

# DIE TRENNUNG VON FESTUCA – POPULATIONEN MIT HILFE DER DISKRIMINANZANALYSE

Von

A. HORÁNSZKY und Z. SZÓCS

Systematisch-Geobotanischer Lehrstuhl der Eötvös Loránd Universität, Budapest und Botanisches Forschungsinstitut der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Vácrátót

Eingegangen: 2. April 1972

## Einleitung

Die Bestimmung der *Festuca*-Arten stellt selbst den Fachmann meist vor eine schwere Aufgabe. Den Grund hierfür bedeutet vor allem, daß sich das Wertebereich der bei der Differenzierung in Betracht gezogenen Merkmale in gewissen Fällen mehr oder weniger überdeckt. Es ist manchmal außerordentlich schwer die Hinzugehörigkeit eines einzelnen Exemplars – falls es gerade innerhalb des Überdeckungsbereiches fällt – festzustellen.

Die mit den *Festuca*-Arten Ungarns einhergehenden Probleme wurden bereits früher umrissen (Horánszky – Jankó – Vida 1971, 1972) und im Zusammenhang mit der Variabilität der Merkmale und der statistischen Auswertbarkeit dieser kam es zu informativen Untersuchungen (Horánszky 1969, 1970). An einem Herbarmaterial haben wir die Anwendung der Diskriminanzanalyse versucht (Horánszky 1960).

Diesmal versuchen wir nicht mit der Hilfe einzelner Proben – Herbarblättern –, sondern aufgrund eines auf dem Gelände durch das Zufallstichprobenverfahren gesammelten größeren Pflanzenmaterials die auch nebeneinander vorkommenden Arten miteinander zu vergleichen.

## Material

Unsere Beobachtungen wurden an drei Populationen an je 30, durch das Zufallstichprobenverfahren ausgewählten Pflanzen durchgeführt. Hierbei wurden acht Merkmale in Betracht gezogen, die sich alle auf die Rispe beziehen:

1. Länge der Rispe
2. Länge des untersten längsten Rispenastes
3. Länge des ersten Internodiums der Rispe
4. Länge der äußeren Spelze (gluma inferior)

5. Länge der inneren Spelze (gluma superior)
6. Länge der Deckspelze (palea inferior)
7. Länge der Granne der Deckspelze
8. Zahl der in einem Ährchen vorhandenen Blüten

Die Angaben der ersten drei Merkmale wurden mit 1 mm-Genauigkeit in cm gemessen, die übrigen in mm mit Hilfe des Stereomikroskops SM XX mit einer 0,1 mm-Genauigkeit gewertet. Das 8. Merkmal bedeutet die vorhandene Stückzahl.

Die untersuchten Arten bzw. Populationen:

- A) *Festuca pseudodalmatica*, bei Bükkszenterzsébet auf dem Nagykő
- B) *Festuca glauca* (s. l.) bei Somoskőújfalu
- C) *Festuca glauca* (s. l.) in der Nachbarschaft der Population A.

An allen drei Orten bildete die vorherrschende Art des Rasens die untersuchte Pflanze. Der *F. glauca*-Rasen ist auf einem zufolge der Verwitterung des Sandsteines entstandenen Sandboden, der *F. pseudodalmatica*-Bestand in einem etwas lockeren Bestand als ersterer an einem *Orno-Quercetum*-Waldrand auf Rendzinaboden anzutreffen.

### Zielsetzung

Unsere Fragen waren 1. wie weit die beiden, voneinander entfernter gelegenen Populationen von *F. glauca* und der mit einer von diesen benachbarten *F. pseudodalmatica*-Population unter Berücksichtigung der acht Merkmale der Rispe voneinander eindeutig getrennt werden können? 2. ob sich die subjektive Einreihung der Pflanzen als richtig erweist?

Die Einreihung der Pflanzen in Gruppen erfolgte anlässlich des Sammelns an Ort und Stelle auf dem Wege der praktischen Beurteilung und nicht durch eine regelmäßige, aufgrund eines Buches erfolgte Bestimmung.

