CENTRO UNIVERISTÁRIO UNIVATES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAIS EXATAS

MODELAGEM MATEMÁTICA E CÁLCULO NUMÉRICO: PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E ENGENHARIA QUÍMICA

JEFFERSON FERREIRA MESQUITA

Lajeado, dezembro de 2015

JEFFERSON FERREIRA MESQUITA

MODELAGEM MATEMÁTICA E CÁLCULO NUMÉRICO: PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E ENGENHARIA QUÍMICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Drª. Marli Teresinha Quartieri.

Lajeado, dezembro de 2015

Jefferson Ferreira Mesquita

MODELAGEM MATEMÁTICA E CÁLCULO NUMÉRICO: PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E ENGENHARIA QUÍMICA

A Banca examinadora abaixo .... a dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, como parte da exigência para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

____
Drª. Marli Teresinha Quartieri

____
Drª. Ieda Maria Giongo

____
Drª. Lucélia Hoehne

____
Drª. Márcia Jussara HeppRehfeldt

Lajeado, dezembro de 2015.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado a possibilidade de vivenciar esta experiência e por estar sempre presente em minha vida.

Aos meus familiares, que sempre me incentivaram na busca do conhecimento e acreditaram na minha capacidade.

Aos professores do mestrado pela forma de conduzir nossa formação e principalmente pelo ambiente de harmonia.

A professora Dr.ª Marli Teresinha Quartieri, pela orientação, participação na construção de minha trajetória como professor-pesquisador em formação.

Ao Reitor e acadêmicos da Universidade do Estado do Amapá pela acolhida e participação durante a prática pedagógica desenvolvida.

A todos aqueles que de uma maneira ou de outra contribuíram para que esse trabalho fosse realizado.

RESUMO

Observando o alto índice de reprovação dos acadêmicos de Engenharia Química e Engenharia de Produção na disciplina de Cálculo Numérico, decidiu-se efetivar uma pesquisa qualitativa, do tipo estudo de caso, envolvendo a Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem da referida disciplina. O objetivo foi analisar as implicações do desenvolvimento de atividades, utilizando Modelagem Matemática, nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico a um grupo de acadêmicos da Engenharia de Produção e a outro de Engenharia Química. A intervenção ocorreu em quatro encontros, sendo que o primeiro tratou da apresentação da proposta pedagógica, o encontro dois tratou do processo da modelagem matemática em sala de aula, o encontro três serviu para socialização dos modelos matemáticos desenvolvidos e no quarto encontro foi aplicado um diagnóstico aos acadêmicos. Os instrumentos de coleta de dados foram diários de bordo, filmagem e questionários, realizando-se uma análise descritiva destes dados. Os alunos da turma de Engenharia da Produção produziram dez modelos matemáticos, os quais envolveram o tema da produção de lixo e o açaí no Amapá. Estes acadêmicos utilizaram interpolação linear, ajustes de curva, sistemas lineares para poderem obter o modelo matemático desejado. A turma de Engenharia Química produziu cinco modelos matemáticos que envolveram os temas da concentração de solução química e balanceamento das equações químicas. Os conteúdos problematizados nesta turma foram ajuste de curva, sistemas lineares, interpolação linear, zero da função e integral. Quanto aos resultados, tanto na análise do professor pesquisador, quanto na avaliação dos acadêmicos, pode-se inferir que o uso a Modelagem Matemática contribuiu produtivamente para os processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo Numérico, pois a mesma conduziu os alunos à atitudes diferenciadas diante de desafios em relação à pesquisa, melhorou a compreensão dos conteúdos de Cálculo numérico por parte dos acadêmicos, além de mostrarem motivação, dedicação e integração da turma na construção de seus modelos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Cálculo Numérico. Engenharia da Produção. Engenharia Química.

ABSTRACT

Noting the high rate of failure of academics of Chemical Engineering and Production Engineering in Numerical Calculus discipline, the opportunity arose to do a qualitative research, a case study, involving mathematical modeling in the teaching and learning of that discipline . The objective was to analyze the implications of development activities using Mathematical Modeling in educational processes and Numerical Calculus learning to a group of scholars of Production Engineering and the other of Chemical Engineering. The intervention took place in four meetings, the first of which dealt with the presentation of the educational proposal, the meeting two dealt with the mathematical modeling process in the classroom, the meeting three served to socialization of the developed mathematical models and the fourth meeting was applied a diagnosis to academics. The data collection instruments were logbook, shooting and questionnaires and used a qualitative analysis. As a result it can be inferred that the class of Production Engineering has produced ten mathematical models of which involved the issue of waste production and acai in Amapá. These scholars used linear interpolation, curve fits, linear systems in order to obtain the desired mathematical model. As the class of Chemical Engineering, it produced five models of which involved the issues of chemical solution concentration and balancing chemical equations. The content in this class were problematized curve fitting, linear systems, linear interpolation function of zero and full. As for the results, both in the analysis of the research professor, as the assessment of academics, the proposal of mathematical modeling has contributed to the processes of teaching and learning Numerical Calculus because it led the students to differentiated attitudes in the face of challenges in relation to the research, improved the understanding of the contents of Numerical Calculus on the part of the academics, besides showing motivation, dedication and integration of the class in the construction of their models.

Keywords: Mathematical Modeling. Numerical calculation. Production Engineering. Chemical engineering.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÂO

Em 2014, o Brasil completou nove anos no grupo IV da International Mathematical Union (IMU), entidade que congrega 68 nações e tem por objetivo fomentar a cooperação internacional na área de Matemática. No ranking da IMU, o país está ao lado de Holanda, Suécia, Suíça, Índia e Espanha referente à qualidade da pesquisa em Matemática. Assim, fica depois de Canadá, China, Estados Unidos, França, Alemanha, Israel, Itália, Japão, Rússia e Inglaterra, países que compõem o grupo V (www.mathunion.org/).

Salienta-se que desde os anos 1980-1990, a pesquisa em Matemática no Brasil, começa timidamente a apresentar alguns resultados internacionais. Isso é evidenciado pela presença de alguns matemáticos brasileiros como convidados nos mais destacados congressos internacionais, como membros da *Third Word Academy*, também o caso do professor Jacob Palis, do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), que presidiu a IMU de 1999 a 2002. É por isso que a inclusão do Brasil no grupo IV da IMU representa a consolidação desta reputação e do progresso que se alcançou nesses anos. Isto pode significar que nossas atividades científicas como publicações e congressos estão sendo classificadas de alto nível (www.mathunion.org/).

E como destaque na Matemática, em 12 de agosto de 2014, em Seul, Coréia do Sul, no Congresso Internacional de Matemáticos, organizado pela IMU, o brasileiro Dr. Artur Ávila Cordeiro de Melo ganhou a medalha Fields. A mesma é considerada o “prêmio Nobel da Matemática”. Artur Ávila foi o primeiro da América Latina a ganhar a medalha Fields. Tais conquistas podem ser sinais de que os brasileiros estão se destacando no cenário mundial em relação à pesquisa matemática (www.icm2014.org/).

No que tange ao ensino de Matemática, o mesmo tem tido desempenho análogo ao da pesquisa matemática no Brasil? Alguns indicadores informam os dados em relação ao ensino de Matemática e Língua Portuguesa. Um desses indicadores é o Sistema de Avaliação da Educação Básica-SAEB, o qual é um sistema de avaliação aplicado de dois em dois anos para os alunos da 4ª série (5º ano) e 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental (EF), além do 3º ano do Ensino Médio (EM), tem nota de 0 a 500 pontos. Quanto à disciplina de Matemática, a Organização não Governamental-ONG "Todos pela Educação" informa que a nota mínima para o 5º ano do EF é de 225 pontos, para os alunos do 9º ano a nota mínima adequada é de 300 pontos e para os alunos do 3º ano do EM, a nota mínima é de 350 pontos (www.todospelaeducacao.org.br).Concernente aos resultados alcançados no SAEB, desde 1995, ano da 1ª avaliação, o quadro 1destaca as notas até 2013.

Quadro 1: Média nacional de Matemática do SAEB de 1995 a 2013

Série	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
4ª /5º	190,6	190,8	181,0	176,3	177,1	182,4	193,5	204,3	190,6	211,2
8ª /9º	253,2	250,0	246,4	243,4	245,0	239,5	239,5	248,7	245,2	249,6
3º EM	281,9	288,7	280,3	276,7	278,7	271,3	272,3	274,7	268,6	269,3

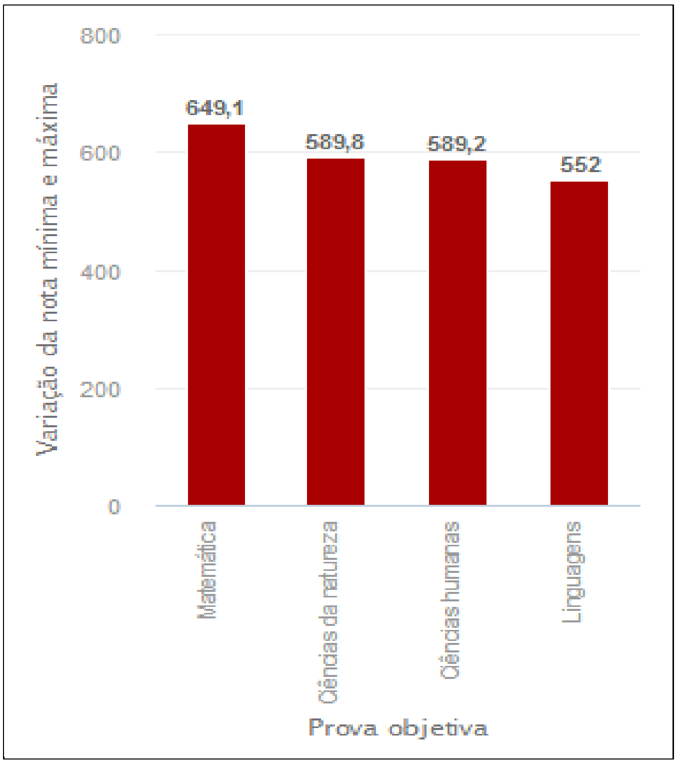
Fonte: INEP/MEC, 2015

De acordo com o quadro 1, observa-se que a maior nota dos alunos da 4ª série/5º ano foi de 211,2 pontos, abaixo do mínimo adequado que é de 225 pontos. Os alunos da 8ª série/9º ano obtiveram 253,2 pontos como a maior nota, também abaixo do mínimo aceitável que é de 300 pontos. E quanto aos alunos do 3º ano do EM sua maior nota foi de 288,7 pontos, novamente abaixo do mínimo aceitável que é de 350 pontos. Com isso, verifica-se que todas as notas mínimas propostas de todas as séries/anos em análise, não foram atingidas. Consequentemente, a falta de base matemática, dos alunos no Ensino Superior na área das Exatas[1], em especial, nas Engenharias, poderá ser um fator do baixo rendimento, principalmente nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Cálculo Numérico.

[1] Área de Exatas inclui as disciplinas de Matemática, Física, Química.

Outro indicador é o Exame Nacional do Ensino Médio-ENEM. O ENEM de 2013 destacou a disparidade que existia entre a maior e a menor nota de Matemática comparada com as outras disciplinas da prova (Gráfico 1). Vale ressaltar que a metodologia adotada pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), junto às provas objetivas não permite existir nota “zero” ou nota “mil”. Nas provas de ciências humanas, ciências da natureza e linguagens, a diferença entre a maior e a menor nota não chega a 590 pontos. Já na prova de Matemática, a maior nota foi de 971,5 pontos e a menor foi de 322,4 pontos, gerando uma diferença de quase 650 pontos.

Gráfico 1: Diferença entre a Maior e a Menor nota no ENEM de 2013.



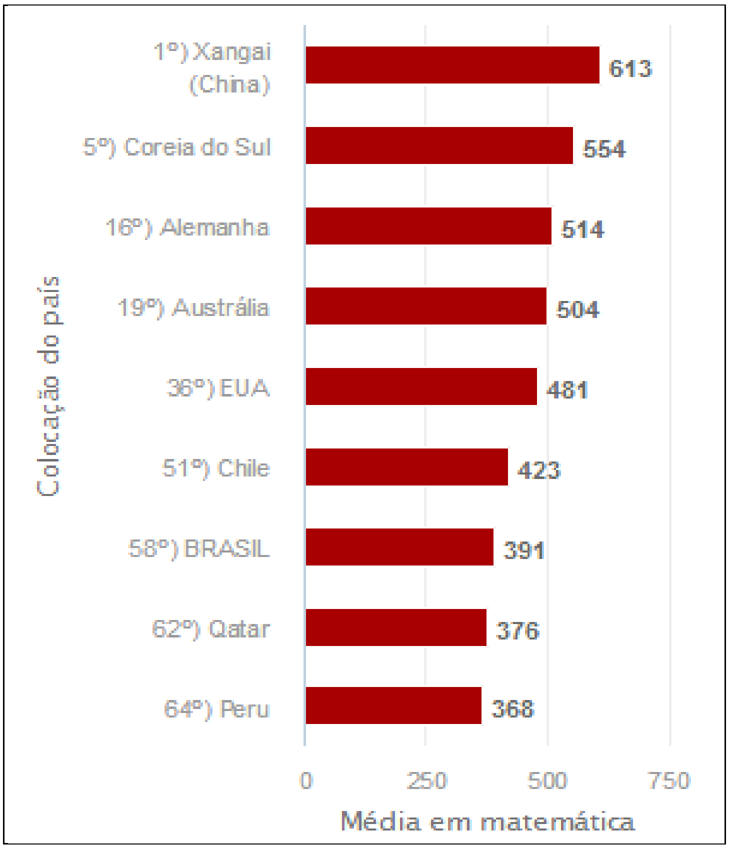
Fonte: INEP/MEC, 2015

No âmbito internacional o Brasil também tem tido desempenho baixo. Existe um instrumento denominado:

> *[...] Programme for International Student Assessment* (Pisa) - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes - é uma iniciativa internacional de avaliação comparada, aplicada a estudantes na faixa dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países. O programa é desenvolvido e coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Em cada país participante há uma coordenação nacional. No Brasil, o Pisa é coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) (http://portal.inep.gov.br/).

O PISA avalia três áreas: Matemática, Leitura e Ciências. Na avaliação de 2012, o Brasil participou juntamente com 64 países e alcançou a 58ª colocação, piorando o rendimento em uma posição em relação à avaliação de 2009.

Gráfico 2: Média de Matemática no PISA de 2012.



Fonte: OCDE, 2015

O Gráfico 2, destaca a nota de 391 pontos em Matemática que os alunos brasileiros alcançaram.

São indicadores como estes que apresentam rendimentos pífios quanto ao ensino da matemática no Brasil que provocam minha preocupação na qualidade de professor pesquisador, formado em Matemática (2004), possuo duas especializações, uma de Metodologia do ensino da Matemática (2006) e outra em Metodologia do ensino de Física (2006), sou mestre em Ciências da Educação (2010). No que tange a experiência profissional, sou professor titular da cadeira de Cálculo Diferencial da UEAP, fui professor substituto da Universidade Federal do Amapá-UNIFAP (2012-2014) além de ter ministrado aulas na graduação e especializações em sete faculdades particulares (2007-2016) em Macapá-AP, me questiono: como esses alunos poderão cursar uma graduação na área de exatas cujo conhecimento da base matemática é ínfimo?

Diante deste contexto, alguns pesquisadores matemáticos têm destacado algumas tendências/metodologias para melhoria nos processos de ensino e de aprendizagem da área da Matemática. Soares (2004), por exemplo, cita Resolução de Problema, Etnomatemática, uso da História da Matemática, Modelagem Matemática, Educação Matemática e Informática, Didática da Matemática Francesa e Educação Matemática Crítica. Destas tendências/metodologias esta proposta de pesquisa pretende abordar a Modelagem Matemática, em particular no Ensino Superior. A Modelagem Matemática, de acordo com Bassanezi (2004, p. 24) é "[...] transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual".

Como a Modelagem Matemática parte de situações da realidade dos alunos, esta pesquisa desenvolveu temas do cotidiano com duas turmas, uma da Engenharia de Produção e outra da Engenharia Química, na disciplina de Cálculo Numérico. Assim, **o tema** desta pesquisa é: Modelagem Matemática e Cálculo Numérico: proposta pedagógica para cursos de Engenharia de Produção e Engenharia Química.

E para direcionar a pesquisa, a mesma teve como ***problema*** o seguinte questionamento: Quais as implicações nos processos de ensino e de aprendizagem do uso da Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo Numérico em uma turma de Engenharia Produção e outra de Engenharia Química?

Nesse contexto, o ***objetivo geral*** foi analisar as implicações do desenvolvimento de atividades, utilizando Modelagem Matemática, nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico a um grupo de acadêmicos da Engenharia de Produção e a outro de Engenharia Química. E, *os* ***objetivos específicos*** foram:

- ✓ Investigar temas de interesse dos acadêmicos de Engenharia da Produção e Engenharia Química.
- ✓ Identificar e explorar relações dos conteúdos de Cálculo Numérico com os temas escolhidos pelos acadêmicos.

- ✓ Analisar a produtividade de atividades que envolvem a Modelagem e os temas de interesse dos alunos nas aulas de Cálculo Numérico.
- ✓ Identificar semelhanças/diferenças nos processos de resolução, bem como nas percepções das situações.

Esta investigação **justifica-se** pela importância que a Modelagem Matemática pode ter nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico junto aos acadêmicos dos cursos de Engenharia de Produção e de Engenharia Química. Quanto às turmas dos dois cursos, estas foram escolhidas pelo fato de serem as únicas turmas que estavam estudando Cálculo Numérico, no 2º semestre de 2014. Saliento que em cada semestre há uma turma de Engenharia Química e outra de Produção com as disciplinas de Cálculo Numérico. Quanto à escolha das Engenharias Química e de Produção, as mesmas se deram pelo fato de serem apenas os dois cursos de Engenharia a contemplarem a disciplina de Cálculo Numérico em sua matriz curricular.

O tema desta pesquisa foi escolhido em virtude da minha observação em sala de aula, como professor de Cálculo Numérico nos cursos de Engenharia de Produção e Engenharia Química, pois a maioria dos acadêmicos estava cursando novamente o componente curricular, apresentando desinteresse pela respectiva disciplina. Também notei que, por meio de exercícios de fixação em aula, os mesmos apresentavam dificuldades em plotar gráficos de dados coletados de uma determinada atividade relacionada à Engenharia, não sabendo criar com propriedade a função que mais se aproximava do gráfico esboçado, além de não conseguirem refinar o intervalo em que se encontram as possíveis raízes da função que melhor representava a realidade do contexto em estudo.

Tais entraves supracitados fizeram com que buscasse investigar mecanismos que minimizassem as dificuldades de aprendizagens dos acadêmicos quanto aos conteúdos de Cálculo Numérico. E, neste contexto, optei pela Modelagem Matemática por acreditar que é uma metodologia que pode contribuir na aprendizagem, pois o Cálculo Numérico é uma disciplina que envolve normalmente muitos dados oriundos de um problema real. E, como a modelagem tem a propriedade de criar um modelo para uma realidade vivenciada, pensei que os alunos ao observarem a aplicação em situações reais, poderiam se envolver ativamente nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico. O foco desta pesquisa foi abordar alguns conteúdos de Cálculo Numérico por meio da Modelagem Matemática, usando situações reais dos acadêmicos das Engenharias Química e de Produção.

Para melhor direcionar está dissertação, a mesma trata no primeiro capítulo, denominado "Introdução", dos objetivos geral e específicos, bem como de um levantamento do desempenho da pesquisa matemática brasileira em relação a outros países e uma análise de indicadores relacionados ao ensino da matemática no Brasil, como o SAEB, PISA, notas do ENEM.

No segundo capítulo faz uma abordagem das referências utilizadas na elaboração desta pesquisa, onde destaca autores relacionados à modelagem matemática. Neste capítulo fez-se um levantamento sobre os conceitos de modelo matemático e modelagem matemática, a modelagem como metodologia de ensino para a matemática, além de mencionar algumas produções científicas relacionadas ao tema desta pesquisa.

No terceiro capítulo, abordaram-se os aspectos metodológicos da referida pesquisa, tratando do sujeito da pesquisa, os tipos e instrumentos utilizados, além dos procedimentos implementados na mesma. Também foram expostos os modelos matemáticos desenvolvidos pelas duas turmas de engenharia da UEAP e a estruturação das aulas desenvolvidas para a elaboração de tais modelos.

Já o quarto capítulo dá ênfase às análises e inferências dos resultados alcançados no uso da metodologia modelagem matemática no processo de ensino de Cálculo numérico aos acadêmicos de engenharia da UEAP. Fez-se um levantamento dos pontos positivos e negativos em relação aos acadêmicos e ao professor pesquisador, além de relacionar determinados momentos com autores que deram suporte à está pesquisa. Identificou-se contextos em que as turmas envolvidas no referido estudo, envolviam a modelagem matemática.

E a parte final desta, a mesmo trata das considerações finais, onde destaco que a modelagem matemática proporciona ao aluno melhor entendimento dos conteúdos matemáticos por meio de aplicações do seu contexto, além de mencionar três sugestões de continuidade desta pesquisa. Posteriormente são apresentadas as referências das quais este trabalho se norteou, tendo como parte final os apêndices desta pesquisa científica.

2 ABORDAGEM TEÓRICA

Este capítulo apresenta estudos de alguns pesquisadores sobre Modelo e Modelagem Matemática, destacando diferenças e características de cada tema. Para tal abordagem serão mencionadas ideias de vários autores na área de Modelagem Matemática, dos quais se cita Rodney Carlos Bassanezi, Jonei Barbosa e Maria Sallet Biembengut. No subtítulo Modelo Matemático é destacado alguns conceitos de autores renomados sobre o que vem a ser modelo matemático. No subitem seguinte, modelagem matemática, faz-se uma abordagem do vem a ser modelagem, seus conceitos e diferenças em relação a modelo matemático. Em seguida, no subtítulo modelagem matemática como metodologia de ensino para a matemática, o mesmo trata da possibilidade do uso da modelagem como metodologia na construção do conhecimento matemático. Também é abordado o uso da Modelagem Matemática no ensino das Engenharias. Por fim, nos estudos de pesquisas sobre o tema, apresentam-se alguns trabalhos já efetivados em relação à Modelagem Matemática no Ensino Superior.

2.1 Modelo Matemático

Com a descoberta das geometrias não euclidianas de Riemann e Lobachewski, o termo modelo foi adotado na Matemática. Este termo tem diversas conotações. Por exemplo, “Modelo Matemático é um sistema axiomático consistindo de termos indefinidos que são obtidos pela abstração e qualificação de ideias essenciais do mundo real”. (MAKI e THOMPSOM, 1988, p. 14, apud GAZZETTA, 1998). Maki e

Thompsom (1988) acreditavam que o modelo matemático era um sistema ou conjunto de símbolos que são oriundos da abstração e ideias do mundo real.

Já para Swetz (1992, p. 65), “Modelo matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão”. Do ponto de vista deste autor, o modelo vem a ser uma estrutura que representa características e propriedades de um dado fenômeno, que associado ao conceito de Maki e Thompsom (1988), é a abstração ou representação do mundo real.

A primeira definição de modelo, de Maki e Thompsom (1988), refere-se ao campo de conhecimento que denominamos de Matemática Pura, e a segunda definição, a de Swetz (1992), ao da Matemática Aplicada. A Matemática Pura tem por objetivo a construção teórica do conhecimento, sem se ocupar de questões que tenham sugerido tal organização. Já na Matemática Aplicada o diálogo com a prática evidencia-se como essencial, ou seja, faz necessário uma relação de conceitos matemáticos com a situação em análise, pois como o próprio termo matemática aplicada explicita seu significado. Por exemplo, a Física, a Química, a Estatística e a própria Engenharia, são áreas do conhecimento humano nas quais se faz necessário a aplicação matemática para que possamos entender melhor o contexto em análise. Esta distinção entre Matemática Pura e Aplicada perdura até hoje, sendo que o objetivo principal da Matemática Aplicada é o de “dedicar-se a problemas originados em outras áreas do conhecimento, revelando seu caráter transdisciplinar e sua (re) valorização decorrente da emergência das novas tecnologias” (RICHIT, 2005, p.128).

Biembengut& Hein (2003, p. 11) comentam que:

> O Modelo Matemático é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacionar com algo já conhecido, efetuando deduções.

Os autores defendem que o modelo matemático é a imagem formada na mente, na busca da compreensão e entendimento, relacionando-se com algo já conhecido para poder se fazer deduções. Este conceito é reforçado quando Biembengut (1997, p. 89) cita que “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real, é denominado de Modelo Matemático”. Nota-se que a autora reforça que modelo matemático é um conjunto de símbolos e expressões matemáticas os quais traduzem um fenômeno ou um problema da realidade, concordando com os conceitos de Maki e Thompsom (1988) e de Swetz (1992).

Na definição de Modelo Matemático defendido por Bassanezi (1994) e por Biembengut (1997), o mesmo pode ser formulado utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas e outros. Os mesmos também afirmam que um modelo é proveniente de aproximações realizadas para se poder entender melhor um fenômeno e, nem sempre, tais aproximações condizem com a realidade. Seja como for, um Modelo Matemático, nesta perspectiva, retrata uma visão simplificada dos aspectos da situação pesquisada e analisada. É, portanto, uma representação, uma aproximação da realidade. Para Bean (2012), modelo matemático é uma:

> [...] construção simbólica expressa principalmente na linguagem matemática, que se refere a algumas relações consideradas pertinentes a uma situação, de modo que auxilie na interpretação, compreensão e/ou tomada de decisão concernentes a tal situação e em outras situações, nas quais se considere adequado aplicar o modelo (BEAN, 2012, p. 13).

A ideia de Bean (2012) condiz com a de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), onde conceitua modelo matemático com sendo:

> [...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre esse outro sistema.

A determinação do tipo de modelo a ser utilizado dependerá da situação analisada, das variáveis selecionadas e dos recursos disponíveis. Assim, para se chegar ao Modelo Matemático é necessário passar por um processo, denominado Modelagem Matemática.

2.2 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática apesar de estar em evidência nos últimos anos vem sendo utilizada desde os tempos remotos, desde que o indivíduo procura resolver seus problemas com recursos do próprio meio em que vive sempre buscando conhecê-lo e compreendê-lo. Pode-se citar como exemplo a invenção da roda, o cálculo da circunferência esférica da terra, e a Física de Galileu Galilei (COSTA E GHEDIN, 2007). Segundo Almeida e Ferruzzi (2009, p. 120), a Modelagem Matemática:

> Refere-se à busca de uma representação matemática para um objeto ou um fenômeno, que pode ser matemático ou não. Neste sentido, trata-se de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar as características essenciais do objeto ou fenômeno que pretende representar.

Observa-se que os autores supracitados defendem que Modelagem Matemática é uma representação matemática e trata-se de um procedimento criativo e interpretativo, ou seja, o modelador criará um modelo matemático dentro de sua perspectiva, seu entendimento.

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico de busca de modelos adequados, que sirvam de protótipos de alguma entidade (BASSANEZI, 1994, p. 45). Pode ser para fins econômicos, bélicos, políticos, fenômenos da natureza e para a educação, que foi o foco desta pesquisa. Segundo o autor a modelagem possui duas funções principais, a obtenção e a validação de modelos. Em efeito:

> Modelagem matemática é um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2004, p. 24).

A Modelagem Matemática possibilita obter e coletar dados do objeto em estudo para análise. Posteriormente, é realizada a validação, ou seja, verificar se o modelo desenvolvido serve para representar o fenômeno estudado, com demonstrações e comprovações de fórmulas matemáticas. Isso é evidenciado por Chaves e Espírito Santo (2004), onde afirmam que a Modelagem Matemática é um processo de transformação da situação real para a linguagem matemática e que se analisados e interpretados de acordo com a Matemática, desenvolve informações capazes de se relacionar com a realidade.

> Modelagem Matemática é um processo que transforma, uma situação/questão escrita na linguagem corrente e/ou proposta pela realidade, em linguagem simbólica da matemática, fazendo aparecer um modelo matemático que, por ser uma representação significativa do real, se analisado e interpretado segundo as teorias matemáticas, devolve informações interessantes para a realidade que se está questionando (CHAVES e ESPÍRITO SANTO, 2004, p. 579).

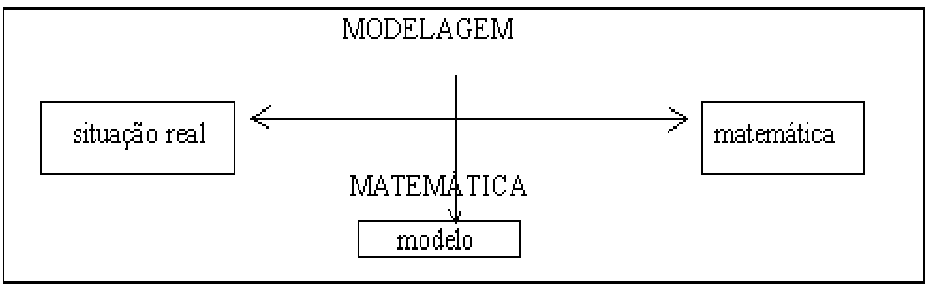
Nota-se que para os autores supracitados esse processo de transformação do real para a linguagem matemática é o gerador do modelo matemático, ou seja, o modelo é consequência do processo de transformação. De acordo com O'shea e Berry (1982, p. 6):

> A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não matemático, para chegar a colocá-lo numa linguagem matemática. A Modelagem é um processo interativo em que o estágio de validação freqüentemente leva a diferenças entre predições baseadas no modelo e na realidade.

Se compararmos as palavras de Chaves e Espírito Santo (2004) com as de O'shea e Berry (1982), elas têm um ponto em comum quanto ao conceito de Modelagem Matemática, o processo. Para os primeiros, é o processo que transforma uma situação real em linguagem matemática. Já para os outros dois autores, além de ser o processo de escolha das características adequadas que descrevem uma situação-problema e expressa numa linguagem matemática, é também o processo em que a validação conduz a diferenças entre o modelo matemático e a realidade.

Biembengut (1997, p. 65) explicita que a Modelagem Matemática é um recurso para associar, juntar dois conjuntos disjuntos, a matemática e a realidade (Figura 1). Isso é representado pelo esquema abaixo, onde a modelagem relaciona a situação real com a matemática, chegando a um modelo matemático.

