



# Técnicas robustas para el control automático de sistemas robóticos móviles

*Tesis de Doctorado*

**Juan Luis Rosendo**

*Presentada ante la Facultad de Ingeniería de la  
Universidad Nacional de La Plata  
como requisito para la obtención del grado académico de*

*DOCTOR EN INGENIERÍA*

*Dirección de Tesis:  
Dr. Fabricio Garelli,  
Dr. Hernán De Battista,  
Dr. Benoit Clement*

*Jurado de Tesis:  
Dr. Carlos Soria, Dr. Gerardo Acosta,  
Dr. Ignacio Mas*

*Fecha de la defensa oral y pública:  
Febrero 22, 2019*



Dedicado a mis padres y abuela Manuela, quienes siempre me motivaron a ir mas lejos en todo aspecto.



# Agradecimientos

Mi primer y mas grande agradecimiento es para mi familia quienes siempre han estado a mi lado motivándome y soportando parte de los sacrificios que ha implicado este trabajo.

No puedo dejar de agradecer a mis directores de Tesis Fabricio, Benoit y Hernán, quienes han sabido aconsejarme en el camino recorrido hasta aquí.

En particular, tengo que agradecer a toda las personas con quienes he tenido la oportunidad de trabajar tanto en el ENSTA como en la UNLP, con quienes ha sido un placer compartir tiempo y anécdotas.

Finalmente, quiero agradecer a los organismos que a través de su financiamiento han posibilitado esta investigación: CONICET, programa de becas Eiffel, UNLP, y ENSTA Bretagne.



# Resumen

Las aplicaciones de robótica móvil son afectadas por restricciones físicas, dinámicas y estructurales. En esta Tesis se busca mitigar sus efectos a través de bucles de control auxiliares y técnicas de sintonización robustas. Los primeros se proponen para mitigar efectos de restricciones físicas tanto a la entrada como a la salida de estos sistemas, modificando el parámetro de movimiento en aplicaciones de seguimiento de camino y evitación de obstáculos. Luego, controladores de tipo PID se consideran como una restricción estructural dado su amplio uso en robótica, particularmente en el control de bajo nivel. Considerando esta restricción, se propone una metodología de ajuste y análisis robusta. Finalmente, para lidiar con la robustez en presencia de dinámicas no-lineales, se propone una herramienta de análisis y diseño de controladores por modo deslizante. La particularidad de este método, basado en técnicas de optimización global y aritmética intervalar, es que permite generar mapas de las regiones de parámetros donde se cumplen las condiciones suficientes para la operación deseada a lazo cerrado. Todas las estrategias propuestas se ponen en práctica, a través de experimentación real o en simuladores validados, sobre el AUV Ciscreea disponible en ENSTA Bretagne.

## Abstract

This work seeks to mitigate the effects of constraints on mobile robotic systems. To this end, auxiliary control loops and robust tuning techniques are proposed. The former are proposed to mitigate the effects of constraints on the input and output of the systems through the modification of the motion parameter in path following applications. Then, PID controllers are considered as a structural constraint, given its wide use in robotics particularly at low control level. A robust tuning methodology considering this constraint is proposed which achieves good performance levels even when facing disturbances. Finally, to deal with robustness in presence of robots nonlinearity constraints, an analysis and tuning tool for sliding mode controllers is proposed. The particularity of this tuning method, based on global optimization and interval techniques, is that it allows generating tuning

## VIII

maps of the parameter regions where the desired performance criterion is fulfilled. All the proposed strategies are put into practice, through real experimentation or in validated simulators, over the AUV Ciscrea available at ENSTA Bretagne.

### Résumé

Ce travail vise à atténuer les effets des contraintes sur les systèmes robotiques mobiles. À cette fin, boucles de commande auxiliaires et techniques de réglage robustes sont proposées. Les premiers sont proposés pour atténuer les effets des contraintes sur les entrées et les sorties des systèmes par la modification du paramètre de mouvement dans les applications de suivi de chemin. Ensuite, les contrôleurs PID sont considérés comme une contrainte structurelle, étant donné son utilisation étendue en robotique, en particulier dans les contrôleurs de bas niveau. Une méthode de réglage robuste, tenant compte de cette contrainte, est proposée permettant d'atteindre de bons niveaux de performance même en présence de perturbations. Enfin, pour faire face à la robustesse en présence des contraintes non-linéarités sur robots, un outil d'analyse et de réglage pour les contrôleurs de mode glissant est proposé. La particularité de cette méthode de réglage, basée sur des techniques d'optimisation globale et d'intervalle, est qu'il permet de générer des cartes de réglage des régions de paramètres dans lesquelles le critère de performance souhaité est rempli. Toutes les stratégies proposées sont mises en pratique, par expérimentations réelles ou simulateurs validés, sur l'AUV Ciscrea disponible à l'ENSTA Bretagne.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Breve introducción a la robótica . . . . .	1
1.1.1. Robótica fija y móvil . . . . .	2
1.1.2. Robótica Industrial y Robótica avanzada . . . . .	6
1.2. Sobre este trabajo . . . . .	8
<b>2. Nociones fundamentales sobre robótica.</b>	<b>11</b>
2.1. Posición y orientación . . . . .	11
2.1.1. Pose en 2-Dimensiones . . . . .	13
2.1.2. Pose en 3-Dimensiones . . . . .	16
2.1.3. Marcos de referencia . . . . .	20
2.2. Modelado . . . . .	22
2.2.1. Modelos dinámicos . . . . .	22
2.2.2. Modelos cinemáticos . . . . .	23
2.3. Espacio de trabajo . . . . .	24
2.4. Objetivos de control en robótica móvil. . . . .	26
2.4.1. Tarea de seguimiento . . . . .	26
2.4.2. Evitación de obstáculos . . . . .	28
2.5. Problemas en el control de robots móviles. . . . .	29
<b>3. Control robótico con restricciones a la entrada</b>	<b>33</b>
3.1. Caso de estudio: controle del AUV Ciscrea . . . . .	33
3.2. Modelo del robot submarino: AUV Ciscrea . . . . .	35
3.2.1. Descripción del modelo . . . . .	36
3.2.2. Validación del modelo . . . . .	40
3.3. Acondicionamiento por cuasi-modos deslizantes . . . . .	44
3.3.1. Revisión sobre SM . . . . .	44
3.3.2. SMRC (Sliding Mode Reference Conditioning) . . . . .	45
3.4. Aplicación SMRC al control dinámico de un AUV . . . . .	48
3.4.1. Acondicionamiento del seguimiento en el AUV Ciscrea . . . . .	48
3.4.2. Simulaciones . . . . .	50
3.4.3. Experimentos . . . . .	55
3.5. Conclusiones . . . . .	58

<b>4. Control robótico con restricciones de salida</b>	<b>61</b>
4.1. Caso de interés: seguimiento de camino estricto . . . . .	61
4.2. Descripción del problema . . . . .	63
4.3. Collision Avoidance Speed Adaption (CASA) . . . . .	64
4.4. Aplicación a un robot móvil diferencial . . . . .	67
4.4.1. Descripción del robot y controlador principal. . . . .	67
4.4.2. Resultados de simulación . . . . .	69
4.5. Aplicación al AUV Ciscrea . . . . .	74
4.5.1. Descripción del AUV y control principal . . . . .	75
4.5.2. Resultados de simulación . . . . .	76
4.6. Conclusiones . . . . .	81
<b>5. Control PID Robusto para robótica</b>	<b>83</b>
5.1. Problema del PID robusto . . . . .	83
5.2. Procedimiento de diseño robusto . . . . .	85
5.2.1. Síntesis $H_\infty$ . . . . .	85
5.2.2. Análisis de robustez . . . . .	86
5.3. Caso de aplicación: control de giro del AUV Ciscrea . . . . .	88
5.4. Resultados . . . . .	92
5.4.1. Simulaciones . . . . .	92
5.4.2. Resultados experimentales . . . . .	94
5.5. Conclusiones . . . . .	97
<b>6. OG para control no lineal en robótica</b>	<b>99</b>
6.1. Problema de diseño en SM . . . . .	100
6.1.1. Teoría de control de SM: señal de control equivalente . . . . .	100
6.1.2. Optimización Global (OG) . . . . .	101
6.1.3. Aritmética Intervalar . . . . .	102
6.2. Propuesta: Diseño de SM vía técnicas de OG . . . . .	104
6.2.1. Problema de análisis en SM . . . . .	104
6.2.2. Problema de síntesis en SM . . . . .	105
6.3. C.A.: control de profundidad del AUV Ciscrea . . . . .	106
6.4. Conclusiones . . . . .	115
<b>7. Conclusiones</b>	<b>117</b>

# Índice de figuras

1.1. Clasificación mecánica de los robots. . . . .	2
1.2. Manipulador . . . . .	3
1.3. Ejemplos de robots terrestres . . . . .	3
1.4. Robots móviles con patas . . . . .	4
1.5. UAV Vigía 2B de la Fuerza Aérea Argentina . . . . .	4
1.6. Ejemplos de ROVs robots . . . . .	5
1.7. AUV Sparus II . . . . .	6
1.8. Ejemplos de robótica industrial . . . . .	8
2.1. Vectores de coordenadas . . . . .	12
2.2. Poses relativas . . . . .	13
2.3. Marco de referencia rotado y trasladado . . . . .	14
2.4. Marco de coordenadas auxiliar . . . . .	15
2.5. Marco de coordenadas 3D . . . . .	17
2.6. Earth-centered Earth-fixed frame . . . . .	20
2.7. Ambiente de trabajo estructurado: celda robotizada . . . . .	24
2.8. Ambiente de trabajo no estructurado: Almacén semiautomá- tico de la empresa postal DHL. . . . .	25
2.9. Definiciones posibles del error de seguimiento. . . . .	27
2.10. Seguimiento de camino discreto para un vehículo marino . . . . .	28
2.11. Seguimiento de camino con evitación de obstáculos . . . . .	29
3.1. AUV Ciscrea . . . . .	35
3.2. Sistemas de coordenadas AUV Ciscrea . . . . .	36
3.3. Propulsor del AUV Ciscrea . . . . .	41
3.4. Relación entre señal de comando digital y torque real aplicado . . . . .	42
3.5. Comparación de maniobra de giro a izquierda . . . . .	42
3.6. Comparación de maniobra de giro a derecha . . . . .	43
3.7. Comparación de maniobra emersión . . . . .	43
3.8. Comparación de maniobra de inmersión . . . . .	44
3.9. Diagrama de bloques de la técnica SMRC. . . . .	47
3.10. Esquema de acondicionamiento del parámetro de movimiento para mitigar efectos de restricciones. . . . .	49

3.11. Comparación del comando de torque producido por ambas técnicas. . . . .	51
3.12. Comparación del error en simulación. . . . .	52
3.13. Señal de referencia de profundidad (depth) y medición de profundidad para controlador PD y técnica de adaptación de movimiento. . . . .	53
3.14. Señales auxiliares de bucle SMRC - simulación . . . . .	54
3.15. Configuración experimental del Ciscrea en la ENSTA Bretagne. . . . .	56
3.16. Medidas de profundidad con (rojo) y sin (azul) algoritmo SMRC, junto a sus referencias de camino. . . . .	56
3.17. Comparación de error experimental . . . . .	57
3.18. Comparación experimental de señales de torque . . . . .	57
3.19. Señales del lazo SMRC experimentales . . . . .	58
4.1. Entorno de trabajo con el subconjunto obstáculo $\Psi$ y su versión expandida $\hat{\Psi}$ considerando la distancia de seguridad $d_{safe}$ . . . . .	64
4.2. Bucle auxiliar propuesto como técnica de evitación de obstáculos, basado en SM . . . . .	64
4.3. Robot móvil Pioneer P3-DX . . . . .	67
4.4. Marco de referencia . . . . .	68
4.5. Control principal para el seguimiento de camino. . . . .	68
4.6. Simulación con obstáculo fijo . . . . .	69
4.7. Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación de obstáculo fijo . . . . .	70
4.8. Diferentes velocidades en acercamiento a obstáculo . . . . .	71
4.9. Respuesta del algoritmo con distintas dinámicas impuestas . . . . .	71
4.10. Situación de obstáculos móviles . . . . .	72
4.11. Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación de obstáculos móviles . . . . .	73
4.12. Situación de corredor . . . . .	74
4.13. Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación en condición de corredor . . . . .	75
4.14. Control de posición/orientación del AUV . . . . .	76
4.15. Numeración de los motores del AUV Ciscrea . . . . .	76
4.16. Aplicación algoritmo CASA sobre AUV . . . . .	78
4.17. Señales del algoritmo CASA. . . . .	79
4.18. Movimiento lateral (sway) en el tiempo. . . . .	80
4.19. Movimiento de avance (surge) en el tiempo. . . . .	80
4.20. Movimiento de giñada o giro (yaw) en el tiempo. . . . .	81
4.21. Torque. . . . .	81
5.1. Esquema clásico de síntesis $H_\infty$ . . . . .	85
5.2. Esquema de control . . . . .	88
5.3. Diagrama de Bode de $T_{r \rightarrow e}$ para diferentes valores de $\delta$ . . . . .	91

5.4. Simulación - Respuesta a un escalón de referencia . . . . .	92
5.5. Simulación - Perturbación escalón en $t = 100s$ . . . . .	93
5.6. Simulación - Perturbación aleatoria. . . . .	94
5.7. Vista superior de la disposición experimental . . . . .	94
5.8. Medidas del ángulo de giro con escalón de referencia en $t = 0s$ y perturbación lateral en $t = 40s$ . . . . .	95
5.9. Medidas del ángulo de giro con perturbación a $45^\circ$ de direc- ción de proa . . . . .	96
5.10. Medidas del ángulo de giro con perturbación en la dirección de proa . . . . .	96
6.1. Ilustración de los algoritmos IBBA y SIVIA. . . . .	103
6.2. Subpaving: caso análisis de SM para un modelado exacto del sistema. Verde: satisfacción condiciones de SM, Rojo: no sa- tisfacción: Azul: no determinado . . . . .	108
6.3. Respuesta al escalón del sistema para diferentes condiciones de sintonización. . . . .	109
6.4. Evolución del espacio de estados para diferentes condiciones de sintonización. . . . .	110
6.5. Subpaving considerando variación del parámetro $M_{Az}$ . . . . .	111
6.6. Subpaving considerando variaciones en $M_{Az}$ y $D_{NLz}$ . . . . .	112
6.7. Dinámica alcanzable para $ \dot{z}  \leq 0,18$ y $ \tau_{envz}  = 3$ . . . . .	113
6.8. Subpaving considerando efectos de $\tau_{envz}$ . . . . .	114



# Índice de tablas

3.1. Principales características del AUV Ciscrea . . . . .	36
3.2. Nomenclatura del modelo de vehículo submarino . . . . .	37
3.3. Parámetros de los propulsores . . . . .	40
3.4. Calculo de error del modelo . . . . .	44
3.5. Parámetros de simulación correspondientes a figuras 3.11 a 3.14 . . . . .	53
3.6. Comparación de simulaciones . . . . .	55
3.7. Parámetros experimentales . . . . .	55
5.1. Calculo de errores en simulación de perturbación constante . .	93
5.2. Calculo de errores simulación con perturbación aleatoria . . .	93
5.3. Calculo de errores: Perturbación lateral . . . . .	95
5.4. Calculo de errores: Perturbación a 45°de dirección de proa . .	96
5.5. Calculo de errores: Perturbación en dirección de proa . . . . .	97



# 1

## Introducción

Este capítulo pretende dar las motivaciones del trabajo y una descripción general del estado de los desarrollos en robótica actuales. Se presentan sus clasificaciones habituales, lo que permite agrupar robots según sus características comunes y aplicaciones particulares, abarcando tecnologías desarrolladas o en desarrollo.

### 1.1. Breve introducción a la robótica

El término robot se refiere a sistemas con cierto grado de autonomía que realizan tareas, en mayor o menor grado predefinidas por un usuario. La mayoría de estos sistemas, o al menos con la definición tomada aquí, tienen una estructura física para interactuar con el entorno que los rodea. Esta interacción con el entorno, junto con su grado de autonomía, requiere un sistema de control capaz de procesar los estímulos provenientes del entorno y responder en función de ellos, de acuerdo con una etapa de planificación. En el momento de la interacción, el sistema de control ejercerá el control sobre los actuadores del sistema (motores, pistones, etc.) y recibirá información del medio ambiente a través de la variedad más diversa de sensores disponibles. Por todo lo anterior, se puede reconocer que la robótica es una disciplina interdisciplinaria relacionada con las áreas de mecánica, control, computación y electrónica.

Considerando la robótica como una disciplina multidisciplinaria, los sistemas robóticos se pueden clasificar de diferentes maneras. A continuación, se presentarán dos posibles clasificaciones. Estas son las más cercanas a los objetivos del trabajo y, a criterio del autor, son lo suficientemente amplios como para incluir la diversidad de robots existentes.

### 1.1.1. Robótica fija y móvil

La **primera clasificación** de estos sistemas se aborda desde el punto de vista mecánico, las implicaciones que esto tiene en las tecnologías de control y sus operaciones finales. De acuerdo con este criterio, los robots se pueden dividir en aquellos con una base fija (robótica fija) y con una base móvil (robótica móvil), ver Fig. 1.1. A continuación, se presentan las características de estas clases.

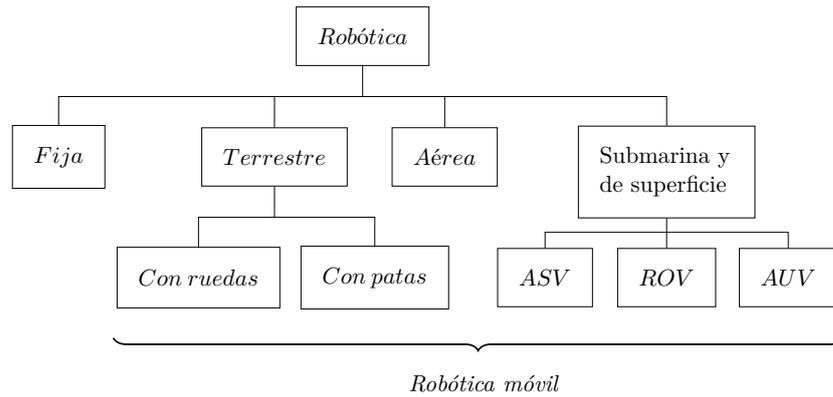


Figura 1.1: Clasificación mecánica de los robots.

- **Robótica fija:** Esta clasificación está compuesta por los robots llamados manipuladores. La estructura mecánica de un robot manipulador consiste en una secuencia de cuerpos rígidos (links) interconectados por medio de articulaciones (joints). Un manipulador se caracteriza por un brazo que asegura la movilidad, una muñeca que confiere destreza y un efector final (end-effector) que realiza la tarea requerida por el robot, ver Fig. 1.2. La estructura fundamental de un manipulador es una cadena cinemática abierta o serie.
- **Robótica móvil:** La característica principal de los robots móviles es la presencia de una base móvil que permite que el robot se mueva libremente en su entorno. A diferencia de los manipuladores, estos robots se utilizan principalmente en aplicaciones de servicio, donde se requieren capacidades de movimiento y alta autonomía en las mismas. Desde un punto de vista mecánico, un robot móvil consiste en uno o más cuerpos rígidos equipados con un sistema de locomoción. Este tipo de robots se clasifican generalmente de acuerdo con el entorno para el cual están diseñados:
  - **Robótica terrestre (ground robotics):** Este tipo de robots tiene la mayor diversidad en términos de su forma de locomoción, sin embargo, se pueden distinguir dos grandes grupos:

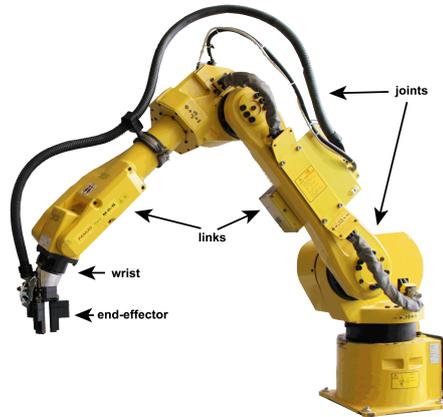


Figura 1.2: Manipulador

- **Robots móviles con ruedas:** Por lo general, consisten en un cuerpo rígido (base o chasis) y un sistema de ruedas que proporcionan movimiento con respecto al suelo. Otros cuerpos rígidos (remolques), también equipados con ruedas, pueden conectarse a la base por medio de uniones giratorias, ver Fig. 1.3.



(a) Pioneer 3-AT



(b) Mars Science Laboratory (Curiosity)

Figura 1.3: Ejemplos de robots terrestres

- **Robots móviles con patas:** Estos se encuentran formados por múltiples cuerpos rígidos, interconectados por uniones prismáticas o, más a menudo, por uniones de revolución. Algunos de estos robots están compuestos por extremidades

inferiores (patas), las cuales entran en contacto periódicamente con el suelo para realizar la locomoción. Existe una gran variedad de estructuras mecánicas en este grupo, cuyo diseño a menudo se inspira en el estudio de organismos vivos (biomimetic robotics): van desde humanoides bípedos hasta robots hexápodos destinados a replicar la eficiencia biomecánica de insectos. En la Fig. 1.4, se pueden observar varios robots comerciales de este tipo.



Figura 1.4: Robots móviles con patas

- **Robots aéreos:**

En este grupo es posible encontrar bases robóticas con capacidad de vuelo, autopropulsadas o planeadoras. En la jerga aeroespacial, las máquinas voladoras robóticas se denominan comúnmente vehículos aéreos no tripulados (unmanned aerial vehicles, UAVs), mientras que las infraestructuras, los sistemas y los componentes humanos completos que se requieren para operar dichas máquinas para un objetivo determinado suelen denominarse sistemas aéreos no tripulados (unmanned aerial systems, UASs).



Figura 1.5: UAV Vigía 2B de la Fuerza Aérea Argentina

- **Robots de superficie y submarinos:** En esta subdivisión es posible encontrar bases móviles con la capacidad de moverse sobre (autonomous surface vehicle, ASV) y debajo de la superficie del agua. Refiriéndonos a los vehículos submarinos que ocuparán gran

parte de este trabajo, encontramos nuevamente una división de acuerdo a su operación:

- **Vehículos remotamente operados (remotely operated vehicles, ROVs)**, Conectados físicamente a través de un cable para recibir energía y datos. Estos vehículos son comandados por un ser humano y, por lo general se usan solo para las instalaciones poco profundas. Este tipo de robots son utilizados en sistemas submarinos, donde se requiere una gran capacidad de trabajo durante la instalación, así como inspecciones e intervenciones frecuentes para respaldar sus operaciones. Ejemplos de tareas llevadas a cabo constituyen perforaciones, activación de válvulas, reparación o reemplazo de componentes, etc. La efectividad del uso de ROVs disminuye con la profundidad, principalmente debido al aumento de costos y las dificultades para manejar el largo del cable de conexión. En la Fig. 1.6, es posible ver ejemplos de estos robots.



Imagen tomada de:  
<https://www.bluerobotics.com>

(a) Bluerov2.



(b) ROV Hercules

Figura 1.6: Ejemplos de ROVs robots

- **Vehículos submarinos autónomos (Autonomous underwater vehicles, AUVs)**: Estos son vehículos submarinos no tripulados que pueden superar las limitaciones impuestas en los ROVs por la presencia de sus cables de conexión. Los AUVs llevan sus propios suministros de energía y se comunican solo a través de la acústica y enlaces ópticos. La Fig. 1.7 muestra un ejemplo de este tipo de robots: el SPARUS II AUV desarrollado por iquarobotics. Las limitadas comunicaciones requieren que estos vehículos operen independientemente del control humano continuo, en muchos casos los vehículos operan de manera completamente autónoma. Los AUV se utilizan actualmente para tareas de estudios



Image taken from: <http://iquarobotics.com/sparus-ii-auv>

Figura 1.7: AUV Sparus II

científicos, muestreos oceanográficos, arqueología subacuática y estudios bajo el hielo. En cuanto aplicaciones militares, la detección de minas y el estudio de sitios de desembarco son actualmente tareas realizables por los AUVs, y aplicaciones más ambiciosas, como la vigilancia submarina por largo tiempo, se encuentran en desarrollo. Actualmente, los AUV son incapaces de muestrear o manipular tareas como las que realizan los ROV de manera rutinaria, ya que los entornos de trabajo típicos tienden a ser complejos y desafiantes incluso para pilotos humanos calificados.

### 1.1.2. Robótica Industrial y Robótica avanzada

Una **segunda clasificación** de los robots considera su uso potencial en diferentes campos de aplicación y el grado de desarrollo de las tecnologías involucradas:

- **Robótica Industrial:** Esta clasificación se refiere al diseño, control y aplicaciones de robots en la industria, que ya han alcanzado un alto grado de madurez en las tecnologías utilizadas, ver Fig. 1.8. La connotación de un robot para aplicaciones industriales es la de operar en un entorno estructurado cuyas características geométricas o físicas se conocen principalmente a priori. Por lo tanto, se requiere una autonomía limitada.

Las aplicaciones típicas incluyen:

- paletización (colocar objetos en una estructura de forma ordenada),
- Almacenamiento tanto para carga como descarga de productos,
- posicionamiento de herramientas,
- clasificación de partes o productos,
- empaquetado,
- inspección de objetos,
- pintado y soldadura,

En estas aplicaciones, además de los robots manipuladores, se utilizan vehículos para el transporte automatizado (Automated Guided Vehicles, AGV), que garantizan el manejo de piezas y herramientas en todo la planta industrial de una celda de fabricación a la siguiente.

En comparación con las técnicas de seguimiento de caminos fijos tradicionales (cable guía inductivo, cinta magnética o línea óptica visible), los AGV modernos utilizan sistemas de alta tecnología con microprocesadores y sensores integrados (láser, odometría, GPS). Esto permite su localización dentro de la planta y gestiona su flujo de trabajo, haciendo posible su completa integración en sistemas de fabricación flexibles.

Los robots móviles empleados en aplicaciones avanzadas pueden considerarse como la evolución natural de los sistemas AGV, en lo que respecta su autonomía mejorada.

- **Robótica avanzada:** Esta expresión suele referirse a la ciencia que estudia robots con características marcadas de autonomía, que operan en entornos poco estructurados o no estructurados, cuyas características geométricas o físicas no se conocen a priori. La robótica avanzada está en pleno desarrollo. Sin embargo, hoy ya es posible encontrar robots dentro de esta clasificación por ejemplo aquellos que se encargan de tareas domésticas, que colaboran con tareas de cuidado, que exploran lugares inaccesibles, etc. Estas tecnologías aún no han alcanzado su madurez plena y muchos de los productos antes mencionados son prototipos o se encuentran en etapas de prueba. Hay muchas motivaciones que alientan fuertemente los avances en el conocimiento dentro de este campo. Van desde la necesidad de contar con autómatas cuando los operadores humanos no están disponibles o los lugares de operación no son seguros (robots de campo), hasta la oportunidad de desarrollar productos para mercados potencialmente amplios que tienen como objetivo mejorar la calidad de vida (robots de servicio).



(a) Línea de ensamblaje robotizada.  
Imagen tomada de: <https://www.kuka.com>



(b) Sistema AGV.  
Imagen tomada de: <https://www.conductix.us>

Figura 1.8: Ejemplos de robótica industrial

## 1.2. Sobre este trabajo

De lo que se ha mostrado anteriormente, se puede ver que las áreas con mayor crecimiento en aplicaciones y sus consiguientes problemáticas son las de robótica móvil y sus aplicaciones potenciales en los robots de servicio y robots de campo.

Si bien el desarrollo de la robótica móvil tiene una larga historia desde la década del 60 [1], incluso los problemas como el seguimiento de caminos, la evitación de obstáculos, el consumo de energía y el modelado inexacto de los sistemas siguen afectando sus aplicaciones. Estos problemas son de interés ya que su solución, incluso en modo parcial, pueden llevar a estándares de calidad más altos. Además, soluciones con características robustas ampliarán aún más la gama de posibles aplicaciones para estos sistemas en el futuro.

La motivación de esta Tesis radica en trabajar en estos problemas, desde

el punto de vista de la teoría del control, con el objetivo de contribuir a su resolución parcial. También en un aspecto más amplio, esta Tesis encuentra motivación en la vacancia parcial de especialistas en esta temática en la UNLP, y sus posibles implicaciones para el desarrollo de esta línea de investigación en el futuro.

En este trabajo, los problemas abordados se centran en el caso especial de sistemas autónomos con restricciones. Se sabe que las restricciones presentes en los sistemas afectan sus comportamientos, difiriendo de las respuestas esperadas para los mismos. En esta Tesis, primero a través de la implementación de bucles de control auxiliares y luego mediante el desarrollo de métodos de ajuste para los controladores principales, los efectos producidos por restricciones serán mitigados parcialmente.

El material presentado a lo largo de los capítulos de este trabajo está organizado en términos del grado de libertad en el ajuste y el diseño de control. En cada capítulo se realizara una introducción de la teoría necesaria para abordar cada propuesta, y luego se expondrá un caso de estudio con sus correspondientes resultados y conclusiones.

Después de introducir algunos conceptos fundamentales y los principales problemas que afectan a la robótica móvil en el capítulo 2, los capítulos 3 y 4 abordarán el problema de mitigar los efectos de las restricciones a través de bucles auxiliares.

En el capítulo 3, el problema de seguimiento de camino bajo la saturación de actuadores se interpreta como un problema de restricciones de entrada. Para mitigar sus efectos, se propone una técnica basada en modos deslizantes (sliding modes, SM) para modificar la velocidad de movimiento a lo largo del camino, haciendo que el avance del robot sea compatible con las restricciones de los actuadores. Como caso de estudio, esta técnica se implementa en un AUV real, logrando una mejora general en el tiempo de recorrido del camino en presencia de restricciones sobre los actuadores. Para la validación de esta técnica y de otras a lo largo de esta Tesis, un modelo detallado del AUV Ciscrea es realizado y validado experimentalmente. El uso de este vehículo ha sido gracias a la colaboración establecida entre grupos de investigación en la ENSTA Bretagne y la UNLP en el marco de una beca de Eiffel.

En el capítulo 4, se continúa con el uso de un bucle auxiliar para complementar la función de un controlador base. En este caso, se aborda el problema de la evitación de obstáculos en robots móviles siguiendo caminos restringidos. Este caso será interpretado como un problema de restricciones en la salida de estos sistemas. A través del desarrollo del método Collision Avoidance Speed Adaption (CASA), se lleva a cabo una solución a este problema mediante la modificación del perfil de progreso del robot en situaciones de colisión. En este capítulo, se han tomado dos casos de estudio: el caso de un robot móvil terrestre y el del AUV Ciscrea.

En los capítulos 3 y 4, las propuestas presentadas dependen de los controladores de base para garantizar el comportamiento deseado, en el capítulo

5 se propone una técnica de ajuste robusto para los controladores principales bajo restricciones estructurales del tipo PID (Controlador Proporcional, Integral y Derivativo). El enfoque robusto para la sintonización se justifica en la aplicación a robots móviles, ya que estos usualmente sufren de incertidumbre de modelado y son propensos a perturbaciones debido a sus entornos de trabajo. Como caso de estudio, se toma el control de la dirección de giro (dirección de guiñada o yaw) del AUV Ciscrea.

El capítulo 6 busca obtener una metodología basada en optimización global y técnicas intervalares para el ajuste de controladores robustos en sistemas no lineales, tal como robots móviles. A diferencia del capítulo 5, en este se supone que el control principal se puede cambiar y la metodología propuesta se basa en la sintonización de controles por modo deslizante. Mediante el uso de técnicas intervalares, se generan mapas llamados subpavings que proporcionan información sobre las regiones del espacio de estados donde estos controladores funcionan de manera garantizada. La metodología desarrollada en este capítulo se puede ver como una forma de ajuste para los bucles auxiliares presentados en los capítulos 3 y 4.

Finalmente, el capítulo 7 presenta una breve síntesis de los avances realizados en esta Tesis, así como las posibles extensiones de los trabajos presentados aquí.

## 2

# Nociones fundamentales sobre robótica.

Hay una serie de temas necesarios para el desarrollo de cualquier estudio sobre robótica. En este capítulo se abordarán los necesarios para el desarrollo de las estrategias de control propuestas. Además, se lleva a cabo una breve introducción a los problemas que se abordarán a lo largo del trabajo, haciendo hincapié en los casos de aplicación que se beneficiarían de las técnicas desarrolladas.

### 2.1. Posición y orientación

Un requisito fundamental en robótica es representar la posición y orientación de los objetos en un entorno [2]. Tales objetos incluyen robots, cámaras, piezas de trabajo, obstáculos y caminos. Se puede describir un punto (point) en el espacio por un vector de coordenadas (coordinate vector), como se muestra en la Fig. 2.1a. Este vector representa el desplazamiento del punto con respecto a algún marco de coordenadas de referencia. Un marco de coordenadas es un conjunto de ejes (axis) ortogonales que se intersectan en un punto conocido como el origen (origin).

Más frecuentemente es necesario considerar un conjunto de puntos que comprenden algún objeto. Se supone que el objeto es rígido y que sus puntos constituyentes mantienen una posición relativa constante con respecto al marco de coordenadas del objeto como se muestra en la Fig. 2.1b. En lugar de describir los puntos individuales, describimos la posición y la orientación del objeto por la posición y la orientación de su marco de coordenadas. Un marco de coordenadas recibe un nombre de referencia,  $\{B\}$  en este caso, y sus ejes son llamados como  $x_B$  y  $y_B$  adoptando la referencia del marco como su subíndice.

La posición y la orientación de un marco de coordenadas se conoce como su “pose” (en inglés pose) y se muestra gráficamente como un conjunto de

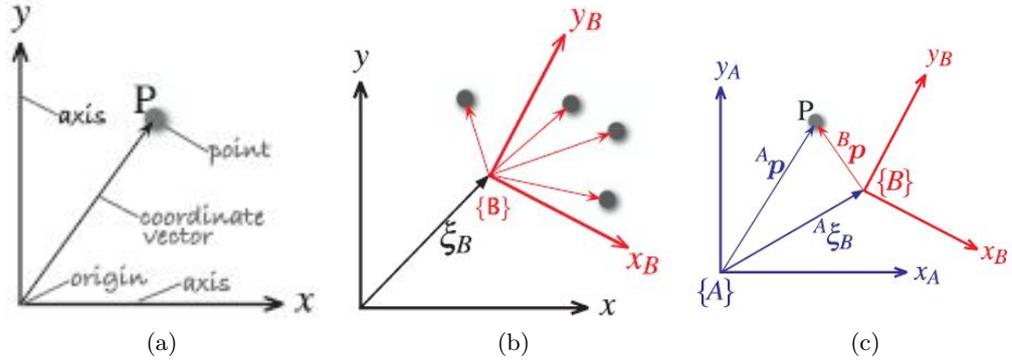


Figura 2.1: Vectores de coordenadas

ejes de coordenadas. La pose relativa de un marco con respecto a un marco de coordenadas de referencia se denota con el símbolo  $\xi$ . La figura 2.1c muestra dos marcos  $\{A\}$  y  $\{B\}$  y la pose relativa  ${}^A\xi_B$  que describe  $\{B\}$  con respecto a  $\{A\}$ . El superíndice inicial denota el marco de coordenadas de referencia y el subíndice denota el marco que se describe. También podríamos pensar en  ${}^A\xi_B$  como una descripción de un movimiento, imagine tomar  $\{A\}$  aplicarle un desplazamiento y luego una rotación para transformarlo en  $\{B\}$ . Si el superíndice inicial es omitido, supondremos que el cambio en la pose es relativo al marco de coordenadas global denotado  $O$ . El punto  $P$  en la Fig. 2.1c se puede describir con respecto a cualquiera de los marcos de coordenadas. Formalmente expresamos esto como:

$${}^A\mathbf{p} = {}^A\xi_B \cdot {}^B\mathbf{p} \quad (2.1)$$

donde el lado derecho de la ecuación expresa el movimiento desde  $\{A\}$  a  $\{B\}$  y luego a  $P$ . El operador  $\cdot$  transforma el vector, dando como resultado un nuevo vector que describe el mismo punto pero con respecto a un marco de coordenadas diferente.

Una característica importante de las poses relativas es que pueden ser armadas o compuestas. Considere el caso que se muestra en la Fig. 2.2. Si un marco de referencia puede describirse en términos de otro mediante una postura relativa, entonces estas pueden aplicarse secuencialmente

$${}^A\xi_C = {}^A\xi_B \oplus {}^B\xi_C \quad (2.2)$$

lo que dice, en palabras, que la pose de  $\{C\}$  relativa a  $\{A\}$  se puede obtener al combinar las poses relativas de  $\{A\}$  a  $\{B\}$  y  $\{B\}$  a  $\{C\}$ . Utilizamos el operador  $\oplus$  para indicar la composición de las poses relativas. Para este caso el punto  $P$  puede ser descrito por:

$${}^A\mathbf{p} = ({}^A\xi_B \oplus {}^B\xi_C) \cdot {}^C\mathbf{p} \quad (2.3)$$

Más adelante en esta sección, convertiremos estas nociones abstractas de  $\xi$ ,  $\cdot$  y  $\oplus$  en objetos y operadores matemáticos estándar.

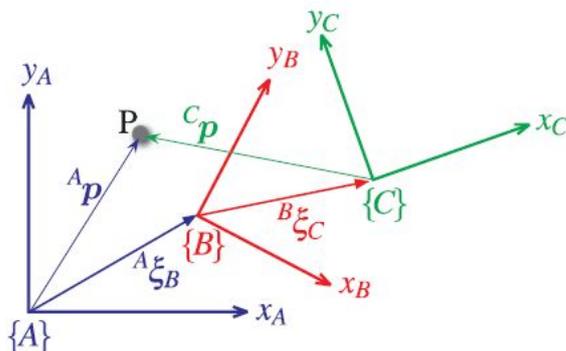


Figura 2.2: Poses relativas

En estos ejemplos se muestran marcos de coordenadas bidimensionales. Esto es apropiado para una gran clase de problemas en robótica, particularmente para robots móviles que operan en un mundo plano. Para otros problemas que implican describir objetos en nuestro mundo tridimensional, se requieren marcos de coordenadas tridimensionales. Ejemplos de estos constituyen la pose de un robot volador o submarino, la posición final de una herramienta que lleva un brazo robótico, etc.

