

**Modellierung, Simulation und Entwurf
biomimetischer Roboter
basierend auf apedaler undulatorischer Lokomotion**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
DOKTORINGENIEUR (Dr.-Ing.)

vorgelegt an der Fakultät für Maschinenbau
der Technischen Universität Ilmenau

von

Dipl.-Ing. Jianjun Huang
geboren am 01.08.1966
in Hulin / Heilongjiang / China

Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. K. Zimmermann
TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau
Fachgebiet Technische Mechanik

Univ.-Prof. Dr.rer.nat. habil. J. Steigenberger
TU Ilmenau, Fakultät für Mathematik und
Naturwissenschaften, Institut für Mathematik

Prof. Dr.-Ing. D. Riemer
Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig
Fachbereich Maschinen- und Energietechnik

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meines Promotionsstudiums im Fachgebiet Technische Mechanik an der Fakultät Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau.

Dem Betreuer dieser Arbeit, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. K. Zimmermann, der durch seine vierjährige allseitige Unterstützung diese Arbeit ermöglicht hat, gilt mein besonderer Dank. Ebenfalls danke ich Herrn Prof. Dr.rer.nat. habil. J. Steigenberger für die gemeinsam mit Prof. Zimmermann formulierte Ausgangsidee zu dieser Arbeit und seine überaus zahlreichen begleitenden Hinweise während der Themenbearbeitung, sowie die Begutachtung der Arbeit.

Mein Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. Frank Weise für die kooperative Zusammenarbeit, vor allem aber für die freundliche Erlaubnis, einen Teil der gemeinsam erzielten Ergebnisse und Weiterentwicklungen von Prototypen in dieser Arbeit darstellen zu dürfen.

Ein herzlicher Dank gilt den Kolleginnen und Kollegen des Innovationskollegs „Bewegungssysteme“, die durch vielfältige wissenschaftliche und technische Unterstützung zu dieser Arbeit beigetragen haben. Ich möchte mich besonders bei Herrn Dipl.-Ing. P. Walkling für die wesentliche Hilfe bei der Konstruktion und dem Aufbau der Prototypen, bei Herrn Prof. Dr.-Ing. D. Riemer für die angebotenen Ergebnisse über den Shape-Memory-Wurm und die Übernahme eines Gutachtens, bei Herrn Dipl.-Ing. E. Gerlach für die Hilfe bei der Einarbeitung in die Software Alaska, bei Herrn Dr.-Ing. J. Grabow und Herrn Dipl.-Ing. A. Schneider für die Unterstützung bei den Messungen, bei Herrn BEng, AMIMechE J. Dietrich für die Hilfe bei der englischen Zusammenfassung, bei Frau Dipl.-Ing. S. Grabow für die Fotoarbeiten und bei Frau Dipl.-Ing. H. Sachse für die Hilfe bei der Erstellung der Konstruktionsunterlagen herzlich bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. G. Bögelsack danke ich für die fruchtbaren Diskussionen. Ferner möchte ich Herrn Dipl.-Betriebswirt W. Kempf, Frau G. Türpe und Herrn Dr. rer. nat. C. Schilling für die Hilfe bei der inhaltlichen Gestaltung und sprachlichen Abfassung der Arbeit und für viele wertvolle Anregungen danken.

Weiterhin gilt mein Dank dem Land Thüringen und der Vergabekommission der Landesgraduiertenförderung an der TU Ilmenau für die dreijährige finanzielle Unterstützung.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau und meinem Sohn für ihre Geduld und Unterstützung in der Zeit meiner Promotion.

Ilmenau, im Oktober 2002

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Einleitung | 1 |
| 2 Aufgaben und Ziele der Arbeit | 4 |
| 3 Stand der Technik und Forschung | 5 |
| 3.1 Biomechatronik | 5 |
| 3.2 Forschungsschwerpunkt – biologische apedale Bewegungsprinzipien | 6 |
| 3.2.1 Vor- und Nachteile wurmartiger Bewegungssysteme | 6 |
| 3.2.2 Anwendungen von wurmartigen Bewegungssystemen | 8 |
| 3.3 Forschungsstand zu Bewegungssystemen | 10 |
| 4 Theoretische Untersuchungen | 18 |
| 4.1 Bewegungssysteme | 18 |
| 4.2 Modellbildung – Mehrkörpersystem (MKS) | 19 |
| 4.3 Phänomene bei der Fortbewegung | 21 |
| 4.3.1 Reibung | 21 |
| 4.3.2 Nichtlinearität | 23 |
| 4.3.3 Periodischer Antrieb | 23 |
| 4.3.4 Anholonomie | 25 |
| 4.3.5 Stabilität | 26 |
| 4.4 Die peristaltische Lokomotion des Regenwurms | 26 |
| 4.5 Mehrkörpersystem-Modell für wurmartige Fortbewegung | 28 |
| 4.5.1 Die Arbeiten von MILLER und STEIGENBERGER | 28 |
| 4.5.2 Modell mit zwei Massenpunkten | 30 |
| 4.5.3 Modelle mit dem Freiheitsgrad grösser zwei | 31 |
| 4.6 Analyse der Mehrkörpersystem-Modelle und Optimierung der Systemparameter | 36 |
| 4.7 Formulierung optimaler Ansteuerungen („gaits“) | 46 |
| 4.7.1 Diskussion der bang-bang Steuerung | 48 |
| 4.7.2 Steuerung der Federlängenänderung nach harmonischen Funktionen | 58 |
| 4.8 Unwuchtmodell | 60 |
| 5 Computergestützte Simulation | 64 |
| 5.1 Die Simulationswerkzeuge | 64 |

| | |
|--|------------|
| 5.2 Wurmartige Systeme mit Antrieb über Federlängenänderung und SMA-Elementen | 65 |
| 5.2.1 Modell mit dem Freiheitsgrad zwei | 65 |
| 5.2.2 Modell mit dem Freiheitsgrad grösser zwei | 66 |
| 5.2.3 Simulation von Wurmrobotern mit SMA-Elementen als Antrieb | 68 |
| 5.3 Simulation von wurmartigen Bewegungssystemen mit Unwucht-Antrieb | 72 |
| 5.3.1 Simulation eines idealisierten Modells | 72 |
| 5.3.2 Dynamik-Simulation des Prototyps I | 73 |
| 5.3.3 Dynamik-Simulation des Prototyps II | 76 |
| 6 Konstruktiver Entwurf, technische Realisierung und experimentelle Untersuchungen der Prototypen | 80 |
| 6.1 Prototyp I | 80 |
| 6.1.1 Prinzipentwurf | 80 |
| 6.1.2 Konstruktive Gestaltung | 83 |
| 6.2 Prototyp II | 89 |
| 6.3 Experimentelle Untersuchung | 91 |
| 6.3.1 Untersuchungen am Prototyp I | 91 |
| 6.3.1.1 Parameterbestimmung | 91 |
| 6.3.1.2 Messung der Winkelgeschwindigkeit und der Beschleunigung | 93 |
| 6.3.1.3 Vergleich zwischen experimentellem Ergebnis und Simulationsrechnung | 94 |
| 6.3.2 Untersuchungen am Prototyp II | 95 |
| 6.3.2.1 Messung der Winkelgeschwindigkeit und der Beschleunigung | 95 |
| 6.3.2.2 Die Berechnung der Trägheitsmomente des Unwuchtrades | 96 |
| 6.3.2.3 Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse | 98 |
| 6.4 Prototyp III | 99 |
| 6.4.1 Konzeptidee [Weise02] | 99 |
| 6.4.2 Piezoaktuator | 101 |
| 6.4.3 Reibkörper-Entwicklung | 101 |
| 6.4.4 Übertragungsglied zur Stellwegvergrößerung | 102 |
| 6.5 Dimensionierung und experimentelle Untersuchungen am Prototyp III | 104 |
| 7 Zusammenfassung und Ausblick | 107 |
| 8 Literaturverzeichnis | 109 |
| Anhang | 118 |

Formelzeichen

| | |
|---|---|
| μ_R | Reibungskoeffizient |
| $\mu_{rück}, \mu_{vor}$ | Reibungskoeffizienten |
| $\vec{\Psi}(t, \tau)$ | „schnelle“ Komponente des Vektors der verallgemeinerten Koordinaten |
| λ, λ_{ij} | Federlänge |
| λ_0, λ_{ij0} | Originallänge der Federn |
| $\varepsilon, \varepsilon_{ij}, \varepsilon_0, \varepsilon_{ij0}$ | Eine kleine Länge |
| ω | Eigenkreisfrequenz |
| δ | Abklingkoeffizient |
| ρ_B, ρ_S | Dichte (Blei, Stahl) |
| $\tau, \tau_{ija}, \tau_{ijb}$ | Schaltzeiten für bang-bang Steuerung |
| φ, θ | Winkel |
| c, c_{ij} | Federsteifigkeit |
| c_{Boden} | Steifigkeit der Bodenfeder |
| D_{Dreh} | Reibungskoeffizient bei Drehbewegung |
| \vec{F}_{Coul} | Reibungskraft nach COULOMB |
| $f_i(t)$ | Kraft auf die Masse i |
| F_{Kij}, F_{Eij} | Antriebskraft bei Kontraktion, Extension |
| F_{max} | maximale Kraft (SMA-Aktor) |
| \vec{F}_{New} | Reibungskraft nach NEWTON |
| F_{Ri} | Reibungskraft auf Körper i |
| \vec{F}_{Sto} | Reibungskraft nach STOKES |
| h | Koeffizient |
| J | Trägheitsmoment |
| J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} | Trägheitsmomente der Zahnräder |
| k, k_i, k_{ij} | Dämpfungskonstanten |

| | |
|------------------|---|
| k_N | Dämpfungskonstante bei NEWTONscher Reibung |
| k_{St} | Dämpfungskonstante bei STOKESscher Reibung |
| m, m_i | Masse, Masse des Massenpunktes i |
| M_0, M_{motor} | Motormoment |
| m_a | Unwuchtmasse |
| mg_l, mg_f | Gleitreibungskoeffizient, Haftreibungskoeffizient (Alaska-Script) |
| M_s | Moment infolge der Schwerkraft |
| \vec{N} | Normalkraft |
| $q(t)$ | Periodische Funktionen („shape“-variable) |
| R | Kurbellänge |
| R_1, R_2 | Lösungen der charakteristischen Gleichung |
| r_i | Reaktionskraft auf den Massenpunkt i |
| s_x, s_y, s_z | Koordinaten des Schwerpunkts |
| t | Zeit |
| T | Periodendauer |
| t_{ij} | Zeitpunkt |
| \vec{v}, v | Geschwindigkeit |
| v_{i0} | Anfangsgeschwindigkeit des Massenpunktes i |
| x, x_i | Koordinaten, Koordinaten des Massenpunktes i |
| \bar{X} | Verschiebung des Bewegungssystems |
| $\vec{X}(t)$ | „langsame“ Komponente des Vektors der verallgemeinerten Koordinaten |
| x_{i0} | Anfangskoordinaten des Massenpunktes i |
| \bar{X}_{ij} | Massenmittelpunktkoordinaten zwischen den Massenpunkten i und j |
| x_{un} | Koordinate |

1 Einleitung

In der aktuellen und der zukünftigen Entwicklung der Technik spielt die Bionik eine immer bedeutendere Rolle. Die hauptsächlichste Aufgabe der Bionik ist die Übertragung von Problemlösungen der Natur in den Bereich der Technik, um die in Jahrmillionen entwickelten und optimierten „Erfindung der Natur“ zu nutzen [Zwe96]. Das bekannteste Beispiel sind sicherlich die Beobachtungen Leonardo da Vincis zum Vogelflug und seine daraus entstandenen Flugapparate. Gegenwärtig zählt die Robotik zu den wesentlichen Gebieten der Umsetzung bionischer Ansätze.

Die Robotik ist ein sehr umfangreiches und interdisziplinäres Wissensgebiet, das sich mit dem technologischen Fortschritt seiner vielen Teildisziplinen, wie z.B. Optik, Elektronik, Sensortechnik, Materialtechnik, Mikromechanik, Steuerungstechnik, immer weiter entwickelt.

Besonders seit den 90er Jahren treibt der Fortschritt in den genannten Fachgebieten die rasche Weiterentwicklung der Robotertechnik gerade im Mikro- und Nanobereich voran. So ist die Mikrorobotertechnik entstanden. Darüber hinaus sind Serviceroboter ein neues, stark wachsendes Einsatzgebiet in der Technik. Eines der wesentlichsten Merkmale der zukünftigen Robotertechnik wird die notwendige Mobilität sein. Aus diesem Grund ist die Forschung an Bewegungssystemen als Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Robotik zu bezeichnen.

Für Bewegungssysteme als einem elementaren Teilsystem mobiler Robotersysteme kann eine Klassifizierung wie folgt vorgenommen werden: rollende Bewegung (wheeled locomotion); laufende Bewegung (legged locomotion); Kriechbewegung oder schlangenartige Bewegung; Flug- und Schwimmbewegung. Jede dieser Bewegungsformen besitzt einerseits Vorteile in den entsprechenden Einsatzgebieten, andererseits sind Beschränkungen in ungeeigneter Umgebung nicht zu vermeiden. Bewegungssysteme auf der Basis der rollenden Bewegung sind in der Robotertechnik weit verbreitet und schon recht ausgereift. Doch gegenwärtig dominieren bei der Entwicklung von Bewegungssystemen nach biologischen Vorbildern die Laufmaschinen (Walking Machines). Von bipedalen bis oktopedalen Konstruktionen sind alle möglichen biologischen Vorbilder von Ingenieuren umgesetzt worden. Der Schwerpunkt der Entwicklung für Laufmaschinen hat sich von der Grundlagenforschung bis zu in Serie gefertigten kommerziellen Lösungen verschoben [Zei99].

Neue Anforderungen in Bezug auf die Baugröße werden an mobile Roboter vor allem im Bereich der minimal invasiven Chirurgie gestellt. Besonders das Bewegungsprinzip des Kriechens in der Natur, wie z.B. die Serpensation (bei Schlangen) und die Peristaltik

(bei Regenwürmern), bei dem der Bewegungsquerschnitt sehr klein bleibt, bieten die Möglichkeit, neue technische Probleme zu lösen. Deshalb wurde die apedale Lokomotion, hier besonders die schlangenartige und regenwurmartige Fortbewegung, als Gegenstand für die Forschung in der Mikrorobotertechnik ausgewählt.

Der Forschung auf dem Gebiet der Mikrorobotik wird eine immer grössere Aufmerksamkeit gewidmet. Ein wesentlicher Grund besteht dabei in den potentiell sehr grossen Aussichten für den zukünftigen Einsatz in der Industrie und in der Medizin. Dies betrifft besonders:

- a) die industrielle Mikromontage, die Erzeugung sowie die Präzisionsjustage von extrem kleinen Bauelementen;
- b) die innere Untersuchung menschlicher Körper, die minimal invasive Chirurgie, bis hin zu der direkten Manipulation biologischer Zellen in der Medizin;
- c) die Inspektion, Erhaltung und Reparatur von Rohrleitungen, Antrieben und Generatoren, die für Menschen nur schwer oder gar nicht erreichbar sind, wie z.B. in Atomkraftwerken, in Flugzeugen und in Raumtransportern;
- d) die Erkundung von unbekanntem und für Menschen gefährliche Umgebungen; [Sieg95], [Dow97], [Fati97].

Für die Mikrorobotertechnik sind Bewegungssysteme in ihren klassischen Formen, wie z.B. *wheeled* und *legged locomotion* weniger geeignet, da ihre zukünftigen Einsatzumgebungen bezüglich Terrain, Viskosität und eingeschränktem Raum gekennzeichnet sind und damit den Einsatz einschränken. Sicher ist, dass das biologisch apedale Bewegungsprinzip eine grosse Rolle bei der Entwicklung der Bewegungssysteme von Mikrorobotern spielen wird, auch weil die höhere Stabilität dieser Bewegungsart gegenüber der pedalen Bewegung ein wesentlicher Vorzug ist.

Für die Erforschung des biologischen apedalen Bewegungsprinzips seien die Schlange und der Regenwurm als zwei exemplarische Vertreter angenommen. Erstmals wurden in Japan seit 1972 die Bewegungen von Schlangen ingenieurseitig erforscht und in technischen Gebilden umgesetzt [Hir93]. Seitdem sind weltweit viele solcher schlangenartigen Prototypen gebaut und erforscht worden. Im Vergleich zur Schlange ist die Bewegung des Regenwurms einfacher. Mit Hilfe seiner Körperborsten bewegt er sich durch Kontraktionswellen verhältnismässig rasch fort. Seine Bewegungen erscheinen einfacher, effektiver und leichter realisierbar. Unter anderem deshalb konzentriert sich das Interesse von Ingenieuren immer mehr auch auf diese Bewegungsform. Auch die vorgelegte Arbeit ordnet sich in die Untersuchung des apedalen Bewegungsprinzips vorrangig mit dem Regenwurm als Vorbild ein.

Da für Bewegungssysteme nach dem Prinzip des Regenwurms die Wirkung von mechanischen Körperborsten berücksichtigt werden muss, deren Wirkung in der analytischen Mechanik über unilaterale differentiale Zwangsbedingungen ausgedrückt wird, ist dieses Bewegungssystem ein nichtholonomes mechanisches System [Ste99a].

In der Zusammenfassung haben die Mehrzahl der Bewegungssysteme nach biologischem Vorbild die folgenden wesentlichen Merkmale:

- die Bewegungsmöglichkeiten der Systeme sind durch nichtholonome Zwangsbedingungen eingeschränkt
- die Fortbewegung des ganzen Systems wird durch innere Schwingungen erzeugt.

Zur Zeit werden theoretische Forschungen sowie entsprechende Experimente auf dem Gebiet mehrsegmentaler schlangenartiger Bewegungssysteme, hyperredundanter Bewegungssysteme und Manipulatoren sowie Gangarten (engl. gait) an zahlreichen Forschungseinrichtungen durchgeführt. Weitere Untersuchungen, z.B. im applikativen Bereich zur praktischen Anwendung von Mikrobewegungssystemen im Bereich der minimal-invasiven Chirurgie werden gleichfalls forciert betrieben.

2 Aufgaben und Ziele der Arbeit

Ziel der Promotionsarbeit ist es, theoretische und experimentelle Untersuchungen an wurmartigen Bewegungssystemen vorzunehmen und Designvorschläge für die technische Realisierung biomimetischer Lokomotionssysteme zu erarbeiten. Schwerpunkte der Untersuchungen bilden der Aufbau eines mathematischen Modells, basierend auf einem Starrkörpersystem und die Dynamiksimulation mit analytischen Verfahren und computergestützten Methoden mit den Softwarepaketen *Mathematica* und *ALASKA*. Des Weiteren sollen Funktionsmodelle mit unterschiedlichen Dimensionen und Antriebsstrukturen konstruiert und aufgebaut werden. Die Arbeit ist folgendermassen gegliedert:

- Untersuchungen zum Einsatz apedaler Lokomotionssysteme in der Technik
 - Klassifizierung von Bewegungsformen
 - Zusammenfassung des Standes der Forschungen an wurmartigen Bewegungssystemen
- Aufbau mathematischer Modelle für wurmartige Bewegungssysteme
 - Untersuchung der besonderen Formen der Zwangsbedingungen
 - Analyse und Realisierung der nichtsymmetrischen Reibung
 - Analytische Untersuchungen an Starrkörpermodellen
 - Suche nach der optimalen „Gangart“ (*gait*) für die Generierung der Bewegung
 - Erstellung von ALASKA – Modellen und Simulationen
- Praktische Realisierung eines mobilen Systems
 - Untersuchungen zu Einsatzmöglichkeiten verschiedener Aktuatoren
 - Konstruktion mit Hilfe der Simulation (Virtuelles Prototyping)
 - Aufbau von Funktionsmodellen bzw. Prototypen
 - Durchführung von Experimenten und Messungen.

3 Stand der Technik und Forschung

3.1 Biomechatronik

Mit der Entwicklung der Technologie und ihrer Aufspaltung in Teildisziplinen entstanden auch Bezeichnungen für wissenschaftliche Arbeitsgebiete, die durch eine hohe Interdisziplinarität gekennzeichnet sind. Dafür ist das Wissenschaftsgebiet Mechatronik ein Beispiel.

Der Begriff „Mechatronik“ (engl. Mechatronics) ist vor ungefähr 30 Jahren in Japan entstanden und setzt sich aus den beiden Bestandteilen **Mechanik** und **Elektronik** zusammen [Hei98]. Heute beinhaltet sie nicht nur die Mechanik und Elektronik, sondern erfordert auch den Einsatz von Software und Informationstechnik [Hagn01]. Inzwischen hat sich die Mechatronik weltweit durchgesetzt und ist zum Markenzeichen des interdisziplinären Herangehens bei der Entwicklung, Produktion und Vermarktung intelligenter Produkte geworden.

Aus dem Wissen um die Bedeutung des Wortes „**Mechatronik**“ ist der Sinn von „**Bio-mechatronik**“ unschwer abzuleiten. Die Biomechatronik ist eine typisch interdisziplinäre Wissenschaft, die einen Brückenschlag zwischen der Bionik und Mechatronik herstellt. Als Schnittstelle zwischen diesen beiden Disziplinen macht sich die Biomechatronik noch weitere Felder, wie die Biomechanik und Biochemie etc., zunutze.

Ausserdem ist einer der Eckpfeiler für die Entwicklung der Biomechatronik die „Mikrosystemtechnik“. Eine wesentliche Aufgabe der Mikrosystemtechnik ist es, technische Kopien der Natur zu realisieren [Fati97]. Deshalb kann die neue Wissenschaft Biomechatronik auch als das Zusammenspiel von Bionik und Mikrosystemtechnik angesehen werden. Die Biomechatronik betont zwar das Lernen von der Natur, macht aber auch deutlich, das reines Kopieren der Natur sinnlos ist. Das beste Beispiel dafür ist die Radbewegung, die in der Natur gar nicht existiert.

Die Mikrosystemtechnik versteht man zunehmend auch als Mikromechatronik.

Die Miniaturisierung von Strukturen ist eine sehr komplexe Aufgabe, die hohe Anforderungen in unterschiedlichsten Teilgebieten stellt. Aber gerade mikromechatronische Systeme, die in sich mit hoher Genauigkeit Aktuator, Sensor und selbst eine Steuerung integrieren, sind sehr gut für den Einsatz in der Medizin geeignet. Dadurch wird die Mikrobiomechatronik, die eine Integration von biologischen Elementen in mikromechatronische Systeme realisiert, zum wesentlichen Forschungsschwerpunkt in der minimal invasiven Chirurgie [Dario96].

Eine Neuheit ist das Gebiet der Biomechatronik, welches sich mit der Entwicklung von technischen Bewegungssystemen nach biologischem Vorbild beschäftigt. Darin lässt sich auch die vorgelegte Arbeit „Modellierung, Simulation und Entwurf biomimetischer Roboter basierend auf apedaler undulatorischer Lokomotion“ einordnen.

3.2 Forschungsschwerpunkt - biologische apedale Bewegungsprinzipien

Die Entwicklung in jedem Bereich der Technik widerspiegelt die wachsenden Anforderungen des Menschen. Im Zuge des wissenschaftlich-technischen Fortschrittes wird deshalb auch eine starke Weiterentwicklung auf dem Gebiet der Robotik erwartet. Mit einer immer stärkeren Automatisierung wächst dabei der Bedarf an Mobilität bei Robotern in unterschiedlichen Umgebungen. Bei den aktuell eingesetzten Robotersystemen dominieren die Bewegungsformen mit Rädern und Beinen (Füßen). Aber in speziellen Umgebungen, wie z.B. auf kleinem Raum oder im Gelände etc., sind solche Bewegungsformen oft unbrauchbar.

Die potentiell möglichen Applikationen von Mikrorobotern zur Untersuchung des menschlichen Körpers, im Mikrobereich oder sogar zukünftig im Nanobereich erfordert neue, effektivere Bewegungsformen. Eine diesbezüglich mögliche Fortbewegungsart ist das Kriechen, ähnlich wie beim Regenwurm oder der Schlange. Aus diesem Grund wird dem biologisch apedalen Bewegungsprinzip bzw. der wurmartigen Fortbewegung viel Forschungsinteresse beigemessen.

3.2.1 Vor- und Nachteile wurmartiger Bewegungssysteme

Um die Bedeutung der Erforschung des wurmartigen Bewegungsprinzips für potentielle Anwendungen in der Mikrorobotik zu verdeutlichen, ist eine Analyse der Vor- und Nachteile dieses Systems notwendig.

Zusammenfassend besitzt das wurmartige Fortbewegungssystem die folgenden Vorteile:

- **Stabilität**
Im Vergleich zu Robotern mit Rad- oder Beinbewegungssystemen besitzen Roboter mit wurmartigen Bewegungssystemen eine höhere (statische) Stabilität [Fer95]. Der Energiebedarf des Roboters ist im allgemeinen niedriger als bei den oben genannten Systemen.
- **Fähigkeiten im Gelände**
Bei gleicher Grösse besitzt ein Roboter mit wurmartigem Bewegungssystem bessere Fähigkeiten, sich im Gelände zu bewegen. Bereits erreichte Forschungsergebnisse lassen vermuten, dass der „serpentine robot“ zukünftig Höhenunterschiede überwinden kann, die seine Körperlänge um ein mehrfaches übertreffen [Dow97].

Ausserdem ist das wurmartige Bewegungssystem gut in der Lage, sich in Sandwüsten fortzubewegen, da sein Gewicht über den ganzen Körper verteilt ist.

- Effizienz

Ein wurmartiges Bewegungssystem macht eine Beschleunigung von Rädern oder Gliedern unnötig und benötigt weniger Energie für den Antrieb. Doch die wurmartige Bewegung verursacht eine grössere Reibung. Diese positiven und negativen Faktoren haben zusammen dazu geführt, dass die Effizienz dieser Systeme auf einem vergleichbaren Niveau zu anderen Typen, wie z.B. Laufrobotern [Wal90] steht.

- Grösse

Ein Mikroroboter in Form eines wurmartigen Bewegungssystems kann in einem kleineren Querschnitt als ein Roboter mit einem „wheeled“ oder „legged“ Bewegungssystem aktiv werden. Das ist günstig beim Bewegen in einer Rohrleitung oder in anderen Umgebungen mit kleinem Querschnitt des Operationsgebietes.

- Redundanz

Wenn der Mikroroboter mit wurmartigem Bewegungssystem mehrere gleichartige Aktuatoren oder Teile besitzt, hat das den Charakter einer hohen Redundanz. Einerseits reduziert diese Redundanz die Mobilität des Roboters und erschwert die Steuerung. Andererseits wird dadurch bei Ausfall von Aktuatoren oder Teilen ein Weiterfunktionieren des Gesamtsystems ermöglicht. Das bedeutet, dass diese Redundanz die Zuverlässigkeit des Systems erhöhen kann [Naka91].

- Design

Das wurmartige Bewegungssystem ermöglicht die Realisierung einer geschlossenen Struktur. Diese Eigenschaft ist sehr günstig für Geräte, die in unbekanntem oder gefährlichen Umgebungen eingesetzt werden sollen.

Andererseits sollen auch die Nachteile des wurmartigen Bewegungssystems nicht verschwiegen werden. Diese Nachteile lauten:

- Belastbarkeit

Es ist schwer vorstellbar, mit einem Roboter mit wurmartigem Bewegungssystem grössere Ladungen zu transportieren. Die dabei zwangsläufig entstehende grosse Reibung würde das System ineffektiv machen.

- Freiheitsgrad

Ein Roboter mit wurmartigem Bewegungssystem hat mehrere Aktuatoren und Gelenke bzw. einen hohen Freiheitsgrad. Das verursacht Steuerungsprobleme und kann die Zuverlässigkeit verringern.

- **Thermische Probleme**
Aktuatoren, wie z.B. Formgedächtnisaktoren (engl. shape memory alloys aktuator) oder Piezoaktoren, die besonders bei Mikrorobotern mit wurmartigem Bewegungssystem zum Einsatz kommen, erreichen im Einsatz allgemein eine recht hohe Temperatur und das hat thermische Probleme zur Folge. Dieser Nachteil steht einem Einsatz dieser Mikroroboter in der Medizin entgegen.
- **Geschwindigkeit**
Die Geschwindigkeit eines Systems mit wurmartiger Bewegung ist i.a. relativ niedrig.

3.2.2 Anwendungen von wurmartigen Bewegungssystemen

Obwohl Anwendungen mit wurmartigen Bewegungssystemen erst in der nächsten Zeit an Bedeutung zunehmen werden, lohnt es sich, sie weiter zu untersuchen und zu erforschen. Viele Untersuchungsergebnisse zeigen, dass solche den biologischen Vorbildern, wie z.B. der Schlange oder dem Regenwurm nachempfundenen Systeme folgende potentiellen Einsatzgebiete abdecken können:

- **Expeditionen und Erkundungen**
Bei Expeditionen in unbekannter Umgebung, insbesondere in zerklüftetem Gelände und auf fremden Planetenoberflächen, ist es einem Roboter mit wurmartigem Bewegungssystem möglich, sich dort zu bewegen, wo Erkundungsfahrzeuge mit Radantrieb nicht mehr vorwärts kommen können.

Aus diesem Grund hat die NASA (National Aeronautics & Space Administration, USA) Forschungen auf diesem Gebiet viel Aufmerksamkeit geschenkt [Nasa98a]. Schon 1998 ist ein Vorhaben geplant worden, Roboter bzw. Expeditionsmaschinen mit schlangenartigen bzw. regenwurmartigem Bewegungssystem für die Erkundung anderer Planeten, z.B. des Mars, zu entwickeln.
- **Inspektionen**
Bei der Inspektion von Wasserrohrleitungen [Mora99], Abwasserkanälen [Hertz98a] [Hertz99], Kraftwerken, Generatoren und Maschinen für Atomkraftwerke sowie für Flugzeuge und Raumtransporter könnten diese Systeme eine wesentliche Rolle spielen. Mikroroboter mit wurmartiger Fortbewegung stellen eines der effizientesten Inspektionssysteme dar.
- **Manipulatoren und Greifer**
Durch eine entsprechende Ansteuerung können serpentine Bewegungssysteme mit mehreren Segmenten als Manipulator oder Greifer benutzt werden. Diese Manipulatoren werden auch als „Elephant Trunk Manipulator“ bezeichnet. Insbesondere in der Raumfahrttechnik sollen solche Schlangenroboter für

Reparatur- [Nasa98b] oder Montagearbeiten in der Schwerelosigkeit eingesetzt werden. So könnten sie z.B. dazu genutzt werden, grosse Flächen von Solarkollektoren im Weltraum zusammenzubauen.

- Einsatz in gefährlichen Umgebungen

In gefährlichen Zonen, wie z.B. bei höheren Temperaturen, extremer Strahlung oder in chemisch aggressiven Umgebungen, können Roboter mit wurmartigem Bewegungssystem angewandt werden, da sie mit widerstandsfähigen Aussenhüllen versiegelt werden können.

- Verlegung von Medienleitungen

Mikrorobotern mit wurmartigem Bewegungssystem ist es möglich, Kabel, wie z.B. Telefonleitungen, durch komplizierteste Rohrleitungen zu verlegen.

- Medizin

Das zukünftig wesentlichste Anwendungsgebiet des Mikroroboters mit wurmartigem Bewegungssystem liegt aus heutiger Sicht in der Medizin. In der Vision des Operationssaales der Zukunft werden Operationen mit Hilfe winziger Instrumente durchgeführt, die durch nur wenige Millimeter grosse Schnitte zum Operationsgebiet vordringen können. Grosse Narben könnten der Vergangenheit angehören. Der Vorteil liegt nicht nur im kosmetischen Effekt, sondern vor allem in der kürzeren Heilungsphase für den Patienten, der Entlastung des Operateurs und der Erhöhung der Transparenz medizinischer Eingriffe. Die computergesteuerten Instrumente werden von neuartigen Robotern (Chirurgie-Robotern) geführt, welche der Arzt steuert. Mit Hilfe dieses mechatronischen Operationssaales kann der Chirurg feinfühlig, zielgerichtet und sicher an winzigen Strukturen operieren, um so die Belastungen für den Patienten zu reduzieren. Man kann sich sogar vorstellen, dass in Zukunft solche Mikroroboter die Medikamente oder Wirkmittel direkt zum entscheidenden Organ oder Gewebe im Inneren des Menschen transportieren bzw. krankhafte Zellen vernichten. Das könnte ein Szenarium für die zukünftige minimal-invasive Chirurgie sein. Zur Zeit konzentrieren sich die Forschungen für die Anwendungen des Mikroroboters in der Medizin hauptsächlich auf die Entwicklung von Endoskopen für die minimal-invasive Chirurgie (engl. minimal invasive surgery or endoscopic surgery) [Dario96].

- Sonstige Anwendungsgebiete

Einige Forschungsinstitute arbeiten an Systemen, die mit Hilfe von Mikrorobotern, basierend auf wurmartiger Bewegung, bei Katastrophen nach Überlebenden suchen können, wie z.B. in durch Erdbeben eingestürzten Gebäuden.

3.3 Forschungsstand zu Bewegungssystemen

Es wird immer deutlicher, dass die Natur zwar einen grossen Reichtum an neuen Ideen anbietet und viele Problemlösungen in der Technik inspirieren könnte, jedoch sind diese Prinzipien nicht leicht umzusetzen, weil die Übertragungen der Natur in die Technik wegen des besonderen Charakters lebender Systeme sehr schwer ist. Besonders die Spezifik der biologischen Materialien und die Komplexität des Nervensystems sind in ihrer technischen Umsetzung eine grosse Herausforderung für die Bionik. Es ist jedoch auf Grund des grossen Potentials an Applikationsmöglichkeiten für den Menschen eine interdisziplinäre Aufgabe für Ingenieure und Vertreter der „life sciences“ sich diesen Problemstellungen zu widmen.

Für mobile Roboter haben die Aktuatoren wesentliche Bedeutung. In [Fukuda99] und [Ishi96] werden Aktuatoren folgendermassen klassifiziert: elektrodynamisch; elektromagnetisch; elektrostatisch; magneto-striktiv; hydraulisch; pneumatisch; piezoelektrisch; formgedächtnis basiert; chemo-mechanisch (Polymere in [Brock94]). Jeder Aktuator-Typ besitzt spezielle Eigenschaften in Bezug auf Grösse, Gewicht, Ausgangsleistung, Belastungsfähigkeit, Reaktionsgeschwindigkeit, Energieverbrauch sowie Eignung für bestimmte Einsatzgebiete (Bild 3.1). Ein im Zusammenhang mit der Wurmbewegung linearer Aktuator, der die hohen Anforderungen eines grossen Vorschubs bei möglichst geringem Energiebedarf und thermischer Belastung sowie kleiner Baugrösse realisiert, steht noch nicht zur Verfügung.

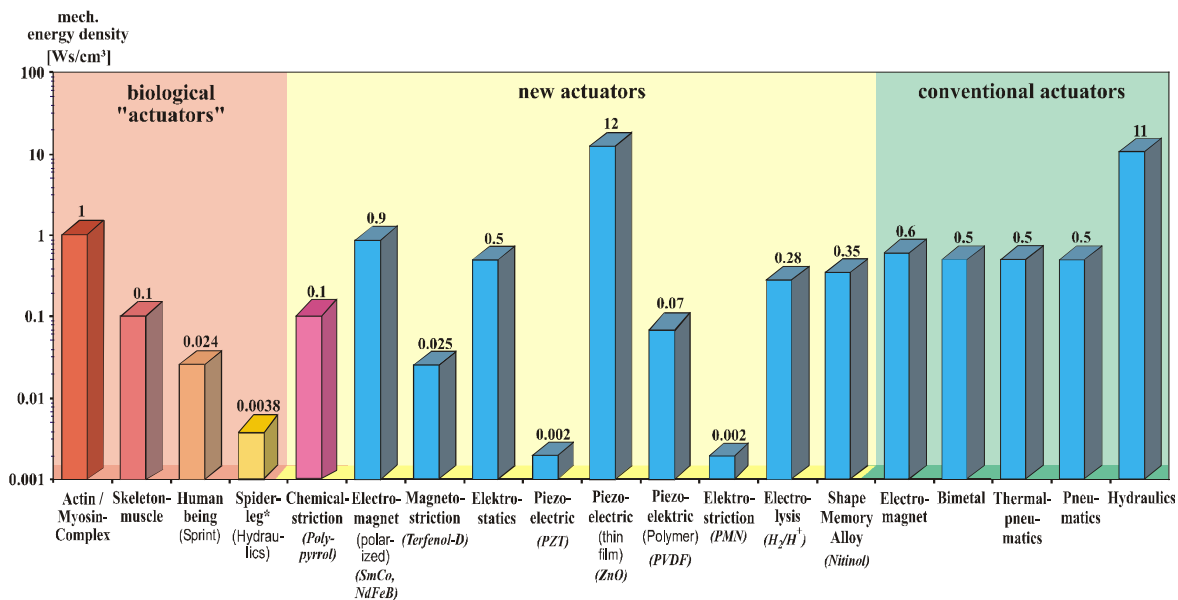


Bild 3.1: Maximale mechanische Energiedichten ausgewählter Aktuator-Prinzipien im Vergleich [Schill99][Riem98b]

Da wurmartige Bewegungssysteme auf unterschiedlichen Gebieten einsetzbar sind, werden diesbezügliche Forschungen durch die unterschiedlichsten Fachkräfte für viele wirtschaftliche Einsatzvorhaben durchgeführt. Zur Zeit werden zwei wesentliche Forschungsgebiete vorangetrieben, die sich mit dem biologischen Vorbild des

wurmartigen Bewegungssystemen beschäftigen. Es geht dabei um das serpentine Bewegungssystem, wie z.B. bei Schlangen, und das peristaltische Bewegungssystem, wie z.B. beim Regenwurm. Dies sind auch die Forschungsrichtungen, in denen unsere Untersuchung im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen wurden.

Nach zahlreichen vorangegangenen Veröffentlichungen, u.a. von Wiedemann [Wied32] und Gans [Gans70] hat Gray [Gray68] die Bewegung der Schlange in vier Bewegungsformen wie folgt zusammengefasst (englisch):

- Serpentine movement (or Lateral undulation), deutsch: laterale Wellenbewegung oder seitliche Schwingung;
- Rectilinear movement, deutsch: geradlinige Bewegung oder lineare Fortbewegung;
- Concertina movement, deutsch: Konzertina- oder auch Ziehharmonika-Bewegung;
- Sidewinding movement, deutsch: seitliche Verwindung.

Die oben erwähnten Bewegungsformen wurden schon in der Vergangenheit als technische Funktionsmuster realisiert. Im Jahre 1972 hat der japanische Professor Hirose erstmals biologisch inspirierte Roboter untersucht und den Aufbau eines schlangenartigen Lokomotionssystems realisiert. Damals nannte Hirose die durch die Gestalt und Lokomotion der Schlange inspirierten Maschinen „Active Cord Mechanism (ACM)“ [Hir93]. Bild 3.2 zeigt ein Funktionsmuster, das aus 20 Gelenken besteht, ungefähr 2 Meter lang ist und sich mit ca. 40 cm/sec. fortbewegen kann. Mit dem ACMIII wurde erstmals eine technische serpentine Bewegung ähnlich der serpentinien Lokomotion der Schlange erfolgreich verwirklicht. Darüber hinaus ist die Entwicklung von Greifern, Manipulatoren, medizinischen Endoskopen und Laufmaschinen auf der Basis des schlangenartigen Lokomotionsprinzips in seinen Arbeiten untersucht worden.

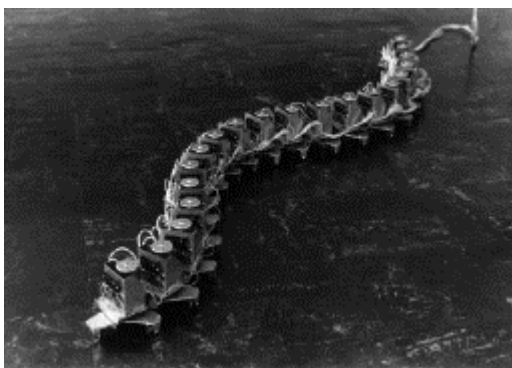


Bild 3.2: Active cord mechanism ACMIII (Hirose, Japan, 1993) [Hir93]

Nach der Arbeit von Hirose wurden die Forschungsarbeiten weiter fortgesetzt. 1993 hat Shan [Shan93] die Bewegungen der Schlange erforscht, eine mechanische Schlange aufgebaut und die Art und Weise der Fortbewegung untersucht. Sein Prototyp besteht aus mehreren Segmenten und kann in Abhängigkeit der Bewegungssituation den

Freiheitsgrad der Segmente steuern. Dadurch wird eine höhere Anpassungsfähigkeit des Systems in verschiedenen Einsatzumgebungen ermöglicht.

Burdick und Chirikjian haben nicht nur die Kinematik [Chir95b] und die seitliche Verwindung [Bur95] der schlangenartigen Bewegungen erforscht, sondern auch Untersuchungen zu hyper-redundanten Manipulatoren auf der Basis des Bewegungsprinzips der Schlangen [Chir95a] und medizinischer Endoskope [Slat95] [Hoeg00] auf der Basis des peristaltischen Prinzips vorgenommen.

Miller [Mil00] hat im Rahmen seiner Arbeiten mehrere Prototypen von „Snake-Robots“ geschaffen, die ihre Steuerung und Batterien selbst transportieren und sich in den zwei Formen „serpentine“ und „sidewinding“ bewegen können. Bild 3.3 zeigt ein funkgesteuertes Funktionsmuster.



Bild 3.3: Schlangenartiger Roboter-Prototyp [Mil00]

Dowling [Dow97] hat in seiner Dissertation die schlangenartige Bewegung ebenfalls aus technischer Sicht ausführlich beschrieben. Er hat dabei die Forschungsergebnisse zusammengefasst, die sich mit Lokomotionsarten, wie z.B. „sidewinding“, „rectilinear locomotion“, „lateral undulation“, und sogar den nichtschlangenartigen Lokomtionsarten, wie z.B. „lateral rolling“, „flapping locomotion“, beschäftigen.

Ostrowski [Ostr95], Murray [Mur94a] u.a. haben die schlangenartige Bewegung aus Sicht des Mechanikers untersucht. Sie verwendeten zur Beschreibung der Bewegung nichtholonomer Systeme differentialgeometrische Begriffe und Methoden und die Lie Algebra [Serre92]. An einem „Snakeboard“ wurden die Möglichkeiten des genannten mathematischen Apparates für die kinematische und dynamische Analyse der Struktur und das Finden geeigneter „gaits“ gezeigt. Aus diesen Arbeiten ist auch eine ingenieurmässige Definition (allgemeiner als von Biologen gebraucht) des Begriffes „undulatory locomotion“ als fundamentales Bewegungsprinzip hervorgegangen [Ostr98]. Das Prinzip der undulatorischen Lokomotion besteht darin, dass die Bewegungen des Gesamtsystems durch die Auskopplung innerer, meist periodischer Gestaltänderung über anholonome Zwangsbedingungen in eine monotone Fortbewegung erfolgt. Aktuelle Arbeiten [Mas99] [Murph01] zeigen, dass die Methoden der Differentialgeometrie sehr geeignet für die Untersuchung der undulatorischen Lokomotion bzw. von „distributed manipulation systems“ sind.

Viele Forschungsinstitute haben inzwischen Projekte begonnen, die sich mit der Untersuchung von Schlangenrobotern beschäftigen. Am „Jet Propulsion Laboratory“ der NASA und am „California Institute of Technology“ wird beispielsweise versucht, einen „serpentine robot“ unter dem Thema „Entwicklung eines kleinen, leichten und sehr geschickten Serpentinroboters zur Sichtkontrolle“ für die Raumfahrttechnik

[Lee94] zu entwickeln. Am Mita Laboratory (Tokyo Institute of Technology) in Japan sind Forschungen zur Bewegung der Schlange [Prau00] durchgeführt worden. Ein radgetriebenes Lokomotionssystem wurde realisiert. Die Schlange wurde im Prototyp mit starren Segmenten aufgebaut und an den Gelenken durch Motoren angetrieben. Die Schlangenbewegung basiert auf nichtholonomen Geschwindigkeitsbedingungen (den sogenannten „Schneidenbedingungen“).

Am GMD-Institut in Bonn/St. Augustin sind ebenfalls Schlangen-Modelle konstruiert worden. Bild 3.4 zeigt als Beispiel ein System von Worst u.a. [Worst98]. Diese GMD-Schlange wurde im Jahr 1996 gebaut, um die Bewegungen von Schlangen so natürlich wie möglich nachzubilden.



Bild 3.4: die GMD-Schlange überquert ein Hindernis [Worst98]

Bild 3.5 zeigt ein Beispiel aus der zweiten Generation der GMD-Schlangen [Linne99] [Strei99], die im Jahr 1998 gebaut wurden. Am Kopf dieser GMD-Snake2 ist eine Kamera angebracht, deren Bilder per Funk auf einen Monitor übertragen werden. Weiterhin besitzt sie Neigungssensoren und Ultraschallsensoren zur Hinderniserkennung. Aus der Erkenntnis heraus, dass viele „Sensorwerte“ in der Natur nicht über das Gehirn, sondern lokal verarbeitet werden, wurde bei diesem Roboter eine verteilte Steuerungstechnik eingesetzt. Mit dem verbesserten Design sind Bewegungen besser und schneller (etwa Faktor zehn im Vergleich zur ersten Generation) realisierbar.



Bild 3.5: GMD-Snake2 [Strei99]

Von Cui u.a. [Cui99] wird ebenfalls ein Prototyp mit schlangenartiger Bewegung aufgebaut und die Theorie der wurmartigen Bewegungsprinzipien untersucht. Für die Inspektion von Rohrleitungen haben Desai u.a. [Desai95] einen autonomen serpentinigen Roboter mit der Bezeichnung „Kaa“ entwickelt und sich hauptsächlich mit der Untersuchung einer effektiven Steuerung beschäftigt. Mihalachi und Munerato [Miha99] [Mune99] aus Frankreich haben einen schlangenartigen, flexiblen Mikroroboter für Rohrinspektionen mit mehreren Gleichstrom-Miniaturmotoren konstruiert. Dieser kann sich nicht nur peristaltisch vorwärts bewegen, sondern auch durch Verbiegung seiner Längsachse. Nilson [Nilson98] aus Schweden erforschte einen kletternden Schlangenroboter, der viele Segmente besitzt und dessen Steuerung in der Lage ist, die für den Aufstieg benötigten Kräfte und Momente zu berechnen.

Obwohl viele der oben erwähnten Funktionsmuster, die aus mehreren Segmenten und Gelenken bestehen, sehr ähnlich wie Schlangen kriechen können, gehören einige dieser nicht den Schlangenrobotern an, da sie nicht mit dem Körper kriechen, sondern sich auf Rädern fortbewegen. Trotzdem können diese Bewegungssysteme sicherlich in speziellen Umgebungen eingesetzt werden, wie z.B. zur Inspektion von Abwasserleitungen [Strei00] [Kla99].

Eine Zusammenfassung von Forschungsergebnissen zur Entwicklung von Schlangenrobotern findet man in [Worst98] und [Dünt02].

Zunehmend werden die durch den Regenwurm inspirierten Wurmroboter an Bedeutung gewinnen, da die Bewegungen des Regenwurms sehr einfach und effektiv zur Geländedurchquerung genutzt werden können. Untersuchungen [Peters86] zeigen, dass der Regenwurm dabei geschickt die Reibung seines Körpers mit dem Boden nutzt. Zusätzliche Bedeutung besitzen dabei die Körperborsten. Die von ihnen aus Sicht der Mechanik erzeugte nichtsymmetrische Reibung inspirierte in Anlehnung an Miller [Mil88] die Entwicklung der in dieser Arbeit untersuchten biomimetischen Lokomotionssysteme. Das regenwurmartige peristaltische Bewegungssystem erscheint für den Einsatz in der Medizintechnik gut geeignet.

Im Innovationskolleg „Bewegungssysteme“ der Universitäten Jena und Ilmenau sind viele Untersuchungen zur Strategie der Bewegungsumsetzung im Tierreich durchgeführt worden. Das Ziel einer nachfolgenden Forschergruppe ist es, eine nachgiebige Sonde zu entwickeln, die es möglich macht, minimal invasive Bandscheibenoperationen durchzuführen. Kunz [Kunz99] [Kunz00] beschrieb die peristaltische Fortbewegung des Regenwurms theoretisch, indem er den Zusammenhang zwischen innerem Flüssigkeitsdruck und der Verformung der äusseren elastischen Membran in einem Regenwurmsegment untersuchte. In Arbeiten von Kunz, Schilling, Keoschkerjan u.a. wird vorgeschlagen, dass sich eine aus Silikon bestehende Sonde nach Vorbild der Wurmlokomotion selbständig im Wirbelkanal fortbewegt und damit einen Arbeitskanal für die zur Operation benötigten Manipulatoren schafft [Kunz99] [Schill00]. Im nachfolgenden Bild 3.6 wird das Lokomotionsprinzip dargestellt.

