

STRUKTUR- UND KOVARIANZ- FUNKTIONEN DES TEMPERATURFELDES DER 850 MBAR- OBERFLÄCHE ÜBER EUROPE

von

F. RÁKÓCZI, A. FARKAS-SZAKÁCS, and K. ORENDI

Institut für Meteorologie, Eötvös Universität, Budapest

Eingegangen: 13. März 1974

SUMMARY

Starting from the temperature field of the AT₈₅₀ mbar surface empirical structure and covariance functions have been determined for the seasons. Using the functions obtained interpolation errors and weights have been computed.

Die Untersuchung der statistischen Struktur von meteorologischen Feldern ist wichtig sowohl aus theoretischen, wie auch aus praktischen Gründen. Im Besitze der, die statistische Struktur darstellenden charakteristischen Funktionen – der Struktur- und Kovarianz-Funktionen – können wir Aussagen machen, die auch für die Praxis unumgänglich notwendig sind. Wir können Fragen beantworten, wie jene einer rationalen Stationsdichte und Beobachtungssystems, wir sind im Stande, Interpolationsfehler anzutreffen, Interpolationsgewichte festzulegen und das Fehlerniveau der Berechnung territorialer Durchschnittswerte zu berechnen.

Zweck der betreffend das einheimische Temperaturbeobachtungsnetz durchgeführten Untersuchungen war es, die rationale Verteilung der Stationen im Lande zu bestimmen [Czelnai et al. 1963]. In den Studien von Hrida [1968] und Boldürev und Hamarin [1967] wird über die Frage der Homogenität und Isotropie des bodennahen Temperaturfeldes und über die zur Anwendung gelangenden Untersuchungsmethoden berichtet. Karpov und Hamarin [1971] analysieren in ihrer Arbeit die Verhältnisse des europäischen Temperaturfeldes und – unter Berücksichtigung des Anisotropie- und Ahomogenitäts- Effekts – schlagen Separation in vier Gebiete vor. In der Arbeit von Lugina und Malasenko [1972] wird das Anomalienfeld der Temperatur vom Gesichtspunkt der Rationalisierung des Stationsnetzes behandelt. Melasenko und Guseva [1972] untersuchen die statistische Struktur des Feldes der Temperatur und des Taupunkts an der 850 und 700 Mbar – Fläche auf Grund der Daten von 60 Stationen aus drei Jahren. Die Berechnungen wurden unter der Annahme der Homogenität und Isotropie bezüglich des Feldes ausgeführt. Auch die – auf Grund des Temperaturfeldes des 500 Mbar-Niveaus auf

empirischen Weg bestimmte — Struktur- und Korrelations- Funktion wurde bekanntgegeben (C z e l n a i 1966).

In der hier vorgelegten Arbeit werden wir uns mit der statistischen Struktur des Temperaturfeldes des 850 Mbar-Niveaus befassen. Die statistischen Eigenschaften des Feldes werden hier durch die Berechnung von zwei charakteristischen Funktionen, der Struktur- und der Kovarianz-Funktion studiert. Für die Bestimmung der empirischen Funktionen werden wir vom Material der täglichen Topographiekarten — bezogen auf 00 GMT — ausgehen. Die betreffenden Funktionen werden in jahreszeitlicher Zerlegung bestimmt, wobei der Winter durch Januar, der Frühling durch April, der Sommer durch Juli und der Herbst durch Oktober bzw. durch die auf diese Monate beziehenden Kurven representiert wird. Die Anzahl der in Betracht gezogenen Stationen ist 59 und die betreffenden Funktionswerte werden für alle die möglichen 1711 Kombinationen bestimmt. Die benutzten Stationen liegen im Sektor $\varphi = 60^\circ - 40^\circ$ N und $\lambda = 5^\circ - 35^\circ$ E, so dass unsere Werte den europäischen Kontinent betreffen. Die gegebenen Abbildungen stellen die Werte der Funktionen nach einer Glättung auf Grund von Durchschnittswerten bezogen auf Kombinationsentfernungen von $d_0 = 150$ km dar. Selbsverständlich ist die Anzahl der Fälle in den einzelnen 150 km Entfernungskategorien verschieden. Die absolute Häufigkeit der in Rede stehenden Kombinationen wird in der Abb. 1. dargestellt: wir sehen hier, dass die Zuverlässigkeit der Kurven zwischen 300 und 2400 km genügend ist, da in diesem Gebiet eine Stationskombination-Anzahl von 13 — 183 für die Bestimmung eines Einzelwertes angebracht wird. Natürlich müssen wir bei der Bestimmung der Anzahl der Fälle die obige Zahl der Kombinationen mit der