Figura 1: A Modelagem associando a situação real à matemática.



Fonte: Biembengut (1997)

A Modelagem Matemática é colocada como um processo de tradução da linguagem da realidade para a linguagem matemática, gerando assim, um modelo matemático. Para isso, Biembengut e Hein (2003, p. 13-15) salientam três fases, são elas:

1ª fase: Interação com o assunto

É nesta fase que é realizada uma pesquisa, um estudo sobre o tema (realidade) a problematização, por meio de estudos diretos (experiências em campo) e indiretos (jornais, livros e outros).

2ª fase: Matematização

Nesta fase é onde se "traduz" a situação problema para uma linguagem matemática e se formula um problema para posterior resolução. Assim, tem-se um conjunto de expressões e fórmulas, ou equações algébricas, ou gráficos, ou representações, ou programa computacional que levem a solução ou permitem a dedução de uma solução. Dessa maneira, o problema passa a ser resolvido com a ferramenta matemática que se conhece. Requer-se, nesse sentido, um conhecimento razoável sobre os tópicos matemáticos envolvidos na formulação do modelo.

3ª etapa: Modelo Matemático

Na conclusão e utilização do modelo é realizada a verificação para identificar em que nível este se aproxima da situação-problema apresentada. A interpretação do modelo deve ser realizada por meio de análise das implicações da solução, derivada do modelo que está sendo investigado, para então verificar sua adequabilidade, retornando à situação-problema investigada avaliando o quão significativo é a solução. Se o modelo não atender às necessidades que o gerou, o processo deve ser retomado para a 2ª fase, mudando hipóteses variáveis, e outros.

Outro ponto de vista não menos importante, é o de Almeida e Silva (2010), os quais acreditam que a Modelagem Matemática começa por meio se uma situação-problema, podendo ou não ser investigada, pela qual o modelador necessitará entendê-la e criar ou formular o problema[2] que deverá ser investigado. Em seguida, o

---

[2] Entenda como uma situação onde a pessoa não possua esquemas a priori para solução.

modelador se dedicará na criação de um modelo matemático, o qual deverá representar a situação-problema, com possibilidade de descrever uma solução. Para isso, faz-se necessário que use sua experiência e conhecimento matemático nas criações de hipóteses e inferências, não deixando de considerar conceitos matemáticos que representem a situação-problema. De posse dos resultados, o modelador interpreta o problema, etapa esta que caracteriza a validação do modelo.

Contudo, para a utilização do processo de Modelagem Matemática em cursos regulares, objeto deste estudo, o método pode sofrer algumas alterações levando em consideração o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para o trabalho de classe, o programa a ser cumprido e a abertura por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. Além disso, é importante que o professor tenha conhecimento sobre modelagem e para tanto, deve realizar estudos sobre a respectiva metodologia, identificando suas características e objetivos. O próximo subtítulo abordará como o docente poderá usar a modelagem matemática como metodologia de ensino na matemática.

2.3 Modelagem Matemática como metodologia de ensino para a Matemática

A Modelagem Matemática deve considerar situações que vislumbrem a necessidade de investigação. É o que D’amore (2007) chama de situações problemáticas. A proposta de atividades aos discentes deveria tratar:

> [...] de uma situação problemática e não de um problema: o aluno encontra-se diante de um problema no interior de uma atividade mais ampla [...]. Trata-se, portanto, de um verdadeiro obstáculo ao prosseguimento de uma atividade que, por outro lado, se quer continuar e, portanto, a motivação deve ser forte a ponto de o estudante ter a necessidade e o desejo de recorrer à criatividade, fazendo hipóteses, inventando soluções (D’AMORE, 2007, p. 287).

Observa-se que o autor destaca a motivação, o qual produzirá o desejo no aluno de recorrer à criatividade, algo essencial para a Modelagem Matemática. Cabe ao professor despertar esta motivação, proporcionando ao aluno um ambiente propício à aprendizagem. Contudo, o sistema dito como ensino convencional criou um bloqueio para a criatividade e propostas de soluções dos alunos, fazendo parecer que o objeto em estudo tem apenas uma forma de solução. Bassanezi (2002, p. 43) destaca que a maior dificuldade, dos professores e alunos, em aderir ao processo de modelagem é

> [...] a transposição da barreira naturalmente criada pelo ensino tradicional em que o objeto de estudo apresenta-se quase sempre delineado, obedecendo a uma sequência de pré-requisitos e que vislumbra um horizonte claro de chegada.

Nesse contexto, Ferri (2010) destaca que o professor que se propõe a usar atividades de modelagem, deve tomar cuidado em suas intervenções para não impor aos alunos soluções, as quais caracterizam uma atividade tradicional “maquiada”. Ainda ressalta que as atividades de modelagem devem começar nos primeiros anos escolares, de forma que os alunos se familiarizem em resolver problemas abertos e possam obter respostas distintas.

Quanto à construção do conhecimento matemático, a Modelagem Matemática é uma alternativa que busca relacionar o conhecimento matemático ensinado no sistema educacional com o conhecimento prático e cotidiano do aluno, partindo de um tema de seu interesse.

> [...] partindo de problemas reais que conferem utilidade à matemática já aprendida, podemos ir além da resolução de exercícios repetitivos que não dizem nada para o aluno quanto à utilidade de ‘quê’ e do ‘para quê’ fazem, e, significado, porque estarão relacionado à linguagem simbólica própria da matemática com a linguagem textual de uma situação real problematizada, que prescinde da compreensão dos objetos matemáticos (CHAVES e ESPIRITO SANTO, 2004, p. 27).

Quanto a essa abordagem no ensinar da Matemática, a Modelagem Matemática, “pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem que tem se mostrado muito eficaz”, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática (BASSANEZI, 2002, p.16). Assim, a Modelagem Matemática pode atender a dois segmentos de atividade da matemática, a pesquisa e o ensino. Entretanto, o ensino de matemática, de acordo com os indicadores do SAEB e ENEM, não tem sofrido este reflexo, não tem tido o mesmo destaque. Na visão de Bassanezi (2002, p.17), percebe-se que:

> [...] É necessário buscar estratégias alternativas de ensino-aprendizagem que facilitem sua compreensão e utilização. A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e prática, motiva seu usuário na procura de entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão.

O autor alerta sobre a necessidade de se buscar alternativas de ensino e de aprendizagem. Ele afirma que a Modelagem é um processo que junta a teoria e a prática, bem como procura dar subsídios para o entendimento da realidade, buscando agir e transformá-la. Nesse sentido, Bassanezi comenta que a Modelagem é um método científico que prepara o indivíduo para assumir o papel de cidadão. De acordo com o autor, a Modelagem Matemática é uma forma de abordar o ensino de matemática.

> [...] Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante. Nessa nova forma de encarar a matemática, a Modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem - tem se mostrado muito eficaz (BASSANEZI, 2002, p.16).

Nota-se que a abordagem do ensino da matemática por meio da Modelagem Matemática, de acordo com o autor tem-se mostrado eficaz, pois reside no fato de ser interessante, independentemente de ser encarada como método científico de pesquisa ou estratégia de ensino. O autor também destaca a relevância da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem. Seguem alguns argumentos expressos pelo autor em relação a essa metodologia.

> • Argumento formativo: enfatiza a performance da modelagem matemática [...] para desenvolver capacidades em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas;
>
> • Argumento de competência crítica: focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos;
>
> • Argumento de utilidade: [...] pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas;

> • Argumento intrínseco: considera que a inclusão de modelagem [...] fornece ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas;
>
> • Argumento de aprendizagem: garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valoriza a própria matemática. (BASSANEZI, 2002, p. 36-37).

Observam-se cinco pontos que podem ser considerados relevantes ao usar a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e de aprendizagem. Por exemplo, o autor cita o argumento formativo para o desenvolvimento da capacidade e atitude dos estudantes fazendo que os estudantes possam se tornar criativos, “explorativos” e “inclusive habilidosos” nas resoluções de problemas. Menciona também sobre a preparação do estudante para a realidade como um cidadão atuante na sociedade em que está inserido, tornando-se competente para ver, julgar, reconhecer e entender representações de aplicações matemáticas. Além disso, a modelagem pode preparar o aluno para usar a matemática como uma ferramenta para desenvolver problemas e aplicações nas diversas áreas de atuação do homem. Dar ao estudante várias possibilidades, que Bassanezi (2002) menciona de "arsenal", pode auxiliar a compreender e interpretar a matemática nos seus diversos segmentos. O autor ainda descreve o quinto ponto como sendo a valorização da matemática. Neste, por meio de processos aplicativos é garantido a facilidade ao estudante de entender melhor os argumentos matemáticos e guardar os conceitos e resultados.

Em consonância com Bassanezi (2002), Almeida, Silva e Vertuan (2012) informam-nos que Modelagem Matemática constitui-se uma alternativa pedagógica:

> Constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação problemática não essencialmente Matemática. Assim, trata-se de uma “maneira” de trabalhar com atividades na aula de Matemática (ALMEIDA, SILVA e VETUAN, 2012, p. 17).

Vertuan (2013, p. 27) comenta que “[...] a atividade de modelagem é particular, construída a partir dos conhecimentos dos sujeitos que lidam com a situação inicial e a partir do equilíbrio permanente entre a orientação do professor e a independência dos alunos”. Nota-se o destaque dado ao equilíbrio na orientação docente, ou seja, da interferência que o professor terá sobre o aluno, proporcionando-lhe independência, pois a característica da Modelagem Matemática é que a mesma é construída a partir do interesse e do conhecimento do aluno.

Em sua tese de doutorado, Malheiros (2008) discute a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica:

> Para mim a Modelagem é uma estratégia pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo (MALHEIROS, 2008, p. 65).

Já Bassanezi (2002) enfatiza o uso da Modelagem Matemática como instrumento de pesquisa.

> • Pode estimular novas idéias e técnicas experimentais;
> • Pode dar informações em diferentes aspectos dos inicialmente previstos;
> • Pode ser um método para se fazer interpolações, extrapolações e previsões;
> • Pode sugerir prioridades de aplicações de recursos e pesquisas e eventuais tomadas de decisão;
> • Pode preencher lacunas onde existem falta de dados experimentais;
> • Pode servir como recurso para melhor entendimento da realidade;
> • Pode servir de linguagem universal para compreensão e entrosamento entre pesquisadores em diversas áreas do conhecimento (BASSANEZI, 2002, p. 33-34).

O autor destaca que a modelagem além de ser usada no ensino e na aprendizagem de matemática, pode ser utilizada como instrumento de pesquisa. Neste contexto, destaca que o seu uso gera possibilidades de estimular novas ideias e técnicas experimentais, de terem informações de diferentes pontos de vistas e não apenas o previsto no problema inicial. Há possibilidades de ser um método para inserir ou extrapolar previsões do problema analisado, podendo estabelecer prioridades e tomadas de decisões quanto à aplicação de recursos e pesquisas, complementando lacunas na falta de eventuais dados experimentais. Segundo o autor, a Modelagem Matemática além de ser um recurso no entendimento da realidade, é uma linguagem universal no envolvimento de pesquisadores de várias áreas do conhecimento humano, ou seja, contempla tanto a pesquisa quanto o ensino, podendo ser um suporte no estudo da matemática, bem como nas demais disciplinas da área das Ciências Exatas.

Barbosa (2002) comenta que a pesquisa por meio da matemática e de outras áreas do conhecimento humano é favorecida pela Modelagem Matemática como ambiente de aprendizagem.

> Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento. Se tomarmos modelagem de um ponto de vista sócio-crítico, a indagação ultrapassa a formulação ou compreensão de um problema, integrando os conhecimentos de matemática, de modelagem e reflexivo (BARBOSA, 2002, p. 06).

O uso da Modelagem Matemática acaba criando um envolvimento de aprendizagem com o estudante em que o mesmo é induzido a interrogações e investigações usando a matemática. Nesse sentido, podendo gerar a integração dos conhecimentos matemáticos. Segundo Barbosa (2001), a Modelagem Matemática pode ser associada ao currículo[3] em três disposições, denominado pelo autor de níveis, de acordo com a divisão de tarefas estabelecidas. O nível 1é caracterizado pela problematização de situações reais nas quais o problema e os dados (reais) são propostos pelo professor e investigados pelos alunos. No nível 2, o professor apresenta um tema ou problema, mas a coleta de dados e a investigação são realizadas pelos alunos. Já no nível 3, a partir de um tema gerador, os alunos coletam informações, formulam e solucionam problemas. O quadro 2 mostra a participação do docente e do discente em cada nível (BARBOSA, 2001, p.9).

Quadro 2: A Modelagem Matemática em Níveis

	Nível 1	**Nível 2**	**Nível 3**
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados Qualitativos e Quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa, 2001.

De acordo com Barbosa (2002), a matemática por meio da Modelagem Matemática traz sentido para a aprendizagem. Ao abordar o contexto, o aluno tem entusiasmo para a aprendizagem, além de possibilitar a tomada de decisão em

[3] A totalidade das experiências proporcionadas aos alunos em ambiente escolar.

situações do cotidiano que envolve aspectos socioculturais. Nesse sentido, Gadotti (2003, p. 48) argumenta:

> Todo ser vivo aprende na interação com o seu contexto: aprendizagem é relação com o contexto. Quem dá significado ao que aprendemos é o contexto. Por isso para o educador ensinar com qualidade, ele precisa dominar, além do texto, o contexto, além do conteúdo, o significado do conteúdo que é dado pelo contexto social, político, econômico... enfim, histórico do que ensina.

Observa-se que a autora afirma que todos nós aprendemos por meio da interação, envolvimento com o meio em que estamos inseridos, o contexto. Cita que a aprendizagem é a relação, ou seja, o contato com o contexto, sendo este responsável pela significação do que se aprende. É deste prisma que a autora dá ênfase à necessidade do educador, ou seja, para ensinar com qualidade não basta apenas saber o conteúdo, mas saber "o significado do conteúdo que é dado pelo contexto social, político, econômico [...] histórico do que ensina" (GADOTTI, 2003, p. 34). A pesquisadora alerta que o educador deveria ter este perfil (o domínio do texto, do conteúdo e seu significado), pois é este domínio que proporcionará qualidade ao ensino. Nesta visão, em relação à matemática, é essencial que o educador tenha domínio não só do conteúdo matemático, mas saber onde se aplica e saber relacionar com outras áreas do conhecimento humano, como a ciência econômica, a ciência política e outras ciências.

Gadotti (2003) comenta que a matemática em si, não tem muita utilidade, mas quando aplicada em outras ciências, se torna uma importante ferramenta. É por meio destes conteúdos que a Física, a Química, a Estatística, a Biologia, a Medicina, as Engenharias e outras ciências podem expressar suas leis e propriedades. Um exemplo é a Mecânica Clássica de Newton, que obteve sucesso em suas análises e conclusões físicas depois de ter contribuído no desenvolvimento do cálculo diferencial, pois o mesmo não se apresentava suficiente para a Física.

Uma das maneiras de se aplicar a matemática é pelo uso da Modelagem Matemática. E para lograr êxito sugere-se cumprir algumas etapas. Burak (1998, p. 32), apresenta cinco etapas que visam proporcionar a significação e a formação do conhecimento matemático quanto ao uso deste processo, são elas:

- ✓ **Escolha do tema:**

O professor oportuniza a escolha de um tema da vivência do aluno ou que seja de interesse do grupo e sobre esse tema realizam a pesquisa.

- ✓ **Pesquisa exploratória:**

Permite aos alunos a coleta de todos os dados relevantes ao tema de pesquisa e conhecimento.

- ✓ **Levantamento dos problemas:**

A partir dos dados coletados pela pesquisa exploratória, há a elaboração e esquematização dos problemas referente ao tema.

- ✓ **Resolução dos problemas:**

Paralelamente a etapa anterior, é desenvolvida a resolução dos problemas. Nessa etapa surge a necessidade dos conteúdos matemáticos ou modelos matemáticos que ajudem na compreensão e resolução da situação.

- ✓ **Análise crítica:**

Permite aos alunos o desenvolvimento de sua criticidade, reflexão, coerência, enfim a relação e adequação dos resultados com a realidade, adequabilidade, coerência e exequibilidade do resultado.

De acordo com Burak (1998), os processos de ensino e de aprendizagem da matemática por meio da Modelagem Matemática, proporcionam ao professor oferecer um ensino com características construtivistas, garantindo “aos alunos, durante as aulas, o uso dos seus esquemas mentais, ressaltando muito mais os aspectos operativos, a reflexão e a análise do que os processos figurativos da memória” (ROSSO, 1998, p. 57). Ao usar a Modelagem Matemática, faz-se necessário que o professor possua domínio dos temas, conteúdos em estudo, pois de acordo com Burak (1992, p. 62) a Modelagem Matemática:

> Constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões, e proporciona ao aluno aprender matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos.

Nesse processo o educando procura entender de forma ativa o mundo que o cerca, por meio da ação com o objeto que está ao seu alcance. O professor é o mediador que auxilia e orienta as ações entre o sujeito e o objeto, além de proporcionar uma reflexão sobre o que realmente se deseja e pretende aprender.

Neste contexto, de acordo com Bassanezi (2002) é importante que o professor proporcione diferentes alternativas para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática, pois os alunos necessitam de meios que facilitem seu entendimento e compreensão. O ensino brasileiro está com o mesmo dilema há anos, que é associar a matemática com a realidade, o mundo real. A Modelagem Matemática vem a contribuir neste contexto por meio da relação que se desenvolve entre a matemática e o mundo real. Ela possibilita transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, buscando interpretá-los e resolvê-los numa linguagem que seja possível entender, sendo o que Bassanezi (2002) chama de linguagem do mundo real.

Biembengut (2003, p. 28) comenta sobre a questão de o professor não saber que rumo o modelo desenvolvido poderá tomar e é provável que venha a fornecer um modelo com dificuldade de adequação curricular. É por isso que a autora faz uma adaptação da Modelagem Matemática para a Modelação Matemática onde o "professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto". Assim, a autora nos informa que o professor pode desenvolver junto com os alunos modelo existente (recriação em sala de aula) levando em consideração o nível de dificuldade com o currículo proposto.

D'Ambrósio (1986, p.11), complementa o que se caracteriza por Modelagem Matemática pela dinâmica "realidade-reflexão sobre a realidade". Assim, os professores devem partir do que é de conhecimento do aluno para se chegar a um saber mais elaborado, constituído historicamente e retornar à mesma realidade, agindo sobre ela, desta vez com um olhar mais reflexivo e crítico. Nesta perspectiva, é importante ao professor saber que o fundamental é despertar a curiosidade. A mesma faz o sujeito perguntar, conhecer, atuar e reconhecer. Ao trabalhar com a Modelagem Matemática, é possível também aguçar a curiosidade do aluno, que vai investigar a problemática de seu interesse, o que lhe acendeu a curiosidade de saber e pesquisar sobre. É um verdadeiro desafio trabalhar dessa maneira, sendo que tanto o docente quantos os discentes passam a ser desafiados constantemente. O professor pode valorizar o trabalho com perguntas que favoreçam a aprendizagem, permanecendo atento a todas as possibilidades, para facilitar a aprendizagem de forma crítica e consciente. Nesse sentido, Freire e Faundez (1985, p. 48) escrevem:

> [...] a primeira coisa que aquele que ensina deveria aprender é saber perguntar. Saber perguntar-se, saber quais são as perguntas que nos estimulam e estimulam a sociedade. Perguntas essenciais que partem da cotidianidade, pois é nela onde estão as perguntas.

A curiosidade gera a pergunta, a ação de refletir e pensar sobre uma situação posta. Exercitar a curiosidade, o ato de perguntar é sair da zona de conforto[4] e desafiar-se. E como a Modelagem Matemática é um mecanismo que propicia criar um modelo simplificado da realidade, então acredito que utilizar a Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo Numérico, com alunos de cursos de Engenharia, provavelmente contribuirá na aprendizagem desses acadêmicos.

Tal possibilidade se dá em virtude das mudanças concernentes à tecnologia, economia globalizada, divisões de trabalho, os engenheiros se deparam com problemas cada vez mais estruturados, complexos e dinâmicos. Contudo, observa-se que o indivíduo dificilmente consegue relacionar o que estudou com o problema que se deve solucionar. Esta afirmação é apoiada por Vallim, Farines e Cury (2006, p. 1), onde dizem:

> [...] uma das dificuldades é, diante de uma situação real, perceber a oportunidade para aplicar um conceito teórico. Outra é fazer as adaptações necessárias para que um problema real possa ser tratado por algum conhecimento teórico pertinente.

Esta afirmação condiz com a de Coll (1994), quando pontua que a quantidade de informações que se tem para passar ao aluno é cada vez maior, enquanto que a habilidade de usar essas informações tem diminuído significativamente. É neste sentido que a sociedade deseja a formação de profissionais capazes de resolver, modelar situações e analisar criticamente os resultados obtidos. Esta capacidade de resolver problemas e modelar situações é uma das responsabilidades do ensino da Matemática, fazendo com que a matemática ultrapasse seus limites disciplinares,

[4] Refere-se a mudar de estratégia, deixar de executar uma atividade com a mesma abordagem.

realizando conexões com a realidade, conduzindo o estudante a situações problemas que necessita de solução.

Segundo Vallim, Farines e Cury (2006), a tendência do mundo do trabalho aumenta a exigência para o engenheiro, esperando que sua formação acadêmica busque o equilíbrio entre competências técnicas sofisticadas e habilidades intra e interpessoais. De acordo com Coll (1994, p. 100), esta perspectiva trouxe no âmbito educativo a evidência “do inadequado de alguns métodos de ensino essencialmente expositivos que concebem o professor e o aluno como simples transmissor e receptor de conhecimentos”. É por isso que é observada uma crescente preocupação do ensino da matemática para os acadêmicos de engenharia com o objetivo de minimizar a distância entre a teoria e a aplicação desse conhecimento na prática profissional,

Essa necessidade de relacionar a teoria com a prática para o futuro engenheiro é tão essencial, que Pinheiro e Moretti (2003, p. 7), defendem que a matemática nos cursos de engenharia tem por função, prover aos acadêmicos “[...] de subsídios que os permita interpretar os dados, analisar os modelos propostos, de forma que possam melhor representar a realidade, adquirindo ferramentas que lhes possibilite a resolução de problemas”. No que tange aos futuros engenheiros, não basta apenas saber cálculo com ferramenta para a sua atuação profissional, é preciso que

> [...] eles próprios possam construir novos modelos para entender a realidade, discutindo as suas influências e posicionando-se face aos tópicos abordados, [...] tomando decisões fundamentadas nas suas reflexões em favor do contexto social (PINHEIRO E MORETTI, 2003, p.10).

Tem sido consenso entre alguns pesquisadores que a Matemática tem contribuição na reprovação ou abandono dos acadêmicos de Engenharia, sendo que “[...] a insatisfação de alunos e professores sobre os resultados escolares nessa ciência, indica que existem problemas sobre sua prática de ensino e aprendizagem que precisam ser encarados” (BATHELT e CEOLIN, 2001, apud FERRUZZI e ALMEIDA, 2013, p. 155). Geralmente, o docente desenvolve temas estruturados, prontos e sem margens de erro, logo inibe as discussões e opiniões relacionadas ao tema estudado.

Há também o tratamento que alguns docentes dispensam à Matemática como uma disciplina independente das disciplinas específicas à Engenharia. Além disso, existem poucas bibliografias de Matemática que apresentam aplicações à engenharia. Essa afirmação é exposta por Biembengut (1997, p. 11) ao dizer que "(...) a ausência de tópicos aplicados à área específica, nos livros de matemática, traz dificuldades àquele que ensina e àquele que deveria aprender, para uma melhor compreensão prática daquilo que está sendo exposto". Nessa mesma linha argumentativa, de acordo com Ferruzzi e Almeida (2013), o pouco uso das aplicações tem gerado dificuldades aos acadêmicos em relação ao entendimento e aplicação dos conteúdos matemáticos na vida profissional. Com isso, futuros engenheiros acabam fazendo uso da memorização da Matemática, onde

> A memorização de conceitos matemáticos não garante o reconhecimento de uma situação problema e da aplicação dos conceitos necessários para solucioná-la. É importante desenvolver com os alunos aplicações de conceitos matemáticos em situações do dia-a-dia, e mais do que isso, é preciso que os estudantes desenvolvam a capacidade de refletir acerca dos resultados destas aplicações. Deste modo, entende-se que o isolamento do ensino da matemática deve ser investigado e solucionado (FERRUZZI E ALMEIDA, 2013, p. 156).

Assim, o docente deveria ajudar no processo de construção do conhecimento do aluno. E é diante deste cenário que a Modelagem Matemática pode ser apresentada como uma alternativa pedagógica, ou seja, uma metodologia de ensino da matemática na disciplina de Cálculo Numérico dos cursos de Engenharias. Pois a mesma tem essa característica, de relacionar a teoria matemática com um contexto, uma realidade em que o acadêmico de engenharia está inserido, onde o mesmo pode reconhecer uma situação problema e aplicar conceitos matemáticos para solucionar o problema em questão.

2.4 Estudos de pesquisas sobre o tema

Este tópico é destinado à narrativa do levantamento de dissertações e teses relacionadas à Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico aos acadêmicos de Engenharia. Inicialmente, foi realizado um levantamento no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-CAPES, cujo endereço é http://capesdw.capes.gov.br. Neste banco de dados não há registros de nenhuma produção científica relacionada às seguintes palavras chaves: Modelagem Matemática no ensino de cálculo numérico à Engenharia.

Contudo, ao pesquisar Modelagem Matemática no ensino de cálculo, foram localizadas oito dissertações que estão descritas no quadro 3:

Quadro 3: Dissertações encontradas no Banco de Teses-CAPES

Título	Ano	Autor
Discutindo algumas relações possíveis entre intuição e rigor entre imagem conceitual e definição conceitual no ensino de limites e continuidade em Cálculo I.	2011	Osvaldo Honorio de Abreu
Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias	2011	Galvina Maria De Souza
A (re) construção do conceito de limite do cálculo para a análise: um estudo com alunos do curso de licenciatura em matemática.	2011	Lilian Isabel Ferreira Silva
A modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos	2012	Fabiana Mattei
Aplicações das derivadas no cálculo I: atividades investigativas utilizando o geogebra.	2012	Daniele Cristina Goncalves
Convergência de sequências e séries numéricas no cálculo: um trabalho visando a corporificação dos conceitos	2012	Daila Silva Seabra De Moura Fonseca
Explorando o conceito de derivada em sala de aula, a partir de suas aplicações e sob uma perspectiva histórica	2011	Daniel Gustavo De Oliveira
Introduzindo o conceito de derivada a partir da ideia de variação	2012	Airlan Arnaldo Nascimento de Lima

Fonte: CAPES/2015

Outra base de dados consultada foi o site dos periódicos da CAPES, de endereço http://www.periodicos.capes.gov.br, a qual não apresenta nenhum registro com o tema Modelagem Matemática e o ensino de Cálculo Numérico em Engenharia.

Agora, quando consultadas as palavras chaves Modelagem Matemática e o ensino de cálculo, com filtragem por idioma português e tipo de recurso dissertação, o banco de dados apresentou sete teses (Quadro 4), são elas:

Quadro 4: Teses encontradas no Periódico-CAPES

Título	Ano	Autor
O ambiente e a modelagem matemática no ensino de cálculo numérico.	2003	Nilson Sérgio Peres Stahl.
Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da modelagem matemática.	2013	Carlos Antônio da Silva.
A modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos.	2012	Fabiana Mattei.
Modelagem Matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem.	2008	Fábio Vieira dos Santos.
Modelagem matemática X Aprendizagem significativa: uma investigação utilizando mapas conceituais.	2007	Maria Lúcia de Carvalho Fontanini.
Livros didáticos e modelagem matemática: uma caracterização da transposição didática do conteúdo de integral nestes ambientes.	2008	Kassiana Schmidt Surjus Cirilo.
Desenvolvimento de um simulador da mecânica cardiovascular humana controlada pelo mecanismo reflexo baroceptor.	2006	José Augusto Calvo Lonardoni.

Fonte: CAPES/2015

Com o objetivo de encontrar mais pesquisas em áreas correlatas ao tema desta pesquisa, fiz uma nova consulta no site dos periódicos da CAPES, com palavras chaves Modelagem Matemática e o ensino de cálculo na Engenharia, com filtragem do tipo de recurso dissertação, e foram localizadas duas. A primeira é intitulada “Modelagem matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia” de autora Alyne Maria Rosa de Araújo (2012), sob orientação do Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo, na Universidade Federal do Pará. Este trabalho teve por objetivo analisar os possíveis efeitos que o uso da Modelagem Matemática, enquanto estratégia de ensino provoca no processo de aprendizagem dos alunos da disciplina cálculo III – Equações Diferenciais Ordinárias-EDO.

A referida pesquisa foi desenvolvida numa turma de acadêmicos do 2° ano do curso de Engenharia da Computação, da Universidade Federal do Pará. A pesquisa foi de cunho qualitativo em que foram levados em consideração os aspectos sociais que permeiam uma sala de aula universitária. Importante destacar que houve a participação direta da professora-pesquisadora de Matemática. Os resultados alcançados foram que do universo de 20 alunos pesquisados, apenas dois expressaram que preferiam o ensino de matemática por meio de resolução de inúmeros exercícios, e que a modelagem matemática não contribuiu no aprendizado. Na análise da pesquisadora, a mesma acredita que a Modelagem Matemática é uma estratégia que pôde contribuir com o aprendizado da maioria dos alunos de Engenharia, ao mesmo tempo em que proporciona ao professor a reflexão em relação à prática que pretende adotar levando o aluno a ser crítico e reflexivo frente ao conteúdo que lhe é ensinado. Ademais, a autora cita que o uso da modelagem proporciona construção de conhecimentos e interação em sala de aula.

