

Einzelelektronen-Transistoren auf Spitzen zur Verwendung in der Rastersondenmikroskopie bei tiefen Temperaturen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

vorgelegt der Fakultät für Elektrotechnik
und Informationstechnik der Technischen Universität Ilmenau

von

Dipl.-Ing. Jochen Weber

geboren am 30.06.1981

in Marktheidenfeld

vorgelegt am: 03.07.2009

1. Gutachter: Prof. Dr. K. von Klitzing

2. Gutachter: PD Dr. F. Schwierz

3. Gutachter: Prof. Dr. Th. Doll

Verteidigung am: 13.10.2009

angefertigt am

MAX-PLANCK-INSTITUT
FÜR FESTKÖRPERFORSCHUNG
STUTTGART, 2009

Deutsche Zusammenfassung

Auch knapp 30 Jahre nach der Entdeckung des Quanten-Hall-Effektes existiert noch kein mikroskopisch geschlossenes Bild zu dessen Beschreibung. Die lokalen elektrischen Eigenschaften in zweidimensionalen Elektronensystemen (2DES) sind dabei aktuell von besonderem Interesse. Im Rahmen von lokalen elektrischen Messungen kann eine besonders hohe Empfindlichkeit durch den Einsatz eines Einzelektronen-Transistors erreicht werden, der sich auf der Spitze eines Rastersondenmikroskopes befindet und als lokales Elektrometer eingesetzt wird. Zur Untersuchung zeitlich korrelierter Effekte ist es jedoch notwendig, gleichzeitige Potentialmessungen an verschiedenen Stellen der Probe durchführen zu können.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Einzelektronen-Transistoren (SETs) auf einer Reihe nebeneinander angeordneter Spitzen (Spitzen-Array) zur Verwendung in der Rastersondenmikroskopie bei tiefen Temperaturen und großen Magnetfeldern entwickelt und hergestellt. Nach der elektrischen Charakterisierung wurde die Eignung als Elektrometer bei Untersuchungen von magnetisch induzierten elektrischen Ungleichgewichten in einem zweidimensionalen Elektronensystem im Bereich des Quanten-Hall-Effektes demonstriert.

Das gewählte Konzept verwendet eine symmetrische $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur mit darunterliegender $\text{Al}_{0,7}\text{Ga}_{0,3}\text{As}$ -Opferschicht zur Herstellung freistehender, in der Waferebene liegenden Spitzen. Ein Graben entlang der Mitte jeder Spitze sowie zwischen den einzelnen Spitzen sorgt in Verbindung mit der Bedampfung mit Aluminium unter einem Winkel, dass durch einen Metallabriss an den Grabenflanken zwei separate Kontakte (Source und Drain) ans Ende der Spitze geführt werden. Durch Oxidation der Aluminiumoberfläche werden Tunnelbarrieren erzeugt, anschließend wird die SET-Insel auf die Endfläche der Spitze aufgedampft. Die Inselgröße beträgt typischerweise ca. $280 \text{ nm} \times 150 \text{ nm}$. Der Raumtemperatur-Gesamtwiderstand der Tunnelbarrieren eines SETs beträgt typischerweise ca. $100 \text{ k}\Omega$. Die Ladeenergie $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ liegt im Bereich zwischen $25 \text{ }\mu\text{eV}$ und $50 \text{ }\mu\text{eV}$, was zum Einsatz der SETs üblicherweise einen ^3He - ^4He - Mischkryostaten erforderlich macht.

An einem nicht-rasternden Versuchsaufbau, bei dem ein Array von SET-Spitzen gegenüber einer Hall-Probe fixiert angeordnet ist, wurden gleichzeitige Messungen mit zwei SETs durchgeführt. Dabei wurden magnetisch induzierte „Potential“-Hysteresen untersucht, die bei einer Veränderung des senkrecht zum 2DES verlaufenden Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetfeldänderung in der Nähe kleiner ganzzahliger Landau-Niveau-Füllfaktoren $\nu = 1$ bis $\nu = 4$ des 2DES auftraten. Potentialänderungen von bis zu 55 mV bei $\nu = 1$ konnten gemessen werden. Bei Untersuchungen des Relaxationsverhaltens wurde ein schneller, teilweiser Rückgang der Potentialdifferenz zwischen dem Inneren und dem Rand des 2DES beobachtet, gefolgt von einer über mindestens mehrere Stunden bestehenden Stabilität des Rest-Ungleichgewichts. Bei einer Umkehr der Richtung der Magnetfeldänderung waren bereits kleine Änderungen um wenige Milli-Tesla ausreichend, um die gegenüberliegende Hysteresekurve zu erreichen. Die Annäherung an die gegenüberliegende Kurve erfolgte dabei nicht linear, sondern mit kleiner werdenden Schritthöhen bei gleichbleibenden Schrittweiten, so dass eine wiederholte Umkehr der Magnetfeldrichtung zu inneren Hysteresen innerhalb der eigentlichen Hysteres-Hüllkurven führte.