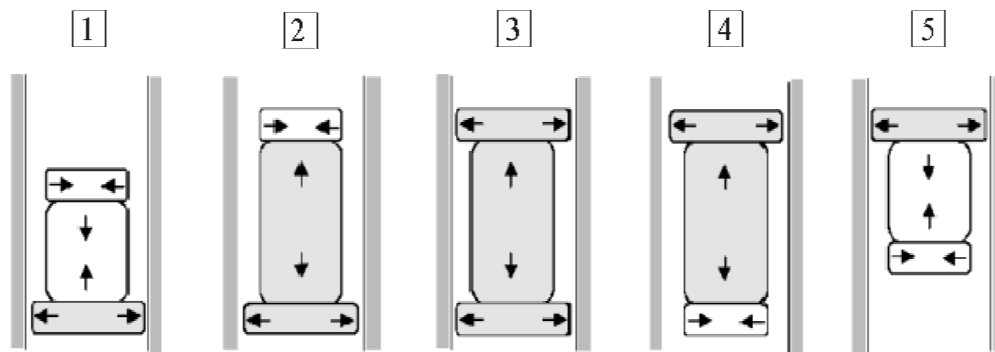


Bild 3.6: Peristaltisches Lokomotionsprinzip (Inch-Worm) [Kunz01]

Apedale Lokomotionssysteme mit Fortbewegung nach dem Peristaltik-Prinzip wurden von Zimmermann [Zim01a] und Lysenko [Zim00] untersucht und aufgebaut (Bild 3.7). Der von Riemeier entwickelte künstliche Wurm mit Formgedächtnisaktoren (Bild 3.8) für die Inspektion von Rohrsystemen nutzt unterschiedliche Haft- und Gleitreibungskräfte zwischen bewegten und ruhenden Elementen des Systems [Riem98c]. Der Formgedächtniseffekt beruht auf einer thermisch induzierten Phasentransformation spezieller Materialien. Formgedächtnismaterialien sind insbesondere für die Erzeugung von kleinen und leichten Antrieben geeignet, die langsame, gleichförmige und lautlose Bewegungen ausführen sollen.

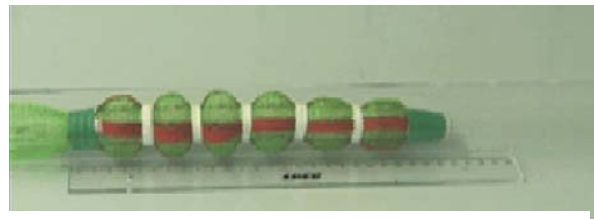


Bild 3.7: Wurm nach dem Peristaltik-Prinzip

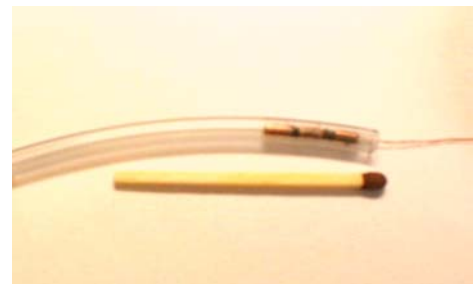
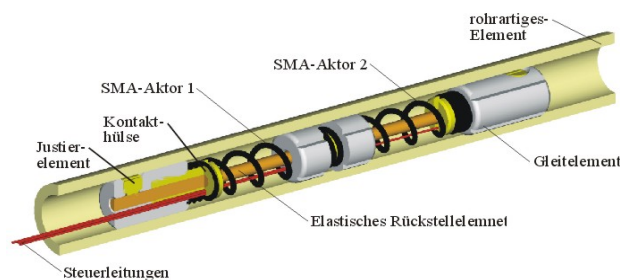


Bild 3.8: Wurmsonde mit SMA-Antrieb (Struktur links, Prototyp rechts)

Es sind viele Versuche durchgeführt worden [Ma99] [Rey96], um durch SMA-Aktuatoren betriebene Systeme aufzubauen. Bild 3.9 zeigt einen Prototyp, der in 2 Ebenen eine Biegeverformung realisiert und sich im zentralen Teil strecken und zusammenziehen kann.

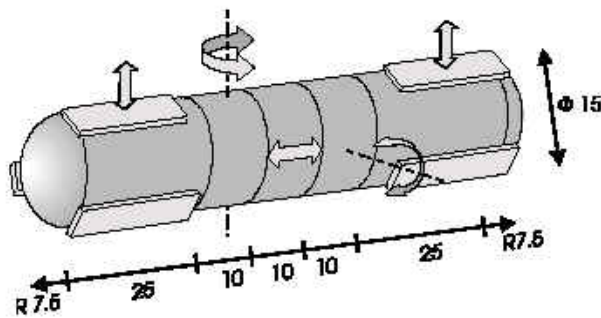


Bild 3.9: Inchwurm-Typ Endoskop [Rey96]

Das thermische Problem ist jedoch der wesentlichste Nachteil des SMA-Aktuators und kann nur schwer ausgeschaltet werden. Auch an anderen Antrieben für Wurmroboter wird gearbeitet. So hat Cheng versucht, einen miniaturisierten Rohrleitungsroboter mit elektromagnetischem Aktuator aufzubauen [Cheng99]. Ein mit fluidischem Antrieb ausgestattetes Inspektionssystem wurde von Shishido u.a. aufgebaut [Shish92]. Fukuda untersuchte einen mit Wasserstoff betriebenen flexiblen mobilen Roboter für die Inspektion von Rohren [Fukuda89].

Zur Zeit ist es das Ziel der Forschungsarbeiten, bei wurmartigen Bewegungssystemen kleine und nachgiebige Endoskope für die minimal-invasive Chirurgie zu entwickeln. Im Bereich der Aktorik dominieren dabei pneumatische Antriebe [Fukada94] [Lyddy87] [Grund97] [Dario99].

Darüber hinaus rücken Forschungsschwerpunkte, wie z.B. die Positionierung und Feinmontage von Mikro- oder Nanomechanismen [Zesch97], der Mikro-Piezo-Motor [Bexell94] und die Präzisionsjustierung [Sieb01] auf Basis des Bewegungsprinzip des Wurms, immer mehr in den Vordergrund.

In den kommenden Jahren wird ein hoher Zuwachs beim Einsatz von Servicerobotern gegenüber Handhabungsautomaten und Industrierobotern erwartet [Hertz98b]. Um selbständig tätig zu sein, müssen Roboter sich in ihrem Umfeld völlig frei bewegen können. So sind Forschungen und Entwicklungen auf dem Gebiet effektiverer Bewegungssysteme inklusive der entsprechenden Steuerungssysteme für mobile Roboter unbedingt erforderlich. Weiterhin werden grosse Erwartungen in einen Chirurgieroboter für die Medizintechnik gesetzt. Sollte dieser minimal-invasive Eingriffe durchführen können, würden gegenüber der klassischen medizinischen Operation folgende Effekte erzielt:

- Senkung von Risiken beim Eingriff;
- Verkürzung der Operationszeit;
- Verringerung der Patientenbelastung;
- Kosteneinsparung;
- Erweiterung des Operationsspektrums;

- Entlastung des Operateurs;
- Erhöhung der Transparenz medizinischer Eingriffe;
- Verbesserung medizinischer Diagnosen und Therapien.

Aus den oben erwähnten Zielen ergeben sich hohe Anforderungen an die Mechanik und die Funktionalität des Roboters, seine Sicherheit und Zuverlässigkeit und die Flexibilität der Steuerung.

Weitere Forschungen sind notwendig, um von bisherigen Prototyp-Lösungen im Labor zu kommerziellen und praktischen Anwendungen von Robotern mit wurmartigen Bewegungssystemen in den voran beschriebenen Bereichen zu kommen.

4 Theoretische Untersuchungen

4.1 Bewegungssysteme

Lokomotion (Fortbewegung) ist in Natur und Technik gleichermaßen ein Erfolgsprinzip. Die Bewegungssysteme spielen sowohl im Tierreich als auch in der Technik eine zentrale Rolle und sind immer wieder Mittelpunkt von Forschungen.

Definition: Als **Lokomotion** bezeichnet man die, durch eine stetige Veränderung der Lage des Massenmittelpunktes gekennzeichnete, Ortsveränderung eines natürlichen bzw. technischen Systems, einschliesslich seiner Kontaktflächen zum umgebenden Medium.

Dabei unterscheidet man Lokomotion an Grenzflächen und in strömungsfähigen Medien. Lokomotion an Grenzflächen ist die Fortbewegung durch sukzessives kraftschlüssiges Aufsetzen von Körperteilen auf den Untergrund und deren vollständiges oder teilweises Lösen bzw. Abheben [Forth76]. Die durch den genannten Zwang bedingten Reaktionen und daraus resultierende Reibkräfte sind verantwortlich für den Vortrieb. Lokomotion in strömungsfähigen Medien ist die freie Ortsveränderung des Systems durch Fliegen und Schwimmen.

Bezugnehmend auf den Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit, wird Lokomotion ausschliesslich im Sinne **aktiver** Lokomotion hervorgerufen durch Bewegung im System selbst, d.h. Automation durch Extremitätenbewegung, Undulation, Flügelschlag etc. verstanden. Bei BÖGELSACK [Bög02] ist dies bereits a priori in der Definition enthalten. **Passive** Lokomotion durch atmosphärische und hydrosphärische Strömungen wird nicht weiter betrachtet.

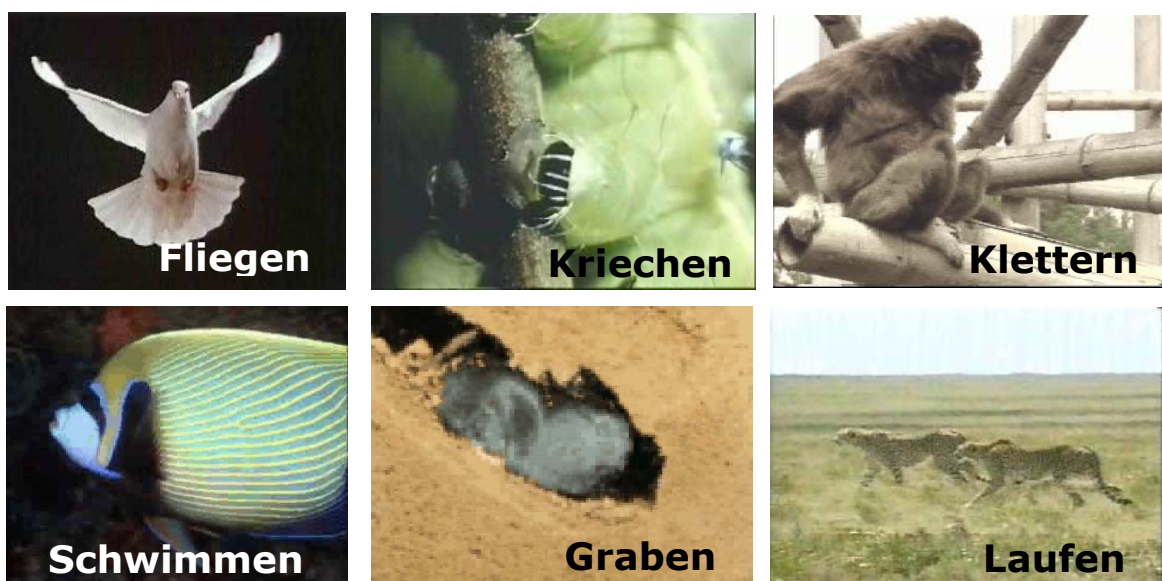


Bild 4.1: Lokomotion im Tierreich

Das Herausarbeiten von Konstruktions- und Funktionsprinzipien natürlicher Bewegungssysteme ist deshalb in der Biologie und der Technik gleichermaßen von grundsätzlichem Interesse. Die modernen Entwicklungen im konstruktiven (Mikrosystemtechnik, Robotertechnik) und im analytischen Bereich (Computer- und Messtechnik) führen bei Ingenieuren und „life scientists“ zu konvergenten Ansätzen. Diese überstreichen einzelne Bauelemente der Bewegungserzeugung, -übertragung aber auch deren komplexes Zusammenwirken im gesamten Bewegungsapparat.

Neben vielen Gemeinsamkeiten gibt es schon in den Grundformen beträchtliche Unterschiede. So dominiert im technischen Bereich mit dem Rollen eine Form der Lokomotion, die in natürlichen Systemen kaum zu finden ist (Bild 4.1, Bild 4.2).

Diese Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede zur Technik haben auch Konsequenzen für die Modellbildung biologischer Systeme, als eine wesentliche Grundlage für das genaue Erkennen und Verstehen der integrierten Funktionsmechanismen in der lebenden Natur.



Bild 4.2: Technische Lokomotion

4.2 Modellbildung – Mehrkörpersystem (MKS)

Im wissenschaftlichen Sprachgebrauch sind Modelle Abbilder, Rekonstruktionen oder Repräsentationen von realen Objekten und Systemen. Das Modell stellt eine Vereinfachung und Abstraktion des Originals dar. Während dem Ingenieur für die Modellberechnung und -auswertung durch immer leistungsfähigere Computertechnik effiziente Werkzeuge zur Verfügung stehen, bleibt der Prozess der Modellfindung die schwierigste Phase bei der Problemlösung. Die Wahl eines geeigneten mechanischen Modells erfordert mathematische und angewandte Kenntnisse, Gefühl für Proportionen und viel Erfahrung. Beschränkung und Mut zur Vereinfachung sind ein Aspekt der Schwierigkeiten bei der Modellbildung. Modelle sind nicht nur Modelle von etwas, sondern auch Modelle für etwas und sind folglich zweckbestimmt.

Die Fragestellung nach allgemeinen Methoden der Modellbildung ist kompliziert und die wissenschaftliche Fundierung und Bewertung von Modellübertragungen sind wenig untersucht.

„Technische Modelle können grundsätzlich nur von der Technik auf die Biologie übertragen werden, aber nicht umgekehrt. Denn man kann der Natur kein technisches Handeln unterstellen. Man kann in der Natur nur soviel an Technik entdecken, wie man vorher in der Theorie verstanden hat“ [Zog91].

Ein Modell, wo man sehr viel ‚Theorie verstanden hat‘, ist das Mehrkörpersystem.

Definition: Das **Mehrkörpersystem (MKS)** ist ein mechanisches Modell, welches aus einer Menge endlich vieler starrer Körper besteht, die untereinander physikalisch und/oder geometrisch gekoppelt sind. Physikalische Kopplung wird durch ein bekanntes Kraftgesetz (z.B. Dämpfer-, Feder-, Gewichtskraft), geometrische Kopplung (z.B. ideale Gelenke, Stellmotore) durch Zwangsbedingungen beschrieben.

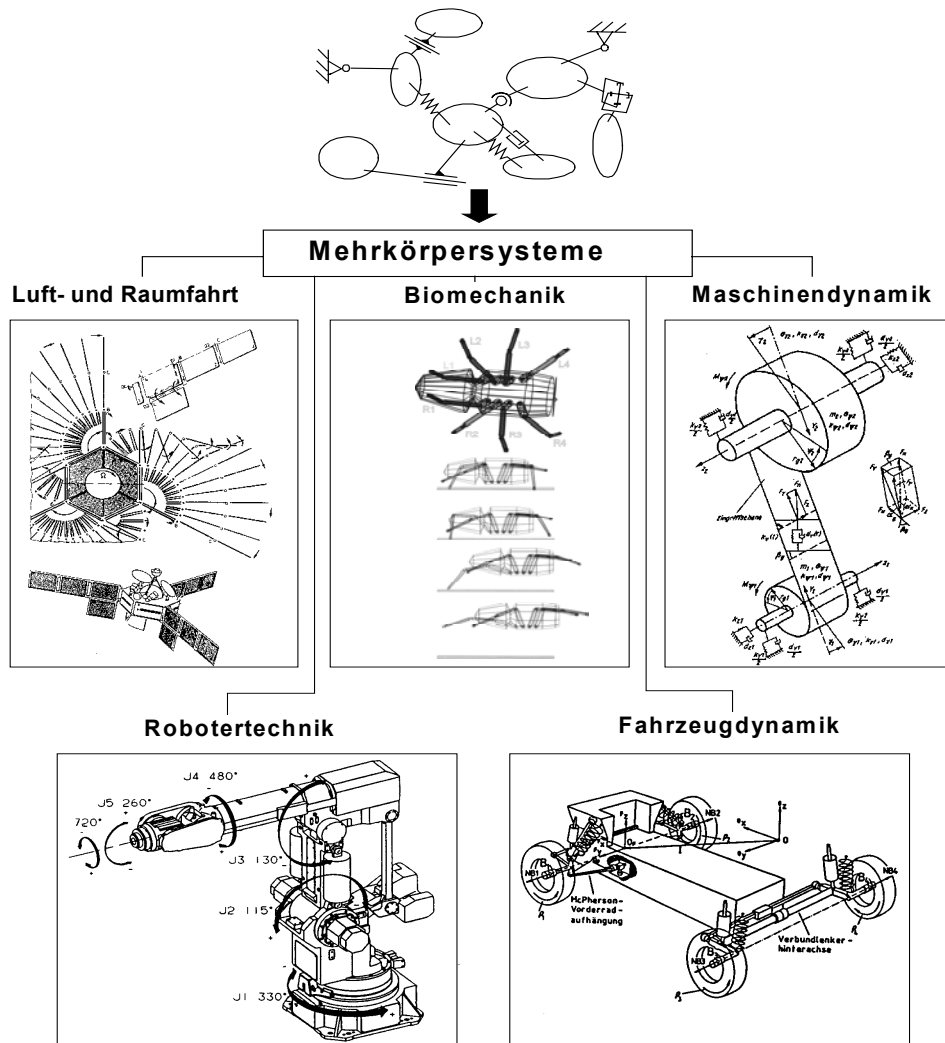


Bild 4.3: Anwendungsgebiete für Mehrkörpersystem-Modelle [Zim96]

Die rasante Entwicklung in der Luft- und Raumfahrttechnik, im Maschinen- und Fahrzeugbau, in der Robotertechnik und der Biomechanik hat zu einer bemerkenswerten Renaissance der Mehrkörperdynamik geführt. Für theoretische Untersuchungen auf den genannten Gebieten hat sich das Mehrkörpersystem (Bild 4.3) als geeignetes Modell erwiesen.

Derartige Systeme starrer Körper untersuchte als erster ein Biomechaniker. FISCHER [Fisch05] stellte um die Jahrhundertwende die Bewegungsgleichungen für die Gehbewegung des menschlichen Körpers mit Hilfe der LAGRANGESchen Gleichungen auf. Stand der Technik heute ist die konsequente Computersimulation der Dynamik von MKS auch für biologische Bewegungssysteme.

Die Untersuchung von Lokomotionsformen ohne Extremitäten (apedale terrestrische Lokomotion, Bild 4.4), wie die Serpensation der Schlangen und die Peristaltik der Würmer sind konstruktionstheoretisch und aus praktischer Ingenieursicht interessant, da bei völliger Nachgiebigkeit des Körpers (hydrostatische Stützung) beachtliche Kräfte auf die Umgebung ausgekoppelt werden.

Mit der völligen Nachgiebigkeit des zu untersuchenden Systems scheint die Wahl des Mehrkörpersystems als Modell ausgeschlossen. Die Begriffe ‚Nachgiebigkeit‘ und ‚Starrkörper‘ schliessen sich zunächst für die gleichzeitige Beschreibung eines Objektes aus. Für die in dieser Arbeit entwickelten Funktionsprinzipien apedaler Lokomotion wird nicht vorrangig die völlige Nachgiebigkeit des biologischen Vorbildes betrachtet, sondern die, für die Fortbewegung erforderlichen nicht-linearen mechanischen Phänomene und die Auskopplung interner Deformationen. Der bionische Ansatz liegt folglich nicht im „Kopieren“ der speziellen nachgiebigen Struktur „Wurm“, sondern im Erkennen mechanischer Wechselwirkungen für die Fortbewegung. Deshalb sollen zunächst einige wesentliche Phänomene im Zusammenhang mit der Fortbewegung allgemein betrachtet werden.

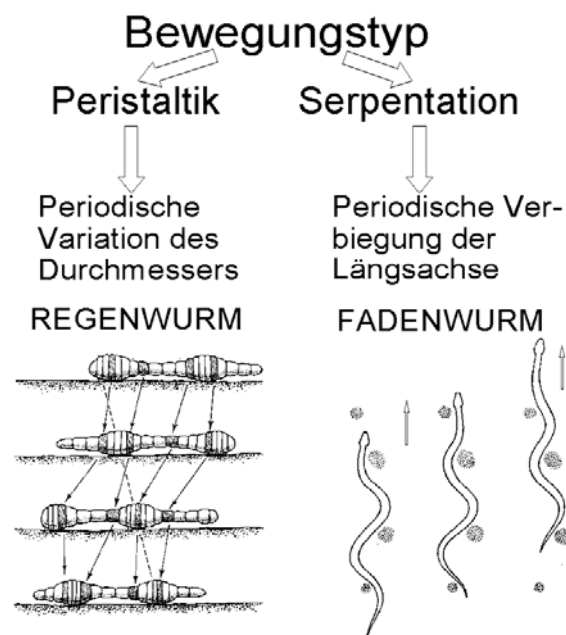


Bild 4.4: Apedale Lokomotion

4.3 Phänomene bei der Fortbewegung

4.3.1 Reibung

Im Zusammenhang mit der Fortbewegung spielt die Reibung eine ambivalente Rolle. Sie führt in der Natur und in der Technik letztlich zum Stillstand jeder Bewegung.

Daher bemühen sich Ingenieure, vereinfacht ausgedrückt, zur Aufrechterhaltung der Bewegung um die Überwindung der Reibung. Auch die Evolution hat bemerkenswerte Lösungen hervorgebracht um die Reibung so gering wie möglich zu halten. Als bekanntes Beispiel sei die, mittlerweile auch technisch genutzte, Schuppenstruktur der Haifischhaut zur Verminderung des Strömungswiderstandes genannt. Gleichzeitig wäre ohne die Existenz von Reibungskräften eine Fortbewegung gar nicht möglich. Nach dem 2. NEWTONschen Axiom (Impulssatz) ist zur Ortsveränderung des Massenmittelpunktes eine äussere Kraft notwendig und dies ist im Falle von Gehen, Kriechen, Rollen etc. die Haftreibung. Die Haftreibung, überwiegend als bewegungsbehindernd betrachtet, kann also ebenso bewegungsfördernd auftreten [Ham65]. Zahlreiche Prototypen künstlicher Würmer basieren auf der gezielten Erzeugung unterschiedlicher Haft- und Gleitreibungskräfte zwischen einzelnen Wurmelementen und der Umgebung.

Für analytische Betrachtungen im Zusammenhang mit Reibungskräften wird üblicherweise nach der synthetischen Methode vorgegangen und die explizite Formulierung der Reibungskräfte nach COULOMB, STOKES und NEWTON benutzt.

$$\vec{F}_{Coul} = -\mu_R |\vec{N}| \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}, \quad \vec{F}_{Sto} = -k_{St} |\vec{v}| \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = -k_{St} \vec{v}, \quad \vec{F}_{New} = -k_N |\vec{v}|^2 \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = -k_N |\vec{v}| \vec{v} \quad (4.1)$$

In Abschnitt 4.4 wird darauf verwiesen, dass für bestimmte Arten der Fortbewegung zusätzlich noch die Forderung nach einer nichtsymmetrischen Reibung hinzukommt.

$$m\ddot{x} + g(x) + f(\dot{x}) = 0, \quad \text{mit } f(\dot{x}) = \begin{cases} m F_+, & \dot{x} > 0 \\ m F_0, & \dot{x} = 0, F_0 \in [-F_-, F_+] \\ -m F_-, & \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

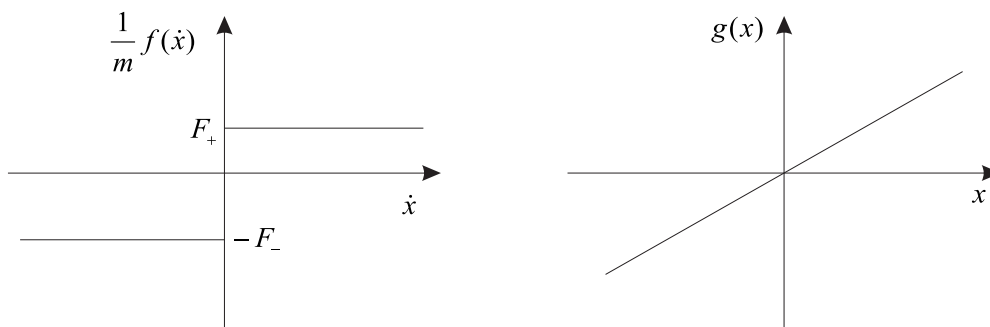


Bild 4.5: Nichtsymmetrische Reibung (links) und lineare Federkraft (rechts) am Beispiel der Bewegung eines Massenpunktes

Im Sonderfall $F_+ = F_- = F$ erhält man die COULOMBsche Reibkraft, welche kompakt in der Form $f(\dot{x}) = m F \cdot \text{sign}(\dot{x})$ geschrieben wird.

4.3.2 Nichtlinearität

Bei der Beschreibung der Dynamik von Bewegungssystemen werden oft lineare Modelle, die am einfachsten und am besten untersucht sind, verwendet. Vom mathematischen Gesichtspunkt her bedeutet eine Anwendung von linearen Modellgleichungen, dass das Superpositionsprinzip gilt, d.h. jede Linearkombination von Lösungen ist wieder eine Lösung der beschreibenden Differentialgleichungen. Damit kann man die qualitativen Eigenschaften der allgemeinen Lösung aus den Teillösungen ablesen. Diese Vorgehensweise ist als FOURIER-Analyse mit harmonischen Funktionen in der Schwingungstechnik das Standardwerkzeug für den Ingenieur.

Lokomotion drückt sich aber mathematisch in monotonen und nicht harmonischen (periodischen) Zeitfunktionen der Massenmittelpunktskoordinaten $x_i(t)$ aus. Dafür sind nichtlineare Effekte in der Wechselwirkung des Systems mit der Umgebung zwingend erforderlich. Das Superpositionsprinzip gilt nicht im Falle von nichtlinearen Modellen, und die Kenntnis über das Verhalten von einem Teil des Bewegungssystems garantiert keine qualitative Beschreibung des Verhaltens des Gesamtsystems.

Eine Ursache für Nichtlinearität in den Modellgleichungen bei Bewegungssystemen kann die Änderung des Charakter der Wechselwirkung im Bewegungssystem selbst bei einer Änderung seines Zustandes (Struktur) sein. Einen Beitrag zur Nichtlinearität können auch eine komplizierte Geometrie oder äussere Einwirkungen leisten.

Eine der „Erscheinungsformen“ der Nichtlinearität ist die Unsymmetrie, wie sie am Beispiel der Reibkräfte unter Punkt 4.3.1 genannt wurde.

4.3.3 Periodischer Antrieb

Die zyklische Wiederholung bestimmter Bewegungsmuster ist ein charakteristisches Kennzeichen fast aller tierischen Lokomotion und auch der menschlichen Gehbewegung. Bei der Beschreibung von Bewegungssystemen kann man eine periodische Komponente finden, welche durch innere Eigenschaften des Systems bzw. durch periodische äussere Einwirkungen bestimmt wird.

Für eine grosse Zahl von Bewegungssystemen ist eine Überlagerung von „schnellen“ periodischen, meist höherfrequenten Schwingungen im Inneren (siehe dazu das Lokomotionssystem mit Piezoantrieb im Abschnitt 6) und ein „langsamer“ Prozess der richtungsbestimmten Zustandsänderung charakteristisch. Die Aufteilung der Prozesse in „langsame“ und „schnelle“ ist bestimmt durch das Verhältnis zwischen der Schwingungsdauer und einem für das gegebene System charakteristischem Zeitintervall, auf dem das Verhalten des Systems betrachtet wird. Für jeden der betrachteten Prozesse kann man entsprechend eine „langsame“ und eine „schnelle“ Zeit τ einführen.

Es sei der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten $\vec{x}(t, \tau)$ des Systems in der Form

$$\bar{x}(t, \tau) = \bar{X}(t) + \bar{\Psi}(t, \tau) \quad (4.3)$$

gegeben. Dabei ist $\bar{X}(t)$ - die „langsame“, und $\bar{\Psi}(t, \tau)$ - die „schnelle“ Komponente des Vektors der verallgemeinerten Koordinaten.

Die Funktion $\bar{\Psi}(t, \tau)$ in Abhängigkeit der „schnellen“ Zeit τ ist periodisch mit der Periode T , wobei man fordert, dass ihr Mittelwert $\langle \bar{\Psi}(t, \tau) \rangle$ in der Periode T gleich Null ist, d.h.

$$\langle \bar{\Psi}(t, \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{\Psi}(t, \tau) d\tau = \vec{0}. \quad (4.4)$$

Die Komponente $\bar{X}(t)$ charakterisiert eine definierte Richtung im Funktionsprozess des Systems. Die Existenz einer solchen Komponente ist verbunden mit dem Teil der „schnellen“ Komponente, deren Mittelwert pro Periode nicht Null ist. Damit dieser Beitrag von Null verschieden wird, ist eine Unsymmetrie der Systemeigenschaften notwendig. Der Charakter des Bewegungssystems in der ersten Halbperiode $\frac{1}{2}T$ muss verschieden sein von den wirkenden Mechanismen in der zweiten Halbperiode $\frac{1}{2}T$. Es ist zu bemerken, dass diese Unterschiede sehr klein innerhalb einer Periode T sein können. Sie führen aber während der gesamten Bewegungsdauer zu dem gewünschten Effekt der Fortbewegung.

Diese Betrachtungen nach BLECHMANN [Blech00] finden ihre Fortsetzung und Verallgemeinerung in den Arbeiten von MURRAY, BURDICK u.a. die mit ihrer verallgemeinernden Definition die undulatorische Lokomotion zu einem grundlegenden Prinzip der Bewegungsgenerierung überhaupt machen [Murr94].

Definition (engl.): Undulatory locomotion is the process of generating net displacements of a robot via coupling internal deformations to an interaction between the robot and its environment.

Die Definition zielt entsprechend dem Forschungsgegenstand des Caltech-Teams in den USA auf biologisch inspirierten Roboter. Der Begriff „Roboter“ kann aber zumindest auf eine sehr grosse Klasse von natürlichen und technischen Bewegungssystemen erweitert werden. Zur Kennzeichnung des Bewegungsprinzips und zur mathematischen Beschreibung der undulatorischen Lokomotion werden die Begriffe „shape variables“ und „group variables“ eingeführt. Während die

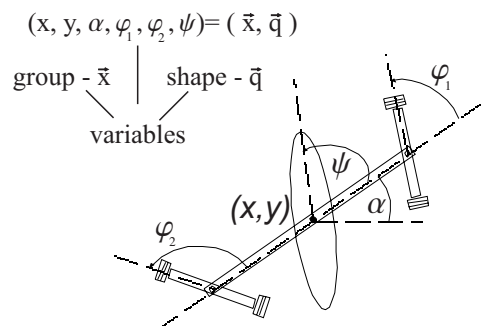


Bild 4.6: Snakeboard

„shape variables“ die internen Deformationen (höherfrequente periodische Bewegungen im Innern) beschreiben, kennzeichnen die „group variables“ Lage und Orientierung des Gesamtsystems im \mathbb{R}^3 . Zur Erläuterung der Zuordnung der Variablen wird das Snakeboard als Beispiel betrachtet (Bild 4.6).

4.3.4 Anholonomie

Der Zusammenhang zwischen den beiden Variablenklassen kann nicht holonom sein, da aus periodischen Funktionen $\vec{q}(t)$ keine monotonen Funktionen $\vec{x}(t)$ gemäss

$$\vec{x}(t) = \vec{f}(\vec{q}(t)) \quad (4.5)$$

folgen können. Im Bild 4.7 ist dies am Beispiel der Lokomotionsform „Gehen“ gezeigt. Für die Beschreibung dieser Bewegungsform werden in Näherung die (periodischen) Beinbewegungen als zwei Pendelbewegungen (Einfach- oder Doppelpendel) angenommen.

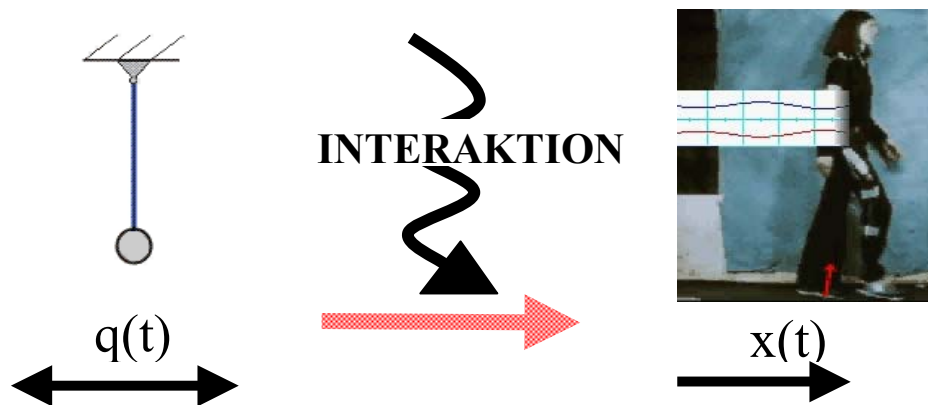


Bild 4.7: Erläuterung des notwendigerweise nicht holomen Zusammenhangs zwischen „shape“ $q(t)$ und „group variables“ $x(t)$ am Beispiel des Gehens

Ein möglicher Zusammenhang könnte die allgemeine Form

$$A(\vec{x}, \vec{q}) \dot{\vec{x}} + B(\vec{x}, \vec{q}) \dot{\vec{q}}(t) + C(\vec{x}, \vec{q}) = \vec{0} \quad (4.6)$$

besitzen und somit eine nichtholonome Zwangsbedingung darstellen.

Anholonome Zwangsbedingungen sind ebenfalls ein verallgemeinerbares Prinzip bei der Fortbewegung einer grossen Klasse von Bewegungssystemen. Es sei noch die, üblicherweise in diesem Zusammenhang zitierte, „no side slip“-Bedingung („Schneidenbedingung“) am rollenden Rad genannt. Diese besagt, dass es keine in Achsrichtung des Rades gerichtete Geschwindigkeitskomponente des Radmittelpunktes gibt.

Grosse Klassen derartiger Systeme sind mit klassischen Methoden der analytischen Mechanik nichtholonome Systeme erfassbar. Zugehörige Steuerungsaufgaben, wie das

Finden von „gaits“ für die optimale Lokomotion werden aktuell weltweit in der Nichtlinearen Kontrolltheorie bearbeitet.

4.3.5 Stabilität

Zur Betrachtung der mechanischen und mathematischen Phänomene im Zusammenhang mit der Fortbewegung ist eine Diskussion der Thematik „Stabilität“ notwendig.

Bei der Entwicklung von Bewegungssystemen für die Lokomotion nach biologischem Vorbild dominieren gegenwärtig die Laufmaschinen. Von bipedalen bis oktopedalen Konstruktionen sind alle biologischen Vorbilder von Ingenieuren umgesetzt worden. Die bekannten Lösungen für "Walking Machines" reichen von Unikaten für die Grundlagenforschung bis zu in Serie gefertigten kommerziellen Lösungen. Für die Laufmaschinen ist die Frage der Sicherung des Gleichgewichtes des Systems von entscheidender Bedeutung. Diese Frage ist mit dem Problem der statischen Stabilität im Falle mehrbeiniger Maschinen bzw. mit dem noch komplexeren Problem der dynamischen Stabilität bei bipedalen Lokomotionssystemen verbunden.

Für die Entwicklung biomimetischer Roboter, die sich wurmartig fortbewegen sollen, existiert das Problem der Gewährleistung des Gleichgewichtes nicht. In diesem Fall versteht man Stabilität der Bewegung im Zusammenhang mit der Systemantwort auf die Einwirkung kleiner Störungen bei einem bestimmten Verhältnis von Eigenfrequenz des Systems und der Frequenz der Störgrößen (z.B. Störkräfte). Für den in dieser Arbeit entwickelten mobilen Roboter wurde das dynamische Verhalten der „langsamen“ Bewegung federgekoppelter Punktmassen unter Einwirkung einer „schnellen“ periodischen Erregerkraft bei nichtsymmetrischer Reibung untersucht [Zim02c]. Die Geschwindigkeit der stationären Bewegung wurde analytisch ermittelt und gleichzeitig gezeigt, dass die Bewegung des Systems bei dieser Geschwindigkeit stabil gegenüber kleinen Störungen ist.

4.4 Die peristaltische Lokomotion des Regenwurms

Das Prinzip der Lokomotion des Regenwurms soll an dieser Stelle kurz beschrieben werden. Bild 4.8 zeigt die wichtigsten Elemente im Bewegungssystem des Regenwurms [Peters86]. Der Regenwurm ist aus vielen kleinen Körperringen, sogenannten Segmenten, aufgebaut. Jedes Segment besitzt acht Borsten. Es können bis zu 200 Segmente einen Wurm bilden. Die Segmente bestehen aus einer zylinderförmigen, nachgiebigen Hülle, die mit Coelomflüssigkeit gefüllt ist. Bezüglich ihrer Funktion der Bewegungserzeugung sind die Segmente gleichartig aufgebaut. Ohne Gliedmassen bewegt der Wurm sich verhältnismässig rasch fort und dringt sogar mühelos ins Erdreich ein. Dabei verkürzt und streckt er periodisch einzelne Körperabschnitte. Auf Grund einer Volumenkonstanz in den Segmenten (kein Austausch von Flüssigkeit untereinander) bedeuten Verkürzung eine Durchmesserergrößerung und Verlängerung eine Durchmesserverringung des einzelnen Segmentes. Im kurzen dicken Zustand hat

sich ein Segment auf ungefähr $\frac{1}{4}$ seiner grössten Länge verkürzt. Der Durchmesser hat sich gleichzeitig verdoppelt.

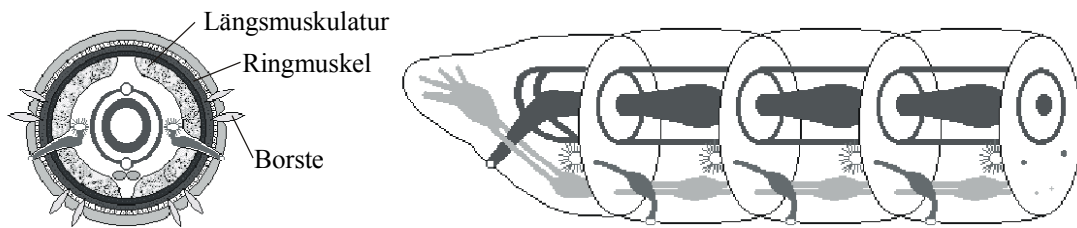


Bild 4.8: Regenwurmquerschnitt (links) und Wurmsegmente (rechts)

Diese wurmartige Bewegung ermöglicht ein zweischichtiger Hautmuskelschlauch, der aus äusseren Ringmuskeln und darunter liegenden Längsmuskeln besteht. Bei der Fortbewegung unterstützen den Wurm die paarweise angeordneten sperrenden Borsten, die in eine definierte Richtung eingestellt werden können und aus Sicht der Mechanik eine nichtleere Reibung zwischen Wurm und umgebendem Medium realisieren. Wenn der Wurm Segmente des Hinterleibs verdickt, klemmt er sich mit diesen zum Beispiel in einer Röhre fest und kann den vorderen Körperteil durch Verlängern und gleichzeitiger Verjüngung nach vorn schieben. Kontrahiert er die Vorderleibssegmente, werden diese fixiert und der verbleibende Körperteil nachgezogen.

Bild 4.9 zeigt eine Bildfolge zur Fortbewegung beim Regenwurm. In einem Regenwurmsegment wird bei Kontraktion eines Muskels aufgrund der Inkompressibilität der Coelomflüssigkeit Druck in alle Raumrichtungen übertragen und so die Streckung der entspannten Muskeln realisiert. Strukturen, bei denen die Kräfte zwischen den antagonistischen Muskelgruppen hydraulisch übertragen werden, bezeichnet man als Hydroskelett. Die bei muskulären Antriebssystemen notwendigen antagonistischen Muskelgruppen sind beim Wurm die Ring- und Längsmuskeln.

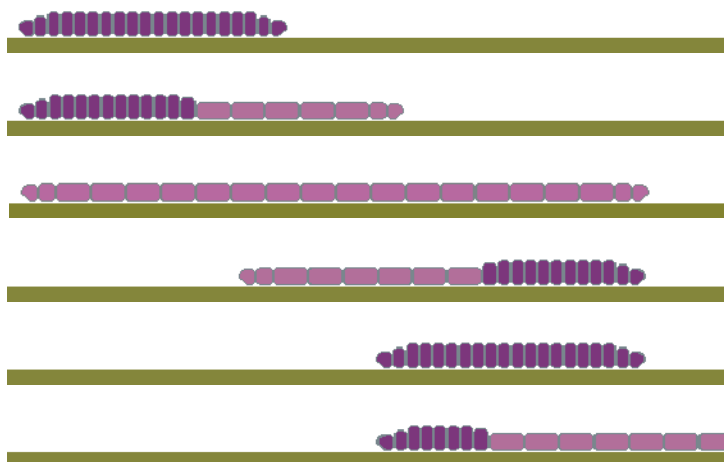


Bild.4.9: Fortbewegung des Regenwurms

Das Fortbewegungsprinzip des Regenwurms kann mit zwei wesentlichen Merkmalen beschrieben werden:

- Das peristaltische Kriechen ist durch Kontraktionswellen, realisiert über Ring- und Längsmuskeln unter Nutzung der Hydroskelett-Eigenschaften, gekennzeichnet.
- Ein Zurückgleiten wird durch die Körperborsten und die Verdickung eines Körperteils verhindert.

4.5 Mehrkörpersystem-Modell für wurmartige Fortbewegung

4.5.1 Die Arbeiten von MILLER und STEIGENBERGER

Für die Realisierung einer möglichst realitätsnahen Computeranimation von Wurbewegungen hat MILLER [Mil88] ein Segmentmodell in Form eines Feder-Masse-Systems (Bild 4.10) mit richtungsabhängiger Reibung vorgeschlagen. Die im Titel der zitierten Arbeit genannte (aber nicht dargestellte) Dynamik derartiger Systeme sind von STEIGENBERGER [Ste99b], einschliesslich ihrer gleichzeitigen Klassifizierung als nichtholonome Systeme mit unilateralen differentiellen Constraints, untersucht und erweitert worden. Die Beschreibungen derartiger Basisstrukturen biometrischer Roboter mit differentialgeometrischen Methoden („geometric phases“, [Kelly95]) ist bekannt.

Computer Graphics, Volume 22, Number 4, August 1988
The Motion Dynamics of Snakes and Worms
 Gavin S. P. Miller

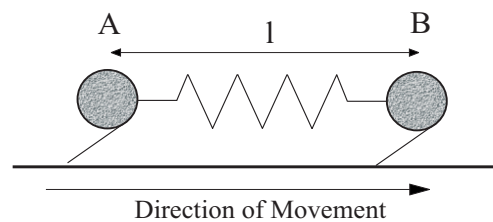


Figure 2. A two mass, one spring worm

Bild 4.10: Ausschnitt aus der Arbeit von MILLER [Mil88]

Die genannte Arbeit [Ste99b] stellt aber auch den Zusammenhang zur Steuerungstheorie her, in dem die Zuordnung des verallgemeinerten MILLERschen Wurm-Modells zu (leicht modifizierten) „hybrid systems of complementary slackness“ aufgezeigt wird [Schaft95]. Und schliesslich findet das universelle Prinzip der Auskopplung innerer (meist periodischer) Bewegungen in eine unidirektionale Bewegung nach BROCKETT eine weitere Zuordnung als „mechanical rectifiers“ [Bro89].

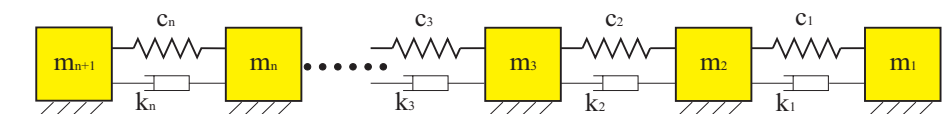


Bild 4.11: Wurm-Modell aus [Ste99b]

Für die Realisierung der nichtsymmetrischen Reibung sind neben Spikes oder Borsten noch andere technische Lösungen in Arbeiten von KOTAY [Kotay96], AOYAMA [Aoyama98], FATIKOV [Fati97] u.a. beschrieben worden.

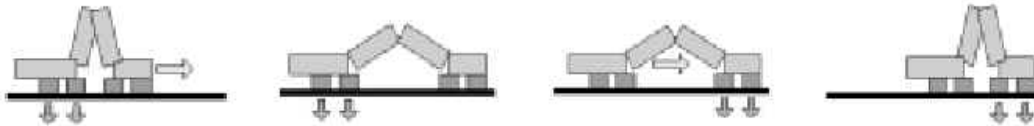


Bild 4.12: Bewegungssystem von KOTAY [Kot96] mit Reibkraftdifferenzen durch den Einsatz von Gleichstrommagneten in den „Füßen“

Neben den ständig an den Kontaktflächen präsenten Borsten wird vom Autor eine konstruktive Lösung vorgeschlagen, bei der Borsteneingriff definiert gesteuert wird.

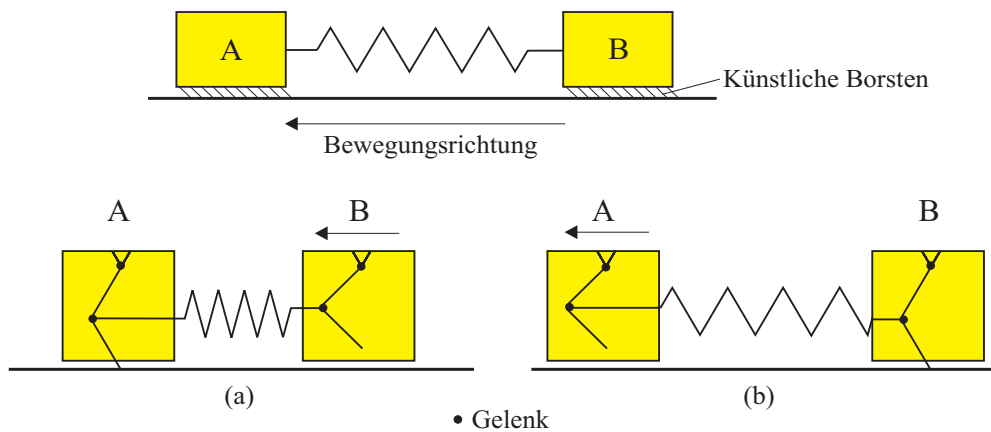


Bild 4.13: Bewegungssystem mit einstellbaren Borsten ((a) Feder (Aktuator) verkürzt sich; (b) Feder (Aktuator) verlängert sich) im Vergleich mit bekannter Lösung

Die Arbeiten von STEIGENBERGER bilden die Ausgangsbasis für die nachfolgend dargestellten theoretischen Untersuchungen im Hinblick auf

- die optimale Wahl der Systemparameter und
- das Finden geeigneter „gaits“ für eine hohe Fortbewegungsgeschwindigkeit.

4.5.2 Modell mit zwei Massenpunkten

Zunächst wird das einfachste Modell für wurmartige Bewegungssysteme betrachtet (Bild 4.14). Es besteht aus zwei Massenpunkten m_1 und m_2 , die durch eine masselose Feder, deren Federsteifigkeit c beträgt, und einen Dämpfer mit der Dämpfungskonstante k verbunden werden. Die ursprüngliche Originallänge der Feder beträgt λ_0 . Die zwei Massenpunkte m_1 und m_2 sind mit Borsten versehen, die eine Bewegung der Massenpunkte in negativer x -Richtung verhindern. x_1 und x_2 sind die Koordinaten von m_1 und m_2 .

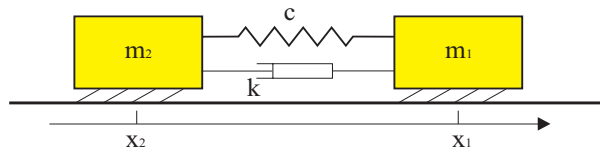


Bild 4.14: Modell mit zwei Massenpunkten

Dann kann die Bewegung des Systems durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -c(x_1 - x_2 - \lambda(t)) - k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 + r_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= c(x_1 - x_2 - \lambda(t)) + k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 \dot{x}_2 + r_2(t) \end{aligned} \quad (4.7)$$

beschrieben werden. In der Gleichung bedeutet $\lambda(t)$ die steuerbare (Original-)Länge der Feder zur Zeit t , k_1 , k_2 die Dämpfungskonstanten für eine Absolutdämpfung zwischen den Massenpunkten und Unterlage. $r_1(t)$ und $r_2(t)$ sind die Reaktionskräfte, die durch die Borsten auf die Massenpunkte ausgeübt werden. Diese Kräfte seien von der Art, dass keine Bewegung mit negativer Geschwindigkeit in x -Richtung entstehen kann. Das bedeutet $\dot{x}_i(t) \geq 0$, $i = 1, 2$. Diese Forderung realisieren Kräfte in der Form:

$$\begin{aligned} r_1(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_1)][1 - \text{sign}(f_1(t))] \cdot f_1(t) \\ r_2(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_2)][1 - \text{sign}(f_2(t))] \cdot f_2(t). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Die Funktionen $f_1(t)$, $f_2(t)$ sind definiert durch:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= -c(x_1 - x_2 - \lambda(t)) - k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 \\ f_2(t) &= c(x_1 - x_2 - \lambda(t)) + k(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 \dot{x}_2. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Die Bewegung wird durch eine Veränderung der Federlänge $\lambda(t)$ mit λ_0 als ursprünglicher Originallänge, erzeugt.