A segunda produção científica encontrada, intitulada “Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da modelagem matemática”, é de autoria do, hoje, Dr. Carlos Antônio da Silva, sob orientação do Dr. Benedito Antônio da Silva (2013). O objetivo da tese foi analisar as dificuldades e os significados atribuídos, de acadêmicos do curso de Engenharia de Produção, ao usar uma sequência de tarefas, tais como cálculo de medidas de área baseadas na Modelagem Matemática. Tal sequência partiu de figuras geométricas, supostamente conhecidas pelos acadêmicos, com a finalidade de conduzi-los à definição de integral. Nesta pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação, o autor buscou proporcionar aos alunos significação aos elementos da integral e explorar a criticidade dos alunos. Os instrumentos de coleta de dados foram as observações do próprio pesquisador, os relatórios e resoluções dos estudantes, as gravações das conversas. A análise dos procedimentos revelou que é possível inserir Princípios da Modelagem Matemática em atividades a serem desenvolvidas em sala de aula e que se adaptam à estrutura curricular, atendendo especialmente ao critério tempo dedicado às disciplinas. Os resultados mostram, ainda, uma consistência em termos de aprendizagem, pois os discentes, após seis meses, retomam tal conteúdo, buscando problemas reais e apresentando soluções e aplicações pertinentes dentro e fora das indústrias. O grupo de estudantes demonstrou indícios de aprendizagem ao desempenhar o papel de observador, alegando que realmente haviam aprendido integral e que sua aplicação na engenharia é de extrema relevância.

Uma terceira base de dados analisada foi a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), cujo endereço é http://bdtd.ibict.br. Nesta pesquisa, foi localizada apenas uma tese de doutorado em Educação intitulada "O Ambiente e a Modelagem Matemática no Ensino do Cálculo Numérico" do Dr. Nilson Sergio Peres Stahl, sob orientação do Dr. João Frederico C. A. Meyer, pela Universidade Estadual de Campinas, no ano de 2003. Como esta é a única tese encontrada no que tange ao ensino de Cálculo Numérico por meio da Modelagem Matemática, será realizada uma breve análise sobre a mesma. Entretanto, a pesquisa foi desenvolvida junto aos acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática e não com os de Engenharia, como foi desta pesquisa.

Inicialmente, Stahl (2003, p. 12) fez uma abordagem quanto a Modelagem Matemática como meio de aprendizagem, usando fenômenos naturais na modelagem e modelo matemático. Sua pesquisa teve como questão: "É possível reconhecer que a inclusão da problemática ambiental, nas atividades de aprendizagem/ensino da disciplina de cálculo numérico, pode modificar a relação dos educandos com a disciplina?". Tal pesquisa teve como objetivo "constatar se o uso de modelos e modelagem matemática, aplicados ao ambiente, poderá motivar mudanças de atitude dos alunos envolvidos no processo ensino/aprendizagem" (STAHL, 2003, p. 13).

Quanto ao tipo de pesquisa, a mesma foi do tipo pesquisa-ação. Consequentemente sua análise foi qualitativa (STAHL, 2003, p. 17-18). Em relação aos instrumentos de pesquisa, foram utilizados entrevistas, questionários e diário de bordo. Quanto ao desenvolvimento das aulas envolvendo a Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem, Stahl (2003) utilizou dois tipos de aula, tradicional expositiva e em laboratório de informática, com o uso do aplicativo Matlab. Pelo fato de usar situações ambientais, o pesquisador utilizou sete situações, nas quais desenvolveu um modelo matemático. Esses tinham como tema: epidemia (relacionando o zero da função), baleias austrais (zero da função), adubação do solo (sistemas lineares), dieta equilibrada (sistema linear), projeção populacional (ajuste de curvas por mínimos quadrados), desinfecção de esgotos (ajuste de curva por interpolação polinomial) e tratamento de águas para abastecimento (ajuste de curva por interpolação polinomial) (STAHL, 2003, p. 56-75).

Após o desenvolvimento das aulas, a análise dos dados ocorreu de três formas. Primeiro a leitura dos questionários; segundo momento foi à análise das respostas e o terceiro as anotações do professor. Após a análise qualitativa, o pesquisador chegou às seguintes conclusões: a) deve-se aplicar a problemática ambiental nas atividades de ensino e aprendizagem, desde que o acadêmico tenha mostrado interesse pela temática; b) O professor/pesquisador ao utilizar dessa estratégia deve estar preparado, haja vista que, em muitos casos, a formação do professor é voltada para o tradicional, e reprodução de tópicos dos livros; c) É plenamente possível usar a Modelagem Matemática no enfoque de fenômenos ambientais; d) Os acadêmicos envolvidos na pesquisa apresentam dificuldade na interpretação do problema não matemático; e) a estratégia de ensino/aprendizagem que privilegie a prática/aplicação no estudo da matemática pode influenciar de maneira positiva no envolvimento e aproveitamento da disciplina por parte dos acadêmicos (STAHL, 2003, p. 95-97).

Após um levantamento minucioso sobre dissertações e teses relacionadas à modelagem matemática no ensino de Cálculo Numérico, foram encontradas e destacados apenas 18 trabalhos, sendo que o mais próximo desta pesquisa é a tese intitulada “O Ambiente e a Modelagem Matemática no Ensino do Cálculo Numérico”. As contribuições da análise destes estudos foram relacionadas a forma de desenvolver os modelos matemáticos, como fazer os questionamentos para fazer os alunos encontrar suas próprias respostas, como analisar as percepções dos acadêmicos nos processos de ensino e aprendizagem por meio da modelagem matemática.

No próximo capítulo serão descritos os caminhos metodológicos da pesquisa desenvolvida, ou seja, como ocorreu o uso da modelagem matemática nas duas turmas de Engenharia. Destacam-se, neste capítulo, as dificuldades com os conteúdos que emergiram durante a prática efetivada e as maneiras que os acadêmicos desenvolveram seus modelos matemáticos.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, inicialmente faço uma apresentação geral de Macapá por ser sede da Universidade do Estado do Amapá-UEAP, instituição na qual aconteceu a pesquisa, além do que, os temas utilizados têm relação com os acadêmicos que moram em Macapá. Também será descrito a UEAP quanto à estrutura, número de campus, criação e missão. Quanto aos sujeitos da pesquisa, haverá uma descrição sobre os mesmos, além da abordagem dos instrumentos de pesquisa utilizados para a coleta de dados. E por fim, serão mencionados os procedimentos empregados nesta pesquisa, o detalhamento da intervenção pedagógica realizada, bem como os modelos matemáticos encontrados em cada uma das turmas de engenharia onde a prática foi realizada.

3.1 Contexto espacial e socioeconômico do município

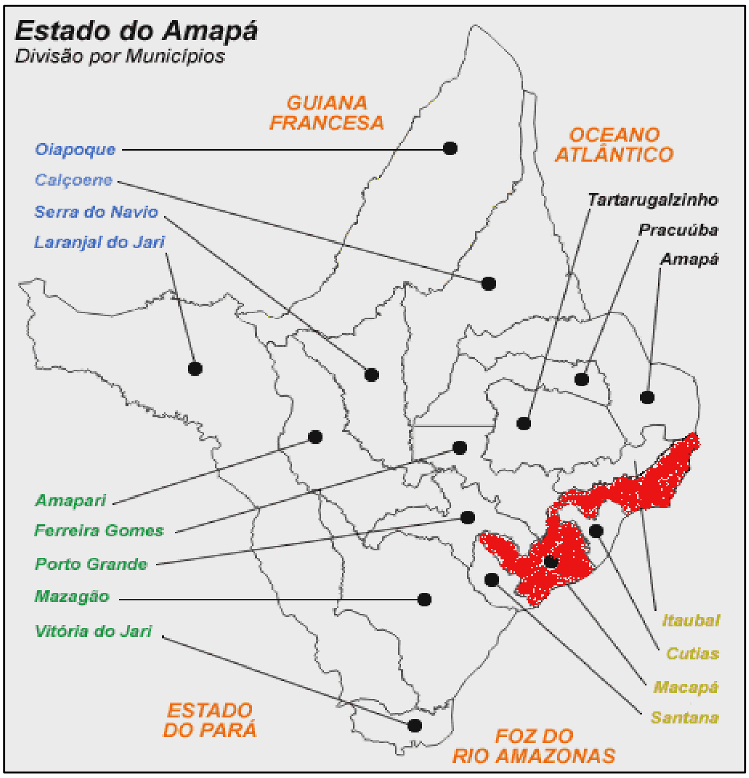
O Estado do Amapá possui 16 municípios, uma população de 750912 habitantes (IBGE-2014) e sua superfície é de 142828,52 Km^2.Localiza-se na parte setentrional do Brasil, na encosta leste do Maciço das Guianas, sendo banhado pelo Oceano Atlântico e pelo estuário do Rio Amazonas, conforme a figura 2 (CARLOS, 2005, p.7).

O Município de Macapá, capital do Estado do Amapá, foi criado com Lei Provincial nº 281, de 6 de setembro de 1856, é delimitada ao norte por Cutias e Amapá, ao sul por Santana, ao leste é delimitada pelo Rio Amazonas e Itaubal, já pelo Oeste é delimitado por Santana, Ferreira Gomes e Porto Grande (ver figura 3). Possui uma área de 6502,119 Km² e tem uma população de aproximadamente 446757 habitantes (IBGE, 2014). A economia do município é fundamentada no comércio, e houve uma arrecadação de R$ 639.779.421,00 milhões de reais em 2014 (www.macapa.ap.gov.br).

Figura 2: Localização do Estado do Amapá.

Fonte: Governo do Estado do Amapá-2015.

Figura 3: Localização de Macapá no Amapá.



Fonte: Governo do Estado do Amapá-2015.

Na próxima seção, serão destacadas algumas características e informações relevantes dos sujeitos envolvidos nesta pesquisa.

3.2 Sujeitos da Pesquisa

Esta pesquisa desenvolveu suas atividades na Universidade do Estado do Amapá – UEAP, a qual foi criada por meio da Lei 0969, de 31 de março de 2006 e instituída pela Lei 0996 de 31 de maio de 2006. Atualmente, a UEAP oferece à sociedade amapaense doze cursos, são eles: Engenharia de Produção, Engenharia Florestal, Engenharia de Pesca, Engenharia Química, Engenharia Ambiental, Tecnologia em Design, Licenciatura em Letras, Licenciatura em Pedagogia, Licenciatura em Química, Licenciatura em Filosofia, Ciências Naturais e Ciências Agrárias. A Universidade funciona em três campus, e há previsão para a construção de mais cinco campus. A instituição tem como missão de:

> Atuar na formação de técnicos em nível superior, contribuindo com a capacitação de profissionais para o mercado de trabalho e com o processo de

> desenvolvimento do estado do Amapá, elevando o nível sociocultural da população amapaense e da Amazônia (www.ueap.ap.gov.br).

A referida pesquisa teve por sujeitos da pesquisa duas turmas de Engenharia: uma de Engenharia de Produção e outra de Engenharia Química. Na turma de Engenharia de Produção houve 40 acadêmicos participantes, e na turma de Engenharia Química tinha 21acadêmicos participantes. No quadro 5 apresento a distribuição por sexo destes acadêmicos:

Quadro 5: Sexo dos alunos das turmas pesquisadas

	Masculino	Feminino
Engenharia de Produção	26	14
Engenharia Química	9	12

Fonte: Dados da pesquisa/2015.

Concernente a faixa etária, as turmas apresentaram um predomínio de jovens, mas houve também, acadêmicos com mais de 35 anos. A pesquisa retrata três faixas etárias, sendo de a 1ª faixa etária até 23 anos; a 2ª faixa é de 24 anos até 35anos. E a terceira faixa é de pessoas acima de 35 anos. O quadro 6 expõe as faixas etária das duas turmas.

Quadro 6: Faixa etária das turmas pesquisadas

	Até 23 anos	24 a 35 anos	Acima de 35 anos
Engenharia de Produção	25	12	3
Engenharia Química	16	5	0

Fonte: Dados da pesquisa/ 2015.

Observa-se que apenas a turma de Engenharia de Produção possui acadêmicos com idade acima de 35 anos, sendo 12 na faixa etária de 24 a 35 anos e 25 acadêmicos com até 23 anos. Na Engenharia Química, há 16 alunos com até 23 anos e 5 de 24 a35 anos.

Outra característica das turmas é concernente à questão social econômica. Na UEAP existem dois programas de apoio econômico aos acadêmicos com baixo poder aquisitivo, é a bolsa auxílio transporte e a bolsa auxílio moradia. Ambas são voltadas para auxiliar os acadêmicos nas despesas de transporte coletivo e aluguel de moradia. A Universidade faz uma triagem minuciosa, para depois conceder as bolsas. E nessas duas turmas, no levantamento realizado, verificou-se que 28 alunos de Produção recebem algumas das bolsas ou as duas, enquanto que todos da Engenharia Química recebem alguma das bolsas ou as duas.

Vale lembrar que essas duas turmas eram as únicas no 2º semestre de 2014 a estarem cursando a disciplina de Cálculo Numérico, componente curricular que faz parte do 4º semestre dos cursos de Engenharia Química e de Produção. Os participantes assinaram um termo de consentimento livre esclarecido (Apêndice B).

A ementa de Cálculo Numérico da Engenharia Química é composta por: Cálculo de raízes de equações; Resolução de sistemas lineares; métodos diretos e métodos iterativos; interpolação e integração; resolução numérica de equações diferenciais. Já a ementa da Engenharia de Produção é composta por: Estudo sobre erros. Zeros de funções. Métodos numéricos de Álgebra Linear. Interpolação. Derivação e integração numérica. Aproximação de funções, ajustamento de dados. Solução numérica de equações diferenciais ordinárias. Outras aplicações.

3.3Tipo e instrumentos da pesquisa

Quanto ao tipo de pesquisa, a mesma se caracterizou como um estudo de caso múltiplo, pois os resultados alcançados não podem ser generalizados, pois é de caráter único. Isto condiz com o conceito de Yin (2005, p. 32) onde “um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos”. Yin (2005) defende que as evidências de uma pesquisa do tipo estudo de caso originam-se de seis fontes diferentes, são elas: documento, registros em arquivos, entrevistas, observação direta, observação participante e artefatos físicos. Ainda destaca:

> Os procedimentos utilizados para coletar cada tipo de evidência devem ser desenvolvidos e administrados independentemente, a fim de garantir que cada fonte seja adequadamente utilizada. Nem todas as fontes serão importantes para todos os estudos de caso (YIN, 2005, p. 124).

Portanto, durante a investigação foram utilizados para coleta de dados:

- ✓ ***Questionários:***

Segundo Gil (1999, p.128), o mesmo é definido:

> Como a técnica de investigação composta por um número mais ou menos elevado de questões apresentadas por escrito às pessoas, tendo por objetivo o conhecimento de opiniões, crenças, sentimentos, interesses, expectativas, situações vivenciadas etc.

Nos questionários aplicados durante a pesquisa, os mesmos eram compostos por perguntas abertas, que permitem liberdade ilimitada de respostas ao informante. Os questionários têm a vantagem de não haver influência das respostas pré-estabelecidas pelo pesquisador, pois o informante poderá escrever o que lhe vier à mente. Os mesmos foram utilizados na pesquisa em dois momentos, um inicial para identificar temas de interesse, e um final, para verificar as percepções dos alunos em relação às atividades desenvolvidas.

- ✓ ***Diário de Bordo:***

Durante as aulas, utilizei um diário de bordo docente para registrar os encontros. Tal instrumento é considerado o momento em que o professor transforma o pensamento em registro escrito, documentando o que ocorreu durante a efetivação de alguma intervenção (ALVES, 2001). Nesta pesquisa foram registradas todas as tarefas desenvolvidas pelos alunos em seus próprios cadernos, e posteriormente foram recolhidas como dados para compor a referida pesquisa.

- ✓ ***Filmagem:***

Algumas aulas foram filmadas, tornando possível fazer uma análise de todo o material de pesquisa, mantendo a neutralidade dos dados. Assim, o uso do vídeo permitiu certo grau de exatidão na coleta de dados, uma comprovação frente aos tradicionais questionamentos da subjetividade da pesquisa qualitativa (KENSKI, 2003).

Esses instrumentos possibilitaram a posterior análise de dados e permitiram realizar um relato, o mais fiel possível, das práticas pedagógicas desenvolvidas com os acadêmicos, dando ênfase aos processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo Numérico por meio da Modelagem Matemática. Posteriormente, fez-se uma análise qualitativa dos dados, pois segundo Malhotra (2006) a pesquisa qualitativa é uma metodologia de pesquisa não-estruturada e exploratória, baseada em pequenas amostras que proporcionam percepções e compreensão do contexto do problema.

3.4 Procedimentos da Pesquisa

A intervenção pedagógica ocorreu nos meses de outubro e novembro de 2014, e durante as aulas de Cálculo Numérico. As mesmas foram desenvolvidas utilizando a Modelagem Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico, e teve uma carga horária de 3h/a cada dia, num total de 12 h/a para cada turma. Durante a intervenção, foram formadas equipes de 3 a 6 componentes cada, as quais desenvolveram as atividades propostas.

Como Modelagem Matemática parte de uma situação real, foi elaborado e aplicado um questionário (Apêndice C) com o objetivo de identificar que assuntos/temas do dia a dia teriam interesse de estudar na disciplina, bem como quais dificuldades possuíam em relação aos conteúdos de Cálculo Diferencial. Os dados coletados apontaram que a maioria dos acadêmicos tem dificuldades na interpretação gráfica de uma função, além de aplicações de integral. Quanto aos assuntos do cotidiano, os acadêmicos de Engenharia Química escolheram o balanceamento de uma equação química e o estudo das concentrações de soluções. Já os acadêmicos da Engenharia de Produção optaram por estudar a produção do açaí e do lixo no Estado do Amapá.

Para o desenvolvimento da intervenção, cada turma de Engenharia, foi dividida em pequenos grupos para realização das atividades propostas. Assim, inicialmente cada grupo escolheu e pesquisou sobre algum assunto vinculado ao tema previamente escolhido. Isto é, os acadêmicos do curso de Engenharia da Produção em relação aos temas produção do açaí e do lixo no estado do Amapá; e, os da Engenharia Química, sobre o balanceamento de uma equação química e o estudo das concentrações de soluções. Após a escolha, cada equipe elaborou uma questão de pesquisa relacionando o assunto escolhido com algum conteúdo de Cálculo Numérico. Feito isso, cada equipe apresentou sua produção aos colegas de classe, para que houvesse interação entre a turma. Ao final da intervenção, realizei algumas considerações em relação aos conteúdos que apareceram durante as apresentações.

Para melhor produção das equipes, as mesmas utilizaram como apoio os aplicativos Projeto Gauss[5], aplicativo apropriado para resoluções de problemas envolvendo a interpolação polinomial de funções e sistemas lineares, e o winplot[6], como recurso para representação gráfica. Ambos os aplicativos são de uso livre e de fácil utilização. Além disso, foi utilizado o aplicativo Excel para a elaboração de planilhas de dados coletados pelos acadêmicos, e o aplicativo PowerPoint para apresentarem os resultados de suas pesquisas à turma.

O uso desses recursos computacionais, durante a intervenção, foi necessário em virtude das problemáticas propostas, (produção do açaí e do lixo no Estado do Amapá e o balanceamento de equações químicas e o estudo das concentrações de soluções) no momento em que foram utilizados os métodos de interpolação de Newton e linear, o refinamento de intervalos numéricos para localização dos zeros da função e a resolução de sistema linear pelo método de Gauss. Ressalto que os aplicativos foram utilizados apenas como apoio na resolução de cálculos matemáticos. Para melhor descrição da intervenção, no quadro 7 apresento, por encontro, os objetivos e as atividades desenvolvidas em cada turma.

Quadro 7: Detalhamento da intervenção.

ENCONTRO	OBJETIVO	ATIVIDADES DESENVOLVIDAS
		Apresentação da proposta de intervenção e do tema geral escolhido.

[5] Pode ser encontrado em http://ultradownloads.com.br/download/Projeto-Gauss/
[6] Disponível em http://www.mat.ufmg.br/~espec/tutoriais/winplot/

Encontro 1 (3h/a)	Apresentar a proposta de trabalho e o tema geral que foi contemplado no questionário. Escolher subtemas/subproblemas de interesse relacionados ao tema geral e identificar conteúdos relacionados com o mesmo.	Formação de grupos. Cada grupo, de acordo com o tema maior (já previamente definido), escolheu um subtema (um subproblema) para investigar. A partir desse tema, elaboraram uma situação/problema que foi resolvida utilizando algum conteúdo de Cálculo Numérico. Nesta investigação utilizaram livros, internet e etc. Muitas equipes não conseguiram terminar em sala, os mesmos concluíram a atividade em casa.
Encontro 2 (3h/a)	Socializar as investigações efetivadas.	Houve a socialização por parte dos grupos, do trabalho efetivado, com apresentação do problema, dos resultados e dos conteúdos envolvidos.
Encontro 3 (3h/a)	Explorar e problematizar conteúdos de Cálculo Numérico decorrentes das apresentações.	Exploração, por parte do professor, dos conteúdos que apareceram nas apresentações e que não foram totalmente compreendidos pelos alunos.
Encontro 4(3h/a)	Verificar os pontos positivos e negativos da Modelagem Matemática durante a intervenção.	Avaliação das atividades, por meio de um questionário (APÊNDICE D)

Fonte: Professor pesquisador, 2015.

Na próxima seção, serão destacados os modelos matemáticos produzidos pelos acadêmicos de cada turma. Será abordada a estruturação das aulas desenvolvidas desde a escolha do tema até a socialização dos modelos matemáticos.

3.5 Modelos matemáticos desenvolvidos

Esta seção aborda dados emergentes da intervenção pedagógica realizada, detalhando a estrutura das aulas envolvendo Modelagem Matemática, bem como foi explorado cada modelo matemático, tanto na Engenharia de Produção quanto na Engenharia Química. Também descrevo os modelos matemáticos construídos por cada equipe a partir dos temas escolhidos previamente.

3.5.1 Estruturação das Aulas

As aulas foras planejadas e executadas em 3 momentos para abranger os conteúdos de Cálculo Numérico nas turmas de Engenharia de Produção e Engenharia Química. O 1º momento envolveu a apresentação dos temas que seriam pesquisados, que ocorreu no mês de agosto de 2014. Saliento que os temas foram escolhidos pelos acadêmicos no questionário respondido (Apêndice C). Posteriormente, explanei como seria conduzida a intervenção pedagógica, cuja finalidade era de produzir uma dissertação para o curso de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas. Em seguida, solicitei aos alunos que tivessem interesse em participar da referida pesquisa que assinassem o termo de consentimento livre esclarecido (Apêndice B). Recolhido o documento assinado pelos interessados, abordei alguns conceitos de Modelagem Matemática e modelo matemático. Solicitei que cada turma formasse grupos de acordo com o tema previamente definido por cada turma, e que escolhessem subtema ou subproblema para poderem investigar. Este momento durou aproximadamente 1h/a.

O 2º momento foi à busca de dados relacionados ao problema que cada equipe escolheu. Foram necessários os alunos buscarem informações, dados que subsidiassem suas pesquisas para a criação do modelo matemático. Para isso, buscaram livros de Cálculo Numérico na biblioteca da Universidade, além de artigos e pesquisas na internet e bibliotecas virtuais de universidades brasileiras, como a UNICAMP, USP, UFSCAR e outras.

Nesse momento, os alunos solicitaram auxílio para tirar algumas dúvidas. Tais dúvidas eram esclarecidas não com respostas diretas e prontas, mas as dúvidas eram conduzidas de modo que os próprios alunos buscavam a resposta. Por exemplo, a equipe que escolheu trabalhar com a produção de açaí, obteve dados da produção de açaí no Estado do Amapá durante um intervalo de 10 anos. A equipe construiu um gráfico envolvendo tais dados, mas me questionaram sobre o que poderia ser feito dali em diante, de modo que pudessem criar um modelo matemático. Respondi com o seguinte questionamento: Posso “prever” qual será a produção de açaí no ano seguinte? Com isso os acadêmicos perceberam que seria necessário obter uma função do gráfico, de modo que pudesse responder a tal questionamento.

Desta forma as outras equipes, das duas turmas, foram orientadas, respeitando algumas particularidades relacionadas a cada subtema escolhido. Este momento foi dividido em duas partes, sendo que a 1ª parte durou aproximadamente 2h/a (continuação do 1º encontro com cada turma) e como a maioria das equipes não conseguiu concluir suas pesquisas, as mesmas puderam concluí-las em suas residências. A 2ª parte foi a continuação da orientação das equipes (2º encontro). Este 2º momento durou aproximadamente 3h/a.

Após a orientação dispensada aos alunos, iniciou-se o 3º momento, a socialização dos modelos matemáticos desenvolvidos pelas equipes. Cada equipe teve 15 minutos de apresentação, o qual abordava o problema, os dados coletados, os conteúdos abordados e como estruturaram seus modelos. Houve o momento de questionamento por parte dos alunos e de minha parte. Questionamentos como: Que conteúdo foi abordado? Como se aplica? Poderia ser empregado outro conteúdo? O modelo desenvolvido tem confiabilidade?

As apresentações duraram 2h/a do 2º encontro, sendo que da turma de Engenharia de Produção apresentaram 5 equipes no 2º encontro e as outras 5 equipes apresentaram no 3º encontro. Já na turma de Engenharia Química, as 5 equipes apresentaram somente no 2º encontro, não havendo necessidade de apresentação no 3º encontro.

Após as apresentações, em ambas as turmas, eu na qualidade de professor pesquisador fiz as considerações relacionadas aos conteúdos empregados nos modelos matemáticos socializados, esclarecendo eventuais dúvidas que não foram compreendidas pelos acadêmicos. Tal ação durou aproximadamente 3h/a.

Ao final das atividades envolvendo a Modelagem Matemática, a mesma foi avaliada pelos acadêmicos de cada curso, (da Engenharia Química e a Engenharia de Produção) por meio de questionário específico onde os sujeitos da pesquisa puderam avaliar o uso desta metodologia no curso de Cálculo Numérico. Este questionário (Apêndice D) também contemplou a auto avaliação, pois o mesmo envolveu perguntas sobre o modelo criado por eles, além das etapas executas para a elaboração do mesmo.

O uso da modelagem matemática nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico foi desenvolvido de modo a produzir vários modelos matemáticos. Havendo a intenção de problematizar os diversos tópicos da disciplina, e aplicá-los de forma prática, foram elaborados modelos para "descobrir" a solução do problema.

Vale lembrar que antes de começarem a produzir seus modelos matemáticos, os acadêmicos, de ambos os cursos, foram instruídos em como utilizar os *softwares winplot* e *projeto Gauss*. Isto foi proporcionado para que pudessem elaborar suas produções, haja vista que não existe nas matrizes curriculares dos referidos cursos nenhum componente curricular que aborde aplicativos voltados para o Cálculo ou Álgebra.

3.5.2 Modelos Matemáticos dos acadêmicos de Engenharia de Produção

Este item aborda os modelos matemáticos elaborados pelos acadêmicos de Engenharia de Produção durante a intervenção pedagógica. Denominarei de projeto cada modelo matemático construído por cada equipe.

a) Projeto nº 1: Preço do Açaí-Função Polinomial e Sistema Linear

Este projeto foi escolhido durante o 1º encontro da intervenção pedagógica, na qual a equipe desenvolveu um modelo matemático que é uma função polinomial que "prevê" o preço do açaí durante o ano. Mas, para isso, no 2º encontro, os mesmos trouxeram os resultados de suas pesquisas, o qual envolveu o conceito de açaizeiro, características da árvore, do fruto, densidade, a produção, o palmito, a palha, o caroço, a estipe e características do cacho. Quanto ao levantamento do preço da saca, o mesmo foi realizado perguntando o preço do açaí em uma batedeira (ponto comercial que produz e comercializa o vinho do fruto) qualquer. Com o preço médio da saca de açaí, a equipe montou o quadro 8 que segue:

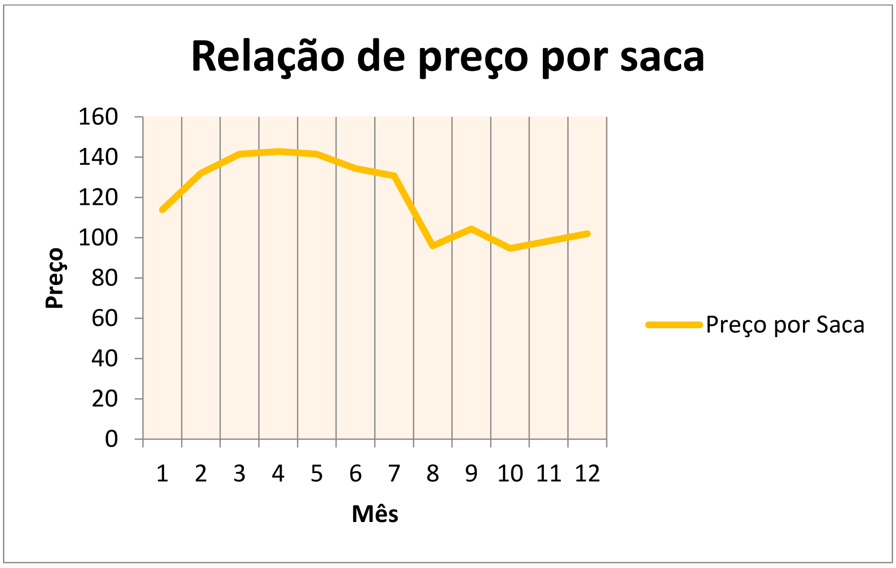
Quadro 8: Preço da saca do açaí durante o ano

MÊS	PREÇO
JAN	114
FEV	132
MAR	141,6
ABR	142,8
MAI	141,6
JUN	134,4
JUL	130,8
AGO	96
SET	104,4
OUT	94,8
NOV	98,4
DEZ	102

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com esses dados coletados, os acadêmicos construíram o gráfico do preço do açaí em cada mês do ano com o auxílio da planilha eletrônica Excel (Figura 4), onde o eixo vertical corresponde ao preço em reais e o eixo horizontal corresponde ao tempo, expresso em meses do ano:

Figura 4: Gráfico gerado pela planilha, representando o preço do açaí.



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Diante do gráfico, o grupo questionava se havia alguma função, nem que fosse aproximada, que melhor representasse o gráfico gerado pela planilha. Para isso, os mesmos escolheram trabalhar somente com os meses ímpares, ou seja, o número de pontos reduziu de 12 para 6. Tal escolha se deu pelo fato de poderem calcular manualmente e confirmarem os resultados por meio do software projeto Gauss, sendo que se a função fosse de grau 11, os acadêmicos afirmaram que ficaria inviável resolver um sistema linear de maneira manual.