Abschließend wurde ein Modell entwickelt, das aufbauend auf einer Landschaft aus kompressiblen und inkompressiblen Bereichen innerhalb des 2DES, wie sie auch aus früheren Untersuchungen mittels Rasterkraftmikroskop bekannt sind, eine Erklärung der beobachteten Effekte gibt.

Abstract

Even almost 30 years after the discovery of the quantum Hall effect its microscopic picture is still under debate. Especially the local electrical properties of two-dimensional electron systems (2DES) is in the focus of interest. Within local electric measurements, a very high sensitivity can be achieved by a single-electron transistor, located at a tip of a scanning-probe microscope and used as a local electrometer. For the analysing of time-correlated effects, it is necessary to do potential measurements simultaneously on several locations on the sample.

Within the work of this Ph.D. thesis single-electron transistors (SETs), located on a row of tips (tip-array) were developed and fabricated for the use in scanning-probe microscopy at low temperatures and high magnetic fields. After electrical characterization the aptitude for the use as electrometer was demonstrated by analyzing a magnetic-flux induced electric non-equilibrium in a two-dimensional electron system (2DES) within the quantum Hall regime.

The chosen concept uses a symmetric $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ -heterostructure with underlying $\text{Al}_{0,7}\text{Ga}_{0,3}\text{As}$ -sacrificial layer for the fabrication of freestanding in-plane tips. A trench in the middle of each tip and in between two adjacent tips, in combination with the evaporation of aluminium under an angle, causes a break of the metal film at the trench sidewall and enables two separate electrodes (source and drain) along the tip. Tunnel barriers are formed by the oxidation of the aluminium surface. After that the SET-island is evaporated onto the end surface of the tip. The island size is about $280 \text{ nm} \times 150 \text{ nm}$, the roomtemperature resistance of an SET about $100 \text{ k}\Omega$. The charging energy $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ is in the range between $25 \text{ }\mu\text{eV}$ and $50 \text{ }\mu\text{eV}$ so that a ^3He - ^4He - dilution refrigerator is necessary for using the SETs.

Simultaneous measurements with two SETs were done at a non-scanning setup, where a SET-tip array was fixed over a Hall-bar sample. Magnetic flux induced „potential“ hystereses were investigated that appeared in the range of small integer Landau-level filling factors $\nu = 1$ to $\nu = 4$ of the 2DES when the magnetic field is swept. A change of the potential within the 2DES of up to 55 mV could be measured. Looking at the relaxation behavior, a fast, but only partial drop of the potential difference between the inner area and the edge of the 2DES could be measured, followed by a stability of the remaining non-equilibrium at least for several hours. Changing the magnetic field sweep direction, already small changes of some milli-Tesla were enough to reach the other side of the hysteresis curve. The approach to the other side of the hysteresis curve was not linear with the magnetic field change but with decreasing step height for the same step width. Therefore a repeated change of the sweep direction of the magnetic field led to inner hystereses within the area of the outer, overall hysteresis curves.

Finally a model was developed that uses a landscape within the 2DES, consisting of compressible and incompressible regions, as they are known from former experiments using scanning force microscopy technique.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	19
2. Grundlagen	23
Teil I: Der metallische Einzelektronen-Transistor	23
2.1. Einzelektronen-Ladeenergie einer Elektroneninsel	24
2.2. Energieschema zur Beschreibung des Elektronentransports: Coulomb-Blockade-Oszillationen und Ladungsstabilitätsdiagramm	25
2.3. Forderungen an den Widerstand der Tunnelkontakte	31
2.4. Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen	33
2.5. Standard-Herstellungsverfahren metallischer Einzelektronen-Transistoren	34
Teil II: Zweidimensionale Elektronensysteme und Quanten-Hall-Effekt	37
2.6. Zweidimensionale Elektronensysteme	37
2.7. Magnetotransport in zweidimensionalen Elektronensystemen	39
2.8. Quantenmechanische Beschreibung eines 2DES im starken Magnetfeld . .	42
2.9. Das chemische Potential eines 2DES	45
2.10. Der ganzzahlige Quanten-Hall-Effekt	47
2.10.1. Eckpunkte zum theoretischen Verständnis des QHE	48
2.10.2. Selbstkonsistente Berechnung der Randverarmung	49
2.10.3. Rastersonden-Experimente zur Vermessung von Potentialprofilen an Quanten-Hall-Proben	53
2.10.4. Derzeitige Modellvorstellung des QHE basierend auf kompressiblen und inkompressiblen Streifen	57
3. Anforderungskatalog und Herstellungsprozess für das Spitzenarray mit Einzelektronen-Transistoren (SETs)	61
3.1. Bisherige Realisierungen	61
3.1.1. Das Herstellungs-konzept für SET-Spitzen von Yoo <i>et al.</i>	62
3.1.2. Das Herstellungsverfahren von Brenning <i>et al.</i>	63
3.2. Anforderungskatalog	64
3.2.1. Die Aufgabenstellung: Potentialmessungen an einer Hallstruktur .	65
3.2.2. Der Zusammenhang zwischen Auflösung und Größe der SET-Insel	65
3.2.3. Abstand benachbarter SET-Spitzen im Array	69
3.2.4. On-Chip-Verstärkung und Integration in Hochfrequenzschaltungen	69
3.2.5. Schutz der SETs vor elektrostatischer Aufladung	70