Eine mögliche Steuerung ist eine bang-bang Steuerung, dargestellt zum Beispiel in der Form:

$$\lambda(t) = \lambda_0 (1 + \varepsilon(t)), \quad \varepsilon(t) = \begin{cases} \varepsilon_0 \in (-1, 0), & t \in (0, \tau) \\ 0 & \text{else} \end{cases}. \quad (4.10)$$

Nachfolgend wird das Ergebnis einer Integration des Differentialgleichungssystems (4.7)-(4.9) mit der Software *Mathematica* vorgestellt. Die Parameter und Anfangsbedingungen sind gegeben mit:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}; \quad c = 1 \text{ N/m}, \quad \lambda_0 = 1 \text{ m}; \quad k = 0, \quad k_1 = k_2 = 0; \quad \varepsilon_0 = -0.25 \text{ m}, \quad \tau = 4.0 \text{ s};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 1 \text{ m}, \quad x_2(0) = 0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0, \quad \dot{x}_2(0) = 0.$$

Bild 4.15 zeigt die Ergebnisse der Simulation. Das linke obere Bild zeigt die Steuerung der Feder: die Feder verkürzt sich zunächst von der Länge 1 auf 0.75 zur Zeit $t=0$, danach bei $t=4$ verlängert sie sich von 0.75 bis 1. Das Bild links unten zeigt die Koordinaten für die Massenpunkte m_1 (obere Kurve), m_2 (untere Kurve), und die

Koordinate des Massenmittelpunktes \bar{X}_{12} (mittlere Kurve). Im unteren rechten Bild sind die Geschwindigkeiten für die Massenpunkte m_1 (durchgehende Kurve), für m_2 (die punktierte Kurve) und die Massenmittelpunktsgeschwindigkeit $\dot{\bar{X}}_{12}$ des Bewegungssystems (mittlere Kurve) gezeigt.

$$\bar{X}_{12} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad \dot{\bar{X}}_{12} = \frac{m_1 \dot{x}_1 + m_2 \dot{x}_2}{m_1 + m_2}. \tag{4.11}$$

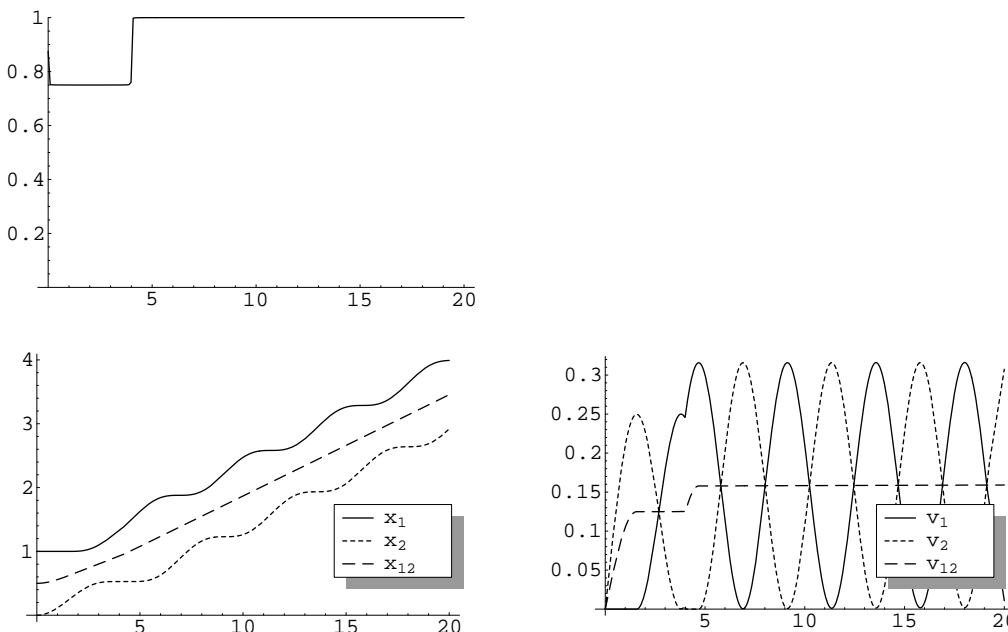


Bild 4.15: Simulationsergebnisse für das Zweimassenmodell (links oben: Steuerung; links unten: Koordinaten; rechts unten: Geschwindigkeiten)

4.5.3 Modelle mit dem Freiheitsgrad grösser zwei

Bild 4.16 zeigt das Modell mit drei Massenpunkten m_1 , m_2 und m_3 . Im Zusammenhang mit der Haut des biologischen Vorbildes Regenwurm werden die Eigenschaften einer Hülle mit der Feder c_{13} und der Dämpfung k_{13} im Modell neu integriert. Der Massenpunkt m_2 bezeichnet Trägheiten, die mit dem Antriebssystem verbunden sind.

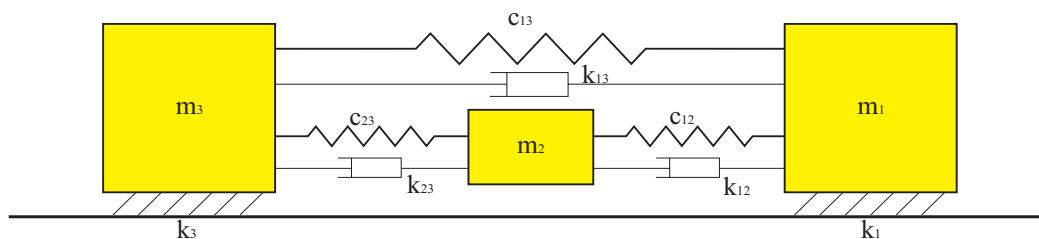


Bild 4.16: Modell mit drei Massenpunkten

Die zwei Massenpunkte m_1 und m_3 sind mit Borsten versehen, so dass erneut nur Bewegung nach rechts möglich ist. x_1 , x_2 und x_3 bedeuten die jeweiligen Koordinaten von m_1 , m_2 und m_3 . Die Federn c_{12} und c_{23} funktionieren wie im Punkt 4.5.2. als Antriebe. k_{12} und k_{23} sind die Relativdämpfungen. Die Bewegungsgleichungen des Systems lauten

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{x}_1 &= -c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) \\
&\quad - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_{13}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_1 \dot{x}_1 + r_1(t) \\
m_2 \ddot{x}_2 &= c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) - c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) \\
&\quad + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \\
m_3 \ddot{x}_3 &= c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) + c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) \\
&\quad + k_{13}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_3 \dot{x}_3 + r_3(t).
\end{aligned} \tag{4.12}$$

λ_{130} ist die Originallänge der Feder zwischen m_1 und m_3 . Die Werte k_1 und k_3 charakterisieren die Dämpfung zwischen den Massenpunkten (m_1 und m_3) und dem Boden und $r_1(t)$ und $r_3(t)$, die jeweils auf die Massenpunkten m_1 und m_3 wirkenden Reaktionskräfte:

$$\begin{aligned}
r_1(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_1)][1 - \text{sign}(f_1(t))] \cdot f_1(t) \\
r_3(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_3)][1 - \text{sign}(f_3(t))] \cdot f_3(t),
\end{aligned} \tag{4.13}$$

mit $f_1(t)$ und $f_3(t)$ gegeben durch:

$$\begin{aligned}
f_1(t) &= -c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) \\
&\quad - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_{13}(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) - k_1 \dot{x}_1 \\
f_2(t) &= c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) + c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) \\
&\quad + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_3 \dot{x}_3.
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Ähnlich wie die Gleichung (4.10) können bang-bang Steuerungen für die Feder c_{12} und c_{23} in der Form:

$$\lambda_{ij}(t) = \lambda_{ij0}(1 + \varepsilon_{ij}(t)), \quad \varepsilon_{ij}(t) = \begin{cases} \varepsilon_{ij0} \in (-1, 0), & t \in (\tau_{ija}, \tau_{ijb}) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad ij = 12, 23 \tag{4.15}$$

dargestellt werden.

Die Steuerfunktionen aus der Formel (4.15) sind im Bild 4.17 gezeigt.

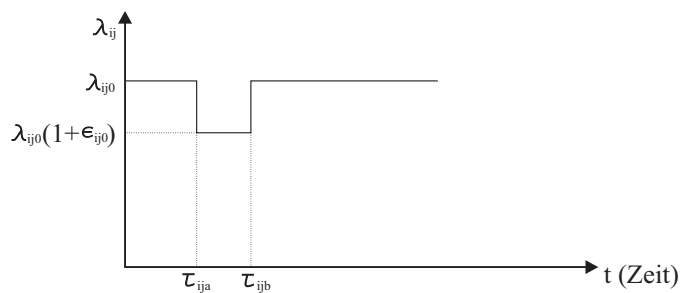


Bild 4.17: Darstellung der bang-bang Steuerung

Für die Simulation sind nachfolgende Parameter und Anfangswerte angenommen worden:

$$m_1 = 3.0 \text{ kg}, m_2 = 0.5 \text{ kg}, m_3 = 2.0 \text{ kg};$$

$$c_{12} = c_{13} = c_{23} = 1.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{130} = 2.0 \text{ m}, \lambda_{120} = \lambda_{230} = 1.0 \text{ m};$$

$$k_{13} = k_{12} = k_{23} = 0.0; \quad k_1 = k_2 = 0;$$

$$\varepsilon_{120} = \varepsilon_{230} = -0.1 \text{ m}; \quad \tau_{12a} = 2.0 \text{ s}, \tau_{12b} = 5.0 \text{ s}, \quad \tau_{23a} = 0.0, \tau_{23b} = 4.0 \text{ s};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 2.0 \text{ m}, x_2(0) = 1.0 \text{ m}, x_3(0) = 0.0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0, \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Bild 4.18 und Bild 4.19 zeigen die Ergebnisse der Simulation. Die linke Grafik im Bild 4.18 zeigt die Steuerung für die Feder c_{12} : die Feder verkürzt sich zunächst von der Länge 1.0 auf 0.9 zur Zeit $t=2.0$, danach zur Zeit $t=5.0$ verlängert sich sie sich von 0.9 auf die Originallänge 1.0. Rechts im Bild 4.18 ist die Steuerung für die Feder c_{23} gezeigt: die Feder verkürzt um die gleichen Werte wie die Feder c_{12} . Die Schaltzeiten sind jedoch anders gewählt: $t=0$ -Verkürzung von 1.0 auf 0.9; $t=4.0$ -Verlängerung zurück auf die Originallänge 1.0.

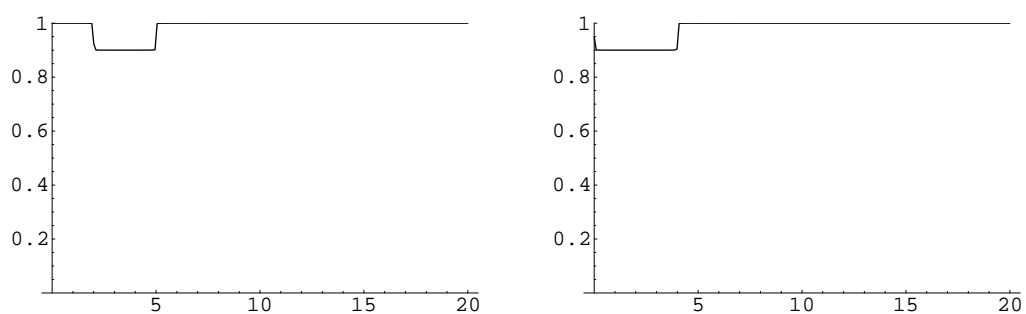


Bild 4.18: bang-bang Steuerungen (links für c_{12} , rechts für c_{23})

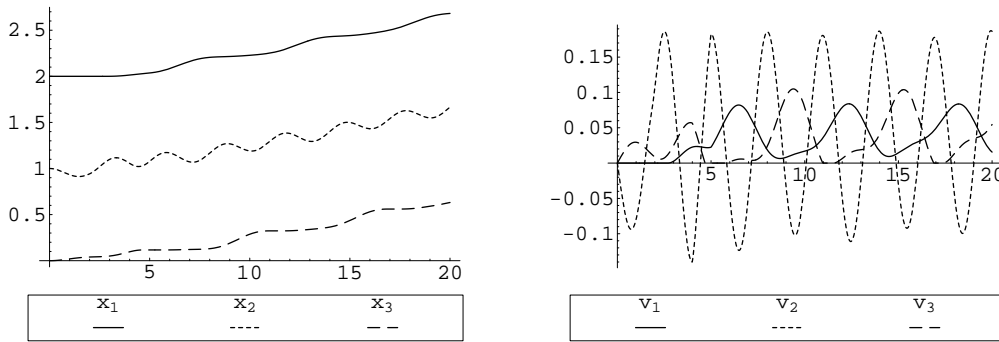


Bild 4.19: Koordinaten für drei Massenpunkte und die Geschwindigkeiten für die Massen 1 und 3

Bild 4.19 zeigt die Koordinaten und Geschwindigkeiten jeweils für die drei Massenpunkte m_1 (durchgehende Kurve), m_2 (punktierte Kurve) und m_3 (schneidige Kurve). Die Masse m_2 (ohne Borsten) besitzt auch negative Geschwindigkeiten.

Eine Kaskadierung von fünf Massenpunkten (Bild 4.20) soll abschliessend betrachtet werden.

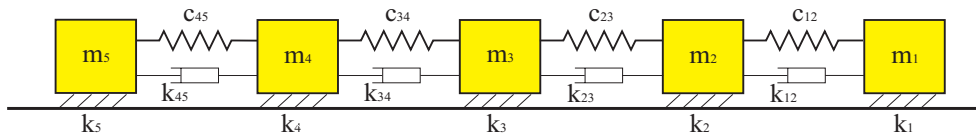


Bild 4.20: Modell mit fünf Massenpunkten

Jeder Massenpunkt ist mit Borsten versehen und alle vier Federn funktionieren wieder über die Veränderung ihrer Originallängen als Antriebe. Die Bewegung der fünf Massenpunkte werden beschrieben durch die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= -c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 + r_1(t) \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) - c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) \\
 &\quad + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_2 \dot{x}_2 + r_2(t) \\
 m_3 \ddot{x}_3 &= c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) - c_{34}(x_3 - x_4 - \lambda_{34}(t)) \\
 &\quad + k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_{34}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) - k_3 \dot{x}_3 + r_3(t) \\
 m_4 \ddot{x}_4 &= c_{34}(x_3 - x_4 - \lambda_{34}(t)) - c_{45}(x_4 - x_5 - \lambda_{45}(t)) \\
 &\quad + k_{34}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) - k_{45}(\dot{x}_4 - \dot{x}_5) - k_4 \dot{x}_4 + r_4(t) \\
 m_5 \ddot{x}_5 &= c_{45}(x_4 - x_5 - \lambda_{45}(t)) + k_{45}(\dot{x}_4 - \dot{x}_5) - k_5 \dot{x}_5 + r_5(t).
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Die Kräfte $r_i(t)$, ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) ergeben sich durch die Gleichungen:

$$r_i(t) = -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_i)][1 - \text{sign}(f_i(t))] \cdot f_i(t) \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5). \tag{4.17}$$

Wie in Gleichung (4.9) oder (4.14) werden die Funktionen $f_i(t)$, ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) definiert durch:

$$\begin{aligned}
f_1(t) &= -c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 \\
f_2(t) &= c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{12}(t)) - c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) \\
&\quad + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_2 \dot{x}_2 \\
f_3(t) &= c_{23}(x_2 - x_3 - \lambda_{23}(t)) - c_{34}(x_3 - x_4 - \lambda_{34}(t)) \\
&\quad + k_{23}(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) - k_{34}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) - k_3 \dot{x}_3 \\
f_4(t) &= c_{34}(x_3 - x_4 - \lambda_{34}(t)) - c_{45}(x_4 - x_5 - \lambda_{45}(t)) \\
&\quad + k_{34}(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) - k_{45}(\dot{x}_4 - \dot{x}_5) - k_4 \dot{x}_4 \\
f_5(t) &= c_{45}(x_4 - x_5 - \lambda_{45}(t)) + k_{45}(\dot{x}_4 - \dot{x}_5) - k_5 \dot{x}_5.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Die bang-bang Steuerungen für die vier Feder bzw. Antriebe sind mit

$$\lambda_{ij}(t) = \lambda_{ij0} (1 + \varepsilon_{ij}(t)), \quad \varepsilon_{ij}(t) = \begin{cases} \varepsilon_{ij0} \in (-1, 0), & t \in (\tau_{ija}, \tau_{ijb}) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \tag{4.19}$$

$ij = 12, 23, 34, 45$

gegeben.

Die Simulationsparameter lauten

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 1.0 \text{ kg}; \quad c_{12} = c_{23} = c_{34} = c_{45} = 1.0 \text{ N/m},$$

$$\lambda_{120} = \lambda_{230} = \lambda_{340} = \lambda_{450} = 1.0 \text{ m}; \quad k_{12} = k_{23} = k_{34} = k_{45} = 0.0;$$

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 0.0; \quad \varepsilon_{120} = \varepsilon_{230} = \varepsilon_{340} = \varepsilon_{450} = -0.2 \text{ m};$$

$$\tau_{12a} = 0.0, \tau_{12b} = 2.0 \text{ s}, \quad \tau_{23a} = 2.0 \text{ s}, \tau_{23b} = 4.0 \text{ s},$$

$$\tau_{34a} = 4.0 \text{ s}, \tau_{34b} = 6.0 \text{ s}, \quad \tau_{45a} = 6.0 \text{ s}, \tau_{45b} = 8.0 \text{ s};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 4.0 \text{ m}, x_2(0) = 3.0 \text{ m}, x_3(0) = 2.0 \text{ m},$$

$$x_4(0) = 1.0 \text{ m}, x_5(0) = 0.0;$$

$$\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \dot{x}_3(0) = \dot{x}_4(0) = \dot{x}_5(0) = 0.0.$$

Bild 4.21 und Bild 4.22 zeigen die Steuerungen für die vier Federn (Antriebe). Links im Bild 4.23 sind die Koordinaten für die fünf Massenpunkte (von oben nach unten jeweils die Koordinate für Massenpunkte von 1 bis 5) und rechts die Geschwindigkeiten dargestellt. Die Kurvenformen gelten wie im linken Bild.

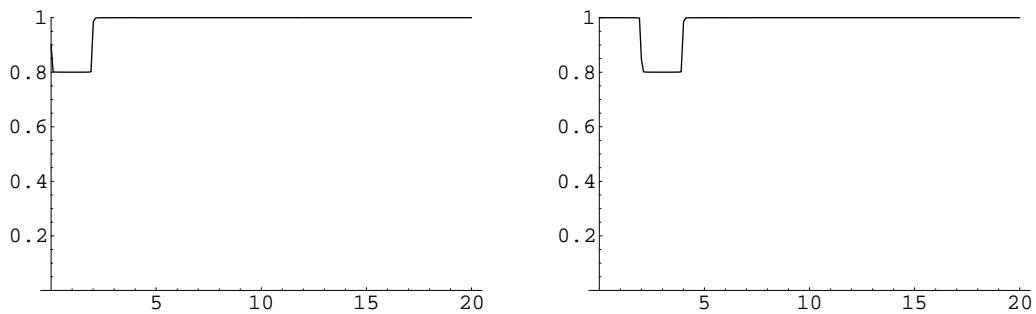


Bild 4.21: bang-bang Steuerung für die Federn (Antriebe) c_{12} und c_{23} .

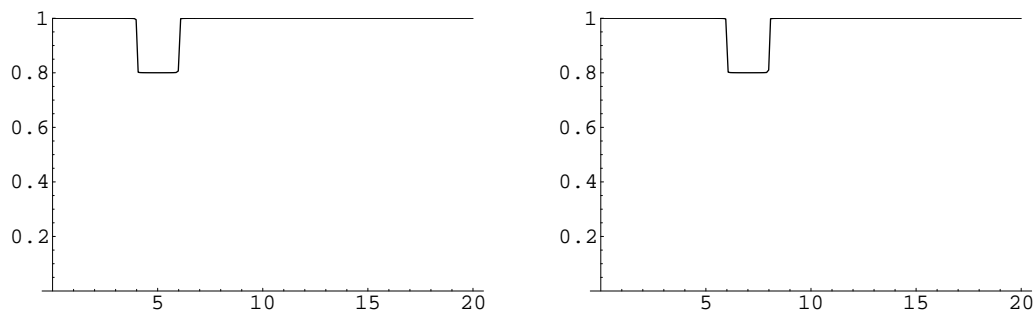


Bild 4.22: bang-bang Steuerung für die Federn (Antriebe) c_{34} und c_{45} .

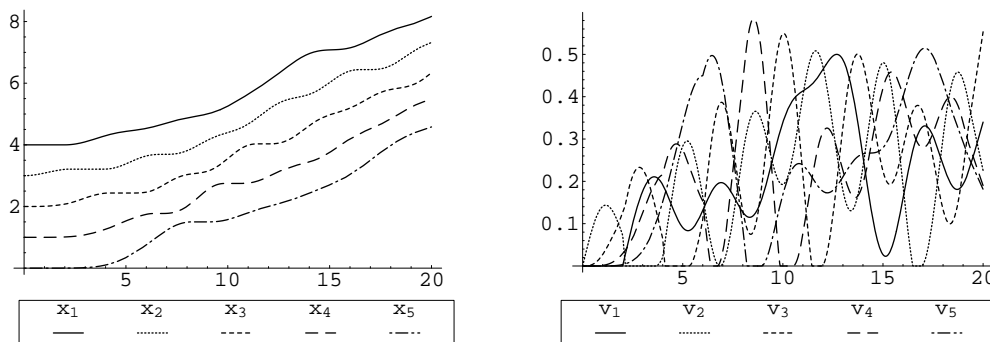


Bild 4.23: Koordinaten und Geschwindigkeiten der fünf Massenpunkte

Zusammenfassung:

Die Federn in den Modellen haben neben der Rückstellfunktion gleichzeitig, durch eine angenommene Steuerung der Originallänge, eine Antriebsfunktion. Alle Simulationsergebnisse bestätigen die korrekte Modellierung der Borstenwirkung durch die Reaktionskräfte $r_i(t)$, ($i = 1, 2, \dots$), es gibt keine negativen Geschwindigkeitskoordinaten der Massenpunkte.

4.6 Analyse der Mehrkörpersystem-Modelle und Optimierung der Systemparameter

In diesem Abschnitt werden die Systemparameter Massen, Federsteifigkeiten, Dämpfungen für das wurmartige Bewegungssystem derart bestimmt, dass gewisse optimale Eigenschaften (z. B. maximale Massenmittelpunktschwindigkeit) erreicht werden.

Die Diskussion beginnt erneut mit dem System aus Bild 4.14.

Für die Analyse wird das Modell vereinfacht. Es sei die Absolutdämpfung gleich Null, d.h. $k_1 = k_2 = 0$ in der Gleichung (4.7), ausserdem gelte $m_1 = m_2 = m$. Drei Bewegungstypen werden vorab definiert:

Tabelle 4.1: 3 Bewegungstypen für das Modell

| | |
|----------------|--|
| Bewegungstyp 1 | m_1 bleibt stehen; m_2 bewegt sich vorwärts |
| Bewegungstyp 2 | m_1 und m_2 bewegen sich gleichzeitig vorwärts |
| Bewegungstyp 3 | m_1 bewegt sich vorwärts; m_2 bleibt stehen |

◆ Bewegungstyp 1

Die Anfangsbedingungen können wie folgt angenommen werden:

$$x_1(0) = \lambda_0, \dot{x}_1(0) = 0; \quad x_2(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0;$$

Am Anfang realisiert das wurmartige Bewegungssystem den Bewegungstyp 1. Die Bewegungsgleichung ist

$$m\ddot{x}_2 = c(x_1(0) - x_2 - \lambda(t)) + k(\dot{x}_1(0) - \dot{x}_2). \quad (4.20)$$

Mit der Einführung der Variablen:

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad 2\delta = \frac{k}{m} \quad \text{und} \quad D = \frac{\delta}{\omega}$$

und der Substitution der bang-bang Steuerung gemäss

$$\lambda(t) = \lambda_0(1 + \varepsilon_0) \quad \varepsilon_0 \in (-1, 0) \quad t > 0 \quad (4.21)$$

nimmt die Gleichung (4.20) die Form

$$\ddot{x}_2 + 2\delta\dot{x}_2 + \omega^2 x_2 = -\omega^2 \lambda_0 \varepsilon_0 \quad (4.22)$$

an. Die beiden Lösungen ihrer charakteristischen Gleichung werden durch:

$$R_{1,2} = -\delta \pm \omega \sqrt{D^2 - 1} \quad (4.23)$$

gegeben. Je nach dem Wert von D zeigen die Lösungen der Differentialgleichung (4.22) unterschiedliches Verhalten. Bei dem Bewegungstyp 1 gibt es drei verschiedene Fälle:

Phase 1: Starke Dämpfung ($D > 1$)

Es wird $\mu = \omega \sqrt{D^2 - 1}$ definiert. Dann haben die Lösungen die Form:

$$R_1 = -\delta + \mu, \quad R_2 = -\delta - \mu. \quad (4.24)$$

Weiterhin ist die Lösung der Differentialgleichung (4.22):

$$x_2(t) = -\lambda_0 \varepsilon_0 - \frac{\lambda_0 \varepsilon_0 R_2}{2\mu} e^{R_1 t} + \frac{\lambda_0 \varepsilon_0 R_1}{2\mu} e^{R_2 t}. \quad (4.25)$$

Die Bewegung vom Bewegungstyp 1 endet zum Zeitpunkt t_{12} , wenn die Bedingung

$$f_1(t) = -f_2(t) = -\ddot{x}_2(t) = 0 \quad (4.26)$$

erfüllt ist. $f_1(t), f_2(t)$ sind definiert durch die Gleichung (4.9). Das bedeutet, nach dem Zeitpunkt t_{12} beginnt die Bewegung vom Typ 2. Nach zweimaliger Ableitung der Gleichung (4.25) und anschließender Nullstellensuche erhält man die Zeit t_{12} :

$$t_{12} = \frac{1}{2\mu} \ln \frac{R_2}{R_1}. \quad (4.27)$$

Phase 2: Aperiodischer Grenzfall (D=1)

Die Lösungen der Gleichung (4.23) lauten

$$R_1 = R_2 = -\delta \quad (4.28)$$

und Differentialgleichung (4.22) hat die Lösung:

$$x_2(t) = -\lambda_0 \varepsilon_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 e^{-\delta t} + \delta \lambda_0 \varepsilon_0 t e^{-\delta t} \quad (4.29)$$

Die Bewegung vom Typ 1 endet im Zeitpunkt t_{12} , der ebenfalls durch die Bedingung (4.26) gekennzeichnet wird. Somit ist

$$t_{12} = \frac{1}{\delta}. \quad (4.30)$$

Phase 3: Schwache Dämpfung (D<1)

Mit Einführung der Variable $\omega_d = \omega \sqrt{1-D^2}$ kann die Gleichung (4.23) in die Form

$$R_1 = -\delta + i\omega_d, \quad R_2 = -\delta - i\omega_d \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (4.31)$$

gebracht werden. Die Lösung der Differentialgleichung (4.22) heisst

$$x_2(t) = -\lambda_0 \varepsilon_0 + [\lambda_0 \varepsilon_0 \cos(\omega_d t) + \frac{\delta \lambda_0 \varepsilon_0}{\omega_d} \sin(\omega_d t)] e^{-\delta t}. \quad (4.32)$$

Der Zeitpunkt t_{12} , in dem die Bewegung vom Typ 1 endet, muss die Bedingung (4.26) erfüllen und es folgt deshalb

$$\tan(\omega_d t_{12}) = \frac{\omega_d}{\delta}. \quad (4.33)$$

Zur Zeit t_{12} bzw. zum Ende der Bewegung vom Typ 1 beginnt das System mit der Bewegung nach Typ 2, d.h. die beiden Massenpunkte befinden sich beide in der Vorwärtsbewegung.

◆ Bewegungstyp 2

Die Anfangsbedingungen für den Typ 2 lauten

$$x_1(t_{12}) = \lambda_0, \dot{x}_1(t_{12}) = 0; \quad x_2(t_{12}) = x_{20}, \dot{x}_2(t_{12}) = v_{20}.$$

Folgende Bezeichnungen werden eingeführt:

$$\omega^2 = \frac{c}{m}, \quad \delta = \frac{k}{m} \quad \text{und} \quad D = \frac{\delta}{\sqrt{2\omega}}$$

Dann können die Bewegungsgleichungen des wurmartigen Bewegungssystems beschrieben werden durch:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= -\omega^2(x_1 - x_2 - \lambda(t)) - \delta(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \\ \ddot{x}_2 &= \omega^2(x_1 - x_2 - \lambda(t)) + \delta(\dot{x}_1 - \dot{x}_2). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Nach der Substitution der bang-bang Steuerung (4.21) und Addition bzw. Subtraktion der beiden oberen Gleichungen erhält man

$$\begin{aligned} (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) &= 0 \\ (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) &= -2\omega^2(x_1 - x_2 - \lambda(t)) - 2\delta(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \end{aligned} \quad (4.35)$$

bzw. mit $y = x_1 - x_2$ hat die obere Gleichung die Form:

$$\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + 2\omega^2 y = 2\omega^2 \lambda_0(1 + \varepsilon_0). \quad (4.36)$$

Die beiden Lösungen der charakteristischen Gleichung der Differentialgleichung werden durch

$$R_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{2\omega\sqrt{D^2 - 1}} \quad (4.37)$$

gegeben. Je nach Grösse von D zeigen die Lösungen der Differentialgleichung unterschiedliches Verhalten ähnlich wie die Lösungen im Bewegungstyp 1. Auch hier existieren wieder drei verschiedene Fälle:

Phase 1: Starke Dämpfung ($D > 1$)

Mit $\mu = \sqrt{2\omega\sqrt{D^2 - 1}}$ gilt

$$R_1 = -\delta + \mu, \quad R_2 = -\delta - \mu.$$

Das Ergebnis ist gleich wie im Bewegungstyp 1. Die Lösung für die Differentialgleichung (4.36) bzw. (4.35) oder (4.34) lauten

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{2}(2\lambda_0 + \lambda_0\varepsilon_0 + x_{20}) + \frac{1}{2}v_{20}(t - t_{12}) \\ &\quad + \frac{(\lambda_0\varepsilon_0 + x_{20})R_2 - v_{20}}{4\mu} e^{R_1(t-t_{12})} + \frac{v_{20} - (\lambda_0\varepsilon_0 + x_{20})R_1}{4\mu} e^{R_2(t-t_{12})} \\ x_2(t) &= \frac{1}{2}(x_{20} - \lambda_0\varepsilon_0) + \frac{1}{2}v_{20}(t - t_{12}) \\ &\quad - \frac{(\lambda_0\varepsilon_0 + x_{20})R_2 - v_{20}}{4\mu} e^{R_1(t-t_{12})} - \frac{v_{20} - (\lambda_0\varepsilon_0 + x_{20})R_1}{4\mu} e^{R_2(t-t_{12})}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Phase 2: Aperiodischer Grenzfall (D=1)

Für $R_1 = R_2 = -\delta$ haben die Differentialgleichungen (4.36) bzw. (4.35) oder (4.34) die Lösungen:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{2}(2\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) + \frac{1}{2} v_{20}(t - t_{12}) \\ &\quad - \frac{1}{2} \{ \lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20} + [\delta(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) - v_{20}] (t - t_{12}) \} e^{-\delta(t-t_{12})} \\ x_2(t) &= \frac{1}{2}(x_{20} - \lambda_0 \varepsilon_0) + \frac{1}{2} v_{20}(t - t_{12}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \{ \lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20} + [\delta(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) - v_{20}] (t - t_{12}) \} e^{-\delta(t-t_{12})}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Phase 3: Schwache Dämpfung (D<1)

Mit der neuen Variablen $\omega_d = \sqrt{2\omega\sqrt{1-D^2}}$ können die Beziehungen (4.37) entsprechend zu (4.31) formuliert werden:

$$R_1 = -\delta + i\omega_d, \quad R_2 = -\delta - i\omega_d \quad (i = \sqrt{-1}).$$

Die Lösung für die Differentialgleichung (4.36) bzw. (4.35) oder (4.34) lauten

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{2}(2\lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) + \frac{1}{2} v_{20}(t - t_{12}) - \frac{1}{2} [(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) \cos \omega_d (t - t_{12}) \\ &\quad + \frac{\delta(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) + v_{20}}{\omega_d} \sin \omega_d (t - t_{12})] e^{-\delta(t-t_{12})} \\ x_2(t) &= \frac{1}{2}(x_{20} - \lambda_0 \varepsilon_0) + \frac{1}{2} v_{20}(t - t_{12}) - \frac{1}{2} [(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) \cos \omega_d (t - t_{12}) \\ &\quad + \frac{\delta(\lambda_0 \varepsilon_0 + x_{20}) + v_{20}}{\omega_d} \sin \omega_d (t - t_{12})] e^{-\delta(t-t_{12})}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Diskussion:

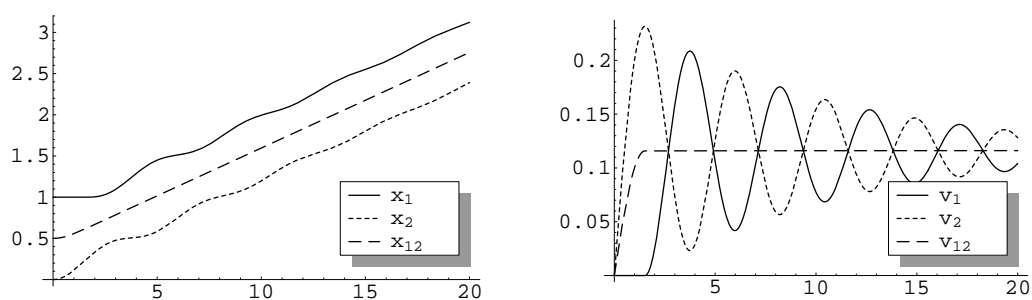
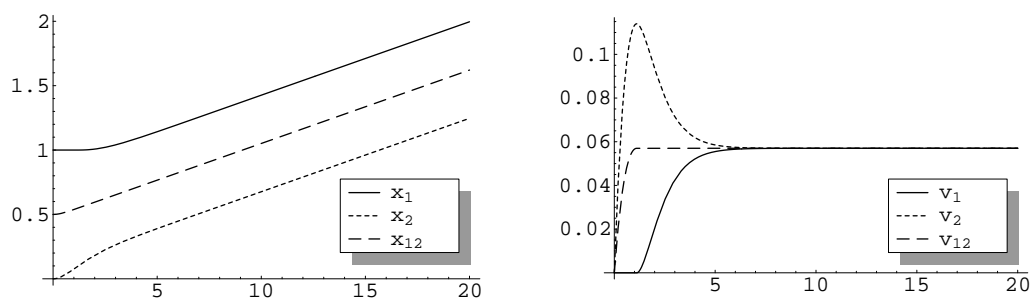
Die Ergebnisse werden unter der getroffenen Annahme $k_1 = k_2 = 0$ diskutiert. Wenn das Bewegungssystem sich im Bewegungstyp 1 befindet, gibt es aufgrund der Borstenwirkung keine Schwingungen. Im Bewegungstyp 2 treten Schwingungen auf. Diese Schwingungen klingen im Grenzfall (D=1) theoriegemäss schneller ab, als bei den beiden anderen Fällen. Die Steuerfunktionen werden wie in Gleichung (4.21) gewählt. Die Parameter und Anfangsbedingungen sind

$$\begin{aligned} k_1 &= k_2 = 0; \\ m_1 &= m_2 = 1 \text{ kg}; \quad c = 1 \text{ N/m}, \lambda_0 = 1 \text{ m}; \quad \varepsilon_0 = -0.25 \text{ m}; \\ \text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) &= 1 \text{ m}, x_2(0) = 0; \\ \dot{x}_1(0) &= 0, \dot{x}_2(0) = 0. \end{aligned}$$

Für k werden vier Fälle, wie in Tabelle 4.2 gezeigt, diskutiert. Für jeden Fall sind Simulationsrechnungen durchgeführt worden, deren Ergebnisse nachfolgend gezeigt werden.

Tabelle 4.2: Diskussion des Einflusses unterschiedlicher Dämpfungskonstanten

| | Bild 4.24 $k=0.1$ | Bild 4.25 $k=\sqrt{2}$ | Bild 4.26 $k=2.0$ | Bild 4.27 $k=4.0$ |
|--------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|
| Für Bewegungstyp 1 | $D < 1$ | $D < 1$ | $D = 1$ | $D > 1$ |
| Für Bewegungstyp 2 | $D < 1$ | $D = 1$ | $D > 1$ | $D > 1$ |

**Bild 4.24:** Koordinaten (links) und Geschwindigkeiten (rechts) der Massenpunkte bei $k=0.1$ **Bild 4.25:** Koordinaten (links) und Geschwindigkeiten (rechts) der Massenpunkte bei $k=\sqrt{2}$

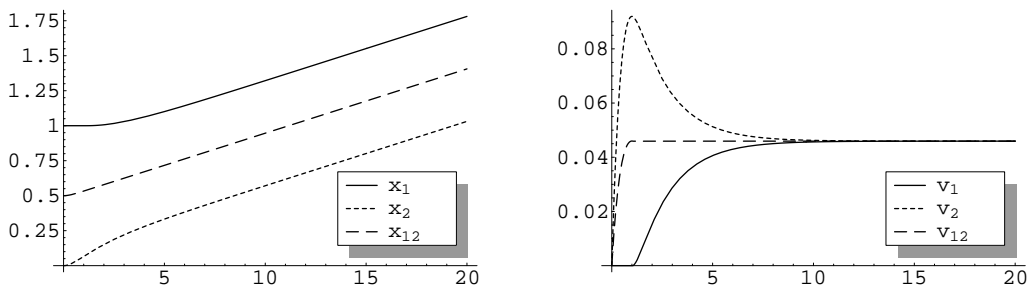


Bild 4.26: Koordinaten (links) und Geschwindigkeiten (rechts) der Massenpunkte bei $k=2.0$

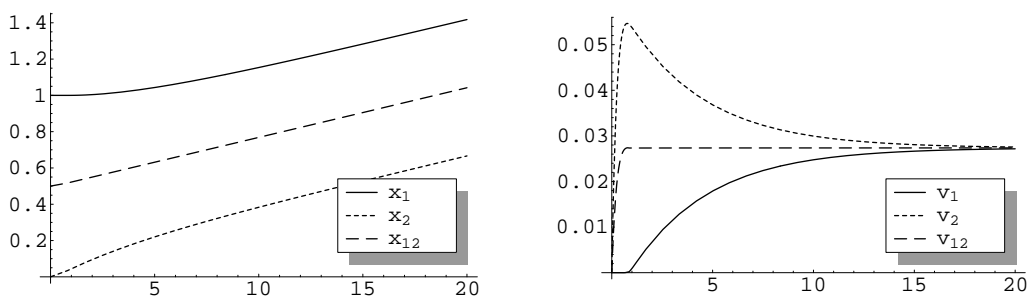


Bild 4.27: Koordinaten (links) und Geschwindigkeiten (rechts) der Massenpunkte bei $k=4.0$

In den Bildern sind links die Koordinaten der Massenpunkte (obere Kurve für m_1 , untere Kurve für m_2) und die Massenmittelpunktskoordinate des Systems dargestellt. Die rechten Bilder zeigen jeweils die Geschwindigkeiten der Massenpunkte (durchgehende Linie für m_1 , die punktierte Linie für m_2) und die Massenmittelpunkts-geschwindigkeit (unterbrochene Linie) des Bewegungssystems. Koordinaten und Geschwindigkeiten des Massenmittelpunktes sind entsprechend Gleichung (4.11) ermittelt worden.

● Dämpfung

Bei der Bewegung führt die Dämpfung zur Energiedissipation. Auf der einen Seite sollte die Dämpfung möglichst klein sein. Auf der anderen Seite führt eine geeignet gewählte innere Dämpfung, z.B. für Feinsteuerung bei Montage im Mikrobereich, zu schnellerem Abklingen der Schwingungen. Damit ist der Fall $D=1$ wie im Bild 4.25 und der Tabelle 4.2 gezeigt beim Bewegungstyp 2 anzustreben.

● Federsteifigkeit

Die Federsteifigkeit c sollte so abgestimmt werden, dass die Eigenfrequenz des Systems mit der Frequenz des Antriebs übereinstimmt. Eine hohe Federsteifigkeit bzw. hohe Frequenz bewirkt eine grosse Vortriebsgeschwindigkeit des wurmartigen Systems, solange der Antrieb bei diesen hohen Frequenzen arbeiten und genug Ausgangsleistung realisieren kann. Wie auch die experimentellen Untersuchungen bestätigen, kann sich

das Systems im Resonanzfall mit hoher Geschwindigkeit fortbewegen. Diese Schlussfolgerung wird im nächsten Abschnitt durch eine computergestützte Simulation der Bewegung des Systems mit harmonischen Steuerfunktionen bestätigt.

- Massenverteilung

Frage: Welche Massenverteilung führt bei gegebener konstanter Gesamtmasse des Systems zu einer optimalen Vortriebsgeschwindigkeit? Für Bewegungssysteme mit höherem Freiheitsgrad ist die Analyse nicht trivial. Zunächst wird aber das Beispiel mit zwei Massenpunkten anhand zahlreicher Simulationsrechnungen diskutiert.

Die Parameter und die Anfangsbedingungen sind wie folgt gewählt:

$$m_1 + m_2 = 2.0 \text{ kg}; \quad c = 1 \text{ N/m}, \lambda_0 = 1 \text{ m}; \quad k_1 = k_2 = 0.1 \text{ Ns/m}; \quad \varepsilon_0 = -0.25 \text{ m};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 1 \text{ m}, x_2(0) = 0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0.$$

Die Steuerung wird entsprechend dem Bild 4.28 definiert. Es gibt dabei drei Umschaltzeitpunkte in der bang-bang Steuerung. Jeweils zur Zeit 0.0, 4.0 und 8.0 verkürzt sich die Feder, bei $t=2.0$, $t=6.0$ und $t=10.0$ verlängert sich die Feder wieder.

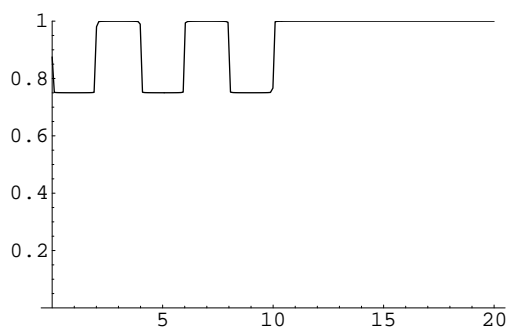


Bild 4.28: Steuerfunktionen

Tabelle 4.3: Simulationsergebnisse für $k=0.2$

| m_1 | m_2 | \bar{X} | $\dot{\bar{X}}$ |
|-------|-------|-----------|-----------------|
| 0.1 | 1.9 | 2.28775 | 0.0546499 |
| 0.2 | 1.8 | 2.53946 | 0.0640262 |
| 0.3 | 1.7 | 2.80539 | 0.0749002 |
| 0.4 | 1.6 | 2.86325 | 0.0782589 |
| 0.5 | 1.5 | 2.81345 | 0.0776823 |
| 0.6 | 1.4 | 2.72031 | 0.0757778 |
| 0.7 | 1.3 | 2.62275 | 0.0734069 |
| 0.8 | 1.2 | 2.53923 | 0.070769 |
| 0.9 | 1.1 | 2.56681 | 0.0739178 |
| 1.0 | 1.0 | 2.632 | 0.0789992 |
| 1.1 | 0.9 | 2.70754 | 0.0841545 |
| 1.2 | 0.8 | 2.79415 | 0.0892702 |
| 1.3 | 0.7 | 2.9145 | 0.093733 |
| 1.4 | 0.6 | 3.04736 | 0.0985962 |
| 1.5 | 0.5 | 3.15635 | 0.102443 |
| 1.6 | 0.4 | 3.19569 | 0.103278 |
| 1.7 | 0.3 | 3.0799 | 0.098057 |
| 1.8 | 0.2 | 2.73419 | 0.0839334 |
| 1.9 | 0.1 | 2.37073 | 0.0725453 |

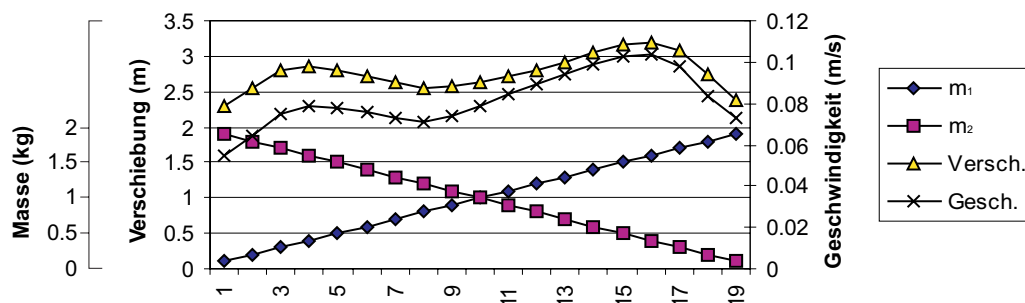
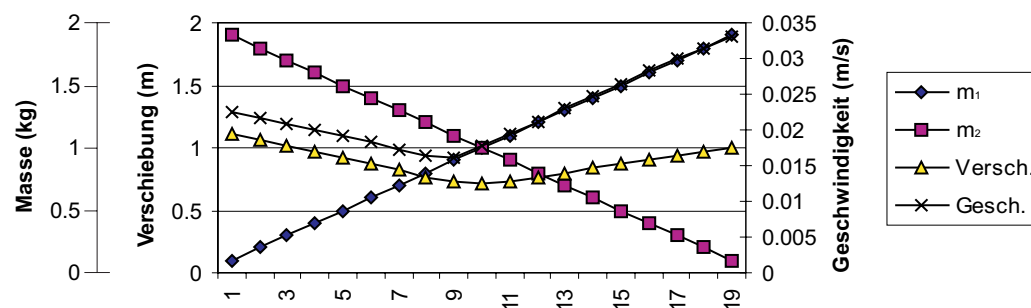


Bild 4.29: Grafische Darstellung der Simulationsergebnisse nach Tabelle 4.3

Tabelle 4.4: Simulationsergebnisse für $k=1.5$

| m_1 | m_2 | \bar{X} | $\dot{\bar{X}}$ |
|-------|-------|-----------|-----------------|
| 0.1 | 1.9 | 1.11642 | 0.0223964 |
| 0.2 | 1.8 | 1.0685 | 0.0216114 |
| 0.3 | 1.7 | 1.01992 | 0.0208029 |
| 0.4 | 1.6 | 0.97064 | 0.0199688 |
| 0.5 | 1.5 | 0.920608 | 0.0191088 |
| 0.6 | 1.4 | 0.869846 | 0.0182242 |
| 0.7 | 1.3 | 0.818415 | 0.0173184 |
| 0.8 | 1.2 | 0.766416 | 0.0163976 |
| 0.9 | 1.1 | 0.724531 | 0.0160922 |
| 1.0 | 1.0 | 0.721907 | 0.0176808 |
| 1.1 | 0.9 | 0.730986 | 0.0194254 |
| 1.2 | 0.8 | 0.757626 | 0.0212464 |
| 1.3 | 0.7 | 0.796576 | 0.0230366 |
| 1.4 | 0.6 | 0.83496 | 0.0247942 |
| 1.5 | 0.5 | 0.872262 | 0.0265226 |
| 1.6 | 0.4 | 0.907954 | 0.0282156 |
| 1.7 | 0.3 | 0.941656 | 0.0298717 |
| 1.8 | 0.2 | 0.973189 | 0.0314939 |
| 1.9 | 0.1 | 1.00462 | 0.0330747 |

**Bild 4.30:** Grafische Darstellung der Simulationsergebnisse nach Tabelle 4.4

Die Simulationszeit beträgt 20 Sekunden. Die Verschiebung \bar{X} und die Geschwindigkeit $\dot{\bar{X}}$ in der Tabelle 4.3 und der Tabelle 4.4 werden definiert durch:

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{m_1 x_1(20) + m_2 x_2(20)}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 x_1(0) + m_2 x_2(0)}{m_1 + m_2} \\ \dot{\bar{X}} &= \frac{m_1 \dot{x}_1(20) + m_2 \dot{x}_2(20)}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 \dot{x}_1(0) + m_2 \dot{x}_2(0)}{m_1 + m_2}.\end{aligned}\tag{4.41}$$

Bild 4.29 zeigt, dass eine suboptimale Fortbewegung für die Verteilung $m_1 = 1.6$, $m_2 = 0.4$ existiert, während Bild 4.30 eine optimale Verteilung bei $m_1 = 1.9$, $m_2 = 0.1$ zeigt. In der Praxis sind die mobilen Roboter mit Kameras, Sensoren, Batterie und Mikrorechner ausgestattet. Üblicherweise wird die Kamera auf dem Kopf des Systems installiert sein. Somit ist die Massenverteilung des Systems nicht immer willkürlich zu wählen. Auf der anderen Seite kann die Massenverteilung des Systems doch konstruktiv in einem bestimmten Bereich variiert werden, z.B. durch die Anordnung der gewichtsintensiven Batterien. Durch vorherige Simulationsrechnungen ist es möglich, eine zumindest suboptimale, relative Massenverteilung für ein praktisches Bewegungssystem zu finden, die eine hohe Fortbewegungsgeschwindigkeit sichert.