Chegaram a mencionar que sempre viram nos livros a função dada no problema e construíam o gráfico da mesma. Contudo, o caminho inverso ainda não havia observado em lugar algum. Tal entrave serviu para buscarem informações na internet, na biblioteca da universidade e artigos científicos, inclusive procuraram os professores de Cálculo Diferencial, sobre como localizar funções por meio de gráficos.

Por conseguinte, verificaram por meio de livros de cálculo numérico que a solução seria por meio de sistema linear, cujas equações geradas no problema seria de grau 5(pelo fato de trabalharem com os meses ímpares do ano, ou seja, 6 meses) e que tem por forma geral a função $f(x) = a.x^5 + b.x^4 + c.x^3 + d.x^2 + e.x + f$, onde x corresponde aos números dos meses ímpares (1; 3; 5; 7; 9; 11) e f(x) corresponde aos valores em R$ da saca de açaí nos meses ímpares do ano. Substituindo essas variáveis no polinômio f(x), têm-se as seguintes equações localizadas pela equipe, apresentadas na figura 5:

Figura 5: As equações do 5º grau localizadas

$$a.1^5 + \ b.1^4 + c.1^3 + \ d.1^2 + e.1 + f = 114{,}00$$
$$a + \ b + c + \ d + e + f = 114{,}00$$
$$a.3^5 + \ b.3^4 + c.3^3 + \ d.3^2 + e.3 + f = 141{,}60$$
$$243a + \ 81b + 27c + \ 9d + 3e + f = 141{,}60$$
$$a.5^5 + \ b.5^4 + c.5 + \ d.5^2 + e.5 + f = 141{,}60$$
$$3125a + \ 625b + 125c + \ 25d + 5e + f = 141{,}60$$
$$a.7^5 + \ b.7^4 + c.7^3 + \ d.7^2 + e.7 + f = 130{,}80$$
$$16807a + \ 2401b + 343c + \ 49d + 7e + f = 130{,}80$$
$$a.9^5 + \ b.9^4 + c.9^3 + \ d.9^2 + e.9 + f = 104{,}40$$
$$59049a + \ 6561b + 729c + \ 81d + 9e + f = 104{,}40$$
$$a.11^5 + \ b.11^4 + c.11^3 + \ d.11^2 + e.11 + f = 98{,}40$$
$$161051a + \ 14641b + 1331c + \ 121d + 11e + f = 98{,}40$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com as equações pré-definidas, a equipe montou um sistema de equações, conforme figura 6.

Figura 6: O sistema de equações

$$\begin{cases} a + \ b + c + \ d + e + f = 114{,}00 \\ 243a + \ 81b + 27c + \ 9d + 3e + f = 141{,}60 \\ 3125a + \ 625b + 125c + \ 25d + 5e + f = 141{,}60 \\ 16807a + \ 2401b + 343c + \ 49d + 7e + f = 130{,}80 \\ 59049a + \ 6561b + 729c + \ 81d + 9e + f = 104{,}40 \\ 161051a + \ 14641b + 1331c + \ 121d + 11e + f = 98{,}40 \end{cases}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Para resolver tal sistema linear, a equipe montou uma matriz com os coeficientes das equações, obtendo-a conforme a figura 7:

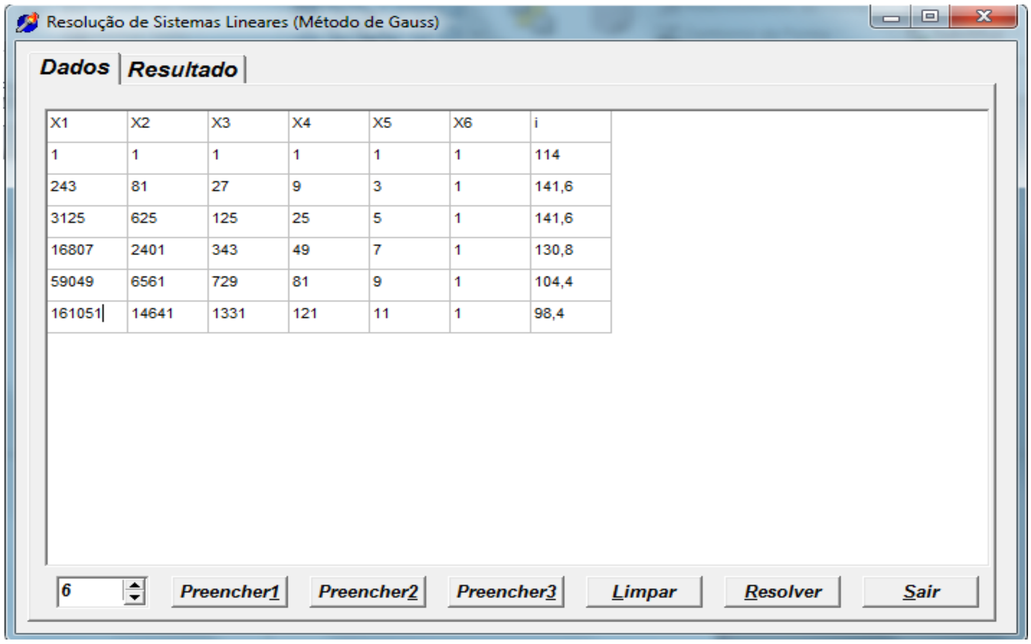
Figura 7: A matriz formada com os coeficientes

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 114,00 \\ 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 1 & 141,60 \\ 3125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 1 & 141,60 \\ 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 1 & 130,80 \\ 59049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 1 & 104,40 \\ 161051 & 14641 & 1331 & 121 & 11 & 1 & 98,40 \end{pmatrix}$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Como a matriz é da ordem 6x7, os acadêmicos decidiram calcular os coeficientes por meio do aplicativo Projeto Gauss (Figura 8):

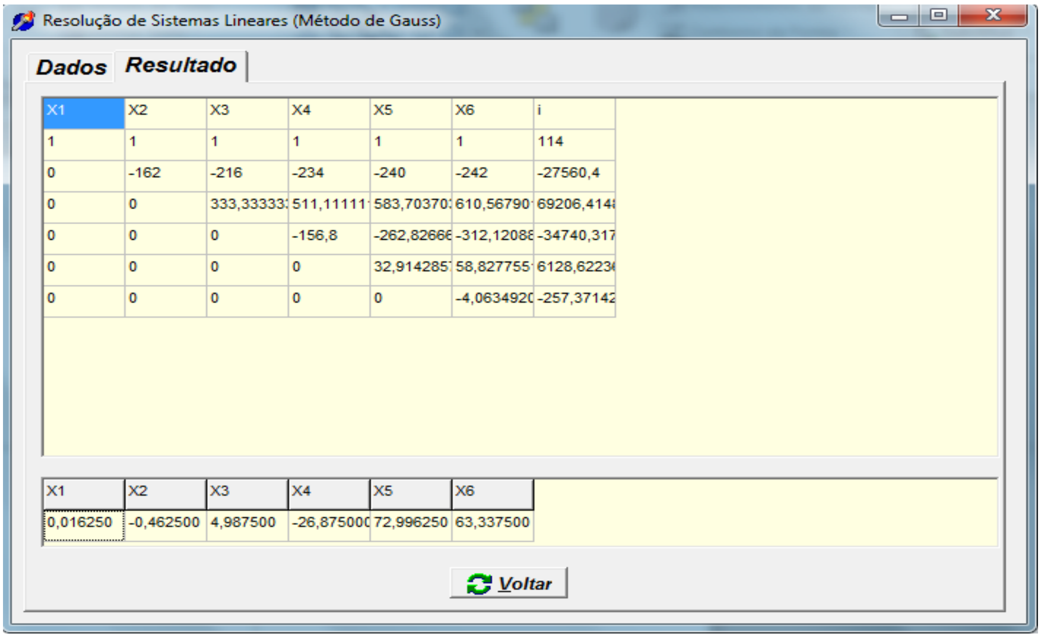
Figura 8: A inclusão dos dados no projeto Gauss



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Tal aplicativo resolve o sistema linear pelo método de Gauss. Assim após a resolução, o aplicativo apresentou os coeficientes visualizados na Figura 9.

Figura 9: Os valores localizados no aplicativo projeto Gauss



X1	X2	X3	X4	X5	X6	i
1	1	1	1	1	1	114
0	-162	-216	-234	-240	-242	-27560,4
0	0	333,33333	511,11111	583,70370	610,56790	69206,414
0	0	0	-156,8	-262,8266	-312,1208	-34740,317
0	0	0	0	32,914285	58,827755	6128,6223
0	0	0	0	0	-4,063492	-257,3714

X1	X2	X3	X4	X5	X6
0,016250	-0,462500	4,987500	-26,87500	72,996250	63,337500

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Assim, os valores correspondentes a x1, x2, x3, x4, x5 e x6 são os valores **a**, **b**, **c**, **d**, **e** e **f.** A equipe substituiu tais valores no polinômio geral do problema e encontraram $f(x) = 0{,}01625.x^5 - 0{,}4625.x^4 + 4{,}9875.x^3 - 26{,}875.x^2 + 72{,}99625.x + 63{,}3375$ a função que melhor representa o gráfico do preço da saca de açaí durante os meses do ano. Com isso, os acadêmicos conseguiam responder o problema que eles criaram: como achar a função por meio do gráfico?

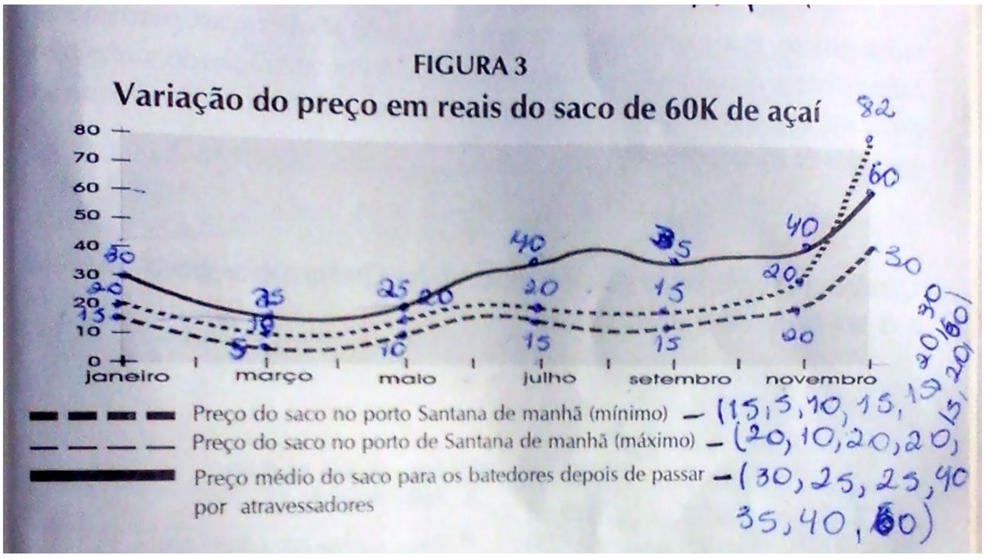
Considerando a forma que a equipe desenvolveu seu modelo matemático, observa-se que os mesmos estão em consonância com o ponto de vista de Chaves e Espírito Santo (2004), onde defendem que a Modelagem Matemática é um processo de transformação de uma situação da realidade em linguagem matemática.

b) Projeto nº 2: Variação do Preço do Açaí-Função Polinomial e Sistema Linear

A equipe responsável por este projeto apresentou um modelo matemático baseado no gráfico publicado por Denys Poulet, em sua obra intitulada “Açaí-Estudo da cadeia produtiva-Fruto e palmito” de 1998, financiada pelo Instituto de Pesquisas Científicas e tecnológicas do Estado do Amapá-IEPA. Tal publicação expõe que o preço da saca do açaí sofre variação anual e diariamente, dependendo do horário

(Figura 10). Saliento que a análise de mercado foi feito no Porto Fluvial de Santana-AP.

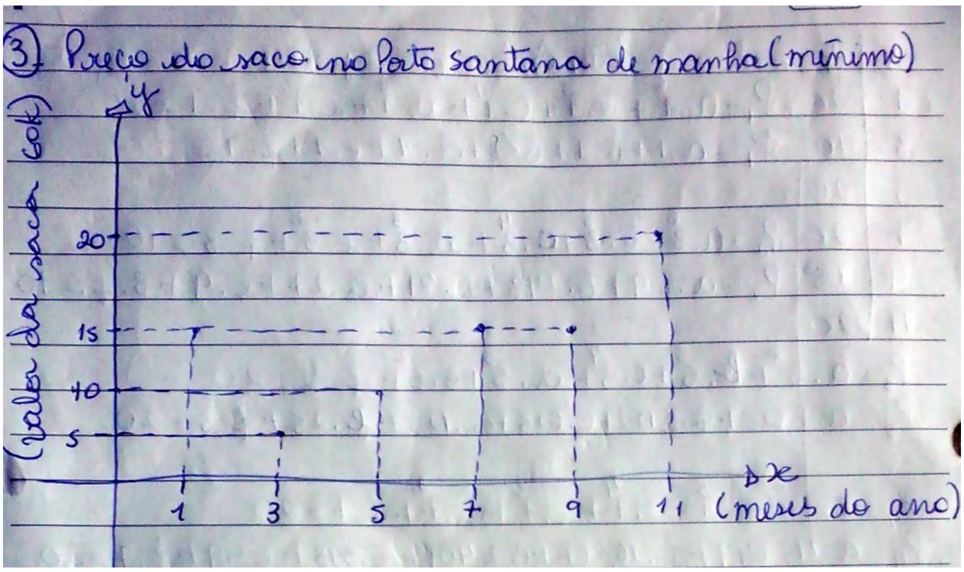
Figura 10: Gráfico da variação do preço da saca do açaí, de Denys Poulet.



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

A referida equipe abordou detalhadamente o gráfico da variação do preço da saca do açaí comercializado no menor preço, da manhã. O gráfico esboçado está na Figura 11:

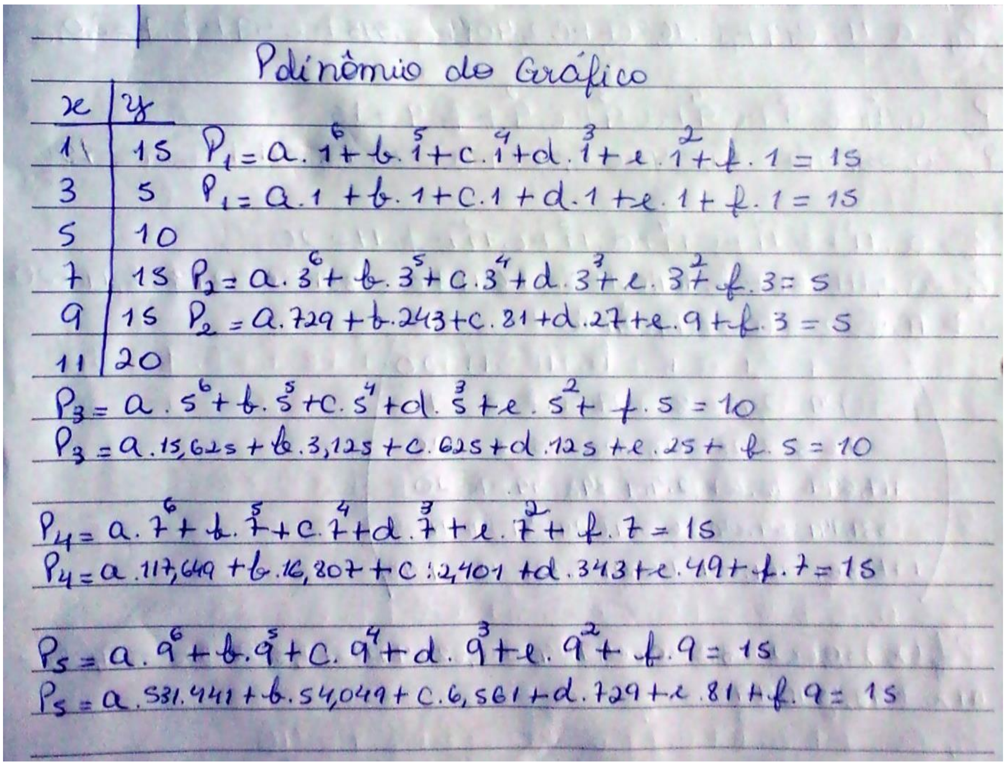
Figura 11: Gráfico da variação do preço anual e diário da saca do açaí-manhã (mínimo).



Fonte: Dados da coleta, 2015.

Diante deste problema, os acadêmicos queriam encontrar uma função que pudesse melhor representar o gráfico criado por Denys Poulet (1998). Assim, os mesmos buscaram as ferramentas algébricas, a criação de equações e sua resolução por meio de sistemas lineares. Nas figuras 12 e 13visualiza-se a forma que os alunos resolveram o referido problema.

Figura 12: A tabela de valores e os polinômios do modelo proposto


Polinômio do Gráfico

x	y
1	15
3	5
5	10
7	15
9	15
11	20

$P_1 = a.1^6 + b.1^5 + c.1^4 + d.1^3 + e.1^2 + f.1 = 15$

$P_1 = a.1 + b.1 + c.1 + d.1 + e.1 + f.1 = 15$

$P_2 = a.3^6 + b.3^5 + c.3^4 + d.3^3 + e.3^2 + f.3 = 5$

$P_2 = a.729 + b.243 + c.81 + d.27 + e.9 + f.3 = 5$

$P_3 = a.5^6 + b.5^5 + c.5^4 + d.5^3 + e.5^2 + f.5 = 10$

$P_3 = a.15{,}625 + b.3{,}125 + c.625 + d.125 + e.25 + f.5 = 10$

$P_4 = a.7^6 + b.7^5 + c.7^4 + d.7^3 + e.7^2 + f.7 = 15$

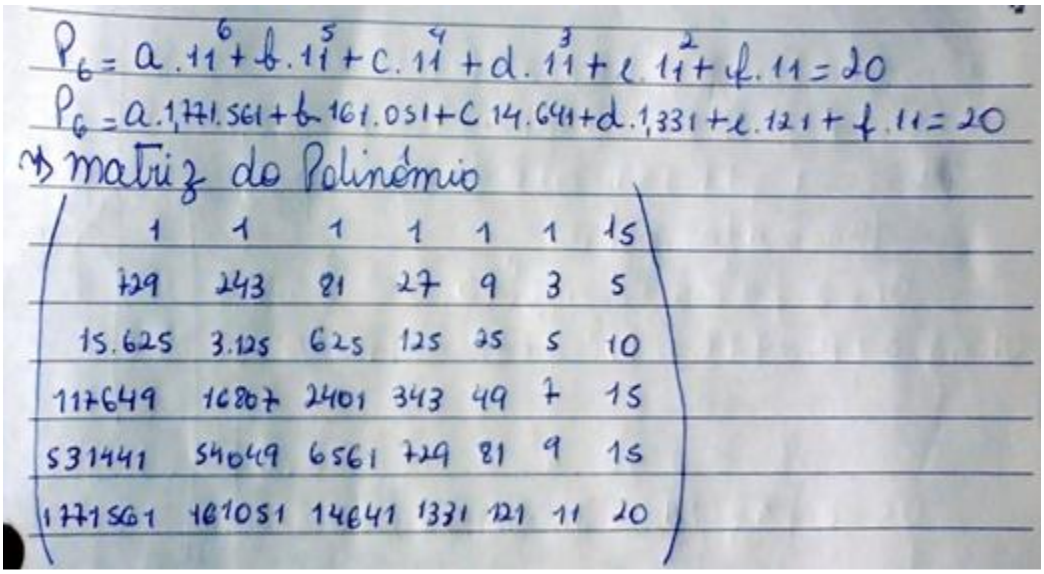
$P_4 = a.117{,}649 + b.16{,}807 + c.2{,}401 + d.343 + e.49 + f.7 = 15$

$P_5 = a.9^6 + b.9^5 + c.9^4 + d.9^3 + e.9^2 + f.9 = 15$

$P_5 = a.531.441 + b.54{,}049 + c.6{,}561 + d.729 + e.81 + f.9 = 15$

Fonte: Dados da coleta, 2015.

Figura 13: A matriz dos coeficientes do modelo proposto


$P_6 = a.11^6 + b.11^5 + c.11^4 + d.11^3 + e.11^2 + f.11 = 20$

$P_6 = a.1{,}771.561 + b.161.051 + c.14.641 + d.1{,}331 + e.121 + f.11 = 20$

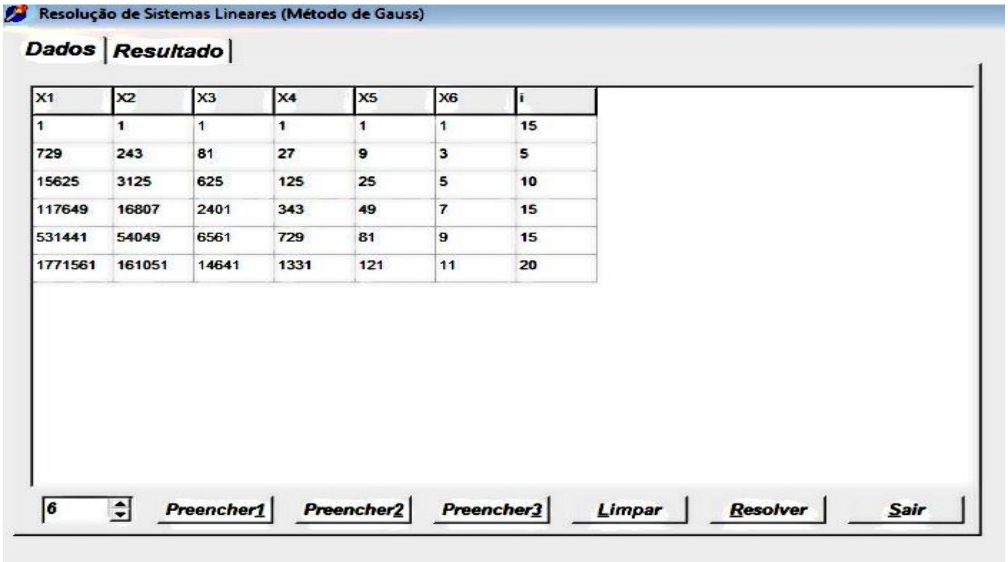
matriz do Polinômio

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 15 \\ 729 & 243 & 81 & 27 & 9 & 3 & 5 \\ 15.625 & 3.125 & 625 & 125 & 25 & 5 & 10 \\ 117649 & 16807 & 2401 & 343 & 49 & 7 & 15 \\ 531441 & 54049 & 6561 & 729 & 81 & 9 & 15 \\ 1771561 & 161051 & 14641 & 1331 & 121 & 11 & 20 \end{pmatrix}$$

Fonte: Dados da coleta, 2015.

Concernente a resolução do sistema linear com 6 equações, a equipe utilizou o aplicativo Projeto Gauss para sua resolução. Assim, a matriz foi solucionada por meio do método de Gauss, conforme visualizado na figura 14.

Figura 14: A matriz dos coeficientes no aplicativo.

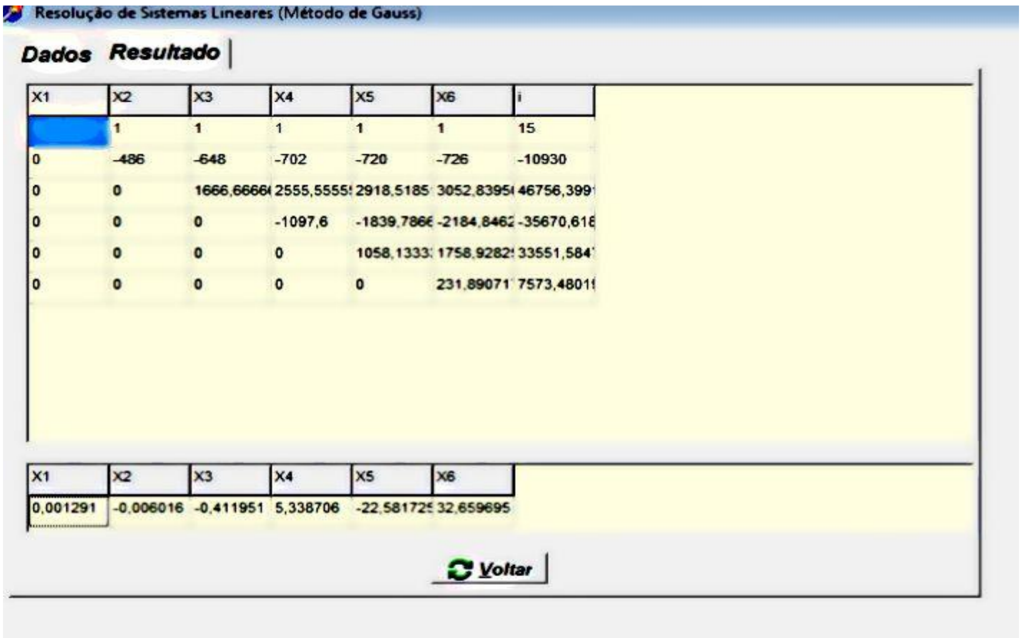


X1	X2	X3	X4	X5	X6	i
1	1	1	1	1	1	15
729	243	81	27	9	3	5
15625	3125	625	125	25	5	10
117649	16807	2401	343	49	7	15
531441	54049	6561	729	81	9	15
1771561	161051	14641	1331	121	11	20

Fonte: Dados da coleta, 2015.

Assim, os coeficientes são os que podem ser visualizados na Figura 15.

Figura 15: Os coeficientes no aplicativo projeto Gauss



X1	X2	X3	X4	X5	X6	i
	1	1	1	1	1	15
0	-486	-648	-702	-720	-726	-10930
0	0	1666,6666	2555,5555	2918,5185	3052,8395	46756,399
0	0	0	-1097,6	-1839,7866	-2184,8462	-35670,618
0	0	0	0	1058,1333	1758,9282	33551,584
0	0	0	0	0	231,89071	7573,4801

X1	X2	X3	X4	X5	X6
0,001291	-0,006016	-0,411951	5,338706	-22,581725	32,659695

Fonte: Dados da coleta, 2015.

A equipe substituiu esses coeficientes encontrados no polinômio geral e obtiveram a função que melhor representa a curva supracitada (Ver figura 16).

Figura 16: A função que melhor representa a curva do gráfico “problema”

$$F(x) = 0{,}001291x - 0{,}006016x - 0{,}411951x + 5{,}338706x - 22{,}5217$$
$$25x + 32{,}659695$$

Fonte: Dados da coleta, 2015.

A equipe salientou que com esta função poderia fazer previsões de possíveis valores da saca de açaí no porto de Santana-AP, e os mesmos colocaram alguns exemplos. Contudo, foi observado por alguns alunos que assistiam à apresentação, um detalhe na construção do modelo matemático. O polinômio geral que serviu de base para encontrar o sistema de equações é do 6º grau e sem o termo independente, enquanto que o polinômio deveria ser do 5º grau, pelo fato da equipe trabalhar com 6 pontos no gráfico, além da necessidade do termo independente e os expoentes da variável **x** da função solução. Contudo, destaquei que o raciocínio, a lógica de resolução e interpretação estavam corretos, faltando apenas corrigirem esta pequena falha, até para não causar constrangimentos aos mesmos.

Comparando o modelo matemático desenvolvido com o ponto de vista de Biembengut e Hein (2003, p. 13-15), nota-se que as três fases da Modelagem Matemática elencados por estes autores foram executadas. A interação com o assunto (no momento que estudaram e buscaram informação sobre o problema), a matematização (no momento que precisam e usam conhecimento de tópicos matemáticos) e o modelo matemático (quando há verificação da aproximação da situação-problema). Contudo, a questão de o polinômio não ser do 6º grau, fez com que os acadêmicos voltassem à 2ª fase (a matematização), de modo que pudessem corrigi-lo.

c) Projeto nº 3: Produção de Açaí em duas batedeiras-Interpolação Linear e Sistema Linear

O modelo matemático desenvolvido está relacionado com a produção do vinho do açaí em duas batedeiras do bairro buritizal. A referida pesquisa da equipe teve por objetivo verificar uma maneira de “prever” a produção de açaí nas duas batedeiras. Para isso, foi realizado um levantamento da produção diária em ambas as batedeiras e os dados coletados estão expostos no quadro 9.

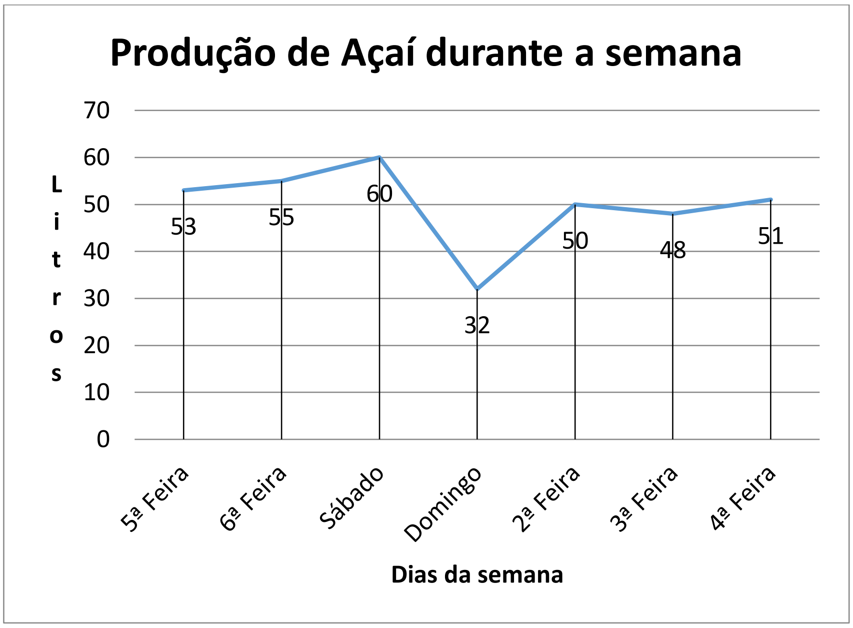
Quadro 9: Produção de açaí pelas duas batedeiras

	Litros de açaí 1	Litros de açaí 2	Total de litros 1 e 2
5ª Feira	25	28	53
6ª Feira	26	29	55
Sábado	29	31	60
Domingo	16	16	32
2ª Feira	24	26	50
3ª Feira	21	27	48
4ª Feira	24	27	51

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Esboçando o gráfico da tabela, tem-se uma curva, a qual representa a função produção de açaí, conforme gráfico da figura 17.