3.2.6.	Hohe Ausbeute und Reproduzierbarkeit	70
3.2.7.	Vergleich mit dem Fertigungsprozess nach Yoo <i>et al.</i>	70
3.2.8.	Vergleich mit dem Fertigungsprozess nach Brenning <i>et al.</i>	71
3.3.	Herstellungskonzept	72
3.3.1.	Lage der Spitzen auf dem Wafer	72
3.3.2.	Anordnung der Source- und Drainkontakte des SETs auf der Spitze	73
3.3.3.	Fertigungskonzept	73
3.4.	Die (AlGa)As-Heterostruktur zur Spitzenherstellung	76
3.5.	Herstellung des Spitzen-Arrays	78
3.5.1.	Trenngräben	78
3.5.2.	Ohmsche Kontakte zum 2DES	84
3.5.3.	Elektrische Kontakte	84
3.5.4.	Fertigung der eigentlichen Spitzen	85
3.5.5.	Nachbearbeitung der Spitzen	87
3.6.	Herstellung der SETs	88
3.6.1.	Aufbau der UHV-Anlage und des Probenhalters	89
3.6.2.	Aufdampfen der Source- und Drainkontakte	89
3.6.3.	Herstellung der Tunnelbarrieren durch Oxidation	92
3.6.4.	Aufdampfen der SET-Insel	95
3.6.5.	Freistellen der Spitzen durch Brechen der Probe	97
3.7.	Zusammenfassung des Herstellungsprozesses	99
4.	Charakterisierung der SET-Spitzen	101
4.1.	Messaufbau zur Charakterisierung eines SETs	101
4.1.1.	Der ^3He - ^4He -Mischkryostat	101
4.1.2.	Einbau der Probe in den Chipcarrier	104
4.1.3.	Messschaltung zur Vorcharakterisierung bei Raumtemperatur . .	105
4.1.4.	Messaufbau zur Charakterisierung eines Arrays im Kryostaten . .	107
4.2.	Bestimmung des Gesamtwiderstandes der SETs bei Raumtemperatur . .	112
4.2.1.	Abhängigkeit des Widerstandes der Tunnelbarrieren vom Sauerstoffpartialdruck bei der Oxidation	112
4.2.2.	Nachoxidation bei Raumatmosphäre	114
4.3.	Bestimmung der SET-Parameter: Einzelelektronenladeenergie und Inselkapazitäten	115
4.3.1.	Unterdrückung der Supraleitung	116
4.3.2.	Charakteristik eines SETs auf einer Spitze	118
4.3.3.	Vergleichbarkeit der SET-Spitzen eines Arrays	121
4.4.	Zusammenfassung der SET-Charakterisierung	121
5.	Potentialmessungen an einer fixierten Anordnung von Hallprobe und SET-Spitzen: Versuchsaufbau und vorbereitende Messungen	125
5.1.	Eigenschaften der untersuchten Hallprobe	126
5.1.1.	Die verwendete Heterostruktur	126
5.1.2.	Herstellung und Geometrie der Hallstruktur	126