### 2.1.1. Pose en 2-Dimensiones

Para representar la pose en dos dimensiones utilizamos un marco de coordenadas con ejes ortogonales denotados  $x$  e  $y$ . Este se suele dibujar con el eje  $x$  horizontal, el eje  $y$  vertical, y al punto de intersección se lo llama origen. Los vectores unitarios paralelos a los ejes se denotan como  $\hat{x}$  y  $\hat{y}$ . Un punto puede ser representado por sus coordenadas  $x$  e  $y$  ( $x, y$ ) o como un vector:

$$\mathbf{p} = x\hat{x} + y\hat{y} \quad (2.4)$$

La Fig. 2.3 muestra un marco de coordenadas  $\{B\}$  que deseamos describir con respecto al marco de referencia  $\{A\}$ . Podemos ver claramente que el origen de  $\{B\}$  ha sido desplazado por el vector  $\mathbf{t} = (x, y)$  y luego girado en sentido contrario a las agujas del reloj en un ángulo  $\theta$ . Una representación concreta de la postura (o pose) es, por lo tanto, el vector de 3-dimensiones  ${}^A\xi_B \equiv (x, y, \theta)$ . Desafortunadamente, esta representación no es conveniente para el cálculo computacional, en su lugar usaremos una forma diferente de representar la rotación.

El enfoque consiste en considerar un punto arbitrario  $\mathbf{P}$  con respecto a cada uno de los marcos de coordenadas y determinar la relación entre  ${}^A\mathbf{p}$  y

<sup>B</sup>**p**. Refiriéndonos nuevamente a la Fig. 2.3, consideraremos el problema en dos partes: rotación y luego translación.

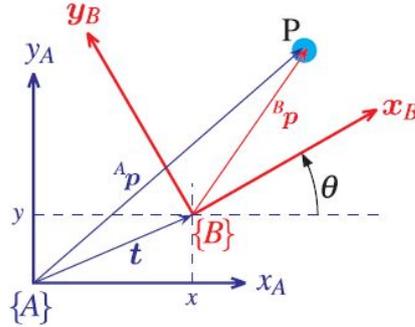


Figura 2.3: Marco de referencia rotado y trasladado

Para considerar solo la rotación, creamos un nuevo marco  $\{V\}$  cuyos ejes son paralelos a los de  $\{A\}$  pero cuyo origen es el mismo que  $\{B\}$ , vea la Fig. 2.4. Es posible expresar el punto  $P$  con respecto a  $\{V\}$  en términos de los vectores unitarios que definen los ejes del marco:

$${}^V p = {}^V x \hat{x}_V + {}^V y \hat{y}_V = \begin{pmatrix} \hat{x}_V & \hat{y}_V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^V x \\ {}^V y \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

El marco de coordenadas  $\{B\}$  se describe completamente por sus dos ejes ortogonales que quedan representados por dos vectores unitarios:

$$\hat{x}_B = \cos \theta \hat{x}_V + \sin \theta \hat{y}_V \quad (2.6)$$

$$\hat{y}_B = -\sin \theta \hat{x}_V + \cos \theta \hat{y}_V \quad (2.7)$$

los cuales pueden ser rescritos en forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_B & \hat{y}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_V & \hat{y}_V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Es posible representar el punto  $P$  con respecto a  $\{B\}$  como:

$${}^B p = {}^B x \hat{x}_B + {}^B y \hat{y}_B = \begin{pmatrix} \hat{x}_B & \hat{y}_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^B x \\ {}^B y \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

luego substituyendo en Ec. 2.8, es posible rescribir:

$${}^B p = \begin{pmatrix} \hat{x}_V & \hat{y}_V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^B x \\ {}^B y \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Ahora, despejando de las Ec. 2.5 y Ec. 2.10 es posible obtener:

$$\begin{pmatrix} {}^Vx \\ {}^Vy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^Bx \\ {}^By \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

que describe cómo se transforman los puntos desde el marco  $\{B\}$  al marco  $\{V\}$  cuando el marco es rotado. Este tipo de matriz se conoce como una matriz de rotación y es denotada como  ${}^V\mathbf{R}_B$ .

$$\begin{pmatrix} {}^Vx \\ {}^Vy \end{pmatrix} = {}^V\mathbf{R}_B \begin{pmatrix} {}^Bx \\ {}^By \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Las matrices de rotación tienen algunas propiedades especiales:

- son ortonormales.
- su determinante es +1.
- su inversa coincide con su transpuesta  $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ .

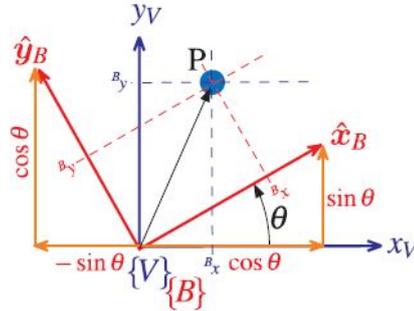


Figura 2.4: Marco de coordenadas auxiliar

La segunda parte de representar la pose es considerar la translación entre los orígenes de los marcos que se muestran en la Fig. 2.3. Dado que los ejes  $\{V\}$  y  $\{A\}$  son paralelos, esto es simplemente una suma vectorial

$$\begin{pmatrix} {}^Ax \\ {}^Ay \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^Vx \\ {}^Vy \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^Bx \\ {}^By \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x \\ \sin \theta & \cos \theta & y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^Bx \\ {}^By \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

o en una forma más compacta

$$\begin{pmatrix} {}^A x \\ {}^A y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^A \mathbf{R}_B & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} {}^B x \\ {}^B y \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

donde  $\mathbf{t} = (x, y)$  es la translación del marco y la orientación es  ${}^A \mathbf{R}_B$ . Los vectores de coordenadas para el punto  $P$  ahora se expresan en forma homogénea y están escritos como:

$${}^A \tilde{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} {}^A \mathbf{R}_B & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & 1 \end{pmatrix} {}^B \tilde{\mathbf{p}} = {}^A \mathbf{T}_B {}^B \tilde{\mathbf{p}} \quad (2.17)$$

y  ${}^A \mathbf{T}_B$  se conoce como una transformación homogénea. En comparación con Ec. 2.1 está claro que  ${}^A \mathbf{T}_B$  representa una pose relativa

$$\xi(x, y, \theta) \equiv \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x \\ \sin \theta & \cos \theta & y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

**Nota 1.** Un vector  $\mathbf{p} = (x, y)$  se escribe en forma homogénea como  $\tilde{\mathbf{p}} \in \mathbb{P}^2$ ,  $\tilde{\mathbf{p}} = (x_1, x_2, x_3)$  donde  $x = x_1/x_3$ ,  $y = x_2/x_3$  y  $x_3 \neq 0$ .

### 2.1.2. Pose en 3-Dimensiones

El caso tridimensional es una extensión del caso bidimensional analizado anteriormente. Agrega un eje de coordenadas extra, típicamente denotado por  $z$ , que es ortogonal a los ejes  $x$  e  $y$ . La dirección del eje  $z$  obedece a la regla de la mano derecha, y los vectores unitarios paralelos a los ejes se denotan como  $\hat{\mathbf{x}}$ ,  $\hat{\mathbf{y}}$  y  $\hat{\mathbf{z}}$  tal que

$$\hat{\mathbf{z}} = \hat{\mathbf{x}} \times \hat{\mathbf{y}}, \quad \hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{y}} \times \hat{\mathbf{z}}, \quad \hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{x}}, \quad (2.19)$$

Un punto  $P$  es representado por sus coordenadas  $x, y$  y  $z$  ( $x, y, z$ ) o en forma vectorial como:

$$p = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}} \quad (2.20)$$

La Fig. 2.5 muestra un marco de coordenadas  $\{B\}$ , suponiendo que se desea describir este con respecto al marco de referencia  $\{A\}$ . Es posible ver que el origen de  $\{B\}$  ha sido desplazado por el vector  $\mathbf{t} = (x, y, z)$  y luego rotado.

Al igual que en el caso bidimensional, el enfoque elegido es considerar un punto  $P$  arbitrario con respecto a cada uno de los marcos de coordenadas y determinar la relación entre  ${}^A \mathbf{p}$  y  ${}^B \mathbf{p}$ . Se considera nuevamente el problema en dos partes: rotación y luego translación.

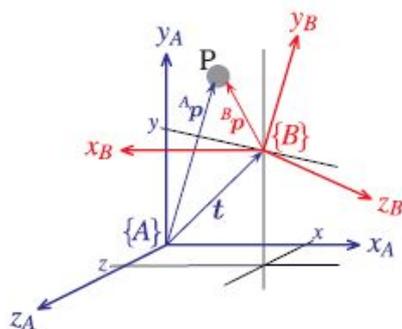


Figura 2.5: Marco de coordenadas 3D

### Representación del orientación en 3D

Para describir la orientación del par de sistemas o marcos de coordenadas de la Fig. 2.5, uno con respecto al otro, es posible imaginar tomar el marco  $\{A\}$  y girarlo hasta que se vea como marco  $\{B\}$ . El teorema de rotación de Euler establece que cualquier rotación puede considerarse como una secuencia de rotaciones sobre diferentes ejes de coordenadas.

**Teorema 2.1.1.** *Teorema de rotación de Euler: Dos marcos de coordenadas ortonormales independientes se pueden relacionar mediante una secuencia de rotaciones (no más de tres) sobre sus ejes de coordenadas, donde no hay dos rotaciones sucesivas sobre el mismo eje.*

El problema de la rotación es que la secuencia de dos rotaciones aplicadas en diferentes órdenes no conduce a la misma orientación, por lo que el orden en que se aplican es determinante. La implicación para el álgebra de pose es que el operador  $\oplus$  no es conmutativo.

### Matriz ortonormal de rotación

Al igual que en el caso bidimensional, es posible representar la orientación de un marco de coordenadas mediante sus vectores unitarios expresados en términos del marco de coordenadas de referencia. Cada vector unidad tiene tres elementos y forman las columnas de la matriz ortonormal  ${}^A\mathbf{R}_B$  de  $3 \times 3$ :

$$\begin{pmatrix} {}^A x \\ {}^A y \\ {}^A z \end{pmatrix} = {}^A \mathbf{R}_B \begin{pmatrix} {}^B x \\ {}^B y \\ {}^B z \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Esta rota un vector definido con respecto al marco  $\{B\}$  a un vector con respecto al  $\{A\}$ . Las matrices de rotación ortonormales para la rotación de

$\theta$  sobre los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$  son:

$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

### Representaciones mediante tres ángulos

El teorema de rotación de Euler requiere una rotación sucesiva sobre los tres ejes, de manera que no haya dos rotaciones sucesivas sobre el mismo eje. Hay dos clases de secuencia de rotaciones: de Euler y Cardánica.

El tipo rotación de Euler implica la repetición, pero no sucesiva, de rotaciones sobre un eje particular:  $XYX$ ,  $XZX$ ,  $YXY$ ,  $YZY$ ,  $ZXZ$ , o  $ZYZ$ . El tipo Cardánica se caracteriza por rotaciones sobre los tres ejes:  $XYZ$ ,  $XZY$ ,  $YZX$ ,  $YXZ$ ,  $ZXY$ , o  $ZYX$ . En el uso común, todas estas secuencias se denominan ángulos de Euler y hay un total de doce combinaciones.

Las dos secuencias mas comunes son:

- La secuencia  $ZYZ$ , se usa comúnmente en aeronáutica y en mecánica. Esta secuencia presenta la particularidad de que su inversa tiene una singularidad en  $\theta = 0$ .

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\phi)\mathbf{R}_y(\theta)\mathbf{R}_z(\psi) \quad (2.25)$$

- La secuencia  $XYZ$ , secuencia de ángulos de alabeo-cabeceo-guiñada (roll-pitch-yaw), es la más intuitiva cuando se describe la orientación de los vehículos como barcos, aviones y automóviles. Roll, pitch y yaw se refieren a las rotaciones sobre los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente. Esta secuencia de ángulos  $XYZ$ , técnicamente los ángulos de Cardán, también se conocen como ángulos de Tait-Bryan o ángulos náuticos. Para los vehículos aeroespaciales y terrestres, el eje  $x$  se define comúnmente en la dirección hacia adelante, el eje  $z$  hacia abajo y el eje  $y$  hacia el lado derecho.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\theta_r)\mathbf{R}_y(\theta_p)\mathbf{R}_z(\theta_y) \quad (2.26)$$

Para esta secuencia, cuando se calcula su inversa, la singularidad está presente en  $\theta_p = \pm \frac{\pi}{2}$ .

En cualquier caso, el vector de tres dimensiones  $\Gamma = (\phi, \theta, \psi)$  se conoce como los ángulos de Euler.

Un problema fundamental con las representaciones de tres ángulos que acaban de describirse es su singularidad. Esto ocurre cuando el eje de rotación del término medio en la secuencia se vuelve paralelo al eje de rotación del primer o tercer término. Las singularidades son una consecuencia desafortunada de usar una representación mínima. Para eliminar este problema es necesario optar por diferentes representaciones de la orientación.

### Cuaterniones unitarios

El cuaternión es una extensión del número complejo, un número hiper-complejo, y se escribe como un escalar más un vector:

$$\hat{q} = s + \mathbf{v} = s + v_1\mathbf{i} + v_2\mathbf{j} + v_3\mathbf{k} \quad (2.27)$$

donde  $s \in \mathbb{R}$ ,  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$  y los números complejos ortogonales  $i$ ,  $j$  y  $k$  son definidos tal que:

$$\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1 \quad (2.28)$$

El cuaternión se denota como:

$$\hat{q} = s \langle v_1, v_2, v_3 \rangle \quad (2.29)$$

Los cuaterniones son sencillos de utilizar desde el punto de vista informático y se utilizan ampliamente para aplicaciones de robótica, visión artificial, gráficos por ordenador y navegación inercial aeroespacial. Para representar rotaciones es posible utilizar cuaterniones unitarios. Estos son cuaterniones de magnitud unitaria, es decir, aquellos para los cuales  $|\hat{q}| = 1$  o  $s^2 + v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 = 1$ . El cuaternión unitario tiene la propiedad especial de que puede ser considerado como una rotación de  $\theta$  sobre el vector unitario  $\hat{\mathbf{n}}$  que está relacionado con los componentes del cuaternión por

$$s = \cos \frac{\theta}{2}, \quad \mathbf{v} = \left( \sin \frac{\theta}{2} \right) \hat{\mathbf{n}} \quad (2.30)$$

### Translación y orientación en 3-Dimensiones

La posición y la orientación cambian entre dos marcos de coordenadas como se muestra en la Fig. 2.5. Este par puede tener diferentes representaciones de la orientación, que debe combinarse con una representación de la translación, para crear una representación tangible de la pose relativa.

Las dos representaciones más prácticas son:

- el par cuaternión - vector:  $\xi \equiv (\mathbf{t}, \hat{q})$  donde  $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$  es la posición Cartesiana del origen del marco considerado respecto del marco de referencia, y  $\hat{q} \in \mathbb{Q}$  es la orientación del marco considerado respecto del marco de referencia.

- La matriz homogénea de transformación de  $4 \times 4$ : se obtiene en forma similar a los desarrollado para el caso 2D Ec. 2.16 pero extendido para considerar la dimensión  $z$ .

$${}^A\tilde{\mathbf{P}} = \begin{pmatrix} {}^A\mathbf{R}_B & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix} {}^B\tilde{\mathbf{P}} = {}^A\mathbf{T}_B {}^B\tilde{\mathbf{P}} \quad (2.31)$$

El vector de traslación cartesiana entre los origen de los marcos de coordenadas es  $\mathbf{t}$  y el cambio en la orientación se representa mediante una submatriz ortonormal  $R$  de  $3 \times 3$ . En la Ec. 2.31, los vectores se expresan en forma homogénea para obtener  ${}^A\mathbf{T}_B$ , que es una transformación homogénea de  $4 \times 4$ , tal que  $\xi \equiv \mathbf{T}$ .

### 2.1.3. Marcos de referencia

Hasta el momento se han establecido las herramientas matemáticas para relacionar diferentes marcos de referencia. Cuando se trabaja con robótica móvil, normalmente se utilizan dos marcos de coordenadas [3], uno fijo en el robot en análisis y el otro fijo al entorno, que constituye el marco de referencia.

Cuando se analiza el movimiento de los robots móviles, especialmente en 6 grados de libertad (DOF), es conveniente definir una serie de marcos de coordenadas, indicados en la Fig. 2.6.

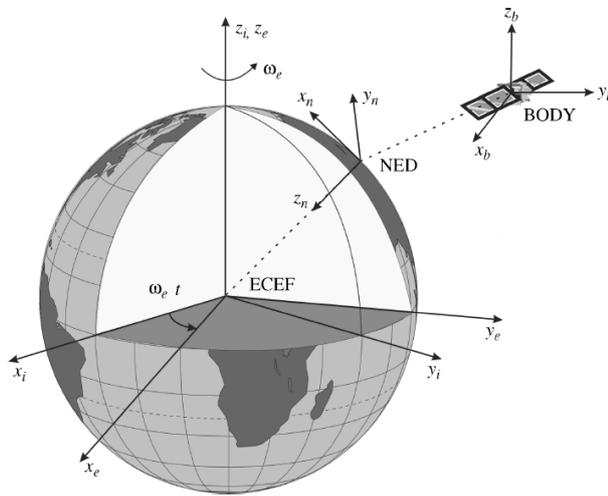


Figura 2.6: Earth-centered Earth-fixed frame

- **Marco inercial centrado en la Tierra (Earth-centered inertial frame, ECI)**

Es un marco inercial para la navegación terrestre, es decir, un marco

de referencia no acelerado, en el que se aplican las leyes del movimiento de Newton. El origen del marco de coordenadas ECI  $(x_i, y_i, z_i)$  se encuentra en el centro de la Tierra con los ejes como se muestra en la Fig.2.6.

- **El marco de referencia fijo en la Tierra centrado en la Tierra (Earth-centered Earth-fixed reference frame, ECEF)**

Tiene su origen  $(x_e, y_e, z_e)$  fijo en el centro de la Tierra, pero los ejes giran en relación con el marco inercial ECI que está fijo en el espacio. Su velocidad de rotación angular es  $\omega_e = 7,2921 \cdot 10^{-5}$  rad/s. Para las embarcaciones marinas que se mueven a una velocidad relativamente baja, la rotación de la Tierra se puede despreciar y, por lo tanto, se puede considerar que el ECEF es un marco inercial. El ECEF es necesario para la guía, navegación y control global, por ejemplo, para describir el movimiento y la ubicación de los móviles en tránsito entre los diferentes continentes.

- **El sistema de coordenadas Norte-Este-Abajo (North-East-Down coordinate system, NED)**

Su origen  $(x_n, y_n, z_n)$  se define en relación con el elipsoide de referencia de la Tierra (World Geodetic System 1984). Este es el sistema de coordenadas al que nos referimos en nuestra vida cotidiana. Por lo general, se define como el plano tangente a la superficie de la Tierra que se mueve con el robot, pero con ejes que apuntan en direcciones diferentes a los ejes fijos del cuerpo del móvil. Para este sistema, el eje x apunta hacia el norte verdadero, el eje y apunta hacia el este, mientras que el eje z apunta hacia abajo normal a la superficie de la Tierra.

- **Marco de referencia fijo en el cuerpo móvil (body-fixed reference frame, BODY)**

Siendo su origen  $(x_b, y_b, z_b)$ , es un marco de coordenadas en movimiento que se fija al robot. La posición y la orientación del robot se describen en relación con el marco de referencia inercial (aproximado por el ECEF o NED), mientras que las velocidades lineales y angulares del móvil deben expresarse en el sistema de coordenadas de cuerpo fijo. El origen 0 del marco fijo en el cuerpo generalmente se elige para coincidir con el centro de gravedad (CG) cuando CG está en el plano principal de simetría, o en cualquier otro punto conveniente si este no es el caso.

## 2.2. Modelado

La derivación del modelo de un robot juega un papel importante en la simulación del movimiento, el análisis de su estructura y el diseño de sus algoritmos de control.

Los principios fundamentales de la dinámica nos permiten encontrar las ecuaciones de estado de los sistemas robóticos. Los procedimientos de cálculo de estos modelos pueden ser complicados para sistemas complejos, por lo que las aproximaciones numéricas de ellos por diseño CAD son comunes.

### 2.2.1. Modelos dinámicos

Los métodos más comunes para obtener las ecuaciones de movimiento en sistemas mecánicos, en particular robots, se basan generalmente en una de dos formulaciones, la formulación de Lagrange o la fórmula de Newton-Euler [1].

En la *Formulación de Lagrange*, una vez que se define un conjunto de coordenadas generalizadas, a partir del Lagrangiano del sistema mecánico:

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U} \quad (2.32)$$

donde se considera la expresión de energía cinética  $\mathcal{T}$  y energía potencial  $\mathcal{U}$  del sistema, se deriva el conjunto de ecuaciones de movimiento [4]. Mientras que el enfoque *Newton-Euler* se basa en un balance de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo del robot, desde donde se obtienen las ecuaciones de movimiento [5].

Sobre la base del enfoque de Newton-Euler, es posible resumir el procedimiento de obtención de las ecuaciones de estado de un sistema compuesto por varios subsistemas (partes)  $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_1, \dots, \mathcal{S}_l$ , supuestas rígidas, siguiendo tres pasos [6]:

1. **Obtención de las ecuaciones diferenciales:** Para cada subsistema  $\mathcal{S}_k$ , con masa  $m$  y matriz inercial  $J$ , se deben aplicar las siguientes relaciones:

$$\sum_i \mathbf{f}_i = m\mathbf{a} \quad (2.33)$$

$$\sum_i \tau_{f_i} = J\dot{\omega} \quad (2.34)$$

donde  $\mathbf{f}_i$  son las fuerzas que actúan sobre el subsistema  $\mathcal{S}_k$  y  $\tau_{f_i}$  representa el torque creado por la fuerza  $\mathbf{f}_i$  en  $\mathcal{S}_k$ , con respecto a su CG. El vector  $\mathbf{a}$  representa la aceleración tangencial de  $\mathcal{S}_k$  y el vector  $\dot{\omega}$  representa la aceleración angular de  $\mathcal{S}_k$ . Después de descomponer estas  $2l$  ecuaciones vectoriales de acuerdo con sus componentes, se obtienen  $6l$  ecuaciones diferenciales escalares de manera que algunas de ellas pueden ser degeneradas.

2. **Eliminando los componentes de las fuerzas internas:** En las ecuaciones diferenciales anteriores existen las llamadas fuerzas de unión, que son internas al sistema mecánico, incluso aunque sean externas a cada subsistema que lo compone. Estas representan la acción de un subsistema  $\mathcal{S}_k$  en otro subsistema  $\mathcal{S}_j$ . Siguiendo el principio de acción-reacción, la existencia de tal fuerza, denotada por  $\mathbf{f}^{k,j}$ , implica la existencia de otra fuerza  $\mathbf{f}^{j,k}$ , representando la acción de  $\mathcal{S}_j$  en  $\mathcal{S}_k$ , tal que  $\mathbf{f}^{k,j} = -\mathbf{f}^{j,k}$ . A través de una manipulación formal de las ecuaciones diferenciales y teniendo en cuenta las ecuaciones debidas al principio de acción-reacción, es posible eliminar las fuerzas internas. El número resultante de ecuaciones diferenciales debe reducirse al número  $n$  de grados de libertad  $q_1, \dots, q_n$  del sistema.
3. **Obtención de las ecuaciones de estado:** Luego tenemos que aislar la segunda derivada  $\ddot{q}_1, \dots, \ddot{q}_n$  del conjunto de  $n$  ecuaciones diferenciales de tal manera que obtengamos una relación vectorial como:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u}) \quad (2.35)$$

donde  $\mathbf{u}$  es el vector de fuerzas externas que no se derivan de un potencial.

Un sistema mecánico cuya dinámica se puede describir mediante la relación  $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{u})$  será referido como *holonómico* (esto implica que  $f$  puede ser integrada). Para un sistema holonómico,  $\mathbf{q}$  y  $\dot{\mathbf{q}}$  son, por lo tanto, independientes. Esto significa, que un sistema holonómico tiene el número de grados de libertad controlables igual a los grados de libertad totales. Cuando el sistema está restringido a restricciones cinemáticas de la forma  $h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = 0$ , se hará referencia al sistema como *no holonómico*.

### 2.2.2. Modelos cinemáticos

Los sistemas robóticos son controlados por fuerzas y torques, respondiendo a modelos dinámicos. Estos modelos generalmente están compuestos por coeficientes que son difíciles de estimar y que por lo general no se conocen completamente. Los mismos sistemas mecánicos pueden representarse mediante modelos cinemáticos, donde las variables de control pueden ser posiciones, velocidades o aceleraciones. Estos modelos parten de la premisa que la velocidad de control se alcanza instantáneamente y sin saturación, es decir, que los actuadores (motores, pistones, etc.) son ideales y tienen algún tipo de realimentación de alta ganancia que garantiza los valores comandados. Este sistema de lazo cerrado puede analizarse a través de la siguiente ley de control [6]:

$$\mathbf{u} = k(\mathbf{x} - \mathbf{w}) \quad (2.36)$$

donde  $\mathbf{u}$  es la señal de control aplicada al actuador,  $\mathbf{w}$  es el setpoint o referencia y  $\mathbf{x}$  la variable medida (posición, velocidad o aceleración). Idealmente, si la ganancia del lazo  $k$  es muy grande, podemos concluir que  $\mathbf{x} \simeq \mathbf{w}$ . En realidad esto no siempre es posible. Esta idealidad podría mantenerse en un cierto rango de operación, pero en general no es válida debido a razones de energía o saturaciones sobre los actuadores. Por esta razón, el uso de modelos cinemáticos está reservado para aplicaciones simples. Mientras que en aquellas que requieren un control más preciso, estos modelos se implementan generalmente en una capa de control superior a bucles de control dinámicos que garantizan los supuestos del modelo cinemático.

### 2.3. Espacio de trabajo

Los modelos del entorno (o ambiente) son indispensables para el desarrollo de varias aplicaciones en sistemas robóticos. Es a través de estos modelos del entorno que el robot puede adaptar sus decisiones al estado actual del mundo que lo rodea.

La bibliografía muestra una tendencia a clasificar el modelado del entorno en aquellos que son para situaciones de interiores y aquellos para exteriores [4]. Por un lado, los ambientes interiores están altamente estructurados, contienen estructuras principalmente lineales como líneas y planos, por lo que varias de las técnicas de modelado solo consideran mapas de dos dimensiones. Por otro lado, los entornos al aire libre están constituidos por superficies irregulares, que incluyen elementos móviles y son variantes en el tiempo.



Figura 2.7: Ambiente de trabajo estructurado: celda robotizada

Otra forma de clasificar los entornos de trabajo, incluso más general que los mencionados anteriormente, es en entornos estructurados y no estructurados:

- **ambiente de trabajo estructurado**, el entorno es perfectamente conocido y si existen elementos móviles se conoce su dinámica. Este tipo de entorno es común en aplicaciones industriales donde los robots están encerrados en celdas de trabajo protegidas por barreras físicas o virtuales, ver Fig. 2.7. Si estas son cruzadas, se activan los protocolos de detención segura [7].
- **ambiente de trabajo no estructurado**, en casos extremos no hay información sobre el entorno y el robot solo tiene la información de sus sensores para generar el modelo de su ambiente. En otras situaciones, los robots tienen un mapa parcial del entorno, pero deben compartir su ambiente con elementos móviles. Estas condiciones de trabajo obligan al uso de técnicas reactivas complementarias para evitar colisiones. Un ejemplo de este último caso puede ser un ambiente interior, donde la estructura se puede conocer parcialmente pero el espacio se comparte con personas y otros elementos móviles, ver Fig.2.8.



Figura 2.8: Ambiente de trabajo no estructurado: Almacén semiautomático de la empresa postal DHL.

Una gran parte de las técnicas de modelado del entorno se basan en cuadrículas de ocupación (occupancy grids) [8], mapas de líneas (line maps) [9] y mapas basados en puntos de referencia (landmark based maps) [10]. Estos se utilizan principalmente en entornos bidimensionales con bajas dinámicas. Mientras que otras tecnologías más complejas, utilizadas al aire libre, se basan en cuadrículas de elevación, conjuntos de puntos o mallas que pueden considerar alturas, elementos móviles y mapas variantes en el tiempo [11][12]. Algunas características importantes para el modelado del entorno de trabajo son:

- Habilidad de considerar objetos móviles.

- Resolución alcanzable, considerando en particular los sensores a bordo del robot.
- Capacidad de calculo necesaria para ser utilizado.
- Escalabilidad para grandes áreas de trabajo.
- Adaptación a la incertidumbre del robot y en el censado de posición.

## 2.4. Objetivos de control en robótica móvil.

Tal como se presentó en el Capítulo 1, el uso de robots incluye múltiples actividades tales como soldadura, transporte, inspección, mapeo, etc. La mayoría de estas actividades, en un entorno de trabajo particular (consulte la sección 2.3), están basadas sobre una función de seguimiento. Esta función consiste en seguir una ruta o trayectoria, generalmente generada por una etapa de navegación o planificación integrada en el propio robot.

La precisión con la que el robot puede realizar esta tarea afecta directamente la operación principal requerida. Por ejemplo, durante una tarea de inspección, el movimiento oscilante del robot reduciría la calidad de las imágenes capturadas por su cámara. De manera similar, en un seguidor industrial, el error en el seguimiento del camino podría llevar a una caída en la calidad del producto final o incluso a accidentes.

Estas actividades, incluso en entornos controlados, son propensas a ser interrumpidas por otros agentes del entorno, que se llamaremos obstáculos. Dado esto, es necesario proporcionar a los robots con técnicas para evitar obstáculos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el seguimiento y la evitación de obstáculos se encuentran entre los principales objetivos de control en robótica. A continuación, se presentarán los detalles de ambos objetivos, así como algunos enfoques para su solución parcial que se proporcionan en la bibliografía.

### 2.4.1. Tarea de seguimiento

La tarea de seguimiento es la base de muchas de las funciones avanzadas de los robots móviles y fijos. Esta tarea puede definirse como el seguimiento de una serie de puntos que conforman un camino o una trayectoria. En este punto es importante hacer la diferencia entre camino (path) y trayectoria (trajectory):

1. El concepto de *camino* se entiende aquí como una serie de puntos en el espacio (continuos o no) que se deben atravesar secuencialmente, donde el robot debe tener una pose particular. Se puede interpretar como el recorrido espacial que el robot deber realizar entre una pose inicial y su pose final.

2. Una *trayectoria* es un camino con una marca de tiempo asociada a cada punto de la ruta a recorrer (una coordenada espacial y temporal para cada punto del espacio a recorrer). Por ejemplo, hay un camino de  $A$  a  $B$ , pero es una trayectoria si el recorrido de  $A$  a  $B$  debe realizarse en  $10s$  o a una velocidad prefijada de  $2\frac{m}{s}$ .

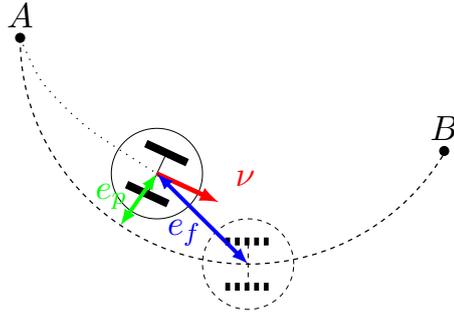


Figure 2.9: Definiciones posibles del error de seguimiento.

El problema de seguimiento consiste en seguir una referencia generada por una etapa de control superior (planificador de movimiento - motion planner), con el mínimo error posible.

La definición del error se basa en la distancia entre la posición actual del robot y la posición de referencia. En el caso del seguimiento de trayectoria, el punto de referencia se mueve de acuerdo con un perfil de velocidad o marca de tiempo para cada punto. Mientras que en el caso de seguimiento de camino, la posición de referencia dependerá de la técnica utilizada. En la bibliografía podemos encontrar dos enfoques:

1. Técnicas que establecen el punto de referencia como el punto del camino más cercano al robot [13][14].
2. Técnicas en las que el algoritmo de control genera un objetivo virtual que debe ser seguido por el robot [15][16]. Una de las particularidades de este enfoque es la posibilidad de parametrizar la referencia [17].

La Fig. 2.9 muestra una interpretación gráfica del error para ambos casos. Aquí  $e_p$  representa el error al punto más cercano del camino, mientras que  $e_f$  puede interpretarse como el error de seguimiento de camino o error de seguimiento de trayectoria considerando un objetivo virtual.

Podemos agregar que el segundo enfoque puede interpretarse como una mejora, ya que evita las singularidades que ocurren cuando el vehículo está ubicado en el centro de curvatura del camino (donde el punto más cercano no es único), permitiendo la convergencia global del vehículo al camino deseado [18].

De lo anterior, surge el problema de la generación de camino y su continuidad. Dependiendo de la aplicación en particular, el camino puede ser una secuencia de puntos en el espacio con los cuales un sistema de control genera las señales correspondientes para converger a él siguiendo una referencia dada, ver Fig. 2.10. En otros casos, por ejemplo en manipuladores, se requieren valores continuos de posición generados por la etapa de planificación, lo que genera un camino suave. La suavidad en este contexto significa que sus dos primeras derivadas temporales (velocidad y aceleración) son continuas y en ocasiones también la derivada de la aceleración (jerk). Una de las técnicas para obtener caminos suaves a partir de una secuencia discreta de puntos es la utilización de polinomios quínticos (de quinto orden) [2].



Figura 2.10: Seguimiento de camino discreto para un vehículo marino

Para obtener un buen desempeño de la solución del problema de seguimiento, se ha dedicado gran esfuerzo al desarrollo de estrategias de control basadas en modelos [19][20]. Entre los enfoques de control disponibles en la literatura, los métodos típicos incluyen control dinámico inverso (inverse dynamic control), linealización por retroalimentación (feedback linearization) y control basado en pasividad (passivity based control) [4]. En el presente trabajo, las propuestas de técnicas de seguimiento de camino con referencia virtual se tratarán en los capítulos 3 y 4.

#### 2.4.2. Evitación de obstáculos

Un *algoritmo global de planificación de camino* generalmente usa información a priori para construir un modelo completo del entorno circundante y luego trata de encontrar la mejor solución posible. Pero en entornos desconocidos o no estructurados, esto no es suficiente, por lo que es necesario combinar el método de planificación de camino con *navegación local o reactiva*.

va usando sensores a bordo, para observar localmente pequeños fragmentos de los alrededores en cada momento. En tal escenario, surge el problema de detección y reacción ante la presencia de obstáculos.

En el caso de los robots móviles, los enfoques más comunes son: primero, usar un cinturón de sensores de proximidad (ultrasonido, infrarrojo, sonar, ...) montado en el vehículo, lo que permite un escaneo discreto del espacio alrededor del robot [21]; y en segundo lugar, el uso de un sensor láser giratorio, frecuentemente acoplado con un sistema de visión, que resulta en una estimación continua de la región libre alrededor del vehículo [22].

Una vez que se obtiene la información necesaria sobre el entorno circundante, la manera óptima de procesar y actuar dependerá de la situación particular en la que se encuentre nuestro sistema.

Entre los métodos más extendidos se pueden mencionar: Campos potenciales [23], Histograma de campos vectoriales [24] y métodos que consideran la velocidad de los obstáculos [25]. Estos métodos modifican la pose del robot (posición y orientación) cuando surge una situación de colisión, de hecho, están diseñados para entornos en los que se permite que el robot abandone la ruta previamente elaborada.

En operaciones de seguimiento de caminos, una referencia variante en el tiempo  $\eta$  se mueve a través del camino, mientras que un control de bajo nivel (dinámico o cinemático) reduce el error de seguimiento. Si a esta operación se le añade la tarea de evitación de colisiones, el objetivo se transforma en generar una variación libre de colisiones del objetivo  $\eta$  para que el robot siga el camino de manera segura, respetando una distancia  $d_{safe} > 0$  respecto de los obstáculos en el entorno, vea la Fig. 2.11.

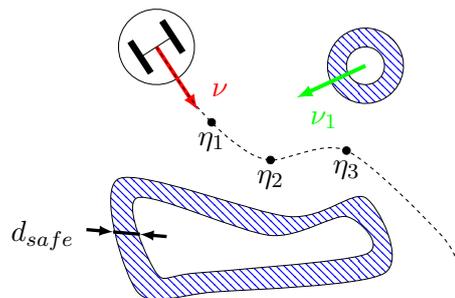


Figure 2.11: Seguimiento de camino con evitación de obstáculos

## 2.5. Problemas en el control de robots móviles.

Los campos de aplicación de la robótica son muy variados, así como los problemas de control que surgen en su utilización. En particular, dado que este trabajo aborda la robótica desde la teoría de control, se pueden

distinguir dos problemas principales: las restricciones y las no idealidades. Las restricciones se refieren a todos los tipos de limitaciones presentes en el robot, mientras que las no idealidades están relacionadas con los elementos desconocidos del robot y su entorno que afectan su funcionamiento.

Respecto a las restricciones, es posible clasificarlas como:

- **restricciones de entrada:** Estas pueden entenderse como limitaciones físicas en los elementos actuadores. Estas limitaciones pueden ser generadas por las zonas muertas y saturaciones de los actuadores que limitan las fuerzas o velocidades máximas. Entre las consecuencias más comunes, podemos encontrar el seguimiento incorrecto de una referencia (aplicaciones de seguimiento) y en el caso de los sistemas linealizados el incumplimiento de las condiciones de modelado. Además, el uso de técnicas que no tienen en cuenta estas restricciones puede llevar a capacidades no aprovechadas, así como a un deterioro prematuro del hardware involucrado.
- **restricciones de salida:** Se entienden como limitaciones del entorno de trabajo. Estas pueden ser fijas o dinámicas. Los casos de estudio pueden incluir manipuladores industriales, que comúnmente comparten su espacio de trabajo con personal humano que limita su accionar por cuestiones de seguridad. Además, el problema de evitación de obstáculos se puede considerar como un problema de restricción de salida, ya que las posibles posiciones del robot están limitadas por la presencia de otros componentes del entorno.
- **restricciones estructurales:** Este tipo de limitaciones se refiere a las restricciones inherentes al hardware o software incorporado en el robot. Es común encontrar limitaciones en cuanto al control que es posible configurar, tener sensores limitados (número de ellos, rango máximo o frecuencia de muestreo, etc.) o incluso restricciones mecánicas, por ejemplo en robots móviles no holonómicos las restricciones cinemáticas presentes.

Las no idealidades se refieren a elementos presentes en los robots que dificultan su modelado o control, especialmente aquellos elementos que no pueden ser completamente estimados. Es posible agruparlos en tres grupos:

- **incertidumbres:** El control de los sistemas, especialmente los sistemas robóticos, requiere un modelado de los procesos físicos que intervienen (consulte la sección 2.2). Este modelado, por simplificación, a menudo descarta parte del comportamiento físico de estos sistemas o aproxima los parámetros involucrados. Estas aproximaciones, generalmente de parámetros variantes, conducen a modelos que no se comportan exactamente como el sistema real, implicando la necesidad de

implementar controles robustos contra posibles variaciones paramétricas. Los parámetros hidrodinámicos en vehículos marinos o las cargas variantes en aplicaciones de transporte son ejemplos de este tipo de incertidumbres.