Figura 17: Produção Semanal de Açaí



Fonte: Dados da pesquisa feita pela equipe, 2015.

De acordo com o gráfico da figura 17, a referida equipe teve como problema norteador a previsão da produção do vinho do açaí. Para isso a mesma utilizou o método da interpolação linear. Assim, esboçaram as equações que regem o problema, conforme visualizado na figura 18.

Figura 18: As equações da problemática

$$-a_1x^6 + b_1x^5 + C_1x^4 + D_1x^3 + E_1x^2 + F_1x + G_1 = 53$$
$$-a_2x^6 + b_2x^5 + C_2x^4 + D_2x^3 + E_2x^2 + F_2x + G_2 = 55$$
$$-a_3x^6 + b_3x^5 + C_3x^4 + D_3x^3 + E_3x^2 + F_3x + G_3 = 60$$
$$-a_4x^6 + b_4x^5 + C_4x^4 + D_4x^3 + E_4x^2 + F_4x + G_4 = 32$$
$$-a_5x^6 + b_5x^5 + C_5x^4 + D_5x^3 + E_5x^2 + F_5x + G_5 = 50$$
$$a_6x^6 + b_6x^5 + C_6x^4 + D_6x^3 + E_6x^2 + F_6x + G_6 = 48$$
$$a_7x^6 + b_7x^5 + C_7x^4 + D_7x^3 + E_7x^2 + F_7x + G_7 = 51$$

Fonte: Dados da pesquisa feita pela equipe, 2015.

Posteriormente, verificaram que para resolverem essas equações seria necessário criar um sistema de equações e resolver pelo método de sistemas lineares. Assim o referido sistema ficou da maneira apresentada na figura 19.

Figura 19: A matriz com os coeficientes das equações

1	1	1	1	1	1	1	53
64	32	16	8	4	2	1	55
729	243	81	27	9	3	1	60
4,096	1024	256	64	16	4	1	32
15625	3125	625	125	25	5	1	50
46,656	7776	1296	216	36	6	1	48
117,649	16807	2401	343	49	7	1	51

Fonte: Dados da pesquisa feita pela equipe, 2015.

No esboço apresentado pela equipe, aparece à função que melhor representa a curva do gráfico dos dados coletados por eles, e durante a socialização os membros do grupo informaram que utilizaram o aplicativo projeto Gauss como instrumento de auxílio na resolução. Com isso, o grupo desta pesquisa esboçou a função:

$$f(x) = -0{,}015918.x^6 + 0{,}248695.x^5 - 0{,}822435.x^4 - 4{,}257414.x^3$$
$$+ 30{,}014064.x^2 - 52{,}610498.x + 80{,}443505$$

A equipe destacou que se o objetivo fosse estimar a produção do vinho de açaí para dias posteriores, como exemplo o 12º dia de produção, bastaria substituir na função encontrada o número 12 na variável x.

Assim, a equipe conseguiu cumprir as três fases da modelagem matemática defendida por Biembengut e Hein (2003), a interação com o assunto (no momento que estudaram e buscaram informação sobre o problema), a matematização (no momento que precisam e usam conhecimento de tópicos matemáticos) e o modelo matemático (quando há verificação da aproximação da situação-problema).

d) Projeto nº 4: Produção do fruto de Açaí em Macapá-Interpolação Linear e Sistema Linear

Esta equipe fez uma pesquisa sobre a produção do fruto açaí no município de Macapá-AP. A mesma conseguiu por meio de referências disponíveis na biblioteca da UEAP, dados da produção do fruto em toneladas referente aos anos de 2002 a 2012 em todos os municípios do Estado do Amapá, contudo, analisaram apenas os dados de Macapá. Os dados coletados estão no quadro 10.

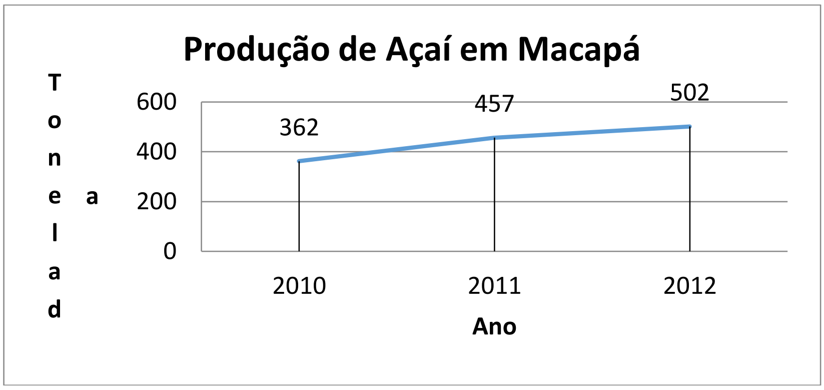
Quadro 10: Produção de Açaí em Macapá de 2002 a 2012

	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Macapá	491t	460t	469t	390t	309t	268t	328t	346t	362t	457t	502t

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Entretanto, os acadêmicos pesquisadores decidiram analisar apenas os três últimos anos dos dados, sendo que o gráfico tem a configuração apresentada na Figura 20.

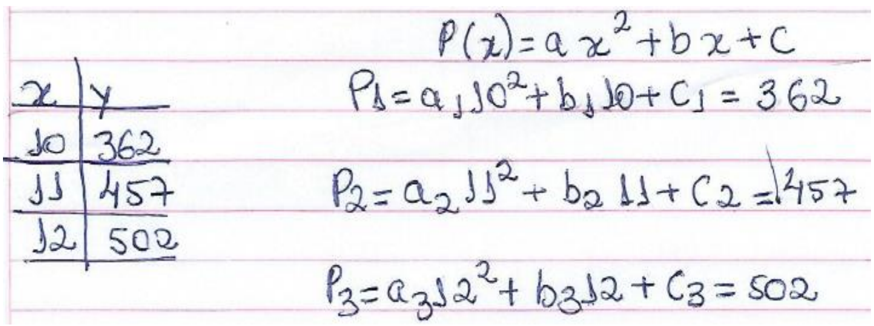
Figura 20: Produção de Açaí em Macapá



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

O problema gerador foi verificar a possibilidade de criarem um modelo matemático o qual pudesse "prever" a produção nos anos futuros. Com isso a equipe verificou que deste problema poderia ser extraído equações do 2º grau, conforme expresso na figura 21:

Figura 21: As equações do 2º grau



x	y
10	362
11	457
12	502

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$P_1 = a_1 10^2 + b_1 10 + c_1 = 362$$

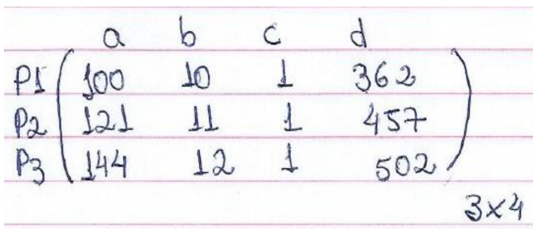
$$P_2 = a_2 11^2 + b_2 11 + c_2 = 457$$

$$P_3 = a_3 12^2 + b_3 12 + c_3 = 502$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Observa-se que as variáveis x e y foram substituídas nas equações, e consequentemente montou-se o sistema linear abaixo (ver figura 22).

Figura 22: A matriz com os coeficientes das equações do 2º grau



$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 100 & 10 & 1 & 362 \\ 121 & 11 & 1 & 457 \\ 144 & 12 & 1 & 502 \end{pmatrix} \end{array} \quad 3 \times 4$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com o aplicativo projeto Gauss, o mesmo ficou da disposição destacada na figura abaixo.

Figura 23: A matriz com no aplicativo projeto Gauss

X1	X2	X3	i
100	10	1	362
121	11	1	457
144	12	1	502

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

O aplicativo resolveu pelo método de Newton, com isso os acadêmicos criaram uma função por meio da interpolação linear, a qual melhor representa o gráfico envolvendo o período de 2010 a 2012. Assim, o modelo matemático encontrado após a substituição dos coeficientes no polinômio geral do 2º grau é $f(x) = -25.x^2 + 620.x - 3338$.

Os acadêmicos fizeram alguns testes na função geral do problema. Por exemplo, calcularam a produção de açaí em Macapá-AP para o ano de 2013, e observaram que o valor encontrado por meio do modelo matemático divergiu em aproximadamente 3% do valor real registrado na literatura.

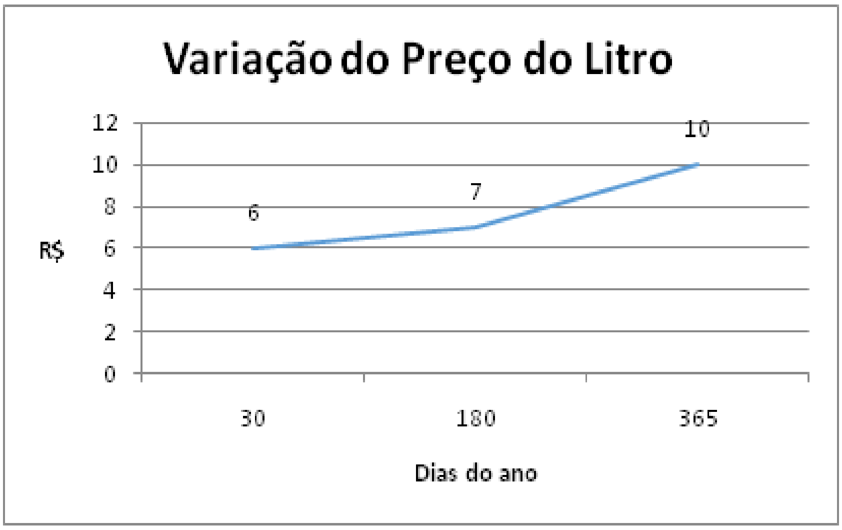
Nesse ínterim, pode-se perceber que a equipe conseguiu desenvolver o processo de Modelagem Matemática, pois segundo O'shea e Berry (1982, p. 6) tal processo é interativo e em constante validação, haja vista que há constante diferença entre as previsões baseadas no modelo e a realidade. Foi o caso da previsão da produção de açaí em 2013, diferença de 3% entre o modelo e a realidade.

e) Projeto nº 5: Receita da venda do açaí em quatro batedeiras - Interpolação Linear, sistema linear e integração

Os acadêmicos produziram um modelo matemático o qual determina a receita em um determinado período e com a variação do preço do litro de vinho do açaí. Para isso, a equipe fez um levantamento, em 4 batedeiras de açaí, da comercialização diária em litros do vinho e verificou-se que as quatro comercializam o litro a R$ 6,00, enquanto que no mês de junho comercializam a R$ 7,00 e no mês de dezembro o valor é de R$ 10,00. Como há oscilação na venda diária, consequentemente haverá variação na receita.

Diante deste problema, qual seria a média de receita das quatro batedeiras? Para isso, os alunos elaboraram um gráfico envolvendo os três dados coletados nas batedeiras, posteriormente desenvolveram a função que melhor representava o referido gráfico, usando a técnica da interpolação linear. Por fim, usando a integral, determinaram a receita. Na Figura 24 o gráfico que a equipe esboçou para melhor análise.

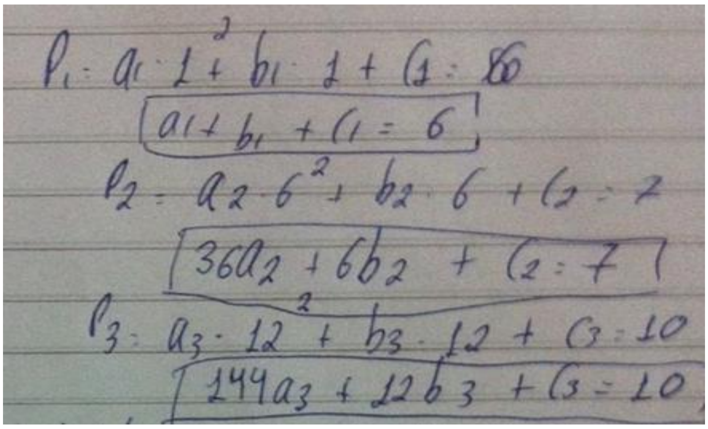
Figura 24: Gráfico da variação do preço do litro do açaí



Fonte: Dados coletados na pesquisa, 2015.

Para determinarem a função da curva, o grupo verificou que seria uma função geral do 2º grau, conforme expresso na figura 25.

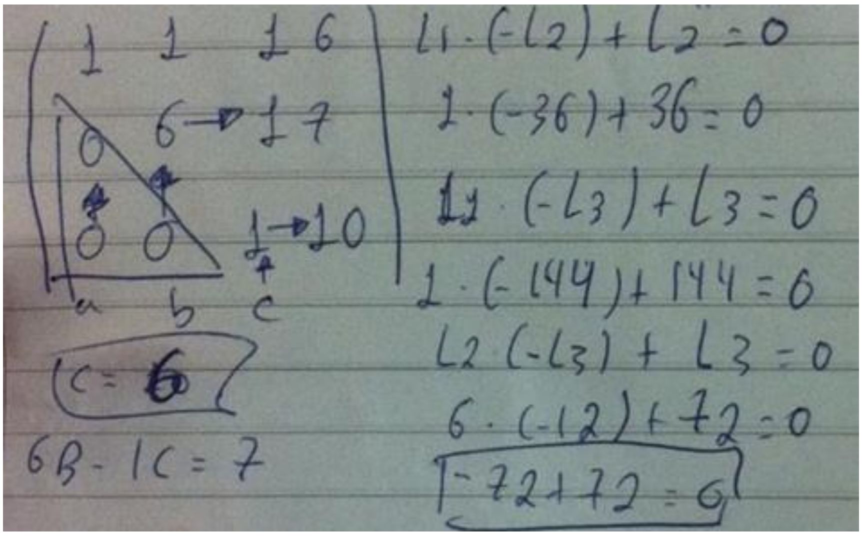
Figura 25: As equações do sistema



Fonte: Dados coletados na pesquisa, 2015.

A equipe considerou os valores da variável independente o tempo expresso em meses, apesar do gráfico esboçado por eles ser em dias. Por esse motivo que na figura 25 os valores de x são 1, 6 e 12, correspondentes aos meses de janeiro, junho e dezembro. Com as equações elaboradas, verificaram que poderiam resolvê-las por meio de sistemas lineares, sendo que a matriz envolvendo os coeficientes das equações foi resolvida pelo método de Newton (Figura 26).

Figura 26: A matriz final

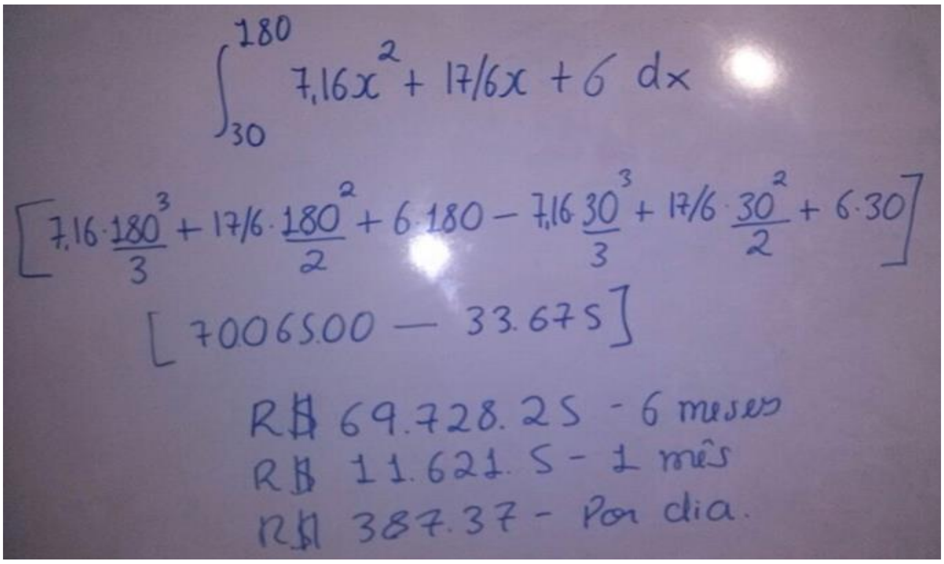


Fonte: Dados coletados na pesquisa, 2015.

Após a resolução do sistema linear, os valores encontrados foram, $a = 7{,}16$; $b = \frac{17}{6}$ e $c = 6$. Assim, a função polinomial que melhor expressa o gráfico da variação do preço do açaí é $f(x) = 7{,}16.x^2 + \frac{17.x}{6} + 6$.

Determinada a função aproximada da curva, a referida equipe calculou o valor da integral no intervalo de 30 a 180 dias, de modo que fosse determinado o valor da receita semestralmente, mensal e diário. Isso se dá pelo fato de que identificada a função polinomial, a integral calcula a área delimitada pelo eixo x e a curva, dentro do intervalo de 30 a 180 (que corresponde ao período de 6 meses). E essa área corresponde aos valores de venda das batedeiras pesquisadas. Após efetuados os cálculos, a equipe apresentou os valores expressos por semestre, mensal e diário. Na Figura 27 é apresentado o cálculo realizado por este grupo.

Figura 27: O cálculo da integral de modo a determinar a receita



Fonte: Dados coletados na pesquisa, 2015.

Observa-se que o valor da receita semestral é de R$ 69.728,25, o valor da receita mensal é de R$11.621,50, enquanto que o valor diário da receita apresenta o valor de R$ 387,37. Tais valores foram comparados com os relatados pelos proprietários das batedeiras (de aproximadamente R$ 390,00 por dia), e segundo o que a equipe apresentou, os valores são muito próximos.

O modelo que a equipe produziu condiz com o que Bassanezi (2004) defende, ou seja, que a Modelagem Matemática é a arte de transformar situações de realidade em problemas matemáticos, onde a solução deve ser interpretada na linguagem usual. Para que isso ocorra, Burak (1998) defende que o resultado do processo da Modelagem Matemática, o modelo matemático, deve passar necessariamente por cinco etapas. E de fato, isso ocorreu neste modelo apresentado pela equipe, pois escolheram o tema vivenciado pelos acadêmicos, coletaram dados relacionados ao tema (pesquisa exploratória), houve um roteiro, pois com os dados coletados construíram o gráfico, o sistema de equações, localizaram a função polinomial e posteriormente determinaram o valor da receita (levantamento dos problemas). Paralelamente, fez-se necessário o uso de conhecimento de tópicos matemáticos para a construção do modelo matemático (resolução dos problemas). Por fim, a quinta etapa consiste em fazer uma análise crítica do modelo matemático, sendo necessário adequar os valores encontrados com a realidade. E isso foi contemplado pela equipe, ao fazer um comparativo dos valores gerados pelo modelo com os valores informados pelos proprietários.

f) Projeto nº 6: Produção de Açaí em Macapá-Interpolação Linear e Sistema Linear

Os acadêmicos que produziram este modelo matemático fizeram uma pesquisa relacionada à produtividade do fruto de açaí em Macapá num intervalo de tempo de quatro anos. Os alunos não especificaram quais foram esses anos, porém garantiram que foram quatro anos consecutivos expressa em uma referência da biblioteca da UEAP. Os dados coletados estão dispostos no quadro 11.

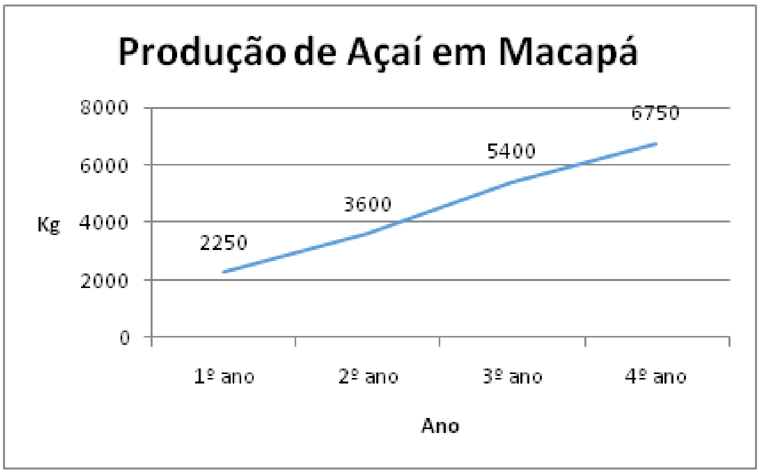
Quadro 11: Produção de açaí em Macapá

Tempo	Kg
1º ano	2250
2º ano	3600
3º ano	5400
4º ano	6750

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Os dados do quadro 11 foram esboçados em um gráfico que está representado na figura 28.

Figura 28 – Produção de Açaí em Macapá



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

A equipe tinha por meta identificar uma função de modo que pudesse melhor representar o gráfico da produção de açaí em Macapá. Com isso, os acadêmicos poderiam fazer previsões da produção de açaí. Para isso, fez-se necessário a interpolação linear de modo que fosse possível elaborar equações e resolvê-las por sistemas lineares. Neste caso, a função geral do gráfico é do 3º grau, pois existem 4 pontos no gráfico. E foi isso que o grupo fez, consideraram os valores de x o tempo expresso em ano, e y a produção de açaí expresso em Kg. Assim, o polinômio do 3º grau com as devidas substituições de valores foi expresso na figura 28.

Figura 29: As equações encontradas pela equipe

$$a_1 . 1^3 + b_1 . 1^2 + c_1 . 1 + d_1 = 2250$$
$$a_2 . 2^3 + b_2 . 2^2 + c_2 . 2 + d_2 = 3600$$
$$a_3 . 3^3 + b_3 . 3^2 + c_3 . 3 + d_3 = 5400$$
$$a_4 . 4^3 + b_4 . 4^2 + c_4 . 4 + d_4 = 6750$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Posteriormente os acadêmicos montaram uma matriz com os coeficientes e o termo independente do sistema de equações, conforme a figura 29.

Figura 30: A matriz dos coeficientes

1	1	1	1	: 2250
8	4	2	1	: 3600
27	9	3	1	: 5400
64	16	4	1	: 6750

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

O mesmo foi resolvido com o auxílio do aplicativo projeto Gauss, o qual determinou os coeficientes da função geral do 3º grau. Logo, a função encontrada foi

$$f(x) = -150.x^3 + 1125.x^2 - 975.x + 2250$$

Tal modelo foi testado, ao atribuírem o valor do ano seguinte, e segundo os acadêmicos da equipe, tal valor ficou bem próximo do valor encontrado na literatura que forneceu os dados à equipe, pois ao atribuir 5 na expressão encontrada, correspondendo ao 5º ano de produção de açaí, nota-se que o valor encontrado também é de 6750Kg, o qual é próximo do valor de 6832Kg de acordo com a literatura usada pela equipe. Um segundo valor que a equipe atribuiu foi de 3,5 onde corresponde â metade do 3º para o 4º ano. Ao adotar 3,5 na função encontrada, observa-se que o valor encontrado é de 6187,5Kg, valor este compreendido entre a produção do 3º e o 4º ano. Esta verificação confirma a 5ª etapa defendida por Burak (1998), o qual menciona a análise crítica como a adequação dos resultados e a coerência do resultado.

g) Projeto nº 7: Produção de Lixo no Amapá-Interpolação Linear e Sistema Linear

O cenário envolvendo a produção de lixo no Estado do Amapá, fez com que a equipe buscasse informações nas quais pudessem “prever” a quantidade de lixo ao passar dos anos. Para isso, o grupo fez uma pesquisa no IBGE-Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - para saber o número de habitantes e a produção média de lixo em toneladas. Os dados coletados foram os seguintes: a população do Estado do Amapá era de aproximadamente 600.561 habitantes (IBGE; 2010) e a produção de lixo, ou seja, os resíduos sólidos urbanos-RSU eram de aproximadamente 501 toneladas por dia. O quadro 12 representa esses valores:

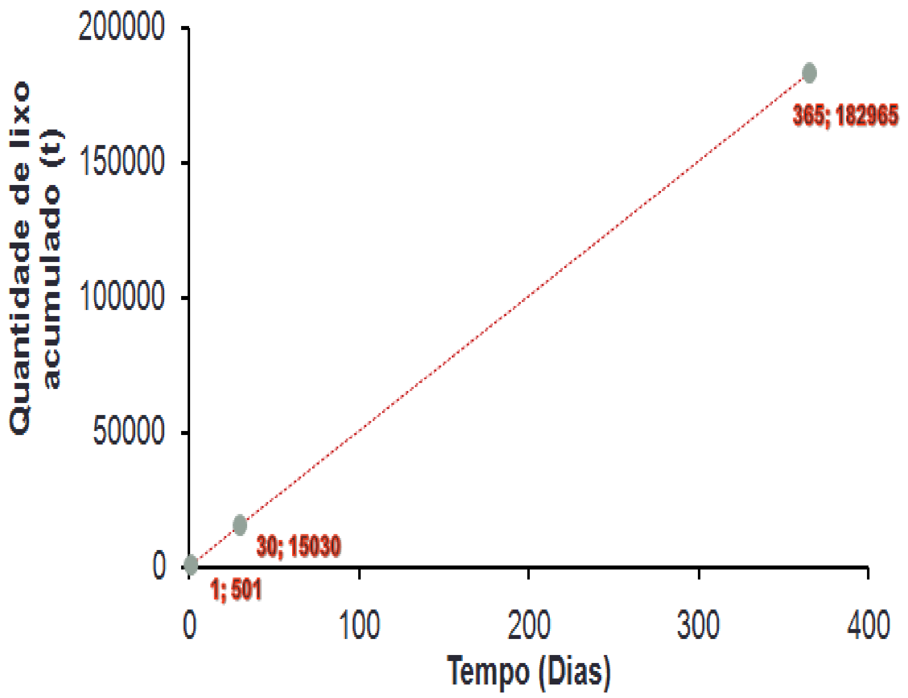
Quadro 12: A Produção de Lixo no Amapá

Dia	T
1	501
30	15030
365	182865

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com isso, os dados foram plotados no plano cartesiano (Figura 31)

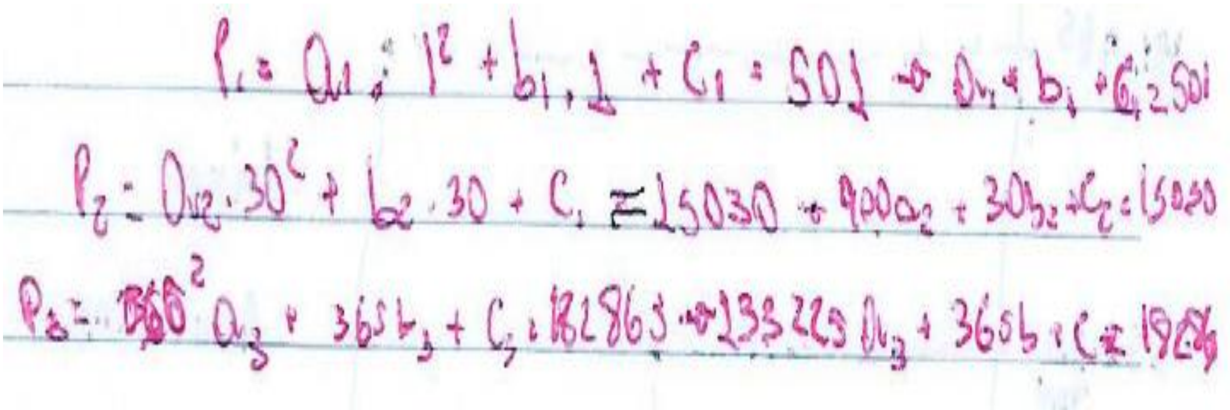
Figura 31: O gráfico elaborado pela equipe



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

A etapa seguinte foi elaborar equações que regem o referido problema, por meio dos dados da tabela, de modo que se pudesse encontrar a função geral que melhor expressa à curva no plano (Ver figura 31). Como há 3 pontos em estudo no gráfico, então a função será do 2º grau.

Figura 32: As equações do problema



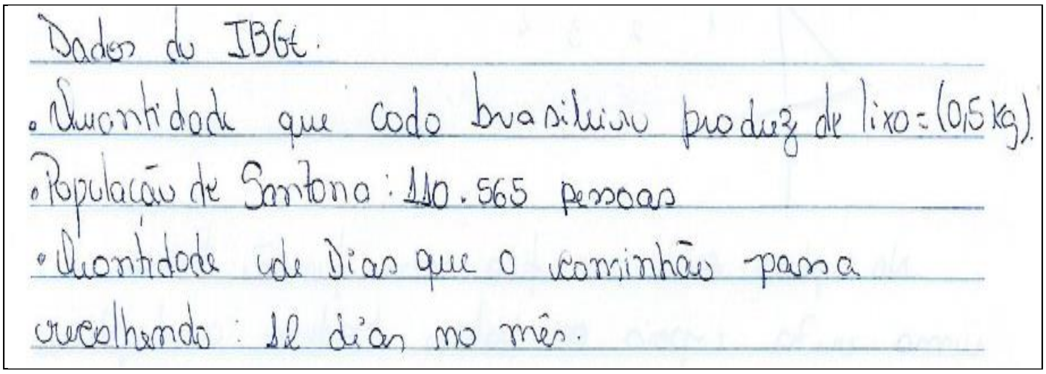
Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

A matriz com os coeficientes do sistema de equações da figura 32 foi resolvida com auxílio do *software* projeto Gauss, cuja solução gerou os coeficientes para a função representativa do gráfico em questão. O coeficiente do termo de grau dois vale zero, logo, a função é $f(x) = 501.x$. Com isso, a equipe explicou que tal função na verdade é do 1º grau, cuja característica gráfica é uma reta. E do tipo linear, pois o coeficiente linear vale zero. Esta análise está em consonância com Pinheiro e Moretti (2003, p. 7), que defendem que se deve prover aos alunos“[...] subsídios que os permita interpretar os dados, analisar os modelos propostos, de forma que possam melhor representar a realidade, adquirindo ferramentas que lhes possibilite a resolução de problemas”. E de fato isso ocorreu, pois, os mesmos conseguiram interpretar e analisar os dados e o modelo gráfico, de modo que puderam expressar a função que melhor representa o gráfico em questão, inclusive destacaram que a função encontrada é do 1º grau, podendo ser confirmado pelo próprio gráfico, que é reta, e que passa pela origem, caracterizando-a como uma função linear, conforme explicado pela equipe, durante a socialização.

h) Projeto nº 8: Produção de Lixo em Santana-Interpolação Linear

Inicialmente a equipe fez o seguinte questionamento: Qual a quantidade de lixo produzido em Santana-AP no decorrer do tempo? Diante disso, a equipe fez um levantamento de dados para subsidiar a criação de seu modelo matemático de modo que pudesse responder o questionamento supracitado. Tais dados estão expostos na figura 33.