### Methode

Jene Gruppe der Analyse mit vielen Veränderlichen, die sich im allgemeinen mit dem Problemenkreis des Auseinanderhaltens bzw. der Trennung der in statistischem Sinne genommenen Populationen befaßt — obwohl die Terminologie auch in dieser Frage nicht einheitlich ist — wird zusammenfassend mit der Benennung „kanonische Analyse“ erwähnt. Der eine Zweig dieser Methodenfamilie ist die Diskriminanzanalyse, deren Begründung sich mit dem Namen von F i s c h e r (1936) verknüpft.

Ursprünglich war diese Methode nur zur Trennung zweier Populationen geeignet, so wird sie auch von B o s e und C h a u d h u r i (1966) und W e b e r (1967) erörtert. Für den Fall mehrerer Populationen wurde sie von R a o (1952) erweitert; diese Varietät geben K e n d a l l

(1957), Anderson (1958) und Seal (1964) bekannt. Die neuere Fachliteratur erwähnt die verallgemeinerte Form der Diskriminanzanalyse oft unter der Benennung „multiple discriminant analysis“, obwohl dieser Ausdruck weder von Rao, noch von den erwähnten Verfassern gebraucht wurde. Im weiteren verstehen wir unter der Bezeichnung DA stets die Diskriminanzanalyse, unbeachtet dessen, ob es sich um die ältere oder die verallgemeinere Form handelt, da ja letztere als Spezialfall auch die erste enthält.

Die DA ist eine typische Klassifikationsmethode: mit ihrer Hilfe können die untersuchten Individuen aufgrund der gemeinsamen Berücksichtigung der an ihnen gemessenen oder wahrgenommenen Merkmale (weshalb die DA unter den Analysen mit mehreren Veränderlichen erwähnt wird) mit gewisser Wahrscheinlichkeit in eine jede der *a priori* gegebenen Gruppen (Populationen, Klassen) eingereiht werden. Das zu Rede stehende Individuum „paßt“ natürlich vor allem in jene Gruppe, in der sie sich mit größter Wahrscheinlichkeit einreihen läßt; zwar bedeutet dies nicht unbedingt so viel, daß sie auch aus dieser stammt. Die Wahrscheinlichkeit der falschen Klassifikation kann jedoch gleichfalls geschätzt werden. Die DA ist so konstruiert, daß die Wahrscheinlichkeit der richtigen Einreihung die möglichst größte, die der falschen Klassifikation die möglichst kleinste sei. Die optimale Einreihung erfolgt auf dem Wege der sog. Diskriminanzgleichung:  $X = b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_px_p$ , wo  $x_1, x_2, \dots, x_p$  den Wert der beobachteten Merkmale (Veränderlichen) bezeichnet und  $X$  die von den Koeffizienten  $ab_1, b_2, \dots, b_p$  bestimmte lineare Kombination dieser darstellt. Auf diese Weise gehört zu einem jeden Individuum je ein  $X$ -Wert, der in eine einzige Zahl die Werte sämtlicher beachteter Merkmale des betreffenden Individuums komprimiert. Die  $b$ -Koeffizienten werden derart bestimmt (die Durchführung der DA besteht eigentlich aus dieser Operation), daß die Streuung der  $X$ -Werte innerhalb der Population eine minimale, der Unterschied zwischen den Durchschnittswerten der zu einer Population gehörenden  $X$ -Werte hingegen ein maximaler sei. All dies pflegte man zuerst mit solchen Proben durchzuführen, in welchen die Hinzugehörigkeit der Individuen zweifellos festliegt. Aufgrund der auf diese Weise gewonnenen Diskriminanzgleichungen werden die Individuen „fraglichen Ursprunges“ klassifiziert. Ist dieser Weg nicht gangbar, so muß man darauf trachten, daß die als Ausgang dienenden Gruppen möglichst desto homogener seien. Finden sich in den ursprünglichen Gruppen nur wenige „fremde“ Elemente, so legt dieser Umstand der Brauchbarkeit der Methode noch kein Hindernis in den Weg. Den fremden Individuen kann mit Hilfe der Diskriminanzgleichung „ihr Platz“ angewiesen werden (wie dies auch in unserem Falle bereits erfolgt ist).