- **perturbaciones:** Las perturbaciones se refieren a elementos del entorno, que no están totalmente modelados, que afectan la operación del robot (consulte la sección 2.3). Por ejemplo, vientos en aplicaciones aéreas, corrientes marinas en AUV o variaciones en el suelo en aplicaciones terrestres. Se espera que el comportamiento del control pueda rechazar estas perturbaciones de una manera rápida y estable, por lo que también se requieren técnicas de control robustas para lograr estos objetivos.
- **no linealidades:** Estas pueden entenderse como un problema de control o como una característica de los sistemas robóticos. Aunque una no linealidad correctamente modelada no representa un problema por sí misma, su dificultad está asociada con el problema del diseño de un control robusto que no dependa de una linealización, que solo es válida para un punto de operación determinado. La mayoría de las técnicas de control robustas que se encuentran en la bibliografía necesitan de un modelo linealizado del sistema.

En los siguientes capítulos de este trabajo, abordaremos soluciones parciales a los problemas presentados.



## 3

# Control robótico con restricciones a la entrada

Este capítulo analiza el problema de restricciones de entrada, en particular se estudia el caso de un vehículo submarino autónomo (AUV). Las restricciones analizadas pueden ser reales o virtuales y obedecen a diferentes criterios, como energía, seguridad del sistema o simplemente limitaciones físicas de la planta. Aquí, se aborda tanto el modelado como el control del AUV experimental Ciscrea. Se presenta y valida un modelo de seis grados de libertad para las maniobras de giro y emersión/inmersión. Luego, se propone un algoritmo de compensación de restricciones basado en ideas de acondicionamiento por modos deslizantes, y es agregado a un controlador proporcional derivativo (PD) preexistente para mejorar la respuesta general del lazo cerrado. Al considerar las restricciones del actuador, la técnica empleada permite seguir un camino a una velocidad mayor que la del controlador original para una tolerancia de error dada. Se presentan resultados experimentales sobre el robot submarino Ciscrea.

### 3.1. Caso de estudio: controle del AUV Ciscrea

El estudio del entorno marino y las actividades comerciales en alta mar por lo general tiene un alto costo debido a la infraestructura necesaria, el equipo y el personal calificado. Las campañas relevantes en el Ártico y la Antártida [26], el estudio de los fondos marinos [27], la investigación en floraciones de algas y el análisis de volúmenes en cardumenes de pesca [28], las aplicaciones en el sector petrolero y de gas [29], entre otros, demuestran que los océanos pueden ser explorados exitosamente con sondas robóticas.

El uso de robots autónomos para estas actividades, especialmente AUV, ha impulsado este tipo de investigaciones/aplicaciones. Durante estas actividades, los AUV están expuestos a un entorno desconocido donde las tareas como la inspección de infraestructuras, patrullaje o transporte de elementos

### 34 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

son comunes. Estas tareas comparten un objetivo común: seguir un camino preestablecido, lo más rápido posible y con el mínimo error posible.

Como puede verse, una relación de compromiso surge. De hecho, si se solicita un camino de curvas cerradas definido por el sistema de guiado del robot, o si se requiere una respuesta muy rápida para completar el camino, los actuadores saturarán alcanzando sus valores máximos permitidos. Cuando el fenómeno de saturación se produce el rendimiento de velocidad o el nivel de error se degradarán (cuando se produce la saturación, el sistema se comporta a lazo abierto). Por lo tanto, las limitaciones físicas deben tenerse en cuenta siempre que se requieran objetivos de control exigentes.

La bibliografía presenta varios casos de estudio sobre el problema de saturación en sistemas autónomos [30]. En particular para los sistemas marinos, varios trabajos relacionados se pueden encontrar en la literatura y aquí presentamos algunos de ellos. En los trabajos de Campos et al. [31] se propone un control no lineal PD basado en funciones de saturación con parámetros variables, para la regulación de profundidad y giro en el seguimiento de trayectorias de un vehículo submarino. En el trabajo de Zheng et al. [32] se considera la saturación asimétrica sobre los actuadores de un buque de carga. En su trabajo, una función de error gaussiano basada en un modelo asimétrico diferenciable continuo es utilizada para el diseño del control de base mediante el uso de técnicas de backstepping. Una aplicación sobre AUVs es presentada por Steenson et al. [33] donde la saturación del actuador se consideró directamente en la sintonización del controlador a través de un diseño de control predictivo por modelo (Model predictive control, MPC). También es posible citar el trabajo de Sarhadi et al. [34], quienes adoptaron un enfoque más simple a través de un modelo de controlador adaptativo con una acción anti-windup, que actúa sobre las señales de entrada de un AUV cuando se produce la saturación.

Estas últimas soluciones son valorables y logran buenos resultados, pero en general requieren un buen modelo del sistema y de sus actuadores. En otros campos de la robótica, las técnicas de control basadas en estimaciones de retardo se han utilizado para superar estos problemas [35][36][37], pero no tienen en cuenta el problema de restricciones sobre los actuadores.

Teniendo en cuenta las aplicaciones de seguimiento de caminos, el camino a seguir se especifica frecuentemente como un vector de entrada que puede ser parametrizado en términos de un parámetro de movimiento, tal como se propone en los trabajos de Nenchev [38][17] y Garelli [16]. Tanto los límites del actuador como las tolerancias de error dan lugar a un límite de velocidad de seguimiento en cada punto del recorrido. Las estrategias de control tradicionales (particularmente en robots comerciales) han abordado este problema mediante el uso de una velocidad de seguimiento constante y conservadora para que los actuadores nunca alcancen sus límites, o solo los alcancen en algún punto aislado del camino. Una mejor solución, naturalmente, requiere el uso de una velocidad de seguimiento variable. Sin

embargo, esto es en general computacionalmente demandante, debido a que la máxima velocidad de seguimiento compatible con la tolerancia de error debe calcularse en línea a medida que el robot avanza por el camino.

En este capítulo, se desarrolla y prueba experimentalmente un algoritmo simple para el seguimiento de caminos con velocidad variable teniendo en cuenta los límites del actuador. Este se basa en ideas de modo cuasi-deslizante propuestas originalmente por Garelli et al. [16, 39] para marcos de control cinemáticos. A diferencia de estos primeros trabajos, aquí se desarrolla una metodología que se aplica a marcos dinámicos y además se valida experimentalmente.

Para fines ilustrativos, el método se evalúa en el AUV experimental Ciscrea bajo una restricción estructural sobre su controlador, es decir, el controlador original del AUV es fijo e inaccesible debido a restricciones de software y seguridad. El robot Ciscrea se muestra en la Fig. 3.1, y sus características principales se pueden ver en la Tabla 3.1. Debido a su difícil identificación y modelado hidrodinámico, este robot se ha utilizado para probar diferentes leyes de control explicadas en [40].

En la sección 3.2 se describe un modelo detallado, junto con su validación, del AUV Ciscrea. Luego, en la sección 3.3 se presenta los detalles de la técnica de compensación de restricciones, mientras que la sección 3.4 está dedicada a los resultados experimentales.



Figura 3.1: AUV Ciscrea

### 3.2. Modelo del robot submarino: AUV Ciscrea

En esta sección se desarrollará un modelo dinámico y cinemático orientado al control para el AUV en estudio, siguiendo el enfoque de Newton-Euler de la subsección 2.2.1 junto con las ideas propuestas en los libros de Fossen

Tabla 3.1: Principales características del AUV Ciscrea

Tamaño (L, W, H)	(0.525m, 0.406m, 0.395m)
Peso	15.56kg
Actuadores	6 propelas (2 verticales y 4 horizontales)
Rango de velocidad	0-2 knots longitudinal (surge) and 0-1 knot lateral y vertical (sway and heave)
Profundidad máxima	50m
Sensor de profundidad	Rango 0 – 100m Precisión absoluta $\pm 10$ cm
Sensor de giro (Yaw)	Resolución $0,1^\circ$ Precisión $\pm 1,5^\circ$

[3] y Antonelli [41]. Además, el modelado se valida sobre el AUV Ciscrea disponible en la ENSTA Bretagne.

### 3.2.1. Descripción del modelo

Normalmente se emplean dos sistemas de coordenadas para la localización (consulte la subsección 2.1.3), como se puede ver en la Fig. 3.2:

- el marco de tierra, llamado marco NED debido a las direcciones principales que son el norte, este y hacia abajo (North East and Down).
- el marco vinculado al robot, denominado marco B debido a la referencia fija a su cuerpo (Body).

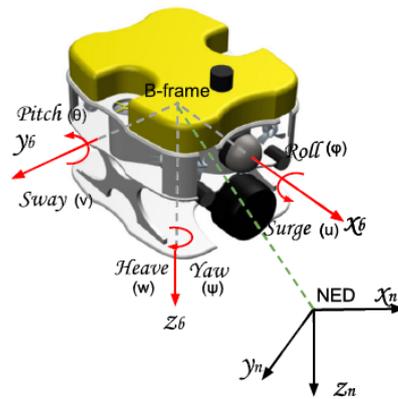


Figura 3.2: Sistemas de coordenadas AUV Ciscrea

Todos los datos se dan en unidades internacionales: las distancias están en metros, los ángulos en radianes y en sentido horario. La posición, la velocidad y la fuerza se denotan como  $\boldsymbol{\eta}$ ,  $\boldsymbol{\nu}$  y  $\boldsymbol{\tau}$ . Estas se definen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\eta} &= [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \text{ (posición)} \\ \boldsymbol{\nu} &= [u, v, w, p, q, r]^T \text{ (velocidad)} \\ \boldsymbol{\tau} &= [X, Y, Z, K, M, N]^T \text{ (fuerza y torque)}\end{aligned}\quad (3.1)$$

Mientras que la dinámica de cuerpo rígido es dada por:

$$M_{RB}\dot{\boldsymbol{\nu}} + C_{RB}(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\tau}_{env} + \boldsymbol{\tau}_{hydro} + \boldsymbol{\tau}_{pro} \quad (3.2)$$

y las formulaciones hidrodinámicas (hidrostática incluida) son:

$$\boldsymbol{\tau}_{hydro} = -M_A\dot{\boldsymbol{\nu}} - C_A(\boldsymbol{\nu})\boldsymbol{\nu} - D(|\boldsymbol{\nu}|)\boldsymbol{\nu} - \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) \quad (3.3)$$

Los parámetros correspondientes son listados en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Nomenclatura del modelo de vehículo submarino

Parámetro	Definición
$M_{RB}$	Matriz de masas e inercias para el modelo de cuerpo rígido.
$M_A$	Matriz de masa aumentada para vehículos marinos.
$C_{RB}$	Matriz de cuerpo rígido inducida por el efecto Coriolis.
$C_A$	Matriz de masa aumentada inducida por el efecto Coriolis.
$D( \boldsymbol{\nu} )$	Matriz de amortiguación debida a fricciones mecánicas.
$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$	Vector de fuerzas y momentos de restauración.
$\boldsymbol{\tau}_{env}$	Perturbaciones del entorno (viento, olas y corrientes).
$\boldsymbol{\tau}_{hydro}$	Vector de fuerzas y momentos hidrodinámicos.
$\boldsymbol{\tau}_{pro}$	Vector de fuerzas y momentos producidos por propelas.

En la presente aplicación, como la velocidad del vehículo Ciscrea se mantiene baja, los parámetros  $C_{RB}$  y  $C_A$  se pueden despreciar, mientras que los parámetros  $M_{RB}$ ,  $M_A$ , y la matriz de amortiguación se obtienen de los trabajos de Yang et al. [42, 43].

El vector  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  que representa las fuerzas y los momentos producidos por el peso y las fuerzas de flotación aplicadas al cuerpo rígido viene dado por la siguiente formulación:

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) = \begin{bmatrix} -(m - \rho \text{ vol})g \sin \theta \\ (m - \rho \text{ vol})g \cos \theta \sin \phi \\ (m - \rho \text{ vol})g \cos \theta \cos \phi \\ -BG_y mg \cos \theta \cos \phi + BG_z mg \cos \theta \sin \phi \\ -BG_z mg \sin \theta + BG_x mg \cos \theta \sin \phi \\ -BG_x mg \cos \theta \sin \phi - BG_y mg \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 38 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

donde:

- el vector  $\mathbf{BG} = [BG_x, BG_y, BG_z]^T$  representa el vector desde el centro de gravedad, denotado CG, al centro de flotabilidad, denotado CB,
- el escalar  $\rho$  es la densidad del fluido que puede variar según sea agua salada o dulce y de la temperatura ambiente,
- el escalar  $vol$  es el volumen de fluido desplazado determinado por la fuerza de Arquímedes,
- el escalar  $g$  es el módulo de aceleración de la gravedad,
- $m$  es la masa del AUV.

La convención para la medida de los ángulos es la que se muestra en la Fig. 3.2.

Es importante notar que el centro de flotabilidad (CB) y el centro de gravedad (CG) se ajustaron experimentalmente moviendo, agregando o eliminando cargas útiles y flotadores. Ambos están realmente cerca y pueden considerarse en la misma ubicación. Además, debido a la forma simétrica de la AUV, CB y CG coinciden con el centro geométrico del robot.

Las perturbaciones marinas se deben principalmente a vientos, olas y corrientes, estas contribuyen a el termino  $\tau_{env}$ . Sin embargo, como la mayor parte del tiempo el vehículo está debajo de la superficie del agua, las olas y el viento no son lo suficientemente fuertes como para tener un efecto real en el robot. Por lo que solo se consideran las corrientes marinas durante las operaciones bajo el agua como factores de perturbación medioambiental.

Respecto a los parámetros hidrodinámicos, vale la pena mencionar:

- el término  $M_A \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$  es la masa aumentada. Este es un concepto virtual clásico utilizado en la mecánica marina para representar las fuerzas y los momentos hidrodinámicos. De hecho, cualquier objeto en un fluido encontrará esta  $M_A$  tan pronto como tenga una aceleración. Esto se debe a la importante inercia del fluido que rodea al vehículo (en el aire, la baja densidad hace que este fenómeno sea insignificante en comparación con las otras fuerzas).
- el término  $D(|\nu|) \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$  representa la amortiguación producida por el fluido. Esta se puede descomponer en cuatro partes:
  - amortiguación potencial (potential damping),
  - amortiguación por arrastre de ola (wave drift damping),
  - fricción superficial (skin friction),
  - amortiguación por vórtice (vortex shedding damping).

Según lo explicado por Yang R. [42], los primeros dos podrían descartarse en este tipo de aplicación, y los otros dos pueden ser aproximados. Para ser lo suficientemente precisos, se ha elegido una aproximación para el término  $D(|\boldsymbol{\nu}|)$  dado por una matrices lineal y otra cuadrática,  $D_L$  y  $D_N$  respectivamente, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$D(|\boldsymbol{\nu}|) = D_L + D_N|\boldsymbol{\nu}| \quad (3.5)$$

La relación cinemática del vector de velocidad  $\boldsymbol{\nu}$  (en el marco B) y el vector de posición  $\boldsymbol{\eta}$  (en el marco NED) se puede escribir como:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = J(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\nu} \quad (3.6)$$

donde  $J(\boldsymbol{\Theta}) \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$  es una matriz de transformación entre el marco-B y el marco-NED definido en las Ecuaciones 3.7, 3.9 y 3.8 con  $\boldsymbol{\Theta} = [\phi, \theta, \psi]^T$  (Esta matriz de transformación  $J$  se obtiene de la misma manera como se ha hecho en la sección 2.1 para dos y tres dimensiones).

$$J(\boldsymbol{\Theta}) = \begin{bmatrix} R(\boldsymbol{\Theta}) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & T(\boldsymbol{\Theta}) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$R(\boldsymbol{\Theta}) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) \cos(\theta) & -\sin(\psi) \cos(\phi) + \cos(\psi) \sin(\theta) \sin(\phi) & \sin(\psi) \sin(\phi) + \cos(\psi) \cos(\phi) \sin(\theta) \\ \sin(\psi) \cos(\theta) & \cos(\psi) \cos(\phi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi) & -\cos(\psi) \sin(\phi) + \sin(\theta) \sin(\psi) \cos(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \sin(\phi) & \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$T(\boldsymbol{\Theta}) = \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi) \tan(\theta) & \cos(\phi) \tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin(\phi)}{\cos(\theta)} & \frac{\cos(\phi)}{\cos(\theta)} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Desde el marco B al marco NED, la transformación es posible aplicando  $J(\boldsymbol{\Theta})$  a la Ec. 3.2 y 3.3 para obtener la ecuación diferencial que describe el comportamiento del robot:

$$M^* \ddot{\boldsymbol{\eta}} + D^*(|\boldsymbol{\nu}|)(\dot{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{g}^*(\boldsymbol{\eta}) = \boldsymbol{\tau}_{pro} + \boldsymbol{\tau}_{env} \quad (3.10)$$

con las siguientes notaciones:

- $M^* = J^{-T}(\boldsymbol{\Theta})(M_{RB} + M_A)J^{-1}(\boldsymbol{\Theta})$  masa equivalente,
- $D^*(|\boldsymbol{\nu}|) = J^{-T}(\boldsymbol{\Theta})D(|\boldsymbol{\nu}|)J^{-1}(\boldsymbol{\Theta})$  amortiguación equivalente,
- $\mathbf{g}^*(\boldsymbol{\eta}) = J^{-T}(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  equivalente de las fuerzas y momentos de restauración.

De acuerdo con estas ecuaciones, el modelo orientado al control se puede representar con la Ec. 3.11. Este modelo se utilizará intensamente para

### 40 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

$$\left\{ M_A + \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_k \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n [T_i \cos(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i})] - (m - \rho v_{ol})g \sin(\theta) - D_{N_u}|u|u + D_{L_u}u + m(rv - qw) \\ \sum_{i=1}^n [T_i \sin(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i})] + (m - \rho v_{ol})g \cos(\theta) \sin(\phi) + D_{N_v}|v|v + D_{L_v}v + m(pw - ru) \\ - \sum_{i=1}^n [T_i \sin(\theta_{t_i})] + (m - \rho v_{ol})g \cos(\theta) \cos(\phi) - D_{N_w}|w|w + D_{L_w}w + m(qu - pv) \\ - \sum_{i=1}^n [T_i (y_{t_i} \sin(\theta_{t_i}) + z_{t_i} \sin(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i}))] - D_{N_p}|p|p + D_{L_p}p + (I_y - I_z)qr \\ \sum_{i=1}^n [T_i (z_{t_i} \cos(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i}) + x_{t_i} \sin(\theta_{t_i}))] - D_{N_q}|q|q + D_{L_q}q + (I_z - I_x)rp \\ \sum_{i=1}^n [T_i (x_{t_i} \sin(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i}) - y_{t_i} \cos(\psi_{t_i}) \cos(\theta_{t_i}))] - D_{N_r}|r|r + D_{L_r}r + (I_x - I_y)pq \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Tabla 3.3: Parámetros de los propulsores

Propulsor_i		$x_i$	$y_i$ [m]	$z_i$ [m]	$\psi_i$ [rad]	$\theta_i$ [rad]	$\phi_i$ [rad]
Propulsor Horizontal	1	0.165	0.145	-0.05	-0.5281	0	0
	2	0.165	-0.145	-0.05	0.5281	0	0
	3	-0.165	0.145	-0.05	3.6697	0	0
	4	-0.165	-0.145	-0.05	2.6135	0	0
Propulsor Vertical	5	0	-0.14	-0.05	0	$\pi/2$	0
	6	0	0.14	-0.05	0	$\pi/2$	0

simulaciones con el fin de mostrar los resultados en diversas configuraciones del robot y con diferentes entornos.

En la Ec. 3.11, se consideran las transformaciones del marco de referencia de cada propela al marco B, las interacciones debidas al momento angular, y las siguientes suposiciones:

- $T_i$  es el torque generado por cada propulsor  $\#i$  del robot para el cual  $x_i, y_i, z_i, \phi_{t_i}, \theta_{t_i}, \psi_{t_i}$  denotan respectivamente las direcciones de avance (surge), desvió (sway), translación vertical (heave), rolido (roll), cabeceo (pitch) y guiñada (yaw) del marco de referencia del propulsor con respecto al marco B fijo al cuerpo del robot, usando la convención de la Fig. 3.2. Para conocer los valores numéricos ver la Tabla 3.3.
- $D_{N_i}$  y  $D_{L_i}$  son los coeficientes no lineal y lineal de la amortiguación para la dirección- $i$ .

#### 3.2.2. Validación del modelo

Los parámetros mecánicos se identificaron a partir de medidas de laboratorio en el robot y de los datos proporcionados por el fabricante, mientras que los parámetros hidrodinámicos se tomaron de Yang et al.[42].

Adicionalmente se consideraron dos efectos para una descripción realista del robot:

- Un retardo presente en el sensor de profundidad que se estimó experimentalmente en 0,5s.
- La relación no lineal entre la señal digital de comando de torque  $T_d$  (Digital torque command, -127 a 127) y el par real  $T_a$  (Thrust) en cada motor (Fig. 3.3). La función de conversión se sintetizó mediante una regresión lineal a partir de medidas realizadas sobre el robot. La expresión final de la conversión se puede expresar como la Ec. 3.12 y una representación gráfica puede verse en la Fig. 3.4.

$$T_a = \begin{cases} 4,7 & \text{if } T_d \geq 127 \\ 3,2 \max\left(\frac{T_d}{203,874}, \frac{T_d-30,3781}{65,6756}\right) & \text{if } 0 < T_d < 127 \\ -4,3 \max\left(\frac{T_d}{203,874}, \frac{T_d-30,3781}{65,6756}\right) & \text{if } -127 < T_d < 0 \\ -6,32 & \text{if } T_d \leq -127 \end{cases} \quad (3.12)$$



Figura 3.3: Propulsor del AUV Ciscrea

Para la validación del modelo propuesto, se realizó una comparación entre simulaciones y pruebas experimentales realizadas en una piscina. La comparación se realizó con el registro de las respuestas temporales a lazo abierto. En las Fig. 3.5 y Fig. 3.6, es posible apreciar la comparación en maniobras de giro (eje de guiñada o yaw), entre las salidas del simulador y el ángulo real obtenido del sensor embarcado en el robot. En ambos casos, primero se envía una señal de comando a los motores del robot y luego se observa la respuesta libre del sistema. De la misma manera, la Fig. 3.7 y la Fig. 3.8 comparan maniobras de emersión y inmersión en la dirección de profundidad, pero en estos casos el torque comandado se mantiene en el tiempo debido a la dinámica lenta del sistema.

### 42 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

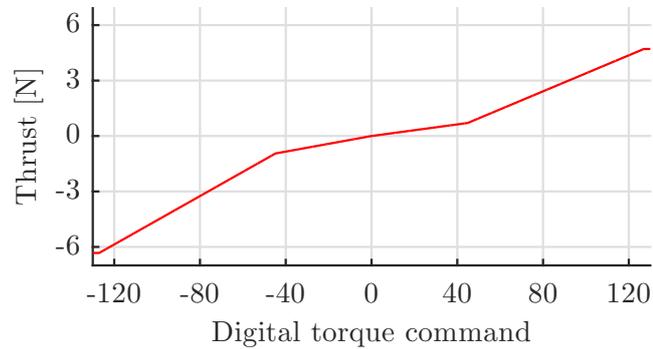


Figura 3.4: Relación entre señal de comando digital y torque real aplicado

Para completar la evaluación del modelo obtenido, la Tabla 3.4 presenta diferentes cálculos de error de las comparaciones presentadas. A través del análisis clásico del Error cuadrático medio (Root-Mean-Square Error, RMSE) es posible mostrar que el modelo es más preciso en la dirección vertical que en la de giro. Sin embargo, considerando el error absoluto medio normalizado (Normalized Mean Absolute Error, NMAE), se observa que el peso de los errores en consideración en todos los casos es menor que el 10 %. Para concluir, se obtiene el Bias, del se puede observar que el modelo es capaz de predecir la dinámica del robot de una manera aceptable para un simulador orientado al control.

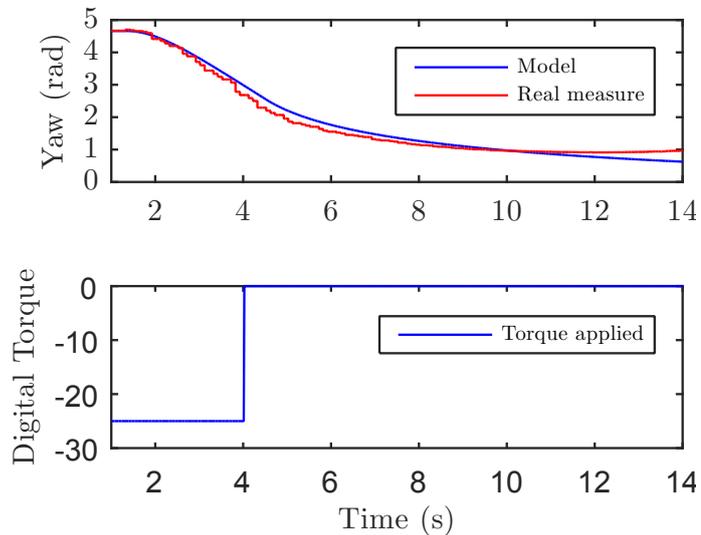


Figura 3.5: Comparación de maniobra de giro a izquierda

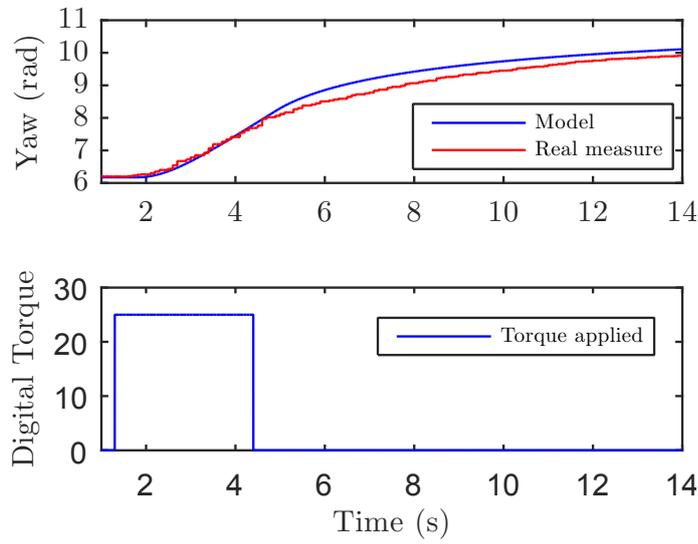


Figura 3.6: Comparación de maniobra de giro a derecha

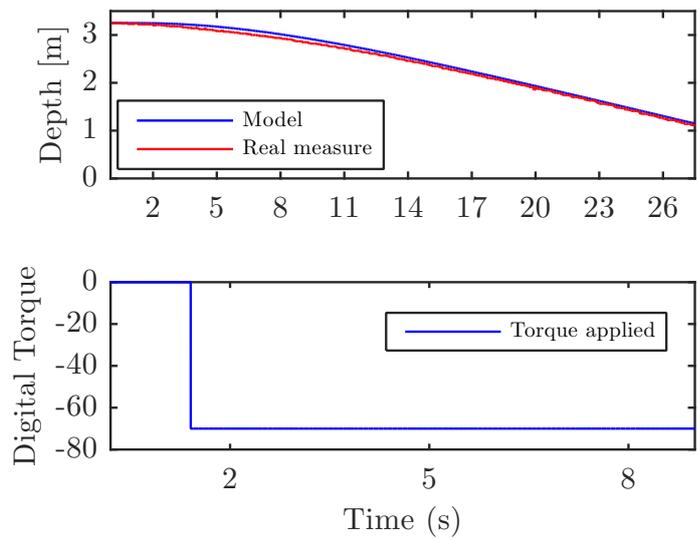


Figura 3.7: Comparación de maniobra emersión

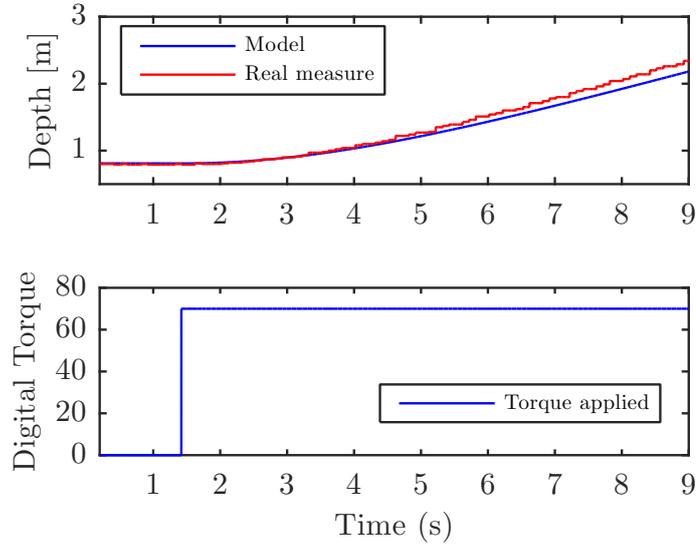


Figura 3.8: Comparación de maniobra de inmersión

Tabla 3.4: Calculo de error del modelo

Maniobra	RMSE	NMAE	Bias
Giro a derecha	0.2503	0.0247	0.1920
Giro a izquierda	0.1539	0.0802	0.0852
Inmersión	0.0805	0.0382	-0.0537
Emersión	0.0587	0.0238	0.0545

### 3.3. Acondicionamiento por cuasi-modos deslizantes

En esta parte de la Tesis, se revisan los conceptos básicos del control por modo deslizante (SM) y luego se presenta un algoritmo de modo cuasi-deslizante para lidiar con los efectos producidos por restricciones. El objetivo es aplicar este método en una aplicación de seguimiento de camino del robot submarino presentado anteriormente, a fin de atenuar los efectos de sus restricciones de entrada.

#### 3.3.1. Revisión sobre SM

Según lo explicado por Utkin et al. [44], los modos deslizantes clásicos fueron desarrollados para sistemas dinámicos representables por ecuaciones

diferenciales ordinarias. Para estos sistemas, es posible imponer una dinámica robusta de lazo cerrado aplicando una acción de control discontinua.

Brevemente, se define una función de conmutación y de acuerdo con su signo, la señal de control puede tomar uno de dos valores diferentes. Estos valores son definidos por una ley de control discontinuo asociada a una variedad en el espacio de estados (también llamada superficie deslizante). Este enfoque permite que el sistema tenga una respuesta en dos pasos:

1. La primera acción es llegar a la superficie deslizante.
2. Una vez que se alcanza la superficie deslizante, el objetivo es deslizarse sobre ella, debido a una conmutación de alta frecuencia de la acción de control.

Una vez que se establece este modo particular de operación, conocido como modo deslizante (SM), la variedad prescrita impone la nueva y deseada dinámica del sistema.

Para ilustrar este comportamiento, consideremos un sistema no lineal de la forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (3.13)$$

con  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$  el vector de estados,  $u$  la acción de control,  $y$  la salida y  $f(\mathbf{x})$ ,  $g(\mathbf{x})$ ,  $h(\mathbf{x})$  campos vectoriales. Una ley de control discontinua

$$u = \begin{cases} u^- & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \\ u^+ & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) > \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.14)$$

se define de acuerdo con el signo de una función de conmutación  $\sigma(\mathbf{x})$ . La superficie deslizante  $S$  se define como la variedad donde la función de conmutación se hace cero. Si la ley de conmutación en la Ec. 3.14 cumple la condición de alcance

$$\begin{cases} \dot{\sigma}(\mathbf{x}) < \mathbf{0} & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) > \mathbf{0} \\ \dot{\sigma}(\mathbf{x}) > \mathbf{0} & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \end{cases} \quad (3.15)$$

localmente cerca de la superficie (a ambos lados de la misma). El control es conmutado a alta frecuencia para restringir la trayectoria del estado  $x$  a fin de deslizarse en la superficie  $S$ .

Una condición necesaria para satisfacer la Ec. 3.15 es que  $\dot{\sigma}(\mathbf{x})$  dependa explícitamente de  $u$ , lo que se conoce como condición de transversalidad [44].

### 3.3.2. SMRC (Sliding Mode Reference Conditioning)

La llamada técnica de acondicionamiento de la referencia por modos deslizantes (Sliding Mode Reference Conditioning, SMRC) aprovecha la conmutación de alta frecuencia de los regímenes deslizantes tradicionales [45].

### 46 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

A diferencia del SM convencional, el SMRC actúa típicamente en un lado de la superficie, pero no hace nada en el otro lado. Por lo tanto, puede verse como un SM de un solo sentido. Además, como el SMRC solo se activa cuando se alcanza una restricción (o está a punto de alcanzarse) pero se desactiva cuando ese riesgo termina, da lugar a una operación transitoria de cuasi-SM en las superficies límites (diferente de la SM convencional, en la que después de un modo de alcance, la operación deseada es mantenerse sobre la superficie deslizante).

Considerando un subsistema restringido  $S'_c$  del lazo cerrado compuesto por el sistema de la Ec. 3.13 y un controlador dado, se construye un sistema expandido  $S_c$  que incluye  $S'_c$  y un filtro  $F(s)$  (Ec. 3.24) (vea la Fig. 3.9), con la siguiente descripción del espacio de estado:

$$S_c : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_s = f(\mathbf{x}_s) + g(\mathbf{x}_s)w \\ v = h_v(\mathbf{x}_s) \end{cases} \quad (3.16)$$

donde el vector  $\mathbf{x}_s$  es el vector de estados y  $v$  la variable restringida (que podría representar la entrada de la planta, un estado interno o incluso la variable a controlar). Para especificar los límites de la variable  $v$ , el conjunto  $\Sigma(\mathbf{x}_s)$  es definido de la siguiente manera:

$$\Sigma(\mathbf{x}_s) = \{\mathbf{x}_s \mid \sigma(v) \leq 0\} \quad (3.17)$$

Se desea generar una entrada de control  $w$  que haga que el sistema permanezca dentro de  $\Sigma$ . Para esto, el termino derecho de la Ec. 3.16 debe estar orientado hacia el interior de  $\Sigma$  en todos los puntos del borde:

$$\partial\Sigma = \{\mathbf{x}_s \mid \mathbf{x}_s \wedge \sigma(v) = 0\} \quad (3.18)$$

lo que se logra si [45]:

$$w = \begin{cases} \leq w^\sigma : \mathbf{x}_s \in \partial\Sigma \wedge L_g\sigma > 0 \\ \geq w^\sigma : \mathbf{x}_s \in \partial\Sigma \wedge L_g\sigma < 0 \\ \# & : \mathbf{x}_s \in \partial\Sigma \wedge L_g\sigma = 0 \\ libre : \mathbf{x}_s \in \Sigma \setminus \partial\Sigma \end{cases} \quad (3.19)$$

con  $w^\sigma$  una magnitud escalar definida como:

$$w^\sigma = -L_f\sigma/L_g\sigma \quad (3.20)$$

El operador genérico  $L_q\zeta(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  denota la derivada direccional o derivada de Lie:

$$L_q\zeta(x) = \frac{\partial\zeta}{\partial x}q(x). \quad (3.21)$$

lo que significa la derivada de un campo escalar  $\zeta(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  en la dirección del campo vectorial  $q(x) : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$ .



sistema no se degrade innecesariamente durante la operación sin restricciones.

Finalmente, vale la pena señalar que si el sistema restringido  $S'_c$  no fuera bipropio, el SMRC siempre podría aplicarse considerando estados adicionales del sistema  $\mathbf{x}_s$  en  $\sigma$ , de modo que la condición de transversalidad (con respecto a  $w$ ) se respete. Esto se ilustra en la Fig. 3.9 con la flecha etiquetada  $x_s$  que apunta al bloque  $\sigma$ . Para más detalles ver [45].

### 3.4. Aplicación SMRC al control dinámico de un AUV

En esta sección, se desarrolla un algoritmo de control, inspirado en las ideas de SMRC, para autorregular la velocidad de referencia del AUV Ciscrea en la tarea de seguimiento, teniendo en cuenta las restricciones subyacentes de sus propulsores. Adicionalmente, se presentan las simulaciones correspondientes y su validación experimental.

#### 3.4.1. Acondicionamiento del seguimiento en el AUV Ciscrea

Aquí, la técnica SMRC no se usa exactamente como se presenta en el enfoque teórico. De hecho, se ha modificado para adaptarse mejor al problema de seguimiento. La propuesta consiste en adaptar la velocidad de la referencia del camino para el AUV Ciscrea cuando uno de los actuadores alcanza su saturación. Para esto, se parte de la premisa de que la ruta es parametrizable y continua, lo que significa que es posible expresar la referencia de camino  $\eta_{ref}$  y su primer derivado como:

$$\eta_{ref} = f(\lambda) \quad \dot{\eta}_{ref} = \frac{\partial f}{\partial \lambda} \dot{\lambda} \quad (3.25)$$

donde  $\lambda$  es la parametrización, y  $\dot{\lambda}$  puede considerarse como la velocidad de la referencia de camino. Teniendo esto en cuenta, es posible modificar el esquema de SMRC como se muestra en la Fig. 3.10. En este caso, solo para enfocarnos en la aplicación de la técnica solo la dirección de desplazamiento vertical se considera a partir del modelo propuesto en la sección 3.2.

Si centramos nuestra atención en la Fig. 3.10, es posible ver un bloque principal llamado “Robot” que representa el modelo del robot en la dirección vertical, donde su entrada es el comando de torque digital para los propulsores verticales  $v$  y la salida  $z$  es la profundidad del AUV. Naturalmente, la entrada al sistema se limita a sus valores máximos (debido a razones físicas o energéticas), que se contemplan con el bloque de saturación. Esta restricción se aprovecha para generar la variable  $v$  y su versión restringida  $\hat{v}$ . Como nuestro objetivo es mitigar los efectos de saturación sobre los actuadores, estas variables definen la función de conmutación SM como  $\sigma = \hat{v} - v$ .

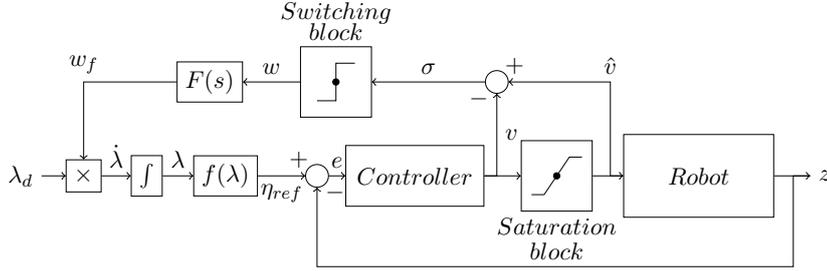


Figure 3.10: Esquema de acondicionamiento del parámetro de movimiento para mitigar efectos de restricciones.