Figura 33: Dados coletados pela equipe

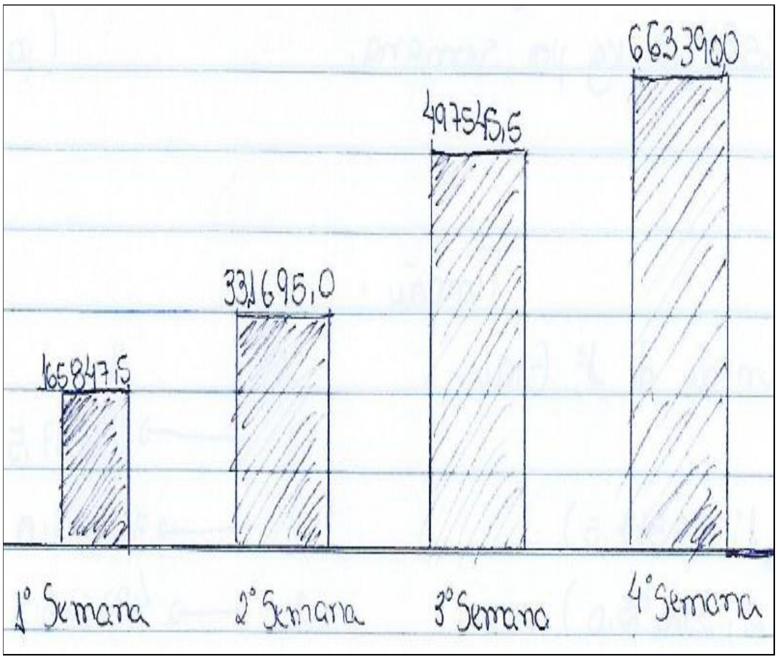

Dados do IBGE.
• Quantidade que cada brasileiro produz de lixo = (0,5 Kg).
• População de Santana: 110.565 pessoas
• Quantidade de Dias que o caminhão passa recolhendo: 12 dias no mês.

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

A equipe verificou que o sistema de coleta de lixo é realizado três vezes por semana. Assim, a quantidade de lixo produzido por dia na cidade de Santana-AP foi calculada da seguinte forma: 0,5 (Kg de lixo) multiplicado por 3 coletas de lixo semanais multiplicado por 110565 (população santanense), o resultado é 165847,5 Kg de lixo por semana.

Posteriormente, foi realizada pelos acadêmicos uma regra de proporcionalidade. A cada semana que se passava, a quantidade lixo acumulado no lixão vai aumentando o valor da 1ª semana em análise, ou seja, 165.847,5Kg. Assim, a equipe construiu um gráfico (figura 33) com a quantidade de lixo acumulado em cada semana, por um período de quatro semanas.

Figura 34: O gráfico com os dados coletados



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Os alunos consideraram que a referida coleta de lixo começou com quantidade nula na 1º semana, e a evolução da produção de lixo se deu por meio de uma constante, logo os acadêmicos concluíram que o gráfico é de uma função do 1º grau, crescente. Assim o coeficiente angular da função afim é a quantidade de lixo da 1ª semana e o coeficiente linear é nulo, pois no início da 1ª semana foi considerado que não havia lixo acumulado na área do lixão.Com isso, o grupo concluiu que a função linear que melhor expressa o problema é $f(x) = 165847{,}5.x$.

A equipe destacou que esse modelo matemático pode apresentar falhas para intervalos de maior que quatro unidades. Por exemplo, se for considerado um intervalo de julho a dezembro de um ano qualquer. O mesmo se mostra ineficiente, pois haverá meses em que a produção de lixo será maior que outros. É o caso de dezembro onde o volume de compra e venda de mercadorias é bem maior que o mês de agosto, consequentemente haverá maior produção de lixo por pessoa.

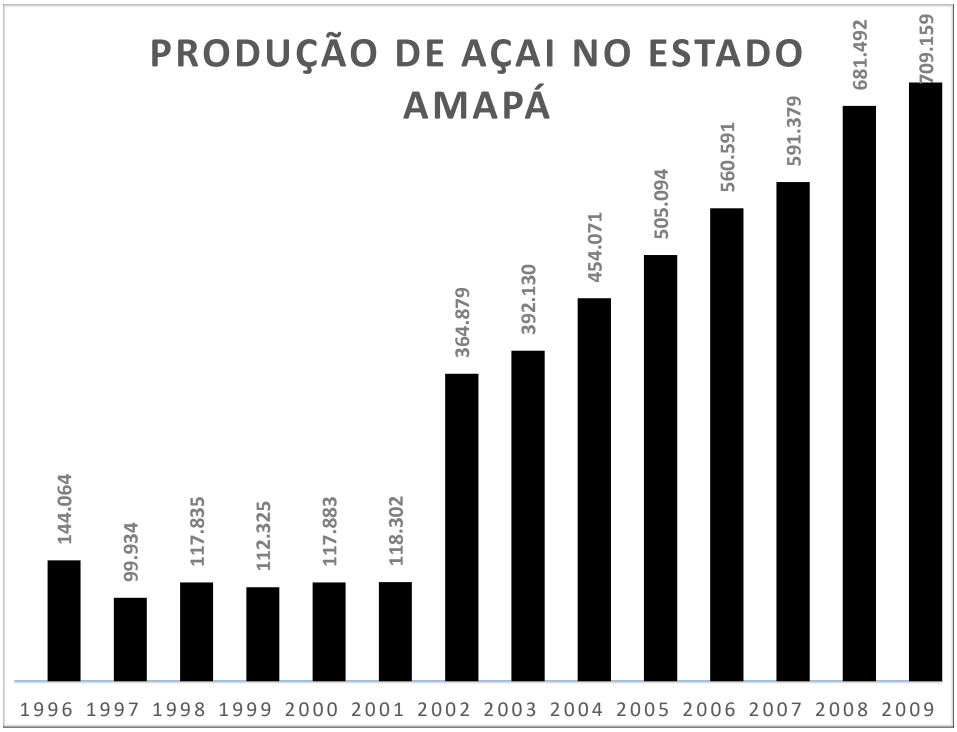
Tal destaque está de acordo com Almeida e Ferruzzi (2009), onde defendem que a modelagem matemática é a busca de uma representação matemática de um fenômeno, na qual estabelece uma estrutura que incorpora características essenciais do mesmo que se pretende representar. E de fato, houve uma representação de um fenômeno, que no caso foi a produção de lixo, mas há limitações no modelo, pois quanto menor o número de dados ou variáveis do problema pesquisado, menor será sua exatidão no quesito “previsão”. Este processo é dinâmico, buscando modelos adequados, que sirvam de protótipo para a produção de lixo em Santana-AP (BASSANEZI, 1994), por isso que haverá necessidade de se buscar mais dados para melhores previsões.

i) Projeto nº 9: Produção de Açaí no Amapá-Interpolação Linear e coeficiente de correlação

Este modelo matemático foi desenvolvido pelos acadêmicos que queriam relacionar a produção de açaí no decorrer do tempo no estado do Amapá, pois o estado é um dos grandes produtores de açaí no Brasil. Nesse contexto, fez-se necessário fazer um estudo dessa produção, pois serve de subsídio para a cadeia produtiva de açaí. Com isso, os acadêmicos buscaram fontes de pesquisa na biblioteca e bibliotecas virtuais. Na biblioteca da universidade, a equipe usou como fonte de pesquisa o livro intitulado “Cadeia produtiva agroindustrial do açaí: estudo da cadeia e proposta de um modelo matemático”, de Pagliarussi (2010).

Inicialmente a equipe se baseou nos dados expostos pelo autor do livro, onde o mesmo apresenta dados da produção de açaí no Estado do Amapá (Figura 34).

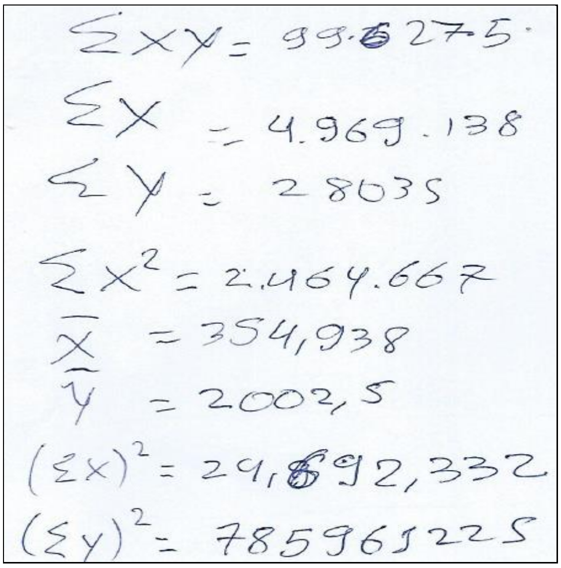
Figura 35: Produção de açaí no estado do Amapá



Fonte: Pagliarussi, 2010.

Esses dados foram contabilizados de 1996 a 2009 e a unidade de medida é o Kg. Na Figura 34 se tem o gráfico que retrata esta produção a cada ano. Vale lembrar que a equipe considerou na socialização do modelo, a temática análise de regressão, desde o gráfico de dispersão até o coeficiente de correlação.

Figura 36: A soma das variáveis Y e X para coeficiente de correlação

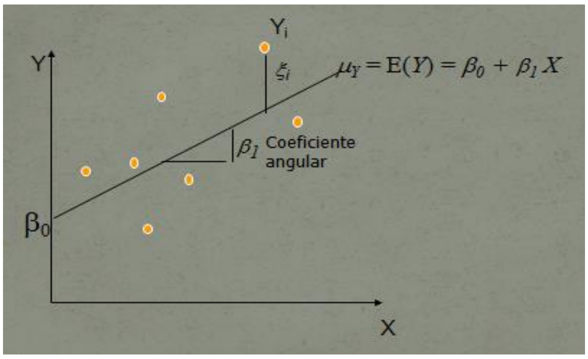


Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Posteriormente, a equipe de acadêmicos pesquisadores considerou o tempo como a variável Y e a produção de açaí em Kg como a variável X. Assim calcularam as somas de ambas as variáveis, conforme expresso na figura 35.

Foi explicado que os dados do gráfico se esboçado no plano cartesiano, teríamos o chamado gráfico de dispersão. Assim os pontos poderiam se aproximar de uma reta base, como referência, conforme visualizado na figura 36.

Figura 37: O gráfico de dispersão



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Observam-se na Figura 36que os pontos no plano tendem à reta, onde β_0 é o coeficiente linear da reta, e β_1 o coeficiente angular da reta. Para achar esta função, os acadêmicos utilizaram as fórmulas apresentadas na figura 37.

Figura 38: Slides com as fórmulas apresentadas pela equipe

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i)\sum_{i=1}^{n}(Y_i)}{N}}{\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i)^2}{N}}$$

$$SQTotal = \sum Y^2 - \frac{\left(\sum Y\right)^2}{n}$$

$$SQ\,\mathrm{Re}\,s = SQTotal - SQ\,\mathrm{Re}\,g$$

$$R^2 = \frac{\mathrm{SQReg}}{\mathrm{SQT}} = \frac{\mathrm{SQT\text{-}SQR}}{\mathrm{SQT}} = 1 - \frac{\mathrm{SQR}}{\mathrm{SQT}}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$SQreg = B1 + \left[\frac{\sum XY - \sum Y * \sum X}{n}\right]$$

$$r = \pm\sqrt{R^2} \Rightarrow -1 \le r \le 1$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Após os devidos cálculos, encontraram-se os valores de $\beta_0 = 1996{,}3946$ e $\beta_1 = 1{,}72013.10^{-5}$. Com isso determinaram a função que melhor representa a reta base do gráfico de dispersão: $Ano = 1996{,}39 + 1{,}72013.10^{-5}.produção$. Quanto ao coeficiente de correlação, o mesmo foi calculado pela equipe, sendo $r = 0{,}10488$, caracterizando não existir correlação entre as variáveis X e Y.

Figura 39: Destaque dos coeficientes β_0 e β_1 na tabela

	Coeficientes	Erro padrão	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	1996,394609	0,648717671	3077,448	9,33E-37	1994,981	1997,808	1994,981	1997,808
Produção	1,72013E-05	1,54611E-06	11,12551	1,12E-07	1,38E-05	2,06E-05	1,38E-05	2,06E-05

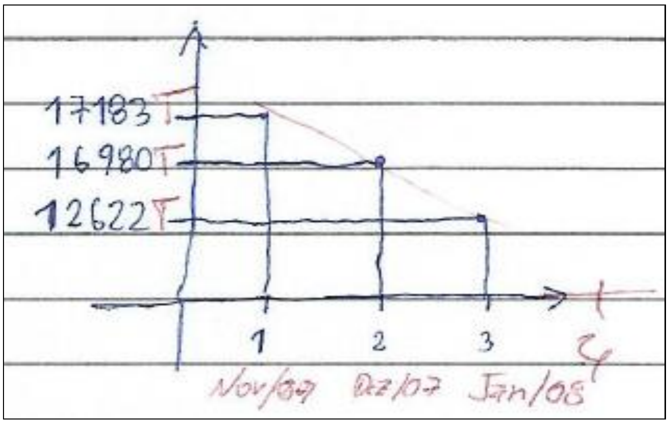
Fonte: Livro de Pagliarussi, 2010.

Tais valores foram confirmados na própria análise do autor do livro, onde o mesmo apresenta uma tabela com os valores tabulados $\beta_0 = 1996{,}3946$ e $\beta_1 = 1{,}72013.10^{-5}$, conforme figura 38. Posteriormente, os acadêmicos destacaram que este modelo matemático é muito empregado na Estatística Inferencial, e que por esse motivo procuraram reproduzi-lo, além de ser um modelo matemático voltado para a realidade amapaense.

j) Projeto nº 10: Produção de Lixo-Interpolação Linear e Sistema linear

A equipe responsável por este modelo matemático expôs que os dados coletados são oriundos de um trabalho científico de uma acadêmica de Ciências Ambientais da Universidade Federal do Amapá-UNIFAP. Tais dados (Figura 40) tratam da quantidade de lixo produzido durante três meses no campo de pesquisa da pesquisadora. Tal produção de lixo está expressa em toneladas.

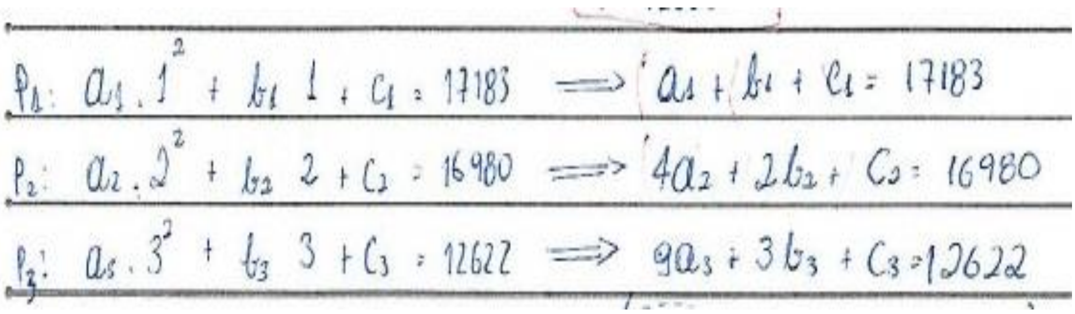
Figura 40: O gráfico plotado pela equipe



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Tais dados foram manipulados de modo que se pudesse localizar uma função que melhor expressasse a curva do gráfico. Para isso, os alunos identificaram como equação geral do problema, um polinômio de 2º grau, pois existem 3 pontos no gráfico. Para a construção do modelo matemático, os acadêmicos consideraram a variável x como sendo o tempo, e a variável y sendo a quantidade de lixo expresso em toneladas. Assim, as equações do sistema linear são as apresentadas na Figura 41:

Figura 41: As equações do problema



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Posteriormente, montaram a matriz com os coeficientes das equações e a resolveram por meio do método de Newton, sem o uso de aplicativos. Determinaram os termos **a**, **b** e **c**, com isso bastou substituí-los no polinômio geral do 2º grau. Assim, a função encontrada é $f(x) = -2077{,}5.x^2 + 6029{,}5.x + 13231$, podendo ser empregada na previsão de produção de lixo.

Assim, os dez modelos matemáticos desenvolvidos e socializados pelos acadêmicos da turma de Engenharia de Produção apresentaram algumas semelhanças, por exemplo, houve sete projetos que abordaram a produção de açaí e três sobre a produção de lixo. Outra semelhança está relacionada ao uso do gráfico, observei que oito equipes fizeram uso do gráfico no plano cartesiano e as outras duas equipes fizeram uso do gráfico de coluna. Uma terceira semelhança está relacionada ao uso dos conteúdos, oito equipes utilizaram a interpolação polinomial e sistemas lineares para determinarem as funções que melhor esboça os seus gráficos, enquanto que uma equipe utilizou a correlação e regressão em seus modelos, os quais envolvem a interpolação linear. E outra equipe utilizou a interpolação linear e sistemas lineares, mas também usou a integração para determinar a receita da venda de açaí.

As equipes fizeram uso de aplicativos computacionais, no caso o *winplot*, o *projeto Gauss* e a planilha *Excel*. Tais aplicativos contribuíram na precisão e facilidade nos cálculos, haja vista que as situações da realidade envolvem mais cálculos com números fracionados a números inteiros.

Assim, os procedimentos usados pelos acadêmicos em seus modelos, visaram construir um paralelo dos fenômenos do cotidiano deles, ajudando-os em seus estudos e contextualização da matemática, integrando-a a outros conhecimentos, como a economia local e aplicativos computacionais (BURAK, 1992, p. 62).

3.5.3 Modelos Matemáticos dos acadêmicos de Engenharia Química

Neste item descrevo os modelos matemáticos que os acadêmicos de Engenharia Química produziram durante a intervenção pedagógica. Também denominei de projeto cada modelo matemático construído por cada equipe.

a) Projeto nº 11: Balanceamento de equações - Função e Sistema Linear

Neste modelo matemático os acadêmicos, inicialmente fizeram uma pesquisa sobre balanceamento de equação química e sobre resolução de sistemas lineares, de modo que pudessem balancear uma equação sem utilizar o método da tentativa. Posteriormente fizeram de modo generalista, o balanceamento de duas equações químicas, sendo as mesmas representadas na figura 42.

Figura 42: O balanceamento de equações químicas generalista

$$X_2Y_6Z + Z_2 \rightarrow 2XZ_2 + 3Y_2Z$$

$$4XY_2 + 11Z_2 \rightarrow 2X_2Z_3 + 8YZ_2$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Foi apresentada pela equipe que a quantidade de elementos do reagente sempre será igual à quantidade de elementos do produto. Diante deste raciocínio, os acadêmicos balancearam a equação química que se encontra na Figura43*:*

Figura 43: A equação a ser balanceada

$$C_6H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Assim, estabeleceram **x** a quantidade do 1º reagente e **y** quantidade do 2º reagente. Ademais, usaram **a** para a quantidade do 1º produto e **b** para quantidade do 2º produto, conforme figura 44.

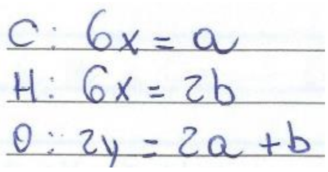
Figura 44: Atribuindo as variáveis de cada molécula

$$xC_6H_6 + yO_2 \rightarrow aCO_2 + bH_2O$$

Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com isso relacionaram o 1º membro com o 2º membro da equação de modo que se pudessem criar equações matemáticas para cada elemento químico. Assim, as equações são as apresentadas na Figura 45.

Figura 45: Determinando as equações matemática para o sistema linear

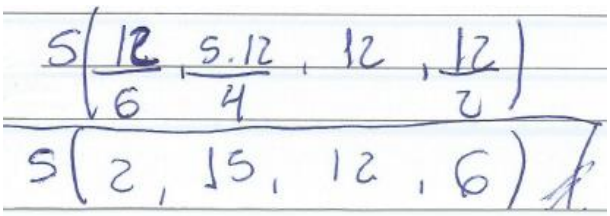


Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Tais equações foram resolvidas pelos acadêmicos pelos métodos da substituição e método da comparação, onde determinaram os valores de **x**, **y**, **a** e **b**. Sendo que da equação do carbono a equipe deixou x em função a, ou seja, $x = \frac{a}{6}$. Substituindo **x** na equação do hidrogênio, tem-se que $b = \frac{a}{2}$. Novamente substituindo **x** e **b** na equação originada do oxigênio, tem-se $y = \frac{5a}{4}$.

Após a solução, a equipe apresentou a solução geral para o balanceamento correto da equação química será da seguinte forma: $S = \left(\frac{a}{6}; \frac{5a}{4}; a; \frac{a}{2}\right)$. Como a solução precisa gerar números inteiros, pois não existe meio átomo, então há necessidade de verificar qual será o menor valor de **a**, de maneira que os quatro valores da ê-nupla sejam inteiros. E segundo a própria equipe, o menor valor é $a = 12$, onde temos a solução da equação química visualizada na figura 46.

Figura 46: Solução do balanceamento para a=12



Fonte: Dados da pesquisa, 2015.

Com a solução encontrada, a equipe destacou que o balanceamento da equação química em análise será de 2 moléculas do 1º reagente, 15 moléculas do 2º reagente, 12 moléculas do 1º produto e 6 moléculas do 2º produto. Também foi destacado que caso se queira aumentar a quantidade de moléculas na reação, basta respeitarem a proporção encontrada. Por exemplo, outra possibilidade de balanceamento seria com o valor de $a = 24$, pois a solução seria (4, 30, 24, 12).

Assim, observa-se que a equipe apresentou um modelo matemático de sua realidade, buscaram informações relacionadas ao balanceamento e sistemas lineares, e por fim testaram outras possibilidades. Tal procedimento condiz com as ideias de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13) que modelo matemático é

> [...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre esse outro sistema.

b) Projeto nº 12: Concentração comum-Interpolação Linear e ajuste de curva

Este modelo foi desenvolvido para criar o gráfico da função que melhor expressa à variação da concentração de uma solução. O modelo matemático criado foi para 20g do cloreto de sódio (NaCl) e a fórmula da concentração (HARRIS, 2001), segundo as referências que os acadêmicos pesquisaram na biblioteca da Universidade do Estado do Amapá-UEAP, é dada por:

$$C_{m/V} = \frac{m_{soluto}}{V_{solução}}$$

Com isso a equipe criou o quadro 13de valores onde alterava o volume da solução, mantendo em 20g a massa do cloreto de sódio (NaCl), lembrando que a massa deve ser expressa em grama e o volume da solução em litro.

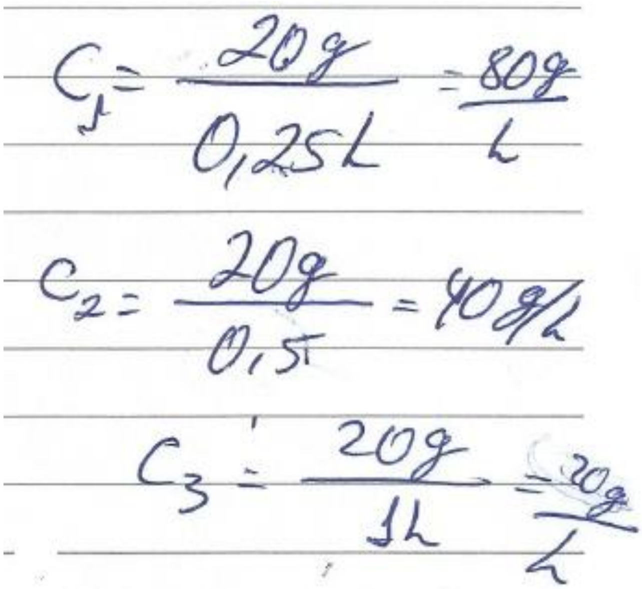
Quadro 13: A variação da concentração

Volume (L)	Conc (g/L)
0,250	80,0
0,500	40,0
0,750	26,0
1,000	20,0
1,225	16,3
1,500	13,3

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Com os dados tabulados, os acadêmicos construíram o gráfico da concentração baseados na seguinte função $f(x) = \frac{a}{b.x}$. Onde **a** corresponde a massa do cloreto de sódio (NaCl), **b** o volume da solução e **x** corresponde o número de vezes que se multiplica o volume inicial da solução aquosa. Alguns de seus cálculos estão expressos na figura 47.

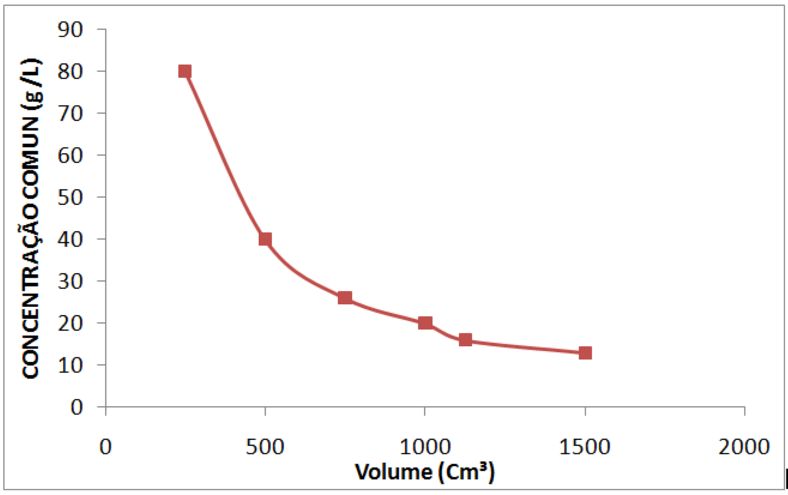
Figura 47: O cálculo das concentrações



Fonte: Dados da equipe, 2015.

Observa-se que a equipe calculou a concentração com o volume inicial de 0,25L, gerando uma concentração de 80g/L. Ao dobrar o volume inicial a concentração passou a 40g/L. Quadruplicando o volume inicial a concentração agora é de 20g/L, valores esses expostos no Quadro 13. Com isso, a equipe esboçou o gráfico que representa a variação da concentração da solução (Figura 48).

Figura 48: Variação da concentração do NaCl



Fonte: Dados da equipe, 2015.

Com uma “simples” análise, a equipe criou o gráfico da concentração da solução aquosa, com dados calculados por meio da fórmula da concentração expressa na literatura de Química. Mas o ponto a ser destacado é a outra possibilidade de se calcular a concentração. A equipe demonstrou que o modelo criado por eles também expressa a concentração da solução, bastando apenas multiplicar em quantas vezes se quer aumentar o volume inicial.

Tal produção da equipe corrobora com as ideias de Almeida e Ferruzzi (2009), que comentam que a Modelagem Matemática é uma representação matemática e trata-se de um procedimento criativo e interpretativo, ou seja, o modelador criará um modelo matemático dentro de sua perspectiva, seu entendimento. E comparando com as fases propostas por Biembengut e Hein (2003), observa-se que os acadêmicos conseguiram executá-las, ou seja, ocorreu a interação com o assunto quando os alunos buscaram informações sobre o tema, realizando pesquisas em livros, bibliotecas virtuais. A matematização foi contemplada no instante em que a equipe utilizou as formas de calcular as concentrações químicas e criação de gráfico. E, por fim, o modelo matemático foi contemplado no instante em que a equipe apresentou seu modelo encontrando também outra forma de calcular a concentração. Saliento que este modelo foi testado, fazendo uma comparação com os resultados encontrados no laboratório de química durante a execução das experiências pelos próprios acadêmicos, onde os alunos verificaram os valores das concentrações na medida em que aumentava o volume inicial.

c) Projeto nº 13: Balanceamento de equações químicas - Sistema linear

Neste modelo matemático, os acadêmicos buscaram uma forma de equacionar, balancear duas equações químicas. Para isso, os mesmos utilizaram a resolução de sistemas lineares. Inicialmente fizeram pesquisas na internet e na biblioteca da UEAP, de modo a buscarem exemplos de equações para balanceamento. Buscaram informações sobre resolução de sistemas lineares nos livros de álgebra linear e aplicaram nas equações químicas.

Os acadêmicos elaboram um esboço manuscrito dos dois modelos matemáticos desenvolvidos por eles e foi apresentado em sala de aula por meio do quadro branco para outros acadêmicos. A 1ª equação química teve como reagentes o alumínio (Al) e o gás oxigênio (O_2), tendo como produto o trióxido de alumínio (Al_2O_3).

O questionamento foi identificar quantos átomos de alumínio e de gás oxigênio são necessários para produzir **c** moléculas de óxido de alumínio. Para isso, a equipe estruturou as equações apresentadas na figura 49.

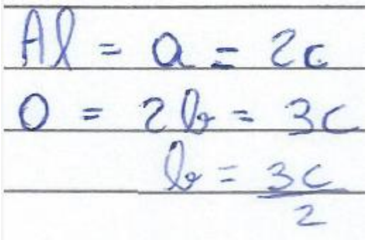
Figura 49: A equação sendo analisada

$$aAl + bO_2 \rightarrow cAl_2O_3$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Na equação são necessários **a** alumínio, **b** gás oxigênio e **c** óxido de alumínio. Quanto à sistematização das equações, as mesmas são as seguintes:

Figura 50: O sistema de equações



Fonte: Dados da equipe, 2015.

Considerando que **c** vale 1, pelo fato de que o produto da reação será de pelo menos uma molécula, a resolução do sistema de equações pelo método da substituição apresenta os seguintes resultados $S = (4;3;2)$. Assim, a equação química estará balanceada se houver 4 moléculas do 1º reagente, 3 moléculas do 2º reagente e 2 moléculas do produto. Por meio deste modelo matemático, os acadêmicos balancearam outras equações químicas. Uma delas está representada na figura 51.