4.7 Formulierung optimaler Ansteuerungen („gaits“)

Eine noch entscheidendere Rolle als die Systemparameter spielen für eine hohe Geschwindigkeit des Systems die Wahl der Umschaltzeitpunkte für die Änderung der Federlängen. Im Kontext der undulatorischen Lokomotion betrifft dies die Suche nach optimalen „gaits“.

Definition: Die Lokomotion von Laufrobotern und wurmartigen Robotern wird durch eine (meist periodische) Veränderungen der Gestalt oder der Form des Roboters erzeugt. Diese periodische Gestaltänderung bezeichnet sich als ein „gait“.

Das Finden optimaler gaits für die Bewegungsplanung von mobilen Robotern ist aktueller Forschungsgegenstand der Robotik [Murray94a] [Gupta97]. Durch die Beobachtung der Bewegung von Schlangen kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass jedes Segment der Schlange sich auf der gleichen Bahn bewegt, d.h. der Kopf der Schlange legt die Bewegungsrichtung und -bahn fest. Jeder Teil des Körpers folgt der Spur. Das vereinfacht die Steuerung für die wurmartigen Roboter mit mehreren Segmenten, weil die Bewegungsplanung unabhängig von Segmentanzahl ist. Dies ist als Steuerungsmethode „follow the head“ bekannt [Choset99] [Paap00] [Prau00].

Für wurmartige Bewegungssysteme mit mehreren Segmenten existieren ebenfalls Arbeiten [Chen99], die sich mit der Generierung optimaler gaits beschäftigen. Bei CHEN besitzt der Wurmroboter (Bild 4.31) mit n Segmenten bzw. n Streckenteilen (extensors) $n+1$ Verbindungselemente (grippers).

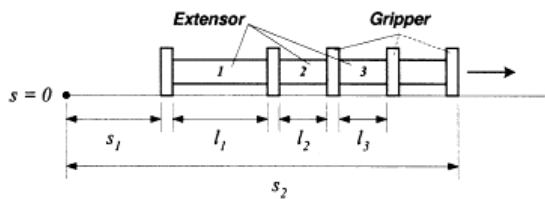


Bild 4.31: Modell eines Wurmroboters [Chen99]

Die Lokomotion entsteht durch Gestaltänderungen des Systems und setzt sich aus unterschiedlichen Phasen zusammen. Die Generierung der gaits kann als das Suchen nach möglich optimalen Phasenfolgen beschrieben werden. Ein gait ist dabei als geschlossener Weg für die wechselnden Phasen definiert, wie Bild 4.32 zeigt. Der Übergang von 1 bis 5 wird ein gait genannt.

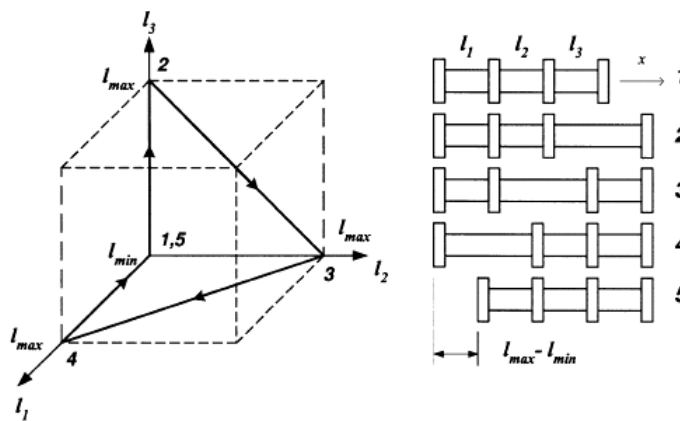


Bild 4.32: Ein gait für Wurmroboter mit drei Streckelementen [Chen99]

Auch OSTROWSKI u.a. [Ostr00] haben im Zusammenhang mit dem „Snakeboard“ (siehe Abschnitt 4.3.3) optimale gaits unter dem Gesichtspunkt eines minimalen Energieverbrauches untersucht.

Am Beispiel des Bewegungssystems mit zwei Massenpunkten (Bild 4.14) soll das Finden geeigneter gaits gezeigt werden. Das Suchen nach optimalen gaits heisst für die Untersuchungsobjekte in dieser Arbeit:

Wie ist der Zeitpunkt τ in Gleichung (4.10) bei einer bang-bang Steuerung $\lambda_i(t)$ (Federlängenänderung) zu wählen, um die grösste Lokomotionsgeschwindigkeit zu erreichen ?

Wie ist die Frequenz bei kontinuierlicher harmonischer Steuerung der Federlängenänderung $\lambda_i(t)$, so dass das Bewegungssystem die höchste Geschwindigkeit erreicht ?

4.7.1 Diskussion der bang-bang Steuerung

Es gilt das Modell aus Bild 4.14. Zunächst wird angenommen: keine Dämpfung, $k = 0, k_1 = k_2 = 0$ und $m_1 = m_2 = m$. Für die nachfolgenden mathematischen Formulierungen werden die drei Bewegungstypen aus Tabelle 4.1 betrachtet. Jede Bewegung beginnt im Zeitpunkt t_0 .

Bewegung Typ 1:

Bei diesem Bewegungstyp ist der Massenpunkt m_1 fest, die Anfangsbedingungen werden wie folgt angenommen:

$$x_1(t_0) = x_{10}, \dot{x}_1(t_0) = 0; \quad x_2(t_0) = x_{20}, \dot{x}_2(t_0) = v_{20}.$$

Der Massenpunkt m_2 befindet sich in Bewegung. Die Gleichung dafür wird formuliert durch:

$$\ddot{x}_2 = \omega^2 (x_{10} - x_2 - \lambda(t)) \quad t \geq t_0 \quad (4.42)$$

mit $\omega^2 = \frac{c}{m}$. Nach der Integration der oberen Gleichung und Substitution der Anfangsbedingungen können die Weg- und Geschwindigkeitsbeziehungen dargestellt werden durch:

$$x_2(t) = x_{10} - \lambda(t) - (x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \cos \omega(t - t_0) + \frac{1}{\omega} v_{20} \sin \omega(t - t_0) \quad (4.43)$$

$$\dot{x}_2(t) = \omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \sin \omega(t - t_0) + v_{20} \cos \omega(t - t_0).$$

Die Bewegung vom Typ 1 endet im Zeitpunkt t_{12} , der die Bedingungen (4.26) erfüllt. Die Bewegung muss die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$\begin{aligned} f_1(t) = -f_2(t) < 0 & \quad t_0 \leq t < t_{12} & \quad \text{im Bewegungstyp 1} \\ f_1(t) = -f_2(t) = 0 & \quad t = t_{12} \\ f_1(t) = -f_2(t) > 0 & \quad t_{12} < t \leq (t_{12} + t_k) & \quad \text{im Bewegungstyp 2.} \end{aligned} \quad (4.44)$$

t_k ist eine beliebig kurze Zeitdauer. Nach t_{12} beginnt das Bewegungssystem mit der Bewegung vom Typ 2. Bei der Bewegung vom Typ 2 befindet sich der Massenpunkt m_2 noch in der Fortbewegung, d.h. $\dot{x}_2(t) > 0$. So kann t_{12} aus

$$\begin{aligned} -\omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t_{12})) \cos \omega(t_{12} - t_0) + v_{20} \sin \omega(t_{12} - t_0) &= 0 \\ \omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t_{12})) \sin \omega(t_{12} - t_0) + v_{20} \cos \omega(t_{12} - t_0) &> 0 \end{aligned} \quad (4.45)$$

ermittelt werden.

Bewegung Typ 2:

Bei diesem Bewegungstyp befinden sich die beiden Massenpunkte in der Bewegung. Die Anfangsbedingungen heissen

$$x_1(t_0) = x_{10}, \dot{x}_1(t_0) = v_{10}; \quad x_2(t_0) = x_{20}, \dot{x}_2(t_0) = v_{20}.$$

Die Bewegung des Systems wird formuliert durch

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1(t) &= -\omega^2 (x_1 - x_2 - \lambda(t)) \\ \ddot{x}_2(t) &= \omega^2 (x_1 - x_2 - \lambda(t)) \end{aligned} \quad t \geq t_0. \quad (4.46)$$

bzw. nach Addition/Subtraktion der Gleichungen:

$$\begin{aligned} (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) &= 0 \\ (\ddot{x}_1 - \ddot{x}_2) &= -2\omega^2 [(x_1 - x_2) - \lambda(t)]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Ähnlich wie Gleichung (4.35) können die oberen Gleichungen integriert werden:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \frac{1}{2}(x_{10} + x_{20} + \lambda(t)) + \frac{1}{2}(v_{10} + v_{20})(t - t_0) \\ &\quad + \frac{1}{2}(x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \cos \sqrt{2}\omega(t - t_0) + \frac{v_{10} - v_{20}}{2\sqrt{2}\omega} \sin \sqrt{2}\omega(t - t_0) \\ x_2(t) &= \frac{1}{2}(x_{10} + x_{20} - \lambda(t)) + \frac{1}{2}(v_{10} + v_{20})(t - t_0) \\ &\quad - \frac{1}{2}(x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \cos \sqrt{2}\omega(t - t_0) - \frac{v_{10} - v_{20}}{2\sqrt{2}\omega} \sin \sqrt{2}\omega(t - t_0). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Gibt es keine Dämpfung und Reibung, bleibt das Bewegungssystem unter Umständen noch in der Bewegung vom Typ 2. Normalerweise fängt jedoch die Bewegung vom Typ 1 oder 3 an.

Bewegung Typ 3:

Bei diesem Bewegungstyp befindet sich der Massenpunkt m_1 in der Fortbewegung, während m_2 in Ruhe ist. Die Anfangsbedingungen heissen deshalb

$$x_1(t_0) = x_{10}, \dot{x}_1(t_0) = v_{10}; \quad x_2(t_0) = x_{20}, \dot{x}_2(t_0) = 0.$$

Die Bewegung des Systems beschreibt die Gleichung:

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 (x_1 - x_{20} - \lambda(t)) \quad t \geq t_0. \quad (4.49)$$

Nach der Integration die Lage und Geschwindigkeit dargestellt werden durch:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{20} + \lambda(t) + (x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \cos \omega(t - t_0) + \frac{1}{\omega} v_{10} \sin \omega(t - t_0) \\ \dot{x}_1(t) &= -\omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t)) \sin \omega(t - t_0) + v_{10} \cos \omega(t - t_0). \end{aligned} \quad (4.50)$$

Die Bewegung vom Typ 3 endet im Zeitpunkt t_{32} , in dem die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

$$\begin{aligned} f_2(t) = -f_1(t) < 0 & \quad t_0 \leq t < t_{32} & \quad \text{im Bewegungstyp 3} \\ f_2(t) = -f_1(t) = 0 & \quad t = t_{32} \\ f_2(t) = -f_1(t) > 0 & \quad t_{32} < t \leq (t_{32} + t_k) & \quad \text{im Bewegungstyp 2.} \end{aligned} \quad (4.51)$$

t_k ist auch hier eine beliebig kurze Zeitdauer wie in Gleichung (4.44). Nach der Zeit t_{32} beginnt auch das Bewegungssystem mit der Bewegung vom Typ 2. Zwischenzeitlich befindet sich der Massenpunkt m_1 immer noch in der Bewegung, d.h. $\dot{x}_1(t) > 0$. So kann t_{32} aus

$$\begin{aligned} \omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t_{32})) \cos \omega(t_{32} - t_0) + v_{10} \sin \omega(t_{32} - t_0) &= 0 \\ -\omega(x_{10} - x_{20} - \lambda(t_{32})) \sin \omega(t_{32} - t_0) + v_{10} \cos \omega(t_{32} - t_0) &> 0 \end{aligned} \quad (4.52)$$

bestimmt werden.

Nachfolgend wird die Bewegung des wurmartigen Systems mit einer bang-bang Steuerung für die Federlängenänderung analysiert. Die Bewegung startet bei $t = 0$. Die Steuerung wird wie in Gleichung (4.10) gewählt. Die Anfangsbedingungen heissen

$$\begin{aligned} x_1(0) = x_{10} = \lambda_0, \quad \dot{x}_1(0) = v_{10} = 0; \\ x_2(0) = x_{20} = 0, \quad \dot{x}_2(0) = v_{20} = 0. \end{aligned}$$

Wenn $t \in (0, t_{12})$ ist, befindet sich das Bewegungssystem in der Bewegung vom Typ 1. Um eine hohe Geschwindigkeit des Systems mit einer bang-bang Steuerung zu erreichen, sollte der Bewegungstyp 1 beim Umschalten abgeschlossen sein, d.h. $\tau > t_{12}$. Der Wert τ ist definiert durch die Steuerungsgleichung (4.10). Nach Einsetzen von Gleichung (4.10) in (4.43) kann diese Bewegung vom Typ 1 beschrieben werden durch folgende Weg- und Geschwindigkeitsgleichungen:

$$\begin{aligned} x_2(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 (1 - \cos \omega t) \\ \dot{x}_2(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega \sin \omega t \end{aligned} \quad t \in (0, t_{12}) \quad (4.53)$$

Zum Zeitpunkt t_{12} endet die Bewegung vom Typ 1. Entsprechend (4.45) kann t_{12} rechnet werden:

$$t_{12} = \frac{\pi}{2\omega}. \quad (4.54)$$

Nach dem Zeitpunkt t_{12} beginnt das System mit der Bewegung vom Typ 2. Das Einsetzen von (4.54) in (4.53) liefert die Anfangsbedingungen für die Bewegung vom Typ 2:

$$\begin{aligned} x_1(t_{12}) = x_{10} = \lambda_0, \quad \dot{x}_1(t_{12}) = v_{10} = 0; \\ x_2(t_{12}) = x_{20} = -\lambda_0 \varepsilon_0, \quad \dot{x}_2(t_{12}) = v_{20} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega. \end{aligned}$$

Werden die oberen Anfangsbedingungen in Gleichung (4.48) eingesetzt, so kann diese Bewegung vom Typ 2 beschrieben werden durch:

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= \lambda_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega(t - t_{12}) + \frac{\lambda_0 \varepsilon_0}{2\sqrt{2}} \sin \sqrt{2} \omega(t - t_{12}) \\
x_2(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega(t - t_{12}) - \frac{\lambda_0 \varepsilon_0}{2\sqrt{2}} \sin \sqrt{2} \omega(t - t_{12}) \\
\dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega(1 - \cos \sqrt{2} \omega(t - t_{12})) \\
\dot{x}_2(t) &= -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega(1 + \cos \sqrt{2} \omega(t - t_{12}))
\end{aligned}
\quad t \in (t_{12}, \tau) \quad (4.55)$$

Aus den Gleichungen kann festgestellt werden, dass die Geschwindigkeit jedes Massenpunktes nicht immer negativ ist, d.h. $\dot{x}_1(t) \geq 0, \dot{x}_2(t) \geq 0$. Das bedeutet, dass das Bewegungssystem eine Halbwelle einer harmonischen Schwingung realisiert. Weil keine Dämpfung angenommen wurde, bleibt das Bewegungssystem immer in der Bewegung vom Typ 2. Deswegen erscheint die Beschränkung $t \in (t_1, \tau)$ in oberer Gleichung. Der letzte Schaltvorgang der bang-bang Steuerung leitet das Ende der Bewegung vom Typ 2 ein.

Wie kann man den Zeitpunkt τ für das Erzielen der höchsten Geschwindigkeit des gesamten Bewegungssystems bestimmen? Nachfolgend werden zwei Vorschläge gemacht und miteinander verglichen.

(a) τ ergibt sich aus $\dot{x}_2(\tau) = 0$

Das bedeutet, der letzte Schaltvorgang sollte zum Zeitpunkt, wenn der Massenpunkt m_2 steht, sein. Gemäss (4.55) kann τ dann errechnet werden aus

$$\sqrt{2} \omega(\tau - t_{12}) = (2\alpha - 1)\pi \quad \alpha \in 1, 2, 3, \dots \quad (4.56)$$

Der Einfachheit wegen sei $\alpha = 1$ angenommen. Die folgenden Ergebnisse können leicht auch auf $\alpha \in 2, 3, \dots$ ausgeweitet werden. Zum Zeitpunkt τ ändert sich die Federlänge von $\lambda_0(1 + \varepsilon_0)$ auf λ_0 . Gemäss den Gleichungen (4.9) und (4.55) ist die Kraft der Feder auf m_2

$$f_2(\tau + 0) = \omega^2(x_1(\tau) - x_2(\tau) - \lambda_0) = \omega^2 \lambda_0 \varepsilon_0 < 0. \quad (4.57)$$

$(\tau + 0)$ ist ein beliebig naher Zeitpunkt nach τ . Die obere Gleichung bedeutet, dass sich das System in der Bewegung vom Typ 3 befinden wird, weil der Massenpunkt m_2 in Ruhe bleibt. Die Anfangsbedingungen dafür können aus der Gleichung (4.55) errechnet werden:

$$\begin{aligned}
x_1(\tau) &= x_{10} = \lambda_0 - \lambda_0 \varepsilon_0 \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi, \quad \dot{x}_1(\tau) = v_{10} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega \\
x_2(\tau) &= x_{20} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right), \quad \dot{x}_2(\tau) = v_{20} = 0.
\end{aligned}
\quad (4.58)$$

Nach Einsetzen der Anfangsbedingungen in Gleichung (4.50) erhält man die Weg- und Geschwindigkeitsgleichung für die Masse m_1

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \lambda_0 - \lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right) + \lambda_0 \varepsilon_0 \sqrt{2} \cos\left[\omega(t - \tau) + \frac{\pi}{4}\right] \\ \dot{x}_1(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega \sqrt{2} \sin\left[\omega(t - \tau) + \frac{\pi}{4}\right]. \end{aligned} \quad (4.59)$$

Die Bewegung vom Typ 3 endet im Zeitpunkt t_{32} , der durch die Gleichung (4.52) berechnet werden kann:

$$t_{32} = \frac{\pi}{4\omega} + \tau. \quad (4.60)$$

Danach folgt ebenfalls die Bewegung vom Typ 2. Die Anfangsbedingungen für diese Bewegung können aus (4.59) gewonnen werden:

$$\begin{aligned} x_1(t_{32}) = x_{10} &= \lambda_0 - \lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right), \quad \dot{x}_1(t_{32}) = v_{10} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega \sqrt{2} \\ x_2(t_{32}) = x_{20} &= -\lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right), \quad \dot{x}_2(t_{32}) = v_{20} = 0. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Entsprechend Gleichung (4.48) werden die Bewegungsgleichungen beim Typ 2 beschrieben durch:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \lambda_0 - \lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega (t - t_{32}) \\ &\quad - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \sin \sqrt{2} \omega (t - t_{32}) \\ x_2(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} \pi\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega (t - t_{32}) \\ &\quad + \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \sin \sqrt{2} \omega (t - t_{32}) \\ \dot{x}_1(t) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [1 + \cos \sqrt{2} \omega (t - t_{32})] \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [1 - \cos \sqrt{2} \omega (t - t_{32})] \end{aligned} \quad t > t_{32} \quad (4.62)$$

Beim Vergleich mit (4.55) wird deutlich, dass die durchschnittliche Geschwindigkeit des Bewegungssystems sich um den Faktor $\sqrt{2}$ vergrößert hat.

(b) τ ergibt sich aus $\dot{x}_1(\tau) = \dot{x}_2(\tau)$

Die Substitution der oberen Bedingung (b) in Gleichung (4.55), führt zu folgender Beziehung:

$$\sqrt{2}\omega(\tau - t_{12}) = \frac{2\alpha - 1}{2} \pi \quad \alpha \in 1, 2, 3, \dots \quad (4.63)$$

Zum Zeitpunkt τ verändert sich die Federlänge von $\lambda_0(1 + \varepsilon_0)$ auf λ_0 . Aber die Bewegung vom Typ 2 dauert noch eine Zeit an. Die Anfangsbedingungen für eine weitere Bewegung vom Typ 2 können mit den Gleichungen (4.55) berechnet werden:

$$\begin{aligned} x_1(\tau) = x_{10} &= \lambda_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left[\frac{2\alpha - 1}{2\sqrt{2}} \pi + \frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^\alpha \right], \quad \dot{x}_1(\tau) = v_{10} = -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega \\ x_2(\tau) = x_{20} &= -\lambda_0 \varepsilon_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left[\frac{2\alpha - 1}{2\sqrt{2}} \pi - \frac{1}{\sqrt{2}} (-1)^\alpha \right], \quad \dot{x}_2(\tau) = v_{20} = 0 \end{aligned} \quad (4.64)$$

Auch hier ergibt das Einsetzen der oben genannten Anfangsbedingungen in Gleichung (4.48) die Weg- und Geschwindigkeitsbeziehungen:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \lambda_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{2\alpha - 1}{2\sqrt{2}} \pi \right) - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega (t - \tau) \\ &\quad + \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left[1 + \frac{(-1)^\alpha}{\sqrt{2}} \right] \cos \sqrt{2}\omega(t - \tau) \\ x_2(t) &= -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{2\alpha - 1}{2\sqrt{2}} \pi \right) - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega (t - \tau) \\ &\quad - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \left[1 + \frac{(-1)^\alpha}{\sqrt{2}} \right] \cos \sqrt{2}\omega(t - \tau) \\ \dot{x}_1(t) &= -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega \left[1 + (\sqrt{2} - (-1)^\alpha) \sin \sqrt{2}\omega(t - \tau) \right] \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega \left[1 - (\sqrt{2} - (-1)^\alpha) \sin \sqrt{2}\omega(t - \tau) \right]. \end{aligned} \quad (4.65)$$

Für α gibt es zwei Fälle: geradzahlig und ungeradzahlig.

(b1) α ist eine gerade Zahl

Dann gilt immer $(\sqrt{2} - (-1)^\alpha) < 1$. Das bedeutet gleichzeitig

$$\dot{x}_1(t) > 0, \quad \dot{x}_2(t) > 0 \quad t > \tau$$

und entsprechend (4.11) ist die Geschwindigkeit des Systems:

$$\dot{X}_{12} = \frac{m\dot{x}_1 + m\dot{x}_2}{m + m} = \frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2}{2} = -\frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega. \quad (4.66)$$

Beim Vergleich mit der Beziehung (4.55) wird deutlich, dass die Geschwindigkeit des Systems unverändert bleibt. Das heisst auch, der letzte Schaltvorgang der bang-bang Steuerung hat keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit des Systems, er verringert aber doch die Amplitude der Schwingung.

Somit ist die Wahl der Werte τ nicht in erster Linie geeignet für die Steuerung der Fortbewegung, sondern für eine aktive Steuerung der Schwingungen, z.B. die schnelle

Unterdrückung der Schwingung, wenn das Bewegungssystem schon die Zielposition erreicht hat.

(b2) α ungerade Zahl ist

Damit würden gemäss Gleichung (4.65) negative Geschwindigkeiten auftreten, d.h. $\dot{x}_1(t) < 0$ oder $\dot{x}_2(t) < 0$. Aber die Zwangsbedingungen gestatten keine negativen Geschwindigkeiten. Wenn $\dot{x}_2(t_{23}) = 0$ gilt, beginnt folglich zum Zeitpunkt t_{23} die Bewegung vom Typ 3.

Mit $\alpha = 1$ folgt t_{23} gemäss (4.65) aus

$$\sin \sqrt{2}\omega(t_{23} - \tau) = \sqrt{2} - 1 \quad (4.67)$$

Nach der Einführung der Variable $\theta = \sqrt{2}\omega(t_{23} - \tau)$ erhält man

$$\sin \theta = \sqrt{2} - 1; \quad \cos \theta = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{2} - 1}. \quad (4.68)$$

Die Anfangsbedingungen für die Bewegung vom Typ 3 können durch die Gleichung (4.65) berechnet werden:

$$\begin{aligned} x_1(t_{23}) &= x_{10} = x_{un} + \lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 (1 + \sqrt{2})\sqrt{\sqrt{2} - 1}, & \dot{x}_1(t_{23}) &= v_{10} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega \\ x_2(t_{23}) &= x_{20} = x_{un}, & \dot{x}_2(t_{23}) &= v_{20} = 0 \end{aligned} \quad (4.69)$$

In der oberen Gleichung kennzeichnet die Variable x_{un} die Anfangskoordinate der Bewegung vom Typ 3. Der Wert der Variablen muss numerisch ermittelt werden. Entsprechend (4.50) werden die Bewegungsgleichungen im Typ 3 durch

$$\begin{aligned} x_1(t) &= x_{un} + \lambda_0 + \lambda_0 \varepsilon_0 (1 + \sqrt{2})\sqrt{\sqrt{2} - 1} \cos \omega(t - t_{23}) \\ &\quad - \lambda_0 \varepsilon_0 \sin \omega(t - t_{23}) \\ \dot{x}_1(t) &= -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega (1 + \sqrt{2})\sqrt{\sqrt{2} - 1} \sin \omega(t - t_{23}) \\ &\quad - \lambda_0 \varepsilon_0 \omega \cos \omega(t - t_{23}) \end{aligned} \quad t > t_{23} \quad (4.70)$$

beschrieben. Die Bewegung vom Typ 3 endet im Zeitpunkt t_{32} . Danach beginnt das Bewegungssystem mit der Bewegung vom Typ 2. Gemäss (4.52) berechnet sich t_{32} aus

$$(1 + \sqrt{2})\sqrt{\sqrt{2} - 1} \cos \varphi = \sin \varphi \quad (4.71)$$

Hier ist $\varphi = \omega(t_{32} - t_{23})$ gesetzt worden. Aus den Gleichungen (4.69) und (4.70) können die Anfangsbedingungen für die Bewegung vom Typ 2 errechnet werden.

$$\begin{aligned} x_1(t_{32}) &= x_{10} = x_{un} + \lambda_0, \\ \dot{x}_1(t_{32}) &= v_{10} = -\lambda_0 \varepsilon_0 \omega [(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)^2 + 1] \cos \varphi \\ x_2(t_{32}) &= x_{20} = x_{un}, & \dot{x}_2(t_{32}) &= v_{20} = 0 \end{aligned} \quad (4.72)$$

Dann lauten die Weg- und Geschwindigkeitsgleichungen für das Gesamtsystem gemäss (4.48)

$$\begin{aligned}
 x_1(t) &= \lambda_0 + x_{un} - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] (t-t_{32}) \cos \varphi \\
 &\quad - \frac{1}{2\sqrt{2}} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi \sin \sqrt{2} \omega (t-t_{32}) \\
 x_2(t) &= x_{un} - \frac{1}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] (t-t_{32}) \cos \varphi \\
 &\quad + \frac{1}{2\sqrt{2}} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi \sin \sqrt{2} \omega (t-t_{32}) \\
 \dot{x}_1(t) &= -\frac{[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [1 + \cos \sqrt{2} \omega (t-t_{32})] \\
 \dot{x}_2(t) &= -\frac{[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi}{2} \lambda_0 \varepsilon_0 \omega [1 - \cos \sqrt{2} \omega (t-t_{32})].
 \end{aligned}
 \tag{4.73}$$

Ein Vergleich mit Beziehung (4.55) zeigt, dass die Geschwindigkeit des Gesamtsystems mit dem Faktor $[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi$ vergrössert wird. Nach (4.71) hat der Faktor den Wert:

$$[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)^2 + 1] \cos \varphi \approx 1.84776.$$

und ist somit grösser als $\sqrt{2}$ aus der Betrachtung (a). Deshalb ist eine der zwei letztgenannten Steuermöglichkeiten, z. B. auch (b2) besser als die unter (a) diskutierten Kriterien.

Bild 4.33 zeigt die Geschwindigkeit bei einer bang-bang Steuerung mit der Federlängenänderung von λ_0 auf $\lambda_0(1+\varepsilon_0)$ im Zeitpunkt $t=0$. Unter anderem zeigt das Bild deutlich den Zeitpunkt t_{12} , und die Auswahl der Zeitpunkte für die Steuerung, nach (a), (b1) und (b2).

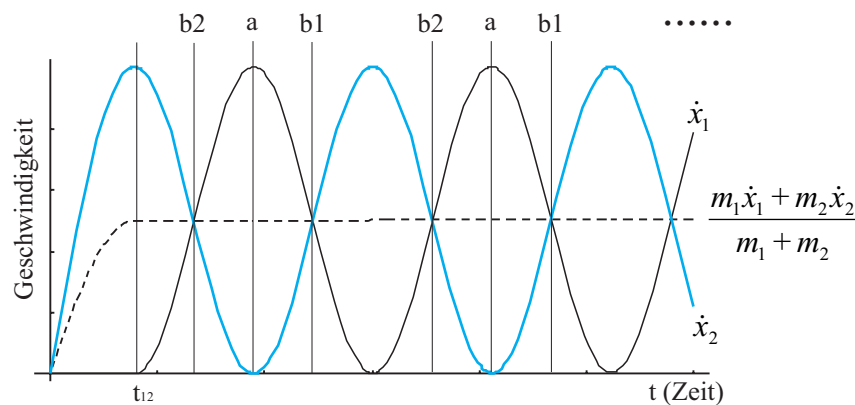


Bild 4.33: Zur Auswahl der Schaltzeitpunkte für die Steuerungen

Zusätzlich soll nachfolgend der Abstand zwischen den Massenpunkten m_1 und m_2 betrachtet werden. Nach (4.55) kann der Abstand aus

$$\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t) = \lambda_0(1 + \varepsilon_0) + \frac{\lambda_0 \varepsilon_0}{\sqrt{2}} \sin \sqrt{2}\omega(t - t_{12}) \quad (4.74)$$

berechnet werden. Tabelle 4.5 zeigt die Abstände bei verschiedenen Fällen und den jeweils aktuellen Federzustand. Es wird deutlich, dass im Fall (b2), wenn die Massen den kleinsten Abstand voneinander haben, der letzte Schaltvorgang der bang-bang Steuerung (Federlänge verlängert sich von $\lambda_0(1 + \varepsilon_0)$ auf λ_0) zur höchsten Geschwindigkeit des Bewegungssystem führt.

Diese Schlussfolgerung ist auch richtig bei Berücksichtigung der in der Praxis auftretenden Energieverluste durch Dämpfung und Reibung.

Tabelle 4.5: Abstand zwischen den Massenpunkten

| | Der Abstand zwischen m_1 und m_2 | Zustand der Feder |
|----|---|-------------------|
| a | $\lambda_0(1 + \varepsilon_0)$ | unbelastet |
| b1 | $\lambda_0 [1 + (1 - \frac{1}{\sqrt{2}})\varepsilon_0]$ | verlängert |
| b2 | $\lambda_0 [1 + (1 + \frac{1}{\sqrt{2}})\varepsilon_0]$ | verkürzt |

Diese Ergebnisse wurden mit Simulationsrechnungen bestätigt. Die Parameter und Anfangsbedingungen wurden wie folgt angenommen:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}; \quad c = 1 \text{ N/m}, \lambda_0 = 1 \text{ m}; \quad k = 0, k_1 = k_2 = 0; \quad \varepsilon_0 = -0.25 \text{ m}$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 1 \text{ m}, x_2(0) = 0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0.$$

Die Steuerung erfolgte nach Gleichung (4.10). Mit (4.56) und (4.63) können die verschiedenen τ jeweils für die Fälle (a), (b1) und (b2) berechnet werden.

Bild 4.34, Bild 4.35 und Bild 4.36 zeigen die Simulationsergebnisse für die drei Fälle. Den Vergleich der Ergebnisse zeigt die Tabelle 4.6. In der Tabelle bedeuten $\dot{X}_{12}(19)$ und $\dot{X}_{12}(2)$ jeweils die durchschnittliche Geschwindigkeit, wie Gleichung (4.11) zeigt, zu den Zeitpunkten 2 und 19. Die Ergebnisse zeigen, dass die Resultate der Simulationen mit den theoretischen Betrachtungen übereinstimmen. Die Wahl von τ gemäss nach der Bedingung aus (b2) führt zu optimalen „gaits“.

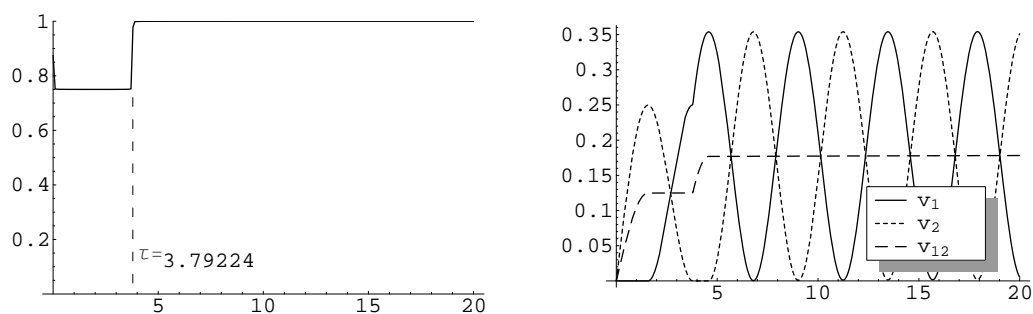


Bild 4.34: Steuerung und Geschwindigkeiten des Bewegungssystems im Fall (a)

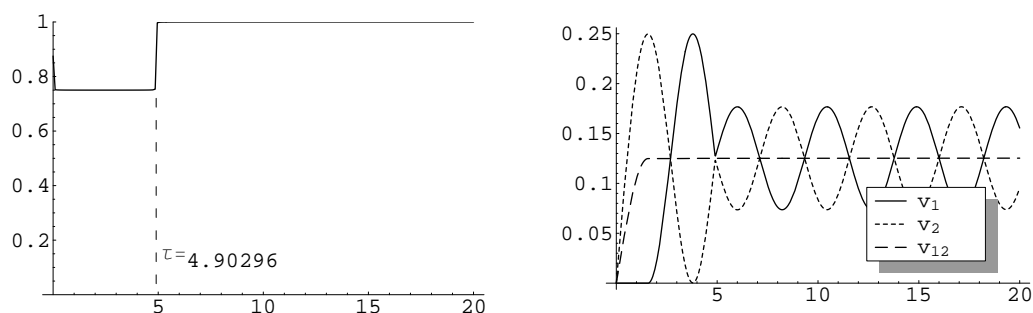


Bild 4.35: Steuerung und Geschwindigkeiten des Bewegungssystems im Fall (b1)

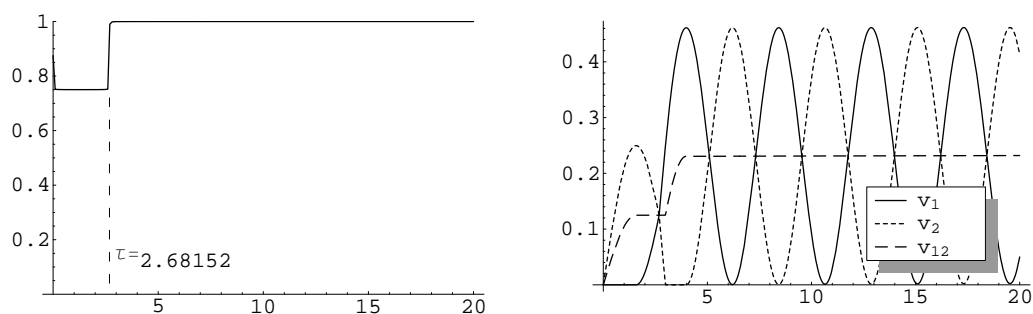


Bild 4.36: Steuerung und Geschwindigkeiten des Bewegungssystems im Fall (b2)

Tabelle 4.6: Vergleich der Simulationsergebnisse

| Betrachteter Fall | Auswahl von τ | $\dot{X}_{12}(19)/\dot{X}_{12}(2)$ |
|-------------------|---|------------------------------------|
| a | $\frac{1+\sqrt{2}}{2}\pi=3.79224$ | 1.41684 |
| b1 | $\frac{3+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\pi=4.90296$ | 1.00188 |
| b2 | $\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\pi=2.68152$ | 1.84683 |

4.7.2 Steuerung der Federlängenänderung nach harmonischen Funktionen

Bei der Steuerung der Federlängenänderung nach harmonischen Funktionen (kurz: harmonische Steuerung) liegt es nahe, wie schon angedeutet, das wurmartige Bewegungssystem im Resonanzfall zu betreiben. Aber das System besitzt drei Bewegungstypen, wie Tabelle 4.1 zeigt, und damit auch verschiedene Eigenfrequenzen. Die Analyse der bang-bang Steuerung zeigt beispielsweise, dass die Eigenkreisfrequenz bei Bewegungstyp 1 und 3 mit ω aus den Gleichungen (4.43) und (4.50) folgt, und für den Bewegungstyp 2 mit $\sqrt{2}\omega$ aus Gleichung (4.48) ermittelt wurde. Aufgrund der Borstenwirkung gibt es Schwingung nur beim Bewegungstyp 2. Deshalb wird als Eigenkreisfrequenz im Resonanzfall der Wert $\sqrt{2}\omega$ vom Bewegungstyp 2 betrachtet.

Diese Schlussfolgerung soll durch ein Beispiel bestätigt werden. Die harmonische Steuerung kann wie folgt bestimmt werden:

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left[1 + \frac{\varepsilon_0}{2} (1 - \sin(h\omega t)) \right] \quad \varepsilon_0 \in (-1, 0), h \neq 0 \quad (4.75)$$

h ist ein Koeffizient, der die Werte 1 und $\sqrt{2}$ annimmt. Die Parameter des Bewegungssystems und die Anfangsbedingungen sind:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}; \quad c = 4 \text{ N/m}, \lambda_0 = 1 \text{ m}; \quad k = 0, k_1 = k_2 = 0; \quad \varepsilon_0 = -0.25 \text{ m};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 1 \text{ m}, x_2(0) = 0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0, \dot{x}_2(0) = 0.$$

Die Simulationsergebnisse sind im Bild 4.37 und im Bild 4.38 gezeigt. In beiden Bildern zeigen die oberen linken Kurven die Koordinaten der Massenpunkte und des Massenmittelpunktes des Systems, die oberen rechten Kurven die Geschwindigkeiten, die unteren linken Kurven die harmonische Steuerung und die unteren rechten Kurven den Abstand zwischen den beiden Massenpunkten, d.h. $x_1 - x_2$. Bild 4.38 zeigt den Resonanzfall, die Amplitude wächst ständig. Das Bild zeigt auch, dass in einigen Punkten die Koordinate von m_2 grösser als die von m_1 ist, d.h. $x_1 - x_2 < 0$. Dies ist praktisch unmöglich, deshalb können die Simulationsergebnisse im Resonanzfall nicht der Realität entsprechen und sind nur von theoretischem Interesse.

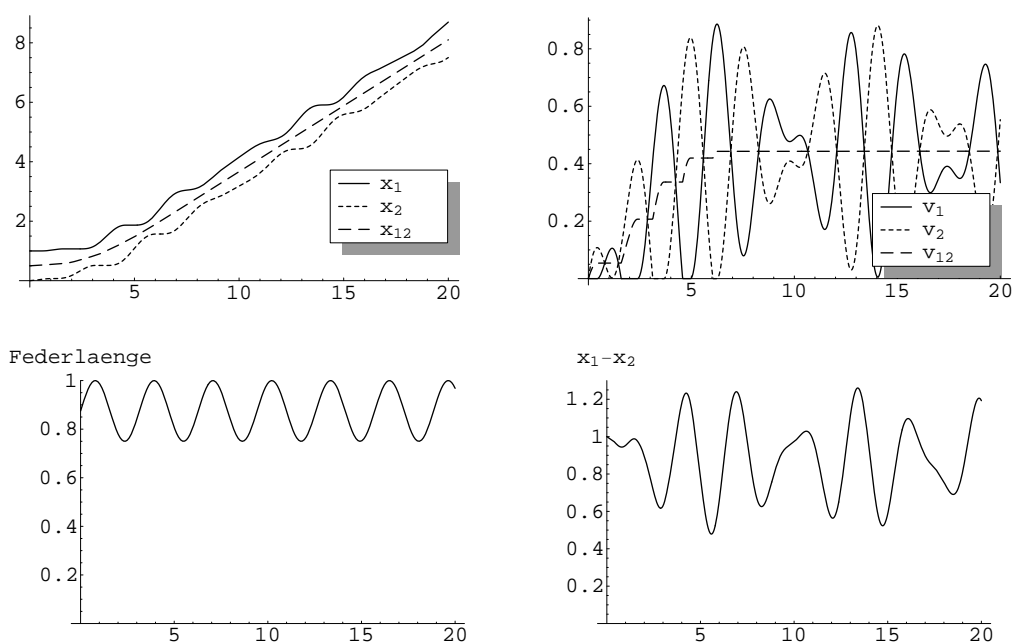


Bild 4.37: Simulationsergebnisse für $h=1.0$

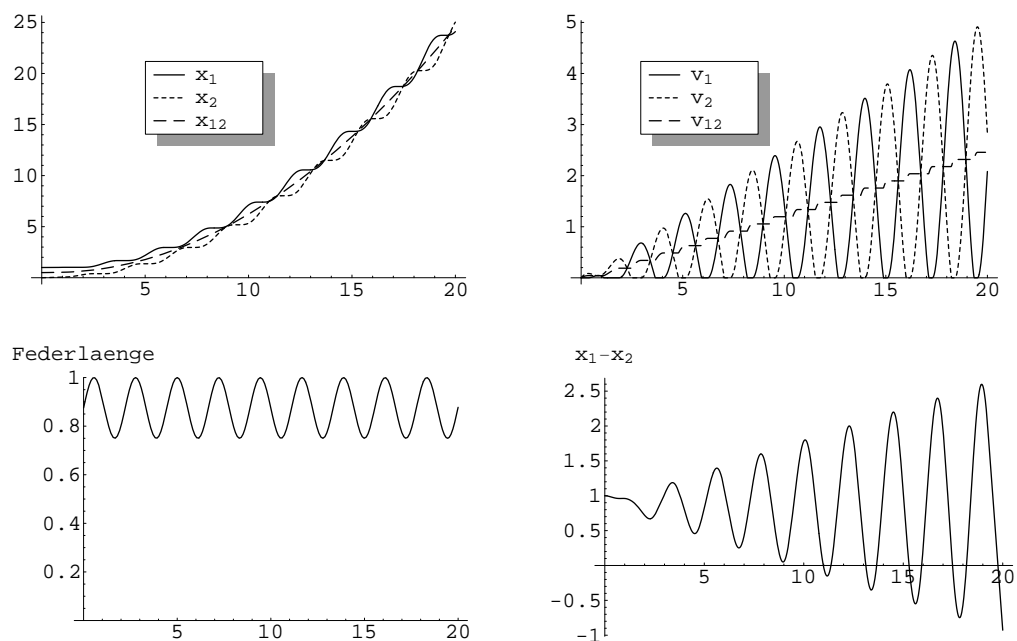


Bild 4.38: Simulationsergebnisse für $h=\sqrt{2}$

Für das reale Bewegungssystem müssen aber Dämpfung und Reibung berücksichtigt werden, die ein unbeschränktes Wachsen der Amplituden verhindern. Nachfolgend wird eine Simulation für das oben beschriebene Bewegungssystem mit Dämpfung durchgeführt.

Gemäss Gleichung (4.36) und der bekannten Beziehungen aus der Schwingungstechnik [Czichos00] kann die Kreisfrequenz im Resonanzfall mit

$$\omega_r = \sqrt{2\omega^2 - 2\delta^2} \quad (4.76)$$

gegeben werden. Die Parameter und Anfangsbedingungen sind wie die zuvor gegebene, nur $k_{12} = 0.5$. Bild 4.39 zeigt die Simulationsergebnisse.

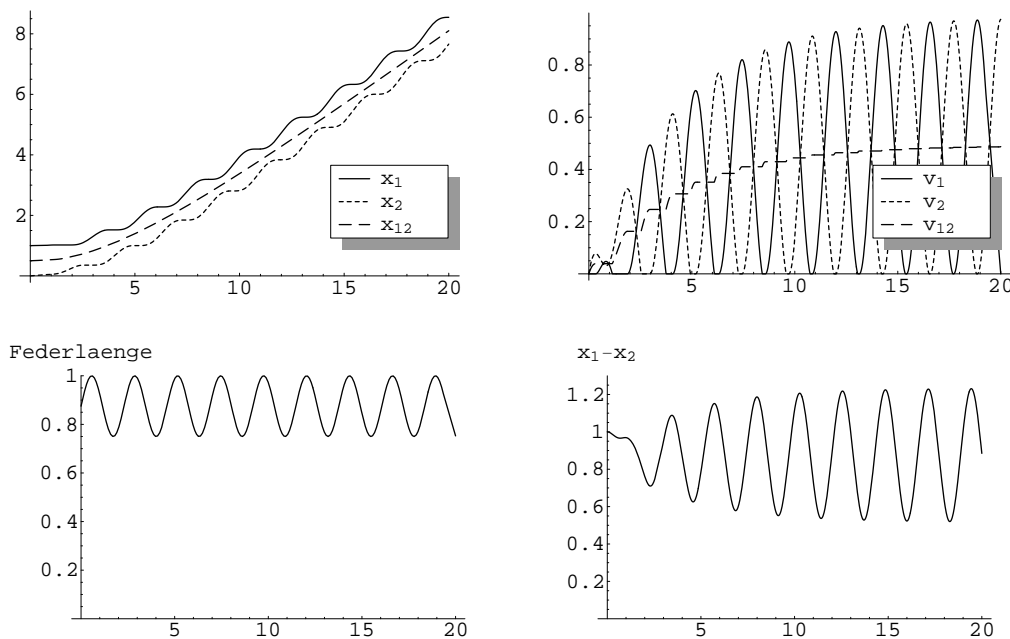


Bild 4.39: Simulationsergebnisse bei Resonanz mit $k_{12} = 0.5$

4.8 Unwuchtmodell

Der Aktuator spielt eine wesentliche Rolle für mobile Roboter. Die vorangegangenen theoretischen Untersuchungen für ein wurmartiges Bewegungssystem basieren auf einem Linearaktor, der die Originalfederlänge definiert ändern kann. Für einen entwickelten Prototypaufbau in makrotechnischen Dimensionen sind die Hübe, die man z. B. mit einem Gleichstrommagnet erzielen kann, nicht ausreichend. Deshalb erfolgte im Prototyp nicht eine Federlängenänderung, sondern es wurde eine periodische Kraft im Innern des Systems über eine umlaufende Unwucht erzeugt (Bild 4.40).

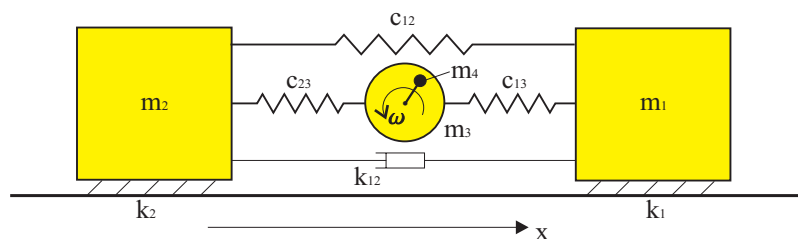


Bild 4.40: Unwuchtmodell

Das Unwuchtmodell besteht aus vier Massenpunkten, den Massen m_1 , m_2 , die wie die bisher auch mit Borsten ausgestattet sind, der Masse m_3 , die hauptsächlich die Masse des Motors beschreibt, und der exzentrisch angebrachten Masse m_a . c_{12} , c_{13} und c_{23} sind die Steifigkeit der Federn. k_1 und k_2 sind die Konstanten der Absolutdämpfung bei der Fortbewegung. k_{12} beschreibt die Relativdämpfung zwischen den beiden Massenpunkten. Das Bewegungsprinzip des Modells liegt darin, dass die Drehung der exzentrischen Masse m_a zur Schwingung der Masse m_3 führt, die über die Federn auf die Massen m_1 und m_2 übertragen wird. Entscheidend für die Fortbewegung ist erneut die Zwangsbedingung durch die Borsten, die eine Bewegung nach links verhindern. Die Winkelgeschwindigkeit des Massenpunktes m_a beträgt ω .

Mit dem Impulssatz für die drei Massen folgen die Bewegungsdifferentialgleichungen des Unwuchtmodells:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 &= -c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 + r_1(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= c_{23}(x_3 - x_2 - \lambda_{230}) + c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 \dot{x}_2 + r_2(t) \\ (m_3 + m_a) \ddot{x}_3 &= \omega^2 R m_a \cos \theta + c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{23}(x_3 - x_2 - \lambda_{230}) \\ \theta &= \theta_0 + \omega t. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Hier bedeutet R den Abstand zwischen dem Massenpunkt m_a und der Drehachse. $r_1(t), r_2(t)$ sind definiert durch

$$\begin{aligned} r_1(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_1)][1 - \text{sign}(f_1(t))]f_1(t) \\ r_2(t) &= -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(\dot{x}_2)][1 - \text{sign}(f_2(t))]f_2(t), \end{aligned} \quad (4.78)$$

mit

$$\begin{aligned} f_1(t) &= -c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 \\ f_2(t) &= c_{23}(x_3 - x_2 - \lambda_{230}) + c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 \dot{x}_2. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω sei konstant. Der Einfluss der Schwerkraft auf die Bewegung der Unwuchtmasse wird vernachlässigt.