La superficie asociada con esta función de conmutación generará una señal discontinua  $w$ :

$$w = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma = 0 \\ 0 & \text{if } \sigma \neq 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

A diferencia del SMRC tradicional,  $w$  se suaviza a través de un filtro paso bajos " $F(s)$ " para modificar el parámetro de referencia de velocidad  $\lambda_d$  en lugar de la referencia directamente, lo que resulta en un parámetro de movimiento  $\dot{\lambda}$ :

$$\dot{\lambda} = \lambda_d w_f \quad (3.27)$$

Una vez que se genera la referencia  $\eta_{ref}$  a través del bloque de integración y el bloque de generación de camino " $f(\lambda)$ ", se compara con la posición real del robot  $z$  para generar la señal de error para el bloque controlador. Este último generará la señal de control para el robot.

En pocas palabras, la operación podría resumirse de la siguiente manera: cuando los actuadores están en su región lineal, el bucle auxiliar SMRC permanece inactivo y la velocidad de referencia es definida por  $\lambda_d$ . Cuando se alcanzan los límites de saturación,  $w$  conmuta entre uno y cero tan rápido como sea necesario para disminuir la velocidad de referencia y evitar que el controlador supere esos límites. Finalmente, si la condición de saturación ha terminado, el bucle SMRC retorna a la condición inactiva.

Los siguientes parámetros deben ser considerados para el ajuste de la técnica:

- $\lambda_d$ : este parámetro es una referencia de la velocidad de referencia durante la condición inactiva del bucle auxiliar. A diferencia de estrategias más conservadoras, aquí se debe elegir lo suficientemente grande como para forzar la saturación de los actuadores, al menos una vez en el camino a seguir.
- $F(s)$ : la frecuencia de corte del filtro se debe tomar lo suficientemente alta como para permitir paradas rápidas de la referencia, pero lo

### 50 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

suficientemente baja para suavizar la señal discontinua  $w$ , para no producir un efecto de chattering en la referencia [45].

- $\sigma$  esta señal debe tener un grado relativo igual a uno con respecto a la señal discontinua  $w$ . Esta es una condición necesaria para el establecimiento de SM. En este caso, siempre que se utilice un controlador con acción derivativa esta condición está garantizada (si este no fuera el caso, se deberían considerar estados adicionales en la función de conmutación). Considerando un controlador PD clásico de la forma:

$$v = K_p e + K_d \dot{e} \quad (3.28)$$

Es posible obtener la expresión de  $\dot{\sigma}$  como:

$$\dot{\sigma} = \beta(\dot{e}, \ddot{z}, \lambda_f) - K_d \lambda_d \lambda_f \frac{\partial f(\lambda)}{\partial \lambda} w \quad (3.29)$$

En el lado derecho de esta expresión aparecen dos términos, uno dependiendo de  $w$  que garantiza la condición necesaria siempre que  $K_d$  sea diferente de cero, y otro término  $\beta$  función de la derivada del error  $\dot{e}$ , la aceleración del robot  $\ddot{z}$ , y el ancho de banda del filtro paso bajos  $\lambda_f$ . El régimen deslizante podrá establecerse siempre que el término discontinuo que contiene  $w$  pueda cambiar el signo de  $\dot{\sigma}$  (recuérdese la Ec. 3.15), esto significa que tanto  $\dot{e}$  y  $\ddot{z}$  deben estar acotados, lo que siempre es cierto en la práctica. En el capítulo 6, se abordarán técnicas numéricas para obtener regiones donde se garantice el cumplimiento de estas condiciones.

Vale la pena mencionar que en este enfoque, a diferencia de los desarrollos tradicionales de SM, las señales de conmutación están restringidas a la implementación digital de un bucle auxiliar. Como consecuencia, la propuesta se puede agregar a cualquier controlador preexistente, y la señal de comando de los actuadores no es de conmutación, evitando así uno de los principales inconvenientes de los diseños tradicionales de SM: el fenómeno de chattering.

#### 3.4.2. Simulaciones

El objetivo de las simulaciones es comparar el rendimiento alcanzado por la metodología propuesta con una acción clásica PD pre-diseñada, considerada como un controlador base. Las simulaciones se realizan solo para la dirección de movimiento vertical del Ciscrea, pero se pueden aplicar a cualquier otro eje de movimiento. Primero se realiza una simulación con un controlador PD con velocidad de referencia constante para el seguimiento de camino y luego se compara con la simulación lograda con el mismo

controlador cuando se agrega la técnica de velocidad variable en modo cuasi-deslizante explicada en la sección anterior.

Es importante enfatizar para la claridad de la explicación, que se elige un camino sinusoidal en la dirección vertical (Ec. 3.30), por lo tanto esta referencia no tiene un perfil de velocidad que cumplir como en el caso de una trayectoria (consulte la subsección 2.4.1).

$$z_{ref} = -0,65 \cos(\lambda) + 1,3 \quad (3.30)$$

Suponiendo que la sintonización del controlador PD incorporado en el robot no se puede modificar, la velocidad de referencia  $\dot{\lambda}$  se cambia como parámetro de sintonización. Este valor se elige tal que los actuadores están en el borde de la saturación, como se puede ver en la Fig. 3.11. En esta figura, el comando de torque digital se representa para ambos casos, el enfoque tradicional solo con el control PD (pd) y la propuesta (sm), junto con las restricciones de torque.

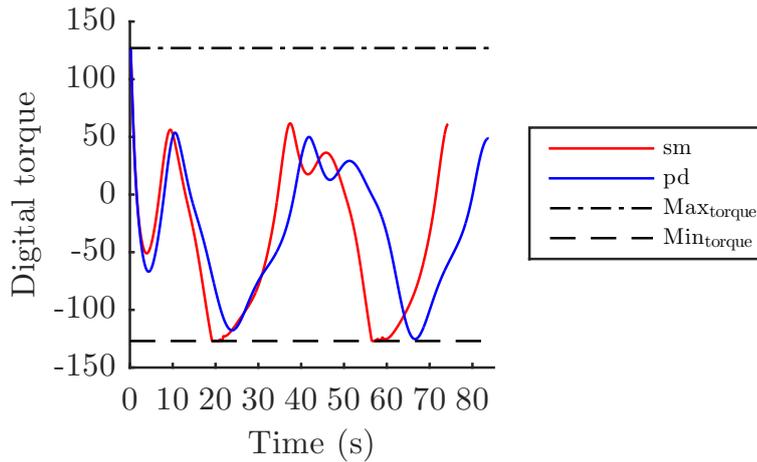


Figura 3.11: Comparación del comando de torque producido por ambas técnicas.

En contraste, para propósitos comparativos durante la sintonización del SMRC,  $\lambda_d$  se elige para que tenga un error de posición acotado similar al de la implementación del controlador PD clásico, vea la Fig. 3.12.

Se ejecutaron un conjunto de simulaciones y los resultados se dan en las figuras 3.11 a 3.14. Los siguientes párrafos describen los resultados y muestran cómo el enfoque del acondicionamiento del parámetro de movimiento en aplicaciones de seguimiento mejora el rendimiento del control.

La Fig. 3.13 muestra la evolución en el tiempo de la profundidad (depth) con ( $z_{sm}$ ) y sin ( $z_{pd}$ ) el SMRC, junto con sus referencias de camino correspondientes ( $z_{ref_{sm}}$  y  $z_{ref_{pd}}$ , respectivamente). Es posible apreciar que la

### 52 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

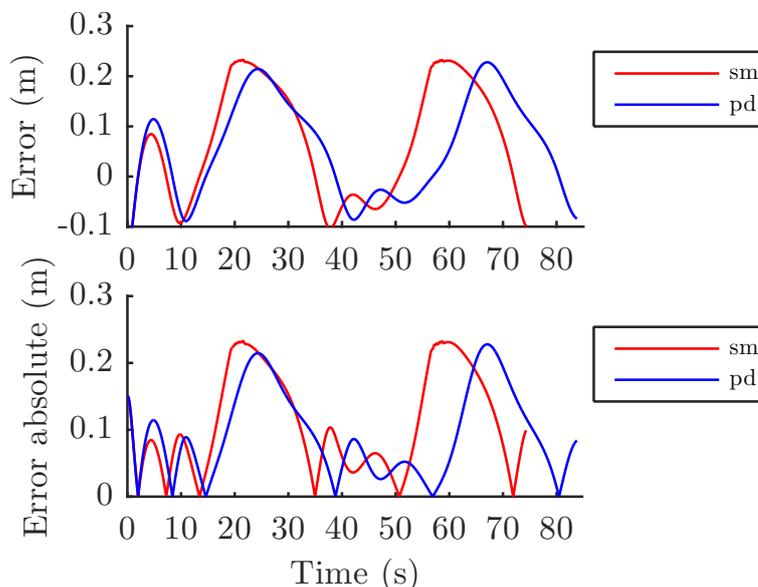


Figura 3.12: Comparación del error en simulación.

evolución temporal de la referencia no es la misma para ambas técnicas, pero espacialmente es la misma. En realidad, tenemos una referencia de velocidad fija para el control PD, y una referencia con velocidad variable debido al lazo de SMRC. El acondicionamiento del movimiento permite acelerar la referencia siempre que no exista saturación sobre el actuador, y cuando llega la condición de saturación, se ralentiza (ver tiempos 19 s a 22 s y 56 s a 59 s). De esta forma, la propuesta explota mejor el rango de operación de los actuadores. Además, para las mismas tolerancias de error, el algoritmo de mitigación de restricciones permite completar el camino 10.5 segundos más rápido, lo que representa una mejora de 12.8 % en el tiempo de recorrido. De manera similar, se podría mejorar el error de seguimiento si se impondría el mismo tiempo de camino para ambos casos.

La Fig. 3.14, muestra las señales restantes del bucle SMRC. Entre los 0 segundos y 19 segundos, no se produce ningún fenómeno de saturación, por lo que el algoritmo de mitigación SMRC se desactiva y la velocidad de la ruta es fijada por  $\lambda_d$ . Desde el tiempo 19 a 22s, el robot ingresa en una sección de camino más cerrado donde no se puede seguir la velocidad impuesta por  $\lambda_d$ . Luego, el SMRC realiza un cambio de  $w$  para ralentizar la referencia de modo que el controlador no exceda los límites de saturación. Esto se puede verificar en la Fig. 3.13 donde se puede ver un *golpe* en la referencia de SMRC. Además, se debe notar en la Fig. 3.11 que la velocidad de referencia de camino generada por el bucle SMRC es la máxima que evita superar los límites de saturación. Finalmente, el SMRC vuelve a estar inactivo hasta el tiempo 56s, cuando ocurre una adaptación de velocidad similar. El ajuste de

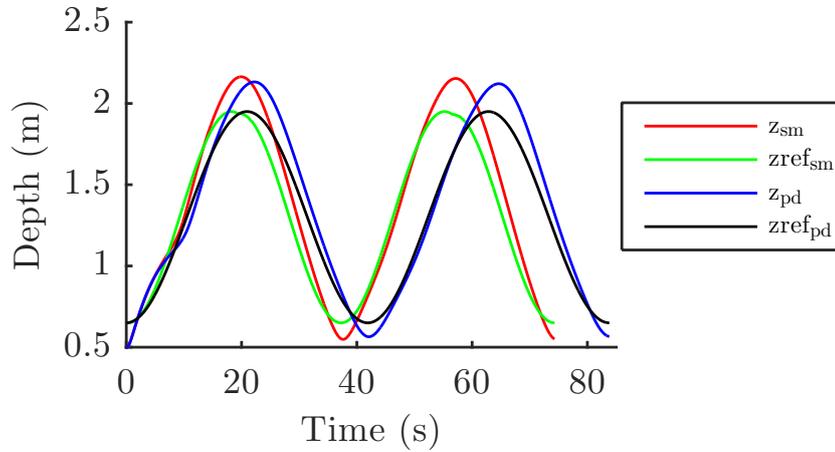


Figura 3.13: Señal de referencia de profundidad (depth) y medición de profundidad para controlador PD y técnica de adaptación de movimiento.

los parámetros involucrados en estas simulaciones se listan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5: Parámetros de simulación correspondientes a figuras 3.11 a 3.14

Parámetro	Valor
Velocidad de referencia técnica PD	$\dot{\lambda} = \lambda_d = 0,15$
Máxima velocidad de referencia técnica SMRC	$\lambda_d = 0,175$
Frecuencia de corte del filtro pasa bajos	$f_c = 2 \text{ Hz}$
Tiempo de muestreo	$\Delta_t = 0,1 \text{ s}$
Controlador	$K_p = 541,43$ y $K_d = 250$

De los resultados de las simulaciones, se observa una mejora en el tiempo de recorrido con el SMRC. Este resultado puede enmascarar la principal ventaja del método propuesto. Para evitar esto, la Tabla 3.6 se ha confeccionado a fin de resaltar sus beneficios. Esta tabla compara los tiempos de recorrido y los errores involucrados en las simulaciones. Las dos primeras columnas (PD&SMRC, PD) muestran los resultados de las simulaciones explicadas anteriormente. De nuevo, de la Fig. 3.13 se observa que las dos referencias “en el tiempo” no son las mismas, ya que la velocidad de referencia en el caso PD es constante y lo más rápida posible tal que cumple con evitar la operación de bucle abierto debido a la saturación del actuador. Esto podría conducir a pensar: qué sucedería si se elige una velocidad de referencia que acelerara el controlador fijo PD. Esto se realiza en la simulación que resulta en los datos de la tercera columna en la tabla (PD  $\lambda_{dt}$ ), donde es posible

54 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

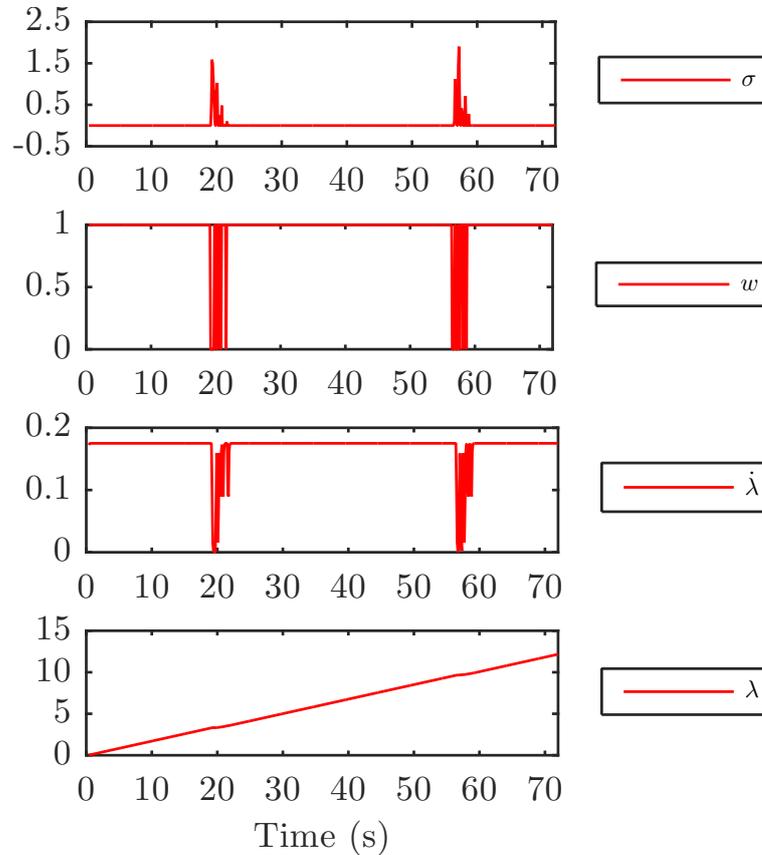


Figura 3.14: Señales auxiliares de bucle SMRC - simulación

apreciar que en estas condiciones se encuentra un error mayor aparte de la operación de lazo abierto (tiempo durante el cual la salida del controlador excede el límite del actuador).

El siguiente paso en esta lógica de razonamiento sería aumentar la agresividad de nuestro controlador principal. La simulación para un incremento del 20 % en los coeficientes del PD resulta en los datos mostrados en la columna PD+ $\lambda_{dt}$ . Podemos notar el mismo error que en el PD original con el SMRC, pero con un funcionamiento en lazo abierto relativamente largo debido a la saturación de los actuadores.

En la última simulación, para obtener el mismo grado de error que la técnica propuesta, fue necesario volver a sintonizar el controlador principal y por tanto reajustar la velocidad de la referencia. Esta es una ventaja adicional del SMRC, al adaptar la velocidad de la referencia para un controlador dado la mejora de rendimiento dada por el re-ajuste se logra automáticamente.

Tabla 3.6: Comparación de simulaciones

	PD&SMRC	PD	PD $\lambda_{dt}$	PD+ $\lambda_{dt}$
Tiempo de recorrido [s]	74.3	84.8	74.3	74.3
Máximo error absoluto [m]	0.23	0.23	0.30	0.24
RMSE [m]	0.12	0.11	0.15	0.12
Porcentaje de tiempo en lazo abierto debido a saturaciones	0 %	0 %	11.64 %	9.65 %

### 3.4.3. Experimentos

Para completar el análisis del algoritmo de control propuesto, se han realizado experimentos con el AUV Ciscra en el entorno controlado de una piscina, en esta sección se presentan los resultados de las pruebas experimentales.

Aquí se obtienen resultados similares a las simulaciones previas, con ligeras diferencias debido a la dinámica real del robot. El ajuste de los parámetros involucrados se lista en la Tabla 3.7. Es significativo notar la diferencia en la frecuencia de corte y el parámetro  $\lambda_d$  con respecto al caso de simulación. Esto es principalmente para compensar la incertidumbre y el ruido presentes en el robot real, lo que puede afectar la condición de existencia de los SM (ver Ec. 3.29). La configuración experimental utilizada en la ENSTA Bretagne para realizar estos experimentos se muestra en la Fig. 3.15.

Tabla 3.7: Parámetros experimentales

Parámetros	Valores
Velocidad de referencia para técnica PD	$\dot{\lambda} = \lambda_d = 0,15$
Máxima velocidad de referencia para técnica SMRC	$\lambda_d = 0,2$
Filtro pasa bajos (frecuencia de corte)	$f_c = 0,24$ Hz
Tiempo de muestreo	$\Delta_t = 0,1$ s
Controlador	$K_p = 541,43$ y $K_d = 250$

Las figuras 3.16, 3.17, 3.19, y 3.18 muestran resultados similares a los de la sección anterior (se usan los mismos colores para las correspondientes señales experimentales). La principal diferencia que se puede observar, en este caso, es que el régimen de deslizamiento es más largo que en la simulación, ya que ahora se establece entre los tiempos 20 s a 35 s y de 58 s a 72 s. Esto es atribuible en parte a la menor frecuencia de corte en el filtro de paso

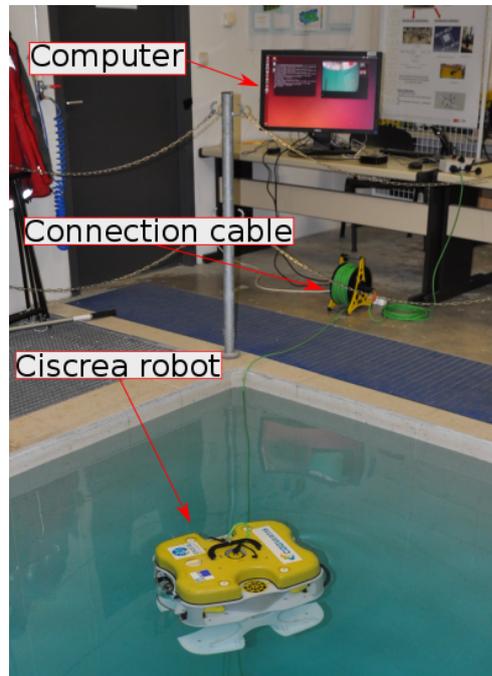


Figura 3.15: Configuración experimental del Ciscrea en la ENSTA Bretagne.

bajos y a los componentes de alta frecuencia descuidados en el modelado del robot.

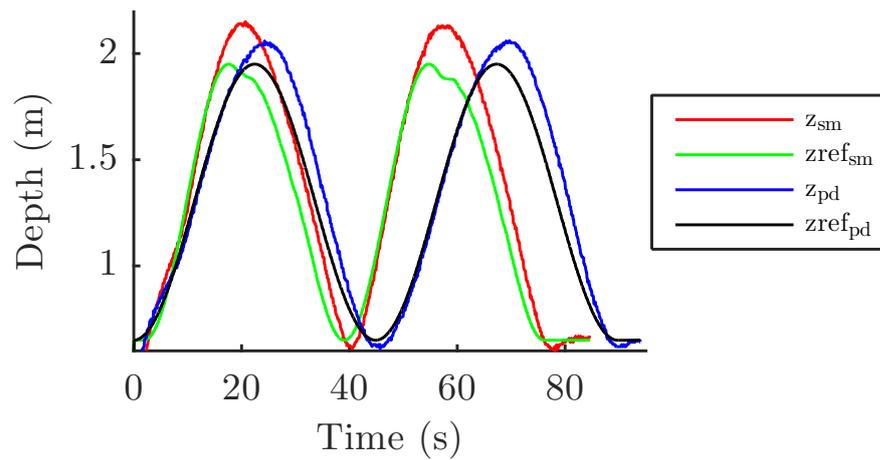


Figura 3.16: Medidas de profundidad con (rojo) y sin (azul) algoritmo SMRC, junto a sus referencias de camino.

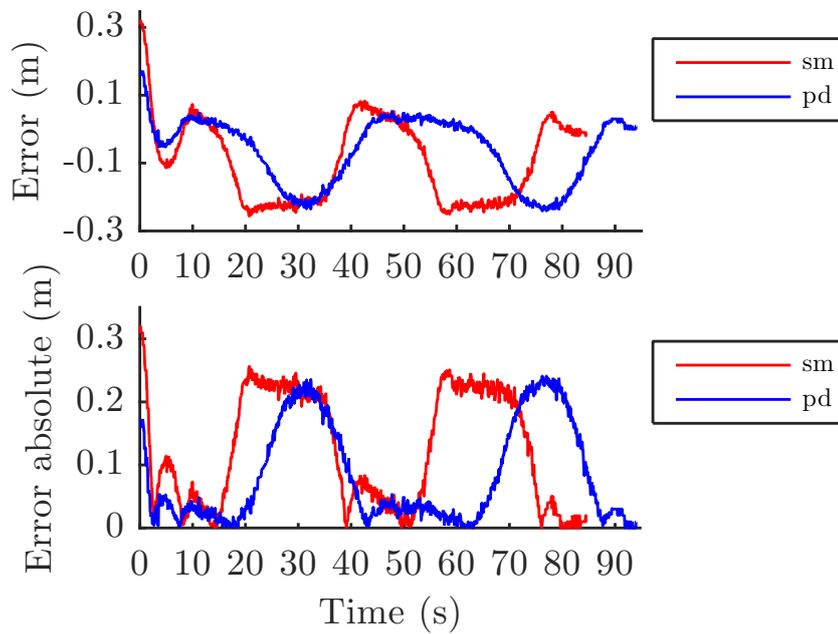


Figura 3.17: Comparación de error experimental

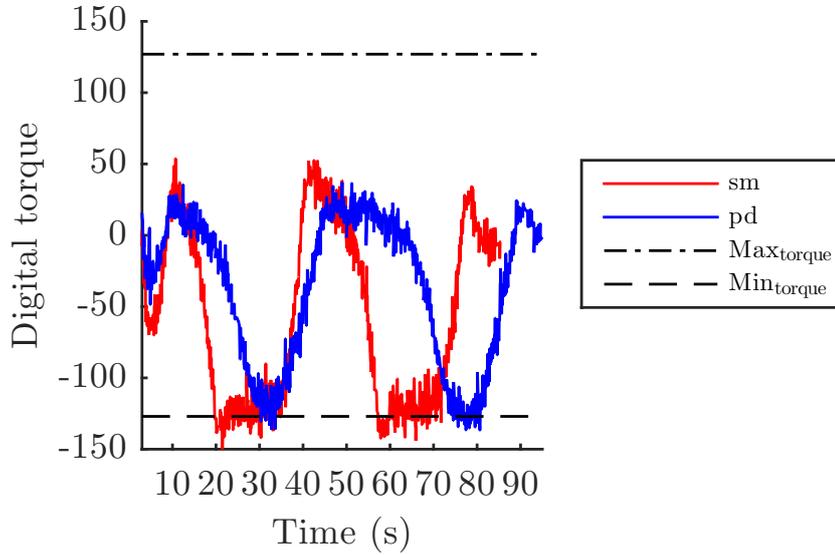


Figura 3.18: Comparación experimental de señales de torque

Los resultados experimentales muestran que la técnica SMRC cumple con las restricciones de torque (Fig. 3.18) mitigando sus efectos en el rendimiento del lazo cerrado. De hecho, dada la misma tolerancia de error (Fig. 3.17),

el camino se completa efectivamente en un tiempo más corto cuando la adaptación de referencia de camino SMRC se agrega al controlador original (Fig. 3.16).

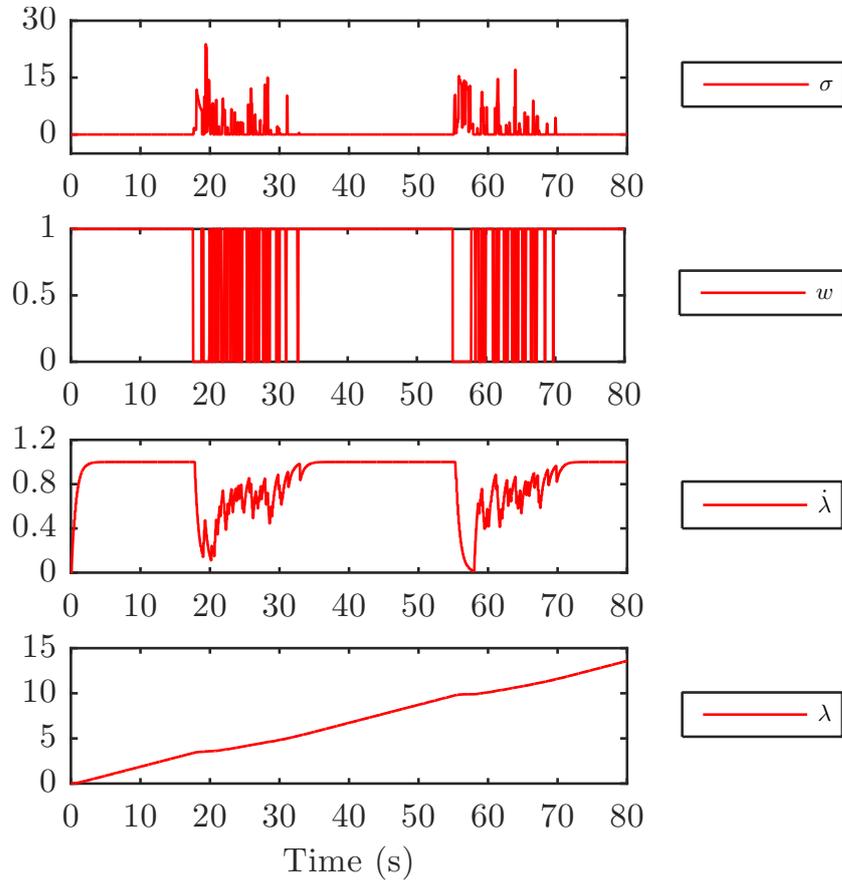


Figura 3.19: Señales del lazo SMRC experimentales

### 3.5. Conclusiones

En este capítulo, se ha presentado una propuesta para mitigar el problema de las restricciones de entrada en aplicaciones de seguimiento de caminos. La técnica propuesta es simple de implementar en tiempo real y, al mismo tiempo, presenta características de robustez heredadas de su operación en SM.

Cuando el sistema cae en una situación de saturación en la entrada, la técnica propuesta a través de la implementación de un bucle auxiliar, obliga al sistema a permanecer en el límite de la región de saturación. Para hacer esto, la técnica modifica la referencia, supuesta generada por un nivel de

control superior, para que sea compatible con las restricciones de entrada.

Como caso de estudio, se analizaron las restricciones de entrada sobre un AUV en una aplicación de seguimiento de caminos. Tanto a partir de la simulación como de la validación experimental, es posible concluir que el acondicionamiento de la referencia de camino aplicado al control dinámico de la AUV mitiga efectivamente el efecto de saturación del actuador en la tarea de seguimiento, logrando una mejora en el tiempo total empleado en recorrer el camino.

Aunque el capítulo se ha centrado en una aplicación práctica, se debe tener en cuenta que la metodología presentada puede extenderse a cualquier sistema con restricciones de entrada, que pueden ser físicas o virtuales (por ejemplo, restricciones debidas a criterios energéticos).

El trabajo desarrollado en este capítulo ha llevado a la presentación de tres trabajos de conferencia [46] (con su publicación en IFAC-Papers-OnLine), [47], [48] y una publicación de revista [49].

### 60 3. CONTROL ROBÓTICO CON RESTRICCIONES A LA ENTRADA

## 4

# Control robótico con restricciones de salida

En el capítulo anterior se abordó el problema de las restricciones de entrada en los sistemas robóticos. Aquí, en contraste, abordaremos las restricciones en las salidas de estos sistemas y sus efectos en el rendimiento general, recuerde los problemas descritos en la sección 2.5. La limitación del espacio de trabajo para manipuladores, los obstáculos dinámicos para robots móviles o una dinámica máxima en situaciones de transporte son ejemplos de restricciones en las salidas de estos sistemas.

Cómo lidiar con estas restricciones depende en parte de la aplicación. Algunos enfoques anteriores han sido el uso de técnicas predictivas, el control a través de sistemas centralizados en el caso de enjambres robóticos, la restricción de entradas del propio sistema, etc.

Aquí se propone un bucle externo que, al detectar la condición límite, obliga al sistema a cumplir con la restricción dada. Este capítulo se centra en las aplicaciones de seguimiento de camino estricto, que son un caso particular de este tipo de sistemas restringidos.

### 4.1. Caso de interés: seguimiento de camino estricto

Además del seguimiento de camino (ver en el capítulo 3), la planificación del camino y la evitación de obstáculos se encuentran entre las tareas más frecuentes encargadas a robots. Por lo general, estas tareas se estudian de forma aislada, pasando por alto su fuerte acoplamiento. En general, durante una tarea de seguimiento de camino en un entorno dinámico no estructurado, cuando se detecta una situación de colisión, se debe volver a planear el camino reconsiderando el nuevo estado. Esta replanificación se debe hacer combinando la información global y la información local, tal como se presentó en la subsección 2.4.2. Para superar las situaciones de colisión, existen

varios métodos de evitación de obstáculos, siendo los más extendidos:

1. El método de campos potenciales (Potential Field Methods, PFM): el robot se trata como una partícula bajo la influencia de un campo de fuerza artificial donde los obstáculos ejercen fuerzas repulsivas, mientras que el objetivo aplica una atractiva, la suma de todas las fuerzas determina la dirección y la velocidad de desplazamiento. Este es el método más extendido debido a su fácil implementación en línea. Sin embargo, algunos inconvenientes de este método son las situaciones de trampa debido a los mínimos locales, el paso entre obstáculos estrechamente espaciados y las oscilaciones [23].
2. Histograma de campo vectorial (Vector Field Histogram, VFH): el método utiliza un histograma polar construido alrededor del robot, donde cada componente representa la densidad polar del obstáculo en el sector correspondiente. El conjunto de direcciones candidatas se forma con los componentes de menor densidad, con un umbral dado, y considerando el más cercano al componente que contiene la dirección del objetivo. Finalmente, a través de heurísticas se selecciona la dirección del robot. El VFH es un método formulado para trabajar con distribuciones de probabilidad de los obstáculos, y por lo tanto, está bien adaptado para trabajar con sensores inciertos, como sonares ultrasónicos. Uno de los inconvenientes es el costo computacional del método, aunque se han propuesto algunas simplificaciones [24].
3. Método velocidad de obstáculos (Velocity obstacles, VO): este método forma un conjunto de señales de control candidatas que están dentro de la velocidad máxima del vehículo. Estas señales generan trayectorias seguras considerando las velocidades de los obstáculos y pueden alcanzarse en un corto período de tiempo dada la aceleración del vehículo. De este conjunto, se selecciona una señal de control de la maximización de una función objetivo. La principal ventaja de este método es que tiene en cuenta las velocidades de los obstáculos, por lo que se adapta bien a los escenarios dinámicos [25].

Como se ha señalado anteriormente, estos métodos son los más extendidos para evitar obstáculos, pero comparten la desventaja de que deben abandonar el camino preestablecido para evitar colisiones. Existen múltiples aplicaciones en las que esta desventaja hace que su aplicación sea imposible. Tales situaciones de seguimiento estricto son aquellas que la técnica propuesta en este capítulo trata de resolver. Si bien esto parece una restricción muy fuerte, es una situación que se encuentra en varias aplicaciones como robots seguidores industriales (como los AGV) o en almacenes automatizados [7], y no es exclusiva de la robótica: otros campos comparten el interés en este problema como la optimización de operaciones ferroviarias [50] o el tren de

vias virtuales (virtual track train) recientemente presentado. El seguimiento de camino estricto ha sido menos estudiado en la literatura que el caso general en el que la ruta no es estricta. Por lo general, la forma en que se aborda este tema es a través del análisis de situaciones de colisión en operaciones de múltiples robots a velocidades constantes cuando existen en el camino puntos comunes a más de un vehículo [51]. Aquí, se propone un nuevo método computacional no costoso para el seguimiento de camino: Adaptación de la velocidad para evitación de colisión (Collision Avoidance Speed Adaption, CASA). Este impone una dinámica deseada sobre el vehículo cuando llega una situación de colisión. La idea principal es ampliar la adaptación del parámetro de movimiento de la trayectoria propuesta en el capítulo anterior para tratar las restricciones de salida. Con fines ilustrativos, el método se evalúa primero en simulación con un robot móvil diferencial y luego con el robot experimental AUV Ciscreea. En la siguiente sección se hace una definición del problema de evitación de obstáculos, luego en la sección 4.3 se presenta una explicación de la propuesta, mientras que las secciones 4.4 y 4.5 ilustran la aplicación de la propuesta a través de simulaciones.

## 4.2. Descripción del problema

Aquí se define el problema general de navegación de un vehículo a través de un camino dado evitando potenciales colisiones. Se supone que existe un entorno dinámico que es desconocido para el robot y donde se define una ruta pre-elaborada y parametrizable. Este entorno está conformado por objetos móviles o estacionarios, que se modelan como componentes de un subconjunto planar variable en el tiempo  $\Psi$ . Desde el punto de vista práctico, se supone que el camino pre-elaborado no contiene ninguna situación de colisión con los componentes estacionarios del entorno, en otras palabras, el camino se supone realizable.

Se define la distancia  $d(t)$  desde la posición del robot  $\mathbf{p}(t)$  al entorno  $\Psi$  como:

$$d(t) := \min_{\mathbf{r} \in \Psi} \|\mathbf{r} - \mathbf{p}(t)\| \quad (4.1)$$

donde  $\|\cdot\|$  denota la norma estándar del vector euclidiano, y  $\mathbf{r}$  es la posición del obstáculo más cercano que pertenece al subconjunto  $\Psi$ .

Como se desea seguir un camino, se define un objetivo variable de tiempo  $\eta$  que se moverá a través del camino. El objetivo es que el robot siga este objetivo a través del camino de manera segura, manteniendo una distancia  $d_{safe} > 0$  a los obstáculos en el entorno, vea la Fig. 4.1. Se enfatiza que el robot no debe abandonar el camino como un requisito de la aplicación.

Además, se le pide al robot que siga una dinámica prescrita cuando se esté acercando a un obstáculo, y que se detenga (o incluso vuelva sobre el camino) en caso de que no se pueda cumplir la restricción  $d_{safe}$ .

En la siguiente sección se presenta el método propuesto para resolver el problema.

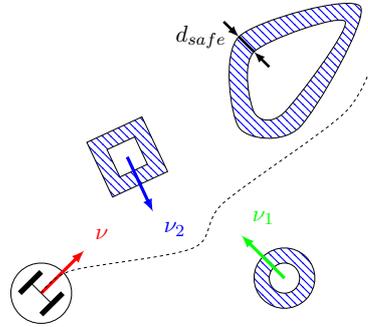


Figure 4.1: Entorno de trabajo con el subconjunto obstáculo  $\Psi$  y su versión expandida  $\hat{\Psi}$  considerando la distancia de seguridad  $d_{safe}$

### 4.3. Collision Avoidance Speed Adaption (CASA)

La problemática presentada se aborda aquí con un bucle auxiliar que modifica la velocidad de referencia del robot cuando se detectan posibles colisiones. El esquema en la Fig. 4.2 muestra el diagrama de bloques de la propuesta, que se denomina Collision Avoidance Speed Adaption (CASA). Se asume que el control del robot, como podría ser un control PID tradicional, se implementa dentro del bloque denominado “Robot + Robot Control”. También se considera que tiene lugar una acción derivativa feedforward de primer orden, comúnmente utilizada para el seguimiento de referencias en aplicaciones robóticas [52]. Además, se supone que el camino es parametrizable y generado previamente por un nivel de control superior. El parámetro  $\lambda$  comanda la velocidad de avance desde el generador de camino representado por el bloque “ $f(\lambda)$ ”. Vale la pena mencionar que el enfoque propuesto también se puede aplicar a aquellos problemas en los que se genera el camino “en línea” a medida que el robot se mueve, por ejemplo, en robots seguidores de línea. La clave del método CASA es diseñar una superficie

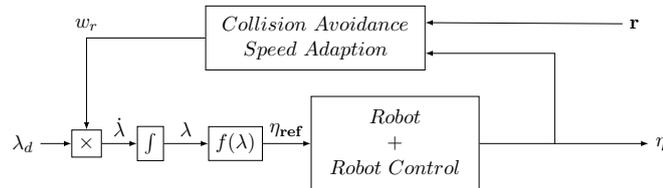


Figure 4.2: Bucle auxiliar propuesto como técnica de evitación de obstáculos, basado en SM

deslizante asociada a una ley discontinua (Ec. 4.3), que generara el parámetro de movimiento sobre el camino. Este conjunto va a definir la dinámica seguida durante la situación de colisión. Se entiende como una situación de colisión cuando la distancia y la velocidad de acercamiento entre el robot y un potencial obstáculo superan una dinámica de acercamiento máxima.