Mit einer weiteren Methodenvariante kann auch untersucht werden, wie weit die Berücksichtigung einzelner Eigenschaften die Wahrscheinlichkeit der richtigen Einreihungen, d. h. die Wirksamkeit der Methode, ihre diskriminierende Kraft steigert oder (was gleichfalls möglich ist!)

vermindert. So lassen sich die Merkmale ihrem Diskriminanzwerte nach klassifizieren und auch jene Veränderlichen auswählen, die in die Analyse einzubeziehen sind, um ein im voraus bestimmtes „Wahrscheinlichkeitsniveau“ zu erreichen.

Die DA zeigte sich von Beginn zur Lösung der taxonomischen Fragen geeignet. Bereits Fisher (1936) hat die neue Methode mit einem pflanzensystematischen Beispiel illustriert: er hat aufgrund morphologischer Merkmale mit ihr die Trennung zweier *Iris*-Arten durchgeführt. Hiermit öffnete er den Weg der botanischen Anwendung dieses Verfahrens. Die DA hat sich seitdem in zahlreichen Fällen zur Klärung der „schweren“ taxonomischen Fragen als ein geeignetes Mittel bewährt. Clifford und Binet (1954) haben bei der Absonderung von *Eucalyptus*-Hybriden, Moroshima und Oka (1968) von *Oryza*-Arten und -Sorten, Gardiner und Jeffers (1962) von *Betula*-Hybriden, Jeffers und Black (1964) von *Pinus*-Arten, Baum und Lefkovich (1972) von *Avena*-Arten und Kultursorten die DA erfolgreich angewendet.

Auf die Anregung von Présényi (1960) haben viele auch in Ungarn die DA zu ihren pflanzensystematischen Untersuchungen herangezogen (Horánszky 1960, Simon 1964, Borhidi-Isépy 1966, Sváb 1969). Es scheint dennoch, als wäre die DA in Ungarn nur noch in einem engen Kreise bekannt und hätte im Arsenal der einheimischen Methodik den ihr gebührenden Platz noch nicht eingenommen, obwohl sich zu ihrer Anwendung bisher bereits zahlreiche Möglichkeiten geboten haben.

Zwar erfordert die Durchführung der DA im allgemeinen mehr Arbeit als die traditionellen qualitativen Methoden, doch können wir uns jedoch der Verrichtung von Berechnungen heute schon leicht entziehen. Diesen schweren Teil der Arbeit verrichten die Computer rascher, genauer und zuverlässiger. In der Zentrale für Rechentechnik der Ungarischen Akademie der Wissenschaften — wo wir auch unsere Rechnungen durchgeführt haben — ist zum Beispiel in der reichen Programmbibliothek der Rechenmaschine CDC 3300 auch das komplette Programm der DA zu finden. Dies erleichtert und beschleunigt die Abwicklung der DA in außerordentlichem Maße. Zur Verrichtung sämtlicher unserer Rechnungen wird ungefähr 1/2 Min.-Maschinenzeit benötigt.

### Ergebnisse

Als Ergebnis der DA konnten wir die von uns im vorhinein gruppierten Individuen (*Festuca*-Stöcke) mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit in die entsprechende Gruppe einreihen (Tab. I). Es ist ersichtlich, daß die subjektive Klassifizierung durch die DA im allgemeinen bekräftigt wurde. Es gab aber auch einige Ausnahmen, was darauf verweist, daß die subjektiven Urteile stets eine Möglichkeit des Irrtums in sich tragen.

Tabelle I.