5.1.3. Elektronenkonzentration und Beweglichkeit des 2DES	127
5.2. Mechanischer Aufbau und elektrische Kontaktierung von SET-Spitzen und Hallprobe	131
5.3. Aufbau der Messelektronik	133
5.3.1. Das Konzept zur Messung elektrostatischer Potentialvariationen .	133
5.3.2. Methoden zur Ansteuerung des SETs bei Potentialmessungen . .	135
5.3.3. Aufbau der Regelschaltung zur Ansteuerung des SETs	137
5.4. Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes	141
5.4.1. Vorüberlegungen	141
5.4.2. Charakterisierung der SETs und praktische Bestimmung des Arbeitspunktes	143
5.5. Elektrisches Übersprechen zwischen den SETs in einem Array	146
5.6. Variation des 2DES-Potentials bei konstantem Magnetfeld	149
5.6.1. Aufnahme vollständiger Coulomb-Diamanten und Bestimmung der Kapazitäten	149
5.6.2. Direktes Folgen von Potentialvariationen mittels Regelschaltung .	151
5.7. Zusammenfassung des Versuchsaufbaus sowie vorbereitender Messungen .	154
6. Potentialvariationen im Inneren eines 2DES induziert durch Ändern des äußeren Magnetfeldes	157
6.1. Variation des lokalen elektrischen Potentials bei zeitlicher Änderung des Magnetfeldes	157
6.1.1. Thermodynamisches Gleichgewicht: Variation des chemischen Potentials	159
6.1.2. Nichtgleichgewicht: Potentialänderungen und Wirbelströme	161
6.2. Einfluss der Variationsrate des Magnetfeldes auf die Wirbelstromhysterese	166
6.2.1. Wirbelstromhysterese bei kontinuierlicher Variation des Magnetfeldes	168
6.2.2. Wirbelstromhysterese bei diskontinuierlicher Variation des Magnetfeldes: Identifikation eines dynamischen und quasi-statischen Hysteresebereiches	172
6.3. Verhalten im quasi-statischen Bereich der Wirbelstromhysterese	181
6.3.1. Reaktion auf Umkehr der Richtung der Magnetfeldänderung . . .	181
6.3.2. Hysteretisches Verhalten innerhalb des quasi-statischen Bereiches	185
6.4. Feinstruktur in den Hysteresekurven	189
6.5. Zusammenfassung	191
7. Entwicklung eines Modells zur Erklärung der beobachteten Hysterese-Effekte	195
7.1. Vorüberlegungen zu induzierten Nicht-Gleichgewichtszuständen	195
7.2. Aufladung des inneren Bereiches aufgrund von Ladungsverschiebung: Messungen von Dolgoplov <i>et al.</i>	197
7.3. Modell des Quanten-Hall-Effektes unter Berücksichtigung von Inhomogenitäten	203

7.4. Modellvorstellung basierend auf Quasi-Elastischer Inter-Landau-Level-Streuung (QUILLS)	205
7.5. Nähere Betrachtung des quasi-statischen und des dynamischen Hysteresebereiches	208
7.6. Erklärung der Feinstruktur der Hysteresekurve	210
7.7. Abschätzung zur Kapazität des 2DES-Inneren und der Veränderung der Ladungsträgerkonzentration	211
7.8. Erläuterung der inneren Hysterese	215
7.9. Zusammenfassung der Modellvorstellung zur Erklärung der beobachteten Hysterese-Effekte	217
8. Zusammenfassung und Ausblick	219
A. Weitere Einzelelektronen-Transistor-Strukturen	225
B. Zusätzliche Messdaten	227
C. Reinraumprozesse	231
C.1. Geräte und Chemikalien	231
C.2. Herstellung der SET-Spitzen	232
C.3. Herstellung der Hallstruktur der fixierten Anordnung	236
C.4. Herstellung der Hallstruktur zur elektrischen Charakterisierung	238
Literaturverzeichnis	241
Thesen	247
Erklärung	249
Danksagung	251