Con este fin, se propone la superficie de modo deslizante (SM)  $\sigma = 0$  con:

$$\sigma = d_{safe} - k_d d - k_{dd} \dot{d} \quad (4.2)$$

que depende de  $d$ ,  $\dot{d}$  y los parámetros de ponderación  $k_d$  y  $k_{dd}$ . Los últimos definen la dinámica de aproximación deseada a la restricción de distancia mínima  $d_{safe}$ . Para completar esta formulación, la función de conmutación asociada se define como:

$$w_r = \begin{cases} 1 & \sigma \leq 0 \\ b & \sigma > 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

donde  $b$  puede tomar los valores fijos 0 o  $-1$ . Cuando el parámetro  $b$  se establece en  $-1$ , el robot puede invertir su dirección si es necesario para evitar una colisión, mientras que cuando  $b$  se establece en 0, el robot solo puede detenerse en la ruta hasta que el riesgo de colisión desaparece.

De las Ec. 4.2 y Ec. 4.3 es posible ver que se genera una señal discontinua  $w_r$ . Esta señal se puede suavizar a través de un filtro de primer orden, si la aplicación en particular así lo requiere. Si esto se hace, se genera la señal  $w_{rf}$ , una versión suavizada de  $w_r$ . Este filtro podría ser descrito como:

$$\begin{cases} \dot{x}_f = \lambda_f x_f + w_r \\ w_{rf} = -\lambda_f x_f \end{cases} \quad (4.4)$$

Tenga en cuenta que este filtro es necesario siempre que el bloque “Robot + Robot Control” tenga un grado relativo zero entre su entrada y salida, de forma que  $\sigma$  tenga grado relativo uno con respecto a la señal discontinua  $w_r$ .

Finalmente, la velocidad de la referencia, considerando el filtro intercalado, se produce a partir de esta versión suavizada de  $w_r$ , luego de verse afectada por  $\lambda_d$  como:

$$\dot{\lambda} = \lambda_d w_{rf} \quad (4.5)$$

El parámetro de ajuste  $\lambda_d$  determinará la referencia de velocidad máxima del camino en condiciones normales, es decir, sin posibles colisiones. Esta nueva señal  $\dot{\lambda}$ , el parámetro que adapta el movimiento, se integra para generar  $\lambda$  y alimentar el bloque generador de camino.

En el funcionamiento del sistema hay dos situaciones posibles. En la primera situación, no se detecta ninguna colisión, por lo que el robot sigue

una ruta pre-elaborada mientras el bucle de adaptación de la velocidad permanece inactivo, es decir, la señal  $w_r$  es igual a “1”. Aquí la dinámica del sistema es gobernada por el control principal del robot. Cuando llega una situación de colisión, lo que significa que la dinámica de aproximación es más rápida que la deseada ( $\sigma = 0$ , con  $\sigma$  definido en la Ec. 4.2), la señal discontinua  $w_r$  cambia su valor a “ $b$ ” y luego, después de pasar por el filtro paso bajos, afecta el parámetro  $\dot{\lambda}$ , lo que ralentiza el aumento del parámetro  $\lambda$ . En realidad, durante esta condición, una rápida conmutación de la señal  $w_r$  obliga al sistema a seguir la dinámica deseada impuesta por la superficie  $\sigma = 0$  del modo deslizante (SM). Cuando la situación de colisión desaparece, el sistema vuelve a la primera situación.

Esta rápida conmutación solo es posible si  $\dot{\sigma}$  depende de  $w_r$ , es decir,  $\sigma$  tiene grado relativo uno con respecto a  $w_r$ , que es una condición necesaria para el establecimiento del SM. En consecuencia, el sistema se deslizará sobre  $\sigma = 0$  siempre que la señal discontinua  $w_r$  sea suficiente para cambiar el valor del signo de  $\dot{\sigma}$  de lado a lado de esta superficie.

La señal discontinua  $w_r$  reduce la velocidad de referencia en función de la distancia de aproximación y su derivada. En el caso de que este acercamiento sea lo suficientemente suave, el vehículo primero frenará con la dinámica deseada, luego se detendrá, y si el obstáculo continúa hacia el vehículo, comenzará a retroceder de acuerdo con la dinámica deseada impuesta por la Ec. 4.2 (solo para el caso en que  $b = -1$ ). En casos extremos, cuando el acercamiento es demasiado rápido, el bucle de adaptación de la velocidad podría no cumplir con la dinámica deseada (no se pudo establecer el SM). En estos casos, el bucle hace que el robot regrese por el camino cuando  $b = -1$ , o se detiene si  $b = 0$ .

Algunas consideraciones adicionales sobre la técnica son:

- La elección de la frecuencia de corte del filtro paso bajos ( $\lambda_f$ ). Por un lado, un ancho de banda demasiado bajo conduce a una reacción lenta del sistema frente a un obstáculo repentino, y por otro lado, un gran ancho de banda dará como resultado que el robot no se recorra suavemente el camino. El valor óptimo depende de las velocidades esperadas de los móviles involucrados y la tasa de adquisición de las medidas de distancia.
- La elección de  $k_d$  y  $k_{dd}$  está restringida a la dinámica deseada. Durante el SM, el comportamiento dinámico tiene una forma exponencial con una constante de tiempo  $\tau = k_{dd}/k_d$ , que debe ser realizable para el robot. Además, el parámetro  $k_{dd}$  debe ser diferente de cero para cumplir la condición necesaria de establecimiento del SM.
- Cabe destacar que todos las conmutaciones de alta frecuencia en la propuesta están restringidos a la implementación digital del bucle auxiliar.

- El punto crítico en la aplicación es el tiempo de muestreo en las mediciones de distancia. Estas medidas, a través de un estimador de  $\dot{d}$ , y la dinámica máxima del robot definirán la velocidad máxima de los obstáculos con los que el robot puede mantener la dinámica deseada, y en el caso extremo, evitarlos.

En la sección siguiente, esta técnica se prueba en diferentes situaciones donde es posible obtener una idea general de sus comportamientos y las posibles aplicaciones que cubre.

#### 4.4. Aplicación a un robot móvil diferencial

En esta sección se presentan varias simulaciones para mostrar la potencialidad de la propuesta. La implementación de las simulaciones se ha realizado a través del entorno Matlab y el simulador V-REP [53]. Este último ofrece no solo simulaciones gráficas realistas, sino también la capacidad de considerar las propiedades dinámicas reales de los robots. Se emplea el robot Pioneer P3-DX, que está disponible en la biblioteca del programa y es un modelo validado.



Figura 4.3: Robot móvil Pioneer P3-DX

##### 4.4.1. Descripción del robot y controlador principal.

El robot móvil P3-DX de Pioneer (Fig. 4.3) es un robot diferencial, que se puede modelar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \nu \cos \theta \\ \dot{y} &= \nu \sin \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned} \tag{4.6}$$

Aquí  $\mathbf{p}(t) = [x(t), y(t), \theta(t)]^\top$  es el vector de coordenadas cartesianas del vehículo y  $\theta(t)$ , es su ángulo de orientación. El ángulo  $\theta(t) \in (-\pi, \pi]$  se mide en el sentido contrario a las agujas del reloj desde el eje  $x$ , vea la Fig. 4.4.  $\nu$  y

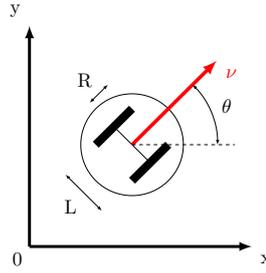


Figure 4.4: Marco de referencia

$\omega$  son las velocidades lineales y angulares respectivamente, ambas variables acotadas.

Para este modelo, las variables de control son  $\omega$  y  $\nu$ , sin embargo, en la aplicación real sobre el robot es más frecuente controlar las velocidades angulares de sus ruedas  $w_{right}$  y  $w_{left}$ . La relación entre  $\omega$  y  $\nu$  a  $w_{right}$  y  $w_{left}$  podría escribirse como en las Ec. 4.7 y Ec. 4.8.

$$w_{right} = \frac{L\omega + 2\nu}{2R^2} \tag{4.7}$$

$$w_{left} = \frac{2\nu - L\omega}{2R^2} \tag{4.8}$$

Donde  $R$  es el radio de las ruedas y  $L$  la distancia entre las dos ruedas accionadas, ver Fig. 4.4.

Este modelo está restringido a la restricción cinemática dada por Ec. 4.9.

$$-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta = 0 \tag{4.9}$$

El control principal propuesto está conformado por dos acciones proporcionales independientes para las señales de comando  $\nu$  y  $\omega$ , y una acción feedforward correspondiente. La Fig. 4.5 muestra la configuración propuesta donde  $\eta = [x_r, y_r, \theta_r]^T$  es la referencia de camino,  $\mathbf{e} = [x_r - x, y_r - y, \theta_r - \theta]^T = [e_x, e_y, e_\theta]^T$  es el vector de error, y  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_c + \mathbf{u}_f = [\nu, \omega]^T$  es la señal de control.

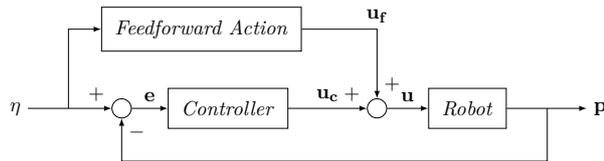


Figure 4.5: Control principal para el seguimiento de camino.

La ecuación que gobierna el control está dada por:

$$\mathbf{u}_c = \begin{bmatrix} k_{p\nu} \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \\ k_{p\omega} \operatorname{atan2}(\sin(e_a), \cos(e_a)) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$\text{con } e_a = \operatorname{atan2}(e_x, e_y) - \theta$$

y la acción feedforward correspondiente por:

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} k_{f\nu} \sqrt{\dot{e}_x^2 + \dot{e}_y^2} \\ k_{f\omega} \dot{\theta}_r \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$k_{p\nu}$ ,  $k_{p\omega}$ ,  $k_{f\nu}$  y  $k_{f\omega}$  son los parámetros de ajuste del conjunto de control. Tenga en cuenta que la función  $\operatorname{atan2}(x, y)$  es la función tangente donde su resultado es el ángulo en radianes entre el eje x positivo de un plano y un punto dado por las coordenadas (x,y) en él. No se proporcionarán más detalles sobre el controlador, el lector interesado puede consultar [4] donde se pueden encontrar más detalles sobre el control y el modelo.

Observe también que de las Ec. 4.2-4.11, es posible verificar que el grado relativo de  $\sigma$  con respecto a  $w_r$  es igual a uno. De esta manera se da la condición necesaria para SM.

#### 4.4.2. Resultados de simulación

A continuación, se muestran algunos resultados de simulación cuando el parámetro  $b$  se establece en  $b = 0$ , es decir, se permite que el robot se detenga en el camino cuando ocurre una situación de colisión, pero no puede revertir su movimiento.

##### Obstáculo fijo

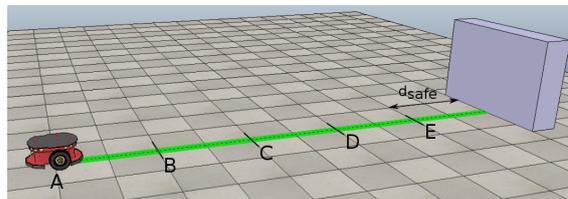


Figura 4.6: Simulación con obstáculo fijo

El primer escenario muestra al robot siguiendo un camino recto que lo conduce a la colisión con un obstáculo fijo, ver Fig. 4.6. Al comienzo de la simulación, nuestro robot está demasiado lejos del obstáculo, por lo que el lazo de adaptación de la velocidad permanece inactivo y el controlador

principal gobierna el sistema. A medida que el robot avanza en el camino, la distancia al obstáculo disminuye. En el momento en que la distancia y su derivada rompen la dinámica de acercamiento máxima deseada, se establece el SM. Las señales del bucle auxiliar a lo largo del tiempo se pueden ver en la Fig. 4.7.

Es posible observar que en el tiempo 18 [s] se inicia el SM y, en consecuencia, el parámetro  $\lambda$  ralentiza su aumento. Una vez que el bucle auxiliar está activo, obliga al sistema a seguir la dinámica deseada que ralentiza la velocidad del robot para detener al robot justo en el borde de la región de seguridad, donde  $d = d_{safe}$ . Para esta simulación, los parámetros de ajuste fueron  $d_{safe} = 1$ ,  $k_d = 1$ ,  $k_{dd} = 1$ , tiempo de muestreo  $T_s = 10[ms]$ , frecuencia de corte del filtro paso bajos  $f_c = 0,4[Hz]$ , y  $\lambda_d = 0,2$ .

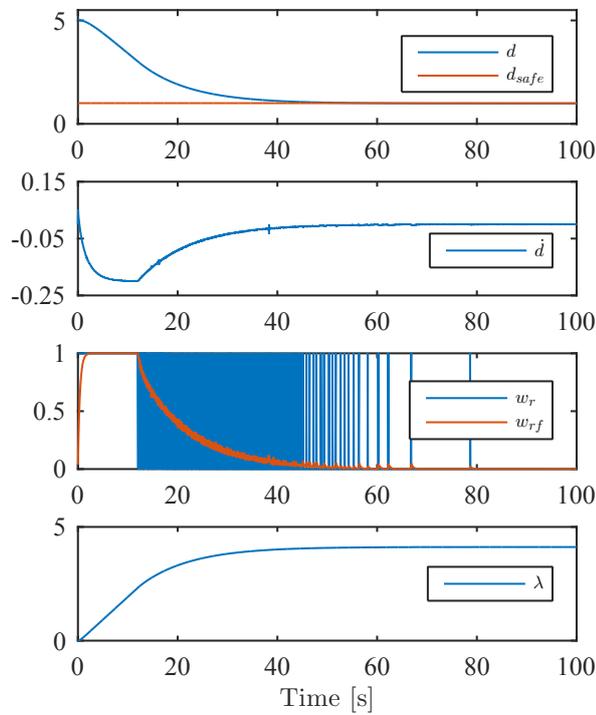


Figura 4.7: Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación de obstáculo fijo

Resulta interesante observar el plano  $d$  vs.  $\dot{d}$  en la Fig. 4.8, esta muestra cómo evoluciona el sistema para diferentes puntos de ajuste de la velocidad de recorrido. Prestando atención a la “línea azul”. Primero, el robot comienza desde una condición de reposo en el punto “A” y evoluciona con la dinámica del controlador principal. Cuando el robot alcanza la dinámica de aproximación deseada, en el punto “C”, el bucle de adaptación de la velocidad se activa y obliga al sistema a seguir la superficie deslizante, que está representada por la línea que cruza los puntos “E-C”. El sistema continúa

con la dinámica deseada hasta el punto “E” que representa el límite de la distancia permitida con la velocidad de aproximación igual a cero.

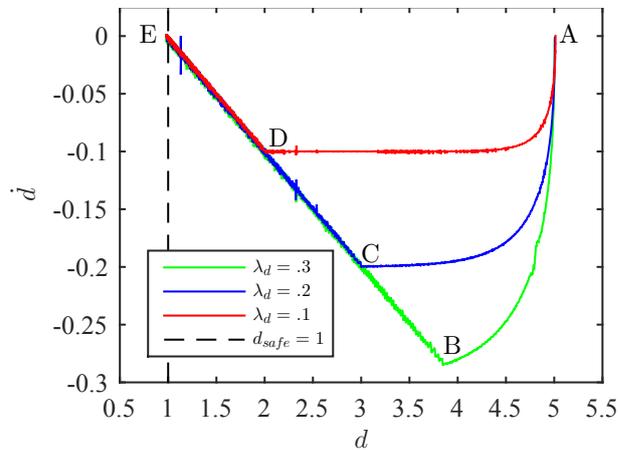


Figura 4.8: Diferentes velocidades en acercamiento a obstáculo

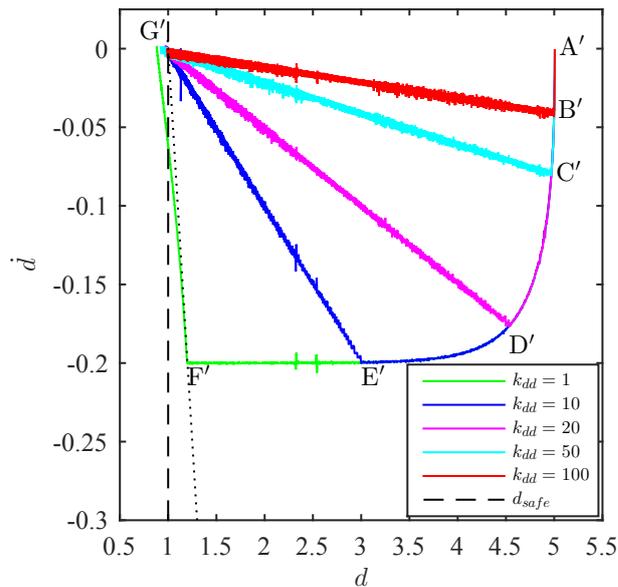


Figura 4.9: Respuesta del algoritmo con distintas dinámicas impuestas

Para mostrar la fuerza de la propuesta también en la Fig. 4.8 es posible ver otras dos simulaciones donde la velocidad de aproximación es diferente, en un caso más lenta que la anterior con  $\lambda_d = 0,1$  y en el otro caso más rápida con  $\lambda_d = 0,3$ . Ambos casos muestran el mismo comportamiento. Tenga en cuenta que cuanto mayor sea la velocidad, mayor será la distancia al obstáculo a la que el lazo adaptativo comienza a actuar, vea la Fig. 4.6.

Una de las características distintivas de la propuesta es la posibilidad de imponer diferentes dinámicas deseadas. La Fig. 4.9 muestra la misma simulación pero con diferentes dinámicas impuestas a través del cambio del parámetro  $k_{dd}$ . En esta figura también es posible observar un límite de la técnica: en el caso de la curva verde, la dinámica de aproximación exigida (línea de puntos) es demasiado rápida para el sistema, por lo que el lazo auxiliar funciona como un freno de emergencia, la dinámica de parada es la más rápida que puede seguir el robot. Naturalmente, esta situación puede evitarse siempre que  $k_{dd}$  se elija adecuadamente de acuerdo con las características de la dinámica del robot y las velocidades de obstáculos esperadas.

### Obstáculos Móviles

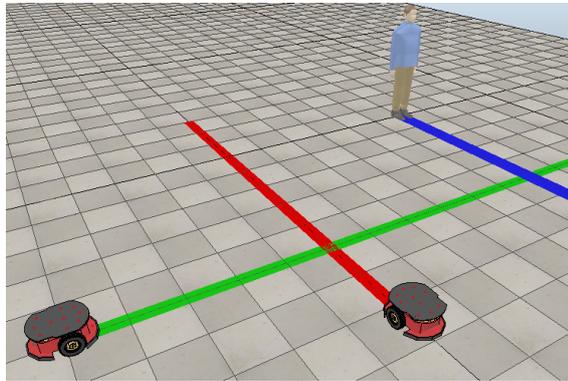


Figura 4.10: Situación de obstáculos móviles

En esta situación, nos concentramos en la respuesta del sistema cuando existen obstáculos en movimiento en el ambiente de trabajo. En la Fig. 4.10 se presenta la configuración de la simulación. Aquí tenemos un robot principal con la implementación de la técnica propuesta que debe seguir un camino recto (verde). También tenemos dos obstáculos móviles que siguen caminos perpendiculares al primero. Uno de los obstáculos es otro robot Pioneer con un controlador clásico de seguimiento de caminos, que debe seguir el camino rojo. El otro obstáculo es un ser humano que recorre el camino azul, este último se mueve más rápido que el robot.

La Fig. 4.11 muestra las señales del bucle de adaptación de velocidad. Es posible ver que el robot principal comienza su movimiento siguiendo el camino de acuerdo con la dinámica del controlador principal. Pero pronto, en el tiempo 2 [s], la velocidad de aproximación y la distancia al primer obstáculo disparan el bucle auxiliar, lo que reduce la velocidad del robot principal, dando tiempo al primer obstáculo para cruzar el camino. Una vez que el obstáculo comienza a aumentar su distancia, el bucle auxiliar, aún

activo, permite que el robot principal acelere siempre siguiendo la dinámica deseada hasta el momento en que el bucle del algoritmo CASA vuelva a pasar al estado inactivo ( $w_{rf} = 1$ ,  $\dot{\lambda} = \lambda_d$ ).

Luego, el robot principal se enfrenta a otra situación de colisión en el tiempo 18 [s], en este caso es el humano que se aproxima mucho más rápido que el obstáculo anterior, por lo que el lazo de adaptación de la velocidad no tiene tiempo para establecer un SM. En consecuencia, actúa como un freno de emergencia que detiene al robot y le permite al humano cruzar el camino hasta el tiempo 20 [s] cuando el humano se aleja de la posición del robot. En esta última condición, se establece un SM cuando el robot comienza a moverse nuevamente, y finalmente se alcanza la condición inactiva del bucle. El objetivo principal de esta simulación es observar el comportamiento frente a dos obstáculos que se mueven a diferentes velocidades.

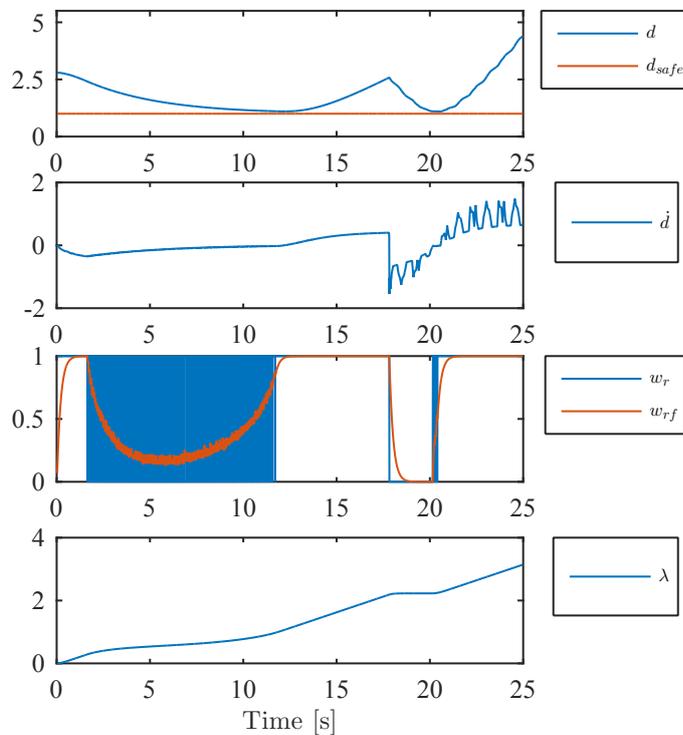


Figura 4.11: Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación de obstáculos móviles

### Situación de corredor

En este caso, el objetivo de la simulación es probar la capacidad de la técnica propuesta para adaptar la velocidad del robot a la de cualquier otro vehículo que deba compartir el camino a seguir. La configuración de la simulación se puede apreciar en la Fig. 4.12. Aquí tenemos dos vehículos, el

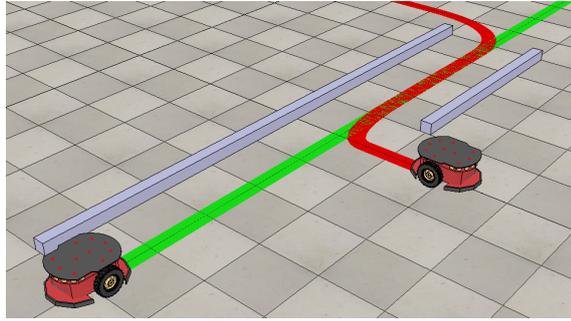


Figura 4.12: Situación de corredor

robot principal que tiene implementada la técnica propuesta y debe seguir la ruta verde, y otro robot (desde aquí llamado obstáculo) con un control tradicional de seguimiento, que debe seguir el camino rojo. Ambos robots comparten una sección del camino, que podría ser un corredor en una situación real. Se añade a la descripción anterior, que el robot principal puede moverse más rápido que el obstáculo, pero es el segundo el que llega primero al corredor.

En la Fig. 4.13 se pueden observar las señales del bucle de adaptación de velocidad. Aquí, al principio, el robot comienza a reducir su velocidad debido a la proximidad al obstáculo (tiempo 1 [s]). Tan pronto como el obstáculo llega al corredor (tiempo 8 [s]), aumenta la distancia al robot, por lo que el bucle auxiliar permite aumentar la velocidad de referencia. La velocidad del robot y el obstáculo se pueden ver en la Fig. 4.13 como  $\| \mathbf{v}_r \|$  y  $\| \mathbf{v}_{ro} \|$  respectivamente. Una vez que ambos vehículos están en el corredor, es posible ver cómo el bucle auxiliar modifica la velocidad del robot para seguir el obstáculo en la condición límite  $d = d_{safe}$ . Como el obstáculo debe hacer un giro de 90 grados al final del corredor, debe reducir su velocidad, y el lazo de adaptación de la velocidad frena el robot principal (tiempo 27 [s]), luego el movimiento comienza nuevamente (tiempo 30 [s]) con la dinámica SM prescrita hasta que el algoritmo CASA se desactiva (tiempo 34 [s]).

## 4.5. Aplicación al AUV Ciscrea

En esta sección, se realiza la aplicación del algoritmo CASA (Sección 4.3) al AUV descrito en la sección 3.2. A diferencia de la sección anterior, aquí el camino de referencia se compone de tres coordenadas (desplazamiento vertical, desplazamiento lateral y giro) y el robot puede invertir su dirección de movimiento, es decir, el parámetro  $b$  es igual a  $-1$ . Además, como en este caso la aplicación no requiere movimientos suaves, se omite el filtro de primer orden de la Ec. 4.4.

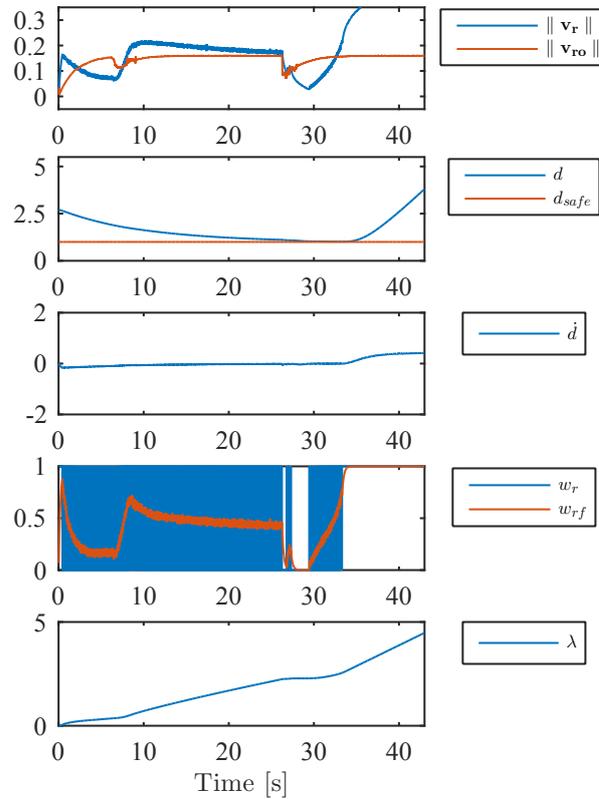


Figura 4.13: Señales del bucle de adaptación de velocidad para simulación en condición de corredor

#### 4.5.1. Descripción del AUV y control principal

El AUV Ciscrea se usa en estas simulaciones, por lo que el modelo descrito en la sección 3.2 se aplica aquí.

Para implementar un control de posición/orientación de lazo cerrado, se utiliza un enfoque simple con cuatro controladores PID independientes y sus correspondientes acciones feedforward en las direcciones Surge, Sway, Heave y Yaw (Roll y Pitch no son controlables debido a la disposición de los propulsores). Esto es posible debido al bajo acoplamiento entre las salidas del sistema. Se puede ver una representación esquemática de esta implementación en la Fig. 4.14.

Las salidas de estas acciones ( $\mathbf{u} = [u_x, u_y, u_{yaw}, u_{heave}]$ ) se ven afectadas por una etapa de asignación de control (control allocation) (ver Ec. 4.12) que asigna el valor de comando correspondiente a cada motor del AUV Ciscrea

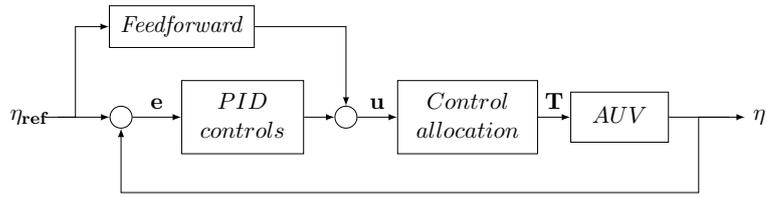


Figure 4.14: Control de posición/orientación del AUV

( $\mathbf{T} = [T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6]$ ), numerados como en la Fig. 4.15.

$$\begin{aligned}
 T_1 &= -u_y + u_x - u_{yaw} \\
 T_2 &= +u_y + u_x + u_{yaw} \\
 T_3 &= -u_y - u_x + u_{yaw} \\
 T_4 &= +u_y - u_x - u_{yaw} \\
 T_5 &= T_6 = u_{heave}
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

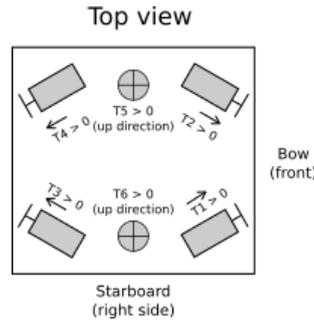


Figura 4.15: Numeración de los motores del AUV Ciscra

En la siguiente subsección, este controlador principal se complementa con el algoritmo de CASA propuesto para obtener una técnica de evitación de obstáculos.

### 4.5.2. Resultados de simulación

Una prueba del algoritmo propuesto se ejecuta aquí en el entorno de desarrollo Matlab. El objetivo de esta simulación es ver el algoritmo CASA ajustando la velocidad de movimiento del AUV en una aplicación 3D. Para mostrar estos resultados, planteamos una situación en la que el AUV debe recorrer la periferia de un área rectangular de interés, siempre con su proa apuntando hacia esta:

$$f(\lambda) = \begin{cases} x_{ref} = 0, y_{ref} = 0, \psi_{ref} = 0 & \text{si } \lambda \leq 0 \\ x_{ref} = 0, y_{ref} = 0,0667\lambda, \psi_{ref} = 0 & \text{si } 0 < \lambda \leq 60 \\ x_{ref} = 0,0667\lambda - 4, y_{ref} = 4, \psi_{ref} = -\pi/2 & \text{si } 60 < \lambda \leq 165 \\ x_{ref} = 7, y_{ref} = -0,0667\lambda + 15, \psi_{ref} = -\pi & \text{si } 165 < \lambda \leq 225 \\ x_{ref} = -0,0667\lambda + 22, y_{ref} = 0, \psi_{ref} = -(3/2)\pi & \text{si } 225 < \lambda \leq 330 \\ x_{ref} = 0, y_{ref} = 0, \psi_{ref} = -(3/2)\pi & \text{si } 330 \leq \lambda \end{cases}$$

En la Fig. 4.16 se muestra un conjunto de capturas de la simulación, donde se puede apreciar que el espacio de trabajo es compartido por el AUV Ciscrea (representado por un círculo rojo) y otros dos objetos móviles ( $O_1$ ,  $O_2$ ) (representados por círculos verdes y cian, respectivamente), que podrían ser otros AUV que trabajen en la misma área.

Para facilitar la descripción de la simulación, se explicará en cinco puntos que se indican a continuación. Se recomienda que el lector vea en paralelo las figuras 4.16 y 4.17 para una mejor comprensión. En la Fig. 4.17 es posible ver todas las señales internas involucradas en el algoritmo CASA, mientras que en cada subfigura de la Fig. 4.16 es posible ver el área de interés, los componentes del espacio de trabajo, y el camino seguido por cada robot. Además, la dirección de la proa del AUV se indica con una flecha negra cada 500 pasos de tiempo del algoritmo.

A continuación se detalla una secuencia temporal de la simulación:

- Al principio, el AUV parte de la posición (0,0), siguiendo un camino recto en la dirección  $Y_n$ . Siempre que no se produzca una situación de colisión, la velocidad de la referencia, y por lo tanto la velocidad del AUV, se determina por el parámetro  $\lambda_d$ , ya que la señal  $w_r$  es "1". Alrededor del tiempo 60 (s), vea la Fig. 4.16a, el AUV se aproxima a  $O_1$ , por lo que el algoritmo CASA se activa y se establece una conmutación rápida en la señal  $w_r$  (modo deslizante sobre la superficie  $\sigma = 0$ ) ralentizando el movimiento. Una vez que se sale de esta situación de colisión, el algoritmo CASA vuelve a su estado inactivo  $w_r = 1$  y se restablece la velocidad de movimiento.
- Un tiempo más tarde, en  $t = 120$  (s), el AUV vuelve a encontrar  $O_1$ , pero en este caso ambos avanzan en el mismo sentido ( $O_1$  se mueve más lento que el AUV, véase la Fig. 4.16b). El algoritmo CASA modifica la velocidad del AUV, para igualar la velocidad de ambos móviles manteniendo la distancia mínima  $d_{safe}$ .

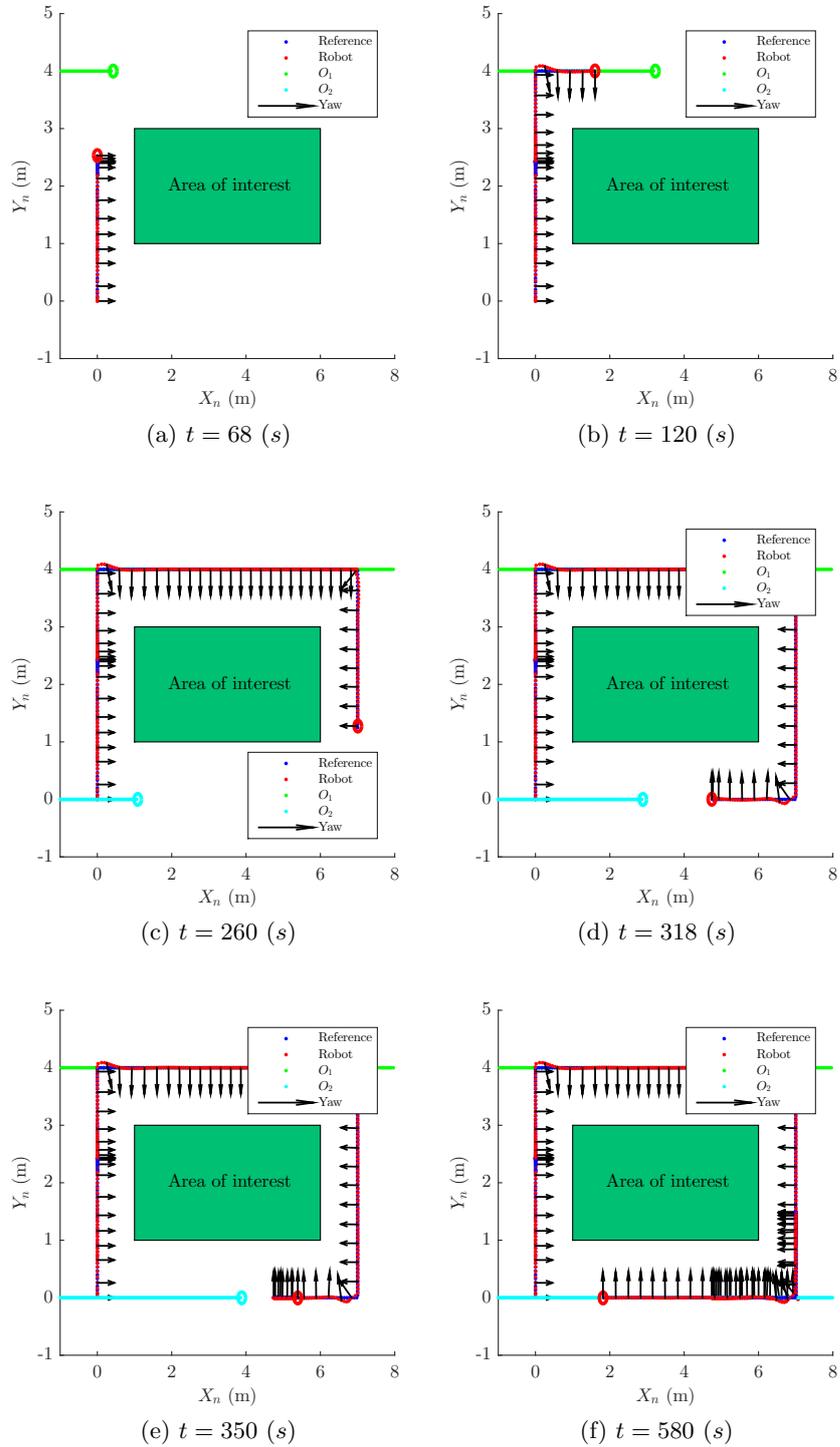


Figura 4.16: Aplicación algoritmo CASA sobre AUV

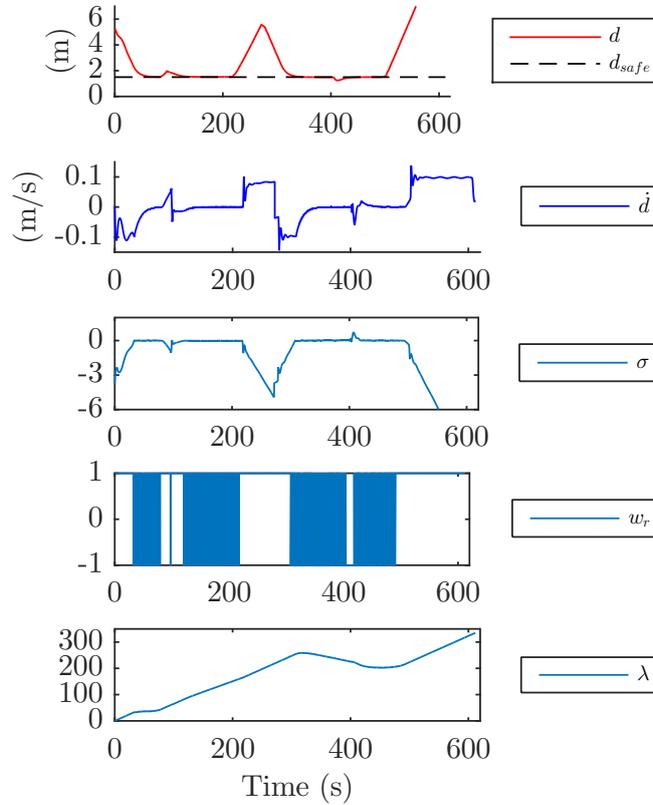


Figura 4.17: Señales del algoritmo CASA.