Figura 51: A equação a ser balanceada

Fonte: Dados da equipe, 2015.

A equipe extraiu as seguintes equações: $2.x = a$; $4.x = 2.b$ e $2.y = 2.a + b$. Apresentando a variável **x** em função de **a**, tem-se $x = \frac{a}{2}$. Os alunos resolveram o sistema pelo método da substituição e encontraram a seguinte solução $S = \left(\frac{a}{2}; \frac{3.a}{2}; a; a\right)$. Foi considerado a=2 pelo fato de ser o menor valor que gera valores inteiros, haja vista que não há metade de moléculas. Assim, a solução considerando a=2 é $S = (1;3;2;2)$, ou seja, para a equação química ser balanceada, faz-se necessário pelo menos uma molécula do 1º reagente, 3 moléculas do 2º reagente, 2 moléculas do 1º produto e 2 moléculas do 2º produto.

A equipe também apresentou uma terceira equação química para ser balanceada, $Al(OH)_3 + H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2O$. Para o balanceamento desta equação os acadêmicos atribuíram as variáveis **a**para o 1º reagente, **b** para o 2º reagente, **c** para o 1º produto e **d** para o 2º produto. Posteriormente, extraíram as equações para compor o sistema linear (figura 52).

Figura 52: As equações do sistema

$$
\begin{cases}
Al\ \{\ a = 2c & \text{(I)} \\
S\ \{\ b = 3c & \text{(II)} \\
O\ \{\ 3a + 4b = 12c + d & \\
H\ \{\ 3a + 2b = 2b &
\end{cases}
$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

A resolução consiste em considerar que o 1º produto da reação seja apenas uma molécula, então o valor de **c** será 1 na equação I. Consequentemente pelo método da substituição, a solução será $S = (1;2;3;6)$, ou seja, o 1º reagente será de uma molécula, o 2º reagente será de duas moléculas, e será produzido 3 moléculas do 1º produto e 6 moléculas do 2º produto.

Os acadêmicos ainda apresentaram um quarto modelo desenvolvido a partir da seguinte equação química: $C_6H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$. Novamente se segue o modelo proposto pela equipe, ou seja, primeiro atribui-se as variáveis **x** ao 1º reagente, **y** ao 2º reagente, **z** ao 1º produto e **w** ao 2º produto.

Posteriormente, identificam-se as equações para se montar um sistema linear, o qual produziria a quantidade mínima de cada molécula da reação. Assim, a equação relacionada ao carbono é $6.x = z$, a equação relacionada ao hidrogênio é $6.x = 2.w$ e a equação relacionada ao oxigênio é $2.y = 2.z + w$. Resolvendo pelo método da substituição e considerando que x=2, pois é o menor valor para que as outras variáveis sejam inteiras, então a equação química balanceada será:

Figura 53: A solução particular do sistema

$$\overset{2}{x}\,C_6H_6 + \overset{15}{y}\,O_2 \rightarrow \overset{12}{z}\,CO_2 + \overset{6}{w}\,H_2O$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Após a exposição dos quatro modelos matemáticos, os acadêmicos resumiram que para balancear uma equação química, basta cumprir 4 etapas: 1º) atribuir variáveis para cada termo da equação; 2º) Extrair as equações matemáticas para cada elemento químico da reação; 3º) montar e resolver o sistema linear pelo método da substituição, na qual a solução ficará em função de uma única variável, e; 4º) atribuir o menor valor possível à variável comum, de modo que todas as variáveis em estudo sejam de valores inteiros, haja vista que não existe metade de uma molécula.

Diante desses modelos apresentados, verificou-se que a equipe conseguiu usar o processo de Modelagem Matemática a fim de construir um modelo matemático para encontrar os valores em cada equação, pois a maioria das referências apresenta o balanceamento por meio de tentativas, o que requer tempo. Esse processo de construção condiz com que Vertuan (2013, p. 27) informa-nos que “[...] a atividade de modelagem é particular, construída a partir dos conhecimentos dos sujeitos que lidam com a situação inicial e a partir do equilíbrio permanente entre a orientação do professor e a independência dos alunos”. Em consonância com Vertuan (2013), em sua tese de doutorado, Malheiros (2008) defende que modelagem matemática é:

> Para mim a Modelagem é uma estratégia pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo (MALHEIROS, 2008, p. 65).

E foi assim que se deram, os alunos partiram de um tema de seu interesse, no caso o balanceamento de equações químicas, depois usaram as ferramentas matemáticas para resolvê-los. Isso se deu no instante que atribuíam variáveis para gerarem equações matemática, de modo que pudessem montar sistemas lineares. E, ao fim resolverem o sistema com o objetivo de determinar a quantidade de cada reagente e cada produto na equação química.

d) Projeto nº 14: Formação de Amônia-Sistema linear

Neste modelo, a equipe pesquisadora propôs balancear a equação química que produz a amônia. Para isso, identificaram os coeficientes do reagente e dos produtos. Assim, a equação tem à disposição representada na figura 54:

Figura 54: A equação da amônia

$$x.\,(NH_4)_2CO_3 \rightarrow y.NH_3 + z.H_2O + t.CO_2$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Pode-se observar que a quantidade de cada elemento deve permanecer a mesma quando se comparam ambos os lados. Considerando a conservação da quantidade de átomos para o N, H, C e O, tem-se as seguintes equações matemáticas: para o N a equação é $2.x = y \Rightarrow 2.x - y = 0$; para o H tem-se $8.x = 3.y + 2.z \Rightarrow 8.x - 3.y - 2.z = 0$; para o C tem-se $x = t \Rightarrow x - t = 0$; e, para o átomo O tem-se $3.x = z + 2.t \Rightarrow 3.x - z - 2.t = 0$. A equipe destacou a montagem de um sistema linear com as quatro equações encontradas.

Após a resolução por meio do método da substituição, as variáveis **y**, **z** e **t** ficaram em função de **x**, tendo a seguinte disposição: $y = 2x$; $z = x$ e $t = x$. Isso confirma que o sistema possui infinitas soluções (podemos realizar reações químicas com qualquer valor de x). Assim, ao fazer x = 2mols, como consequência y = 4mols, z = t = 2mol. A reação seria balanceada da forma apresentada na figura 55:

Figura 55: A solução particular do sistema

$$2.\,(NH_4)_2CO_3 \rightarrow 4.NH_3 + 2.H_2O + 2.CO_2$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Após esta resolução, a equipe mencionou outras possibilidades de resolução, considerando x=3 e x=4, podendo ser qualquer outro valor positivo. Considerando a familiarização com o tema ao pesquisarem sobre o balanceamento das equações químicas, a identificação de equações matemáticas que representam o número de moléculas na equação química e sua resolução por meio de sistema linear usando o método da substituição, encontrou-se um modelo matemático, o qual também foi testado por meio da atribuição de outros valores, confirmando o correto balanceamento da equação química.

Essas três etapas executadas pela equipe condizem com que Biembengut e Hein (2003) afirmam, onde o processo de modelagem matemática é um processo de tradução da linguagem da realidade para a linguagem matemática, gerando assim, um modelo matemático, que para alcançá-lo é necessário cumprir a interação com o assunto, a matematização e, posteriormente, o modelo matemático.

e) Projeto nº 15: Balanceamento de equações químicas -Sistema linear

A equipe começou explicando o resultado de suas pesquisas, sobre o que era uma equação química, seus componentes, a estequiometria e o próprio balanceamento que consiste em determinar os coeficientes de uma equação química. Para tal, a equipe defendeu que um método eficiente é o método algébrico, o qual consiste em resolver utilizando os sistemas lineares.

Os acadêmicos fizeram uma abordagem teórica sobre o tema, durante a socialização. Em seguida, apresentaram um modelo de resolução do balanceamento das equações químicas, dividido em etapas, sendo o balanceamento a 1ª etapa. Como exemplo, apresentaram a equação da figura 56.

Figura 56: A equação a ser balanceada

$$a\,Fe_2O_3 + b\,C \longrightarrow x\,CO_2 + y\,Fe$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Assim, para encontrar os coeficientes da equação, devem-se igualar as atomicidades de cada elemento químico, caracterizando a 2ª etapa (Figura 57).

Figura 57: O sistema de equações

$$\begin{cases} 2a = y & \text{(Para o Ferro)} \\ 3a = 2x & \text{(Para o Oxigênio)} \\ b = x & \text{(Para o Carbono)} \end{cases}$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Já a 3ª e última etapa é a resolução do sistema. No exemplo aplicado, a solução ficará em função de **a**. Logo, basta atribuir um valor qualquer para **a**, que a solução particular será gerada. A referida equipe atribuiu o valor 2, consequentemente, a solução da equação é $S = (2;3;3;4)$. Ao substituir tais valores, a equação balanceada será:

Figura 58: A equação balanceada

$$2 Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 3CO_2 + 4Fe$$

Fonte: Dados da equipe, 2015.

Nota-se que a referida equipe apresentou seu modelo matemático em três etapas, o qual serve para balancear uma equação química pelo método algébrico. Tal procedimento condiz com que autores como Bassanezi (1994) e por Biembengut (1997), definem modelo matemático como algo formulado utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas e outros. Dentro desse contexto, observa-se que a equipe conseguiu cumprir o processo de modelagem matemática, alcançando um modelo matemático que pode ser utilizado para balancear qualquer equação química, o método algébrico do balanceamento químico.

Apresentados os cinco modelos matemáticos da turma de Engenharia Química, descritos nos projetos 11 ao 15, pude perceber que os acadêmicos conseguiram criar seus modelos de forma que seguiram o processo de modelagem matemática descrito por Biembengut e Hein (2003). E quando analisado sob a luz de Burak (1998, P.32), os mesmos obedecem às cinco etapas do processo de modelagem matemática.

No próximo capítulo, apresento a análise dos dados emergentes baseado no diário de bordo, nas filmagens das aulas e na avaliação (questionário) do processo feita pelos alunos.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

De acordo com Bodgane Biklen (1994), a análise de dados é o processo de pesquisa e ordenação sistemática de notas de campo, questionários, entrevistas e outros materiais produzidos e acumulados, cujo objetivo é compreender esses materiais, quanto pesquisador, além de possibilitar-se a apresentação do encontrado a outros. Tal análise envolve buscar padrões, descobrir aspectos importantes, o que deve ser aprendido e como tais informações serão transmitidas.

Esta pesquisa foi analisada em duas etapas, sendo uma delas as observações por mim realizadas, considerando as atitudes dos discentes durante o curso. Tal anotação constitui um livro de registros, denominado de "diário de bordo", onde foram registradas as questões de maior relevância do curso, as estratégias utilizadas e as respostas dos acadêmicos. A segunda etapa consistiu na leitura dos questionários aplicados após a socialização dos modelos matemáticos, de ambas as turmas, em que se buscou observar semelhanças, padrões nas respostas dos acadêmicos quanto ao processo de Modelagem Matemática.

Em relação aos modelos matemáticos construídos, foram elaborados num total de 15, sendo 10 modelos da turma de Engenharia de Produção (sendo que 70% tem como tema a produção do açaí no Amapá e 30% a produção de lixo) e 5 modelos da turma de Engenharia Química (80% trata do tema sobre balanceamento de equações químicas e outros 20% trata da concentração de soluções químicas). Saliento que estes modelos foram construídos por cada equipe a partir de um problema de interesse dos componentes do grupo. Tal interesse é essencial para o desenvolvimento da modelagem matemática, conforme Malheiros (2008, p. 65), onde diz "[...]Modelagem é uma estratégia pedagógica na qual alunos, **partindo de um tema ou problema de interesse deles**, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo" (grifo meu).

Analisando o desenvolvimento dos acadêmicos de Engenharia de Produção e Química, durante os processos de ensino e de aprendizagem por meio da modelagem matemática, observaram-se alguns pontos a serem destacados. Um deles é concernente a forma de relacionar a realidade dos alunos com a matemática. Por exemplo, as equipes ao escolherem seus temas problemas, começaram a coletar dados relacionados sobre a temática, porém, na hora de “matematizá-los” surgiram dúvidas. Acredito que tal dificuldade ocorreu porque tal prática de ensino não é comum nos componentes curriculares dos cursos supracitados, e também em relação a outras disciplinas relacionadas ao Cálculo.

Nota-se que a maioria das aulas é ministrada por meio da metodologia tradicional com aulas apenas expositivas, não possibilitando os alunos serem ativos durante os processos de ensino e de aprendizagem. Nesse cenário, o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem, como defende Bassanezi (2002, p.16), mostrou-se eficaz nas turmas de Engenharia de Produção e Engenharia Química, pois os alunos conseguiram desenvolver seus modelos matemáticos, de modo que tiveram de envolver os conteúdos de Cálculo Numérico. Tais modelos foram apresentados no capítulo anterior, e no próximo subtítulo será feito uma análise minuciosa do processo de Modelagem Matemática, destacando os pontos positivos e os pontos a melhorar, começando pela turma da Engenharia de Produção.

4.1 Análise da Modelagem Matemática na Engenharia de Produção

Durante a realização da intervenção pedagógica com os acadêmicos de Engenharia de Produção observei que os mesmos tinham dificuldades significativas em trabalhar com os dados coletados. Assim, realizei o seguinte questionamento: “De posse desses dados coletados, o que podemos estruturar como gráficos, tabelas, lógica matemática, funções e/ou outros mecanismo? ”. E de acordo com as anotações e apresentações dos modelos destes acadêmicos, observei que as equipes construíram uma tabela de valores envolvendo as variáveis dependentes e independentes, assim plotaram os pares ordenados no plano cartesiano, ligaram os pontos, criando o gráfico da função.

Após a construção do gráfico, cujos dados coletados estão relacionados a fatos que já ocorreram, os mesmos me apresentaram tais gráficos, e então questionei: “Há possibilidade de prever a produção de lixo ou açaí no Amapá para daqui a três... (depende da unidade de tempo que cada equipe utilizou)? ”. Os acadêmicos responderam que sim, contudo informaram que seria necessário identificar a função que melhor representa o gráfico dos dados coletados, porém não sabiam como encontrar a função. Alguns arriscaram em responder a produção calculando pela média dos últimos três anos, mas reconheciam que faltavam pelo menos dados de três períodos de tempo. Outros poucos sugeriram calcular a equação da reta, pois para encontrá-la bastavam dois pontos, contudo, logo percebiam que a margem de erro era considerada grande, independente das duas possibilidades colocadas.

Neste ínterim, orientei os acadêmicos que fizessem pesquisas relacionadas à interpolação linear, ajuste de curvas e sistemas lineares, por meio dos livros de Cálculo Numérico da biblioteca da UEAP e artigos científicos. Os mesmos buscaram tais informações, estudaram os materiais encontrados e eventuais dúvidas me perguntavam. Isso é evidenciado ao pesquisar em referências de Cálculo, muitas vezes clássicas no meio matemático, sobre estudo de funções e não se encontra orientações sobre a análise do gráfico para encontrar a função aproximada.

Por exemplo, no gráfico que os alunos esboçaram no projeto nº 1, conforme figura 4, os componentes da equipe foram bastante enfáticos ao afirmarem que não sabiam o que fazer com o gráfico para localizar sua função, mesmo que aproximada. Um aluno da equipe inclusive disse: “Identificar a função de uma reta eu consigo, de uma parábola também consigo, pois é do 2º grau, mas dessa função eu não sei, pois nunca vi um professor fazer um exemplo parecido”. Com isso, os acadêmicos após esboçarem seus gráficos e pesquisarem sobre interpolação linear, ajuste de curvas e sistemas lineares nos livros clássicos de Cálculo Numérico e artigos científicos, puderam aplicar tais conteúdos em seus problemas. Esta postura está de acordo com que Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 13) defendem, onde os alunos partindo de um tema de seu interesse utilizam a Matemática para “descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”.

Houve um momento que foi registrado em vídeo, o desenvolvimento dos modelos matemáticos, onde as equipes relataram como iriam aplicar os conteúdos estudados no problema que estavam tentando resolver. Cada grupo escolheu um aluno para que explicasse como se daria o uso desses conteúdos em seu modelo matemático. Durante este momento, observei possíveis entraves para saber como cada equipe iria resolvê-los, tanto que a maioria das equipes tirava dúvidas constantemente comigo. Interessante destacar, que os alunos por meio de suas pesquisas, quando descobriam algo relevante para seu modelo matemático, interagiam com outras equipes, até como forma de tirarem dúvidas uns dos outros.

Concernente a isso, uma equipe que representa bem esta observação, é a do projeto nº 1, pois este grupo foi o 1º a perceber uma saída para seu problema do preço da saca do açaí. Tanto que um componente da equipe relatou: “Para achar a função que melhor representa o gráfico, é necessária uma função geral com um grau a menos que o número de pontos do gráfico”. Com isso os alunos decidiram utilizar apenas a metade dos pontos, ou seja, os dados dos meses ímpares do ano. Tal decisão se deu pelo fato da equipe considerar uma função de grau 5 ser menos trabalhosa à uma função de grau 11. Após identificarem a função do 5º grau, os mesmos teriam que aplicar um assunto de Álgebra Linear, a resolução de sistemas lineares, pois com os pares ordenados poderiam ser substituídos no polinômio geral de grau 5, gerando um sistema de equações, conforme visualizado na figura 6 do projeto 1.

Já com o sistema estruturado, os acadêmicos resolveram com auxílio do aplicativo Projeto Gauss, achando os coeficientes e, posteriormente a função polinomial que melhor representava o gráfico.

Ao fazer a relação da modelagem matemática com os conceitos de Biembengut e Hein (2003), posso inferir que os acadêmicos da Engenharia da Produção executaram as três fases descritas pelos autores. A primeira fase é a interação com o assunto, e isso os acadêmicos cumpriram ao pesquisarem sobre o tema de realidade deles. A segunda fase é a matematização, onde as equipes utilizaram ferramentas matemáticas para “lapidarem” a situação real em uma expressão matemática, que no caso da turma foi encontrar uma função polinomial. Já a terceira fase consistiu em encontrar um modelo matemático, o qual possa representar o mais próximo possível a realidade, mas para isso faz-se necessário testá-lo. E, os acadêmicos, testaram seus modelos, atribuindo valores aleatórios e os dados coletados, de modo que pudessem verificar se os resultados encontrados coincidiram com os pesquisados.

Comparando com as cinco etapas defendidas por Burak (1998, p. 32), observei que também os acadêmicos as cumpriram. Sendo que a 1ª etapa consiste na escolha do tema, e isso foi proporcionado no momento que os alunos escolheram os temas de sua vivência. A segunda etapa, a pesquisa exploratória, foi contemplada no instante em que as equipes pesquisavam e coletavam os dados de seus temas. Quanto à 3ª (o levantamento dos problemas) e 4ª etapas (resolução), foi cumprido no instante em que as equipes começaram a organizar os dados coletados em tabelas e gráficos, e começaram a utilizar as ferramentas matemáticas no problema. Por fim, a 5ª etapa, a qual proporciona aos alunos uma análise crítica de seu modelo matemático, se os resultados proporcionados pelo modelo são adequados, coerente, tal etapa foram observadas junto aos acadêmicos de Engenharia de Produção no instante em que os mesmos faziam testes atribuindo valores aleatórios e os próprios dados coletados e verificavam a veracidade dos resultados.

É importante destacar, que das 10 equipes da Engenharia de Produção houve uma equipe, do projeto nº 2, que utilizou de conceitos matemáticos corretos na construção de seu modelo matemático, contudo, durante a socialização alguns acadêmicos que assistiam, perceberam que a função geral do problema proposto não era a adequada, tanto que um aluno destacou: “Pelo que eu e minha equipe pesquisamos, acho que a função geral deve ser do 5º grau e não do 6º, pois são 6 o número de pontos que está no gráfico. Também falta o termo independente que não aparece aí”. Este relato, no meu ponto de vista, reforça que os alunos realmente pesquisaram sobre os conteúdos de Cálculo Numérico, de modo que puderam correlacionar em problemas da realidade.

Verificando a 3ª fase de Biembengut e Hein (2003) e a 5ª etapa de Burak (1998), percebi que os acadêmicos realmente fizeram a validação, uma análise crítica de seus modelos matemáticos. A equipe supracitada reconheceu a falta de atenção, e refizeram os cálculos, de modo que construíram o modelo matemático corretamente. Vale destacar que neste momento, tomei cuidado para que a equipe não passasse por constrangimento, ressaltando suas pesquisas e análises no emprego dos conteúdos no problema.

Posteriormente, questionei sobre os aplicativos no processo de construção dos modelos matemáticos, os alunos mencionaram que os mesmos contribuem bastante na agilidade e confiabilidade dos cálculos e construção gráfica, haja vista que pouquíssimos alunos tiveram oportunidade de usarem aplicativos nas aulas de Cálculo. Isso é evidenciado pela citação de um aluno, “nunca eu tinha usado um aplicativo computacional nas aulas de Cálculo, é a 1ª vez que tenho essa possibilidade, e gostei muito”

Após a discussão dos modelos matemáticos de cada equipe, os alunos responderam um questionário o qual aborda cinco pontos (Apêndice D). Quando questionados sobre a avaliação do modelo matemático desenvolvido por sua equipe, todos acadêmicos avaliaram de forma positiva, como boa representação da realidade, com pequena margem de erro. Descreveram as etapas desenvolvidas para criação do modelo matemático, que de modo geral foi à escolha do tema, a coleta de dados, a tabulação e representação gráfica dos mesmos, a determinação da função que melhor representa o gráfico esboçado, e o teste da função.

As etapas supracitadas pelos acadêmicos são em linhas gerais, as mesmas que Biembengut e Hein (2003) e Burak (1998) defendem, até porque o próprio processo de Modelagem Matemática naturalmente segue esse roteiro. E se os alunos conseguiram perceber essas etapas, então se pode inferir que a Modelagem Matemática se mostrou produtiva na turma de Engenharia de Produção como uma alternativa pedagógica, na qual usamos a matemática em uma situação não essencialmente matemática (ALMEIDA, SILVA e VETUAN, 2012).

Outro questionamento feito é concernente aos pontos positivos e negativos. Na visão dos acadêmicos de Engenharia da Produção, para todos houve pontos positivos. Algumas respostas foram destacadas abaixo:

> Conseguimos achar uma função para um problema da realidade (A1[7]).
>
> O uso do aplicativo projeto Gauss facilitou os cálculos (A2).
>
> A matemática sendo aplicada na realidade (A3).
>
> Houve aprendizado tanto em equipe durante a construção do modelo matemático quanto na socialização (A4).
>
> Agora tenho como prever, estimar o que pode acontecer com algum fenômeno em estudo (A5).

[7] Utilizarei A1, A2, A3,... para preservar o anonimato dos Acadêmicos.

> Primeira vez que pesquisei sobre um tema do meu curso e realidade, e principalmente apliquei e calculei de acordo com minha pesquisa (A6).
>
> Aplicação da matemática na minha realidade (A7).
>
> Agora sei como aplicar o cálculo na Engenharia de Produção, não fico só com exemplos padrões que vem nos livros (A8).

Em linhas gerais, os alunos citaram como positivo, a interação da turma, a liberdade na pesquisa e nos cálculos, e principalmente a possibilidade de “prever”, estipular valores para o futuro. Inclusive houve um aluno que citou a seguinte situação: “em noticiários são citadas previsões na área econômica, ambiental, social e normalmente ocorre o previsto, com pequena margem de erro, como os cientistas previam tais acontecimentos? ”. A resposta dele ao próprio questionamento é: “Agora eu já sei, é por meio da interpolação linear, do cálculo numérico”.

Tais aspectos positivos refletem o que Chaves e Espírito Santo (2004, p. 579), afirmam sobre a Modelagem Matemática que é um processo de transformação da situação real para a linguagem matemática e que interpretados de acordo com a Matemática, desenvolve informações capazes de relacionar com a realidade. Isso de fato ocorreu na turma, pois os alunos conseguiram fazer essa transformação, da situação real para a linguagem matemática.

Outro aspecto que percebi nos pontos positivos destacados pelos alunos, é a motivação, os desafios propostos pela atividade em sala de aula, fez com que os alunos buscassem recursos e respostas por meio da criatividade (D’AMORE, 2007). Evidentemente, tomei cuidado para não impor soluções aos problemas das equipes, evitando dar respostas prontas aos mesmos, caso contrário seria uma Modelagem Matemática “maquiada” (FERRI, 2010).

Nesse contexto, a Modelagem Matemática utilizada nessa intervenção pedagógica mostrou-se eficaz como estratégia de ensino e aprendizagem de Cálculo Numérico. Os alunos pesquisaram, construíram e apresentaram seus modelos matemáticos tendo como base temas de sua realidade e de seu interesse envolvendo conteúdos de Cálculo Numérico (BASSANEZI, 2002).

Quanto aos pontos negativos, classifico como mínimos, pois vários alunos não destacaram nenhum. Quanto aos que expressaram opinião, vale destacar a dificuldade em calcular a função aproximada, para quem não usou o aplicativo considerou o excesso de cálculo matemático, o pouco tempo de aula e a espera em tirar dúvidas com o professor. Isso é destacado por Barbosa (2002) quando afirma que a pesquisa por meio da Matemática e de outras áreas do conhecimento humano é favorecida pela Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem. O ambiente necessário para a Modelagem Matemática não pode ser apenas em uma ou duas aulas, pois se requer tempo e continuidade, até porque os alunos efetuam suas pesquisas e normalmente é necessário esclarecimento por parte do professor no papel de orientador (MALHEIROS, 2008).

Procurou-se saber se os acadêmicos sabiam relacionar os assuntos de Cálculo Numérico com o modelo matemático desenvolvido por eles, e todos responderam corretamente pelo menos um tema de Cálculo Numérico, por exemplo:

> No modelo da minha equipe usamos a interpolação linear (A9).
>
> Utilizamos no nosso modelo matemático o ajuste de curvas e zero da função (A10).
>
> O nosso modelo matemático abordou sobre a produção de lixo, e um dos assuntos que foi utilizado foi o de sistemas lineares, que inclusive resolvemos manualmente e a interpolação linear (A11).
>
> Utilizei o zero da função e interpolação linear para achar a função que melhor descreve a função do gráfico do meu problema sobre açaí (A12).

Tais respostas confirmam o 4º questionamento do questionário (Apêndice D). E como questionamento final, qual a opinião do acadêmico em relação ao uso da Modelagem Matemática no curso de Cálculo Numérico. Todos os alunos consideraram de forma positiva, construtiva, participativa, visando sempre a aplicação na realidade. Tal afirmação é evidenciada por meio de algumas respostas abaixo:

> A modelagem matemática permite eu aplicar a matemática na minha realidade (A13).
>
> A mesma permite a interação da turma e a participação de todos (A14).
>
> É positiva, pois todos do grupo estudaram e contribuíram para a construção do nosso modelo sobre a produção do açaí (A15).
>
> É uma metodologia muito boa para o ensino, pois faz com que a turma pesquise e aprenda sobre o assunto. Quando eu cursei a 1ª vez o Cálculo Numérico, o professor tivesse usado esta metodologia, muito provavelmente eu teria sido aprovado. Gostei muito, pois sempre se aplica a nossa realidade (A16).

As respostas positivas acima reforçam o que alguns autores que serviram de base teórica para esta dissertação defendem, por exemplo, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) informam-nos que Modelagem Matemática constitui-se uma alternativa pedagógica, “[...] uma “maneira” de trabalhar com atividades na aula de Matemática”, ou seja, uma forma de ensinar diferente do tradicional.

Outro referencial é Stoltz (2012), onde destaca que quando se ensina, deve-se, em primeiro lugar, buscar o conhecimento que o aluno já traz, levando-o a refletir sobre o conteúdo com o qual se trabalhará, construindo uma nova compreensão. É de fundamental importância que a aula não seja apenas expositiva com a fala exclusiva do professor, mas deve-se trabalhar de maneira que o aluno relacione o conteúdo com o que ele sabe e perceba o que não sabe, interagindo com a nova aprendizagem. E nesse contexto, na minha percepção como pesquisador, é o momento em que o aluno consegue relacionar sua realidade com a Matemática. E segundo as respostas dos alunos sobre a Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo Numérico, acredito que houve essa interação.

Na próxima seção realizo uma análise da intervenção pedagógica por meio da Modelagem Matemática na turma da Engenharia Química.

4.2 Análise da Modelagem Matemática na Engenharia Química

Nesta turma, os acadêmicos de Engenharia Química apresentaram cinco modelos matemáticos, sendo quatro envolvendo o balanceamento de equações químicas e uma sobre a concentração de soluções químicas. A equipe do estudo das concentrações apresentou dificuldades significativas para analisar a concentração comum de uma solução cujo volume variava. Para isso, a equipe aproveitou o laboratório de química analítica da universidade e fez o seguinte experimento: 20g do ácido clorídrico (HCl) e foi acrescentando água destilada obtendo uma tabela de valores da concentração e volume da solução. Nesse instante, houve um impasse: “De posse desses dados coletados, o que podemos estruturar matematicamente? ”. De acordo com a apresentação do modelo, notei que a equipe construiu uma tabela de valores envolvendo as variáveis dependente (o valor da concentração) e independente (o volume da solução), assim plotaram os pares ordenados no plano cartesiano, ligaram os pontos, criando o gráfico da função.

Um detalhe importante foi que esta equipe encontrou outra fórmula para calcular a concentração, diferente da apresentada nos livros de química analítica, precisando apenas alterar em quantas vezes se quer multiplicar o volume inicial da solução. Tal descoberta condiz com que Almeida e Ferruzzi (2009, p.120) comentam sobre a Modelagem Matemática, que se trata “de um procedimento criativo e interpretativo que estabelece uma estrutura matemática que deve incorporar as características essenciais do objeto ou fenômeno que pretende representar”. O procedimento criativo e interpretativo destacado pelo autor foi exatamente o que os acadêmicos perceberam, ou seja, uma variação, uma forma diferente de calcular a concentração da solução química. Montaram uma planilha no aplicativo Excel o qual gera os valores da tabela que foi produzida a partir dos dados coletados no laboratório. Então, quando os questionei a respeito de “prever” o valor da concentração da solução, os acadêmicos salientaram que bastava alterar na função encontrada o número de vezes que se quer alterar o volume da solução que o novo valor da concentração será determinado.

