000,00 €	1 010 241,09 €	1 012 333,20 €	1 048 595,35 €
01/08/2013	900 000,00 €	1 029 347,37 €	1 030 648,66 €	1 105 834,06 €
09/10/2013	900 000,00 €	1 006 403,62 €	1 010 356,02 €	1 048 893,22 €
22/10/2013	900 000,00 €	1 025 479,23 €	1 028 962,09 €	1 108 099,50 €
31/12/2013	900 000,00 €	1 028 907,36 €	1 032 050,61 €	1 116 941,24 €

Anexo 1 G – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2014

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2014	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
10/10/2014	900 000,00 €	982 278,99 €	982 326,71 €	941 382,14 €
17/11/2014	900 000,00 €	994 126,87 €	995 210,09 €	990 679,60 €
12/12/2014	900 000,00 €	978 415,01 €	979 222,00 €	935 541,21 €
29/12/2014	900 000,00 €	989 703,79 €	991 729,05 €	984 968,67 €
31/12/2013	900 000,00 €	987 011,72 €	988 930,07 €	974 957,16 €

Anexo 1 H – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2015

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2015	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
17/02/2015	900 000,00 €	1 015 124,62 €	1 015 184,70 €	1 050 870,02 €
30/06/2015	900 000,00 €	994 746,85 €	996 188,32 €	993 413,78 €
21/08/2015	900 000,00 €	980 156,84 €	981 349,06 €	942 634,83 €
14/12/2015	900 000,00 €	968 786,27 €	968 907,00 €	894 862,25 €
23/12/2015	900 000,00 €	979 733,01 €	981 767,22 €	950 759,13 €
31/12/2015	900 000,00 €	979 781,10 €	981 819,89 €	950 963,11 €

Anexo 1 I – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2016

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
04/01/2016	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
18/01/2016	900 000,00 €	983 728,06 €	983 772,35 €	946 176,95 €
29/01/2016	900 000,00 €	995 918,76 €	996 932,31 €	995 921,27 €
08/02/2016	900 000,00 €	977 136,37 €	977 971,33 €	931 352,09 €
17/02/2016	900 000,00 €	989 654,02 €	991 937,39 €	987 168,09 €
13/04/2016	900 000,00 €	1 004 171,50 €	1 007 084,13 €	1 041 609,69 €
13/06/2016	900 000,00 €	987 506,90 €	990 944,77 €	989 566,45 €
29/06/2016	900 000,00 €	1 000 948,73 €	1 005 108,05 €	1 041 146,64 €
18/07/2016	900 000,00 €	1 017 691,38 €	1 021 659,65 €	1 096 046,11 €
04/10/2016	900 000,00 €	1 039 993,44 €	1 042 221,54 €	1 158 075,14 €
04/11/2016	900 000,00 €	1 012 597,81 €	1 019 111,27 €	1 095 691,63 €
20/12/2016	900 000,00 €	1 032 357,93 €	1 037 753,39 €	1 153 102,24 €
30/12/2016	900 000,00 €	1 039 014,87 €	1 043 556,28 €	1 169 286,52 €

Anexo 1 J – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2017

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
03/01/2017	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
26/05/2017	900 000,00 €	1 014 534,02 €	1 014 591,62 €	1 048 883,14 €
29/12/2017	900 000,00 €	1 021 346,36 €	1 020 977,27 €	1 068 357,95 €

Anexo 1 K – Valor final da carteira de cada estratégia e *floor* – 2018

<b>Data</b>	<b>Floor</b>	<b>D-CPPI</b>	<b>CPPI</b>	<b>BH</b>
02/01/2018	900 000,00 €	999 250,00 €	999 250,00 €	997 500,00 €
06/02/2018	900 000,00 €	979 266,81 €	979 321,25 €	931 413,78 €
30/04/2018	900 000,00 €	990 327,47 €	991 535,69 €	979 397,27 €
11/10/2018	900 000,00 €	972 487,16 €	973 060,01 €	913 875,82 €
27/12/2018	900 000,00 €	960 804,02 €	959 768,24 €	858 803,74 €
31/12/2018	900 000,00 €	963 989,32 €	963 678,97 €	877 513,77 €

## Anexo 2 – Níveis de erro

	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>
<b>Nível de Erro</b>	<b>7,55</b>	<b>-4,31</b>	<b>0,13</b>	<b>4,08</b>	<b>-0,63</b>	<b>-2,83</b>	<b>1,32</b>	<b>2,04</b>	<b>-3,79</b>	<b>-2,09</b>	<b>3,74</b>