Wie die für die unter Punkt 4.7 untersuchten wurmartigen Bewegungssysteme gibt es auch optimale gaits bzw. eine optimale Winkelgeschwindigkeit ω für das Unwuchtmodell. Für das im Bild 4.40 gezeigte System existieren drei Eigenfrequenzen bzw. drei Eigenschwingungsformen (wenn nur die Massen 1 bis 3 betrachtet werden). Eine davon ist die Eigenschwingungsform mit der Eigenfrequenz Null, d.h. es handelt sich um eine Starrkörperbewegung. Des Weiteren gibt es zwei Eigenschwingungsformen, denen nichttriviale Frequenzen entsprechen. Die Werte für die Eigenfrequenzen wurden analytisch und numerisch ermittelt. Die Parameter und Anfangsbedingungen für die Simulation sind

$$m_1 = 1.0 \text{ kg}, m_2 = 4.0 \text{ kg}, m_3 = 0.1 \text{ kg}, m_a = 1.0 \text{ kg};$$

$$c_{12} = 0.0, c_{13} = c_{23} = 1.0 \text{ N/m}, \lambda_{130} = \lambda_{230} = 1.0 \text{ m};$$

$$k_{12} = 0.0, k_1 = k_2 = 0.0; \quad R = 0.1 \text{ m}$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 2.0 \text{ m}, x_2(0) = 0.0, x_3(0) = 1.0 \text{ m}, \theta_0 = 0.0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0, \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Die Eigenfrequenzen sind in Tabelle 4.7 genannt.

Tabelle 4.7: Eigenfrequenzen des Systems

| | Eigenfrequenz | Eigenkreisfrequenz |
|----|---------------|--------------------|
| 1. | 0.1181 | 0.74 |
| 2. | 0.2525 | 1.58 |

Die Ergebnisse für die Simulation sind im Bild 4.41 und im Bild 4.42 gezeigt.

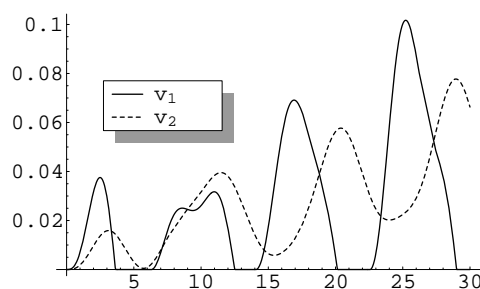
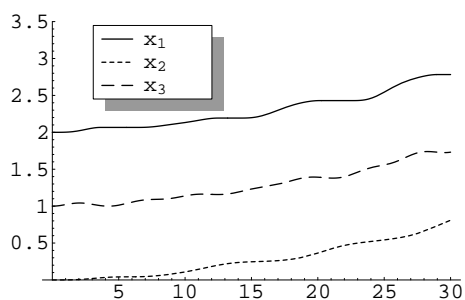


Bild 4.41: Koordinaten und Geschwindigkeiten für $\omega = 0.74$

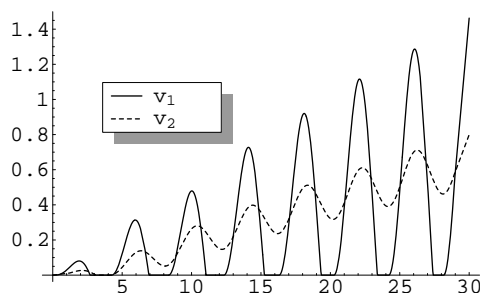
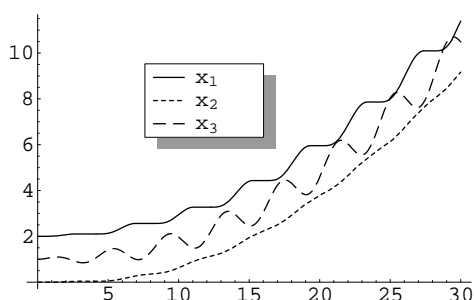


Bild 4.42: Koordinaten und Geschwindigkeiten für $\omega = 1.58$

In den linken Bildern sind die Koordinaten jeweils von x_1 , x_3 und x_2 (von oben nach unten) und in den rechten Bildern die Geschwindigkeit der Massenpunkte m_1 und m_2 dargestellt. Bei $\omega = 1.58$ kommt es zu der, konstruktiv bedingt, nicht möglichen Situation $x_3 > x_1$. Das heisst, die hohe Geschwindigkeit bei Antrieb mit der zweiten Eigenkreisfrequenz ist zwar optimal im Sinne der Fortbewegung, aber nicht real. In einer weiteren Betrachtung müssen Dämpfer im System berücksichtigt werden.

Die vorangegangene Untersuchung basiert darauf, dass der Einfluss der Schwerkraft für die Unwuchtbewegung nicht berücksichtigt ist. In der Praxis wird die Bewegung der exzentrischen Masse durch einen Motor realisiert, auf den das Moment infolge der Schwerkraft der Unwuchtmasse wirkt. Die Winkelgeschwindigkeit ist real folglich nicht konstant. Die Bewegungsgleichungen für das verbesserte Modell lauten

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 &= -c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_1 \dot{x}_1 + r_1(t) \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= c_{23}(x_3 - x_2 - \lambda_{230}) + c_{12}(x_1 - x_2 - \lambda_{120}) + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 \dot{x}_2 + r_2(t) \\
 (m_3 + m_a) \ddot{x}_3 &= \omega^2 R m_a \cos \theta + \ddot{\theta} R m_a \sin \theta \\
 &\quad + c_{13}(x_1 - x_3 - \lambda_{130}) - c_{23}(x_3 - x_2 - \lambda_{230})
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

$$\begin{aligned}
 J \ddot{\theta} &= M + \ddot{x}_3 m_a R \sin \theta; \quad J = R^2 m_a; \\
 M &= M_0 + M_s; \quad M_s = -R m_a g \cos \theta.
 \end{aligned}$$

M_0 ist das Moment des Motors. M_s bedeutet das Moment infolge der Schwerkraft von m_a . J bezeichnet das Trägheitsmoment des Massenpunkts m_a bezüglich der Drehachse. $r_1(t)$ und $r_2(t)$ sind wie in den Gleichungen (4.78) definiert.

Die Untersuchung dieses Modells erfolgt im nachfolgenden Abschnitt mit computergestützten Methoden.

5 Computergestützte Simulation

5.1 Die Simulationswerkzeuge

In der vorliegenden Arbeit erfolgt die Fokussierung der Untersuchungen von biomimetischen Bewegungssystemen auf die Anwendung **analytischer** Methoden so wie im vorherigen Abschnitt 4 dargestellt. Basis für die Untersuchung der wurmartigen Bewegungssysteme ist das Modell des Mehrkörpersystems (MKS). Stand der Technik ist die **computergestützte** Simulation der Dynamik von MKS mit leistungsfähigen Software-Tools [Kla01]. Auch für die Entwicklung von Bewegungssystemen nach biologischem Vorbild werden computergestützte Methoden im konstruktiven Entwicklungsprozess (Bild 5.1) für das virtuelle Prototyping eingesetzt.

Zur Dynamiksimulation von MKS werden u.a. die Systeme *ADAMS*, *SIMPACK*, *NEWEUL*, *MESA*, *VERDE*, *WORKING MODEL* angewendet. In dieser Arbeit wird das Softwarepaket *ALASKA* als Werkzeug für die Simulation biomimetischer Robotermodelle bzw. wurmartiger Bewegungssysteme verwendet.

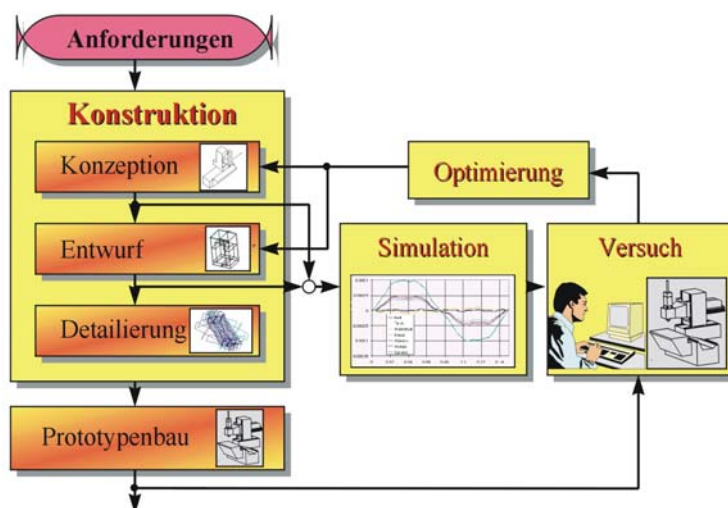


Bild 5.1: Etappen des konstruktiven Entwicklungsprozesses[Ado98]

ALASKA steht als Abkürzung für **A**dvanced **l**agrangian **s**olver in **k**inetic **a**nalysis und wird vom Institut für Mechatronik e.V. an der TU Chemnitz entwickelt. Es ist ein leistungsfähiges Werkzeug zur computergestützten Modellierung und Simulation des dynamischen Verhaltens elektromechanischer und mechatronischer Systeme. *ALASKA* ist als universelles Simulations-Werkzeug überall dort einsetzbar, wo mechanische bzw. mechatronische Systeme analysiert werden sollen, wie z.B. in der Fahrzeugtechnik, dem Maschinen- und Anlagenbau, der Robotertechnik, in der mechatronischen Gerätetechnik, der Luft- und Raumfahrt, sowie der Biomechanik. Nachfolgend werden qualitative und quantitative Aussagen über das Verhalten von wurmartigen Bewegungssystemen mit unterschiedlicher Struktur und Antrieb mit der genannten Software gewonnen.

5.2 Wurmartige Systeme mit Antrieb über Federlängenänderung und SMA-Elementen

5.2.1 Modell mit dem Freiheitsgrad zwei

Zum Vergleich der Ergebnisse aus analytischen Betrachtungen und zur Modell-evaluierung wurde zunächst die Simulation eines Modells mit dem Freiheitsgrad zwei (siehe Bild 4.14) durchgeführt. Es entspricht dem Modell aus Abschnitt 4.5.2. Die Körper sind nur für die Computeranimation als Quader modelliert worden, in der Simulation sind lediglich ihre Massen und keine Massenträgheitsmomente berücksichtigt worden. Folgende Voraussetzungen wurden getroffen:

- Die Verbindungen zwischen den Körpern (Massenpunkten) m_1 und m_2 sowie dem Fundament wird über zwei Schubgelenke realisiert.
- Jeder Quader ist mit Borsten ausgestattet, so dass er sich nur in eine Richtung bewegen kann.
- Die Federn funktionieren nicht nur als Energiespeicher und Rückstellelement, sondern über die bang-bang Steuerung wie im Abschnitt 4.5.2 auch als Antrieb.

Die folgenden Parameter und Anfangsbedingungen wurden angenommen:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}; \quad c = 1 \text{ N/m}, \lambda_0 = 1 \text{ m};$$

$$k = 0, k_1 = k_2 = 0;$$

$$\varepsilon_0 = -0.25 \text{ m} \quad \tau = 2.68152 \text{ s};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 1.5 \text{ m}, x_2(0) = 0.5 \text{ m};$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0.$$

Die Steuerung ist im Bild 4.36 dargestellt. Bild 5.2 zeigt einen Screenshot der Dynamiksimulation mit Hilfe der Software *ALASKA*.

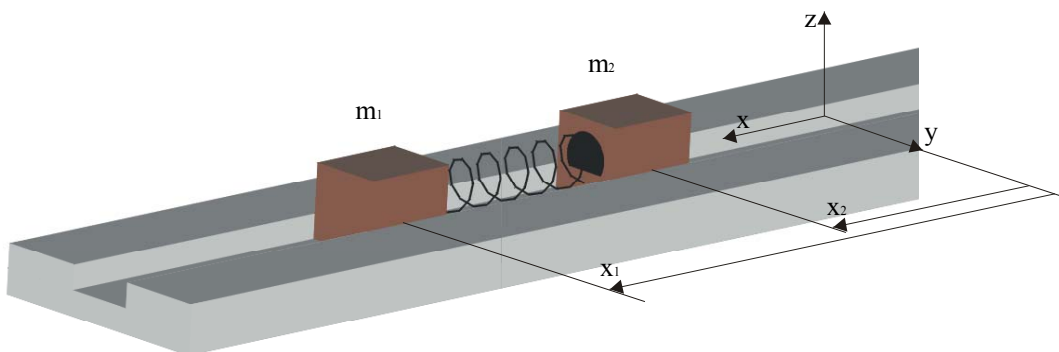


Bild 5.2: Wurmartiges Bewegungssystem mit zwei Massenpunkten

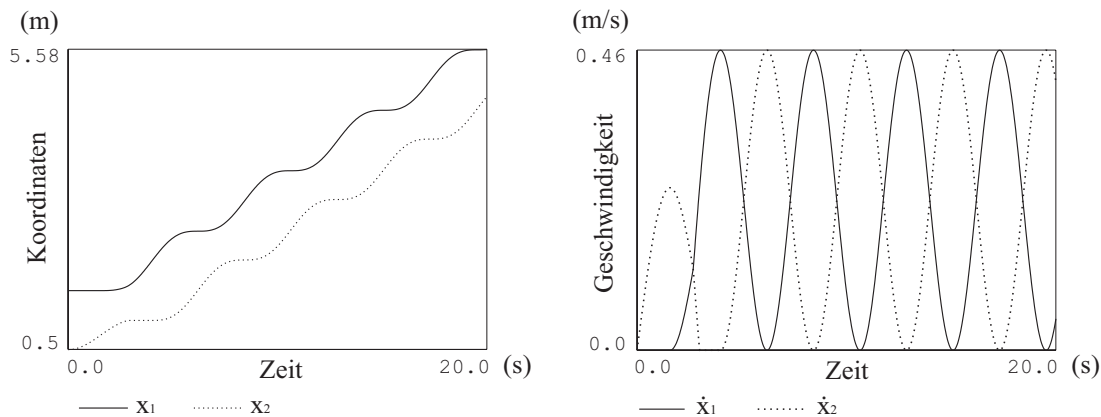


Bild 5.3: Koordinaten und Geschwindigkeit der Massenpunkte

Bild 5.3 zeigt die Simulationsergebnisse für Koordinaten und Geschwindigkeiten, die den Simulationsergebnissen in Bild 4.36 entsprechen.

5.2.2 Modell mit dem Freiheitsgrad grösser zwei

Nachfolgend werden die Simulationsergebnisse für ein System mit fünf Massenpunkten (siehe Bild 4.20) dargestellt. Die Annahmen sind die gleichen, wie im vorangegangenen Modell:

- Die Verbindungen zwischen den Körpern (Massenpunkten $m_i, i= 1,2,3,4,5$) und dem Fundament wird über fünf Schubgelenke realisiert.
- Jeder Quader ist mit Borsten ausgestattet, so dass er sich nur in eine Richtung bewegen kann.
- Die Federn funktionieren nicht nur als Energiespeicher und Rückstellelement, sondern über die bang-bang Steuerung wie im Abschnitt 4.5.2 auch als Antrieb.

Die folgenden Parameter und Ausgangsbedingungen wurden angenommen:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = 1.0 \text{ kg};$$

$$c_{12} = c_{23} = c_{34} = c_{45} = 1.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{120} = \lambda_{230} = \lambda_{340} = \lambda_{450} = 1.0 \text{ m};$$

$$k_{12} = k_{23} = k_{34} = k_{45} = 0.0; \quad k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = 0.0;$$

$$\varepsilon_{120} = \varepsilon_{230} = \varepsilon_{340} = \varepsilon_{450} = -0.2 \text{ m};$$

$$\tau_{12a} = 0.0 \text{ s}, \tau_{12b} = 10.5 \text{ s}, \quad \tau_{23a} = 1.8 \text{ s}, \tau_{23b} = 9.7 \text{ s},$$

$$\tau_{34a} = 3.4 \text{ s}, \tau_{34b} = 8.2 \text{ s}, \quad \tau_{45a} = 4.5 \text{ s}, \tau_{45b} = 6.9 \text{ s};$$

Anfangsbedingungen:

$$x_1(0) = 4.0 \text{ m}, x_2(0) = 3.0 \text{ m}, x_3(0) = 2.0 \text{ m}, x_4(0) = 1.0 \text{ m}, x_5(0) = 0.0 \text{ m};$$

$$\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \dot{x}_3(0) = \dot{x}_4(0) = \dot{x}_5(0) = 0.0.$$

Das dynamische Simulationsmodell (3-D in *ALASKA*) ist in Bild 5.4 dargestellt. c_{12} , c_{23} , c_{34} und c_{45} sind die vier Federn bzw. die Aktuatoren.

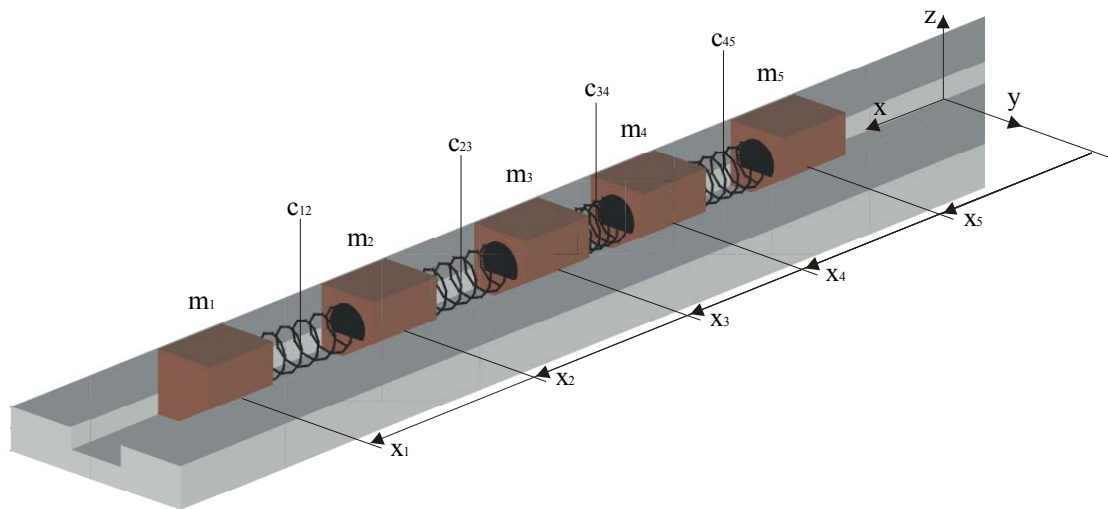


Bild 5.4: Wurmartiges Bewegungssystem mit fünf Massenpunkten (ALASKA)

Als Simulationsergebnis sind im Bild 5.5 die Koordinaten der fünf Massenpunkte innerhalb von 20 Sekunden dargestellt. Bild 5.6 zeigt die bang-bang Steuerung der fünf Federn.

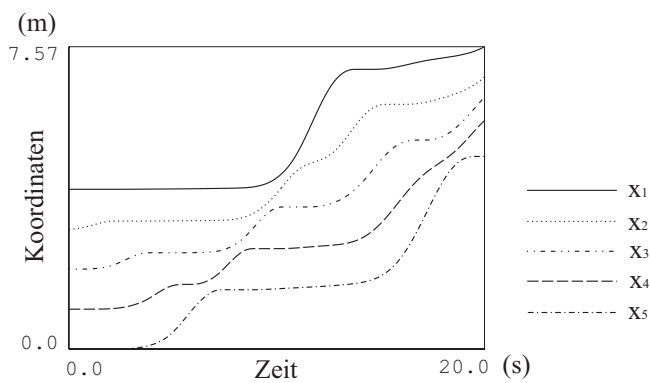


Bild 5.5: Koordinaten der fünf Massenpunkte

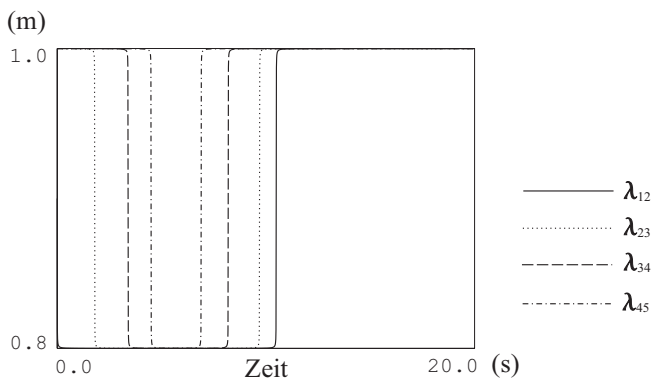


Bild 5.6: bang-bang Steuerung

5.2.3 Simulation von Wurmrobotern mit SMA-Elementen als Antrieb

Da Formgedächtnismaterialien eine grosse Energiedichte bei kleiner Bauform besitzen (siehe Bild 3.1), sind zahlreiche Prototypen biomimetischer Roboter mit Formgedächtnisantrieben entwickelt worden. Im von der DFG geförderten Innovationskolleg „Bewegungssysteme“ der Universitäten Jena und Ilmenau wurden neben Prototypen „künstlicher Würmer“ mit elektromechanischem und fluidischem Antrieb auch ein Versuchsmuster eines Wurmroboters mit Formgedächtnismaterial als Antrieb entwickelt (Bild 5.7).

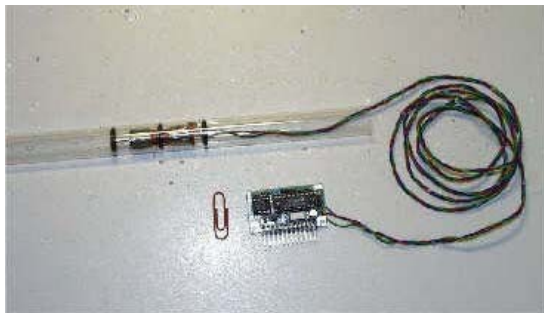


Bild 5.7: Miniatur-Wurmroboter mit Microcontroller-Steuerung [Riem98a]

Sein Durchmesser beträgt an der schlanksten Stelle nur etwa 2 Millimeter. Das Bewegungsprinzip dieses Wurmroboters wird im Bild 5.8 veranschaulicht.

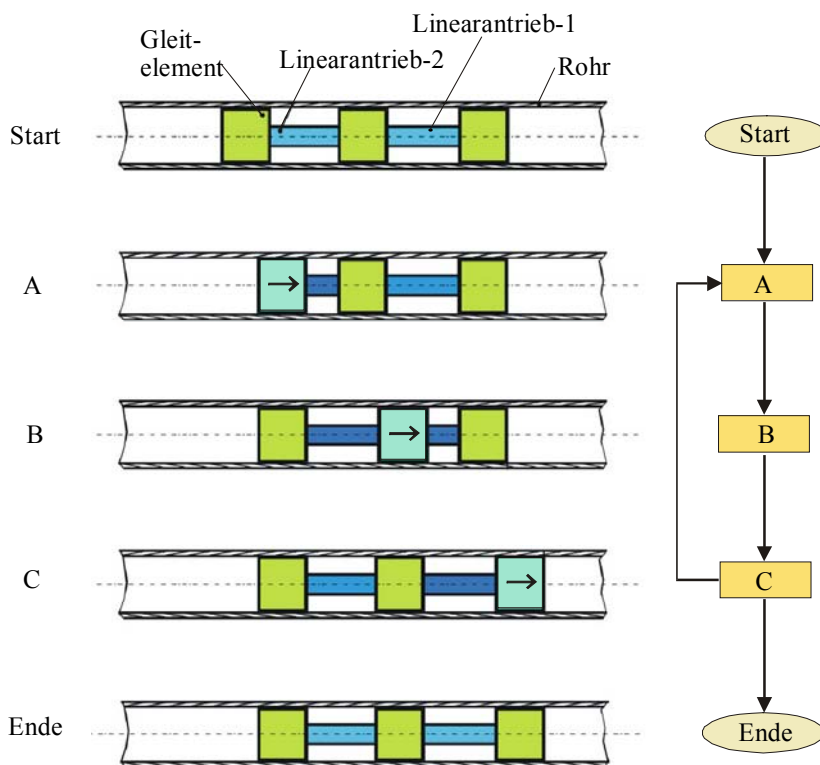


Bild 5.8: Bewegungsprinzip des Wurmroboters [Riem98a]

Bei der Lokomotion des Systems spielt die Wechselwirkung zwischen den Haft – /Gleitreibungskräften und der jeweils zwischen zwei Wurmsegmenten ausgekoppelten Antriebskraft die wesentliche Rolle. Die Kräfte während der Bewegung und die erforderlichen Antriebskräfte für die Fortbewegung zeigt Bild 5.9.

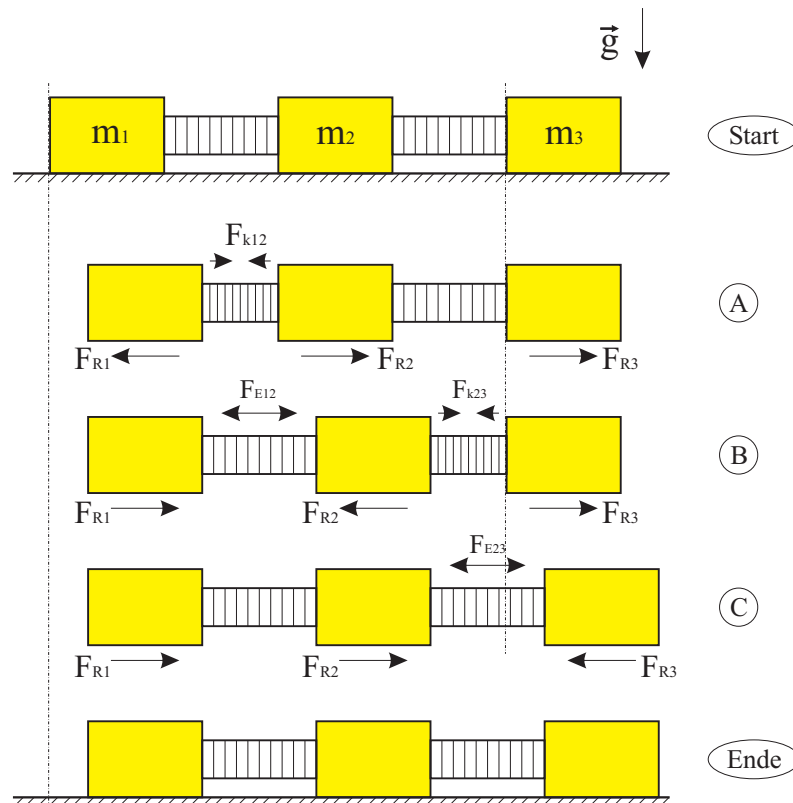


Bild 5.9: Kräfte am Bewegungssystem

Unter der Annahme gleicher Massen $m_1 = m_2 = m_3$ (und folglich gleicher Normalkräfte) sowie jeweils gleichem Haftreibungskoeffizient μ_R zwischen den Massen und der Unterlage, müssen für die Realisierung der Lokomotion nachfolgende Bedingungen erfüllt sein.

Phase A: $F_{R1} < F_{K12} < (F_{R2} + F_{R3})$

Phase B: $F_{R1} > F_{E12}$, $F_{R2} < F_{E12} + F_{K23}$, $F_{R3} > F_{K23}$

Phase C: $(F_{R1} + F_{R2}) > F_{E23} > F_{R3}$

Mit F_{Kij} werden die Antriebskräfte bei Kontraktion des Verbindungselementes und mit F_{Eij} die Kräfte bei Extension bezeichnet. Mit der obigen Annahme gilt ausserdem $F_{R1} = F_{R2} = F_{R3}$.

Damit folgen aus den Ungleichungen für die Phasen A-C die Forderungen:

$$F_{E12} < F_{K12}, \quad F_{E23} > F_{K23}.$$

In der Simulation wird die Reibung zwischen dem Gleitelement und dem Rohr durch COULOMBSche Reibung beschrieben. Mit der Berücksichtigung dieser eingprägten Kraft (Gleitreibung) bzw. Zwangskraft (Haftreibung) unterscheidet sich die Simulation für den SMA-Wurmroboter von den bisherigen Simulationen. Bei den vorangegangenen Modellen mit zwei oder mehreren Massenpunkten wurden die Borsten zur Realisierung der richtungsabhängigen Reibung als wesentliche Elemente gemäss der Formeln (4.8) und (4.9) modelliert.

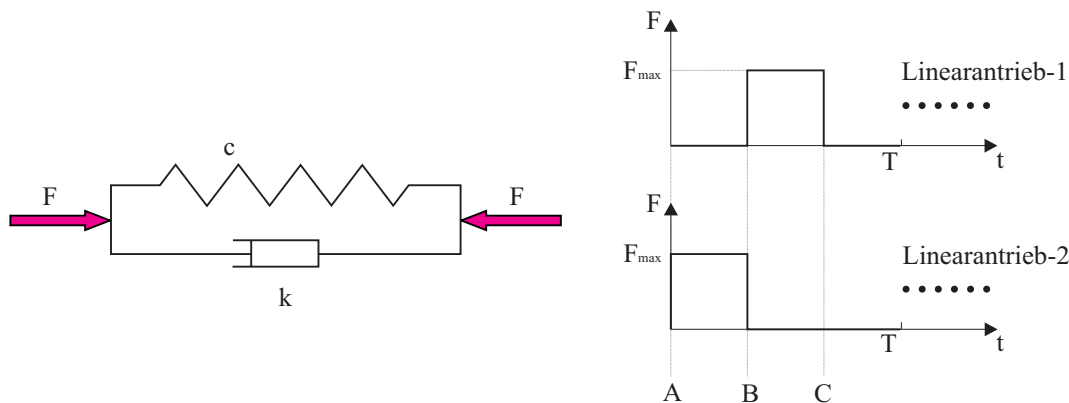


Bild 5.10: Vereinfachtes Modell und Steuerung für zwei SMA-Aktoren

Des Weiteren sind die Linearantriebe bzw. SMA-Aktoren in der Simulation als Feder-Systeme mit Dämpfung modelliert worden, wie im Bild 5.10 gezeigt. Wenn die SMA-Aktoren unter Strom gesetzt werden, verkürzen sie sich und die internen Deformationen führen zur Bewegung. Im Bild 5.10 korrespondieren die Zustände A, B und C mit denen im Bild 5.8.

Die Parameter und Anfangsbedingungen für die Simulation werden beschrieben durch:

$$m_1 = m_2 = m_3 = 0.001 \text{ kg};$$

$$c_1 = c_2 = 1000.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{10} = \lambda_{20} = 0.007 \text{ m};$$

$$k_1 = k_2 = 2.0 \text{ Ns/m}; \quad mgl = 0.6, \quad mgf = 0.8;$$

$$T = 0.12 \text{ s}; \quad F_{\max} = 0.9 \text{ N};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 0.014 \text{ m}, \quad x_2(0) = 0.007 \text{ m}, \quad x_3(0) = 0.0 \text{ m};$$

$$\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Dabei sind m_1 , m_2 und m_3 die Massen der drei Gleitelemente, c_1 und c_2 die Steifigkeiten und λ_{10} und λ_{20} die Originallängen der Federn, k_1 und k_2 sind die inneren Dämpfungen der SMA-Aktoren, T die Dauer eines Schaltzyklus (siehe Bild 5.10, rechts) und F_{\max} die maximale Kraft der SMA-Aktoren. Mit mgl und mgf sind die Koeffizienten der Gleit- und Haftreibung bezeichnet. Das in *ALASKA* generierte Modell wird im Bild 5.11 gezeigt.

Die Simulationsergebnisse sind im Bild 5.12 und Bild 5.13 dargestellt. Im Bild 5.12 wird deutlich, dass die Geschwindigkeit der drei Gleitelemente auch negativ wird. Dies bestätigt die Korrektheit des Modells, denn auch beim realen System kann man ein „Zurückgleiten“ der Elemente beobachten. Damit wird die Effizienz der Fortbewegung reduziert. Die Ursache dafür liegt in dem nicht exakten Einhalten der Forderungen aus dem Bild 5.9. Da die Massen der Gleitelemente klein und die Federsteifigkeiten sehr gross sind, sind die Eigenfrequenzen des Systems sehr hoch bzw. die Periodendauer der Schwingung sehr klein. Deshalb muss die Integrationsrittweite für die Simulation genug klein sein, in diesem Fall kleiner als 0.0005 Sekunden.

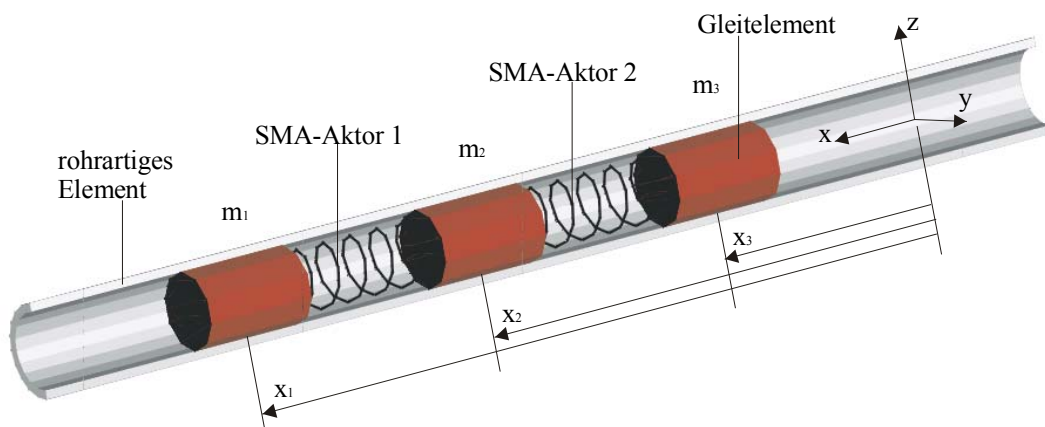


Bild 5.11: Wurmartiges Bewegungssystem mit SMA-Antrieb

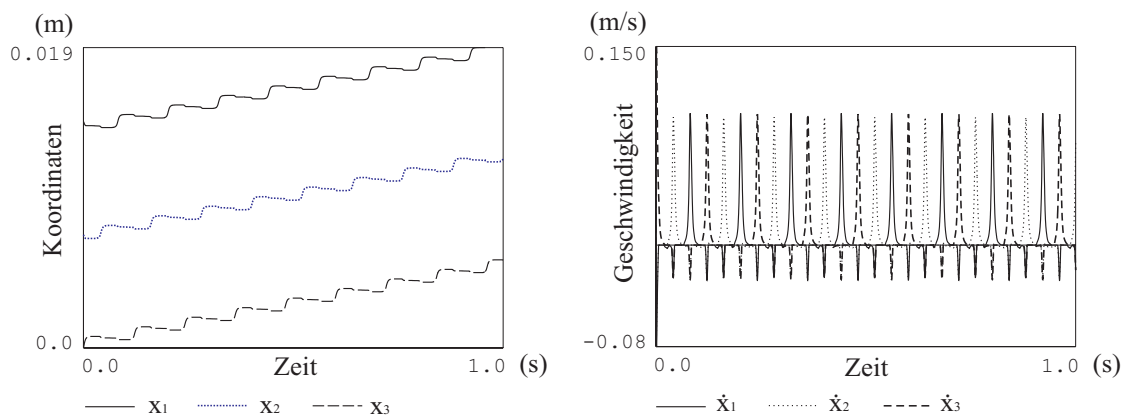


Bild 5.12: Koordinaten und Geschwindigkeiten des wurmartigen Bewegungssystems mit SMA-Aktoren

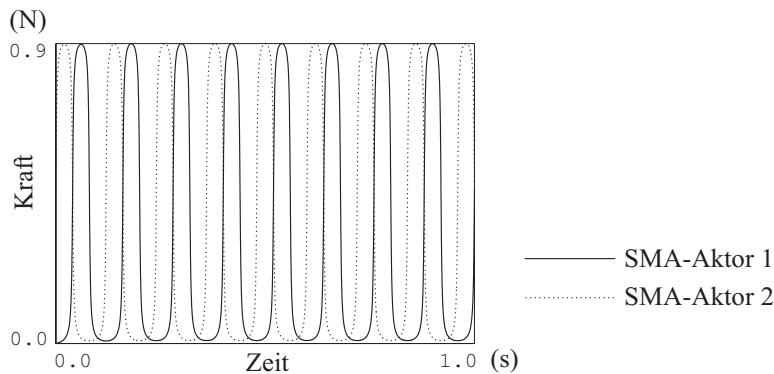


Bild 5.13: Steuerung des wurmartigen Bewegungssystems

5.3 Simulation von wurmartigen Bewegungssystemen mit Unwucht-Antrieb

5.3.1 Simulation eines idealisierten Modells

Dieses Modell entspricht der im Bild 4.40 gezeigten Struktur. Es wurden dabei folgende Voraussetzungen getroffen:

- drei Schubgelenke zwischen den drei Körpern (m_1 , m_2 und m_3) und dem Fundament.
- ein Drehgelenk zwischen den Körpern m_3 und m_a .
- Die Winkelgeschwindigkeit ω bleibt konstant.
- Die Körper m_1 und m_2 sind mit Borsten versehen.

Die Parameter und die Anfangsbedingungen sind wie folgt definiert:

$$m_1 = 0.1 \text{ kg}, m_2 = 0.15 \text{ kg}, m_3 = 0.4 \text{ kg}, m_a = 0.05 \text{ kg};$$

$$c_{12} = 0.0 \text{ N/m}, c_{13} = c_{23} = 20.0 \text{ N/m}, \lambda_{130} = \lambda_{230} = 0.075 \text{ m};$$

$$k_{12} = 0.0, k_1 = k_2 = 1.0 \text{ Ns/m};$$

$$R = 0.015 \text{ m}; \quad \omega = 15.0 \text{ rad/s}$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 0.015 \text{ m}, x_2(0) = 0.0 \text{ m}, x_3(0) = 0.075 \text{ m};$$

$$\theta_0 = 0.0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0, \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Das Simulationsmodell (Bild 5.14) wurde mit dem Softwarepaket *ALASKA* entwickelt.

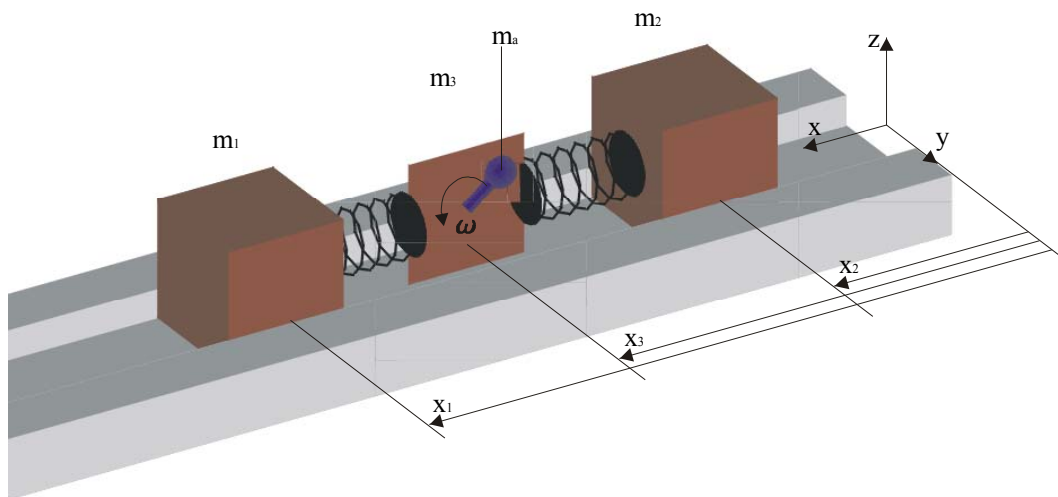


Bild 5.14: Idealisiertes Unwuchtmodell

Die Simulationsergebnisse sind im Bild 5.15 dargestellt.

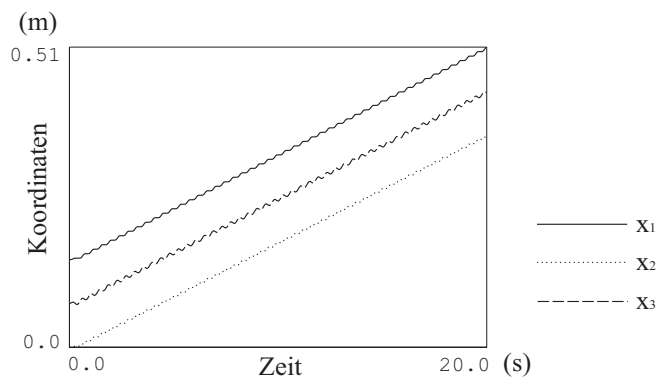


Bild 5.15: Koordinaten der drei Körper des Unwuchtmodells Typ I

5.3.2 Dynamik-Simulation des Prototyps I

Basierend auf einer computergestützten Simulation zur Bestimmung optimaler Systemparameter wurde eine Versuchsanordnung aufgebaut.

Bild 5.17 zeigt einen Screenshot der Dynamiksimulation mit dem Softwarepaket *ALASKA*. Bei der Simulation wurde folgendes vorausgesetzt:

- Es sind zwei ebene Gelenke zwischen dem vorderen und hinteren Fuß und dem Fundament (in der x - z -Ebene, siehe Koordinatensystem im Bild 5.17) eingesetzt worden, d.h. jeder Fuß kann sich entlang x und z translatorisch bewegen und um die y -Achse drehen.
- Die Fundamentwirkung wird in z -Richtung als Feder mit hoher Steifigkeit modelliert. Dies ermöglicht die Ermittlung der Normalkräfte gegenüber dem Fundament.

- Vier axiale Kugellager verbinden die beiden FüÙe über zwei Führungen mit dem Antriebsteil. Diese Verbindungen werden in der Form zweier Schubgelenke modelliert. Gemäss den Konventionen von *ALASKA* über die Behandlung geschlossener kinematischer Ketten wird eines davon als Schliessgelenk deklariert.
- Ein Drehgelenk verbindet den zentralen Teil und die Unwuchtmasse m_a .
- Die Wirkung der Borsten zur Realisierung der richtungsabhängigen Reibung wird als eingeprägte Kräfte gemäss Formel (4.78) und (4.79) modelliert.
- Das Antriebsmoment des Motors sei konstant.

Das System besitzt somit den Freiheitsgrad 9. Bild 5.16 zeigt das Modell für die Fundamentwirkung. Es kann folgendermassen mathematisch formuliert werden:

$$\begin{aligned} F &= 0 && \text{Wenn } z(t) \geq 0 \\ F &= -z(t)c_{\text{Boden}} && \text{Wenn } z(t) < 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

$z(t)$ sind die Koordinaten des Körpers m in Richtung z , F ist die Kraft der Feder, c_{Boden} die Steifigkeit der Feder. Zusammengefasst kann die Kraft F so formuliert werden:

$$F = -\frac{1}{2}[1 - \text{sign}(z(t))]z(t)c_{\text{Boden}} \quad (5.2)$$

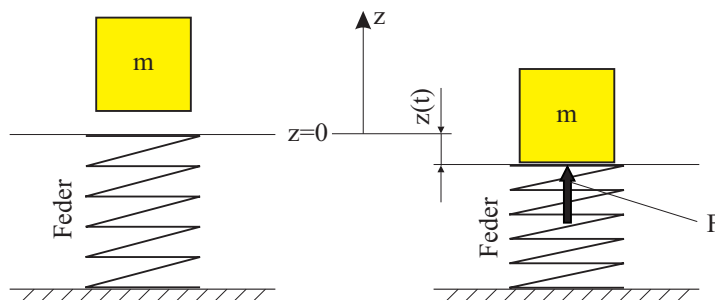


Bild 5.16: Modell der Fundamentwirkung

Die Parameter und Anfangsbedingungen für die Computersimulation des dynamischen Verhaltens des entwickelten Funktionsmusters sind:

$$m_1 = 0.065 \text{ kg}, m_2 = 0.07 \text{ kg}, m_3 = 0.018 \text{ kg}, m_a = 0.03 \text{ kg};$$

$$c_{13} = c_{23} = 20.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{130} = \lambda_{230} = 0.075 \text{ m};$$

$$k_1 = k_2 = 1.0 \text{ Ns/m};$$

$$R = 0.015 \text{ m}, \quad M_{\text{Motor}} = -0.007 \text{ Nm}, \quad D_{\text{Dreh}} = 0.0004 \text{ Nms/rad}$$

$$c_{\text{Boden}} = 10000.0 \text{ N/m},$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 0.21 \text{ m}, x_2(0) = 0.06 \text{ m}, x_3(0) = 0.135 \text{ m};$$

$$\theta_0 = 3.14 \text{ rad};$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0, \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Die Simulationsergebnisse sind in den Bild 5.18, Bild 5.19 und Bild 5.20 dargestellt. Der Einfluss der Schwerkraft auf die Bewegung der Unwuchtmasse wird deutlich. Er führt zu einer ungleichmässigen Drehung der Unwuchtmasse.

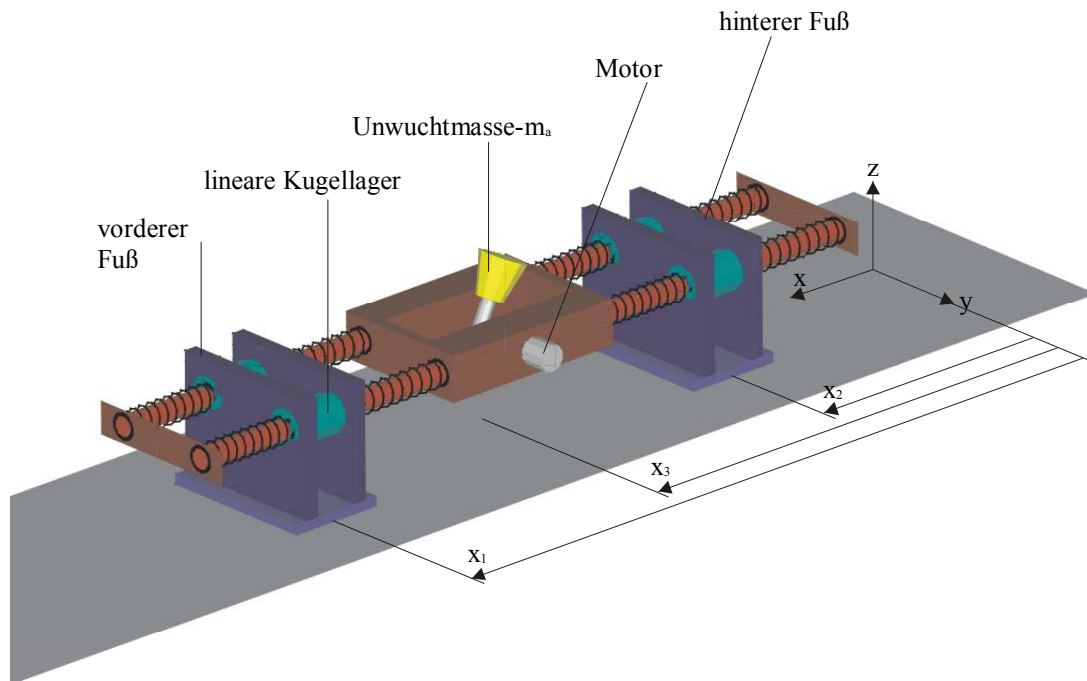


Bild 5.17: Funktionsmuster Typ I in der ALASKA-Simulation

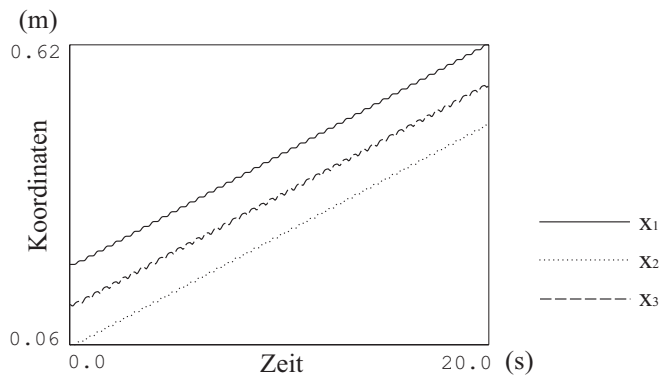


Bild 5.18: Koordinaten als Funktion der Zeit

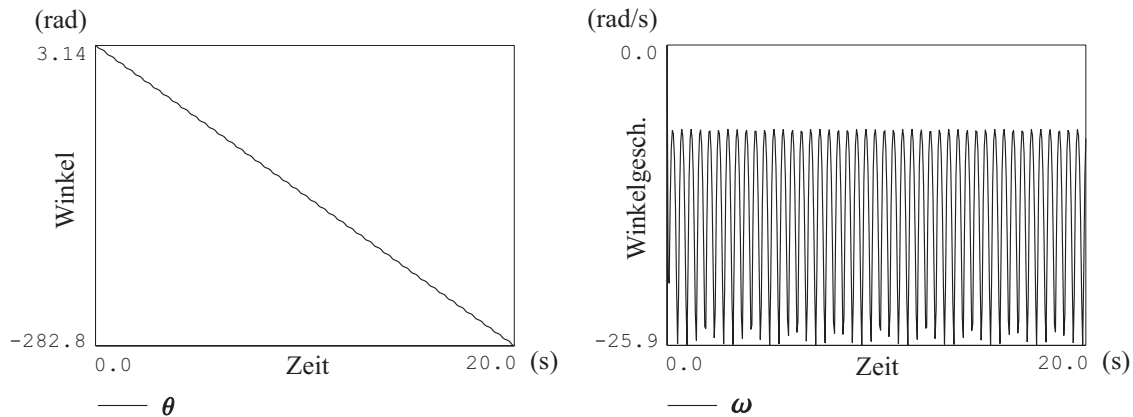


Bild 5.19: Winkel und Winkelgeschwindigkeit vs. Zeit

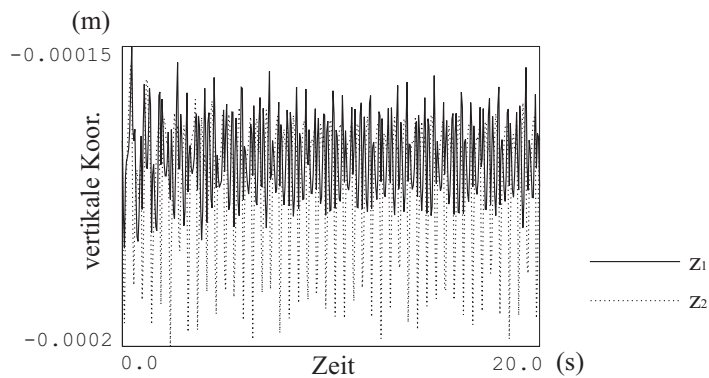


Bild 5.20: Vertikalschwingungen der zwei FüÙe

5.3.3 Dynamik-Simulation des Prototyps II

Aufbauend auf den Erfahrungen mit dem oben beschriebenen ersten Funktionsmuster wurde ein weiterer Prototyp mit anderer Unwuchtanordnung entwickelt, welcher im Bild 5.21 gezeigt wird.