Em relação às outras quatro equipes, que realizaram o modelo do balanceamento, fiz o seguinte um questionamento: “Há possibilidade de balancear uma equação química, sem o método por tentativa?”. Para responder essa pergunta, as equipes buscaram informações, estudaram sobre o assunto nos livros de aplicação de cálculo e artigos científicos. Os mesmos observaram que se fazia necessário a construção de um sistema de equações. Para isso, criaram equações químicas e procuram relacionar cada reagente e produto com uma variável. Nesta etapa surgiu a dúvida na maioria das equipes: como extrair as equações matemáticas das equações químicas?

Neste momento, auxiliei na análise das equações até o ponto de montar o sistema de equações. Inclusive certo acadêmico expressou à seguinte ideia: “Os livros nos mostram como fazer este cálculo estequiométrico por meio da tentativa, mas por meio de sistema de equações é a primeira vez que vejo”. Fiz questionamentos que serviram de base para a construção do modelo matemático da equipe, acenderam a curiosidade de saber e pesquisar sobre o cálculo estequiométrico. Essa valorização por meio de perguntas facilita a aprendizagem de forma crítica e consciente (FREIRE E FAUNDEZ,1985).

Com isso, os acadêmicos puderam aplicar os conteúdos de Cálculo Numérico em seus problemas. Tanto que houve um momento que foi registrado em vídeo, o desenvolvimento dos modelos matemáticos, onde as equipes descreveram como aplicar conteúdos pesquisados no problema do balanceamento de uma equação química. Enquanto cada equipe narrava os procedimentos que iriam aplicar em seus modelos matemáticos, eu na qualidade de professor pesquisador questionava possíveis entraves para saber como cada equipe iria resolvê-los. Interessante destacar, que os alunos descobriram que para balancear as equações químicas, os mesmos teriam de aplicar um assunto de Álgebra Linear, a resolução de sistemas lineares.

Os acadêmicos de Engenharia Química também, assim como os acadêmicos da Engenharia da Produção, executaram as três fases discutidas por Biembengut e Hein (2003). A primeira fase - interação com o assunto– cumpriu ao pesquisarem sobre o tema de sua realidade. A segunda fase - a matematização - as equipes utilizaram ferramentas matemáticas para resolverem a situação real por meio matemática, que no caso da turma foi balancear as equações químicas por sistemas lineares. Já a terceira fase consistiu em encontrar um modelo matemático, o qual represente o mais fiel possível à realidade, mas é necessário testá-lo para verificar sua eficiência. E foram testados seus modelos, atribuindo valores aleatórios e os dados coletados, de modo que as respostas encontradas eram comparadas nas referências utilizadas pelos alunos, haja vista que todas as equações químicas utilizadas pela turma foram tiradas dos livros de Química Analítica, e suas respostas estão

Em relação às respostas do questionário final (Apêndice D) os alunos da Engenharia Química, quando questionados sobre a avaliação do modelo matemático desenvolvido por sua equipe, todos avaliaram de forma positiva, considerando boa representação da realidade, com possibilidade de aumentar ou diminuir a proporcionalidade tanto da concentração quanto das equações químicas. Descreveram as etapas desenvolvidas para criação do modelo matemático, que de modo geral foi à escolha do tema, a coleta de dados, a tabulação e representação gráfica para a equipe da concentração da solução. Para as equipes do balanceamento químico as etapas descritas foram à escolha do tema, a atribuição de variáveis, a extração das equações matemáticas, a resolução dos sistemas de equações e o teste do modelo matemático.

Tais resultados confirmam o que Barbosa (2002) defende, que a modelagem matemática é um processo de ensino que facilita o ensino e aprendizagem da matemática na qual o professor é o mediador. E Almeida, Silva e Vertuan (2012) reforçam ao afirmar que a Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica, uma maneira de trabalhar com atividades em sala de aula. Ou seja, posso inferir que diante da boa avaliação por parte dos acadêmicos, o processo de Modelagem Matemática foi bem aceito pelos acadêmicos. Isto também pode ser observado pelos pontos positivos citados por estes alunos:

> Conseguimos achar um sistema que resolva o balanceamento sem o método da tentativa (B1).
>
> A matemática sendo aplicada na realidade (B2).
>
> Balanceamento de equação química sem chutômetro (B3).
>
> A Matemática em prol da Química (B4).
>
> A modelagem matemática é uma boa metodologia de aula, pois consegui aprender a aplicar a matemática num tema de química que eu só vi na base da tentativa, o cálculo estequiométrico (B5).
>
> Consegui relacionar a experiência do laboratório com uma função que “criei” baseado na fórmula da concentração de solução química (B6).
>
> Aprendizagem em grupo (B7).

Em linhas gerais, os alunos citaram como positivo, a interação da turma, a liberdade na pesquisa e nos cálculos. As respostas dos alunos refletem o que Bassanezi, (2002, p.16) diz sobre a Modelagem Matemática: “Pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem - **<u>tem se mostrado muito eficaz</u>** (grifo meu) ”.

Quanto aos pontos negativos, vale destacar a dificuldade de montar as equações matemáticas que compõe o sistema, o pouco tempo de aula e a espera em tirar dúvidas com o professor. E como o professor tem o papel de orientador (MALHEIROS, 2008, p. 65), há necessidade de tempo para atender todos na turma, além de exigir do professor um domínio amplo não só do conteúdo matemático, mas também um conhecimento do mundo ao seu redor (GADOTTI, 2003, p. 48).

Procurou-se saber se os acadêmicos sabiam relacionar os assuntos de cálculo numérico com o modelo matemático desenvolvido por eles, e todos responderam corretamente informando-nos serem os sistemas lineares e ajuste de curvas para a equipe da concentração de solução. Destaquei algumas respostas.

> Para achar a função que melhor representa o gráfico dos valores da concentração, usamos o ajuste de curvas (B8).
>
> Para balancear pelo método algébrico, tive que utilizar a resolução por sistemas lineares (B9).
>
> O balanceamento químico que eu e minha equipe resolvemos, empregamos a resolução por sistemas lineares (B10).

Nos excertos pode ser observado que os alunos conseguiram relacionar os conteúdos de Cálculo Numérico com o modelo matemático desenvolvido por suas equipes. Assim posso inferir que os mesmos conseguiram se beneficiar do processo de Modelagem Matemática, pelo fato de tirá-lo da zona de conforto e despertando sua atenção para a construção de um conhecimento em relação aos conteúdos de matemática (ALMEIDA e DIAS, 2004).

Em relação ao uso da Modelagem Matemática no curso de Cálculo Numérico, todos os alunos avaliaram de forma produtiva. Inclusive houve um aluno que mencionou que gostaria que outros docentes pudessem usar a Modelagem Matemática em suas aulas. Outro acadêmico destacou que já havia cursado Cálculo Numérico anteriormente, mas havia abandonado porque não conseguiu entender muito bem os conteúdos ministrados pelo professor da época, mas que agora conseguiu aprender os assuntos e a relacionar em seu contexto.

Nesta pesquisa, observei que ambas as turmas obtiveram bons modelos matemáticos, resultado de muita pesquisa e estudo. Os próprios alunos foram os pesquisadores e descobridores de novas perspectivas e possibilidades. A novidade, principalmente para os alunos, foi a possibilidade de descobrirem como resolver, modelar um problema de sua realidade, usando os conteúdos de Cálculo Numérico.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A referida pesquisa propôs uma intervenção pedagógica por meio da Modelagem Matemática na disciplina de Cálculo Numérico aos acadêmicos de Engenharia de Produção, com os temas da Produção de lixo e açaí no Amapá; e, os de Engenharia Química, com os temas balanceamento de equações químicas e estudos das concentrações de soluções. Assim, os acadêmicos construíram modelos matemáticos, relacionando conteúdos de Cálculo Numérico, como zero da função, ajustes de curvas, interpolação linear, sistemas lineares e integrais com os temas de interesse por eles investigados.

A principal motivação para o desenvolvimento desta pesquisa ocorreu devido ao alto índice de reprovação na disciplina, falta de interesse nas aulas, além do baixo nível de conhecimento em Cálculo. Assim, considerei apropriado o planejamento de uma prática pedagógica que contribuísse na participação ativa dos alunos, alcançando os objetivos propostos. Dessa forma, tal pesquisa tem importância significativa, pois me possibilitou a análise e experiência do uso da Modelagem Matemática nos processos de ensino e aprendizagem de Cálculo, especificamente o Numérico.

Concluída a intervenção pedagógica por meio da Modelagem Matemática, feita uma análise criteriosa do diário de bordo, filmagem (das aulas e da socialização dos modelos matemáticos) e do questionário aplicado após a intervenção, acredito que consegui cumprir os objetivos específicos preestabelecidos.

O primeiro objetivo específico tinha o propósito de investigar os temas de interesse dos alunos. Este foi efetivado por meio da aplicação de um questionário para definirem os temas que iriam estudar. Os temas escolhidos foram produção de lixo e açaí no Amapá (Engenharia da Produção); e o balanceamento de equações químicas e estudos das concentrações de soluções (Engenharia Química).

O segundo objetivo tinha o intuito de identificar e explorar relações dos conteúdos de Cálculo Numérico com os temas escolhidos. O mesmo foi alcançado quando os alunos pesquisavam nas bibliotecas virtuais e referências da biblioteca da universidade sobre ajuste de curvas, interpolação, sistemas lineares e outros assuntos, de modo que aprenderam e usaram para o desenvolvimento de seus modelos matemáticos. Isto pode ser identificado nos quinze modelos elaborados pelos acadêmicos para responder a cada problema criado pelos mesmos em relação ao tema geral.

Consequentemente a produtividade (terceiro objetivo) de ambas as turmas sob seus temas foi satisfatória, pois observei que todos os alunos interagiam em suas equipes, além de tirarem dúvidas entre as equipes, caracterizando assim, a interação de toda a turma. Também foi identificado (quarto objetivo específico) que os alunos conseguiram resolver, criar seus modelos, por meio de análise do problema de seu contexto. Com isso, os mesmos apresentaram sua forma de resolução, uns com algumas semelhanças nas resoluções, e outros com percepções, diferenças nas análises e resoluções. Mas nada que comprometesse seus resultados e uso de conteúdos da disciplina de Cálculo Numérico. Outra evidência é que houve acadêmicos, em ambas as turmas, que relataram que já haviam cursado Cálculo Numérico e não haviam aprendido sobre o mesmo, mas com esta maneira, que consiste em estudar tema da realidade do aluno, os mesmos conseguiram entender e aprender sobre os assuntos de Cálculo Numérico.

Quanto aos resultados alcançados, destaco que foram dez modelos matemáticos produzidos pelos acadêmicos de Engenharia de Produção (70% estão relacionados à produção de açaí no Estado do Amapá e 30% sobre a produção de lixo) e cinco modelos desenvolvidos pelos acadêmicos de Engenharia Química (80% sobre balanceamento de equação química e 20% sobre concentrações de soluções). Os conteúdos utilizados nos modelos são ajuste de curvas, zero da função, interpolação linear, sistemas lineares e integral. Todos os acadêmicos de ambas as turmas avaliaram seus modelos como tendo boa precisão, e conseguiram destacar as etapas para o desenvolvimento dos modelos, inclusive a maioria dos acadêmicos destacou o uso dos aplicativos winplot e projeto Gauss como recursos tecnológicos que diminui o tempo de cálculo e aumentar sensivelmente a precisão dos resultados, além do Excel que facilita a construção dos gráficos.

Quanto aos pontos positivos, notei que os acadêmicos das duas turmas também salientaram, como exemplo, a liberdade em pesquisar o tema de sua preferência, a possibilidade de usar aplicativos computacionais nos cálculos e aplicações da matemática na realidade. Destaco que poucos alunos destacaram pontos negativos. Os aspectos citados foram o pouco tempo de aula e a espera para tirar dúvidas com o professor.

Também houve pontos divergentes entre as turmas, por exemplo, o conteúdo interpolação linear foi citado pelos alunos de Engenharia de Produção, mas em Engenharia Química não. Outro aspecto a ser comentado é quanto ao número de alunos em cada turma, houve 40 na Engenharia de Produção e 21 na Engenharia Química. Isso interferiu na hora de dar atenção às dúvidas dos alunos, pois pude dar mais atenção aos alunos da Engenharia Química à dos de Engenharia de Produção.

Ao fim desta dissertação, considero que esta pesquisa pôde trazer experiências significativas, estimuladoras aos acadêmicos, desde a escolha do tema, a investigação, a criação de hipóteses e o desenvolvimento do modelo matemático. Além disso, destaco como o processo de Modelagem Matemática pode conduzir os alunos a atitudes diferenciadas diante de desafios relacionados à pesquisa e ao ensino de Cálculo numérico. Por exemplo, os alunos, em sua maioria, estavam cursando a disciplina novamente (anteriormente haviam reprovado), entretanto todos gostaram de utilizar software na plotagem de gráficos, algo que nenhum deles havia tido oportunidade em outro momento do curso. Consequentemente, passaram a entender melhor sobre a relação das tabelas com os gráficos dos modelos elaborados.

Outra melhora significativa percebida, foi em relação aos conteúdos de Cálculo Numérico, os mesmos passaram a ser melhor compreendido pelos alunos, pois além de identificarem os conteúdos com os modelos desenvolvidos pelas equipes, os mesmos estudavam tais assuntos para relacionarem durante o processo de modelagem matemática. Por isso acredito que os temas da referida disciplina foram bem explorados e compreendidos pelos alunos, reforçando que o uso da modelagem matemática contribui nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico.

No trabalho realizado, utilizei o processo de Modelagem Matemática como metodologia de ensino para salientar as habilidades presentes durante o desenvolvimento do modelo matemático. Tais habilidades destacadas durante a pesquisa foram as que os acadêmicos estavam envolvidos, como coletar dados sobre o tema escolhido, tabulá-los, esboçar gráficos, análises de funções, pois os mesmos afirmaram que estavam colocando em prática o que aprenderam de teoria em sala de aula. As habilidades supracitadas refletem a importância do planejamento e a busca de estratégias de ensino diferenciadas, de forma que envolva e promova o interesse do acadêmico nas tarefas propostas pelo docente.

Vale destacar que os acadêmicos de Engenharia de Produção e da Engenharia Química mostraram-se bastantes motivados e dedicados na elaboração de seus modelos matemáticos. Tanto, que se notou a integração quase que total dos membros das equipes de cada turma durante o desenvolvimento do modelo matemático. Diante deste contexto, posso inferir que a Modelagem Matemática proporciona ao discente um melhor entendimento dos argumentos matemáticos por meio da aplicação, proporcionando o desenvolvimento da aprendizagem a fim de recordar os conceitos e soluções com maior facilidade, dando maior relevância a disciplina de Matemática e seus conteúdos o que corrobora com Bassanezi (2010).

Após a realização deste trabalho, passei a adotar a Modelagem Matemática como metodologia para alcançar melhorias no ensino e na aprendizagem da Matemática, especificamente o Cálculo Numérico, com as seguintes sugestões de continuidade deste estudo:

a) Utilizar a Modelagem Matemática em pelo menos uma disciplina em cada semestre, de modo que eu possa estar me preparando gradativamente, chegando ao ponto de ter habilidade suficiente em utilizá-la em todas as disciplinas de Cálculo;

b) Implementá-la como metodologia de ensino em qualquer nível de ensino e conteúdo de preferência do docente, levando em conta a realidade e a preferência do aluno.

REFERÊNCIAS

ABREU, Osvaldo Honoriode. **Discutindo Algumas Relações Possíveis Entre Intuição e Rigor e Entre Imagem Conceitual e Definição Conceitual no Ensino de Limites e Continuidade em Cálculo I.** ' 01/08/2011 99 f. Mestrado Profissional em Educação Matemática. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto Biblioteca Depositária: SISBIN - ICEB – UFOP.

ALMEIDA, L. M. W. & DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem**. Bolema. Rio Claro. 2004.

ALMEIDA,Lourdes M. W. de; SILVA, Karina P. da; VENTUAN, Rodolfo E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA L. M. W.; FERUZZI, E. C.**Uma Aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática.** Alexandria, v. 2, p. 117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. (2010). **Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: algumas relações.** No prelo.

ALVES, F. C. **Diário - Um tributo para o desenvolvimento profissional dos professores e estudo dos seus dilemas**. Instituto politécnico de Viseu. Disponível em http://www.ipv.pt/millenium/millenium29/30 . Acesso em 23 de abril de 2014.

ARAÚJO, Alyne Maria Rosa de. **Modelagem matemática nas aulas de cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia.** Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas, pela Universidade federal do Pará-UFPA. 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática e os Futuros Professores**. In: Reunião Anual Da Anped,2002, Caxambu. Anais... Caxambu: Anped.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001, 1 CD-ROM.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática e os Professores: a Questão da Formação. **Bolema**, 15, p. 5-23. Rio Claro: 2001.

BASSANEZI, R.. **Modelagem Matemática. Modelagem Matemática: Uma Disciplina Emergente Nos Programas De Formação De Professores**. Blumenau: Dynamis. 1994.

BASSANEZI, R. C.**Ensino-Aprendizagem Com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo. 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem Com Modelagem Matemática: Uma Nova Estratégia**. 2 Ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: Uma nova Estratégia.** São Paulo: Contexto, 2010.

BEAN, Dale W. **As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos matemáticos.** In: V SIPEM-Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 5, 2012, Petrópolis. Anais, Petrópolis: SBEM, 2012. CD-ROM.

BERRY, John; O'SHEA, Tim.**Assessing Mathematical Modelling**. In: International Journal Of Mathematical Education Sciense And Tecnology. V13, N6. 1982.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, Maria Salett.**Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: Uma Proposta Metodológica e Curricular**. Tese De Doutorado, Curso De Pós-Graduação Em Engenharia De Produção e Sistemas.Florianópolis: Ufesc, 1997.

BODGDAN, R. e BIKLEN, S., **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto Ed. 1994.

BURAK, D.**Formação Dos Pensamentos Algébrico e Geométrico: Uma Experiência com Modelagem Matemática.** Pró-Mat Paraná, Curitiba, V. 1, N° 1, P. 32-41, 1998.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo**.329 F. Tese. Campinas FaculdadeEducação, Universidade de Campinas. 1992.

CHAVES, M. I. A; ESPÍRITO SANTO, A. O. **Um Modelo de Modelagem Matemática para o Ensino Médio.** In: Anais do VII Congresso Norte/Nordeste De Educação em Ciências e Matemática, Belém, 2004.

CIRILO, Kassiana Schmidt Surjus. **Livros didáticos e modelagem matemática: uma caracterização da transposição didática do conteúdo de integral nestes ambientes.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Londrina-UEL. 2008.

COLL, C. **Significado e Sentido na Aprendizagem Escolar. Reflexões em Torno do Conceito de Aprendizagem Significativa.** In: Coll Salvador, C. Aprendizagem escolar e construção do conhecimento. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

Congresso Internacional de Matemática. Disponível em www.icm2014.org. Acesso em: 18 de ago. de 2014

COSTA, H.R. e GHEDIN, E..**Epistemologia do Ensino de Matemática. Em: Universidade Luterana do Brasil (Org.), Anais, 4º Congresso Internacional deEnsino de Matemática** (pp.01-08), Rio Grande do Sul: Universidade Luterana do Brasil de Canoas (RS), 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade a Ação: Reflexões Sobre Educação e Matemática.** Edição Campinas: Unicamp; São Paulo: Summus, 1986.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

FERRI, Rita B. **Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática**. Revista Educação e Matemática. Lisboa, nº 110, p. 19-25, nov/dez de 2010.

FERRUZZI, Elaine Cristina. ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. Artigo intitulado **Modelagem Matemática no Ensino de Matemática para Engenharia**. Publicado na Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia. Volume 6, nº 1, jan-abr. 2013, p. 153-172.

FONSECA, Daila Silva Seabra De Moura. **Convergência De Seqüências E Séries Numéricas No Cálculo: Um Trabalho Visando A Corporificação Dos Conceitos** ' 01/08/2012 210 f. Mestrado Profissional em Educação Matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal De Ouro Preto, Ouro Preto Biblioteca Depositária: SISBIM - ICEB – UFOP

FONTANINI, Maria Lúcia de Carvalho. **Modelagem matemática X Aprendizagem significativa: uma investigação utilizando mapas conceituais.** Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Londrina-UEL. 2007.

FREIRE, P; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta.** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

GADOTTI, Moacir.**Boniteza de um Sonho: Ensinar-e-Aprender com Sentido**. **Novo** Hamburgo: Freevale. 2003.

GAZZETA, Marineuza.**A Modelagem Como Estratégia de Aprendizagem Matemática em Cursos de Aperfeiçoamento De Professores**. Rio Claro, Unesp. 1988.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GONCALVES, Daniele Cristina. **Aplicações Das Derivadas No Cálculo I: Atividades Investigativas Utilizando O Geogebra** ' 01/05/2012 110 f. Mestrado Profissional em Educação Matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto Biblioteca Depositária: ICEB/UFOP

HARRIS, D. C. **Análise Química Quantitativa**. Editora LTC, 5ª edição, 2001.

KENSKI, V. M. **Aprendizagem mediada pela tecnologia.** Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 4, n. 10, p. 47-56, 2003.

LIMA, Airlan Arnaldo Nascimento de. **Introduzindo o Conceito de Derivada a Partir da Ideia de Variação** ' 01/12/2012 111 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande Biblioteca Depositária: BC UEPB.

LONARDONI, José Augusto Calvo. **Desenvolvimento de um simulador da mecânica cardiovascular humana controlada pelo mecanismo reflexo baroceptor.** Dissertação de Mestrado em Engenharia pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2006.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Educação Matemática Online: A elaboração de projetos de modelagem**. Tese de Doutorado pela Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, orientador pelo Dr. Marcelo de Carvalho Borba. Rio Claro-SP, 2008.

MALHOTRA, Naresh. **Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada**. 4. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

MAKI, D. P. e THOMPSON, H. **Mathematical models and applications**. New Jesey: 1988.

MATTEI, Fabiana. **A Modelagem Como Ferramenta Para a Construção de Conhecimentos Matemáticos** ' 01/02/2012 100 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas Instituição de Ensino: Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social - Fuvates, Lajeado Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Univates.

OLIVEIRA, Daniel Gustavo de. **Explorando o Conceito de Derivada em Sala De Aula, a Partir de suas Aplicações E Sob Uma Perspectiva Histórica** ' 01/07/2011 78 f. Mestrado Profissional em Educação matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto Biblioteca Depositária: SISBIN - ICEB – UFOP

O'SHEA, T. e BERRY, J. **Assessing mathematical modeling**. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol. London v. 13. n.6, 1982.

PAGLIARUSSI. **Cadeia produtiva agroindustrial do açaí: estudo da cadeia e proposta de um modelo matemático**. 2010.

PINHEIRO, N. A. M. e MORETTI,M. T. **Conhecimento matemático reflexivo no ensino de cálculo diferencial e integral: uma contribuição para as discussões sobre ciência,tecnologia e sociedade.** Anais do II SIPEM – simpósio Internacional de pesquisa e Educação matemática. Santos, 2003.

PONTE, J.P.; BROCARDO, J. e OLIVEIRA, H. (2005). **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** Belo Horizonte: Autêntica (Coleção Tendências em Educação Matemática, v. 7).

Relatório do SAEB, 1995 a 2011. Disponível em www.todospelaeducacao.org.br. Acesso em: 18 de agosto de 2014.

RICHIT, A.**Modelagem Matemática: Concepções E Experiência De Futuros Professores**, Ano 18, Nº23, p.127-132, Bolema, Rio Claro. 2005.

ROSSO, A. J.**A Correlação no Contexto do Ensino de Biologia: Implicações Psicopedagógicas e Epistemológicas**. Tese, Florianópolis, Universidade Federal De Santa Catarina. 1998.

SANTOS, Fábio Vieira dos. **Modelagem Matemática e tecnologias de informação e comunicação: o uso que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem.** Dissertação do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, pela Universidade Estadual de Londrina-UEL. 2008.

SILVA, Carlos Antônio da. **Introdução ao conceito de integral de funções polinomiais em um curso de Engenharia de Produção por meio de tarefas fundamentais em princípios da modelagem matemática**. Tese de Doutorado em

Educação Matemática, pela Pontificia Universidade Católica de São Paulo-PUC-SP. 2013.

SILVA, Lilian Isabel Ferreira. **A (Re)Construção do Conceito de Limite do Cálculo Para a Análise: Um Estudo com Alunos do Curso de Licenciatura em Matemática** ' 01/08/2011 134 f. Mestrado Profissional em Educação Matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal de Ouro Preto , Ouro Preto Biblioteca Depositária: SISBIN - ICEB – UFOP

SOARES, Kasseandra Mattos. **História da Matemática na Formação de Professores do Ensino Fundamental – (1ª a 4ª série).** Dissertação de Mestrado. **2004.** Acesso em 10 de outubro de 2012. Disponível no site: http://www.tede.udesc.br/tde_arquivos/10/TDE-2006-02-09T13:38:05Z-55/Publico/Kasselandra%20Mattos%20Soares.pdf

SOUZA, Galvina Maria de. **Uma Estratégia Metodológica Para A Introdução De Um Curso De Equações Diferenciais Ordinárias** ' 01/12/2011 141 f. Mestrado Profissional em Ensino. Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte Biblioteca Depositária: PUC MINAS.

STAHL, Nilson Sérgio Peres. **O ambiente e a modelagem matemática no ensino de cálculo numérico.** Tese de Doutorado, pela Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. 2003.

STOLTZ, T. **As perspectivas construtivista e histórico-cultural na educação escolar.** Editora: Intersaberes. 2012.

SWETZ, Frank.**Quando e Como Podemos Usar Modelação? Educação e Matemática**. 3º Trimestre Lisboa, Nº 23. 1992.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Práticas de monitoramento cognitivo em atividades de Modelagem, Matemática**. Tese de Doutorado, orientado pela Drª Lourdes Maria Werle de Almeida, do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina. Londrina-PR, 2013.

VALLIM, M.B.R.; FARINES, .e CURY, J.E.R.**Uma estrutura curricular para um curso de engenharia de controle e automação. In: Congresso Brasileiro de Automática**, 2006. Anais eletrônicos do XVI CBA. Salvador. BA. 2006. 1 CD.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: Planejamento e Métodos**. Tradução Daniel Grassi. 3ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICE A – TERMO DE CONCORDÂNCIA DA DIREÇÃO DA INSTITUIÇÃO DE ENSINO

Ao Reitor(a) da Universidade do Estado do Amapá-UEAP

Eu, Jefferson Ferreira Mesquita, aluno regularmente matriculado no Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES de Lajeado, RS, venho solicitar a autorização para coletar dados nesta universidade, para a realização de minha pesquisa de Mestrado, intitulada: MODELAGEM MATEMÁTICA E CÁLCULO NUMÉRICO: PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E ENGENHARIA QUÍMICA, tendo como objetivo geral: analisar as implicações do desenvolvimento de atividades, utilizando Modelagem Matemática, nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Numérico a um grupo de acadêmicos da Engenharia de Produção e Engenharia Química da UEAP

Afirmo ainda, que a coleta de dados será realizada por meio de observações, questionários e filmagens junto a acadêmicos da Engenharia Química e da Engenharia de Produção desta instituição.

Desde já, agradeço a disponibilização, visto que a pesquisa pretende contribuir para o desenvolvimento do ensino de Cálculo Numérico nos cursos de Engenharia.

Pelo presente termo de concordância declaro que autorizo a realização da pesquisa prevista na Universidade do Estado do Amapá-UEAP

Data_____/____/_____

____

Reitor da UEAP

____

Jefferson Ferreira Mesquita

Mestrando em Ensino de Ciências Exatas – UNIVATES

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

Com o intuito de alcançar o objetivo proposto para a investigação intitulada "MODELAGEM MATEMÁTICA E CÁLCULO NUMÉRICO: PROPOSTA PEDAGÓGICA PARA CURSOS DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E ENGENHARIA QUÍMICA" que será desenvolvida na Universidade do Estado do Amapá-UEAP, venho por meio deste documento convidar-lhe a participar desta pesquisa. O referido trabalho faz parte da dissertação de mestrado desenvolvida no programa de Pós Graduação *Stricto Sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, tendo como orientadora a professora Marli Teresinha Quartieri.

Deste modo, no caso de concordância em participar desta pesquisa, ficará ciente de que a partir da presente data:

- os direitos das questões respondidas (questionários) e realizadas pelo pesquisador, os resultados decorrentes das atividades efetivadas em sala de aula, serão utilizados integral ou parcialmente, sem restrições;- estará assegurado o anonimato nos resultados dos dados obtidos, sendo que todos os registros ficarão de posse do pesquisador por cinco anos e após esse período serão extintos. Será garantido também:

- receber a resposta e/ou esclarecimento de qualquer pergunta e dúvida a respeito da pesquisa;

- poderá retirar seu consentimento a qualquer momento, deixando de participar do estudo, sem que isso traga qualquer tipo de prejuízo.

Assim, mediante termo de Consentimento Livre e Esclarecido, declaro que autorizo minha participação nesta pesquisa, por estar esclarecido e não me oferecer nenhum risco de qualquer natureza. Declaro ainda, que as informações fornecidas nesta pesquisa podem ser usadas e divulgadas neste curso Pós-graduação *stricto sensu,* Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário, bem como nos meios científicos, publicações eletrônicas e apresentações profissionais.

____

Participante da pesquisa

____

Pesquisador: Jefferson Ferreira Mesquita
jeffersonmesquita@oi.com.br

Macapá-AP ___ de ___de 2014

APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO

Engenharia:___________________________

1) Qual o seu interesse pelos assuntos contemplados pela ementa do seu curso de engenharia?

(   ) interessado   (   ) Pouco interessado   (   ) Desinteressado

2) Qual(is) sua(s) maior(es) dificuldade(s) em cálculo diferencial?

3) Quais os assuntos do dia a dia que você tem interesse e que estão relacionados com o seu curso de engenharia?

APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

1ª) Como você avalia o modelo matemático criado por você?

2ª) Quanto as etapas de desenvolvimento do seu modelo matemático, descreva-o.

3ª) Quais os pontos positivos e os negativos durante o desenvolvimento da atividade?

4ª) Quais os assuntos de cálculo numérico podem se relacionar com o seu modelo matemático?

5ª) Qual a sua opinião concernente ao uso da modelagem matemática nas aulas de cálculo numérico?