- Una vez que  $O_1$  se aleja lo suficiente se desactiva el algoritmo CASA, por lo que el robot avanzará a la velocidad máxima fijada por  $\lambda_d$ , véase la figura Fig. 4.16c.
- Después de la última esquina del área de interés, la AUV avanza por el camino y encuentra  $O_2$  en sentido opuesto, vea la Fig. 4.16d. En este caso, el algoritmo CASA ralentiza la referencia hasta el punto en que se viola la condición  $d \geq d_{safe}$ . Cuando esto sucede, el algoritmo CASA invierte la referencia sobre el camino realizado y, en consecuencia, el AUV regresa sobre su ruta, vea la Fig. 4.16e.
- Finalmente, después de revertir el movimiento a lo largo del camino, cuando el AUV encuentra su camino libre, el algoritmo CASA se desactiva y el AUV se mueve nuevamente en el camino con la velocidad fijada por  $\lambda_d$ , vea la Fig. 4.16f.

Resulta interesante ver la evolución de las coordenadas del robot a lo largo del tiempo. Las figuras 4.18, 4.19, y 4.20 muestran la evolución temporal de la referencia original sin el algoritmo CASA ( $x_{ref}, y_{ref}, \psi_{ref}$ ), la referencia afectada por el algoritmo CASA ( $x_{SMref}, y_{SMref}, \psi_{SMref}$ ), la posición y orientación de la AUV ( $x, y, \psi$ ), y las posiciones de los obstáculos ( $x_{o1}, y_{o1}$ ) y ( $x_{o2}, y_{o2}$ ). A partir de estas figuras, es posible ver cómo el algoritmo CASA modifica la referencia de camino solo “en el tiempo”. Esto significa que el camino original generado por “ $f(\lambda)$ ” no se modifica en el espacio sino en el tiempo en que el robot debe pasar por él.

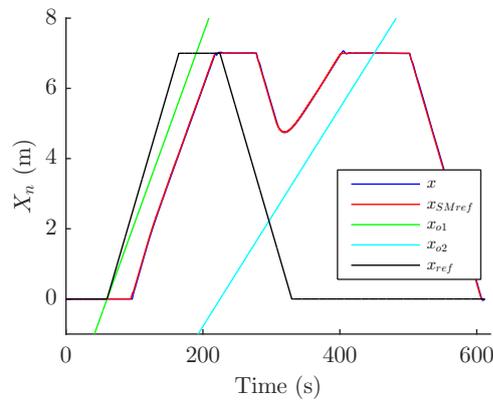


Figura 4.18: Movimiento lateral (sway) en el tiempo.

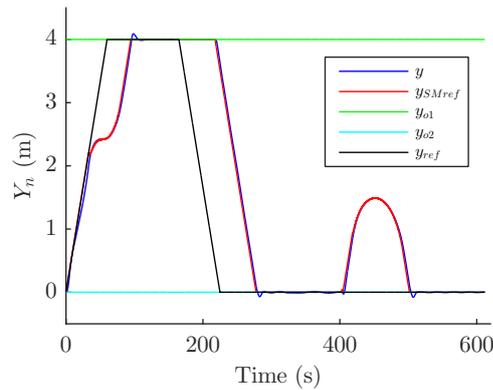


Figura 4.19: Movimiento de avance (surge) en el tiempo.

Para concluir el análisis de la situación propuesta, en la Fig. 4.21 se muestra el comando de torque de uno de los propulsores horizontales. Esta señal no satura al actuador (valor de saturación  $+/- 127$ ), aunque es apreciable su componente de alta frecuencia. Estas conmutaciones de alta frecuencia se deben a la operación del modo deslizante en el algoritmo CASA. En una

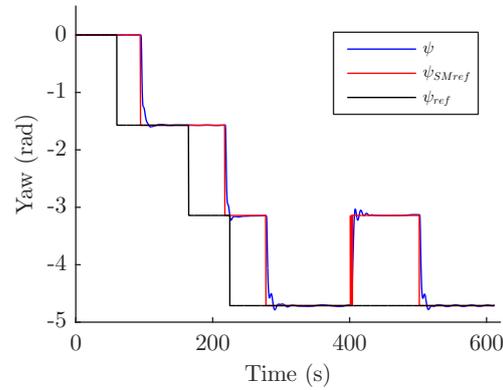


Figura 4.20: Movimiento de giñada o giro (yaw) en el tiempo.

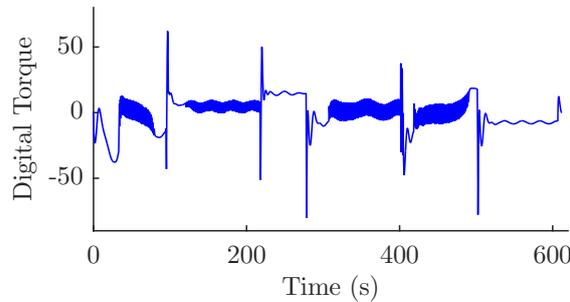


Figura 4.21: Torque.

aplicación real, estas conmutaciones estarán en el orden de tiempo de la implementación lógica, generalmente mucho más rápida que la respuesta en el tiempo del actuador, por lo que serán filtradas por los actuadores.

## 4.6. Conclusiones

En este capítulo, se ha desarrollado una técnica basada en un bucle auxiliar para tratar la evitación de colisiones (restricciones de salida) en sistemas robóticos, bajo la tarea de seguimiento estricto. En particular, la técnica modifica la referencia del sistema temporalmente (no espacialmente) para lograr el cumplimiento de las restricciones impuestas en sus salidas.

Las simulaciones de los dos casos de aplicación analizados demuestran que la técnica es realizable y tiene un valor interesante para aplicaciones prácticas. Las características principales son la simplicidad de su implementación (solo unas pocas líneas de código) y la capacidad de imponer una dinámica deseada en situaciones de colisión. Además, la característica para adaptar la velocidad de movimiento en situaciones de camino compartido

también es notable.

En trabajos futuros se espera implementar esta técnica en robots reales para tener una validación completa. Otro aspecto que requiere más análisis es limitar los parámetros involucrados en la operación de la técnica para obtener la condición suficiente de establecimiento del SM. Una forma de delimitar los valores de los parámetros involucrados para garantizar estas condiciones se presentará en el capítulo 6.

El trabajo desarrollado en este capítulo ha llevado a la presentación de dos trabajos de conferencia [54] (con su publicación en IEEE Xplore), [55] y una publicación de revista en progreso [56].

## 5

# Control PID Robusto para robótica

En los capítulos anteriores, se desarrollaron un par de técnicas para tratar los problemas de restricciones (tanto en la entrada como en la salida) que afectan a los sistemas robóticos. El rendimiento de las técnicas de bucle auxiliar previamente presentadas se basa en la sintonización de un controlador principal. En este capítulo se analiza un método de ajuste para el controlador principal, que refuerza la robustez de los algoritmos de compensación de restricciones, bajo restricciones estructurales en el controlador (consulte la sección 2.5).

El controlador se considera predefinido como ocurre con frecuencia en robots industriales o comerciales. En particular, la estructura PID se tomará como una restricción del sistema y se abordará una técnica de ajuste robusta considerándola.

El método de sintonización se aplica aquí para calcular un controlador para el AUV Ciscrea sometido a perturbaciones externas. Los objetivos de diseño de la ley de control se formulan como objetivos  $H_\infty$  utilizados para sintetizar un controlador robusto. Luego, se realiza un análisis de la robustez del sistema frente a incertidumbres del modelo AUV mediante análisis de intervalos y optimización global para validar la ley de control. Algunas ventajas del enfoque se ilustran al compararlo con otros dos métodos de diseño clásico mediante simulaciones y experimentos.

### 5.1. Problema del PID robusto

Más allá de la elección de la estructura de control, los sistemas están sujetos a perturbaciones ambientales. Ejemplos de este tipo de perturbaciones pueden ser corrientes marinas para los AUV, el clima adverso para operaciones aéreas o una superficie resbaladiza para un vehículo terrestre. Además, no solo las perturbaciones representan un problema en los sistemas robóti-

cos, sino también el hecho de que, en general, los modelos son no lineales y no perfectamente conocidos. Estas dos problemáticas llevan a la necesidad de utilizar técnicas de control robustas, que en las etapas de diseño deben establecer un rango de confianza en función de estas no idealidades.

Se han desarrollado muchas técnicas de control robustas ( $H_2$ ,  $H_1$  y *síntesis* –  $H_\infty$ ), pero la mayoría de ellas tienen la desventaja de requerir la linealización del sistema y llevar a órdenes del controlador elevados.

Ejemplos de estos enfoques son los trabajos como [57] donde se propone un método de síntesis para el controlador  $H_\infty$  a través del truncamiento de valores singulares, o [58] que se centra en el diseño de un controlador  $H_\infty$  robusto de múltiples entradas-salidas para tratar con un modelo variante en el tiempo. Estos trabajos sufren dos desventajas del método tradicional de solución  $H_\infty$ , el alto orden del controlador y la falta de robustez con respecto a los parámetros inciertos del modelo. Además, se agrega otro problema cuando se impone una restricción en la forma del controlador (por ejemplo, la estructura proporcional-integral-derivada (PID)). Esto no resulta en un problema matemático fácil de abordar con estas formulaciones.

Aunque la restricción estructural del controlador se puede ver muy restrictiva, por ejemplo, a nivel industrial, aproximadamente 90% de los controles obedecen a la estructura PID, y se implementan en controles de bajo nivel (generalmente inaccesibles) [59]. El control de la respuesta transitoria y de estado estacionario ha hecho del control PID uno de los controladores más utilizados, ofreciendo una solución simple y eficiente a varios problemas del mundo real.

Desde el principio, se han propuesto diferentes métodos para el ajuste de controladores PID, entre los cuales el más destacado ha sido Zigler-Nichols (ZN), desde 1942 [60]. Sin embargo, los métodos de ZN pueden ser inadecuados en aplicaciones donde se requiere un alto rendimiento porque gran parte de la información a priori de los procesos no es explotada en el diseño del controlador PID. Para abordar este problema, se han desarrollado una amplia variedad de nuevas técnicas. Entre ellas se encuentran métodos de ajuste analíticos [61] [60], métodos basados en optimización [62] [63], métodos de ganancia y margen de fase [64][65], etc.

Una posible alternativa a estas soluciones, buscando la bondad del control robusto clásico, es el uso de técnicas de intervalo, las cuales son herramientas adecuadas para el manejo de incertidumbres paramétricas.

El objetivo de este capítulo es implementar un controlador robusto contra las incertidumbres de modelo y las perturbaciones externas utilizando un enfoque basado en la síntesis  $H_\infty$ , restringido a una estructura PID. El principio del diseño del controlador se basa en la combinación de la aritmética de intervalos con la teoría de control lineal [66] [67].

Hay dos razones principales para elegir el enfoque  $H_\infty$ : (i) la síntesis  $H_\infty$  permite tener en cuenta múltiples restricciones de diseño y (ii) se puede realizar un análisis de robustez frente a las incertidumbres del modelo con

respecto a los objetivos  $H_\infty$ . Aquí, se propone utilizar el toolbox Systune de Matlab que permite sintetizar controladores estructurados a partir de las especificaciones  $H_\infty$  y también realizar un análisis de robustez teniendo en cuenta las incertidumbres del modelo [68]. Sin embargo, este procedimiento no puede asegurar, de manera garantizada, que se alcancen las restricciones de diseño y robustez para todos los valores posibles de parámetros inciertos del modelo.

El análisis de sensibilidad de los objetivos de diseño sobre la incertidumbre del modelo es un problema no convexo. Para resolver este problema, aquí se propone utilizar un enfoque de optimización global que permita realizar un análisis de robustez de forma garantizada basado en el análisis por intervalos (consulte [69] y [70]).

## 5.2. Procedimiento de diseño robusto

Esta sección presenta una introducción rápida al problema  $H_\infty$  y al análisis de la robustez.

### 5.2.1. Síntesis $H_\infty$

Basado en [71], la síntesis  $H_\infty$  es un método para diseñar controladores a partir de especificaciones en el dominio frecuencial. El esquema de regulación clásico, considerado para la síntesis de  $H_\infty$ , se representa en la Fig. 5.1, donde  $K$  es el controlador a calcular y  $P$  es la planta a controlar. Tanto  $P$  como  $K$  son sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI).

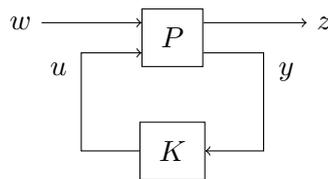


Figure 5.1: Esquema clásico de síntesis  $H_\infty$ .

En la Fig. 5.1,  $w$  representa el vector de entradas exógenas o perturbaciones,  $z$  el vector de salidas objetivo,  $u$  la señal de control y  $y$  las salidas medidas.

Sea  $F(P, K)$  la transformada fraccional lineal (Linear Fractional Transform) de  $P$  y  $K$ , que asigna  $w$  a  $z$ .  $z = F(P, K)w$ .

Recordamos que la norma  $H_\infty$  de una planta LTI está definida por (5.1), donde  $\sigma_{max}$  es el valor singular máximo,  $F(P, K)^*$  es la transposición her-

mitiana de  $F(P, K)$ ,  $\omega$  es la frecuencia en  $rad/s$  y  $i$  la unidad imaginaria.

$$\|F(P, K)\|_\infty = \sup_{\omega > 0} \sigma_{max}(F(P, K, i\omega)^* \cdot F(P, K, i\omega)) \quad (5.1)$$

La síntesis  $H_\infty$  busca calcular un controlador que minimiza la norma  $H_\infty$  de  $F(P, K)$  y estabilizar internamente el sistema de lazo cerrado. Para ello, se resuelve el siguiente problema:

$$\begin{cases} \text{mín} & \|F(P, K)\|_\infty \\ \text{sujeto a} & K \text{ estabilice } F(P, K). \end{cases} \quad (5.2)$$

Desde un punto de vista práctico, la síntesis  $H_\infty$  calcula un controlador que minimiza la respuesta máxima de las salidas  $z$  respecto de las entradas  $w$ . Aquí,  $P$  es una planta aumentada construida a partir de  $G$  el modelo de planta a controlar, y filtros que amplifican los comportamientos no deseados de las salidas objetivos  $\tilde{z}$ .

La salida  $z$  es la contra parte ponderada de las salidas  $\tilde{z}$ ,  $z = W\tilde{z}$  con  $W$  un filtro de ponderación. Si  $w$  y  $z$  son de dimensión uno, la norma  $H_\infty$  corresponde al módulo máximo de la función de transferencia de  $w$  a  $z$ , denotada como  $T_{w \rightarrow z}$ , sobre las frecuencia. Entonces:

$$\begin{aligned} \|WT_{w \rightarrow \tilde{z}}\|_\infty \leq 1 &\iff \sup_{\omega > 0} |W(i\omega)T_{w \rightarrow \tilde{z}}(i\omega)| \leq 1, \\ &\iff \forall \omega > 0, |T_{w \rightarrow \tilde{z}}(i\omega)| \leq |W^{-1}(i\omega)|. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Desde (5.3),  $W^{-1}$  puede interpretarse como un gálibo en frecuencia que limita la respuesta en frecuencia de  $T_{w \rightarrow z}$ .

La síntesis  $H_\infty$  permite tener en cuenta múltiples objetivos, como la minimización del error de seguimiento, el rechazo de perturbaciones, etc. Además, se han realizado investigaciones recientes para la sintonización de controladores estructurados ([72], [73] y [70]). Estos métodos proponen resolver el Problema (5.2) sujeto a restricciones en el controlador, como por ejemplo una restricción de estructura PID.

El último punto clave es como realizar el análisis de la robustez garantizada. Este se realizara sobre la norma  $H_\infty$  de un sistema que sufre de incertidumbres en el modelo, como se explica en la siguiente sección.

### 5.2.2. Análisis de robustez

En la mayoría de las aplicaciones de la vida real, el modelo del sistema a controlar sufre de incertidumbres. Estas incertidumbres pueden provenir por ejemplo de aproximaciones lineales o valores desconocidos de los parámetros físicos del sistema. Estas se pueden tener en cuenta directamente en el proceso de síntesis, o después de la síntesis de un controlador a partir de un modelo nominal al verificar que este controlador garantiza los rendimientos para cada valor posible de la incertidumbre. Esta sección se centra

en el análisis de la robustez de un controlador sintetizado para un modelo nominal con respecto a la incertidumbre del modelo.

Sea  $G(\sigma)$  un sistema LTI que depende de los parámetros reales inciertos  $\sigma \in \Sigma$ , donde  $\Sigma$  denota el conjunto de valores admisibles de las incertidumbres. Supongamos que un controlador  $K$  se sintetizó para una planta nominal  $G(\sigma_n)$  a partir de restricciones del tipo  $\mathcal{C}(G, K) \leq 0$ , donde  $\sigma_n \in \Sigma$  es el valor central del rango de incertidumbre. Las restricciones de síntesis  $\mathcal{C}$  corresponden en este caso a restricciones de estabilidad y restricciones  $H_\infty$ . Así,  $K$  es una solución al problema (5.4).

$$\text{Encontrar } K \text{ tal que } \mathcal{C}(G(\sigma_n), K) \leq 0 \quad (5.4)$$

El análisis de robustez propuesto consiste en verificar que se cumplen las restricciones para todos los valores de incertidumbre:

$$\text{Probar que } \mathcal{C}(G(\sigma), K) \leq 0, \forall \sigma \in \Sigma \quad (5.5)$$

Para resolver el problema (5.5), se propone un enfoque de optimización global basado en el Análisis intervalar ([70] y [69]). Esto se basa en el uso de la aritmética de intervalos y el algoritmo branch-and-bound. Brevemente, este método comienza a partir de un intervalo inicial del dominio de parámetros, el cual es dividido sucesivamente. En cada nueva división, se verifica si la condición de análisis se cumple o no, finalizando cuando se alcanza la resolución deseada. Por cuestiones de claridad en la exposición, en el capítulo 6 se realizará una explicación detallada de las técnicas de intervalos, así como los métodos auxiliares.

El análisis intervalar combinado con el algoritmo branch-and-bound puede proporcionar un intervalo cerrado garantizado  $[\underline{\mathcal{C}}, \overline{\mathcal{C}}]$  de  $\sup_{\sigma \in \Sigma} \mathcal{C}$ , el máximo de  $\mathcal{C}$  sobre  $\Sigma$ . Esto corresponde al peor caso entre las incertidumbres. El problema (5.5) no es trivial en el caso general, porque las funciones  $\mathcal{C}$  pueden ser no convexas. Para el caso de análisis, la restricción de estabilidad se puede formular como varias desigualdades polinomiales  $R_i(\sigma) \leq 0$  usando el criterio de Routh-Hurwitz (ver [74]), y las restricciones de  $H_\infty$  como el módulo de la transferencia  $T$ ,  $|T(\sigma, i\omega)| - 1 \leq 0$  (ver (5.3)).

De acuerdo con (5.6), si  $\overline{\mathcal{C}} \leq 0$ , se prueba que se cumplen las restricciones para todas las incertidumbres y que  $K$  es robusto con respecto a las incertidumbres del modelo. Por el contrario, si  $\underline{\mathcal{C}} > 0$ , prueba que existe al menos un valor de  $\sigma$  que no satisface una restricción.

$$\overline{\mathcal{C}} \leq 0 \implies \forall \sigma \in \Sigma, \mathcal{C}(G(\sigma), K) \leq 0. \quad (5.6)$$

Usando el algoritmo de optimización global para resolver el Problema (5.7), es posible probar de manera garantizada si se respetan o no las restricciones de estabilidad y las restricciones  $H_\infty$  para todos los valores posibles de  $\sigma$ :

$$\sup_{\sigma \in \Sigma, \omega \in \Omega} \mathcal{C}(G(\sigma, i\omega), K(i\omega)) \quad (5.7)$$

donde  $\Omega$  es un intervalo acotado de  $\mathbb{R}^+$  ([70]).

**Nota 2.** *Un enfoque de optimización global para el análisis de la robustez de las restricciones  $H_\infty$  presenta una ventaja en comparación con el  $\mu$ -análisis [75]. De hecho, el  $\mu$ -análisis permite calcular un límite superior de la respuesta en frecuencia sobre un número finito de pulsaciones, mientras que la optimización global proporciona un límite superior sobre todas las pulsaciones en un dominio delimitado. Como consecuencia, el análisis de robustez propuesto aquí ofrece una garantía confiable que el  $\mu$ -análisis no puede proporcionar.*

### 5.3. Caso de aplicación: control de giro del AUV Ciscrea

El diseño de leyes de control para AUVs presenta tres problemas principales:

- la dinámica no lineal de estos vehículos,
- las incertidumbres del modelo resultantes del conocimiento no exacto de los coeficientes hidrodinámicos,
- las perturbaciones externas del ambiente.

En esta sección, se propone sintetizar un controlador para la dirección de giro del robot Ciscrea modelado en la sección 3.2. El esquema de control viene dado por la Fig. 5.2, donde  $r$  es la señal de referencia,  $e$  la señal de error,  $u$  la señal de control,  $d$  una perturbación y  $\psi$  la medida del ángulo de giro (yaw). La ley de control debe garantizar un pequeño error de seguimiento y no debe ser sensible a las perturbaciones externas. Para ello, mediante restricciones del tipo  $H_\infty$  se sintetiza un controlador para un modelo lineal del comportamiento del robot.

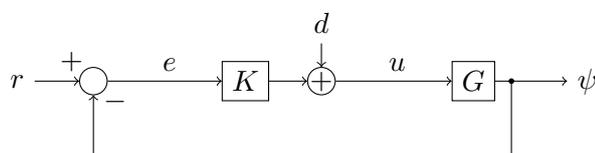


Figure 5.2: Esquema de control

La ecuación que describe la dinámica del ángulo de giro o guiñada del AUV Ciscrea viene dada por la última fila del modelo (3.11). Esta fila, debido al bajo acoplamiento entre las direcciones de movimiento, puede considerarse independiente del resto del modelo. Dado que la síntesis  $H_\infty$  se puede aplicar

### 5.3. CASO DE APLICACIÓN: CONTROL DE GIRO DEL AUV CISCREA89

solo en sistemas LTI, la dinámica no lineal de la dirección de giro del Ciscrea, el comportamiento no lineal de los actuadores (3.12) y un retardo en el sensor de giro de 0,5 segundos, son linealizados para proporcionar la función de transferencia:

$$\frac{\psi(s)}{r(s)} = \frac{0.3931}{s^2 + 2.08\delta s} \frac{1 - 0.25s}{1 + 0.25s}. \quad (5.8)$$

El primer factor racional corresponde a la dinámica de giro, donde  $\delta$  es la velocidad angular de giro a la que se linealiza el sistema. Su valor puede variar entre 0 y 4 rad/s. El segundo factor racional corresponde a una aproximación Pade de primer orden del retardo. Como consecuencia, la dinámica de giro se aproxima por una familia de sistemas lineales que resultan de la linealización a diferentes velocidades.

El objetivo es controlar el ángulo de giro atendiendo a los siguientes criterios:

- El error entre el ángulo de giro del AUV y el ángulo de orientación deseado debe ser pequeño.
- El AUV no debe ser sensible a las perturbaciones de torque debidas al medio ambiente.
- La estructura del control es fija, siendo un controlador proporcional integral derivado (PID).

Esto conduce al problema de síntesis (5.9), donde si las normas son inferiores a 1, las especificaciones están garantizadas.

$$\begin{aligned} &\text{Encontrar } K \text{ tal que } \alpha \text{ es mínimo} \\ &\left\{ \begin{array}{l} \|W_e T_{r \rightarrow e}\|_\infty \leq \alpha, \\ \|W_e T_{d \rightarrow e} W_d\|_\infty \leq \alpha, \\ \|W_u T_{r \rightarrow u}\|_\infty \leq \alpha, \\ K \text{ que estabilice el lazo cerrado.} \end{array} \right. \quad (5.9) \end{aligned}$$

con

$$W_e(s) = \frac{0.1s+0.6283}{s+0.6283}, \quad W_d(s) = \frac{0.1s+0.6283}{s+0.6283}, \quad W_u = 0.167.$$

Estos criterios pueden traducirse como una pequeña sensibilidad de la señal de error a la referencia y a la entrada de perturbación. Más precisamente, queremos que la sensibilidad sea pequeña en el dominio de frecuencia donde trabaja el robot, es decir, en el dominio  $[0, \omega_c]$ , donde  $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$  es la frecuencia de corte del lazo cerrado con retroalimentación negativa unitaria del modelo lineal dado por (5.8). Este punto conduce a la conformación de la función de ponderación  $W_e$ . Además, suponemos que el espectro de perturbaciones externas se ubica en  $[0, 0,1]$  Hertz, lo que conduce a la elección de  $W_d$ . Finalmente, queremos limitar la señal de control para evitar la saturación del actuador. Este nos conduce a la configuración elegida para  $W_u$ .

**Nota 3.** *Es necesario tener en cuenta que en el problema (5.9) el foco está en la robustez contra las perturbaciones externas. Sin embargo, sería posible agregar en la formulación del problema de optimización (5.9) condiciones adicionales para considerar otras características de robustez. Por ejemplo, considerar incertidumbre del tipo multiplicativa.*

Dada la restricción en la estructura del controlador, se propone sintetizar un controlador PID con una planta particular  $G(\delta)$ , con  $\delta = \tilde{\delta} = 2$ . Esta elección está justificada por el compromiso entre una velocidad baja donde la fricción del fluido conduce a un comando suave y una velocidad alta que conduce a una sintonización de comando más agresiva. El controlador PID tiene la forma:  $K(k, s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{1 + T_s}$  con  $k = (k_p, k_i, k_d, T)$ . Por lo tanto, ambas funciones de transferencia  $T_{r \rightarrow e}(k, i\omega)$  y  $T_{d \rightarrow e}(k, i\omega)$  dependen de  $k$ . El toolbox Systune de Matlab proporciona la siguiente solución:

$$\tilde{k} = (4.68, 0.71, 4.68, 0.11).$$

La ley de control es robusta si se cumplen las restricciones de estabilidad y de  $H_\infty$  para todos los  $\delta \in [0, 4]$ . Esto se puede probar como verdadero o falso de una manera garantizada usando aritmética de intervalos como se explica en la subsección 5.2.2. La estabilidad del sistema de lazo cerrado se puede expresar como un conjunto de cuatro desigualdades polinomiales con el criterio Routh-Hurwitz. Usando el algoritmo basado en el análisis intercalar, el análisis de robustez de las restricciones de estabilidad proporciona el siguiente límite superior:

$$\sup_{\delta \in [0, 4]} R_i(\delta, \tilde{k}) \leq -0.01, \forall i \in \{1, \dots, 4\},$$

lo que demuestra que  $K(\tilde{k})$  estabiliza en forma robusta el sistema lineal de lazo cerrado. De hecho, el sistema de lazo cerrado es estable con el controlador  $\tilde{k}$  para todos los  $\delta \in [0, 4]$ .

Además, el análisis de la robustez de las restricciones  $H_\infty$  en el rango de pulsaciones  $[0, \omega_c]$  proporciona los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \sup_{\delta \in [0, 4]} \{ \|W_e T_{r \rightarrow e}(\tilde{k})\|_\infty \} &\in [6.55, 7.20] \\ \sup_{\delta \in [0, 4]} \{ \|W_e T_{d \rightarrow e}(\tilde{k}) W_d\|_\infty \} &\leq 0.56 \\ \sup_{\delta \in [0, 4]} \{ \|W_u T_{r \rightarrow u}(\tilde{k})\|_\infty \} &\leq 0.89 \end{aligned}$$

Como consecuencia, concluimos que una de las tres restricciones  $H_\infty$  no se logra para algunos valores de  $\delta$ . Para saber para qué frecuencias y parámetros inciertos, la restricción en frecuencia  $W_e^{-1}$  es sobrepasada con la transferencia  $T_{r \rightarrow e}$ , la respuesta en frecuencia se representa en la Fig. 5.3 para diez valores de la incertidumbre  $\delta$ .

### 5.3. CASO DE APLICACIÓN: CONTROL DE GIRO DEL AUV CISCREA91

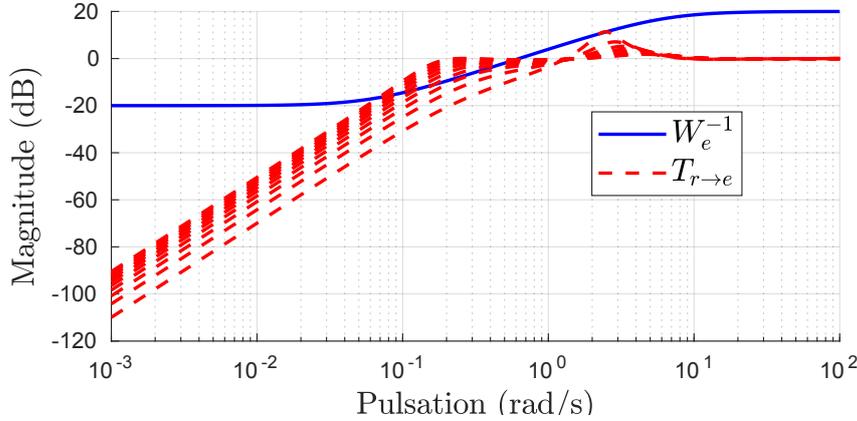


Figura 5.3: Diagrama de Bode de  $T_{r \rightarrow e}$  para diferentes valores de  $\delta$ .

En la Figura 5.3, parece que el sistema de lazo cerrado no tiene el rendimiento requerido en el rango de frecuencias  $[10^{-1.6}, 10^{-0.4}]$  para todos los valores de  $\delta$ . En este rango de frecuencias, la ganancia de la respuesta aumenta con respecto al valor de  $\delta$ , lo que significa que la restricción en frecuencia  $W_e^{-1}$  no se cumple, pero solo para altas velocidades angulares.

Cuando se usa la síntesis  $H_\infty$ , si las restricciones  $H_\infty$  no se respetan, el procedimiento general consiste en modificar las funciones de ponderación para que sean menos exigentes con respecto a las prestaciones del sistema de lazo cerrado, hasta que se encuentre un controlador tal que las restricciones se cumplen, es decir, que las prestaciones están garantizadas.

En este caso, incluso si  $K(\tilde{k})$  no respeta las restricciones de error  $H_\infty$  para algunos valores de  $\delta$ , el estudio de la respuesta en frecuencia del sistema de lazo cerrado muestra que el controlador tiene rendimientos aceptables. Además, de que un análisis robusto de estabilidad permite garantizar la estabilidad del sistema lineal, haciendo de  $K(\tilde{k})$  un potencial controlador. Su desempeño debe ser validado por simulaciones con el modelo no lineal y en forma experimental.

Para comparar el rendimiento del controlador diseñado, se utilizan otros dos diseños PID. Primero, un controlador sintonizado usando el método de respuesta en frecuencia Ziegler-Nichols, denotado como controlador ZN:  $k_{ZN} = (1.32, 0.22, 1.89, 0.5)$ , cuyo criterio de diseño principal es obtener una amplitud de sobrepaso menor al 25% en la respuesta a un escalon de entrada. Luego, otro controlador es sintonizado de acuerdo con las reglas expuestas en [60], denotado como el controlador Chien, para un sistema lineal en la forma de (5.8) y un valor de  $\delta = 2$ :  $k_{Chien} = (1.82, 0.12, 6.4, 0.35)$ .

## 5.4. Resultados

En esta sección, los tres controladores se comparan mediante simulaciones y experimentos reales. El objetivo principal es mostrar la robustez del controlador propuesto (denotado como Hinf) contra perturbaciones y no linealidades.

### 5.4.1. Simulaciones

Las simulaciones se realizaron utilizando el modelo no lineal descrito en la sección 3.2. Se presentan tres simulaciones: una respuesta a un escalón de referencia, una respuesta a una perturbación constante y una respuesta a una perturbación aleatoria.

La primera simulación presenta la respuesta del sistema a un escalón de referencia. El objetivo es comparar el sobrepaso y el tiempo de establecimiento en la respuesta. En la Fig. 5.4 esto se puede apreciar, aquí el controlador Hinf tiene un sobrepaso mayor que el controlador Chien, pero a su vez su tiempo de establecimiento es más corto. Este sobrepaso es una consecuencia de la optimización  $H_\infty$ , y en realidad, esto no se consideró como una restricción en el problema de diseño.

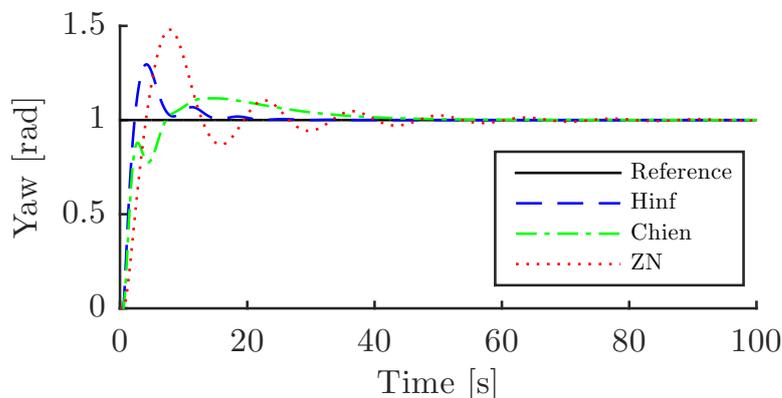


Figura 5.4: Simulación - Respuesta a un escalón de referencia

La segunda simulación consiste en la aplicación de un escalón de perturbación sobre la entrada de control, filtrado por  $W_d$ , después de un largo período en el que el sistema está regulando su orientación. Aquí se busca anticipar la respuesta del sistema a los cambios repentinos en las corrientes marinas, dentro del rango de frecuencia del diseño. La figura 5.5 muestra esta situación resaltando solo la respuesta del sistema a la perturbación aplicada en  $t = 100$  s.

Es posible observar que el controlador Hinf rechaza bien esta perturbación, a diferencia de los controladores ZN y Chien. La tabla 5.1 presenta

el Error cuadrático medio (RMSE), el Error absoluto medio normalizado (NMAE) y el sesgo (BIAS) de estas simulaciones, donde los valores numéricos obtenidos confirman la mejora en la respuesta del controlador Hinf en comparación con los otros.

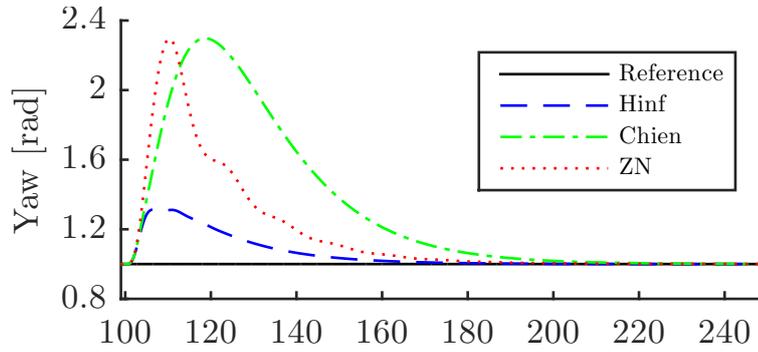


Figura 5.5: Simulación - Perturbación escalón en  $t = 100s$

Tabla 5.1: Calculo de errores en simulación de perturbación constante

Simulación	RMSE	NMAE	BIAS
ZN	0.3596	0.0944	-0.1627
Hinf	0.1090	0.0425	-0.0519
Chien	0.5177	0.1269	-0.2557

En la última simulación, se aplica una señal de ruido blanco uniforme filtrada por la función de ponderación  $W_d$  (de esta manera el sistema se excita en el ancho de banda donde se esperan las perturbaciones) como una perturbación en la entrada de control. Esta simulación demuestra la respuesta del sistema a las corrientes marinas aleatorias, la Fig. 5.6 muestra la evolución del ángulo de giro. El controlador Hinf tiene un rendimiento notable en estas condiciones. La Tabla 5.2 proporciona los errores de esta simulación, mediante los valores numéricos se aprecia la mejora de rendimiento.

Tabla 5.2: Calculo de errores simulación con perturbación aleatoria

Simulación	RMSE	NMAE	Bias
ZN	1.7132	2.7969	-0.1263
Hinf	0.6017	1.2138	-0.0480
Chien	1.6816	2.6120	-0.1334

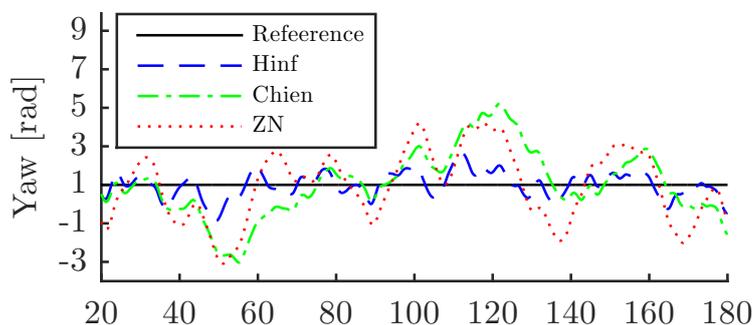


Figura 5.6: Simulación - Perturbación aleatoria.

#### 5.4.2. Resultados experimentales

Los tres controladores se comparan en tres experimentos realizados en las instalaciones de la ENSTA Bretagne. Cada experimento consiste en probar el rendimiento de los controladores en el robot real sujeto a perturbaciones. En todos los casos, la perturbación fue generada por una hélice externa de 12 V con una velocidad de rotación constante. Dado que las corrientes generadas por la hélice no son constantes, estas perturbaciones se comportarán de manera similar a la perturbación aleatoria presentada en simulación.

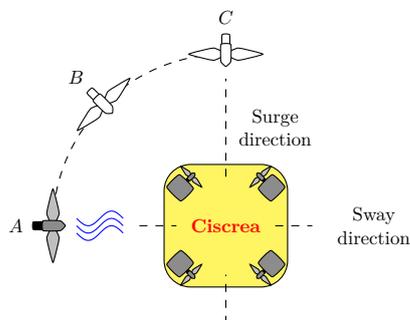


Figura 5.7: Vista superior de la disposición experimental

El primer experimento consiste en someter al AUV a una perturbación externa alineada lateralmente (sway direction) (ver A en la Fig. 5.7). En la Fig. 5.8, se muestra la medición de la orientación para cada controlador. En esta primera prueba, se muestra la respuesta al escalón en la referencia no perturbada para compararla con los resultados de la simulación (se puede apreciar de 0 a 40 s). A los 40 s, se aplica la perturbación externa.