Abbildungsverzeichnis

2.1. Schematischer Aufbau und kapazitives Ersatzschaltbild eines Einzelektronen-Transistors (SET).	24
2.2. Energieschema zum Be- und Entladen einer elektrisch neutraler Insel. . .	25
2.3. Energieschemen eines SETs für verschiedene Gatespannungen.	28
2.4. Transportbereiche eines Einzelektronen-Transistors in Abhängigkeit von der Gate-Spannung V_G und Source-Drain-Spannung V_{DS}	30
2.5. Unschärfe der Quasi-Fermi-Niveaus der Insel aufgrund der endlichen Lebensdauer des Ladungszustandes	32
2.6. Leitfähigkeit G gemäß (2.23) bei Resonanzbedingung für Einzelektronen-Tunneln als Funktion der Gate-Spannung für zwei verschiedene Temperaturen.	34
2.7. Standard-Herstellungsverfahren metallischer SETs durch Schattenbedampfung.	36
2.8. Typischer Aufbau einer $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur zur Realisierung eines 2DES und schematischer Verlauf des Leitungsbandminimums am Heteroübergang.	38
2.9. Anordnung zur Bestimmung des Hallwiderstandes R_{xy} sowie des longitudinalen Widerstandes R_{xx} an einer $(\text{AlGa})\text{As}/\text{GaAs}$ -Hallstruktur.	41
2.10. Schematische Darstellung der Zustandsdichte eines 2DES ohne und mit senkrechtem Magnetfeld.	44
2.11. Schematische Darstellung der Inneren Energiedichte $u(B)$ sowie des chemischen Potentials $\mu_{\text{ch}}(B)$ eines 2DES in Abhängigkeit vom Magnetfeld ohne Berücksichtigung der Spinaufspaltung.	46
2.12. Schematische Darstellung des chemischen Potentials $\mu_{\text{ch}}(B)$ eines 2DES in Abhängigkeit vom Magnetfeld unter Berücksichtigung der Spinaufspaltung.	47
2.13. Messkurve des Quanten-Hall-Effekts.	48
2.14. Schematische Darstellung von Zustandsdichte, chemischem Potential, Ladungsträgerdichte und elektrostatischer Energie gemäß der selbstkonsistenten Berechnung der Randstruktur eines 2DES nach Lier <i>et al.</i>	50
2.15. Lage und Breite der inkompressiblen Streifen in Abhängigkeit vom Magnetfeld nach den Berechnungen von Chklovskii <i>et al.</i> bzw. Lier <i>et al.</i>	52
2.16. Hallpotentialprofile um $\nu = 2$, bestimmt mittels Rasterkraftmikroskop.	54
2.17. Falschfarben-Darstellung von Hallpotentialprofilen für einen großen Magnetfeldbereich sowie der Vergleich zur theoretisch erwarteten Position von inkompressiblen Streifen.	55

2.18. Landschaft des Hallpotentials in einer Quanten-Hall-Probe, gemessen bei zwei verschiedenen Füllfaktoren $\nu = 2, 0$ und $\nu = 2, 1$	56
2.19. Schematische Darstellung der Entwicklung der kompressiblen Bereiche sowie des innersten inkompressiblen Bereiches in einem realen, inhomogenen 2DES für verschiedene Magnetfelder im Bereich um ein Quanten-Hall-Plateau.	58
3.1. Verfahren zur Herstellung einer SET-Spitze von Yoo <i>et al.</i>	62
3.2. Verfahren zur Herstellung von SET-Spitzen nach Brenning <i>et al.</i>	63
3.3. Mikroskopaufnahmen der SET-Spitze von Brenning <i>et al.</i>	64
3.4. Grundsätzliche Messanordnung für Potentialmessungen an einem 2DES mittels SET.	65
3.5. Die elektrostatische Potentialverteilung in der Umgebung zweier identischer Ladungen, die im Abstand a voneinander angeordnet sind.	66
3.6. Auflösung eines Potentialsprungs in einer Oberfläche in Abhängigkeit von der Abtasthöhe.	68
3.7. Drei Varianten zur Anordnung der Source- und Drainkontakte eines SETs auf einer Spitze.	74
3.8. Konzept zur Herstellung der Spitzenarrays.	75
3.9. Aufbau der zur Herstellung der SETs verwendeten modulationsdotierten (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur.	77
3.10. Schematische Darstellung der Separierung der Kontakte mittels Trenngraben.	78
3.11. Abhängigkeit der vertikalen GaAs-Ätzrate im SiCl_4 -Plasma von der Grabenbreite.	80
3.12. Bestimmung der minimal nötigen Grabenlänge.	81
3.13. Die gewählten Maße der Trenngräben im Überblick.	82
3.14. Rastermikroskopische Aufnahmen der Trenngräben: Während des RIE-Ätzprozesses mit SiCl_4 entstehen Rückstände an den Grabenflanken.	83
3.15. Querschnitt eines Ohmschen Kontaktes zum 2DES.	84
3.16. Design der Bondflächen und Leiterbahnen.	85
3.17. Schemazeichnung des gewählten Spitzendesigns.	86
3.18. Phasendiagramm von CO_2	87
3.19. REM-Aufnahme der Cr/Au-Kontakte: Da eine beim nasschemischen Ätzen entstehende Unterschneidung evtl. eine Unterbrechung verursacht, werden Platinflächen an die Kontaktenden aufgedampft.	88
3.20. Fotografie und Schemazeichnung der Ultra-Hoch-Vakuum-Anlage zur Herstellung von SETs.	90
3.21. Fotografie des in der UHV-Aufdampfanlage verwendeten Probenhalters.	91
3.22. REM-Aufnahme der aufgedampften Aluminiumschicht, die die Kornbildung gut erkennen lässt.	91
3.23. Schematische Darstellung der Aufdampfrichtung bei der Herstellung des SETs.	92
3.24. Gemessene und theoretisch bestimmte Abhängigkeit der Oxiddicke von der Oxidationszeit für verschiedene Sauerstoffpartialdrücke.	94