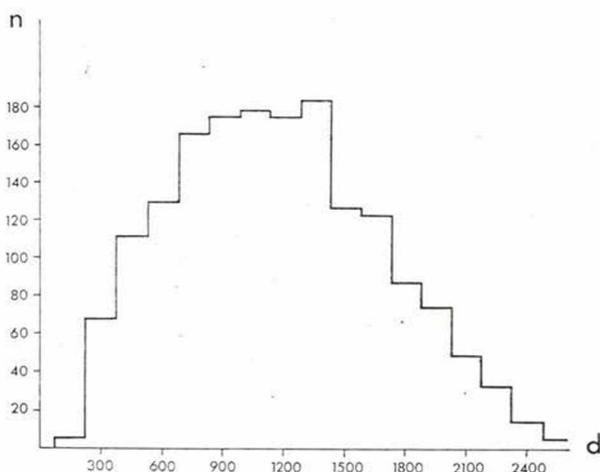


Abb. 1.

Anzahl der verwendeten Situationen – so zB. für den Fall von Januar mit 93 etc. – multiplizieren.

Die Strukturfunktionen wurden auf Grund der Formel

$$b_T(\varrho) = \overline{[f'(\vec{r}) - f'(r + \delta r)]^2} \quad (1)$$

berechnet, wobei $f' = f - \bar{f}$ (der Strich über den Buchstaben bedeutet Durchschnittsbildung).

Die Bestimmung der Kovarianz-Funktion wird durch die Formel

$$\text{cov}(f_i, f_j) = M[(f_i - \bar{f}_i)(f_j - \bar{f}_j)] \quad (2)$$

durchgeführt.

Die für die Jahreszeit bezogenen empirischen Funktionen weisen die in der Abb. 2/a–d erscheinenden Eigentümlichkeiten auf. Im Falle von gleichen Abständen (an der Abb. 0–2500 km.) finden wir die höchsten Funktionswerte in Januar, die tiefsten in Juli. Die Werte der zwei Übergangsjahreszeiten befinden sich zwischen den Extremen so, dass die Oktoberwerte ähneln vielmehr dem Winterbild. Aus den Struktur-funktionswerten ist zu ersehen, dass der Baroklinitätsgrad der Atmosphäre an der 850-mbar-Fläche im Winter grösser, im Sommer kleiner ausfällt. Ein am meisten ausgeglichenes Temperaturfeld ist an der Untergrenze der freien Atmosphäre im Sommer anzutreffen. Entsprechend den isobarischen Temperaturdifferenzen können wir sagen, dass im Durchschnitt die winterlichen thermischen Windkomponenten überwiegen die Sommerwerte, so dass wir mit den höheren Windänderungen mit der Höhe im Winter zu rechnen haben.