Nr. V	Gruppe A		Gruppe B		Gruppe C	
	GN	P%	GN	P%	GN	P%
1	1	99	2	98	3	99
2	1	96	2	99	3	99
3	1	99	2	99	3	99
4	1	57	2	99	3	99
5	2	58	2	99	3	99
6	1	99	2	99	3	99
7	1	99	2	99	3	99
8	1	97	2	99	3	99
9	1	95	2	99	3	99
10	1	98	2	99	3	99
11	1	99	2	99	3	99
12	1	69	2	92	3	99
13	1	99	2	99	3	99
14	1	99	2	99	3	99
15	1	99	1	76	3	99
16	1	99	2	99	3	99
17	1	99	2	99	3	99
18	1	99	2	99	3	99
19	2	51	2	99	3	99
20	1	99	2	99	3	99
21	1	99	2	99	3	99
22	1	99	2	99	3	99
23	1	99	2	96	3	99
24	1	99	2	99	3	99
25	1	88	2	99	3	99
26	1	99	2	99	3	99
27	1	95	2	99	3	99
28	1	99	2	99	3	99
29	2	70	2	99	3	99
30	1	99	2	98	+	+

Nr. = Nummer der Individuen

GN = Nr. der Gruppe, in die sie durch die DA gereiht worden sind

P% = Wahrscheinlichkeit der Einreihung (in %)

+ = in der Gruppe C gab es nur 29 Individuen

### Diskussion

Aus den Ergebnissen (siehe Tab. I) ist ersichtlich, daß sich die drei untersuchten Gruppen voneinander scharf trennen. Daraus kann geschlossen werden, daß die drei *Festuca*-Populationen der Proben sich ebenfalls

gut voneinander absondern. Dies war auch zwischen den beiden Arten zu erwarten (Gruppen A-B; A-C). Um so überraschender ist hingegen der Unterschied zwischen den beiden als *Festuca glauca* betrachteten Gruppen (B-C). Hier ist es beachtenswert, daß sich zwischen den räumlich benachbarten Populationen der beiden Arten aufgrund der Proben keine Vermischung zeigte, hingegen gab es unter den zwei räumlich fernen Populationen zweier verschiedener Arten Exemplare, die in die andere gereiht werden können. Aufgrund all dieser ist es anzunehmen, daß die Population A etwa zu 10% auch Elemente von B enthält, andererseits, daß die Population B etwa zu 3% Elemente führt, die in die Population A passen.

Es ist zu bemerken, daß die Umklassifizierungen stets mit wesentlich kleinerer Wahrscheinlichkeit für richtig besagt werden können, als die Einreihungen in die eigene Gruppe, jedoch übertreffen auch diese das 50%ige Wahrscheinlichkeitsniveau.

Angesichts dessen, daß der Wahrscheinlichkeitswert unter 33% überhaupt nicht vorkommt, kann festgelegt werden, daß die untersuchten Individuen ganz gewiß in eine der drei Gruppen hineinpassen. In entgegengesetztem Falle müßte man an das Vorhandensein von weiteren Gruppen denken.

Die Ergebnisse zeigen, daß die den untersuchten Populationen entnommenen Proben und die beachteten Merkmale zur Trennung der Populationen geeignet sind. Man kann zwar daraus noch nichts verallgemeinern, doch scheint es, daß man unter gewissen Umständen von der bei der Differenzierung der Arten so oft herangezogenen — eine langwierige und arbeitsintensive mikrotechnische Vorbereitung beanspruchenden — Berücksichtigung von anatomischen Merkmalen Abstand nehmen kann.

### Zusammenfassung

Es wurde mit Hilfe der Diskriminanzanalyse, aufgrund der acht morphologischen Merkmale der Rispe die Trennung der drei *Festuca*-Populationen A = *F. pseudodalmatica*, B-C = *F. glauca* und die Einreihung der Individuen durchgeführt.

Den Ergebnissen nach (siehe Tabelle) sondern sich die Populationen voneinander scharf ab und die rasche Einreihung der Individuen an Ort und Stelle hat sich im allgemeinen als richtig erwiesen. Gleichzeitig scheint es, daß die Populationen A und B in gewissem Maße für gemischt, die Population C für rein anzusehen sind. Ein jedes der untersuchten Individuen kann mit mehr als 50%iger Wahrscheinlichkeit in irgendeine der Gruppen eingereiht werden. Auf diese Weise erübrigt es sich eventuelle neuere Kategorien aufzustellen. Gleichzeitig scheint die taxonomische Identität der Populationen B und C fraglich zu sein.