A partir de esta figura, podemos observar el mismo comportamiento que el predicho por la simulación referida a la respuesta al escalón y un buen rechazo de la perturbación para todas las técnicas empleadas. Los errores en

los ensayos se enumeran en la Tabla 5.3, donde se considera toda la simulación (incluso la respuesta al escalón de referencia). Como este experimento tiende poco a desestabilizar la proa de la AUV, vemos que el rendimiento obtenido para el rechazo de la perturbación es similar para todos los controladores.

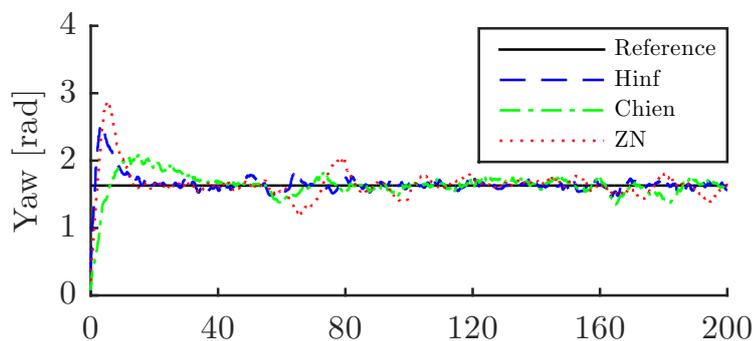


Figura 5.8: Medidas del ángulo de giro con escalón de referencia en  $t = 0$ s y perturbación lateral en  $t = 40$ s

Tabla 5.3: Cálculo de errores: Perturbación lateral

Experimento	RMSE	NMAE	BIAS
ZN	0.2166	0.0689	-0.0204
Hinf	0.1355	0.0386	-0.0230
Chien	0.1738	0.0762	-0.0137

El segundo experimento consiste en exponer al AUV a una perturbación a  $45^\circ$  de la dirección de proa (surge direction) (ver B en la Fig. 5.7). La perturbación se aplica desde el principio del experimento. La respuesta del sistema se muestra en la Fig. 5.9. Desde la Tabla 5.4, donde se presenta una comparación de los errores entre los diferentes controladores, es posible concluir que el controlador Hinf muestra un rendimiento satisfactorio y un buen rechazo a las perturbaciones en esta situación .

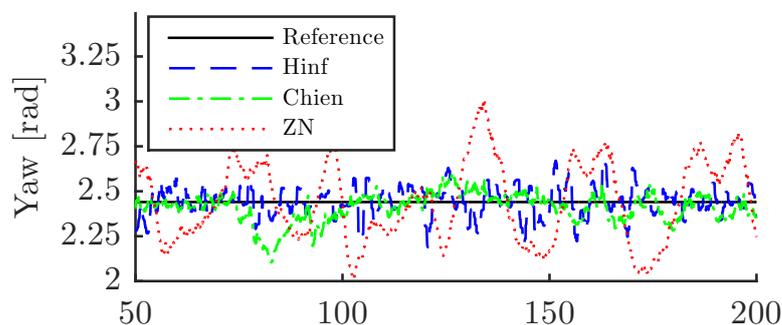


Figura 5.9: Medidas del ángulo de giro con perturbación a  $45^\circ$  de dirección de proa

Tabla 5.4: Calculo de errores: Perturbación a  $45^\circ$  de dirección de proa

Experimento	RMSE	NMAE	Bias
ZN	0.1742	0.0502	0.0137
Hinf	0.0650	0.0174	0.0037
Chien	0.0755	0.0179	0.0172

La última experiencia consiste en aplicar una perturbación en la dirección de proa (ver  $C$  en la Fig. 5.7). Como se indicó anteriormente, la perturbación se aplica desde el principio del experimento y los resultados se muestran en la Fig. 5.10. Dado que la dirección de proa de la AUV coincide con la dirección de la perturbación, esta última tiene un mayor efecto desestabilizador. Los errores de este experimento se proporcionan en la Tabla 5.5. Como puede apreciarse, el controlador Hinf es el que mejor rechaza esta perturbación.

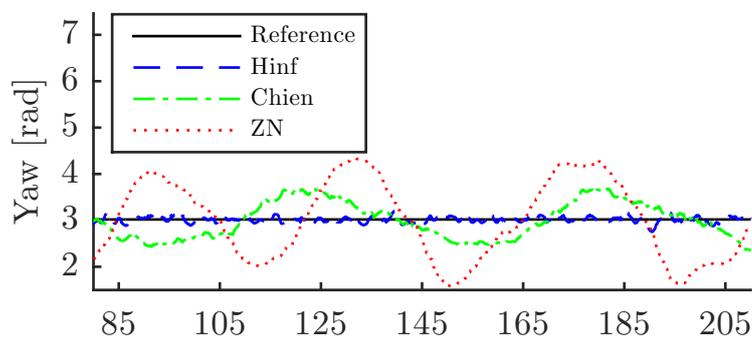


Figura 5.10: Medidas del ángulo de giro con perturbación en la dirección de proa

Tabla 5.5: Calculo de errores: Perturbación en dirección de proa

Experimento	RMSE	NMAE	Bias
ZN	0.3957	0.0749	-0.0037
Hinf	0.0371	0.0059	-7.1612e-04
Chien	0.2548	0.0482	0.0256

En general, a partir de los tres experimentos, se puede concluir que el diseño del controlador PID Hinf tiene un rendimiento aceptable en escenarios reales a pesar de sus restricciones estructurales, incertidumbres del modelo (recuerde que se diseñó a partir del modelo lineal  $G(\delta)$ ) y perturbaciones externas.

## 5.5. Conclusiones

Este capítulo propuso una metodología para el análisis y diseño de una ley de control estructurado robusta. Como se ha demostrado, el uso de técnicas con restricciones estructurales tiene relevancia para las aplicaciones con controladores ya implementados.

La síntesis  $H_\infty$  ha permitido obtener un controlador que tiene en cuenta tres restricciones al mismo tiempo: pequeño error de seguimiento, baja sensibilidad a las perturbaciones externas y evitación de saturación sobre los actuadores. Un análisis de robustez con herramientas de optimización global basadas en el análisis intervalar permitió analizar qué restricciones de diseño se alcanzan y garantizar la estabilidad en un conjunto continuo de velocidades angulares.

La comparación del controlador diseñado a partir de restricciones  $H_\infty$  con otros dos controladores obtenidos a partir de métodos empíricos, ampliamente utilizados en numerosas aplicaciones, enfatizó las ventajas del enfoque. Lo anterior se destaca en los resultados experimentales superiores de la técnica propuesta, en acuerdo con los resultados de la simulación. El trabajo desarrollado en este capítulo ha llevado a la presentación de dos trabajos de conferencia [76] y [77], junto a su publicación en IFAC-Papers-OnLine.



## 6

# Optimización Global para control no lineal en robótica

En el capítulo 3 y 4, se presentaron los algoritmos de compensación de restricciones en entrada y salida. En el capítulo 5 se describió una forma robusta de sintonizar un controlador principal con restricciones estructurales. En este capítulo, se expone una forma de integrar las ideas anteriores bajo consideraciones de optimización global para tratar tanto las incertidumbres como las restricciones no lineales.

El diseño clásico de SM puede llevar a sobre estimar o subestimar el dominio deslizante, la robustez del lazo cerrado y la potencia de control necesaria. Aquí, el diseño de SM se aborda desde un enfoque de optimización global utilizando aritmética intervalar. Se proporciona una solución para los problemas de análisis y síntesis de SM, donde las condiciones necesarias y suficientes se cumplen de manera garantizada.

Las propuestas cubiertas en este capítulo proporcionarán un control robusto incluso para sistemas no lineales. Al mismo tiempo, se desarrollarán herramientas analíticas para certificar el cumplimiento de las condiciones suficientes de SM, completando así el ajuste de las propuestas de los capítulos 3 y 4.

Para el problema de análisis, la metodología propuesta permite verificar el comportamiento del modo deslizante sobre un dominio de estados y parámetros dados, generando una serie de mapas llamados subpavings. Para el problema de síntesis, la metodología permite diseñar la superficie deslizante y la lógica de conmutación con un criterio de optimización dado. La metodología se ilustra a través de su aplicación al control de eje de desplazamiento vertical (heave axis) del AUV de Ciscrea.

## 6.1. Problema de diseño en SM

Esta sección presenta una revisión de los aspectos teóricos de SM, optimización global y análisis de intervalos. El enlace entre estos tres elementos se realizará en la sección 6.2.

### 6.1.1. Teoría de control de SM: señal de control equivalente

Aquí, se realiza una revisión rápida de la teoría de SM, expuesta en la subsección 3.3.1. Recordando esto, el SM permite imponer una dinámica prescrita en el lazo cerrado de un sistema (Ec. 3.13) mediante la aplicación de una acción de control discontinuo (Ec. 3.14). Esta acción puede tomar dos valores siguiendo una ley de control discontinuo con una variedad asociada en el espacio de estados (superficie deslizante). El objetivo es forzar al sistema a alcanzar la superficie de deslizamiento deseada y luego deslizarse sobre esta mediante una acción de conmutación muy rápida [44].

Entre otras características atractivas, los regímenes de deslizamiento son fáciles de implementar, reducen el orden de la dinámica del sistema y proporcionan robustez frente a las incertidumbres y perturbaciones externas.

El procedimiento de diseño consta de dos etapas. Primero, la ecuación de la variedad donde el sistema se deslizara se selecciona de acuerdo con algún criterio de rendimiento para la dinámica deseada. Entonces, el control discontinuo se debe encontrar de tal manera que los estados del sistema alcancen la variedad y SM exista en esta variedad. Esta dinámica deseada debe ser compatible con los límites físicos de nuestro sistema, más adelante volveremos a este punto a través del procedimiento de análisis propuesto en este capítulo.

Volviendo a la subsección 3.3.1, la superficie deslizante  $S$  se define como la variedad donde la salida auxiliar, también llamada función de conmutación, se desvanece:

$$S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \sigma(\mathbf{x}) = \mathbf{0}\}. \quad (6.1)$$

Si como resultado de la política de conmutación Ec. 3.14, la condición de alcance

$$\begin{cases} \dot{\sigma}(\mathbf{x}) < \mathbf{0} & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) > \mathbf{0} \\ \dot{\sigma}(\mathbf{x}) > \mathbf{0} & \text{if } \sigma(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \end{cases} \quad (6.2)$$

localmente se mantiene en ambos lados de la superficie, se produce una secuencia de conmutación de muy alta frecuencia (idealmente infinita), lo que limita la trayectoria del estado del sistema a deslizarse en  $S$ .

Para que exista régimen deslizante en  $S$  (es decir, para satisfacer la condición (6.2)), la salida auxiliar  $\sigma(\mathbf{x})$  debe tener un grado relativo unitario con respecto a la señal discontinua, es decir, su primer derivada debe depender explícitamente de  $u$  [44].

Para la propuesta de este capítulo, resulta interesante definir el SM ideal utilizando el concepto de control equivalente. Tomando las condiciones de invariancia sobre la superficie de SM, obtenemos:

$$\begin{cases} \sigma(\mathbf{x}) = 0 \\ \dot{\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{d\sigma}{d\mathbf{x}}\dot{\mathbf{x}} = L_{f+gu_{eq}}\sigma = L_f\sigma + L_g\sigma u_{eq} = 0 \end{cases} \quad (6.3)$$

donde el operador genérico  $L_f h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  (derivada de Lie o direccional) denota la derivada de un campo escalar  $h(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  en la dirección de un campo vectorial  $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x). \quad (6.4)$$

De (6.3) es posible obtener  $u_{eq}(\mathbf{x})$ , una ley de control suave que hace de  $S$  un subconjunto invariante.

$$u_{eq}(\mathbf{x}) = -\frac{L_f\sigma}{L_g\sigma} \quad (6.5)$$

Siguiendo este enfoque, es posible llegar a la condición necesaria y suficiente para el SM. Se observa en (6.5) que  $L_g\sigma \neq 0$  es necesario para la existencia de  $u_{eq}$  y, por lo tanto, del SM. Además, una condición necesaria y suficiente para la existencia local del SM sobre  $S$  se puede derivar de (6.2) y (6.3), considerando (sin pérdida de generalidad)  $u^+ > u^-$  se debe cumplir:

$$u^-(\mathbf{x}) < u_{eq}(\mathbf{x}) < u^+(\mathbf{x}) \quad (6.6)$$

De (6.6),  $u_{eq}(\mathbf{x})$  puede interpretarse como una acción de control promedio entre la acción discontinua máxima y mínima del sistema.

### 6.1.2. Optimización Global (OG)

Consideremos un problema continuo de optimización sujeto a restricciones formulado como:

$$\begin{cases} \inf_{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n} & m(\mathbf{k}) \\ \text{sujeto a} & c(\mathbf{k}) \leq 0, \end{cases} \quad (6.7)$$

donde  $m$  es la función objetivo que mapea  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n$  es la variable de optimización, y  $c$  es una función que asigna  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}$  utilizada para definir un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$  en el que se busca la solución. La solución, también llamada minimizador, se denota como  $\mathbf{k}^*$  y es el punto donde  $m$  es mínimo sobre el conjunto definido por  $\{\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n, c(\mathbf{k}) \leq 0\}$ . El mínimo se denota como:  $m^* = m(\mathbf{k}^*)$ . De la definición del mínimo, la propiedad (6.8) se deriva:

$$\forall \mathbf{k} \in \mathbb{R}^n \text{ tal que } c(\mathbf{k}) \leq 0, \quad m(\mathbf{k}) \geq m^*. \quad (6.8)$$

Si  $m$  y  $c$  no son funciones convexas, las técnicas de optimización local no tienen garantía de converger a la solución global  $\mathbf{k}^*$ . Por otro lado, los métodos de optimización global convergen al mínimo global y proporcionan un intervalo  $[\underline{m}^*, \overline{m}^*]$  que encierra a  $m^*$ . Una técnica bien conocida de la optimización global es el algoritmo Branch-and-Bound basado en la aritmética intervalar [69].

### 6.1.3. Aritmética Intervalar

Para presentar el algoritmo Branch-and-Bound intervalar (IBBA) y el algoritmo de inversión de conjuntos a través de intervalos (Set Inversion Via Interval Analysis, SIVIA), se deben dar algunas definiciones [78].

**Definición 1.** Un intervalo  $[k]$  es un subconjunto conectado cerrado de  $\mathbb{R}$  [79], descrito por sus puntos finales  $\underline{k}$  y  $\overline{k}$ :

$$[k] = [\underline{k}, \overline{k}] = \{k \mid \underline{k} \leq k \leq \overline{k}\}$$

con  $\underline{k} \in \mathbb{R} \cup \{-\infty\}$  y  $\overline{k} \in \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$

El conjunto de intervalos reales se denota por  $\mathbb{IR}$ . Una caja (box)  $[\mathbf{k}]$  es un vector de intervalos  $n$ -dimensional, y pertenece al espacio  $\mathbb{IR}^n$ .

**Definición 2.** Sea  $[\mathbf{k}] \in \mathbb{IR}^n$  una caja. Una función de inclusión  $[m]$  de  $m$  mapea  $\mathbb{IR}^n$  en  $\mathbb{IR}$  y cumple la siguiente propiedad:

$$m([\mathbf{k}]) = \{m(k), k \in [\mathbf{k}]\} \subseteq [m]([\mathbf{k}])$$

La aritmética de intervalos extiende a los operadores comunes ( $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\exp$ ,  $\log$ , ...) a  $\mathbb{IR}$  y proporciona funciones de inclusión de la mayoría de las funciones analíticas.

Teniendo en cuenta el problema (6.7), supongamos que se pueden definir las funciones de inclusión de  $m$  y  $c$ , y se busca el minimizador  $\mathbf{k}^*$  en  $\mathbb{K} \subset \mathbb{IR}^n$ .

El IBBA calcula en forma garantizada un límite inferior  $\underline{m}$  y un límite superior  $\overline{m}$  de  $m^*$ . Para hacerlo, IBBA divide repetidamente  $\mathbb{K}$  en cajas más pequeñas  $[\mathbf{k}_i]$  y los descarta si se comprueba que  $\mathbf{k}^* \notin [\mathbf{k}_i]$ . Esto sucede si la restricción no se cumple en  $[\mathbf{k}_i]$ :

$$\begin{aligned} \underline{c}([\mathbf{k}_i]) > 0 &\iff \forall \mathbf{k} \in [\mathbf{k}_i], c(\mathbf{k}) > 0, \\ &\implies \mathbf{k}^* \notin [\mathbf{k}_i], \end{aligned} \tag{6.9}$$

o si se ha encontrado un punto factible  $\tilde{k}$  (a través de la prueba de puntos aleatorios en cada caja) de manera que cualquier punto en  $[\mathbf{k}_i]$  no puede proporcionar una mejor solución:

$$\underline{m}([\mathbf{k}_i]) > m(\tilde{k}) \geq m^* \implies \mathbf{k}^* \notin [\mathbf{k}_i]. \tag{6.10}$$

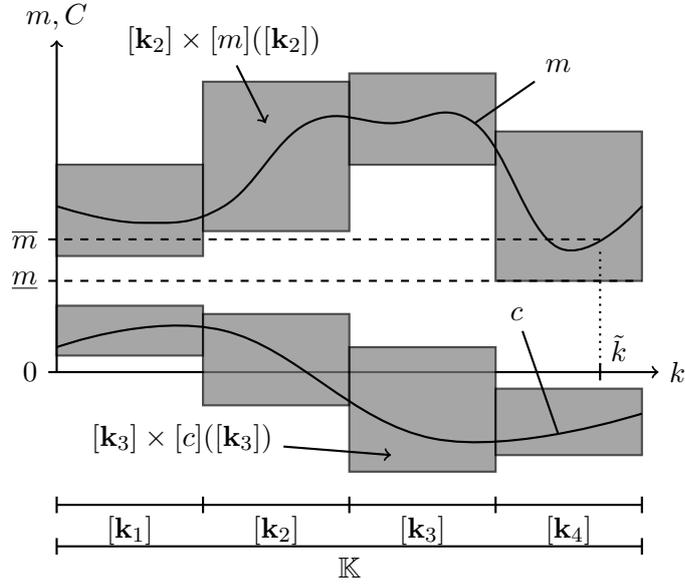


Figure 6.1: Ilustración de los algoritmos IBBA y SIVIA.

El IBBA se detiene cuando la distancia entre  $\underline{m}$  y  $\overline{m}$  alcanza la precisión deseada  $\epsilon$ , con

$$\underline{m} = \inf_i [m]([k_i]), \text{ and } \overline{m} = m(\tilde{k}) \quad (6.11)$$

La Fig. 6.1 ilustra el IBBA. La caja  $[k_1]$  no contiene  $\mathbf{k}^*$  debido a la Propiedad (6.9), así como las cajas  $[k_2]$  y  $[k_3]$  debido a la Propiedad (6.10).

El algoritmo SIVIA es un método de branch-and-bound que permite aproximar la región factible de  $\mathbb{K}$  a través de un subpaving, que es la unión de cajas no superpuestas [74]. El algoritmo SIVIA divide  $\mathbb{K}$  en cajas más pequeñas  $[k_i]$  hasta que se demuestra que la restricción se cumple sobre  $[k_i]$  como resultado de (6.12) o no se cumple debido a (6.9).

$$\overline{[c]([k_i])} \leq 0 \iff \forall \mathbf{k} \in [k_i], c(\mathbf{k}) \leq 0 \quad (6.12)$$

El algoritmo SIVIA se detiene cuando las cajas  $[k_i]$  alcanzan un tamaño mínimo  $\epsilon$ . De la Fig. 6.1, el algoritmo SIVIA devuelve el subpaving compuesto de  $[k_1]$ ,  $[k_2]$ ,  $[k_3]$  y  $[k_4]$  indicando que  $[k_1]$  no es un subconjunto del conjunto factible,  $[k_4]$  es un subconjunto del conjunto factible, y que nada podría probarse para  $[k_2]$  y  $[k_3]$ . Es decir,  $[k_4]$  es una aproximación interna del conjunto factible y  $[k_1] \cup [k_2] \cup [k_3]$  es una aproximación externa. Estas aproximaciones se pueden mejorar dividiendo  $[k_2]$  y  $[k_3]$  en cajas más pequeñas.

Finalmente, el IBBA tiene  $[m]$ ,  $[c]$ ,  $\mathbb{K}$  y  $\epsilon$  como entradas y proporciona un punto viable  $\tilde{\mathbf{k}}$  y una caja de garantía  $[\underline{m}, \overline{m}]$  del mínimo global  $m^*$ . El

algoritmo SIVIA tiene  $[c]$ ,  $\mathbb{K}$  y  $\epsilon$  como entradas y proporciona un subpaving que caracteriza la región factible.

## 6.2. Propuesta: Diseño de SM vía técnicas de OG

En esta sección, los conceptos discutidos anteriormente están integrados con el objetivo de resolver los problemas de análisis y síntesis de SM.

### 6.2.1. Problema de análisis en SM

Dada una superficie deslizante deseada  $\sigma(\mathbf{x}) = 0$  con  $\mathbf{x}$  estados del sistema ( $\sigma$  con grado relativo uno con respecto a la señal discontinua  $u$ ), el problema del análisis consiste en verificar si  $u_{eq}$  cumple la condición dada por (6.6).

Este problema se puede solucionar resolviendo el siguiente programa,

$$\left\{ \begin{array}{l} \sup_{\delta \in \Delta} a(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) \end{array} \right. \quad (6.13)$$

siendo  $\boldsymbol{\theta}$  un vector de parámetros de ajuste constantes dados por el operador (por ejemplo, los coeficientes de la superficie deslizante),  $\boldsymbol{\delta}$  el vector de parámetros variables,  $\Delta$  un subconjunto de  $\mathbb{R}^{n_\delta}$  con  $n_\delta$  la dimensión de  $\boldsymbol{\delta}$  y  $a$  es la función de análisis:

$$a = \text{máx}(u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}), u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) - u^+). \quad (6.14)$$

Bajo estas condiciones, IBBA puede proporcionar una cobertura  $[\underline{a}, \bar{a}]$  del mínimo  $a^*$ , y esto se puede usar para asegurar que la condición de deslizamiento se mantenga sobre  $\sigma(\mathbf{x}) = 0$ .

De la propiedad (6.8), podemos derivar las propiedades (6.15) y (6.16).

$$\begin{aligned} \bar{a} < 0 \\ \implies a^* < 0 \\ \iff \forall \boldsymbol{\delta} \in \Delta, \text{máx}(u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}), u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) - u^+) < 0 \\ \iff \forall \boldsymbol{\delta} \in \Delta, u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) < 0 \text{ y } u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) - u^+ < 0 \\ \iff \forall \boldsymbol{\delta} \in \Delta, u^- < u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) \text{ y } u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) < u^+ \end{aligned} \quad (6.15)$$

La propiedad (6.15) proporciona una condición suficiente para probar que el sistema se deslizará sobre la superficie deslizante  $S$  sobre el subconjunto  $\Delta$ .

$$\begin{aligned} \bar{a} \geq 0 \\ \implies a^* = a(\boldsymbol{\delta}^*) \geq 0 \\ \iff \text{máx}(u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}^*), u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}^*) - u^+) \geq 0 \\ \iff \exists \boldsymbol{\delta} \in \Delta, \text{máx}(u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}^*), u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}^*) - u^+) \geq 0 \\ \iff \exists \boldsymbol{\delta} \in \Delta, u^- - u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) \geq 0 \text{ o } u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) - u^+ \geq 0 \\ \iff \exists \boldsymbol{\delta} \in \Delta, u^- \geq u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) \text{ o } u_{eq}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\delta}) \geq u^+ \end{aligned} \quad (6.16)$$

La propiedad (6.16) proporciona una condición suficiente para que el sistema no se deslice sobre  $S$  en todo  $\Delta$ . En realidad, el sistema dejará  $S$  al menos en  $\delta^*$  la solución al Problema (6.13). Si  $0 \in [\underline{a}, \bar{a}]$ , no es posible probar si  $\theta$  es una solución viable ya que ninguna de las condiciones de las propiedades (6.15) y (6.16) están satisfechas.

### 6.2.2. Problema de síntesis en SM

Los problemas de síntesis consisten en caracterizar el conjunto de parámetros de ajuste factibles con respecto a las condiciones de SM y dejar que el diseñador elija  $\theta$  en este conjunto, o bien minimizar una función de costo dada sobre este conjunto factible. Los algoritmos SIVIA y IBBA son adecuados para realizar tal cálculo.

Sea  $\Theta$  un subconjunto de  $\mathbb{R}^{n_\theta}$ , y  $l : \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R}$  sea una función de costo dada por el diseñador del sistema. Se define la función de análisis en  $\theta$  por:

$$a_\theta = \max(u^- - u_{eq}(\theta, \delta), u_{eq}(\theta, \delta) - u^+) \quad (6.17)$$

y

$$a_\theta^* = \inf_{\delta \in \Delta} a_\theta(\delta) \quad (6.18)$$

es el mínimo del Problema (6.13) con  $\theta$  fijo. También se define la función.

$$a_{\text{sup}} : \begin{array}{l} \mathbb{R}^{n_\theta} \mapsto \mathbb{R} \\ \theta \rightarrow a_\theta^*. \end{array} \quad (6.19)$$

Suponemos que una función de inclusión de  $l$  está disponible, *i.e.*  $L$  tiene una expresión analítica. El problema de síntesis se puede expresar de manera general como el problema de optimización (6.20).

$$\begin{cases} \inf_{\theta \in \Theta} l(\theta) \\ \text{s.t.} \quad a_{\text{sup}}(\theta) < 0 \end{cases} \quad (6.20)$$

La restricción del Problema (6.20) asegura la condición de deslizamiento e implica la solución del problema de análisis (6.13). Usando el análisis intercalar, es posible proporcionar una cobertura de  $a_{\text{sup}}$  sobre una caja  $[\theta]$  [70]. Como consecuencia, se puede usar IBBA para resolver el Problema (6.20) y SIVIA para caracterizar el conjunto definido por la restricción:

$$\{\theta \in \Theta, a_{\text{sup}}(\theta) < 0\} \quad (6.21)$$

De manera más general, tal restricción se denomina restricción semi-infinita (Semi Infinite Constraint, SIC), ya que es equivalente al conjunto infinito de restricciones:

$$\begin{aligned} a_{\text{sup}}(\theta) < 0 &\iff a_\theta^* < 0 \\ &\iff a_\theta(\delta) < 0, \forall \delta \in \Delta. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Los problemas de optimización relacionados con SIC se denominan Programas Semi Infinitos (Semi Infinite Programs, SIP) y se pueden resolver de manera global con diferentes métodos [80, 81], y la caracterización de los conjuntos definidos por los SIC se ha estudiado en varios trabajos [82, 83].

### 6.3. Caso de Aplicación: control de profundidad del AUV Ciscreea

En esta sección, la técnica propuesta se aplica al control del eje vertical (heave) del AUV Ciscreea. Como ya se mencionó, este tipo de sistema sufre de varios tipos de perturbaciones e incertidumbres, lo que hace que la aplicación de técnicas de control robusto sea esencial [84, 85]. Sin embargo, dada su dinámica no lineal, las técnicas de control robusto convencionales solo se pueden aplicar mediante la linealización alrededor de un punto de operación determinado. Por esto aquí se tomará el diseño por SM como una alternativa a estos enfoques.

Para esta sección, se tomará el modelo de la dirección de desplazamiento vertical desarrollada en la sección 3.2 (tercera fila de Ec. 3.11). Este puede ser reescrito como:

$$(M_{RBz} + M_{Az})\ddot{z} + D_{NLz}|\dot{z}|\dot{z} + D_{Lz}\dot{z} + g(z)_z = \tau_{pro_z} + \tau_{env_z} \quad (6.23)$$

Aquí los parámetros involucrados son los coeficientes de la dirección vertical de la Ec. 3.11, indicados con el subíndice  $z$ . En particular,  $\tau_{pro_z}$  y  $\tau_{env_z}$  representan la fuerza resultante en la dirección vertical producida por los propulsores del AUV y las perturbaciones externas, respectivamente. Se considera que el acoplamiento con las otras direcciones es despreciable. Suponiendo una dinámica de lazo cerrado deseada de la forma:

$$\sigma = \dot{e} + \lambda e = 0 \quad (6.24)$$

con  $e = z_d - z$  el error de seguimiento,  $z_d$  la referencia de posición y  $\lambda$  un parámetro de ajuste de la tasa de aproximación.

Un control por SM puede proporcionar una solución a este requisito. La estructura de un controlador de SM se puede definir con una superficie deslizante  $\sigma = 0$ , e implementarse mediante una acción de control discontinuo de la forma:

$$\tau_{pro} = |\tau_{max}|sign(\sigma) \quad (6.25)$$

con  $\tau_{max}$  el valor de saturación del actuador. Una vez que tenemos la estructura definida, es necesario verificar si se cumplen las condiciones de establecimiento del SM, esto significa verificar si se cumple la condición en la Ec. 6.6. EN este caso el  $u_{eq}$  se puede obtener como:

$$u_{eq} = -\lambda\dot{z}(M_{RBz} + M_{Az}) + D_{Lz}\dot{z} + D_{NLz}|\dot{z}|\dot{z} + g(z)_z - \tau_{env_z} \quad (6.26)$$

Para el caso del AUV Ciscrea, refiriéndose a la Ec. 6.6,

$$|u^-| = |u^+| = \tau_{max} = 6 \text{ [Nm]}$$

en el caso nominal. Vale la pena mencionar que la Ec. 6.26 depende de los parámetros de modelado para garantizar las condiciones de trabajo del controlador y se debe considerar un análisis de sus posibles variaciones.

A partir de la condición de existencia del SM, trataremos el problema de determinar cuál es la dinámica más rápida que se puede lograr dado un dominio de las variables del sistema. Esto implica resolver el problema (6.20) con  $l(\theta) = -\lambda$ . En este caso particular, podemos establecer la siguiente equivalencia de variables:

$$\begin{cases} \theta & \leftrightarrow \lambda \\ \Theta & \leftrightarrow [0, 2] \\ \delta & \leftrightarrow (\dot{z}, \tau_{envz})^T \\ \Delta & \leftrightarrow ([-0.15, 0.15], [-3, 3])^T \end{cases} \quad (6.27)$$

donde los rangos de valores seleccionados son acordes al robot considerado [49].

Aplicando el algoritmo IBBA, proporciona  $[-0.3885, -0.3842]$  como una cobertura del mínimo. Por lo que el mejor punto factible encontrado, con respecto a la condición de deslizamiento, es  $\lambda = 0.3842$ . Además, se garantiza que no existe un valor de  $\lambda$  mayor que 0.3885 tal que la condición de deslizamiento se mantenga en  $\Delta$ .

El resultado anterior es el mejor ajuste para el controlador propuesto, ahora nos preocupan sus límites de aplicabilidad con respecto a la variación tanto de los estados, como de los parámetros del modelo. Para hacer esto, desarrollaremos un conjunto de “mapas” para saber dónde está garantizado el SM.

Para comenzar, construimos el subpaving  $\lambda$  vs.  $\dot{z}$ . Esto significa resolver el problema establecido por la Ec. 6.21, donde se realiza la siguiente relación de variables:

$$\begin{cases} \theta & \leftrightarrow (\lambda, \dot{z}) \\ \Theta & \leftrightarrow ([0, 2], [-1, 1])^T \\ \delta & \leftrightarrow (\tau_{envz}) \\ \Delta & \leftrightarrow ([-3, 3])^T \end{cases} \quad (6.28)$$

Los resultados se obtienen aplicando el algoritmo SIVIA con  $\epsilon = 0.01$  y se muestran en la Fig. 6.2 para tres valores del torque total producido por los motores del AUV. En la figura del subpaving, las cajas rojas implican no satisfacción de las condiciones impuestas, cajas verdes satisfacción y las cajas azules indica que el algoritmo no puede determinar el cumplimiento o no de las condiciones. Como se esperaba, los resultados observados muestran que para una velocidad de referencia baja, la dinámica que se puede imponer al sistema es más rápida que en los casos en que  $\dot{z}$  es mayor (observe el área

alrededor del eje  $\dot{z} = 0$ ). Esto tiene un significado físico, a velocidades más altas, la inercia de la AUV requiere más acción de control para forzar el deslizamiento sobre la superficie deseada. También la Fig. 6.2 muestra dos “ramas” laterales del área factible, este comportamiento obedece al término de amortiguamiento no lineal ( $D_{NLz}$ ) presente en el modelo del AUV y en la expresión de la  $u_{eq}$  (Eq.6.26).

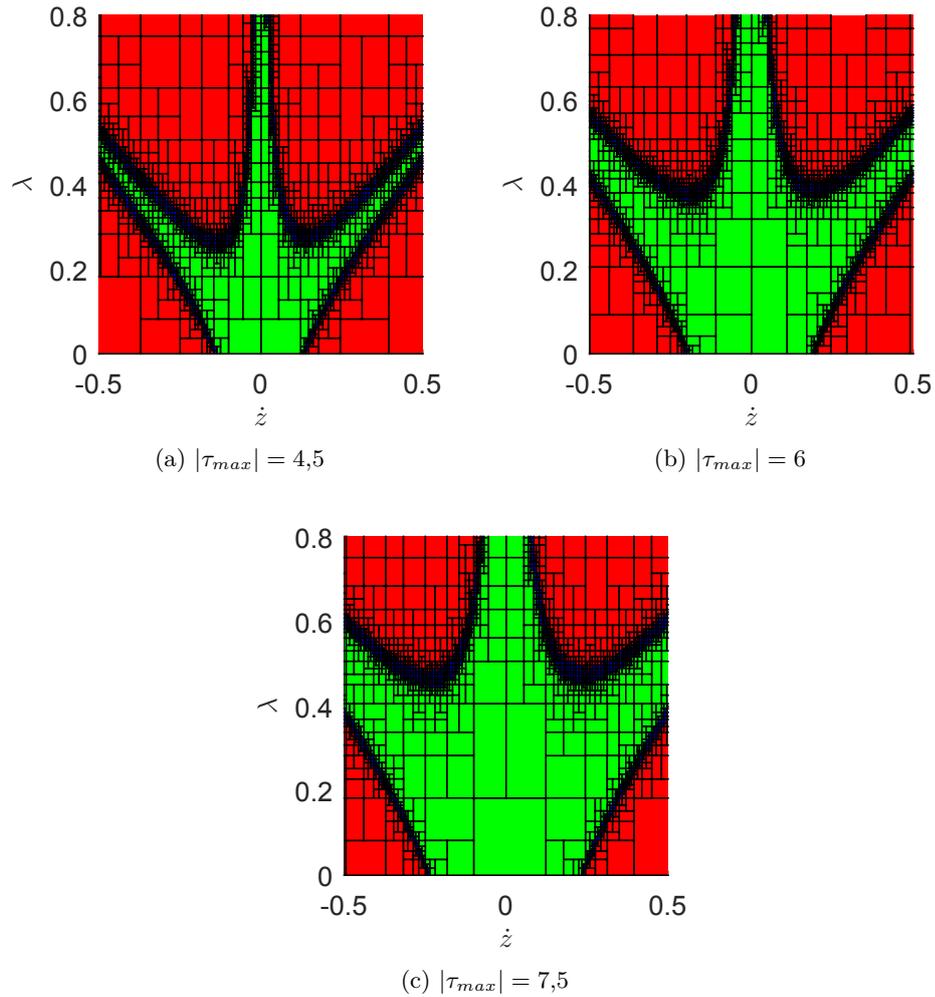


Figura 6.2: Subpaving: caso análisis de SM para un modelado exacto del sistema. Verde: satisfacción condiciones de SM, Rojo: no satisfacción: Azul: no determinado

**Nota 4.** Como se indico, las cajas rojas en las figuras de subpaving implican no satisfacción de las condiciones impuestas. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que esto no significa que SM no pueda existir, sino que al menos existe una combinación de los parámetros del sistema donde no se establecerá el SM.

Además, se ha observado cuál es el efecto de disminuir y aumentar el torque total producido por los motores del AUV, algo que puede ocurrir debido a las variaciones de voltaje en la batería en tiempos de operación prolongados. En la Fig. 6.2a, se puede apreciar el resultado de una reducción del torque del 25 %, mientras que en la Fig. 6.2c un incremento del 25 %. Ambos casos son con respecto a la Fig. 6.2b donde se usa el torque nominal. A partir de estas figuras, es posible observar cómo la zona factible se estrecha (Fig. 6.2a) o se ensancha (Fig. 6.2c) de acuerdo con la variación de la acción de control máxima. De las variaciones presentadas podemos concluir que incluso con variaciones del 25 % en la señal de control, el AUV funcionara en la zona de velocidad  $\dot{z} \in [-.1, .1]$  donde se podrá imponer una dinámica de lazo cerrado en el intervalo  $\lambda \in (0, 0.27]$ .

En la Fig. 6.3 se presentan simulaciones de la respuesta del sistema a un escalón de referencia para tres condiciones de sintonización, afectadas por una perturbación constante  $\tau_{envz} = 3$ . En estas simulaciones, la posición inicial es  $z = 3[\text{m}]$  con la perturbación ya establecida, y en  $t = 0$  se aplica un escalón de referencia de amplitud  $-1.5[\text{m}]$ .

En estas simulaciones, el sistema se prueba sobre tres valores  $\lambda$  diferentes. En todos los casos, el AUV comienza con un error inicial, y de acuerdo con la dinámica sintonizada, su error converge a cero. Además, podemos observar en la Fig. 6.4 las trayectorias en el espacio de estados correspondientes para estas simulaciones.

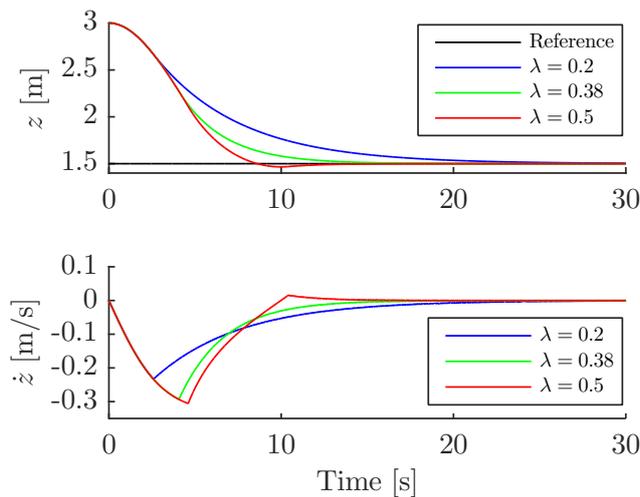


Figura 6.3: Respuesta al escalón del sistema para diferentes condiciones de sintonización.