Auf Grund der die Zusammenhang der Feldwerte representierenden Kovarianzfunktionswerte trat im Winter innerhalb der untersuchten Distanzen kein gegenläufiger Zusammenhang auf. Im Frühling, Sommer und Herbst die Funktionen nehmen negative Werte in den Entfernungen von 1800, 1600 bzw. 1950 km an. Der Abschnitt der Kurven bis zu 1200 km kann in den Monaten April und Oktober als quasi-linear angesehen werden. Im Winter, sowie im Sommer tritt auch an die Stelle des anfänglichen linearen Zusammenhangs eine kompliziertere Beziehung. Die Werte der Korrelationsradiussen fallen zwischen 950 (Juli) und 1300 (Januar) km. Das Verhalten der Kovarianzfunktionen entspricht, soweit es um deren Hauptcharakteristiken handelt, den von Malasenko und Guseva [1972] erhaltenen Resultaten, obwohl die von ihnen abgeleiteten Funktionen negative Werte im Falle von etwas grösseren Abständen annehmen.

Die empirischen Strukturfunktionen ermöglichen die Bestimmung der Interpolationsfehler. Die Jahreszeitlichen Werte der Interpolationsfehler wurden von uns für zwei Konfigurationen bestimmt: auf Grund von zwei Stationen für den Mittelpunkt des die Stationen verbindenden Geraden $E(\varrho)_{\max}$, nach Hrida und für den Fall von sechs Stationen