Beim Prototyp I verursacht die Umdrehung der Unwuchtmasse nicht nur die gewünschte horizontale Kraft zur Verformung der Federn, sondern der Theorie entsprechend, auch eine vertikale Komponente. Diese hat eine Veränderung der Normalkräfte zwischen FüÙen und Fundament zur Folge. Dieses Problem wurde durch zwei sich gegenläufig drehende Unwuchtmassen (Doppel-Rad-Unwuchtmassen) im Prototyp II beseitigt.

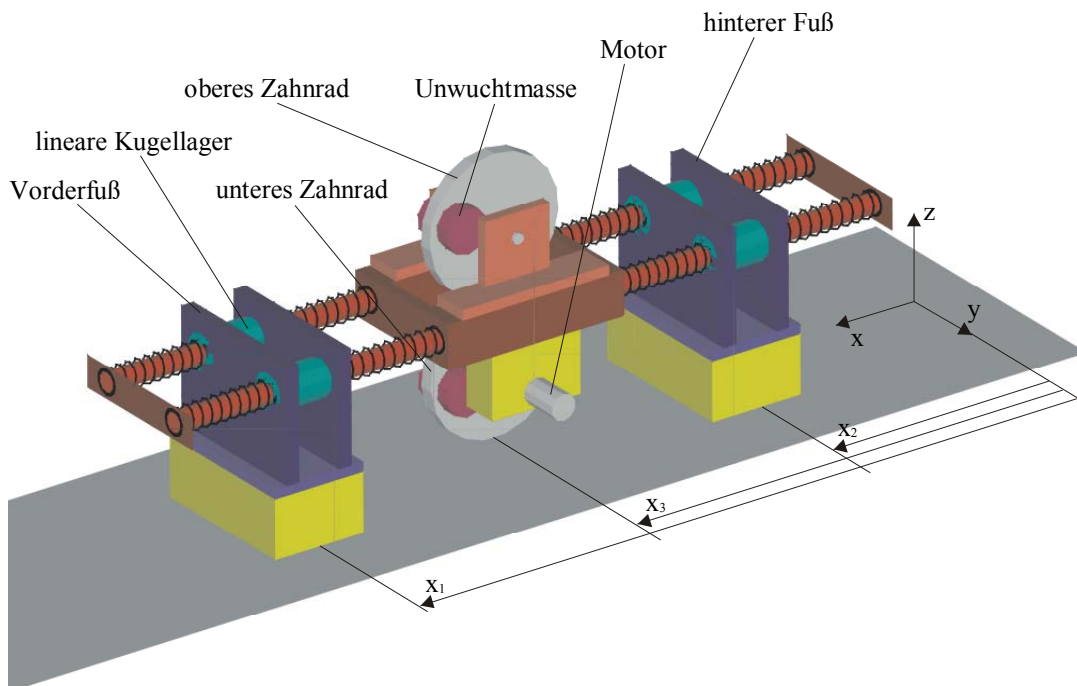


Bild 5.21: Prototyp II mit Doppel-Rad-Unwuchtmassen

Für die Dynamik-Simulationen des Prototyps II wurden folgende Annahmen getroffen:

- Wie im Abschnitt 5.3.2 sind zwei ebene Gelenke für den vorderen und hinteren Fuß in der x-z-Ebene die Verbindung zum Fundament. Jeder Fuß kann sich entlang x und z translatorisch bewegen und um die y-Achse drehen. Die Fundamentwirkung wird in z-Richtung als Feder mit hoher Steifigkeit modelliert. Dies ermöglicht die Ermittlung der Normalkräfte gegenüber dem Fundament.
- Vier axiale Kugellager verbinden die beiden Füße über zwei Führungen mit dem Antriebsteil. Diese Verbindungen wurden in der Form zweier Schubgelenke modelliert. Gemäss der Konventionen von ALASKA über die Behandlung geschlossener kinematischer Ketten wird eines davon als Schliessgelenk deklariert.
- Zwei Drehgelenke verbinden den zentralen Teil und die zwei Zahnräder, an den die Unwuchtmasse befestigt worden ist, miteinander. Die Zähnezahl der Räder ist gleich, wodurch beide gegenläufig mit gleicher Winkelgeschwindigkeit rotieren.
- Jeder Fuß ist mit Borsten ausgestattet.
- Der Drehmoment des Motors bleibt konstant.

Die Parameter und Anfangsbedingungen für die Computersimulation sind wie folgt:

$$m_1 = 0.065 \text{ kg}, m_2 = 0.07 \text{ kg}, m_3 = 0.018 \text{ kg}, m_4 = m_5 = 0.04748 \text{ kg};$$

$$J_{xx} = 0.000004374 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad J_{yy} = 0.000005645 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad J_{zz} = 0.000003836 \text{ kg} \cdot \text{m}^2;$$

$$c_{13} = c_{23} = 20.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{130} = \lambda_{230} = 0.075 \text{ m};$$

$$k_1 = k_2 = 1.0 \text{ Ns/m};$$

$$M_{Motor} = -0.007 \text{ Nm}, \quad D_{Dreh} = 0.0004 \text{ Nms/rad}, \quad c_{Boden} = 10000.0 \text{ N/m},$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 0.21 \text{ m}, x_2(0) = 0.06 \text{ m}, x_3(0) = 0.135 \text{ m};$$

$$\theta_0 = 0.0;$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \dot{x}_2(0) = 0.0, \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

Dabei bedeuten m_4 und m_5 die Massen und J_{xx} , J_{yy} und J_{zz} die Trägheitsmomente der Zahnräder.

Bild 5.22, 5.23 und 5.24 zeigen die Simulationsergebnisse.

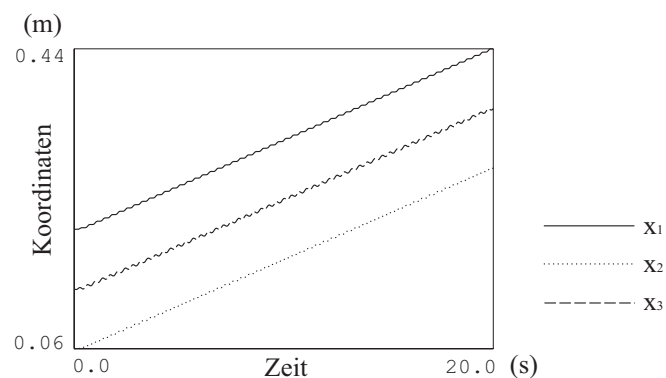


Bild 5.22: Koordinaten als Funktion der Zeit

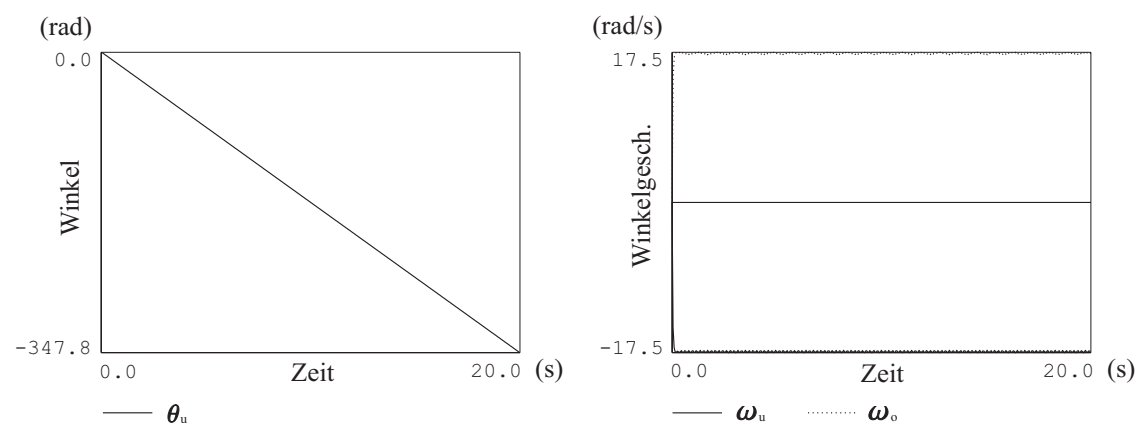


Bild 5.23: Drehwinkel des Zahnrades und die Winkelgeschwindigkeit der beiden Räder

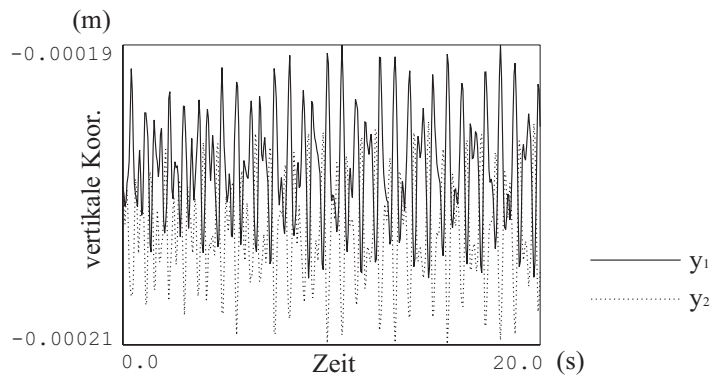


Bild 5.24: Vertikalschwingung der FüÙe

Ein Vergleich der Bilder 5.20 und 5.24 zeigt die verminderten Vertikalschwingungen für den Prototyp II aufgrund der neuen Konstruktionslösung für die Unwuchterregung.

6 Konstruktiver Entwurf, technische Realisierung und experimentelle Untersuchungen der Prototypen

6.1 Prototyp I

6.1.1 Prinzipientwurf

Von den in den Kapiteln 4 und 5 dieser Arbeit theoretisch untersuchten Modellen wurmartiger Bewegungssysteme wurden Funktionsmuster konstruiert. Dabei war das Ziel der Funktionsnachweis der beschriebenen Entwürfe. Fragen der Miniaturisierung, der universellen Nutzbarkeit und der Einsatz neuer Aktoren stand in der ersten Entwicklungsphase nicht im Vordergrund. Der Prototyp I entspricht dem im Bild 4.40 dargestellten Prinzip.

- **Antrieb**

Der Antrieb ist, wie für alle Lokomotionssysteme insgesamt, auch für wurmartige Bewegungssysteme eine der wesentlichsten Komponenten. In zahlreichen Arbeiten (u.a. [Kallen91] [Hei98] [Piezo95]) sind deshalb vergleichende Untersuchungen zu verschiedenartigen Antrieben durchgeführt worden (siehe Tabelle 6.1 und Bild 3.1).

Tabelle 6.1: Vergleich der Aktuatoren für Mikroroboter (Auswahl)

| | Vorteile | Nachteile |
|------------------------------------|---|---|
| Elektromagnetischer Linearaktuator | Grosser Frequenzbereich | Grosse Masse Relative kleine Antriebskraft |
| SMA Aktuator | Grosser Stellweg Einfache Struktur | Relativ grosse Zeitkonstanten Niedrige Lebensdauer |
| Piezoelektrischer Aktuator | Grosse Stellkraft Hohe Steifigkeit Hohe Arbeitsfrequenz | Sehr kleiner Stellweg Grosse Hysterese |
| Pneumatischer Aktuator | Grosser Stellweg Grosse Stellkraft Einfacher Aufbau | Druckluft muss zugeführt werden |

Entsprechend dem Ziel dieser Arbeit konzentrieren sich die Untersuchungen auf die Entwicklung neuer Prinzipien und Algorithmen biomimetischer (speziell wurmartiger)

Bewegungssysteme und nicht auf die Entwicklung neuartiger Antriebe. Dies soll betont werden, da aufgrund der Bewegungsspezifik dieser Systeme bei ihrer technischen Realisierung sofort die Frage nach einem geeigneten Linearantrieb zu beantworten ist. Untersuchungen zeigen, dass es den für die biomimetische Robotik „idealen“ Linearantrieb mit hoher Arbeitsfrequenz, grossem Stellweg, grosser Antriebskraft und möglichst einfachem Aufbau bei kleiner Baugrösse noch nicht gibt. Deshalb wurde zunächst der „klassische“ Elektromotor in Verbindung mit der rotierenden Unwuchtmasse als Antrieb verwendet.

Der Motor und das Getriebe sind wesentliche Komponenten des wurmartigen Bewegungssystems mit Antrieb über ein Unwuchtsystem. Sie sind entsprechend den erforderlichen Drehzahlen und der auftretenden Kräfte durch die umlaufende Unwucht dimensioniert worden. Es ist ein von der Firma FAULHABER [Faul00] angebotener Motor eingesetzt worden.

- Realisierung der nichtsymmetrischen Reibung - Borsten

Die Effizienz des entwickelten Bewegungssystems hängt entscheidend von der technisch bestmöglichen Realisierung der Zwangsbedingungen zwischen den Füßen und der Auflagefläche ab. Ähnlich wie beim Antriebssystem wurde auch hier zunächst auf eine einfache Lösung orientiert [Hilde80]. Zur Anwendung kam eine kommerziell angebotene Struktur, die eine rückseitige Klebefläche besitzt (Bild 6.1). Nachteilig ist, dass die eingesetzte Borstenstruktur aufgrund ihrer Herstellungsspezifik nicht bei allen Untergrundbedingungen die nichtsymmetrische Reibung mit deutlicher Richtungsabhängigkeit realisiert.

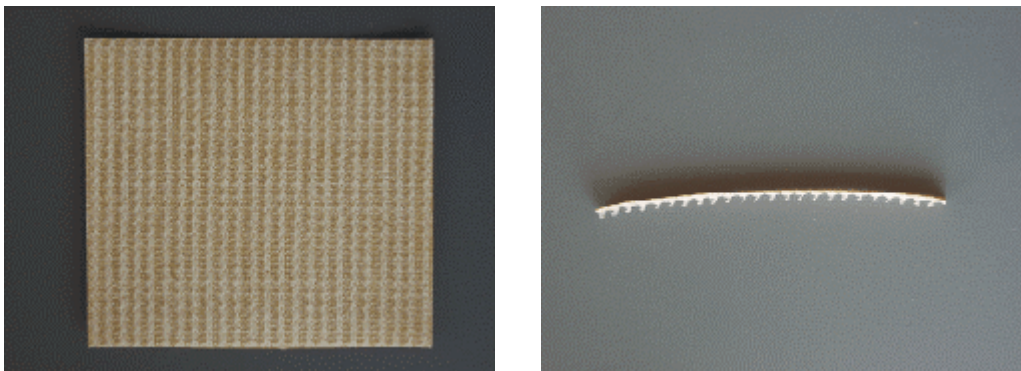


Bild 6.1: In den Prototypen I und II verwendete Borstenstruktur(-folie) (Fa. Dölken & Praktikus GmbH)

- Linearführungen

Das Modell in Bild 4.40 zeigt, dass die beiden Gleitfüße und der zentrale mittlere Teil durch Federn verbunden sind. Um die Kraftauskopplung immer in Achsrichtung der Feder zu gewährleisten, wurden Linearführungen in der Konstruktion vorgesehen. Zum Einsatz kamen lineare Kugellager und Führungen, die von der Firma INA [INA99] angeboten werden.

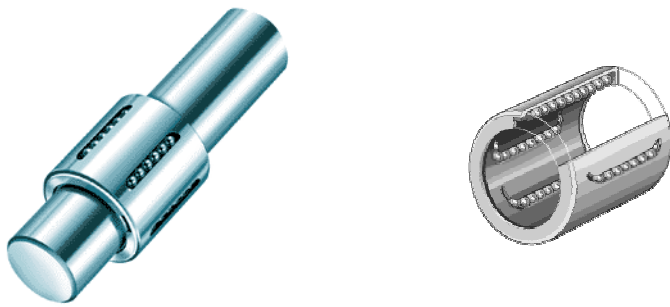


Bild 6.2: Lineare Wellenführung [INA99]

Entsprechend dem Modell aus Bild 4.40 wurden zwei prinzipielle Gestaltungsvorschläge für die technische Realisierung, die in Bild 6.3 und Bild 6.4 dargestellt werden, erarbeitet.

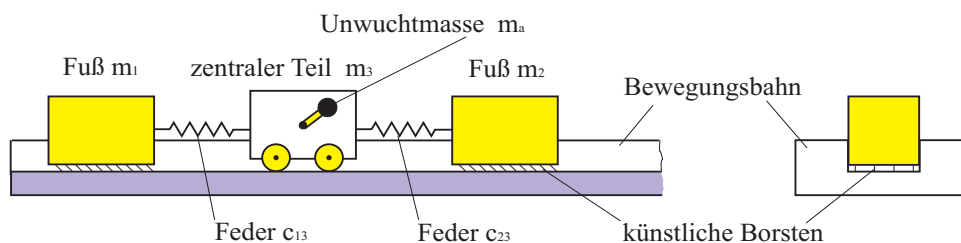


Bild 6.3: 1. Gestaltentwurf

Das erste grundsätzliche Design basiert vollständig auf der ursprünglichen Idee im Bild 4.40. Die beiden Füße sind durch zwei Federn mit dem zentralen Teil verbunden. Die Körper sind nur über die Federn gekoppelt und die Borstenstruktur realisiert die nichtsymmetrische Reibung. Im Zusammenhang mit der Entwicklung von rad- und beinlosen biomimetischen Systemen ist die vorgeschlagene Lösung jedoch keine konsequente Umsetzung undulatorischer Lokomotion.

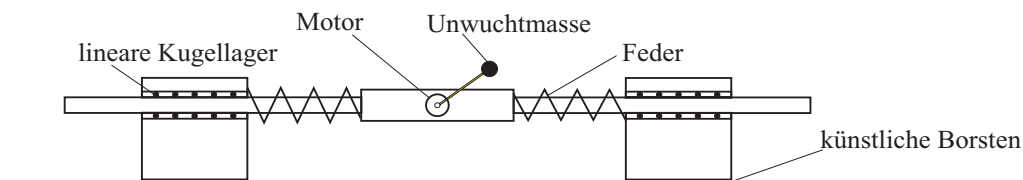


Bild 6.4: .2. Gestaltentwurf

Der zweite Designentwurf (Bild 6.4) ist ein vollständig auf undulatorischer Lokomotion basierendes System. Die Linearführungen sichern eine ausschliesslich translatorische Bewegung des Systems.

6.1.2 Konstruktive Gestaltung

Nach dem Prinzipentwurf wurden die Konstruktionsunterlagen erarbeitet und die geeigneten Antriebe (Bild 6.5) ausgewählt.

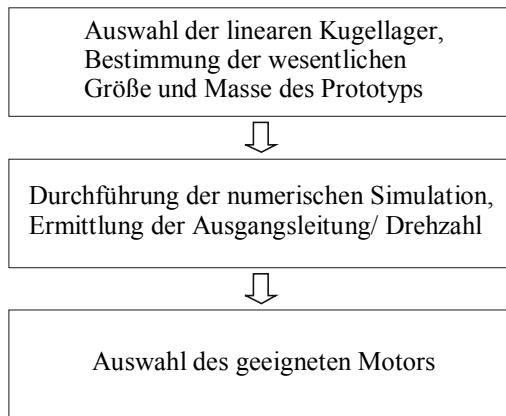
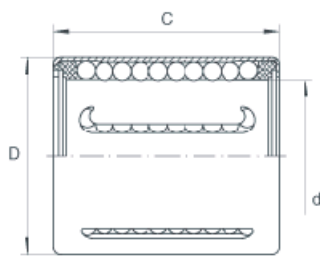


Bild 6.5: Wahl der geeigneten Antriebe

Die Dimensionierung der Lager und Führungen erfolgte unter Berücksichtigung der Parameter für die ruhenden und bewegten Massen im Prototyp (Bild 6.6).



Linear-Kugellager: KH0622B
Gewicht: 7g $d=6\text{mm}$ $D=12\text{mm}$ $C=22\text{mm}$

Welle: W6
Durchmesser: 6mm Toleranz: h6

Bild 6.6: Abmessungen der Linear-Kugellager

Zur Gewichtsreduzierung wurden die vorderen und hinteren Füße im vertikalen Stützteil ausgefräst (Bild 6.7).

Der Gleitfuß besteht aus Aluminium, dessen spezifisches Gewicht $2.7\text{ (g/cm}^3\text{)}$ beträgt.

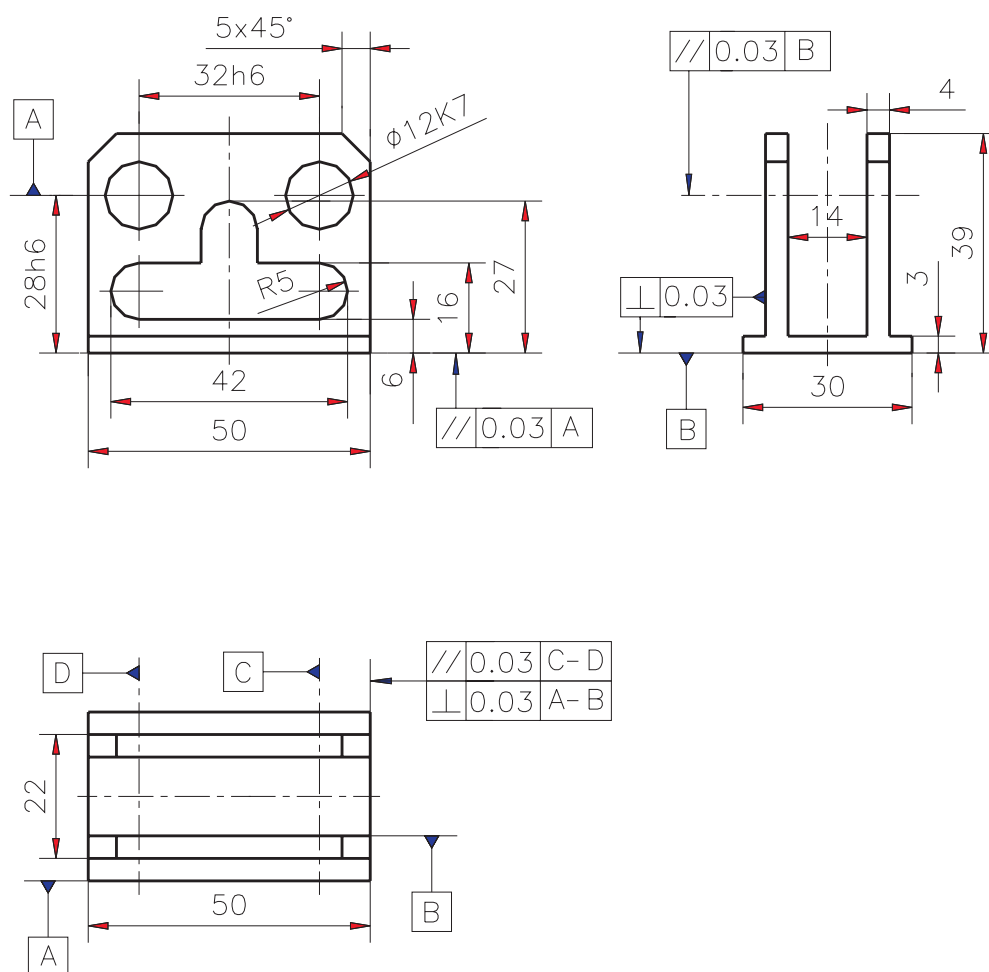


Bild 6.7: Gleitfuß

Die Masse des vollständigen Fußes kann wie folgt berechnet werden:

$$M_{Fu\beta} = M_{Alu} + 2 \times M_{Kl} \quad (6.1)$$

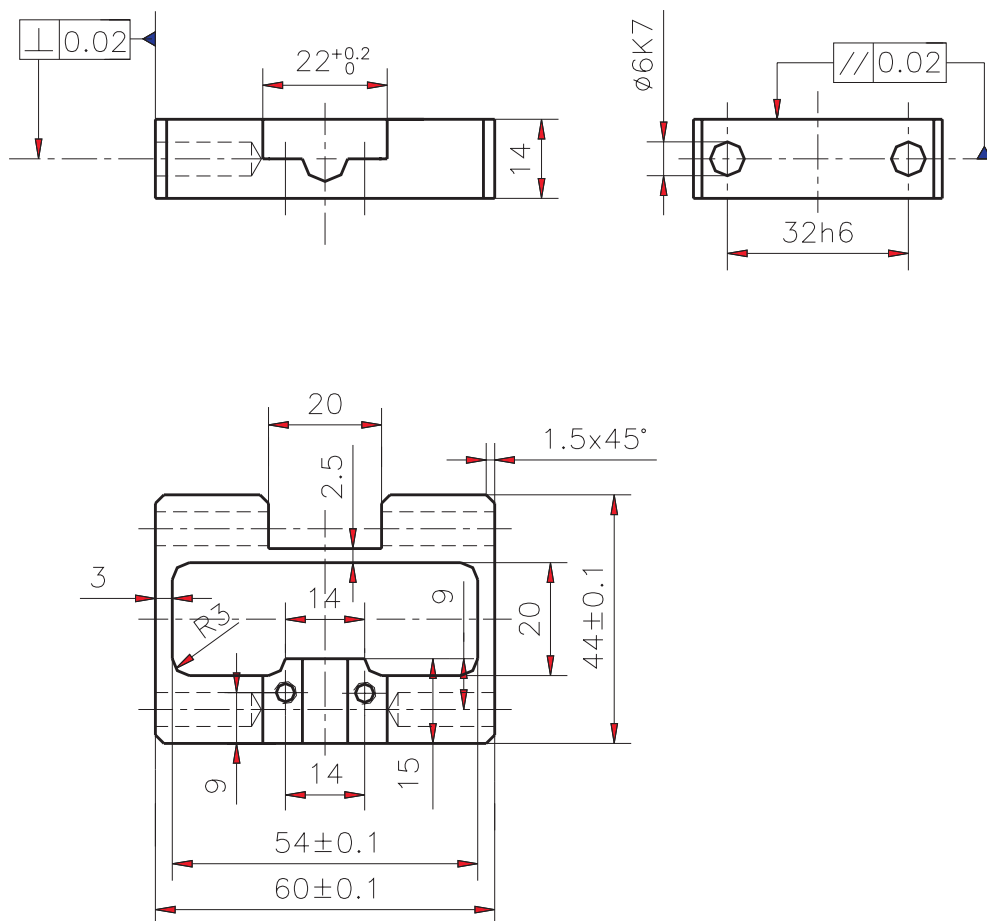
M_{Alu} ist die Masse des Aluminiumteils. Sie kann gemäss Bild 6.7 berechnet werden und beträgt 37,3 g. M_{Kl} ist die Masse eines Kugellagers wie in Bild 6.6 dargestellt. Sie beträgt 7 g, womit die Gesamtmasse des Fußes $M_{Fu\beta} = 51,3$ g ist.

Der Motor soll eine ausreichend hohe Ausgangsleistung auch für eventuelle konstruktive Veränderungen an den Füßen bzw. dem Unwuchtsystem bereitstellen. Basierend auf dieser Forderung wurde der Motor mit der Bezeichnung „DC-Kleinstmotor“ der Firma FAULHABER [Faul00] ausgewählt. Seine Baugröße und seine Parameter sind in Tabelle 6.2 dargestellt.

Table 6.2: Grösse und Charakteristiken des Motors

| Serie | Aussen- ϕ [mm] | Länge [mm] | Wellen- ϕ [mm] | Nenn- Spannung [V] | Leerlauf- drehzahl [rpm] | Halte- Moment [mNm] | Abgegeb. Leistung [W] | Masse [g] |
|----------|------------------------|---------------|------------------------|--------------------------|--------------------------------|---------------------------|-----------------------------|--------------|
| 0816...S | 8 | 16 | 1.5 | 3...8 | 18 300 | 0.38 | 0.17 | 3.5 |

Nachfolgend wurde die Konstruktion des zentralen Teils durchgeführt. Aufbau und Masse sind den Bildern (Bild 6.8 und Bild 6.9) zu entnehmen.


Bild 6.8: Zentrales Teil

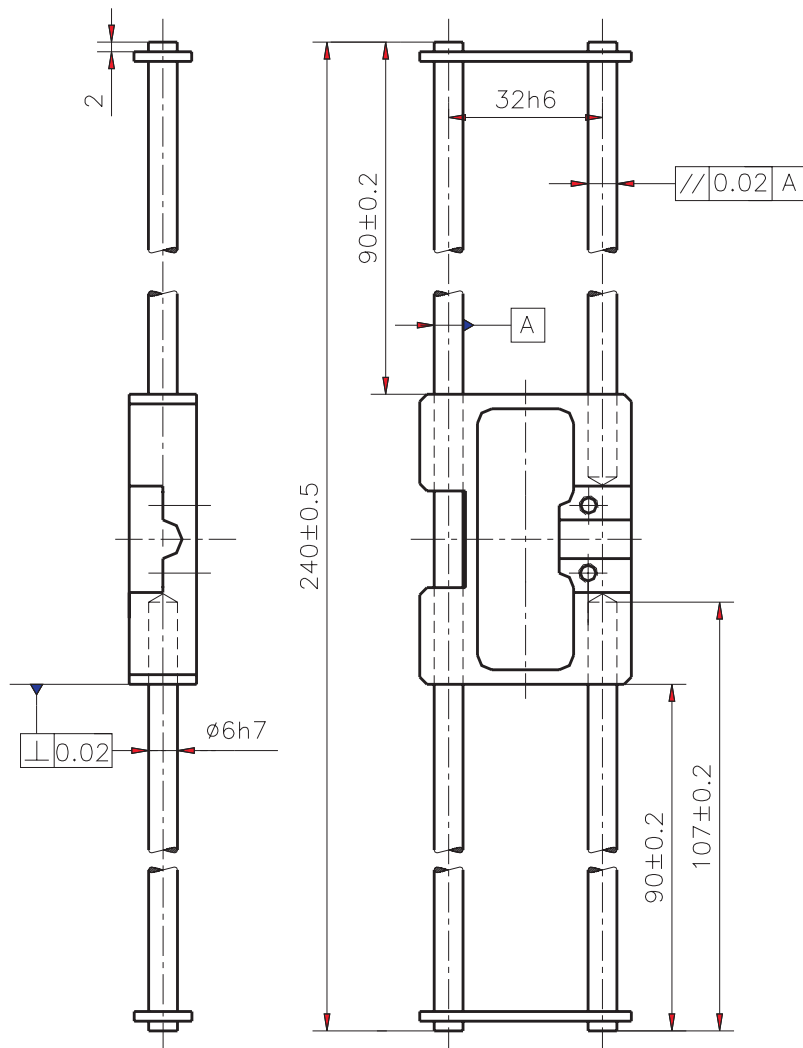


Bild 6.9: Zentrales Teil mit Führungen

Der zentrale Teil besteht aus einer Aluminiumaufnahme und dem Motor mit Getriebe. Die Masse des zentralen Teils errechnet sich aus:

$$M_{zen} = M_{Alu-z} + M_W + M_{M-G} \quad (6.2)$$

Die Masse des Aluminiumträgers M_{Alu-z} mit den Massen aus Bild 6.8 beträgt 46,7 g, die Masse der Führungen (Stahl) 98,5 g. Inklusive diverser Kleinteile und Batterien wird die Gesamtmasse des zentralen Teils mit 180 g angenommen.

Die Unwuchtmass sollte einerseits so gross wie möglich sein, da eine höhere Masse eine grössere Unwuchtkraft für das wurmartige Bewegungssystem ergibt. Andererseits soll zur Sicherung einer kleinen Baugrösse insgesamt der Antrieb vom beschriebenen Kleinmotor realisiert werden. Die Unwuchtmass wird deshalb mit 30 g dimensioniert.

Das Ergebnis einer Simulationsrechnung ist die Ermittlung der optimalen Drehzahl für eine Wurmlokomotion mit schnellster Fortbewegung.

Die Parameter des Bewegungssystems sowie die Anfangsbedingungen für die Simulation sind:

$$\begin{aligned}
 \text{Fu\ss 1 } m_1 &= 0.065 \text{ kg}, & \text{Fu\ss 2 } m_2 &= 0.065 \text{ kg}, & \text{Antriebsteil } m_3 &= 0.18 \text{ kg}, \\
 \text{Unwuchtmasse } m_a &= 0.03 \text{ kg}, & c_{13} = c_{23} &= 50.0 \text{ N/m}, & \lambda_{130} = \lambda_{230} &= 0.075 \text{ m}, \\
 \mu_{\text{vor}} &= 0.2, & \mu_{\text{rück}} &= 0.4, & \text{Hebelarm } R &= 0.015 \text{ m} \\
 \text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) &= 0.15 \text{ m}, & x_2(0) &= 0.0 \text{ m}, & x_3(0) &= 0.075 \text{ m}, \\
 \theta_0 &= -\frac{\pi}{2} \text{ rad}, & \dot{x}_1(0) &= 0.0, & \dot{x}_2(0) &= 0.0, & \dot{x}_3(0) &= 0.0.
 \end{aligned}$$

Hier ist μ_{vor} die Reibungskonstante bei der Vorwärtsbewegung und $\mu_{\text{rück}}$ die Konstante bei der Rückwärtsbewegung jedes Fußes. In Abschnitt 4.8 ist schon gezeigt worden, dass das Bewegungssystem zwei Eigenfrequenzen besitzt, die in der Tabelle 6.3 dargestellt sind.

Tabelle 6.3: Eigenfrequenzen des Bewegungssystems

| | Eigenfrequenz | Eigenkreisfrequenz |
|----|---------------|--------------------|
| 1. | 4.414 | 27.74 |
| 2. | 5.616 | 35.28 |

Durch die Simulationsrechnung mit Hilfe des Programms *Mathematica* wurde ermittelt, dass das Bewegungssystem bei einer Erregerkreisfrequenz von 24,8 rad/s (Drehzahl: 236,8 U/min) die maximale Vortriebsgeschwindigkeit erreicht. Die Ergebnisse der Simulation sind in Bild 6.10 gezeigt.

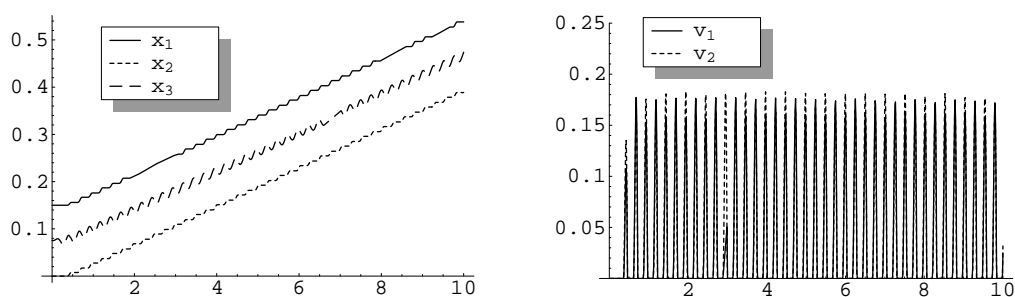


Bild 6.10: Ergebnisse der Simulation (links die Koordinaten der drei Körper, rechts die Geschwindigkeiten beider Füße)

In einer Zeit von 10 Sekunden bewegt sich das System gemäss Simulationsrechnung

$$X_{\text{Sys}} = 0.3949 \text{ m}.$$

Die verrichtete Arbeit (=notwendige Energie) für diese Bewegung beträgt

$$W = 0.2721 \text{ Nm}.$$

Somit kann das durchschnittliche Motormoment zum Antrieb der Unwucht ermittelt werden:

$$M_d = \frac{W}{\theta_{\text{Sys}}} = \frac{0.2721}{24.8 \times 10} = 1.097 \text{ mNm}$$

Gemäss [Faul00] folgt für die vom Motor zu erbringende Leistung:

$$P_2 = M_d \cdot \text{Drehzahl} \frac{\pi}{30 \times 1000} = 0.027 \text{ W} < 0.17 \text{ W (Abgabeleistung von Motor)}.$$

Der Motor, dessen Parameter in Tabelle 6.2 aufgezeigt wurden, ist deshalb bezüglich seiner Leistung ausreichend dimensioniert.

Ebenfalls von der Fa. Faulhaber [Faul00] wurde ein Getriebe (Tabelle 6.4) eingesetzt:

Tabelle 6.4: Getriebeparameter

| Serie | Aufbau | Aussen ϕ [mm] | Wellen ϕ [mm] | Untersetzungs- verhältnis | Max. Eingangs- drehzahl [rpm] | Drehmoment Dauerbetrieb [mNm] | Max. zulässige Wellen- belastung (radial) |
|-----------|----------------------|--------------------------|--------------------------|--|--|-------------------------------------|--|
| 08/1 K | Planeten getriebe | 8 | 1.5 | 4:1, 16:1, 64:1, 256:1, 1024:1, 4096:1 | 8000 | 60 | $\leq 5 \text{ N}$ |

Zur Realisierung möglichst hoher Frequenzen wurde ein niedriges Übersetzungsverhältnis (16:1) des Getriebes ausgewählt.

Die erreichte Drehzahl und das Moment betragen

$$n_{in} = 236.8 \times 16 = 3788.8 \text{ rpm}$$

$$M_{in} = 1.097 \times \frac{1}{W_g} / 16 = 0.0857 \text{ mNm}.$$

W_g ist der Wirkungsgrad des Getriebes (80% nach [Faul00]). Die ermittelte Drehzahl und das Moment sind vom Motor realisierbar.

Die radiale Belastung der Welle beträgt bei durchschnittlicher Winkelgeschwindigkeit

$$F_{\text{Radial}} = \omega^2 R m_a + m_a g = 24.8^2 \times 0.015 \times 0.03 + 0.03 \times 9.8 \approx 0.57 \text{ N}$$

Diese radiale Belastung ist deutlich kleiner als die maximal zulässige Belastung (5 N).

Zusammenfassend wurden die folgenden Komponenten (Kugelhülsen, Motor, Getriebe) ausgewählt:

Motor-Getriebe-Kombination: 0816P008S+08/1K 16:1

Kugelhülse: KH0622B Welle: W6h6 .

Die Federn mit einer entsprechenden Federsteifigkeit wurden anhand der Systemparameter dimensioniert [Fischer99].

Das Funktionsmuster des Prototyp I ist in Bild 6.11 zu sehen.

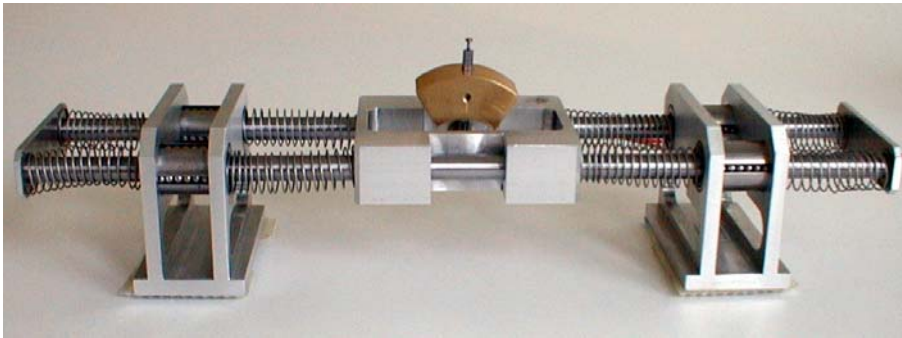


Bild 6.11: Prototyp (Variante 1)

6.2 Prototyp II

Die experimentellen Untersuchungen am Prototyp I zeigten, neben dem prinzipiellen Funktionsnachweis, zwei wesentliche (konstruktionsbedingte) negative Effekte:

- Die Schwerkraft führt zu einer ungleichmässig schnellen Drehung der Unwuchtmass. Diese ungleichmässige Umdrehung beeinflusst die Geschwindigkeit des Wurmssystems bei der Fortbewegung.
- Die zwangsläufig vorhandene vertikale Komponente der Unwuchtkraft beeinflusst die Bewegung des Systems stark, da sie über die Normalkraft die Reibung zwischen Füßen und Unterlage verändert.

Im Extremfall, wenn das Bewegungssystem auf einer Unterlage mit extrem niedriger Rauigkeit (Glas, polierte Tischfläche) gestellt wird, beeinflusst die Drehrichtung sogar die Bewegungsrichtung des Wurmssystems. Das bedeutet, daß die notwendige unsymmetrische Reibung von den Borsten nicht mehr realisiert wird.

Um diese genannten Einflüsse (ungleichmässige Drehung und zusätzliche vertikale Komponente der Unwuchtkraft) zu eliminieren, sind in einer nachfolgenden Konstruktion zwei gegenläufig bewegte Unwuchträder in das Antriebsteil integriert worden (Bild 6.12). Die beiden Unwuchträder (Zahnräder) besitzen eine exzentrisch angebrachte Zusatzmasse. Damit wird eine bessere Vortriebsbewegung erreicht, bei allerdings vergrößerter Gesamtmasse des Systems.

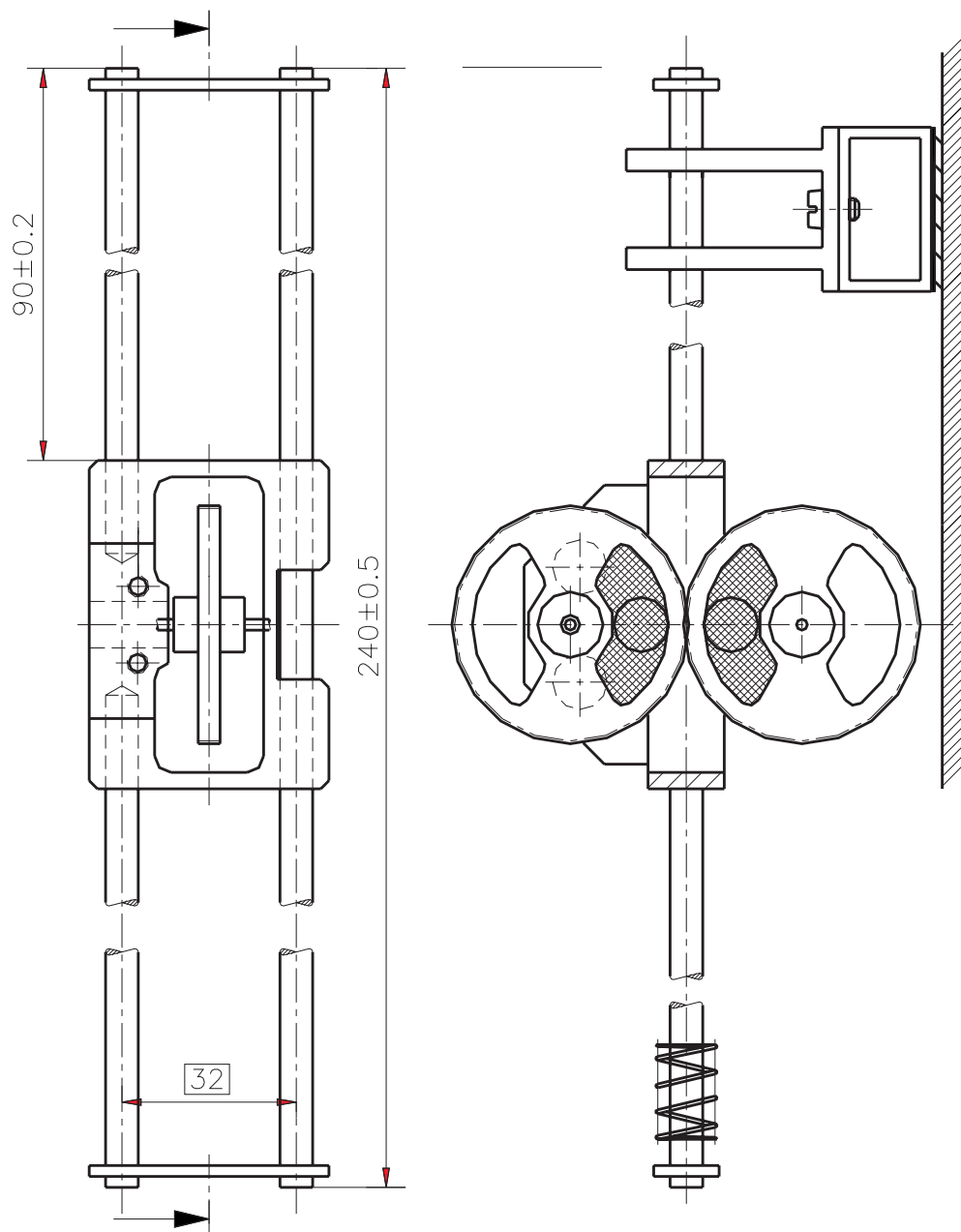


Bild 6.12: Modell mit gegenläufig drehenden Zahnrädern

Das Funktionsmuster mit zwei gegenläufig bewegten Unwuchträdern (Variante 2) wird in Bild 6.13 dargestellt.

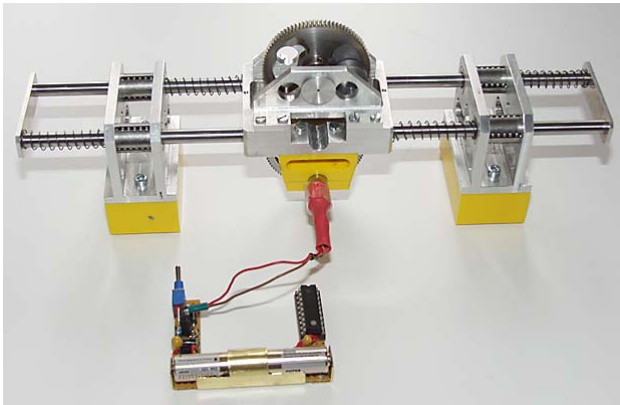


Bild 6.13: Funktionsmuster (Prototyp II)

6.3 Experimentelle Untersuchung

6.3.1 Untersuchungen am Prototyp I

6.3.1.1 Parameterbestimmung

▪ Massen

Zu Beginn wurde die tatsächliche Masse aller Teile des ersten Prototyps durch Wägung ermittelt:

$$\begin{aligned} \text{Massen: } \text{Fu\ss 1 } m_1 &= 49.1 \text{ g}, & \text{Fu\ss 2 } m_2 &= 48.7 \text{ g}, \\ \text{Antriebsteil } m_3 &= 155 \text{ g}, & \text{Unwuchtmasse } m_a &= 29.8 \text{ g}. \end{aligned}$$

Der Abstand Drehachse - Unwucht beträgt:

$$R = 16.6 \text{ mm} .$$

▪ Federsteifigkeit

Im realen Prototyp wurden acht Druckfedern eingesetzt, womit vom ursprünglichen Modell (Bild 4.40) und seiner prinzipiellen Gestaltung (Bild 6.4) nicht wesentlich abgewichen wurde. Die Anwendung beidseitig von den Fuen wirkender Druckfedern wurde anstelle einer Fixierung der Federenden als konstruktive Lösung realisiert.

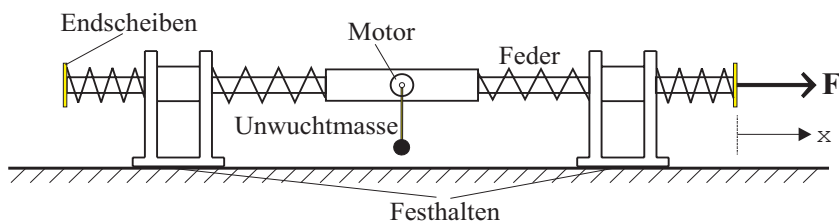


Bild 6.14: Federanordnung

Die Federsteifigkeiten wurden zunächst aus einer Simulationsrechnung anhand des Modells bestimmt. Danach erfolgte eine Feinabstimmung, so wie im Bild 6.14 gezeigt,

um fertigungsbedingte Ungenauigkeiten der Konstruktion weitestgehend auszugleichen und symmetrische Kraftwirkung bei der Bewegung nach rechts bzw. links zu sichern (Tab. 6.5). Die Ergebnisse der Abstimmung führte zu den nachfolgenden Parametern.