3.25. TEM-Querschnitt durch eine Tunnelbarriere.	95
3.26. REM-Aufnahme einer Spitze nach dem Aufdampfen des SETs.	96
3.27. Geometrie der Tunnelbarrieren.	97
3.28. REM-Aufnahme eines Arrays freistehender SET-Spitzen.	98
3.29. Überblick über die wichtigsten Prozessschritte zur Herstellung von SET-Spitzen-Arrays.	100
4.1. Schematischer Aufbau eines ^3He - ^4He -Mischkryostaten.	102
4.2. Phasendiagramm eines ^3He -/ ^4He -Gemisches bei einem Druck von 0 bar.	103
4.3. Chipcarrier mit eingeklebter SET-Spitzen-Probe.	105
4.4. Schematischer Aufbau der Schaltung zur Messung des Gesamtwiderstandes eines SETs bei Raumtemperatur.	106
4.5. Aufbau der Messumgebung zur Charakterisierung eines SETs im Kryostaten.	108
4.6. Schaltung zur Messung der Ströme und des differentiellen Leitwerts eines SETs.	109
4.7. Messprinzip zur Bestimmung des differentiellen Leitwerts dI/dV	111
4.8. Darstellung der prozentualen Veränderung der Widerstände bei Raumtemperatur der in Tabelle 4.1 aufgeführten SETs.	115
4.9. Differenzieller Leitwert eines SETs in Abhängigkeit von der Magnetfeldstärke, insbesondere im supraleitenden Bereich des Aluminiumfilms.	117
4.10. Charakterisierung des SETs Nr. 4 von Array 070820 mittels differentieller Leitwerts-Messung.	119
4.11. Charakterisierung des SET Nr. 4 von Array 070820 mittels Gleichstrom-Messung.	120
4.12. Vergleich der SET-Charakteristik zu zwei weiteren SET-Spitzen des Arrays 070820.	122
5.1. Aufbau der modulationsdotierten (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur, die zur Herstellung von Hallproben diente, an denen Potentialmessungen mittels SETs durchgeführt wurden.	126
5.2. Optische Mikroskopaufnahme einer Hallstruktur, so wie sie bei Potentialmessungen mit einem fixierten SET-Array verwendet wurde.	127
5.3. Optische Mikroskopaufnahme der Hallstruktur, die zur Charakterisierung des 2DES von Wafer Nr. 8809 verwendet wurde.	128
5.4. Hall-Widerstand und SdH-Oszillationen bei niedrigen Magnetfeldern zur Bestimmung der Elektronenkonzentration und der Elektronenbeweglichkeit des 2DES.	129
5.5. Anordnung zur Potentialmessung mittels SET-Array an einer fixierten Hallprobe.	132
5.6. Erweitertes kapazitives SET-Modell sowie die elektrische Ansteuerung im Rahmen von Potentialmessungen an einem 2DES.	134