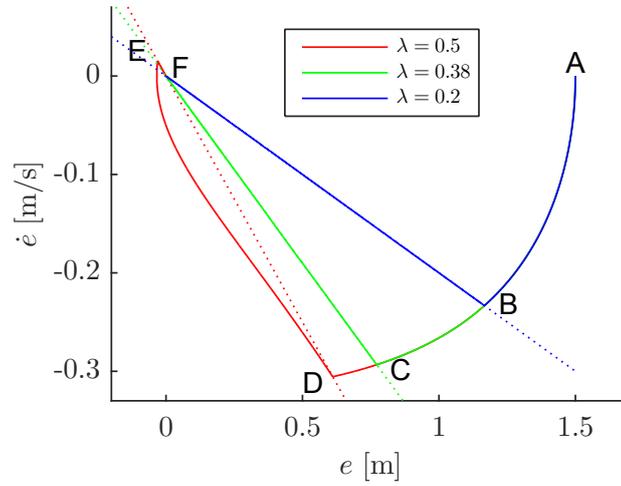


Figura 6.4: Evolución del espacio de estados para diferentes condiciones de sintonización.

Es posible ver a partir de los valores de diseño ( $\lambda$ ) y las velocidades ( $\dot{z}$ ) en estos casos, que dos de los parámetros elegidos ( $\lambda = 0.2$  and  $\lambda = 0.38$ ) pertenecen a la zona admisible de la Fig. 6.2b. Por lo tanto, su respuesta en el tiempo es producto del comportamiento del deslizamiento sobre las superficies diseñadas. La tercera simulación ( $\lambda = 0.5$ ) no pertenece a esta zona, de hecho vemos en la Fig. 6.4 cómo el sistema alcanza la superficie deslizante (línea de puntos - punto D) pero el SM no establece, en concordancia con los resultados de la Fig. 6.2b, produciendo un sobrepaso en la respuesta al escalón (see Fig. 6.3).

Usando la misma herramienta, es posible analizar cómo la incertidumbre de los parámetros del sistema afectan la zona garantizada de la condición de deslizamiento. Por ejemplo, la Fig. 6.5 muestra cómo variaciones del 5%, 10% y 25% en el parámetro  $M_{Az}$  restringen el área garantizada de las condiciones de establecimiento de SM.

Para este caso, refiriéndose a la Ec. 6.21, la relación de variables resulta en:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} & \leftrightarrow (\lambda, \dot{z}) \\ \Theta & \leftrightarrow ([0, 2], [-1, 1])^T \\ \boldsymbol{\delta} & \leftrightarrow (\tau_{envz}, M_{Az})^T \\ \Delta & \leftrightarrow ([-3, 3], [63.78, 70.49])^T \end{cases} \quad (6.29)$$

donde el intervalo de varianza del parámetro  $M_{Az}$  se adapta para cada análisis.

Además, el enfoque elegido es útil para analizar los efectos combinados de las incertidumbres del sistema, la Fig. 6.6 muestra cuál será el efecto de

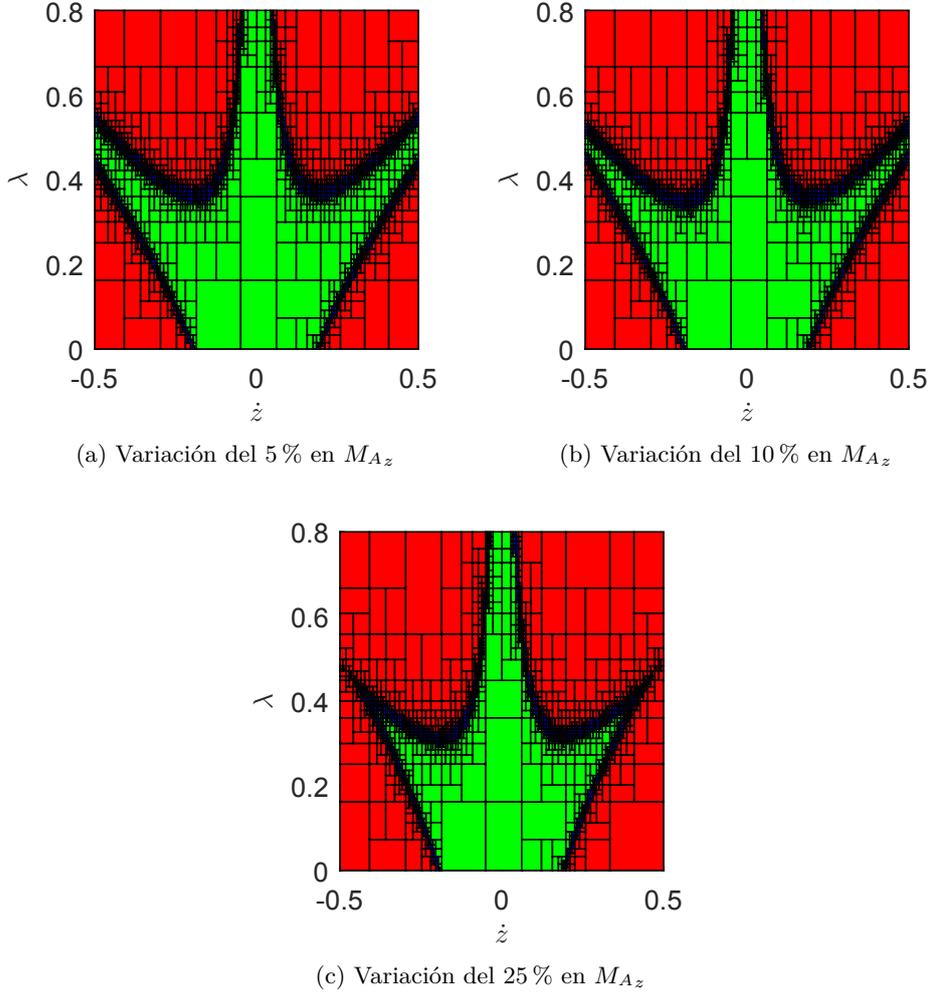


Figura 6.5: Subpaving considerando variación del parámetro  $M_{Az}$

una variación del 25% simultáneamente en el conocimiento de  $M_{az}$  y  $D_{NLz}$ . Para este caso la relación de variables resulta:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} & \leftrightarrow (\lambda, \dot{z}) \\ \Theta & \leftrightarrow ([0, 2], [-0.5, 0.5])^T \\ \boldsymbol{\delta} & \leftrightarrow (\tau_{envz}, M_{Az}, D_{NLz})^T \\ \Delta & \leftrightarrow ([-3, 3], [50.35, 83.92], [60.27, 100.46])^T \end{cases} \quad (6.30)$$

Para continuar con nuestro análisis, podemos investigar cuál es la acción de control mínima que necesitamos para obtener el valor  $\lambda$  deseado, esto implica realizar un gráfico de subpaving con  $\lambda$  y  $|\tau_{max}|$ , es decir, resolver

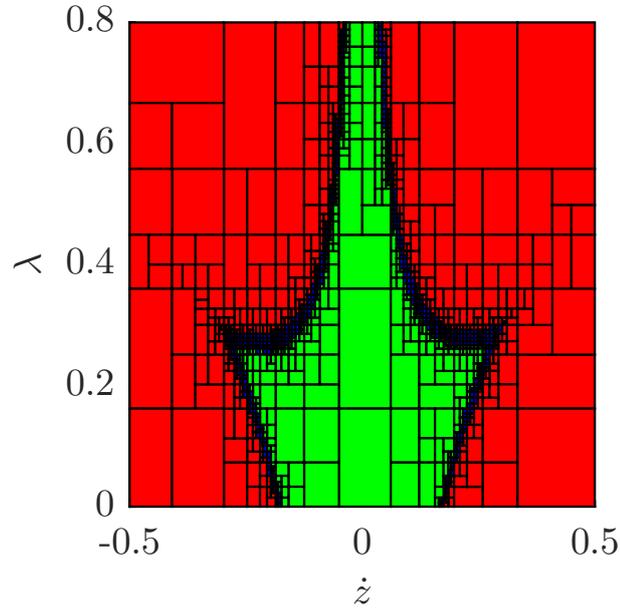


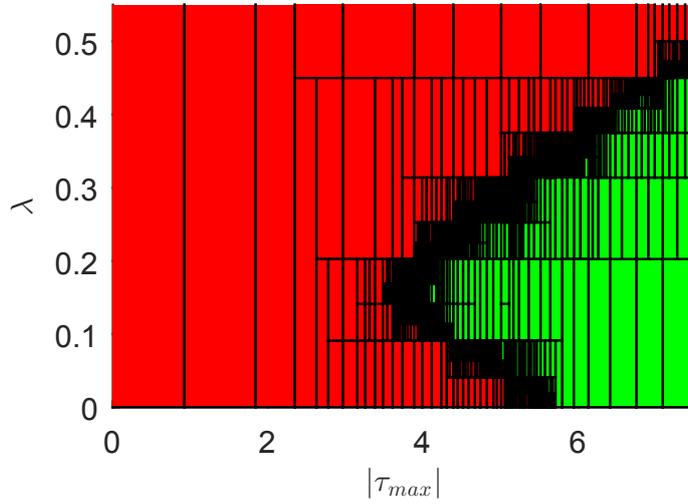
Figura 6.6: Subpaving considerando variaciones en  $M_{Az}$  y  $D_{NLz}$

Ec. 6.21, donde se realiza la siguiente relación de variables:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} & \leftrightarrow (\lambda, |\tau_{max}|)^T \\ \Theta & \leftrightarrow ([0, 2], [-7.5, 7.5])^T \\ \boldsymbol{\delta} & \leftrightarrow (\dot{z}, \tau_{envz})^T \\ \Delta & \leftrightarrow ([-0.18, 0.18], [-3, 3])^T \end{cases} \quad (6.31)$$

El resultado se muestra en la Fig. 6.7, donde es posible ver que para una entrada de control de  $\tau_{max} = 6$  podemos alcanzar dinámicas hasta  $\lambda = 0.38$ . Esto coincide con el resultado obtenido en el primer problema de síntesis y en la Fig. 6.2b.

**Nota 5.** Aunque en esta aplicación el estudio se limita a los regímenes de deslizamiento clásicos, destacamos la potencialidad del método para otras versiones de regímenes de deslizamiento. Por ejemplo, la Fig. 6.7 podría servir como un mapa sobre cómo cambiar la amplitud de control según el estado del sistema en un régimen de deslizamiento adaptativo. Además, se podría seguir el mismo procedimiento para diseñar técnicas SMRC como las que se describen en los capítulos 3 y 4.


 Figura 6.7: Dinámica alcanzable para  $|\dot{z}| \leq 0,18$  y  $|\tau_{envz}| = 3$ 

Para concluir nuestro análisis, se propone ver cuál sería la perturbación extrema que el sistema puede soportar garantizando las condiciones de SM. Para esto, se genera el gráfico de subpaving con  $\lambda$  y  $\tau_{envz}$ , resolviendo la Ec. 6.21, con la siguiente relación de variables:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta} & \leftrightarrow (\lambda, \tau_{envz})^T \\ \Theta & \leftrightarrow ([0, 0.8], [-7, 7])^T \\ \boldsymbol{\delta} & \leftrightarrow (\dot{z}) \\ \Delta & \leftrightarrow ([-0.18, 0.18]) \end{cases} \quad (6.32)$$

Los resultados se muestran en la Fig. 6.8, donde también se considera la variación de la señal de control aplicada.

Notar que en el caso nominal Fig. 6.8b hasta los valores de  $|\tau_{env}| = 3$  el sistema funcionará en la zona garantizada para el dominio analizado. La Fig. 6.8a muestra cómo se contrae esta zona para una reducción del 25% en  $|\tau_{max}|$ , y la Fig. 6.8c cómo está se expande para un aumento del 25% en  $|\tau_{max}|$ , lo que nos permite predecir el rechazo de la perturbación del sistema considerando diferentes ajustes del SM y posibles variaciones de potencia en el AUV.

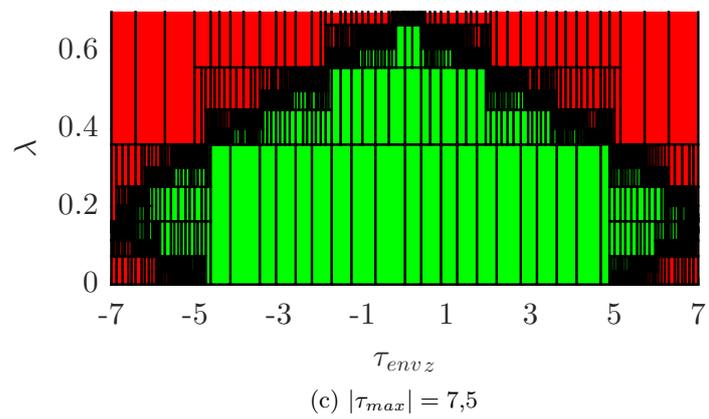
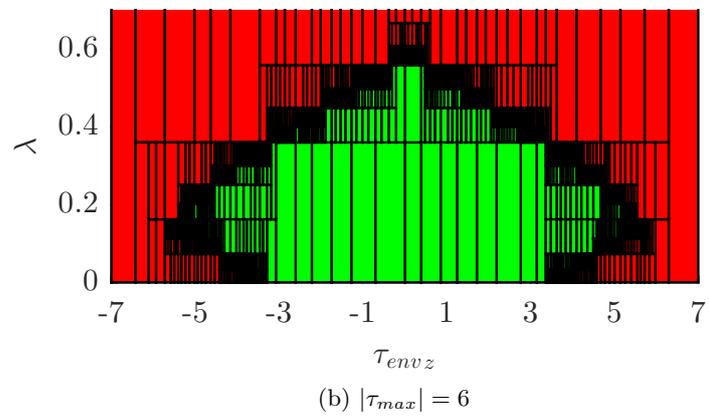
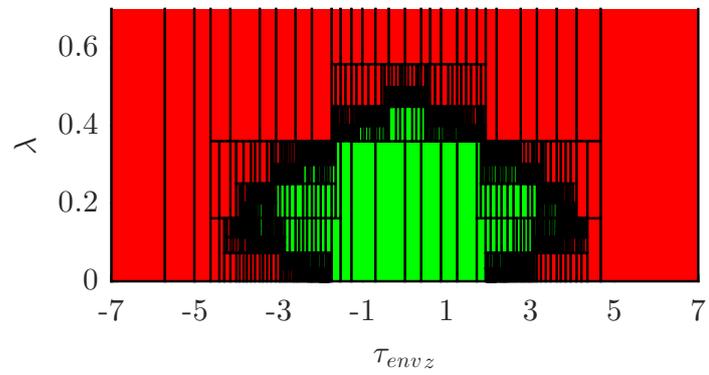


Figura 6.8: Subpaving considerando efectos de  $\tau_{envz}$

## 6.4. Conclusiones

Una técnica para la optimización de SM se desarrolló a través de la aplicación de herramientas de optimización global. El enfoque elegido nos permite obtener una serie de mapas de las zonas donde se garantiza el SM, teniendo en cuenta la posible variación de los parámetros del sistema, los valores de los estados y las perturbaciones externas.

Usando las herramientas de análisis intervalar para resolver un problema de optimización global no convexo, nuestro enfoque optimiza el diseño de SM para un criterio dado. Además, agrega robustez y garantiza la configuración de SM frente a las variaciones del proceso y el espacio de estado restringido analizado. Para esto, deben utilizarse métodos de optimización global, ya que los problemas de síntesis y análisis son no convexos, a diferencia de los problemas que surgen en los enfoques estocásticos que generalmente se formulan como desigualdades de matrices lineales (por lo tanto, convexas). Sin embargo, debe mencionarse que la complejidad del algoritmo IBBA crece exponencialmente con el número de variables y puede no resolver problemas muy grandes.

Es necesario señalar también que mediante la técnica presentada en este capítulo, se puede abordar el análisis de las condiciones de existencia suficientes en cualquier tipo de régimen deslizante. En particular, las técnicas propuestas en los capítulos 3 y 4 se pueden analizar con esta metodología para obtener regiones garantizadas en el espacio de estados donde las técnicas funcionan.

En el caso de la aplicación, se diseñó y analizó un control por SM para la dirección vertical del AUV Ciscreea, explorando las regiones que garantizan el establecimiento del SM al considerar diferentes condiciones de operación, perturbaciones e incertidumbres, parámetros de ajuste y amplitudes de control. Se puede señalar que no solo se obtuvieron áreas de garantía, sino también estimaciones de los valores límite de incertidumbres paramétricas y perturbaciones que comprometen la operación del SM.

El trabajo desarrollado en este capítulo ha llevado a la presentación de un trabajo de conferencia [86] (con su publicación en IFAC-Papers-OnLine) y un artículo de revista en progreso [87].



# 7

## Conclusiones

Este trabajo ha realizado una breve revisión de los principales tipos de robots, presentando algunos inconvenientes en las técnicas de navegación y control utilizadas en este tipo de sistemas. A lo largo del trabajo, algunos problemas de los sistemas robóticos móviles han sido abordados y planteados en términos de restricciones en los sistemas de control. Además, se han propuesto técnicas de control capaces de lidiar con estos problemas lo que constituye la principal contribución de este trabajo.

Con respecto a las restricciones que afectan la entrada de los sistemas robóticos móviles, en el capítulo 3 se han logrado avances en la mitigación de sus efectos no deseados mediante la aplicación de la técnica SMRC. En particular, la técnica SMRC se ha aplicado en tareas de seguimiento en presencia de restricciones de torque. Es importante remarcar que en esta Tesis, el SMRC se ha extendido para su aplicación al problema dinámico, en lugar del cinemático tratado en trabajos anteriores. Se deja como futura línea de investigación la aplicación de estas técnicas en la detección y corrección de situaciones que violen las condiciones del modelado cinemático.

Continuando con la idea de utilizar un lazo auxiliar para mejorar el rendimiento logrado por los controladores tradicionales en presencia de restricciones, en el capítulo 4 se ha avanzado con el problema de seguimiento de caminos restringidos en presencia de obstáculos móviles. En este caso, las restricciones impuestas por el entorno se interpretaron como restricciones en las posibles posiciones del robot, por lo tanto, como restricciones de salida del sistema. En este contexto, se desarrolló la técnica llamada CASA, que demuestra su eficiencia en el problema de evitación de obstáculos. Aunque se ha abordado una situación particular, no se descarta que esta técnica se pueda aplicar en contextos de más de un robot, por ejemplo, técnicas de transporte colaborativo donde las restricciones se darán por las fuerzas máximas a aplicar o donde las restricciones virtuales podrían ser útiles en la coordinación de múltiples robots.

Los algoritmos de control desarrollados en los capítulos 3 y 4 para tratar

las restricciones de entrada y salida se implementan como lazos de control auxiliares sin modificar el controlador principal del sistema robótico. Esta es una ventaja importante de las propuestas ya que, con frecuencia, el controlador está integrado en el sistema.

Otro problema importante en el control robótico es la robustez contra las incertidumbres del modelo y las perturbaciones externas. Esto se destaca en forma particular en los sistemas AUV, donde los parámetros hidrodinámicos son difíciles de estimar y su entorno de trabajo también suele ser desconocido. En consecuencia, el capítulo 5 y el capítulo 6 de esta Tesis abordan el problema del diseño robusto del sistema de control robótico. El material en estos capítulos está ordenado en términos del grado de libertad en el ajuste y diseño del control. Es decir, el capítulo 5 se asume que el controlador principal está fijo o embebido en el sistema robótico, pero hay libertad para ajustar sus parámetros. Por el contrario, el capítulo 6 asume que también la estructura del controlador puede elegirse arbitrariamente.

El caso tratado en el capítulo 5 se puede ver como un problema de control con restricciones estructurales, es decir, cuando la estructura del controlador es fija. Se supone que se impone una estructura de control PID, la más extendida en aplicaciones robóticas móviles para el seguimiento. Luego, se desarrolla una metodología para ajustar este controlador que garantiza las especificaciones de rendimiento en presencia de perturbaciones del modelo.

Finalmente, el capítulo 6 aborda el problema de sintonización de controladores robustos no lineales. Se desarrolla una metodología para verificar, a través de la generación de subpavings, si el ajuste de controladores por SM alcanzan las especificaciones para un intervalo dado de posibles perturbaciones. Además, también se propone un método para obtener el ajuste óptimo utilizando SM. La metodología presentada se puede usar para ajustar los algoritmos SMRC y CASA desarrollados en el capítulo 3 y 4. Si bien el desarrollo presentado se ha basado en el SM tradicional, con poco esfuerzo puede extenderse a otras formas de SM como adaptativas o de orden superior.

No se debe pasar por alto que en el capítulo 6, los subpavings generados proporcionan información útil sobre el cumplimiento de condiciones suficientes para el establecimiento de SM. De esta manera, independientemente de la aplicación en robótica, un problema que generalmente se resuelve al considerar valores sobredimensionados para garantizar la operación, se ha abordado aquí. Esto permite conocer la excursión de control necesaria para que la situación particular del sistema satisfaga las condiciones de SM.

Globalmente, esta Tesis ha significado una contribución al control de los sistemas autónomos, particularmente aquellos afectados por restricciones, reconociendo la necesidad de controles robustos y la síntesis de estos en sistemas no lineales con escaso conocimiento de sus modelos. Se espera que este trabajo sirva como punto de partida hacia problemas más complejos que puedan utilizar el conocimiento desarrollado a lo largo de este trabajo. Como

trabajos futuros, estas técnicas podrían extenderse al mapeo colaborativo y aplicaciones de coordinación con múltiples robots.

Es importante destacar, como resultado de esta Tesis, el desarrollo de conocimiento en un área estratégica con vacancia parcial en la Facultad de Ingeniería de la UNLP. Este trabajo también permitió, a través del trabajo de investigación y la colaboración mutua, un vínculo internacional entre dos grupos de investigación en ENSTA Bretagne y UNLP. Se espera que el desarrollo de este trabajo sea la base para una colaboración científica a largo plazo, así como una nueva área de investigación y aplicación en la UNLP.



# Bibliografía

- [1] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Giuseppe Oriolo. Robotics. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer-Verlag London, 2009.
- [2] Peter Corke. Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in MATLAB. Springer Tracts in Advanced Robotics 73. 2011.
- [3] Thor Fossen. Marine control systems: guidance, navigation and control of ships, rigs and underwater vehicles, volume 28. December 2002.
- [4] Oussama Khatib Bruno Siciliano, editor. Springer Handbook of Robotics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1st edition, 2008.
- [5] Rached Dhaouadi and Ahmad Abu Hatab. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies : A unified framework. 2013.
- [6] Luc Jaulin. Automation for Robotics. Automation for Robotics, 2015.
- [7] Shimon Y. Nof, editor. Handbook of Industrial Robotics. Wiley, 2nd edition, March 1999.
- [8] Seth Hutchinson George Kantor Wolfram Burgard Lydia E. Kavraki Sebastian Thrun Howie Choset, Kevin M. Lynch. Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations. Intelligent Robotics and Autonomous Agents. The MIT Press, 2005.
- [9] Daniel Sack and Wolfram Burgard. A comparison of methods for line extraction from range data. IFAC Proceedings Volumes, 37(8):728 – 733, 2004. IFAC/EURON Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles, Lisbon, Portugal, 5-7 July 2004.
- [10] Michael Montemerlo, Sebastian Thrun, Daphne Koller, and Ben Wegbreit. Fastslam: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem. In In Proceedings of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence, pages 593–598. AAAI, 2002.

- [11] Patrick Pfaff, Rudolph Triebel, and Wolfram Burgard. An efficient extension to elevation maps for outdoor terrain mapping and loop closing. The International Journal of Robotics Research, 26(2):217–230, 2007.
- [12] Nathaniel Fairfield, George Kantor, and David Wettergreen. Real-time slam with octree evidence grids for exploration in underwater tunnels. Journal of Field Robotics, 24:3–21, 2007.
- [13] Hongyan Guo, Dongpu Cao, Hong Chen, Zhenping Sun, and Yunfeng Hu. Model predictive path following control for autonomous cars considering a measurable disturbance: Implementation, testing, and verification. Mechanical Systems and Signal Processing, 118:41 – 60, 2019.
- [14] L. Lapiere, D. Soetanto, and A. Pascoal. Nonlinear path following with applications to the control of autonomous underwater vehicles. In 42nd IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No.03CH37475), volume 2, pages 1256–1261, 2003.
- [15] X. Xiang, C. Yu, and Q. Zhang. Robust fuzzy 3d path following for autonomous underwater vehicle subject to uncertainties. Computers and Operations Research, 84:165–177, 2017. cited By 88.
- [16] F. Garelli, L. Gracia, A. Sala, and P. Albertos. Switching algorithm for fast robotic tracking under joint speed constraints. In Control & Automation (MED), 2010 18th Mediterranean Conference on, pages 802–807, 23-2.
- [17] N. Nenchev Dragomir and Uchiyama Masaru. Singularity-consistent path planning and motion control through instantaneous self-motion singularities of parallel-link manipulators. J. Robotic Syst., 14(1):27–36, July 1997.
- [18] Lionel Lapiere, Rene Zapata, and Pascal Lepinay. Combined path-following and obstacle avoidance control of a wheeled robot. The International Journal of Robotics Research, 26(4):361–375, 2007.
- [19] Siciliano Bruno Bastin Georges Canudas de Wit, Carlos, editor. Theory of Robot Control. Springer, London, 1996.
- [20] Chae H. An, Christopher G. Atkeson, and John M. Hollerbach. Model-based Control of a Robot Manipulator. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1988.
- [21] J. L. Crowley. World modeling and position estimation for a mobile robot using ultrasonic ranging. In Proceedings, 1989 International Conference on Robotics and Automation, pages 674–680 vol.2, 14-1.

- [22] P. Moghadam, W. S. Wijesoma, and Dong Jun Feng. Improving path planning and mapping based on stereo vision and lidar. In 2008 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, pages 384–389, 17-2.
- [23] Y. Koren and J. Borenstein. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation. In Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 1398–1404 vol.2, 9-11.
- [24] Yi Zhu, Tao Zhang, Jingyan Song, Xiaqin Li, and Masatoshi Nakamura. A new method for mobile robots to avoid collision with moving obstacle. Artificial Life and Robotics, 16(4):507–510, February 2012.
- [25] D. Wilkie, J. van den Berg, and D. Manocha. Generalized velocity obstacles. In 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 5573–5578, 10-1.
- [26] C. Kunz, C. Murphy, R. Camilli, H. Singh, J. Bailey, R. Eustice, M. Jakuba, K. i. Nakamura, C. Roman, T. Sato, R. A. Sohn, and C. Willis. Deep sea underwater robotic exploration in the ice-covered arctic ocean with auvs. In 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 3654–3660, 22-2.
- [27] Russell B. Wynn, Veerle A. I. Huvenne, Timothy P. Le Bas, Bramley J. Murton, Douglas P. Connelly, Brian J. Bett, Henry A. Ruhl, Kirsty J. Morris, Jeffrey Peakall, Daniel R. Parsons, Esther J. Sumner, Stephen E. Darby, Robert M. Dorrell, and James E. Hunt. Autonomous underwater vehicles (auvs): Their past, present and future contributions to the advancement of marine geoscience. Marine Geology, 352:451–468, June 2014.
- [28] M. Dunbabin and L. Marques. Robots for environmental monitoring: Significant advancements and applications. IEEE Robotics & Automation Magazine, 19(1):24–39, February 2012.
- [29] R. L. Wernli. Auv commercialization-who’s leading the pack? In OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition. Conference Proceedings (Cat. No.00CH37158), volume 1, pages 391–395 vol.1, 2000.
- [30] Dennis S. Bernstein and Anthony N. Michel. A chronological bibliography on saturating actuators. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 5:375–380, August 1995.
- [31] E. Campos, A. Chemori, V. Creuze, J. Torres, and R. Lozano. Saturation based nonlinear depth and yaw control of underwater vehicles with

- stability analysis and real-time experiments. *Mechatronics*, 45:49–59, August 2017.
- [32] Zewei Zheng, Cheng Jin, Ming Zhu, and Kangwen Sun. Trajectory tracking control for a marine surface vessel with asymmetric saturation actuators. *Robotics and Autonomous Systems*, 97:83–91, November 2017.
- [33] Leo V. Steenson, Alexander B. Phillips, Eric Rogers, Maaten E. Furlong, and Stephen R. Turnock. Experimental verification of a depth controller using model predictive control with constraints onboard a thruster actuated auv. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(5):275–280, January 2012.
- [34] Pouria Sarhadi, A. Ranjbar, and Alireza Khosravi. Adaptive integral feedback controller for pitch and yaw channels of an auv with actuator saturations. *ISA Transactions*, 65, September 2016.
- [35] Y. Wang, L. Gu, Y. Xu, and X. Cao. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(10):6194–6204, October 2016.
- [36] Yaoyao Wang, Fei Yan, Surong Jiang, and Bai Chen. Time delay control of cable-driven manipulators with adaptive fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *Advances in Engineering Software*, 121:13–25, July 2018.
- [37] Yaoyao Wang, Surong Jiang, Bai Chen, and Hongtao Wu. A new continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode control for cable-driven manipulators. *Advances in Engineering Software*, 119:21–29, May 2018.
- [38] Dragomir N. Nenchev. Tracking manipulator trajectories with ordinary singularities: A null space-based approach. *International Journal of Robotics Research*, 14(4):399–404, 1995.
- [39] Fabricio Garelli, Luis Gracia, Antonio Sala, and Pedro Albertos. Sliding mode speed auto-regulation technique for robotic tracking. *Robotics and Autonomous Systems*, 59(7):519–529, July 2011.
- [40] R. Yang, B. Clement, A. Mansour, H. J. Li, and M. Li. Robust heading control and its application to ciscrea underwater vehicle. In *OCEANS 2015 - Genova*, pages 1–6, 18-2.
- [41] Gianluca Antonelli. *Underwater Robots: Motion and Force Control of Vehicle-Manipulator Systems*. Springer Tracts in Advanced Robotics. Springer, 2006.

- [42] Rui Yang, Benoit Clement, Ali Mansour, Ming Li, and Nailong Wu. Modeling of a complex-shaped underwater vehicle for robust control scheme. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 80(3):491–506, December 2015.
- [43] R. Yang, B. Clement, A. Mansour, H. J. Li, M. Li, and N. L. Wu. Modeling of a complex-shaped underwater vehicle. In 2014 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC), pages 36–41, 14-1.
- [44] Vadim Utkin, Juergen Guldner, and Jingxin Shi. Sliding Mode Control in Electro-Mechanical Systems. January 2009.
- [45] Fabricio Garelli, Ricardo J. Mantz, and Hernán De Battista. Advanced control for constrained processes and systems. Institution of Engineering and Technology, 2011.
- [46] Juan Luis Rosendo, Benoit Clement, and Fabricio Garelli. Sliding mode reference conditioning for path following applied to an AUV. IFAC-PapersOnLine, 49(23):8–13, January 2016. CAMS.
- [47] Juan Luis Rosendo, Fabricio Garelli, Benoit Clement, and Hernán De Battista. Mitigation of the saturation effect in AUV path following applications. In AADECA 2016 - Semana del Control Automático - 25° Congreso Argentino de Control Automático. Asociación Argentina de Control Automático (AADECA)., Buenos Aires, 2016. ISBN 978-950-99994-9-7.
- [48] Juan Luis Rosendo, Benoit Clement, and Fabricio Garelli. Acondicionamiento de la referencia utilizando modos deslizantes en aplicaciones de seguimiento de camino en AUV. In Cuartas Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión de la Facultad de Ingeniería., La Plata, Argentina, 2017. UNLP. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.
- [49] Juan Luis Rosendo, Benoit Clement, and Fabricio Garelli. Experimental validation of constraint mitigation algorithm in underwater robot depth control. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 233(3):264–275, August 2018.
- [50] Y. Zhao and P. Ioannou. Positive train control with dynamic headway based on an active communication system. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 16(6):3095–3103, December 2015.
- [51] E. J. de Oliveira L. Oliveira da Costa, M. B. Arantes de Souza and L. Willer de Oliveira. Optimal speed of multiple UAVs based on nonli-

- near programming to avoid collision in periodic paths. In EngOpt 2016 - 5th International Conference on Engineering Optimization, 2016.
- [52] Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., and Oriolo G. Robotics. Modelling, Planning and Control. Springer, London, 2009.
- [53] E. Rohmer, S. P. N. Singh, and M. Freese. V-rep: A versatile and scalable robot simulation framework. In 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pages 1321–1326, 3-7.
- [54] Juan Luis Rosendo, Fabricio Garelli, Hernan De Battista, and Fernando Valenciaga. Obstacle avoidance under strict path following. In XVII Workshop on Information Processing and Control (RPIC)., Argentina, Mar del Plata, 2017. IEEE.
- [55] Juan Luis Rosendo, Fabricio Garelli, and Hernán De Battista. Obstacle avoidance with path restrictions in autonomous underwater vehicles. In AADECA 2018 - Semana del Control Automático - 26° Congreso Argentino de Control Automático. Asociación Argentina de Control Automático (AADECA)., 2018.
- [56] J. L. Rosendo, H. De Battista, and F. Garelli. Obstacle avoidance with path restrictions in autonomous underwater vehicles. Sent to Advances in Mechanical Engineering, 2018.
- [57] Zhengping Feng and Robert Allen. Reduced order  $h\infty$  control of an autonomous underwater vehicle. IFAC Proceedings Volumes, 36(4):121–126, April 2003.
- [58] Jan Petrich and Daniel J. Stilwell. Robust control for an autonomous underwater vehicle that suppresses pitch and yaw coupling. Ocean Engineering, 38(1):197–204, January 2011.
- [59] Kiam Heong Ang, G. Chong, and Yun Li. Pid control system analysis, design, and technology. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13(4):559–576, 2005.
- [60] A. O’Dwyer. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. Imperial College Press, 2009.
- [61] Ming Ge, Min-Sen Chiu, and Qing-Guo Wang. Robust pid controller design via lmi approach. Journal of Process Control, 12(1):3–13, January 2002.
- [62] K. Li. Pid tuning for optimal closed-loop performance with specified gain and phase margins. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 21(3):1024–1030, 2013.

- [63] Linlin Ou, Weidong Zhang, and Danying Gu. Nominal and robust stability regions of optimization-based pid controllers. ISA Transactions, 45(3):361–371, July 2006.
- [64] Karl J. Aström and Tore Hägglund. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. International Society of Automation, second edition edition, 1995.
- [65] Fung Ho-Wang, Wang Qing-Gup, and Lee. Tong-Heng. Pi tuning in terms of gain and phase margins. Automatica, 34(9):1145–1149, September 1998.
- [66] Ye. Smagina and Irina Brewer. Using interval arithmetic for robust state feedback design. Systems & Control Letters, 46(3):187–194, July 2002.
- [67] S. Khadraoui, M. Rakotondrabe, and P. Lutz. Pid-structured controller design for interval systems: Application to piezoelectric microactuators. In Proceedings of the 2011 American Control Conference, pages 3477–3482, 2011.
- [68] P. Apkarian, M. N. Dao, and D. Noll. Parametric robust structured control design. IEEE Transactions on Automatic Control, 60(7):1857–1869, 2015.
- [69] R. Baker Kearfott. An interval branch and bound algorithm for bound constrained optimization problems. Journal of Global Optimization, 2(3):259–280, September 1992.
- [70] D. Monnet, J. Ninin, and B. Clément. A global optimization approach to structured regulation design under  $H_\infty$  constraints. 55th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Las Vegas, 2016.
- [71] Kemin Zhou and John Comstock Doyle. Essentials of robust control, volume 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [72] Pierre Apkarian and Dominikus Noll. Nonsmooth *hinf*-synthesis. IEEE Trans. Automat. Contr., 51:71–86, January 2006.
- [73] James Burke, D. Henrion, Adrian Lewis, and Michael Overton. Hifoo-a matlab package for fixed-order controller design and  $h_\infty$  optimization. IFAC Proceedings Volumes, 39(9):339–344, April 2006.
- [74] Olivier Didrit Eric Walter Luc Jaulin, Michel Kieffer. Applied Interval Analysis. Springer-Verlag London, 1st edition, 2001.
- [75] P. M. Young, M. P. Newlin, and J. C. Doyle. Mu analysis with real parametric uncertainty. In Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, volume 2, pages 1251–1256. IEEE, 1991.

- [76] Juan Luis Rosendo, Dominique Monnet, Benoît Clement, and Fabricio Garelli. Control of an autonomous underwater vehicle under robustness constraints. In SWIM 2016 (Summer Workshop on Interval Methods), Lyon, France., 2016. École Normale Supérieure de Lyon (ENS de Lyon).
- [77] Juan Luis Rosendo, Dominique Monnet, Benoit Clement, Fabricio Garelli, and Jordan Ninin. Control of an autonomous underwater vehicle subject to robustness constraints. IFAC-PapersOnLine, 51(25):322–327, January 2018.
- [78] J. Ninin. Global Optimization based on Interval Analysis: Affine Relaxation and Limited Memory. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2010.
- [79] R. Moore, R. Kearfott, and M. Cloud. Introduction to Interval Analysis. Society for Industrial and Applied Mathematics, July 2009.
- [80] Alexander Mitsos. Global optimization of semi-infinite programs via restriction of the right-hand side. Optimization, 60(10-11):1291–1308, October 2011.
- [81] B. Bhattacharjee, P. Lemonidis, W. H. Green Jr., and P. I. Barton. Global solution of semi-infinite programs. Mathematical Programming, 103(2):283–307, June 2005.
- [82] Alexandre Goldsztejn, Claude Michel, and Michel Rueher. Efficient handling of universally quantified inequalities. Constraints, 14(1):117–135, 2009.
- [83] Stefan Ratschan. Approximate quantified constraint solving by cylindrical box decomposition. Reliable Computing, 8(1):21–42, February 2002.
- [84] Lionel Lapierre. Robust diving control of an AUV. Ocean Engineering, 36(1):92 – 104, 2009. Autonomous Underwater Vehicles.
- [85] Taha Elmokadem, Mohamed Zribi, and Kamal Youcef-Toumi. Trajectory tracking sliding mode control of underactuated AUVs. Nonlinear Dynamics, 84(2):1079–1091, Apr 2016.
- [86] Dominique Monnet, Juan Luis Rosendo, Hernán De Battista, Benoit Clement, Jordan Ninin, and Fabricio Garelli. A global optimization approach for non-linear sliding mode control analysis and design. IFAC-PapersOnLine, 51(25):128–133, January 2018.

- [87] J. L. Rosendo, D. Monnet, H. De Battista, J. Ninin, B. Clement, and F. Garelli. Sliding mode control analysis and design for an AUV application using global optimization techniques. Sent to An International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems, 2018.