Tabelle 6.5: Kraft-Weg-Abhängigkeiten zur Dimensionierung der Federn (Federsteifigkeit)

| | Nach rechts | | Nach links | |
|---|-------------|--------|------------|--------|
| | F (N) | x (mm) | F (N) | x (mm) |
| 1 | 0.4*9.8 | 7 | 0.4*9.8 | 7.5 |
| 2 | 0.6*9.8 | 11 | 0.6*9.8 | 11 |
| 3 | 0.8*9.8 | 15 | 0.8*9.8 | 15.2 |

Der ermittelte Wert der Steifigkeit beträgt

$$c_{13} = c_{23} = \frac{F/x}{2} \approx 264 \text{ N/m}$$

Die Originallänge der Federn (siehe Modell in Bild 6.4) beträgt

$$\lambda_{130} = \lambda_{230} = 75 \text{ mm}$$

▪ Reibungskoeffizient (Wirkung der Borsten)

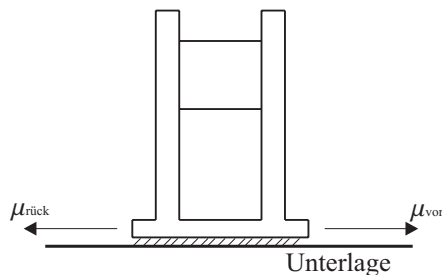


Bild 6.15: Reibungskoeffizienten

Die Definition der Reibungskoeffizienten ergibt sich wie in Bild 6.15 dargestellt. μ_{vor} ist der Reibungskoeffizient bei Vorwärtsbewegung (im Bild nach rechts), $\mu_{rück}$ bei der Rückwärtsbewegung. Für zwei unterschiedliche Unterlagen wurden die Reibungskoeffizienten gemessen:

Führungsbahn (mit Rauhfaserpapier belegt): $\mu_{vor} = 0.28$, $\mu_{rück} = 0.55$

Tischfläche (poliert): $\mu_{vor} = 0.1$, $\mu_{rück} = 0.11$

Die Wirkung der künstlichen Borsten ist aufgrund ihrer nicht problemspezifischen Herstellung auf Unterlagen mit glatter Oberfläche gering.

6.3.1.2 Messung der Winkelgeschwindigkeit und der Beschleunigung

Bei diesen Messungen wurden die folgenden Einrichtungen benutzt:

- Für die Messung der Beschleunigung: Beschleunigungssensor „Dytran Modalometer 3126A“ und 4-Kanal-Modalanalysesystem (Ziegler-Instrument).
- Für die Messung der Winkelgeschwindigkeit (Drehzahlmessung): Reflexlichtschranke und Oszilloskop.

Der Messaufbau wird in Bild 6.16 aufgezeigt:

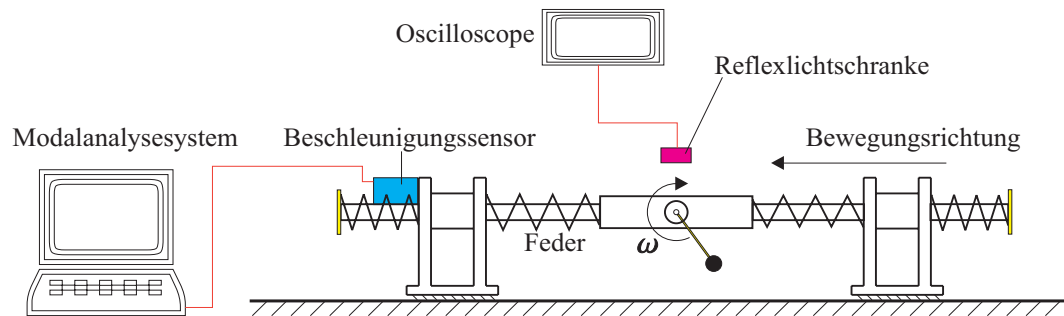


Bild 6.16: Messung der Beschleunigung und Winkelgeschwindigkeit

Die Messungsergebnisse für die Winkelgeschwindigkeit bzw. die Frequenz sind in Tabelle 6.6 gezeigt.

Tabelle 6.6: Frequenz bei verschiedenen Spannungen

| Motorspannung [V] | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 | 6.5 | 7 | 7.5 | 8 |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Frequenz [Hz] | 4 | 4.8 | 5.2 | 5.8 | 6.5 | 6.7 | 7.0 | 7.4 | 7.8 | 8.4 |

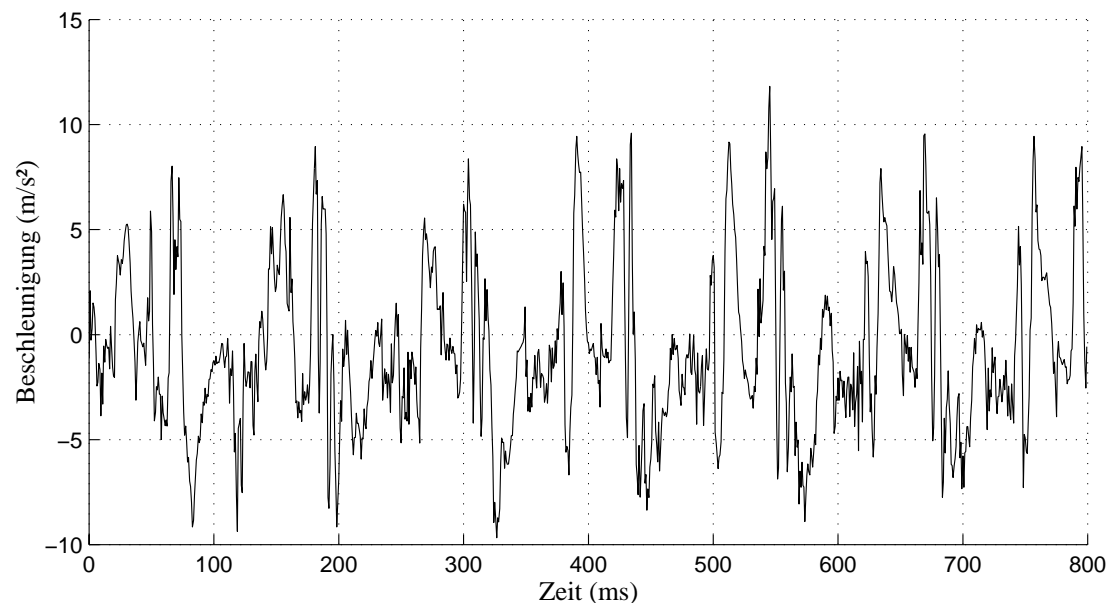


Bild 6.17: Beschleunigung bei einer Motorspannung von 8 V bzw. 80,2 U/min

Das Bild 6.17 zeigt Messungsergebnisse für die Beschleunigung bei einer Motorspannung von 8 Volt, d.h. einer Drehzahl der Unwuchtmasse von 80,2 U/min.

6.3.1.3 Vergleich zwischen experimentellem Ergebnis und Simulationsrechnung

Nach den obigen Messungen können folgende Parameter des Bewegungssystems sowie die Anfangsbedingungen für die Simulation angenommen werden:

$$m_1 = 0.0491 \text{ kg}, m_2 = 0.0487 \text{ kg}, m_3 = 0.155 \text{ kg}, m_a = 0.0298 \text{ kg};$$

$$c_{13} = c_{23} = 264.0 \text{ N/m}, \quad \lambda_{130} = \lambda_{230} = 0.075 \text{ m};$$

$$\mu_{\text{vor}} = 0.28, \quad \mu_{\text{rück}} = 0.55, \quad R = 0.0166 \text{ m};$$

$$\text{Anfangsbedingungen: } x_1(0) = 0.21 \text{ m}, x_2(0) = 0.06 \text{ m}, x_3(0) = 0.135 \text{ m}; \theta_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad};$$

$$\dot{x}_1(0) = 0.0, \quad \dot{x}_2(0) = 0.0, \quad \dot{x}_3(0) = 0.0.$$

In der Simulation wurde die Borstenwirkung gemäss den Gleichungen (4.78) und (4.79) realisiert. Die Ergebnisse des Vergleichs sind in Tabelle 6.7 und im Bild 6.18 dargestellt.

Tabelle 6.7: Experimentelle und numerische Ergebnisse für die Geschwindigkeit des Wurmsystems

| Experiment | | | Simulation |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Motorspannung [V] | Winkelgeschw. [rad/s] | Geschwindigkeit [m/s] | Geschwindigkeit [m/s] |
| 3.5 | 25.13 | 0 | 0 |
| 4 | 30.16 | 0.0033 | 0 |
| 4.5 | 32.67 | 0.0091 | 0.0157 |
| 5 | 36.44 | 0.0145 | 0.0371 |
| 5.5 | 40.84 | 0.02 | 0.0404 |
| 6 | 42.10 | 0.0298 | 0.0432 |
| 6.5 | 43.98 | 0.0392 | 0.048 |
| 7 | 46.50 | 0.0533 | 0.056 |
| 7.5 | 49.00 | 0.0719 | 0.0657 |
| 8 | 52.78 | 0.0945 | 0.0828 |

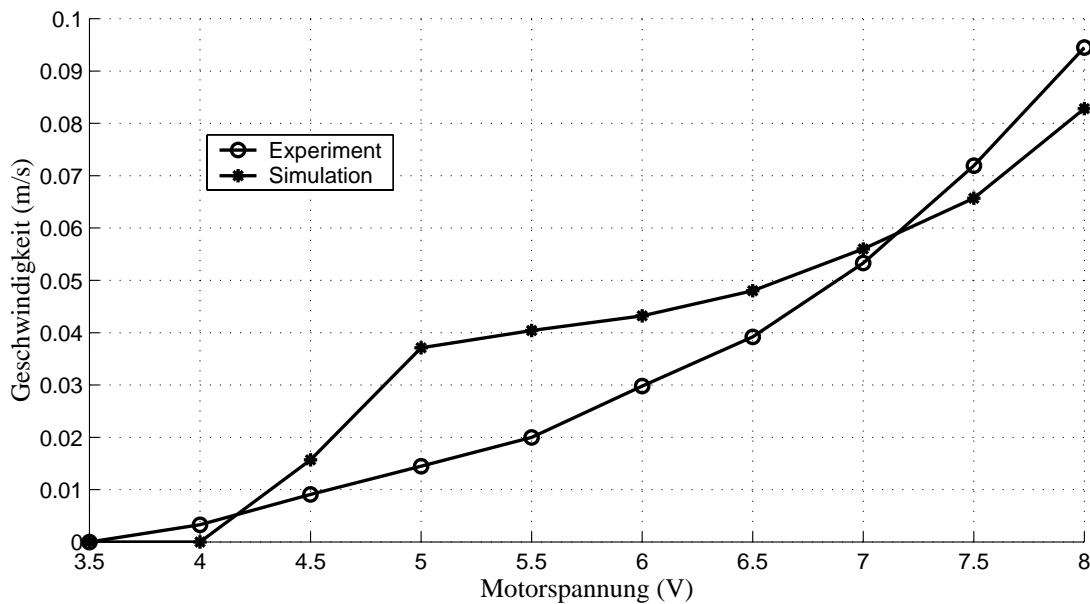


Bild 6.18: Vergleich zwischen experimentellen und numerischen Werten

Für die im Bild 6.18 zu erkennenden Unterschiede zwischen Theorie und Experiment sind im wesentlichen folgende Ursachen zu nennen (siehe auch Abschnitt 6.3.2.3):

- ❖ Bei der Bewegung des Modells bewirkt die Schwerkraft eine ungleichmäßige Umdrehung der Unwuchtmasse. In der Simulation wurde eine konstante Winkelgeschwindigkeit angenommen.
- ❖ In der Realität vorhandene Dämpfung ist bei der Simulation nicht berücksichtigt worden.
- ❖ Die Berücksichtigung der Borstenwirkung über die Gleichungen (4.78) und (4.79) sichern im Simulationsmodell die Erfüllung der Bedingung $\dot{x}_i(t) > 0$, ($i = 1,2$). Sie entsprechen nicht vollständig den physikalischen Bedingungen der unterschiedlichen Reibungskoeffizienten bei der Vorwärts- und Rückwärtsbewegung.

6.3.2 Untersuchungen am Prototyp II

6.3.2.1 Messung von Winkelgeschwindigkeit und Beschleunigung

Der Messaufbau entspricht dem aus Bild 6.16. Die Messergebnisse für Winkelgeschwindigkeit bzw. Frequenz zeigt die Tabelle 6.8.

Tabelle 6.8: Drehfrequenz bei verschiedenen Spannungen

| Motorspannung [V] | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 | 6.5 | 7 | 7.5 | 8 |
|-------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|-----|------|
| Frequenz [Hz] | 5.4 | 6 | 6.6 | 7 | 7.4 | 7.6 | 8 | 8.4 | 8.8 | 9.6 | 10.2 |

Das Meßergebnis der Beschleunigung bei einer Motorspannung von 8 Volt bzw. einer Drehzahl von 97,4 U/min wird in Bild 6.19 dargestellt.

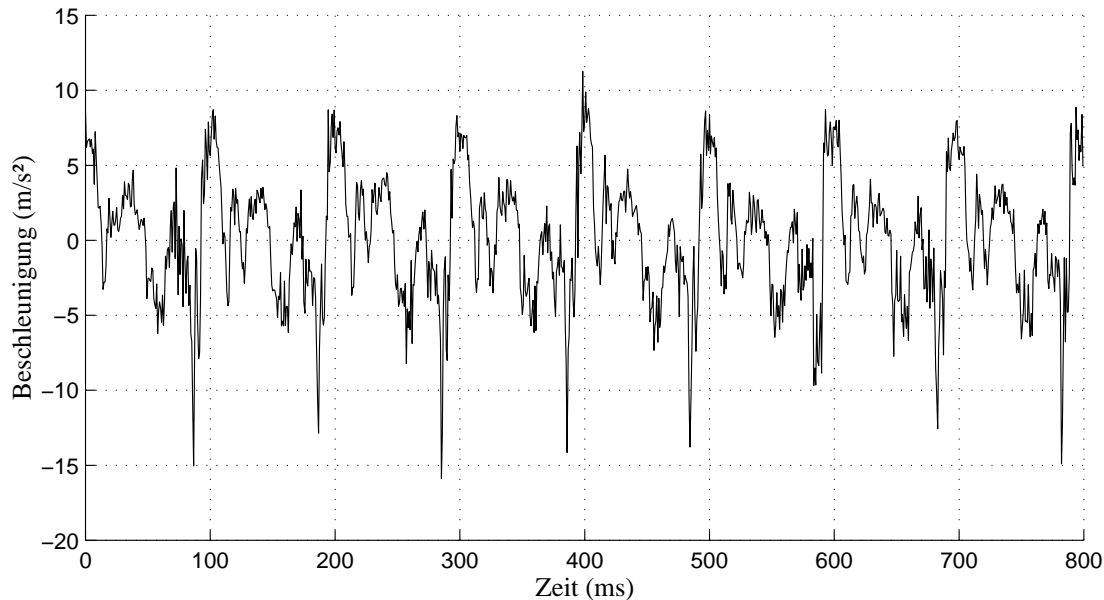


Bild 6.19: Beschleunigung bei einer Motorspannung von 8 V bzw. 97,4 U/min

6.3.2.2 Die Berechnung der Trägheitsmomente des Unwuchtrades

Für die Durchführung der Simulationsrechnung wurden die Trägheitsgrößen des Unwuchtrades bestimmt. Die technische Zeichnung eines Zahnrades wird in Bild 6.20 dargestellt. ρ_B und ρ_S sind die Dichte von Blei bzw. Stahl.

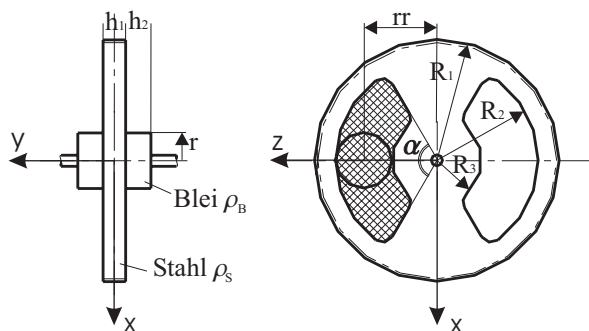


Bild 6.20: Zahnrad mit Unwucht

Die berechneten Größen des Trägheitstensors lauten

$$\begin{aligned}
 J_{xx} &= \rho_s \pi R_1^2 h_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) - 2\rho_s \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \left(\frac{R_2^2 + R_3^2}{4} \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) + \frac{h_1^2}{12} \right) \\
 &\quad + \rho_B \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \left(\frac{R_2^2 + R_3^2}{4} \left(1 + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) + \frac{h_1^2}{12} \right) \\
 &\quad + \rho_B \pi r^2 (h_1 + 2h_2) \left(\frac{r^2}{4} + \frac{(h_1 + 2h_2)^2}{12} + rr^2 \right) - \rho_B \pi r^2 h_1 \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} + rr^2 \right) \\
 J_{yy} &= \rho_s \pi R_1^2 h_1 \frac{R_1^2}{2} - 2\rho_s \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \frac{R_2^2 + R_3^2}{2} + \rho_B \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \frac{R_2^2 + R_3^2}{2} \\
 &\quad + \rho_B \pi r^2 2h_2 \left(\frac{r^2}{2} + rr^2 \right) \\
 J_{zz} &= \rho_s \pi R_1^2 h_1 \left(\frac{R_1^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) - 2\rho_s \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \left(\frac{R_2^2 + R_3^2}{4} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) + \frac{h_1^2}{12} \right) \\
 &\quad + \rho_B \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 \left(\frac{R_2^2 + R_3^2}{4} \left(1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) + \frac{h_1^2}{12} \right) \\
 &\quad + \rho_B \pi r^2 (h_1 + 2h_2) \left(\frac{r^2}{4} + \frac{(h_1 + 2h_2)^2}{12} \right) - \rho_B \pi r^2 h_1 \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h_1^2}{12} \right) \\
 J_{xy} &= J_{xz} = J_{yz} = 0.
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Die Koordinaten des Schwerpunktes des Zahnrades werden durch die Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 S_x &= S_y = 0 \\
 S_z &= \left(\frac{2}{3} \rho_B h_1 (R_2^3 - R_3^3) \sin \frac{\alpha}{2} + 2\rho_B \pi r^2 h_2 rr \right) / \left(\rho_s \pi R_1^2 h_1 - 2\rho_s \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 + \rho_B \frac{\alpha}{2} (R_2^2 - R_3^2) h_1 + 2\rho_B \pi r^2 h_2 \right)
 \end{aligned} \tag{6.4}$$

bestimmt. Die übrigen Parameter des Bewegungssystems haben die Werte:

$$\begin{aligned}
 \text{Fuß1 } m_1 &= 77.3 \text{ g} & \text{Fuß2 } m_2 &= 77.2 \text{ g} \\
 \text{der zentrale Teil (ohne Räder) } m_3 &= 177.1 \text{ g} \\
 \text{unteres Rad } m_4 &= 60.4 \text{ g} & \text{oberes Rad } m_5 &= 61.5 \text{ g} \\
 R_1 &= 21.7 \text{ mm} & R_2 &= 17.0 \text{ mm} & R_3 &= 7.0 \text{ mm} & h_1 &= 4.05 \text{ mm} \\
 h_2 &= 5.0 \text{ mm} & \alpha &= 0.63\pi & r &= 7.0 \text{ mm} & rr &= 13.0 \text{ mm}.
 \end{aligned}$$

Mit $\rho_B = 11.34 \text{ g/cm}^3$, $\rho_s = 7.85 \text{ g/cm}^3$ [Fischer99] können der Trägheitstensor und die z-Koordinate des Schwerpunktes berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 J_{xx} &= 8.63439 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2 & J_{yy} &= 0.0000137425 \text{ kg m}^2 \\
 J_{zz} &= 6.01288 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2 & S_z &= 0.0057 \text{ m}.
 \end{aligned}$$

Die Federsteifigkeiten, Federlängen und die Reibungskoeffizienten entsprechen den Werten aus dem vorangegangenen Abschnitt:

$$\begin{aligned}
 \lambda_{130} &= 75 \text{ mm} & \lambda_{230} &= 75 \text{ mm} & c_{13} &= c_{23} = 270 \text{ N/m} \\
 \mu_{\text{vor}} &= 0.3 & \mu_{\text{rück}} &= 0.55.
 \end{aligned}$$

6.3.2.3 Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse

Den Vergleich zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen zeigen die Tabelle 6.9 und das Bild 6.21.

Tabelle 6.9: Experimentelle Resultate und Simulationsergebnisse für die Geschwindigkeit des Wurmssystems

| Experiment | | | Simulation |
|-------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Motorspannung [V] | Winkelgesch. [rad/s] | Geschwindigkeit [m/s] | Geschwindigkeit [m/s] |
| 3 | 33.93 | 0 | 0.00804 |
| 3.5 | 37.70 | 0 | 0.01982 |
| 4 | 41.47 | 0 | 0.02814 |
| 4.5 | 43.98 | 0 | 0.03186 |
| 5 | 46.50 | 0.00563 | 0.03456 |
| 5.5 | 47.75 | 0.00932 | 0.03631 |
| 6 | 50.27 | 0.01191 | 0.03737 |
| 6.5 | 52.78 | 0.01261 | 0.03733 |
| 7 | 55.29 | 0.01299 | 0.03619 |
| 7.5 | 60.32 | 0.01278 | 0.03246 |
| 8 | 64.09 | 0.01263 | 0.02750 |

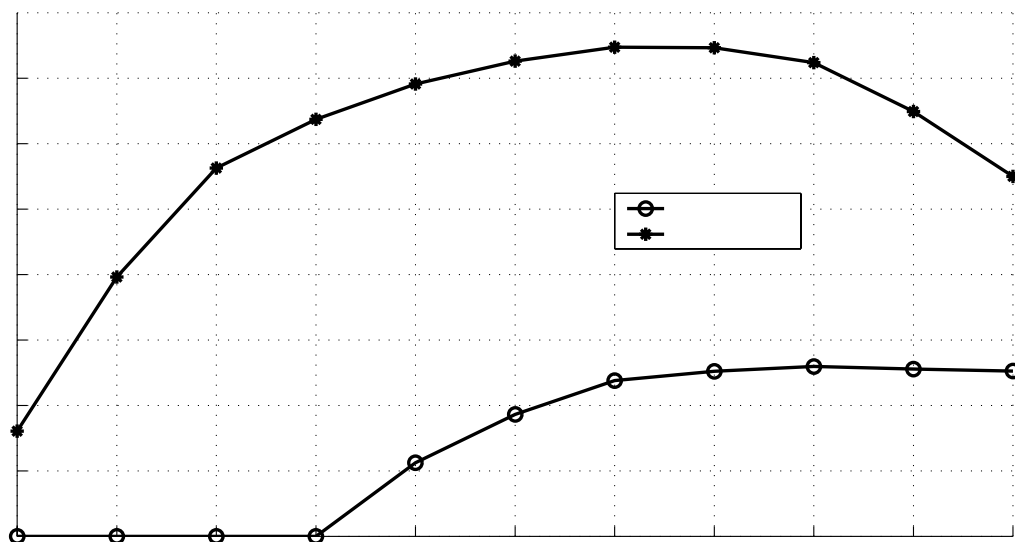


Bild 6.21: Vergleich zwischen dem Experiment und Simulation

Das Bild 6.21 zeigt grössere Unterschiede zwischen Experiment und Simulation als das Bild 6.18 für den Prototyp I. Trotzdem sind die Simulationsergebnisse besser zu bewerten als für den Prototyp I. Wie schon unter Abschnitt 6.2 dargestellt, existieren für den Prototyp I starke Einflüsse der Unwuchtkraft auf die Reibkräfte zwischen den borstenbesetzten Füßen und der Unterlage. Dieser Einfluss ist bei bestimmten Drehzahlen so stark, dass eine Beeinflussung der Bewegungsrichtung des Systems durch die Drehrichtung der Unwucht festgestellt wurde. Das bedeutet offensichtlich ein völliges Ausschalten der Borstenwirkung. Durch die Kompensation der vertikalen Kraftkomponenten aufgrund der gegenläufig drehenden Räder im Prototyp II kommt die Borstenwirkung dagegen besser zur Wirkung. Das heisst, das System besitzt je nach Bewegungsrichtung unterschiedliche Reibungskoeffizienten, wobei eben nicht der in der Simulation über die Beziehungen (4.78) angenommene Fall mit $\mu_{rück} = \infty$ existiert. Im Experiment kann beobachtet werden, dass der Prototyp II eine (wenn auch kleine) deutlich sichtbare Rückwärtsbewegung der Füße zulässt, was die Effizienz des Antriebes mindert und zu einer langsameren Bewegung als in der Theorie führt.

Die in der Simulationsrechnung gezeigte (Bild 6.22) deutlich geringere Schwankung in den wirkenden Normalkräften durch die Anordnung der gegenläufig drehenden Unwuchträder, führte in der Praxis beim Prototyp II trotz Massenvergrösserung insgesamt zu einem gleichmässigerem Vortrieb während der Bewegung.

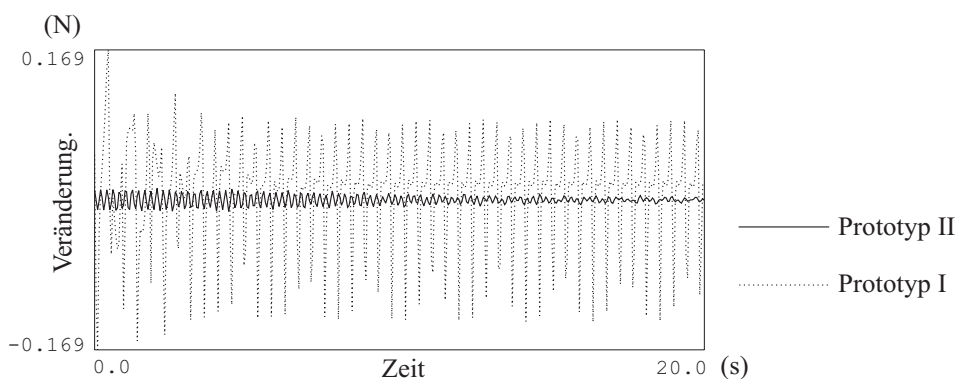


Bild 6.22: Vergleich der Normalkräfte zwischen Prototyp I und II

6.4 Prototyp III

6.4.1 Konzeptidee [Weise02]

Nach den mit den Prototypen I und II erfolgten Funktionsnachweisen für die wurmartigen Bewegungssysteme, wurde, basierend auf einer Konstruktionskritik und mit der Zielrichtung Miniaturisierung, ein völlig neuer Prototyp konstruiert. Wesentliche Forderungen an das neue Konzept lauteten:

1. Mit einem neuen Antriebskonzept soll eine bessere Energieübertragung vom Antriebselement auf das System stattfinden. Als Antriebselement wird ein Piezoaktuator verwendet (Bild 6.23).
2. Es ist eine Miniaturisierung des Prototyps um den Faktor 10 bezüglich der Baugrösse zu erreichen. Im Vordergrund stehen dabei die Konstruktion einer geeigneten Reibstruktur und die Verwendung mikrosystemtechnischer Technologien.
3. Das neue System soll kaskadierbar sein, um zu überprüfen, welche Vorteile ein solches System bringt, bzw. ob sich ein neues Systemverhalten ergibt.
4. Der neue Prototyp soll autonom arbeiten können.

Die verwendeten Elemente der Prototypen I und II lassen nur eine bedingte Verkleinerung zu. Die in den Systemen eingesetzten Linearkugellager, sowie der Motor und das Reibelement, können nicht beliebig verkleinert werden. Reibungsverluste durch die Kugellager würden sich ebenfalls in kleineren Modellen stärker bemerkbar machen. Für diese Baugruppen muss eine neue Lösung gefunden werden. In Tabelle 6.10 sind die Vor- und Nachteile der ersten Prototypen zusammengefasst.

Tabelle 6.10: Vor- und Nachteile der Prototypen I und II

| <i>Vorteile</i> | <i>Nachteile</i> |
|------------------------------------|--|
| Grosser Hub des Antriebselementes | Modell bewegt sich nur auf speziellem Untergrund |
| Einfache elektronische Ansteuerung | Kraftauskopplung erfolgt nicht nur in Bewegungsrichtung (Prototyp I) |
| Robuster Aufbau | Reibungsverluste durch Rollreibung |
| Autonomes System | Nur bedingte Skalierbarkeit des Modells |

Für den Entwurf eines verbesserten Prototyps sollten unter Beibehaltung des Konzeptes neue oder modifizierte Systemelemente entwickelt werden. Damit konzentrierten sich die Untersuchungen auf die Entwicklung eines neuen Antriebssystems zur Erzeugung einer periodischen Bewegung.

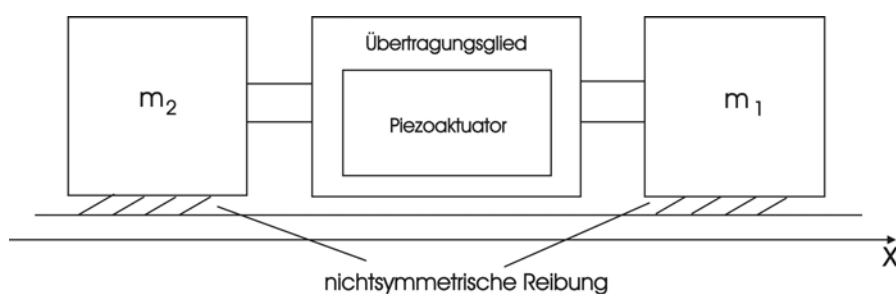


Bild 6.23: Konzept des Prototyps III

6.4.2 Piezoaktuator

Im neuen System kommt ein Piezoaktor (Piezomechanik GmbH, Bild 6.24) mit den in Tabelle 6.11 angegebenen Kennwerten nach Herstellerangaben zum Einsatz.

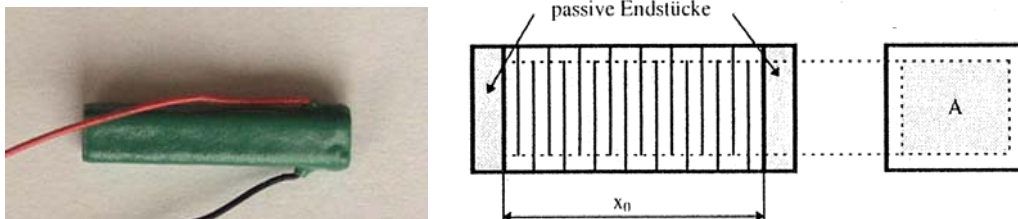


Bild 6.24: Piezoaktor der Fa. Piezomechanik GmbH (links: Originalfoto; rechts: Prinzip des Multilayer Stapelaktors)

Tabelle 6.11: Parameter des Piezoaktors

| Eigenschaften | Wert |
|--|---|
| Länge L_p , Breite a , Tiefe b | 18 mm x 3 mm x 2 mm |
| Resonanzfrequenz f_{res} | 35 kHz |
| Stellweg Δx_{max} | 20 μm |
| Betriebsspannung u_b | -30 V ... 150 V |
| Steifigkeit c_p | 12 $\frac{\text{N}}{\mu\text{m}}$ |
| Blockierkraft F_k | 300 N |
| Kapazität C | 340 nF |
| Elastizitätskonstante s_{33}^E | $18,1 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}^2}{\text{N}}$ |
| Piezoelektrische Konstante d_{33} | $635 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}}$ |
| Dielektrizitätskonstante ϵ_{33}^T | 5440 |

6.4.3 Reibkörper-Entwicklung

Für eine Verkleinerung des Systems ist es erforderlich, einen neuen Reibkörper zu entwickeln. Dieser Reibkörper soll die Rauheit der Auflagefläche nutzen. Typische Oberflächen haben eine ermittelte Rautiefe R_z von 10 μm . Dieser Wert kann aber je

nach Oberflächenbearbeitung stark schwanken. Damit sich die Borsten in der Oberfläche „verankern“ können, sollte ihr Durchmesser in der Größenordnung der Rautiefe liegen. Über die Länge der Borsten kann deren Nachgiebigkeit beeinflusst werden. Als Werkstoff für die Borstenfasern kommen vielfältige Materialien in Betracht, die im Arbeitsbereich ein elastisches Verhalten aufweisen und sich kaum abnutzen. Vorteilhaft ist es, wenn das Faserende eine scharfe Kante besitzt. Fasermaterialien, die diese Forderungen erfüllen können, sind z.B. Glasfasern, Kohlefasern, Stahldraht und verschiedene Kunststofffasern. Weil von den vorhandenen Materialien die Glasfasern den kleinsten Durchmesser aufwiesen, wurde eine Reibstruktur mit Glasfasern aufgebaut. Für die Fertigung der Prototypstruktur wurden in eine Platte Löcher unter 60° gebohrt und dann in diese Glasfasern definierter Länge eingeklebt. Das Bild 6.25 zeigt die Reibstruktur. Man erkennt, dass die Fasern im Bündel technologiebedingt keine einheitliche Länge aufweisen, was aber eher vergrößernd auf den Reibungskoeffizient wirkt.

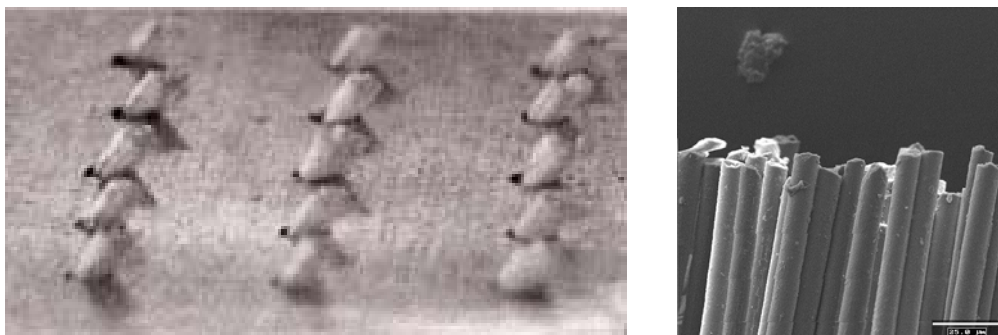


Bild 6.25: Reibkörper (links: Faserbündel in der Aluminiumplatte; rechts: REM-Aufnahme eines Bündels)

6.4.4 Übertragungsglied zur Stellwegvergrößerung

Aufgrund des sehr kleinen Stellweges des Piezoaktors ist ein Übertragungsglied zwischen Antrieb und bewegten Massen erforderlich. Dieses sollte eine hohe, möglichst konstante Übersetzung, sowie eine lineare Wegauskopplung besitzen. Die lineare Wegauskopplung ist vorteilhaft, da sonst zusätzlich Führungen benötigt werden, die Querkräfte aufnehmen müssen. Damit die Mechanismen auch mit den Methoden der Mikrosystemtechnik hergestellt werden können, sind stoffschlüssige Gelenke (compliant mechanism) favorisiert worden. Es eignet sich hierfür zum Beispiel die im Bild 6.26 links dargestellte Ellipse. Für die Dimensionierung wurde gemäss der Darstellung im Bild 6.26 rechts näherungsweise ein Scherengetriebe betrachtet.

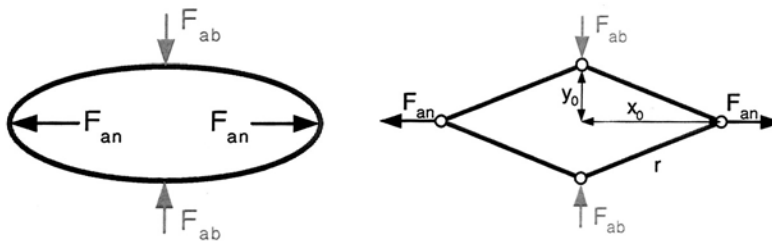


Bild 6.26: Mechanismen zur Stellwegvergrößerung (links: Ellipse; rechts: Scherengetriebe)

Die Übersetzung des Scherengetriebes berechnet sich wie folgt:

$$i = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{r^2 - (x_0 + \Delta x)^2} - y_0}{\Delta x} \approx -\frac{x_0}{y_0} - \frac{r^2}{y_0^3} \cdot \Delta x \quad (6.5)$$

Um das Getriebe möglichst klein zu gestalten, wurde die Länge r der Getriebeglieder auf 8 mm festgelegt. Da die Übersetzung nicht konstant ist, und bei sehr kleinen y_0 sich sehr stark ändert, wurde das y_0 auf 0,8 mm festgelegt. Es resultiert daraus ein Übersetzungsverhältnis von $i \approx 10$. Für den Prototyp wurde zur besseren Ankopplung der bewegten Massen das Prinzip abgewandelt und die rechte und linke Kraftauskopplung in Form eines starren Stabelementes realisiert (Bild 6.27).

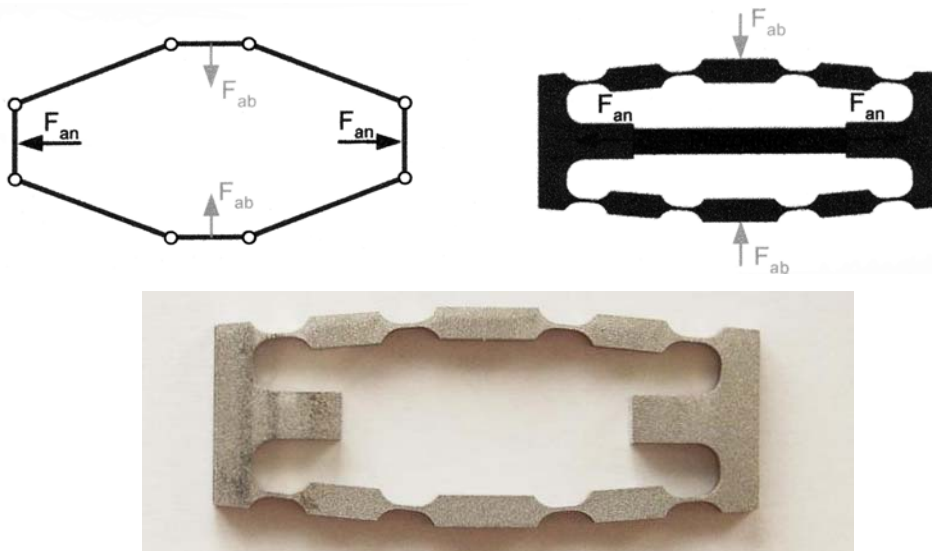


Bild 6.27: Mechanismus zur Stellwegvergrößerung

Die Dimensionierung der Festkörpergelenke erfolgte mit dem Finite-Elemente-Programm ANSYS[®]. Mittels einer CNC-Fräsmaschine wurden die Konturen aus einem Vollmaterial erzeugt und anschliessend durch Drahterosion vom Grundkörper abgetrennt.

6.5 Dimensionierung und experimentelle Untersuchungen am Prototyp III

Die Aluminiumplatten mit den Glasfaserbündeln, der Mechanismus zur Stellwegvergrößerung und der Piezoaktor wurden mittels Klebtechnologie gefügt. Der vollständige Prototyp III ist im Bild 6.28 gezeigt.

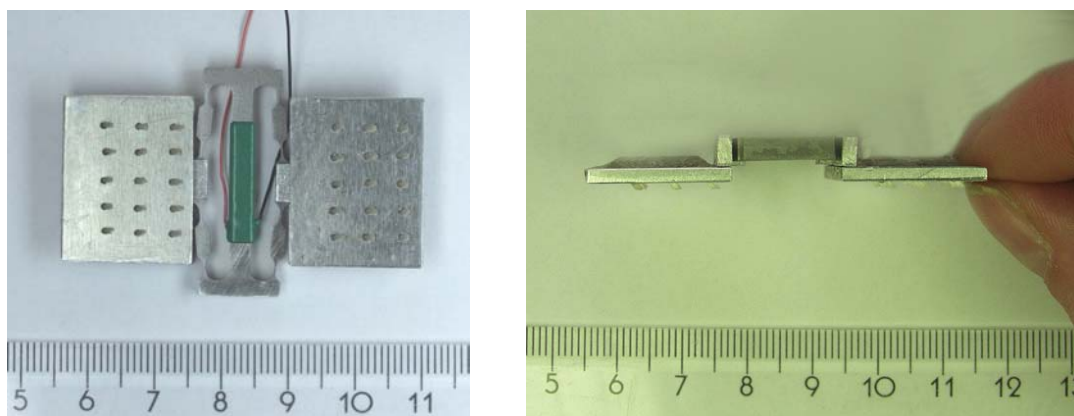


Bild 6.28: Prototyp III

Neben der deutlich geringeren Baugröße des Prototyps III wird eine effizientere Lokomotion des Systems vor allem durch die Entwicklung des neuen Reibkörpers [Weise02] erreicht. Die im Bild 6.29 dargestellten, experimentell ermittelten Reibungskoeffizienten auf vier ausgewählten Unterlagen zeigen die (deutlich richtungsabhängige) Anisotropie.

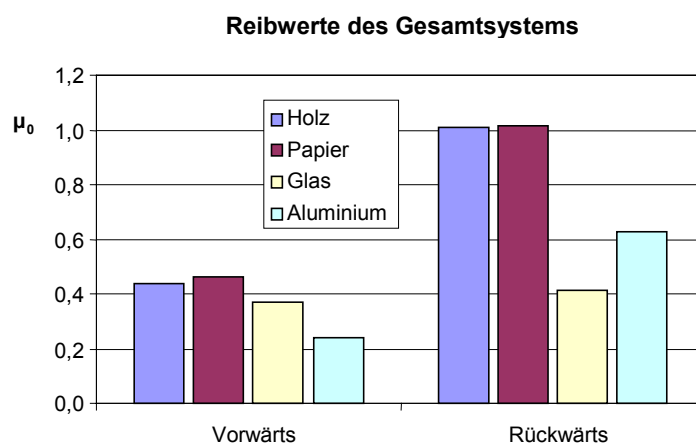


Bild 6.29: Richtungsabhängige Reibungskoeffizienten

Sogar auf einer Glasscheibe wurden Reibungsunterschiede festgestellt, obwohl dort die Rauheiten sehr viel kleiner als 100 nm sind.

Der gesamte Systementwurf wurde mit Hilfe einer computergestützten Simulation in *Matlab Simulink™* optimiert (Bild 6.30). Dies betrifft besonders die Ermittlung der optimalen Ansteuerfrequenz für den Piezoaktuator. Die geringe Grösse des zu entwickelnden Bewegungssystems gestattet es nicht, Stullelemente zu verwenden, da diese mit relativ grossen Induktivitäten ausgestattet sind. In den Simulationsrechnungen zeigte es sich, dass es besser ist, das System im Resonanzbereich (760 Hz) zu betreiben. Dabei wird auch die zugeführte Energie optimal in Bewegungsenergie umgesetzt. Das komplette Bewegungssystem wurde auf den unterschiedlichsten Materialien getestet. Es zeigte sich, dass es sich sogar auf einer Glasscheibe problemlos fortbewegen konnte, obwohl das Reibwertverhältnis nur $\frac{\mu_{rück}}{\mu_{vor}} = 1.13$ ist. Das System kann auf einer

Holzunterlage Steigungen bis zu einen Winkel von ca. 35° überwinden. Die Messungen haben weiterhin ergeben, dass der Prototyp III eine Vortriebskraft von bis zu 55 mN erreichen kann. Das entspricht ca. 60 Prozent der Gewichtskraft des Systems.

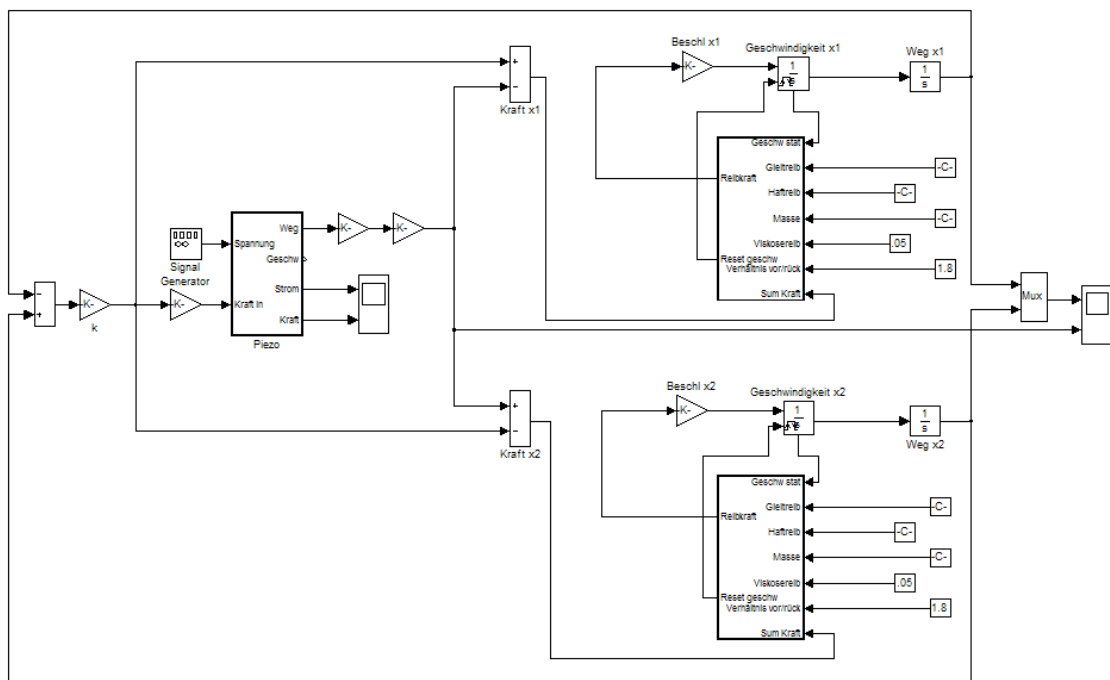


Bild. 6.30: Modell des Prototyps III in *Matlab Simulink™*

Im Bild 6.31 ist die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt. Die Ansteuerung erfolgte mit einer Rechteckfunktion, die eine Amplitude von $U=10\text{ V}$ aufwies. Die Geschwindigkeitsmaxima des Systems haben ihre Ursachen in den Oberwellen der Rechteckfunktion.

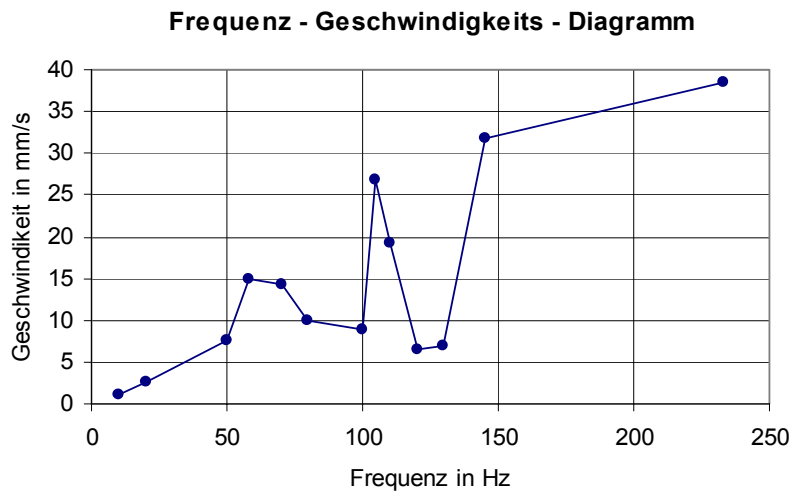


Bild 6.31: *Geschwindigkeit des neuen Bewegungssystems in Abhängigkeit von der Frequenz*

In einer nächsten Entwicklungsetappe sollen nach der Realisierung zweier weiterer Prototypen die Kaskadierbarkeit der Systeme untersucht werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorgelegte Arbeit soll einen Beitrag zur Forschung im interdisziplinären Gebiet der Biomechatronik leisten. Es wurde ein Konzept zur Umsetzung einer undulatorischen Lokomotion zur Entwicklung technischer Bewegungssysteme nach biologischem Vorbild (Regenwurm), basierend auf Starrkörpersystemen mathematisch beschrieben und in Prototypen technisch umgesetzt. Gegenüber anderen Bewegungsformen in der Natur, wie z.B. dem Laufen mit Beinen liegt das ingenieurtechnische Interesse für biomimetische Roboter nach dem Peristaltik-Prinzip des Regenwurmes in

- der Miniaturisierbarkeit der nachgiebigen Strukturen,
- der Bewegungsmöglichkeit auf vielgestaltigem Untergrund,
- der Einfachheit des Bewegungsapparates (Kaskadierung gleichartiger Elemente).