## SCHRIFTTUM

- Anderson, T. W. 1958. An introduction to multivariate statistical analysis. — Wiley, New York.
- Baum, B. R. — Lefkovich, L. P. 1972. A model cultivar classification and identification with reference to oats (*Avena*). I. Establishment of the groupings by taximetric methods. — *Can. J. Bot.*, **50**: 121–130.
- Borhidi, A. — Isépy, I. 1966. Statistical studies on *Potentilla* species. — *Acta Bot. Hung.* **12**: 221–239.
- Bose, P. K. — Chaudhuri, S. B. 1966. On some problems associated with  $D^2$ -statistics and  $p$ -statistics. — Asia Publishing House, London.
- Clifford, H. T. — Binet, F. E. 1954. A quantitative study of a presumed hybrid swarm between *Eucalyptus elephora* and *E. goniacalyx*. — *Aust. J. Bot.* **2**: 325–336.
- Fisher, R. A. 1936. The use of multiple measurements in taxonomic problems. — *Ann. Eugen.* **7**: 179–188.
- Gardiner, S. A. — Jeffers, J. N. R. 1962. Analysis of the collective species *Betula alba* L. on the basis of leaf measurements. — *Silvae Gen.* **11**: 156–161.
- Horánszky, A. 1960. Statistical studies on *Festuca* species. — *Annal. Univ. Budapest Sect. Biol.* **3**: 225–227.
- Horánszky, A. 1969. *Festuca*-tanulmányok. I. *Festuca*-Studien. I. — *Bot. Közlem.* **56**: 149–154.
- Horánszky, A. 1970. *Festuca*-tanulmányok. II. *Festuca*-Studien. II. — *Bot. Közlem.* **57**: 207–216.
- Horánszky, A. — Jankó, B. — Vida, G. 1971. Zur Biosystematik der *Festuca ovina*-Gruppe in Ungarn. — *Annal. Univ. Budapest Sect. Biol.* **13**: 95–101.
- Jeffers, J. N. R. — Black, T. M. 1964. An analysis of variability in *Pinus contorta*. — *Forestry*, **36**: 199–218.
- Kendall, M. G. 1957. A course in multivariate analysis. — Griffin, London.
- Kovács, M. — Máthé, I. 1964. A mátrai flórajárás (Agriense) sziklavegetációja. Vegetation on the rocks of Mátra-Mountains Bot. Közlem. **51**: 1–18.
- Morishima, H. — Oka, H. I. 1960. The pattern of interspecific variation in the genus *Oryza*: its quantitative representation by statistical methods. — *Evolution*, **14**: 153–165.
- Précésényi, I. 1960. Discriminancia-analízis alkalmazása növényrendszertani problémák megoldásában (Anwendung der Diskriminanzanalyse zur Lösung pflanzensystematischer Probleme). — *Agrártud. Egyetem Tájékoztatója (Gödöllő)*, **1**: 197–211.
- Rao, C. R. 1952. Advanced statistical methods in biometric research. — Wiley, New York.
- Seal, H. 1964. Multivariate statistical analysis for biologists. — Wiley, New York.
- Simon, T. 1964. Entdeckung und Zönologie der *Festuca dalmatica* (Hack.) Richt. in Ungarn und ihr statistischer Vergleich mit ssp. *pseudodalmatica* (Kraj.) Soó. — *Annal. Univ. Budapest Sect. Biol.* **7**: 143–156.
- Sváb, J. 1969. Diszkriminancia-analízis alkalmazása kenderfajták (populációk) megkülönböztetésére kisparcellás kísérletekben (Anwendung der Diskriminanzanalyse zur Unterscheidung von Hanfsorten (Populationen) in Kleinparzellenuntersuchungen). *Rostnövények*, **3**: 5–19.
- Weber, E. J. 1967. Grundriß der biologischen Statistik. — Fischer, Jena.