5.7. Unter Vernachlässigung des Einflusses von Streukapazitäten bewirkt eine Änderung des 2DES-Potentials um ΔV eine Verschiebung der Strom-Spannungskennlinie entlang der Achse der COM-Spannung ΔV in gleicher Höhe.	136
5.8. Verschiedene Methoden der Potentialmessung mittels SET.	138
5.9. Aufbau und Funktionsprinzip der SET-Regelschaltung.	139
5.10. Fotografie von PID-Regler und Strom-Spannungswandler-Schaltung im gemeinsamen Gehäuse.	140
5.11. Verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung der Source-Drain-Spannung V_{DS} für den optimalen Arbeitspunkt, der sich durch eine maximale Amplitude der Coulomb-Oszillationen auszeichnet.	142
5.12. Überblick über die wichtigen Maße der Anordnung des Spitzen-Arrays über der Hallstruktur.	144
5.13. Charakterisierung der beiden funktionierenden SETs, die für Potentialmessungen über einer fixierten Hallstruktur eingesetzt werden sollen. . .	145
5.14. Durch die kapazitive Kopplung zwischen den Source- und Drainflächen eines SETs sowie der Insel eines anderen SETs kann es zu einem „Übersprechen“ zwischen nahe beieinanderliegenden SETs kommen.	147
5.15. Messung des „Übersprechens“ zwischen zwei SETs, die sich im Abstand von $8 \mu\text{m}$ nebeneinander befinden.	148
5.16. Ladungsstabilitätsdiagramme des äußeren bzw. inneren SETs, bestimmt durch Variation der COM-Spannungen V_{COM} bzw. des 2DES-Potentials V_{2DES}	150
5.17. Nachregelung der COM-Spannung V_{COM} aufgrund einer Veränderung des angelegten 2DES-Potentials V_{2DES} für äußeren und inneren SET.	153
6.1. Potentialänderung im 2DES unterhalb des äußeren bzw. inneren SETs bei einer kontinuierlichen Variation des Magnetfeldes.	158
6.2. Schematische Darstellung der Abhängigkeit des chemischen Potentials vom Magnetfeld.	160
6.3. Schematische Darstellung zum Wirbelstrommodell.	162
6.4. Einteilung des Magnetfeldes in drei Bereiche abhängig von der Größe und Lage des innersten inkompressiblen Bereiches.	164
6.5. Möglichkeit zusätzlicher Wirbelströme um einzelne lokalisierte Zustände bei ganzzahligem Füllfaktor.	165
6.6. Theoretischer Verlauf des induzierten Potentials nach der Modellvorstellung eines Wirbelstroms entlang eines vollständig isolierenden inkompressiblen Streifens.	167
6.7. Gemessene Potentialhysteresen um $\nu = 1$ bzw. $\nu = 2$ für unterschiedliche Raten der Magnetfeldänderung.	169
6.8. Gemessene Potentialhysteresen um $\nu = 3$ und $\nu = 4$ für unterschiedliche Raten der Magnetfeldänderung.	171
6.9. Messung der Relaxation an unterschiedlichen Stellen der Hysteresekurve um $\nu = 2$	174

6.10. Messung der Relaxation an unterschiedlichen Stellen der Hysteresekurve um $\nu = 1$	175
6.11. Einteilung der Hystereseffläche in einen dynamischen und einen quasi-statischen Bereich.	177
6.12. Messung der Relaxation bei 21 verschiedenen Magnetfeldwerten um $\nu = 2$ zur Ermittlung des dynamischen und quasi-statischen Bereiches innerhalb der Hysteresekurve.	179
6.13. Messung der Relaxation bei 21 verschiedenen Magnetfeldwerten um $\nu = 1$ zur Ermittlung des dynamischen und quasi-statischen Bereiches innerhalb der Hysteresekurve.	180
6.14. Umkehr der Magnetfeldrichtung zum schrittweisen Durchfahren des quasi-statischen Bereiches um $\nu = 2$	182
6.15. Analoges Experiment zu Abb. 6.14 bei $\nu = 1$, jedoch mit einer zusätzlichen Messreihe, bei der die Annäherung an das Hysterese maximum von größeren Magnetfeldern her erfolgte.	184
6.16. Hysteretisches Verhalten innerhalb des quasi-statischen Bereiches bei $\nu = 1$ (Erster Hälfte der Messkurve).	186
6.17. Hysteretisches Verhalten innerhalb des quasi-statischen Bereiches bei $\nu = 1$ (Vollständige Messkurve).	187
6.18. Analoges Experiment bei $\nu = 2$ zu dem in Abbildung 6.17 dargestellten Experiment bei $\nu = 1$	188
6.19. Feinstruktur in der Hysteresekurve um $\nu = 1$, die sich durch zahlreiche Spannungseinbrüche im Bereich der Maximalamplitude ausdrückt.	190
6.20. Zusammenfassende Darstellung der wichtigsten Aussagen über die Hysterese im 2DES-Potential bei Variation des Magnetfeldes.	192
7.1. Schematische Darstellung der Feldverteilung in einem homogenen System.	196
7.2. Anordnung und Messkurven von Dolgoplov <i>et al.</i>	198
7.3. Modell zur Erklärung der Hysterese-Effekte nach Dolgoplov <i>et al.</i>	200
7.4. Verschiedene Kontaktierungen von Proben, an denen Hysterese-Effekte nachgewiesen werden konnten.	202
7.5. Schematische Darstellung des Quanten-Hall-Effektes unter Berücksichtigung von Inhomogenitäten.	203
7.6. Schematische Darstellung der Quasi-Elastischer Inter-Landau-Level-Streuung.	205
7.7. Darstellung zur Erläuterung der beobachteten Hysterese-Effekte mittels Quasi-Elastischer Inter-Landau-Level-Streuung.	207
7.8. Einteilung der Hystereseffläche in einen dynamischen und einen quasi-statischen Bereich.	209
7.9. Schemazeichnung zur Erläuterung der beobachteten Feinstruktur der Hysterese um $\nu = 1$	210
7.10. Abschätzung der Eigenkapazität mittels Ellipsen-Geometrie.	212
7.11. Darstellung der Landschaft aus kompressiblen und inkompressiblen Bereichen beim Durchlaufen einer inneren Hysterese.	215