Ausgehend von den Arbeiten von MILLER und STEIGENBERGER wurden die zwei Aspekte

- nichtsymmetrische Reibung und
- periodische interne Deformationen und ihre Auskopplung über Wechselwirkungen mit der Umwelt

als wesentlich für eine wurmartige Fortbewegung definiert. Im mathematisch-mechanischen Teil der Arbeit wurden deshalb speziell diese Phänomene mit analytischen und computergestützten Methoden untersucht. Es sind Ansteueralgorithmen (gaits) für wurmartige Roboter, basierend auf Feder-Masse-Modellen mit dem Freiheitsgrad grösser zwei vorgeschlagen worden, die eine maximale Vortriebsgeschwindigkeit realisieren. Die Computersimulation des dynamischen Verhaltens dieser Modelle bzw. der entwickelten Prototypen erfolgte mit dem System ALASKA. Die experimentelle Evaluierung der numerischen Ergebnisse ergab in vielen Fällen gute qualitative und quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Zur praktischen Erprobung der gefundenen Bewegungsprinzipien und der Steueralgorithmen wurden zwei Prototypen mit elektromechanischem Antrieb und Unwuchtsystem zur Erzeugung der internen periodischen Erregung konstruiert und getestet. Ein dritter miniaturisierter Prototyp arbeitet mit einem Piezoaktuator als Antrieb und einem nachgiebigen Mechanismus als Übertragungselement.

Potentielle Einsatzgebiete für wurmartige Roboter sind vor allem im Bereich der Mikro- und Nanotechnik zu erwarten. In diesen Dimensionen sind Bewegungssysteme in ihrer klassischen Form, wie z.B. als „wheeled locomotion systems“ und „legged locomotion systems“, nicht geeignet für zukünftige potentielle Einsatzumgebungen, die u.a. durch das spezielle Terrain oder eingeschränkte Raumbedingungen gekennzeichnet sind.

Apedale peristaltische Bewegungsprinzipien können bei der Entwicklung neuartiger Bewegungssysteme im Mikrobereich eine grosse Rolle spielen. Erste Entwicklungen für die minimal-invasive Chirurgie werden von mehreren Forschergruppen national und international vorangetrieben. Von derartigen Anwendungen sind die technisch realisierten Prototypen noch entfernt. Das Entwicklungsziel dieser Systeme bestand auch vorrangig im Nachweis von Funktionsprinzipien und nicht in einer unmittelbaren technischen Applikation. Die theoretischen und experimentellen Untersuchungen haben deutlich gemacht, dass weitere Forschungen notwendig sind. Mögliche und notwendige Richtungen in diesem Zusammenhang sind im theoretischen Bereich:

- die Untersuchung kaskadierter Strukturen aus gleichartigen Grundelementen,
- die Kombination von starren Strukturteilen mit nachgiebigen Elementen (zum Beispiel Membranen) um einen fluidischen Antrieb nach biologischem Vorbild zu realisieren,
- die Einbeziehung von Umgebungsmodellen, wie zum Beispiel ein Untergrund mit visko-elastischem Verhalten, Röhren mit nachgiebigen Wänden (Gefäße) etc. in die Simulationen,
- die Fortführung der Untersuchungen zu optimalen Steuerstrategien für mehrgliedrige Robotersysteme.

Im konstruktiven Bereich können folgende weiterführende Aufgaben formuliert werden:

- die Entwicklung geeigneter Antriebssysteme (speziell von Linearaktuatoren),
- die Erhöhung der Beweglichkeit (Minimalforderung: vorwärts/rückwärts) des Systems durch eine Steuerung der richtungsabhängigen Reibung,
- die Ausrüstung der biomimetischen Roboter mit Sensorsystemen (Kamera, taktile Sensoren) und Werkzeugen (Mikrogreifer) für Inspektions- und Manipulationsaufgaben.

Die Komplexität der genannten Aufgaben verlangt zu ihrer effektiven Lösung den Einsatz integrierter Entwurfsverfahren für das gesamte mechatronische System Roboter. Dabei können neuartige Bewegungssysteme nach biologischem Vorbild ihren Ausgangspunkt durchaus in innovativen Entwicklungen aus der Mechanik haben.

8 Literaturverzeichnis

- Aoyama98 Aoyama, H.: Precise miniature robots and desktop flexible production. Proc. of International Workshop on Microfactories, Tsukuba/Japan,1998, pp.145-156.
- Bexell94 Bexell, M.; Tiensuu, A.L.; et al.: Characterization of an inch-worm prototype motor. Sensors and Actuators, vol. 43:322-329, Nov. 1994.
- Blech00 Blechmann I.I.: Vibrational mechanics. World Scientific Publishing, Singapore, 2000.
- Blek00 Blekhman, I.I.: Vibrational mechanics: nonlinear dynamic effects, general approach, application. World Scientific 2000. ISBN:981-02-3890-8.
- Bög02 Bögelsack, G., Schilling, C.: Terminologie zur Biomechanik der Bewegung (Englisch / Deutsch). Entwurf, Fakultät für Maschinenbau, TU Ilmenau, 2002 (unveröff.).
- Brack97 Brackenbury, J.: Caterpillar kinematics. Nature, Vol. 390, December 4,1997. p453.
- Brock94 Brock, D.; Lee, W.; Segalman, D.; Witkowski, W.: A dynamic model of a linear actuator based on polymer hydrogel. Journal of Intelligent Materials and Structures, in Press 1994.
- Bur95 Burdick, J.W.; Radford, J., Chirikjian, G.: A 'sidewinding' locomotion gait for hyper-redundant robots. Advanced Robotics, Vol. 9, No. 3, pp.195-216, 1995.
- Bro95 Brockett, R. W.: On the rectification of vibratory motion. Sensors and Actuators. 20(1989), pp.91-96.
- Chen99 Chen, I.M.; Yeo, S.; Gao, Y.: Locomotion gait generation for multi-segment inchworm robots. Tenth World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms Oulu, Finland, June 20-24, 1999.
- Cheng99 Cheng, L.; Yang, Y.: Study on a new kind of micro robot in fine pipe. ROBOT (the Chinese Technical Journal) Vol.21, No.4, 1999.
- Chir95a Chirikjian, G.S.; Burdick, J.W.: A hyper-redundant manipulator. IEEE Robotics and Automation Magazine, Dezember 1995, pp. 22-29.

- Chir95b Chirikjian, G.S.; Burdick, J.W.: The kinematics of hyper-redundant locomotion. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 11, No. 6, December 1995, pp. 781-793.
- Choset99 Choset, H.; Henning, W.: A follow-the-leader approach to serpentine robot motion planning. ASCE Journal of Aerospace Engineering, 1999.
- Cui99 Cui, X.; Yan, G.; Chen, Y.; Lin, L.: Study on a prototype of snake-like mini-robot. ROBOT (the Chinese Technical Journal) Vol.21, No.2, 1999.
- Czichos00 Czichos, H.: Hütte—Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften. 31. Neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Springer 2000.
- Dario96 Dario P.; Carrozza M.C.; Allotta B.; Guglielmelli E.: Micromechatronics in medicine. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol.1, No.2, pp.137-148, 1996.
- Dario96 Dario P.; Guglielmelli E.; Allotta B.; Carrozza M.C.: Robotics for medical applications. IEEE Robotics and Automation Magazine, Vol. 3, No. 3, pp. 44-56, 1996.
- Deng99 Deng, Z.: Design on elastic supporting structure of micro-feeding mechanism. Tenth World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms Oulu, Finland, June 20-24, 1999.
- Desai95 Desai, R.; Rosenberg, C.; Jones, J.: Kaa: An autonomous serpentine robot utilizes behavior control. IROS '95, vol. 3, pp. 250-255, Pittsburg, August 1995.
- Dow97 Dowling, K. J.: Limbless Locomotion : Learning to crawl with a snake robot. PhD thesis, the Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Dec. 1997.
- Dünt02 Düntgen, C.: Walking machines: 0-legged-robots. Web site:
<http://ls11-www.informatik.uni-dortmund.de/people/ziegler/RoboterLaufenNoLegs.html>.
- Fati97 Fatikow, S.; Rembold, U.: Microsystem technology and microrobotics. Springer-Verlag 1997, ISBN: 3-540-60658-0.
- Faul00 Faulhaber Group: Antriebssysteme der Katalog 2000
<http://www.faulhaber.com>.
- Fer95 Ferworn, A.; Stacey, D. A.: Inchworm mobility--stable, reliable and inexpensive. Proceedings of the 3rd IASTED International Conference for Robotics and Manufacturing, June 14-16 1995, Cancun, Mexico.
- Fisch05 Fischer, O.: Über die Bewegungsgleichungen räumlicher Gelenksysteme. Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wiss. XXIX Bd. 1905, S. 267-354.

- Fischer99 Fischer, U. etc.: Tabellenbuch Metall. Verl. Europa-Lehrmittel Nourney, Vollmer, 1999. ISBN: 3-8085-1721-2.
- Forth76 Forth, E.; Schewitzer, E.: Bionik. Meyers Taschenlexikon, VEB Bibliographisches Institut Leipzig, 1976.
- Fukada94 Fukada T, Guo S.: Micro active catheter system with multi degrees of freedom. Proc IEEE Int Conf Robotics and Automation C1. San Diego, California, USA, 1994.2290-2296.
- Fukuda89 Fukuda, T.;Uemura, M.; Hosokai, H.: Rubber gas actuator driven by hydrogen storage alloy for in-pipe inspection mobile robot with flexible structure. 1989 IEEE International Conf. on Robotics and Automation Vol.3.
- Fukuda99 Fukuda, T.; Kurashige, K.; Arai, F.: Recent topics on robotics actuation technologies. Tenth World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms, Oulu, Finland, June 20-24, 1999.
- Gans70 Carl Gans: How snakes move. Sci. Am., 1970, 223, pp. 82-96.
- Gans80 Gans, C.: Biomechanics approach to vertebrate biology, [Reissue]. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1980.
- Gray68 Gray, J.: Animal locomotion. W. W. Norton Co., 1968, pp. 166-193.
- Gupta97 Gupta, K.C.: Mechanics and control of robots. Springer Verlag 1997, ISBN 0-38794923-2.
- Hagn01 Hagn, U.: Mechatronik – Was verbirgt sich dahinter ? Mechatronik/Medizintechnik Thüringer Koordinierungsstelle "Naturwissenschaften & Technik für Schülerinnen, Studentinnen und Absolventinnen". Ausgabe 3/2001.
- Ham65 Hamel, G.: Elementare Mechanik. B.G. Teubner, Stuttgart, 1912.
- Hei98 Heimann, B.; Gerth, W.; Popp, K.: Mechatronik Komponenten – Methoden - Beispiele. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag 1998, ISBN: 3-446-18719-7.
- Henning98 Henning, W.; Hickman, F.; Chosety, H.: Motion planning for serpentine robots. Proceedings of ASCE Space and Robotics, 1998.
- Hertz98a Hertzberg, J.; Christaller, Th.; Kirchner, F.; Licht, U.; Rome, E.: Sewer robotics. Proc. 5th Intl. Conf. on Simulation of Adaptive Behavior (SAB-1998), MIT Press, Cambridge, MA S. 427-436, ISBN: 0-262-66144-6.
- Hertz98b Hertzberg, J.; Christaller, Th.; Kirchner, F.; Licht, U.; Rome, E.: MAKRO – Serviceroboter im Kanalbetrieb. In: Globalisierung der Märkte und internationale Arbeitsteilung - auch im Rohrleitungsbau ? J. Lenz (Hrsg.), Vulkan-Verlag, Essen, 1998, S. 643-652.

- Hertz99 Hertzberg, J.; Kirchner, F.; Licht, U.; Rome, E.; Schoenherr, F.; Christaller, Th.: MAKRO -- Bau einer mehrsegmentigen autonomen Kanalroboterplattform. In: Pipeline Integrity - Uneingeschränkte Verfügbarkeit und unbegrenzte Nutzungsdauer von Rohrleitungen und Rohrnetzen ?, Essen (Vulkan-Verlag) 1999, S. 504-513.
- Hilde80 Hildebrand, S.: Feinmechanische Bauelemente. 4. Bearbeitete Auflage Berlin : Verlag Technik, 1980.
- Hir93 Hirose, S.: Biologically inspired robots: snake-like locomotors and manipulators. Oxford University Press, 1993, ISBN 0 19 856261 6.
- Hoeg00 Hoeg, H.D.; Slatkin, A.B.; Burdick, J.W.; Grundfest, W.S.: Biomechanical modeling of the small intestine as required for the design and operation of a robotic endoscope. 2000 IEEE Intl. Conf. Robotics and Automation, San Francisco, CA, pp. 1599-1606.
- INA99 INA: Linearführungen (Katalog). Dez. 1999. INA Lineartechnik oHG Postfach 1545 D-66406 Homburg. <http://www.ina.com>.
- Ishi96 Ishihara, H.; Arai, F.; Fukuda, T.: Micro mechatronics and micro actuators. IEEE/ASME Trans. Mechatronics, Vol.1 No.1 March 1996 p.68-79.
- Kallen91 Kallenbach, E.; Bögelsack, G.: Gerätetechnische Antriebe. Berlin: Verlag Technik 1991 ISBN: 3-341-00794-6.
- Kelly95 Kelly, S.D.; Murray, R.M.: Geometric phases and robotic locomotion. J. Robotic Systems, Vol. 12, No. 6, 1995, pp.417-431.
- Kla01 Klaassen, B.; Streich, H.; Kirchner, F.; Rome, E.: Modeling, simulation, and control of a segmented inspection robot. 3rd Middle East Symposium on Simulation and Modelling / Al-Akaidi, Marwan[Hrsg.]. 2001. - S. 53-56.
- Kla99 Klaassen, B.; Paap, K. L.: GMD-SNAKE2: A Snake-like robot driven by wheels and a method for motion control. Proceedings of 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- Kotay96 Kotay, K.D.; Rus, D.L.: Designing and building an inchworm climbing robot. Department of Computer Science, Dartmouth College Hanover, NH 03755 Sep. 1996.
- Kunz00 Kunz, H.: Finite deformation of an earthworm segment. 16th International Conference Computational Mechanics 2000, Czech Society of Mechanics in Pilsen, Nectiny: 251-258.
- Kunz01 Kunz, H.: Peristaltische Lokomotion - Modellbildung und technische Applikation. Dissertation von TU-Ilmenau, 2001.

- Kunz99 Kunz, H.; Keoschkerjan, R.: Technische Beschreibung peristaltischer Fortbewegungsprinzipien. 44. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau, Ilmenau, 1999.
- Lee94 Lee, T., Ohm, T., Hayati, S.: A highly redundant robot system for inspection. Proceedings of the Conference on Intelligent Robotics in the Field, Factory, Service, and Space (CIRFFSS '94), Houston, Texas, March 21-24, 1994, pp. 142-149.
- Linne99 Linnemann, R.; Paap, K.; Klaassen, B.: Modeling and simulation of the robot GMD-snake2. In: Computational Intelligence for modeling control and automation (Hrsg.) M. Mohammadian, IOS Press Amsterdam, ISBN: 1383-7575, 1999.
- Lue93 Lue, W.: German-English-Chinese polytechnical dictionary. Beijing Kexue Jishu Wenxian Chubanshe, 1993.
- Ma99 MA, J.; LI, M.; Bao, Z.; Wang, A.: Micro peristaltic robot simulating earthworm and its control system. Journal of Shanghai Jiaotong University Vol. 33 No. 71999.
- Mas99 Mason, R.; Burdick J.W.: Propulsion and control of deformable bodies in an ideal fluid. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1999. <http://robotics.caltech.edu/papers.html>.
- Miha99 Mihalachi, D.; Munerato, F.: Snake-like mobile micro-robot based on a 3 DOF parallel mechanism. PKM'99 MILAN November 30, 1999.
- Mil00 Miller, G.: <http://www.snakerobots.com/main.htm>. updated in 2000.
- Mil88 Miller, G.S.P.: The Motion dynamics of snakes and worms. Computer Graphics 22 1988, P169-173.
- Mora99 Moraleda, J.; Ollero, A.; Orte, M.: A robotic system for internal inspection of water pipelines. IEEE Robotics & Automation Magazine Sep. 1999.
- Mune99 Munerato, F.; Mihalachi, D.: Flexible mini-robot with autonomous motion. ICRAM'99 ISTANBUL.
- Murph01 Murphey, T.; Burdick, J.W.: On the stability and design of distributed manipulation control systems. Proc. of the IEEE Int. Conf on Robotics and Automation, 2001. <http://robotics.caltech.edu/papers.html>.
- Murray94a Murray, R.M.: Geometric phases, control theory, and robotics. Proceedings of the Board on Mathematical Sciences, Science and Technology Symposium, Washington DC, 12 April 1994.
- Murray94b Murray, R. M.; Li, Z.; Sastry, S. S.: A mathematical introduction to robotic manipulation. CRC Press, Boca Raton, 1994. ISBN: 0-8493-7981-4.

- Naka91 Nakamura, Y.: Advanced robotics: redundancy and optimization. University of California, ISBN 0-201-15198-7 1991.
- Nasa98a NASA-Technical Support Package on earthwormlike exploratory robots. June 1998.
- Nasa98b NASA- Technical Support Package on snakelike robots would maneuver in tight spaces. August 1998.
- Nicol00 Nicol, N.; Albrecht, R.: Wissenschaftliche Arbeiten schreiben mit Word, Formvollendete und normgerechte Examens-, Diplom- und Doktorarbeiten. ADDISON-WESLEY 2000 ISBN 3-8273-1576-X.
- Nilson98 Nilsson, M.: Snake robot free climbing. IEEE Control Systems Magazine, Vol.18, No.1, 1998, pp 21-26.
- Ostr00 Ostrowski, J.P.; Desai, J.P.; Kumar, V.: Optimal gait selection for nonholonomic locomotion systems. the International Journal of Robotics Research Vol.19, No.3, March 2000, pp. 225-237.
- Ostr95 Ostrowski, J.P.: The mechanics and control of undulatory robotic locomotion. Dissertation in California Institute of Technology, USA, 1995.
- Ostr98 Ostrowski, J.P.; Burdick, J.W.: The geometric mechanics of undulatory robotic locomotion. 1998 International Journal of Robotics Research 17(7):683-720.
- Paap00 Paap, K.L.; Christaller, Th.; Kirchner, F.: A robot snake to inspect broken buildings. Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000), S. 2079-2082.
- Peters86 Peters, W.; e, V.: Der Regenwurm - Lumbricus terrestris L. Quelle & Meyer Verlag 1986. ISBN: 3-494-01124-9.
- Piezo95 Firmenschrift Piezosystem Jena. Piezosystem Jena Wildenbruchstraße 15, D-07745 Jena. 1995.
- Prau00 Prautsch, P.; Mita, T.; Iwasaki, T.: Analysis and control of a gait of snake robot. Trans. IEE of Japan, Vol. 120-D, No. 3, March 2000 .
- Rey96 Reynaerts, D.; Peirs, J.; Brussel, H.V.: Design of a shape memory actuated gastrointestinalintervention system. Proc. of Eurosensors X Conf., Leuven, Belgium,8-11 September,1996, pp.1181-1184.
- Riem98a <http://at.maschinenbau.tu-ilmenau.de/ATWEB/research/innovati03.asp>

- Riem98b Riemer, D.; Kallenbach, E.; Schilling, C. (1998): Technische relevante Muskelmodelle mit funktionsmorphologischen Eigenschaften nach biologischem Vorbild (Poster-Abstract). In: Blickhan, R., A. Wisser & W. Nachtigall (Eds.): BIONA-Report 13, Proc. Conf. Motion Systems Jena 1997. Akad. Wiss. Lit. Mainz, Fischer Stuttgart 127f.
- Schaft95 van der Schaft, A. J., Schumacher, J. M.: The complementary-slackness class of hybrid systems. CWI Report BS-R9529, 1995, 28 pp.
- Schill00 Schilling, C.: Peristaltisch getriebene Sonde für die minimal-invasive Wirbelsäulen-Chirurgie. Konzeptpapier (unveröff.), TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 2000.
- Schill99 Schilling, C.; Blickhan, R.: Biological motion systems and microtechnical devices . Conf. Biomimetics, Berlin, 1999.
- Schli83 Schlichting, H.J.; Rodewald, B.: Über die konstruktive Rolle der Reibung. In: Scharmann et al. (Hrsg.), Vorträge der Frühjahrstagung der DPG, Gießen 1983, S. 44.
- Serre92 Serre, J.-P.: Lie algebras and lie groups. ISBN 0-387-55008-9, Springer-Verlag, Berlin 1992.
- Shan93 Shan, Y.,Koren, Y.: Design and motion planning of a mechanical snake. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol 23. No. 4, July/August 1993, pp. 1091-1100.
- Sieb01 Siebenhaar, C.: Präzisionsjustierungen durch Einleitung von mechanischen Impulsen. Fortschritt-Berichte, VDI Verlag GmbH Düsseldorf 2001, ISBN 3-18-334001-1.
- Sieg95 Siegart, R. Y.; Bleule, H.: Micro- and nanorobotics in switzerland. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'95), August 6, 1995, Pittsburgh Pennsylvania, USA.
- Slat95 Slatkin, A.B.; Burdick, J.W.: The Development of a robot endoscope. Proc. 1995 IROS Conf.
- Steig99a Steigenberger, J.: On nonholonomic systems and biomorphic motion. 44. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium. TU-Ilmenau, 1999.
- Steig99b Steigenberger, J.: On a class of biomorphic motion systems. Preprint No. M12/99 April 1999. Faculty of Mathematics and Natural Science, Technische Universität Ilmenau.
- Strei00 Streich, H.; Schmitz, A.; Hertzberg, J.; Kirchner, F.: Implementierung der höheren Steuerung einer mehrsegmentigen autonomen Kanalroboterplattform. Robotik 2000 (VDI-Berichte), S. 209-214.

- Strei99 Streich, H.; Worst R.: GMD-Snake2: Eine Roboterschlange mit verteilter Steuerung. Institut fuer Autonome intelligente Systeme (AiS), GMD – Forschungszentrum Informationstechnik GmbH. 1999. S. 59-68. (PEARL 99 / Holleczeck, Peter[Hrsg.].
- Wal90 Walton, M.; Jayne, B. C.; Bennett, A. F.: The energetic cost of limbless locomotion. *Science*, Aug. 3, 1990., pp. 524-527.
- Weise02 Weise, F.: Entwurf und Konstruktion einer neuartigen Aktuatorik für ein biomimetisches Bewegungssystem. Diplomarbeit, TU Ilmenau, Fakultät für Maschinenbau, 2002
- Wiede32 Wiedemann, E.: Zur Ortsbewegung der Schlangen und Schleichen. *Zoolog. Jb. Allg. Zool.* 50 (1932), S. 557-596.
- Worst98 Worst, R.: Robotic snakes. Proceedings of the Third German Workshop on Artificial Life, Verlag: Harri Deutsch, 1998, S. 113-126, ISBN: 3-8171-1591-1.
- Zeis99 Zeidis, I.; Zimmermann, K.: Ein mathematisches Modell für peristaltische Bewegung als Grundlage für das Design wurmartiger Mikroroboter. 44. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau, Ilmenau, 1999.
- Zesch97 Zesch, W.: Multi-degree-of-freedom micropositioning using stepping principles. Dissertation von ETH-Zurich. SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 1997.
- Zim00 Zimmermann, K.; Preuß, R.; Lysenko, V.: Lokomotions- und Manipulationssysteme für die Mikrorobotik auf der Basis nachgiebiger Strukturen. VDI Berichte 1552, 2000, S. 491-496.
- Zim01a Zimmermann, K.; Zeidis, I.; Huang, J.; Steigenberger, J.: An approach to the modelling of worm-like motion systems with finite degree of freedom – First steps in technical realization. 4th International Conference on Climbing and Walking Robots, Karlsruhe, Germany, 24-26, Sep. 2001. pp. 561-568.
- Zim01b Fortbewegung – ein Erfolgsprinzip ! Ringvorlesung, unveröffentl. Manuskript, TU-Ilmenau 2001.
- Zim02a Zimmermann, K., Zeidis, I., Steigenberger, J., Huang Jianjun.: An approach to the modelling of worm-like motion systems with finite degree of freedom. GAMM-Jahrestagung, Augsburg, 2002 (in press).
- Zim02b K. Zimmermann, E. Gerlach, Huang Jianjun, C. Behn, C. Siebenhaar: Simulation von biologisch-inspirierten Antrieben. ISOM, Chemnitz March 21-22, 2002, Proc. Advanced Driving Systems-Innovative Antriebssysteme, pp.483-491.

- Zim02c Zimmermann, K.; Zeidis, I.; Steigenberger, J.: Mathematical model of worm-like motion systems with finite and infinite degree of freedom. Proc. of the 14th RoManSy, Udine, July 1-4, 2002, Springer Verlag 2002, pp. 507-515.
- Zog91 Zoglauer, T.: Optimalität der natur ? *Philosophia naturalis* 28(1991)2, S.193-215.
- Zwe96 Zweckbronner, G.: Bionik Zukunfts-Technik lernt von der Natur; eine Ausstellung des Landesmuseums für Technik und Arbeit in Mannheim, 1996, ISBN: 3-9804930-1-6.

Patente

- Dario99 Dario P., Carrozza M.C., Pietrabissa A., Magnani B., Lencioni L.: "Endoscopic robot", United States Patent No. 5,906,591, May 25, 1999.
- Grund97 Grundfest, W.S.; Burdick, J.W.; Slatkin, A.B.: Robotic endoscopy. United States Patent No. 5,662,587 Sep. 2, 1997.
- Lyddy87 Lyddy, Jr.; Penland, W.Z.; Sugarbaker, P.H.: Medical apparatus. United States Patent 4690131 Sep. 1, 1987.
- Riem98c Riemer, D.: Linearantrieb. Deutsches Patent, DE 19853324A1, Nov. 1998.
- Shish92 Shishido, Y.; Adachi, H.; Hibino, H.; et al.: Pipe-inspecting apparatus having a self propelled unit. United States Patent 5,090,259 Feb. 25, 1992.

Anhang

1. Mathematica-Programm:

(*Wurmartiges Bewegungssystem mit 5 Massen, 4 Federn-Antriebe*)

Remove["Global`*"]

<< Graphics`Legend`

(* data *)

m1 = 1.; m2 = 1.; m3 = 1.; m4 = 1.; m5 = 1.;

c12 = 1.; c23 = 1.; c34 = 1.; c45 = 1.;

lam120 = 1.; lam230 = 1.; lam340 = 1.; lam450 = 1.;

k1 = 0.; k2 = 0.; k3 = 0.; k4 = 0.; k5 = 0.;

k12 = 0.; k23 = 0.; k34 = 0.; k45 = 0.;

x10 = 4.0; x20 = 3.0; x30 = 2.0; x40 = 1.0; x50 = 0.0;

tend = 20.;

pi = N[Pi];

sgn[x_, a_, b_, c_] := (ArcTan[500*(x - a)] - ArcTan[500*(x - b)])*c/pi;

(* bang - bang Steuerung *)

lam12[s_] := lam120*(1 - sgn[s, 0.0, 2.0, .2]);

lam23[s_] := lam230*(1 - sgn[s, 2.0, 4.0, .2]);

lam34[s_] := lam340*(1 - sgn[s, 4.0, 6.0, .2]);

lam45[s_] := lam450*(1 - sgn[s, 6.0, 8.0, .2]);

sig[x_] := ArcTan[10000*x]*2/pi;

f1[s_, u1_, u2_, u3_, u4_, u5_, w1_, w2_, w3_, w4_, w5_] :=
 (l1 = -c12*(u1 - u2 - lam12[s]) - k12*(w1 - w2) - k1*w1; z1 = sig[w1];
 l1 - 0.5*(1 - z1)*(1 - sig[l1])*l1);

f2[s_, u1_, u2_, u3_, u4_, u5_, w1_, w2_, w3_, w4_, w5_] :=
 (l2 = c12*(u1 - u2 - lam12[s]) - c23*(u2 - u3 - lam23[s]) + k12*(w1 - w2) -
 k23*(w2 - w3) - k2*w2; z2 = sig[w2]; l2 - 0.5*(1 - z2)*(1 - sig[l2])*l2);

f3[s_, u1_, u2_, u3_, u4_, u5_, w1_, w2_, w3_, w4_, w5_] :=
 (l3 = c23*(u2 - u3 - lam23[s]) - c34*(u3 - u4 - lam34[s]) + k23*(w2 - w3) -
 k34*(w3 - w4) - k3*w3; z3 = sig[w3]; l3 - 0.5*(1 - z3)*(1 - sig[l3])*l3);

f4[s_, u1_, u2_, u3_, u4_, u5_, w1_, w2_, w3_, w4_, w5_] :=
 (l4 = c34*(u3 - u4 - lam34[s]) - c45*(u4 - u5 - lam45[s]) + k34*(w3 - w4) -
 k45*(w4 - w5) - k4*w4; z4 = sig[w4]; l4 - 0.5*(1 - z4)*(1 - sig[l4])*l4);

f5[s_, u1_, u2_, u3_, u4_, u5_, w1_, w2_, w3_, w4_, w5_] :=

```
(l5 = c45*(u4 - u5 - lam45[s]) + k45*(w4 - w5) - k5*w5; z5 = sig[w5];
l5 - 0.5*(1 - z5)*(1 - sig[l5])*l5);
```

```
de = NDSolve[
{x1'[t] == v1[t],
 v1'[t] == f1[t, x1[t], x2[t], x3[t], x4[t], x5[t], v1[t], v2[t], v3[t], v4[t], v5[t]]/m1,
 x2'[t] == v2[t],
 v2'[t] == f2[t, x1[t], x2[t], x3[t], x4[t], x5[t], v1[t], v2[t], v3[t], v4[t], v5[t]]/m2,
 x3'[t] == v3[t],
 v3'[t] == f3[t, x1[t], x2[t], x3[t], x4[t], x5[t], v1[t], v2[t], v3[t], v4[t], v5[t]]/m3,
 x4'[t] == v4[t],
 v4'[t] == f4[t, x1[t], x2[t], x3[t], x4[t], x5[t], v1[t], v2[t], v3[t], v4[t], v5[t]]/m4,
 x5'[t] == v5[t],
 v5'[t] == f5[t, x1[t], x2[t], x3[t], x4[t], x5[t], v1[t], v2[t], v3[t], v4[t], v5[t]]/m5,
 x1[0] == x10, x2[0] == x20, x3[0] == x30, x4[0] == x40, x5[0] == x50,
 v1[0] == v2[0] == v3[0] == v4[0] == v5[0] == 0},
{x1, v1, x2, v2, x3, v3, x4, v4, x5, v5}, {t, 0, tend}, MaxSteps -> 5000];
```

```
xx = Evaluate[{(m1*x1[tend] + m2*x2[tend] + m3*x3[tend] + m4*x4[tend] +
 m5*x5[tend]) / (m1 + m2 + m3 + m4 + m5) - (m1*x1[0] +
 m2*x2[0] + m3*x3[0] + m4*x4[0] + m5*x5[0]) / (m1 + m2 + m3 +
 m4 + m5)} /. de];
```

```
vv = Evaluate[{(m1*v1[tend] + m2*v2[tend] + m3*v3[tend] + m4*v4[tend] +
 m5*v5[tend]) / (m1 + m2 + m3 + m4 + m5)} /. de];
```

```
px = Plot[{Evaluate[{x1[s]} /. de], Evaluate[{x2[s]} /. de], Evaluate[{x3[s]} /. de],
 Evaluate[{x4[s]} /. de], Evaluate[{x5[s]} /. de]}, {s, 0, tend},
PlotStyle -> {{AbsoluteDashing[{}]}, {AbsoluteDashing[{.45, .9]}},
 {AbsoluteDashing[{1.5, 1.5]}}, {AbsoluteDashing[{4.5, 3]}},
 {AbsoluteDashing[{.75, 1.5, 4.5, 1.5]}},
PlotLegend -> {"x1","x2","x3","x4","x5"}, LegendPosition -> {-9, -.85},
LegendSize -> {1.9, .2}, LegendOrientation -> Horizontal,
ShadowBackground -> GrayLevel[1], DisplayFunction -> Identity];
```

```
pv = Plot[{Evaluate[{v1[s]} /. de], Evaluate[{v2[s]} /. de], Evaluate[{v3[s]} /. de],
 Evaluate[{v4[s]} /. de], Evaluate[{v5[s]} /. de]}, {s, 0, tend},
PlotStyle -> {{AbsoluteDashing[{}]}, {AbsoluteDashing[{.45, .9]}},
 {AbsoluteDashing[{1.5, 1.5]}}, {AbsoluteDashing[{4.5, 3]}},
 {AbsoluteDashing[{.75, 1.5, 4.5, 1.6]}},
PlotLegend -> {"v1","v2","v3","v4","v5"}, LegendPosition -> {-9,-.85},
LegendSize -> {1.9, .2}, LegendOrientation -> Horizontal,
ShadowBackground -> GrayLevel[1], DisplayFunction -> Identity];
```

```
p11 = Plot[lam12[s], {s, 0, tend}, PlotDivision -> 5, PlotRange -> {0.0, 1.},
```

```

        DisplayFunction -> Identity];
p22 = Plot[lam23[s], {s, 0, tend}, PlotDivision -> 5, PlotRange -> {0.0, 1.},
        DisplayFunction -> Identity];
p33 = Plot[lam34[s], {s, 0, tend}, PlotDivision -> 5, PlotRange -> {0.0, 1.},
        DisplayFunction -> Identity];
p44 = Plot[lam45[s], {s, 0, tend}, PlotDivision -> 5, PlotRange -> {0.0, 1.},
        DisplayFunction -> Identity];

Show[GraphicsArray[ {p11, p22} ], ImageSize -> 625];
Show[GraphicsArray[ {p33, p44} ], ImageSize -> 625];
Show[GraphicsArray[ {px, pv} ], ImageSize -> 625];

Print["(m1,m2,m3,m4,m5)=(", m1, ",", m2, ",", m3, ",", m4, ",", m5, ")"];
Print["(c12,c23,c34,c45)=(", c12, ",", c23, ",", c34, ",", c45, ")"];
Print["(lam12,lam23,lam34,lam45)=(", lam120, ",", lam230, ",", lam340, ",",
        lam450, ")"];
Print["(k1,k2,k3,k4,k5)=(", k1, ",", k2, ",", k3, ",", k4, ",", k5, ")"];
Print["(k12,k23;k34,k45)=(", k12, ",", k23, ",", k34, ",", k45, ")"];
Print["(Verschiebung, Geschwindigkeit)=(", xx, vv, ")"];

```

2. ALASKA-Programm:

```

C *****
C Simulation von Bewegungen des Unwuchtmodell (Alaska 3.0)
C *****
C
TITEL Unwuchtmodell

Integration 1 .0001 .0001 0.0 0.05 20.0
INFO 5 500
!
#parameter m1=0.07 m2=0.07 m3=0.18 ma=0.03
#parameter c13=20.0 c23=20.0
#parameter l10=0.15 l130=0.075 l230=0.075
#parameter k1=1. k2=1.
#parameter x0=0.06 ! Anfangskoordinaten
#parameter r=0.015 Mom=-0.007 ko=0.0004
#parameter rc=10000. rk=0.1 ! Boden
!
!-----
! Beschreibung der Kinematik

```



```

!-----
!
!----- Koerper 1,2, und 3 -----
!----- Koerper 4, Kurbel bzw. Unwuchtmasse -----
!
punkt 100 auf 1 0.0 0.0 0.01      ! Schwerpunkt m1
koerper 1 100 m1 0.00002 0.00002 0.00001
punkt 200 auf 2 0.0 0.0 0.01      ! Schwerpunkt m2
koerper 2 200 m2 0.00002 0.00002 0.00001
punkt 300 auf 3 0.0 0.0 0.028     ! Schwerpunkt m3
koerper 3 300 m3 0.00001 0.00001 0.00006
punkt 400 auf 4                    ! Schwerpunkt ma
koerper 4 400 ma 0.00001 0.00001 0.00001
!
!----- ebenes Gelenk-Koordinatensysteme -----
!
punkt 101 auf 1
punkt 102 auf 1 0.0 -1.0 0.0
punkt 103 auf 1 1.0 0.0 0.0
ksys 101 auf 1 101 punkt 102 103    ! GKS auf Koerpers 1
!
punkt 201 auf 2
punkt 202 auf 2 0.0 -1.0 0.0
punkt 203 auf 2 1.0 0.0 0.0
ksys 201 auf 2 201 punkt 202 203    ! GKS auf Koerpers 2
!
punkt 1201 auf 0 x0
punkt 1202 auf 0 x0 -1.0 0.0
punkt 1203 auf 0 (1+x0) 0.0 0.0
ksys 1201 auf 0 1201 punkt 1202 1203 ! GKS auf Fundament fuer Koerper 2
!
punkt 1101 auf 0 (x0+l230+l130)
punkt 1102 auf 0 (x0+l230+l130) -1.0 0.0
punkt 1103 auf 0 (1+x0+l230+l130) 0.0 0.0
ksys 1101 auf 0 1101 punkt 1102 1103 ! GKS auf Fundament fuer Koerper 1
!
!----- Schubgelenke zwischen 1 und 3, 2 und 3 -----
!----- GKS auf Koerper 3 fuer Schubgelenk zwischen 1 und 3 -----
!
punkt 301 auf 3 l130 0.0 0.028
punkt 302 auf 3 (1.+l130) 0.0 0.028
punkt 303 auf 3 l130 0.0 1.028
ksys 301 auf 3 301 punkt 302 303

```

!
!----- GKS auf Koerper 1 fuer Schubgelenk zwischen 1 und 3 -----
!
punkt 104 auf 1 0.0 0.0 0.028
punkt 105 auf 1 1.0 0.0 0.028
punkt 106 auf 1 0.0 0.0 1.028
ksys 104 auf 1 104 punkt 105 106
!
!----- GKS auf Koerper 3 fuer Schubgelenk zwischen 2 und 3 -----
!
punkt 307 auf 3 -l230 0.0 0.028
punkt 308 auf 3 (1.-l230) 0.0 0.028
punkt 309 auf 3 -l230 0.0 1.028
ksys 307 auf 3 307 punkt 308 309
!
!----- GKS auf Koerper 2 fuer Schubgelenk zwischen 2 und 3 -----
!
punkt 204 auf 2 0.0 0.0 0.028
punkt 205 auf 2 1.0 0.0 0.028
punkt 206 auf 2 0.0 0.0 1.028
ksys 204 auf 2 204 punkt 205 206
!
!----- Drehgelenk Koordinatensystem -----
!
punkt 304 auf 3 0.0 0.0 0.028
punkt 305 auf 3 0.0 1.0 0.028
punkt 306 auf 3 0.0 0.0 1.028
ksys 304 auf 3 304 punkt 305 306
!
punkt 404 auf 4 -r
punkt 405 auf 4 -r 1.0
punkt 406 auf 4 -r 0.0 1.0
ksys 404 auf 4 404 punkt 405 406
!
!----- 2 ebene Gelenke, 2 Schubgelenke, 1 Drehgelenk -----
!
gelenk 10 GVAR 101 102 103 EBEN 1101 101
gelenk 20 gvar 201 202 203 EBEN 1201 201
gelenk 13 gvar 13 SCHUB 104 301
gelenk 23 gvar 23 SCHUB 204 307 SCHL
gelenk 34 gvar 34 dreh 304 404
!
!----- Boden als Feder mit sehr grosser Steifigkeit -----

```

!----- unilaterale Feder -----
!
krako 10 gvar 102 NFD 1021 0.0 1022
krako 20 gvar 202 NFD 2021 0.0 2022
funktion 1021 typ symb .5*(1-SGN(q(102)))*SGN(q(102))
## *rc*ABS(q(102))
funktion 1022 typ symb rk*qp(102)
funktion 2021 typ symb .5*(1-SGN(q(202)))*SGN(q(202))
## *rc*ABS(q(202))
funktion 2022 typ symb rk*qp(202)
!
!----- Anfangswerte der Variablen -----
!
start 13 0.
start 102 -.000165
start 202 -.000165
start 34 3.14
!
!----- Antriebsmoment + Reibung -----
!
Ant 34 F(T) 34
funktion 34 typ SYMB Mom-qp(34)*ko
!
!----- lineares Feder-Element -----
!
krako 13 104 300 LIF c13 1130
krako 23 300 204 LIF c23 1230
!
!----- Berechnung fuer f1 und f2 -----
!
funktion 1 typ SYMB -Feka(13)-k1*pgg1(101)

funktion 2 typ SYMB Feka(23)-k2*pgg1(201)
!
!----- Schuppen-/Borstenwirkung als Reaktionskraft -----
!--- die Aeussere Kraefte am Koerper 1,2 bzw. in den Punkten 101,201 ---
!
Ekr 1 101 bks F(T) 101 0.0 0.0
Ekr 2 201 bks F(T) 201 0.0 0.0
!
funktion 101 typ SYMB -k1*pgg1(101)
## -0.5*(1-SGN(pgg1(101)))*(1-SGN(FWERT(1,T,1)))*FWERT(1,T,1)

```

```

funktion 201 typ SYMB -k2*pgg1(201)
## -0.5*(1-SGN(pgg1(201)))*(1-SGN(FWERT(2,T,1)))*FWERT(2,T,1)
!
!----- Funktionen fuer Resultatsbestellung -----
!
funktion 10 typ SYMB (m1*pgg1(101)+m2*pgg1(201))/(m1+m2)
funktion 11 typ SYMB p1(100)
funktion 12 typ SYMB p1(200)
funktion 13 typ SYMB p1(300)
funktion 14 typ SYMB (m1*FEKA(10)+m2*FEKA(20))/(m1+m2)
!
!
!-----
!      geometrische Darstellung
!-----
!
!----- Fundament -----
!
punkt 1000 auf 3 -0.7 0.05 0.0
punkt 1001 auf 3  0.7 0.05 0.0
punkt 1002 auf 3  0.7 -0.05 0.0
punkt 1003 auf 3 -0.7 -0.05 0.0
GEOM 1000 FILLAREA 15 0 1000 1001 1002 1003 1000
!
!----- Koerper 1 -----
!
ksys  111 auf 1 101
GEOM 111 quader 111 0.03 0.05 0.003 9      ! Koerper 1--Unten
!
punkt 112 auf 1 0.009 0.0 0.003
ksys  112 auf 1 112
GEOM 112 quader 112 0.004 0.05 0.036 1      ! --vorne Seite
!
punkt 113 auf 1 -0.009 0.0 0.003
ksys  113 auf 1 113
GEOM 113 quader 113 0.004 0.05 0.036 1      ! --hintere Seite
!
!----- Linearkugellager im 1. Koerper -----
!
punkt 114 auf 1 -0.011 0.016 0.028
punkt 115 auf 1 (1-0.011) 0.016 0.028
punkt 116 auf 1 -0.011 0.016 1.028
ksys  116 auf 1 114 punkt 115 116

```

```

geom 116 zyl 116 0.006 0.022 10
!
punkt 117 auf 1 -0.011 -0.016 0.028
punkt 118 auf 1 (1-0.011) -0.016 0.028
punkt 119 auf 1 -0.011 -0.016 1.028
ksys 119 auf 1 117 punkt 118 119
geom 119 zyl 119 0.006 0.022 10
!
!----- Koerper 2 -----
!
ksys 211 auf 2 201
GEOM 211 quader 211 0.03 0.05 0.003 9      ! Koerper 2-unten
!
punkt 212 auf 2 0.009 0.0 0.003
ksys 212 auf 2 212
GEOM 212 quader 212 0.004 0.05 0.036 1    ! --vordere Seite
!
punkt 213 auf 2 -0.009 0.0 0.003
ksys 213 auf 2 213
GEOM 213 quader 213 0.004 0.05 0.036 1    ! --hintere Seite
!
!----- Linearkugellager im 2. Koerper -----
!
punkt 214 auf 2 -0.011 0.016 0.028
punkt 215 auf 2 (1-0.011) 0.016 0.028
punkt 216 auf 2 -0.011 0.016 1.028
ksys 216 auf 2 214 punkt 215 216
geom 216 zyl 216 0.006 0.022 10
!
punkt 217 auf 2 -0.011 -0.016 0.028
punkt 218 auf 2 (1-0.011) -0.016 0.028
punkt 219 auf 2 -0.011 -0.016 1.028
ksys 219 auf 2 217 punkt 218 219
geom 219 zyl 219 0.006 0.022 10
!
!----- Koerper 3 -----
!
punkt 311 auf 3 0.0285 0.0 0.021
ksys 311 auf 3 311
geom 311 quader 311 0.003 0.044 0.014 4    ! --vordere Seite
!
punkt 312 auf 3 -0.0285 0.0 0.021
ksys 312 auf 3 312

```

```

geom 312 quader 312 0.003 0.044 0.014 4      ! --hintere Seite
!
punkt 313 auf 3 0.0 0.016 0.021
ksys 313 auf 3 313
geom 313 quader 313 0.06 0.012 0.014 4      ! --linke Seite
!
punkt 314 auf 3 0.0 -0.016 0.021
ksys 314 auf 3 314
geom 314 quader 314 0.06 0.012 0.014 4      ! --rechte Seite
!
!----- Motor -----
!
geom 315 zyl 304 0.0015 0.005 7              ! Motorwelle
punkt 316 auf 3 0.0 0.005 0.028
ksys 316 auf 3 316 punkt 305 306
geom 316 zyl 316 0.004 0.025 7
!
!----- Linearkugellager-Führungen, 4 mal -----
!
punkt 317 auf 3 0.03 0.016 0.028             ! --vorn links
punkt 318 auf 3 1.03 0.016 0.028
punkt 319 auf 3 0.03 0.016 1.028
ksys 319 auf 3 317 punkt 318 319
geom 319 zyl 319 0.003 0.09 12
!
punkt 320 auf 3 0.03 -0.016 0.028            ! --vorn rechts
punkt 321 auf 3 1.03 -0.016 0.028
punkt 322 auf 3 0.03 -0.016 1.028
ksys 322 auf 3 320 punkt 321 322
geom 322 zyl 322 0.003 0.09 12
!
punkt 323 auf 3 -0.03 -0.016 0.028          ! --hinten rechts
punkt 324 auf 3 -1.03 -0.016 0.028
punkt 325 auf 3 -0.03 -0.016 1.028
ksys 325 auf 3 323 punkt 324 325
geom 325 zyl 325 0.003 0.09 12
!
punkt 326 auf 3 -0.03 0.016 0.028           ! --hinten links
punkt 327 auf 3 -1.03 0.016 0.028
punkt 328 auf 3 -0.03 0.016 1.028
ksys 328 auf 3 326 punkt 327 328
geom 328 zyl 328 0.003 0.09 12
!

```

!----- 2 Scheiben -----

!

punkt 329 auf 3 0.12 0.025 0.023 ! --vorne

punkt 330 auf 3 0.12 0.025 0.033

punkt 331 auf 3 0.12 -0.025 0.033

punkt 332 auf 3 0.12 -0.025 0.023

geom 332 FILLAREA 12 0 329 330 331 332 329

!

punkt 333 auf 3 -0.12 0.025 0.023 ! --hintern

punkt 334 auf 3 -0.12 0.025 0.033

punkt 335 auf 3 -0.12 -0.025 0.033

punkt 336 auf 3 -0.12 -0.025 0.023

geom 336 FILLAREA 12 0 333 334 335 336 333

!

!----- 8 Federn -----

!

punkt 120 auf 1 -0.011 0.016 0.028

geom 120 Feder 317 120 0.004 7

punkt 121 auf 1 -0.011 -0.016 0.028

geom 121 Feder 320 121 0.004 7

!

punkt 220 auf 2 0.011 -0.016 0.028

geom 220 Feder 323 220 0.004 7

punkt 221 auf 2 0.011 0.016 0.028

geom 221 Feder 326 221 0.004 7

!

punkt 122 auf 1 0.011 0.016 0.028

punkt 337 auf 3 0.12 0.016 0.028

geom 337 Feder 122 337 0.004 7

punkt 123 auf 1 0.011 -0.016 0.028

punkt 338 auf 3 0.12 -0.016 0.028

geom 338 Feder 123 338 0.004 7

punkt 222 auf 2 -0.011 -0.016 0.028

punkt 339 auf 3 -0.12 -0.016 0.028

geom 339 Feder 222 339 0.004 7

punkt 223 auf 2 -0.011 0.016 0.028

punkt 340 auf 3 -0.12 0.016 0.028

geom 340 Feder 223 340 0.004 7

!

!----- Kurbel -----

!

punkt 411 auf 4 (1-r) 0.0 0.0

ksys 411 auf 4 404 punkt 411 406

```

geom 411 zyl 411 0.002 r 7
!
!----- Unwuchtmasse -----
!
punkt 412 auf 4 0.006
punkt 413 auf 4 -0.006
geom 413 keg 412 413 0.007 0.004 14
!
!
!-----
!           Resultatsbestellung
!-----
!
OBSERVABLE D12 m 10
OBSERVABLE X1 m 11
OBSERVABLE X2 m 12
OBSERVABLE X3 m 13
OBSERVABLE Normalk N 14
!
zeitverl 1 X1 X2 X3
  1 TEXT Absolute Koordinaten der Massenpunkten in Bewegungsrichtung
Zeit 2 pgg1 101 pgg1 201 D12
  2 text Geschwindigkeiten der Massenpunkte 1,2 und der durchschnitt. Geschw. von
  1,2
zeitverl 3 Q 34
  3 TEXT Winkel zwischen der Kurbel und der X-Achse
zeitverl 4 Qp 34
  4 TEXT Winkelgeschwindigkeit
zeitverl 5 Q 102 q 202
  5 TEXT Vertikalbewegung vom Fuß 1, 2
zeitverl 6 Normalk
  6 TEXT durchschnittliche Normalkraft vom Fuß 1, 2
!
!----- Ende -----

```