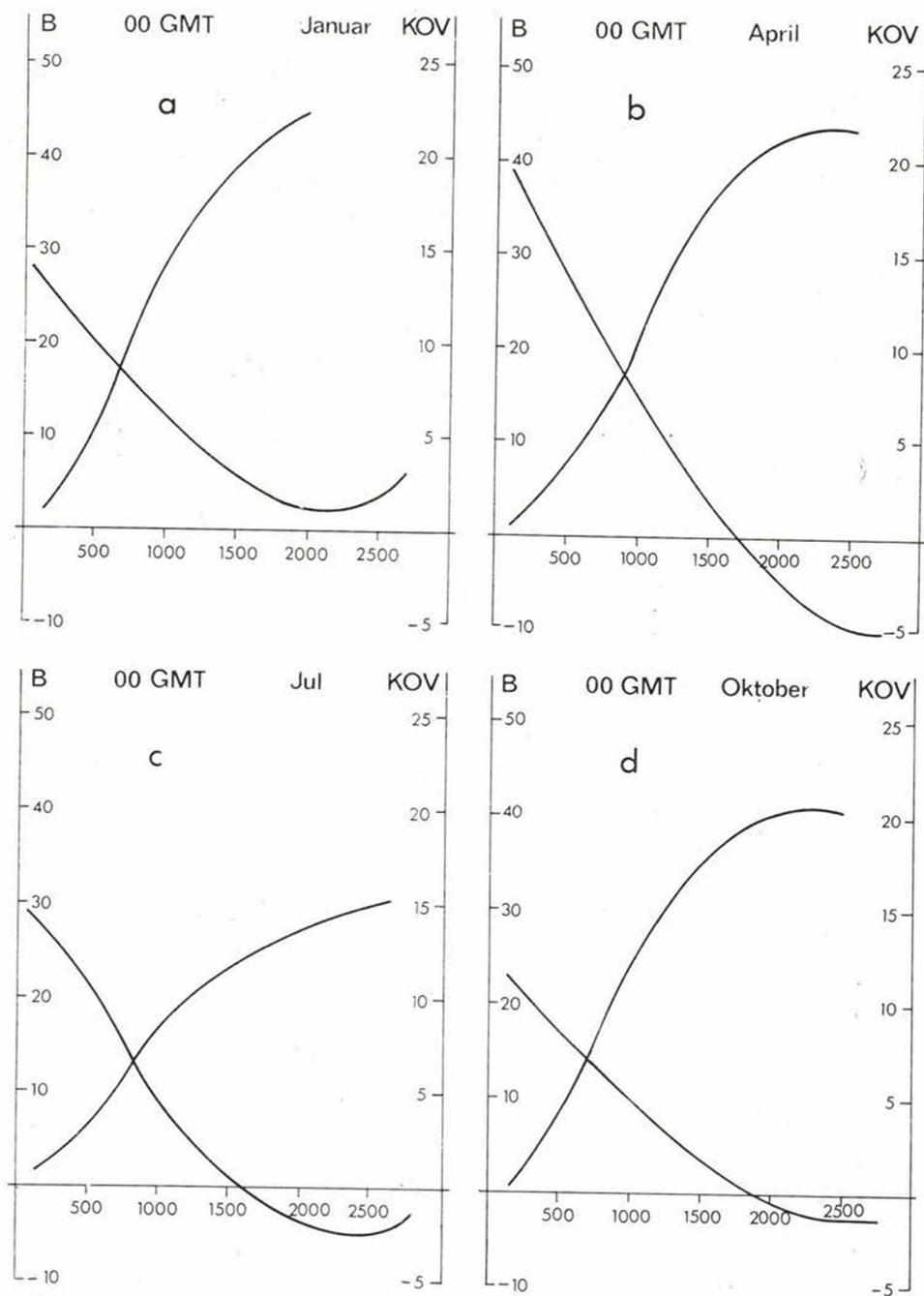


Abb. 2.

für das Dreiecksnetz $E(\varrho)_{\max}$ nach Guseva. Die Berechnung der Interpolationsfehler wird mit Hilfe folgender Formel ausgeführt:

$$E(\varrho)_{\max[2]} = b\left(\frac{\varrho}{2}\right) - \frac{1}{4} b(\varrho) \tag{3}$$

$$E(\varrho)_{\max[6]} = b\left(\frac{\varrho}{2}\right) - \frac{1}{6} \left[b\left(\frac{\varrho}{2}\right) + b\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\varrho\right) + \frac{1}{2} b(\varrho) \right] \tag{4}$$

Die Resultate der Berechnung werden in der Tabelle I. dargestellt.

Tabelle I

Monat	200		500		1000		1500	
	km							
	1	2	1	2	1	2	1	2
Jan.								
April								
Juli								
Okt.								

1 = $E(\varrho)$ [2];

2 = $E(\varrho)$ [6].

Es ist zu ersehen, dass die Interpolationsfehler vergrössern sich mit der Erhöhung der Distanz in allen Jahreszeiten, die Vergrösserung ist aber nicht linear. Der Wert der auf Grund von sechs Punkten berechneten Interpolationsfehler – besonders im Falle von grösseren Distanzen – ist kleiner, wie diejenige berechnet auf Grund von zwei Punkten. Mit den kleinsten Interpolationsfehlern können wir im Juli, mit den grössten im Januar rechnen. Unsere Resultate bestätigen die bekannte Tatsache, dass in dem in Rede stehenden Gebiet genügend genaue Karten mit Hilfe der bei der zahlenmässigen Vorausberechnung üblichen Netzpunktwerte hergestellt werden können.

Bezüglich der ziemlich verwickelten Frage der Interpolationsgewichte, wir haben mit Berücksichtigung der Strukturfunktionenwerte auf Grund von nur zwei Punkten Interpolationsgewichte errechnet. Die in Frage stehenden Berechnungen wurden für die Monate Januar und Juli ausgeführt. Die Ableitung der bei den Berechnungen gebrauchten Formeln

$$p_1 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_{02} - b_{01}}{b_{12}} \right); \quad p_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{b_{01} - b_{02}}{b_{12}} \right) \tag{5}$$

kann in G a n d i n, 1970 nachgesehen werden. Hier b_{01} bedeutet denjenigen Funktionswert, der der Distanz zwischen dem Teilungspunkt und dem Endpunkt angehört und dem Endpunkt näher liegt, während b_{02}

den von dem Endpunkt weiter entfernten Punkt gehörigen Wert bezeichnet; b_{12} aber den der Distanz der zwei Punkte angehörigen Struktur-funktionswert darstellt.

Wie wir sehen, die optimalen Interpolationsgewichte p_1 , p_2 sind normalisierte Werte. Durch Anwendung von (5) bestimmten wir die in Rede stehenden Gewichtswerte für einigen Teilungspunktkombinationen. Die Resultate der Berechnungen sind in der Tabelle II. dargestellt.

Tabelle II

km	200	400	600	800	1000
----	-----	-----	-----	-----	------

Juli

Der Aufbau der Tabelle soll hier erläutert werden. In der Hauptdiagonale befinden sich die zum Halbierungspunkt der betreffenden Distanz gehörenden Gewichte. In diesem Falle die „optimalen“ Gewichte stimmen mit dem Gewicht der linearen Interpolation überein, und ihr Wert ist selbstverständlich: $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$. Rechts von der Hauptdiagonale

sind die p_1 – links von ihr die p_2 – Gewichte angebracht, und zwar so, dass zB. für die Abschnitte, die den $200 + 400 = 600$ km langen Abstand auf 200 und 400 km Distanzen aufteilen, das Gewicht p_1 als zweiter Wert der ersten Zeile angegeben wurde, während der Gewichtswert $p_2 = 0,359$ als zweiter Wert der ersten Kolonne figuriert. Ähnlicherweise im Falle des Punktes, der die 800 km Distanz auf die Abschnitte $200 + 600$ km aufteilt, der zum 200 km Abstand gehörige $p_1 = 0,742$ Wert als dritter Wert der ersten Zeile erscheint, der entsprechende $p_2 = 0,258$ aber befindet sich in der dritten Zeile der ersten Kolonne.

Weiterhin, der Gewichtungsfaktor $p_1 = 0,613$, der dem 400 km Abschnitt des Teilungspunktes gehört, welchen die 1000 km Distanz auf $400 + 600$ km – Abschnitte aufteilt, figuriert als dritter Wert der zweiten Zeile der Tabelle, während der Wert $p_2 = 0,387$ in der dritten Zeile der zweiten

Kolonne ansässig ist. Alle diese Beispiele beziehen sich auf die Januarwerte.

Der Aufbau der Tabelle II. — Juli ist völlig dem der Januar — Tabelle analog. Es ist zu ersehen, dass die Berücksichtigung der statistischen Struktur des Felds ein wichtiger Faktor im Falle der Berechnung der Interpolationsgewichte ist. G a n d i n [19] leitete auch eine Formel her, die auch für die Berechnung von Interpolationsgewichten geeignet ist, die sich auf eine verwickeltere Konfiguration beziehen. Die Representation der Auswertung von diesen ist aber ziemlich kompliziert, so dass wir diese hier nicht behandeln werden.

LITERATUR

- Czelnai, R., Dési, F. and Rákóczi, F.: 1963, On the determination of the rational density of the temperaturmeasuring network. *Időjárás*, 67. 129–139.
- Czelnai, R. (1966): On the Statistical Structure of Meteorological Fields. *Gerlands Beiträge zur Geophysik* 75. 129–153.
- Хрига, И.: О статистической структуре приземного поля температура воздуха на территории Чехии и Моравии. *Időjárás* 72. 1968. 210–215.
- Болдырев В. Г., Хамарин В. И.: К вопросу об однородности и изотропности поля приземной температуры. *Труды Г. М. Ц.* 1967. вып. 11. 159–168.
- Карпов А. В., Хамарин В. И.: О статистических характеристиках поля приземной температуры на территории Европы. *Труды Г. М. Ц.* 1971. вып. 89. 35–49.
- Лугина К. М., Малашенко Л. Я.: Пространственная корреляция аномалий температуры воздуха и использование ее при рационализации сети станций. *Труды Г. Г. О.* 1972 вып. 286. 26–39.
- Гандин Л. С.: Задача об оптимальной интерполяции. *Труды Г. Г. О.* вып. 99. 67–76.