8.1. Überblick der wichtigsten Ergebnisse der Herstellung und Charakterisierung der SET-Spitzenarrays.	220
8.2. Überblick der wichtigsten Ergebnisse der Potentialmessungen an einer fixierten Anordnung aus Hallprobe und SETs.	221
A.1. SET-Struktur, die zur Bestimmung des supraleitfähigen Bereiches von Aluminium eingesetzt wurde.	225
B.1. Einzelmessungen der in Abbildung 6.8 dargestellten Messkurven mit $dB/dt = 20$ mT/min.	227
B.2. Einzelmessungen der in Abbildung 6.8 dargestellten Messkurven mit $dB/dt = 500$ mT/min, $dB/dt = 100$ mT/min bzw. $dB/dt = 20$ mT/min.	229

Verwendete Symbole und Abkürzungen

Abkürzungen

2DES	Zweidimensionales Elektronensystem
CBO	Coulomb-Blockade-Oszillation
FIB	Fokussierter-Ionenstrahl-Anlage (engl. Focused-Ion Beam)
MBE	Molekularstrahlepitaxie (engl. Molecular Beam Epitaxy)
QHE	(ganzzahliger) Quanten-Hall-Effekt
REM	Raster-Elektronen-Mikroskop
RIE	Reaktives Ionen-Ätzen (engl. Reactive Ion-Etching)
RKM	Raster-Kraft-Mikroskop
RTM	Raster-Tunnel-Mikroskop
SET	Einzelelektronen-Transistor (engl. Single-Electron Transistor)
TEM	Transmissions-Elektronen-Mikroskop

Symbole

A	Fläche
\vec{A}	Magnetisches Vektorpotential
\vec{B}	äußeres Magnetfeld senkrecht zur Ebene des 2DES
C_D	Kapazität zwischen SET-Insel und Drain-Elektrode
C_G	Kapazität zwischen SET-Insel und Gate-Elektrode
C_S	Kapazität zwischen SET-Insel und Source-Elektrode
C_Σ	Summe aller Kapazitäten der SET-Insel
C_{Streu}	Summe aller parasitären Kapazitäten zur SET-Insel
d	Abstand
$D(\varepsilon)$	Zustandsdichte
ε	Einteilchenenergie
ϵ_0	dielektrische Feldkonstante des Vakuums
ϵ	relative dielektrische Konstante
\vec{E}	elektrische Feldstärke
E_C	Einzelelektronen-Ladeenergie
g^*	Effektiver Landé-Faktor

$\hbar\omega_c$	Zyklotron-Energie
\hat{H}	Hamiltonoperator
I_D	Stromfluss durch die Drain-Elektrode
I_S	Stromfluss durch die Source-Elektrode
I_{D+S}	Summe aus I_S und I_D
I_{soll}	Sollstrom
I^{AC}	Wechselstrom
I^{DC}	Gleichstrom
I^{relax}	Relaxationsstrom
I^{V}	Verschiebestrom
j^{V}	Verschiebestromdichte
I^{W}	Wirbelstrom
j^{W}	Wirbelstromdichte
k^{aussen}	Proportionalitätsfaktor zwischen ΔV_{COM} und $\Delta V_{2\text{DES}}$ für den äußeren SET
k^{innen}	Proportionalitätsfaktor zwischen ΔV_{COM} und $\Delta V_{2\text{DES}}$ für den inneren SET
l_B	magnetische Länge
m_0	Ruhemasse des Elektrons
m^*	Effektive Masse
μ_n	Elektronen-Beweglichkeit
μ_B	Bohrsches Magneton
μ_{ch}	Chemisches Potential
μ_{elch}	Elektrochemisches Potential
n	Landau-Quantenzahl
n_l	Entartungsgrad eines Landauniveaus
n_s	Elektronendichte
N	Anzahl von Elektronen
ν	Landau-Niveau-Füllfaktor
ω_c	Zyklotronfrequenz
p	Druck
Q	Ladung
R	elektrischer Widerstand bzw. Radius (aus Kontext ersichtlich)
R_D^{T}	Tunnelwiderstand zwischen Insel und Drain-Elektrode
R_S^{T}	Tunnelwiderstand zwischen Insel und Source-Elektrode
R_{SET}	Gesamtwiderstand des SET
R_{xx}	longitudinaler Widerstand
R_{xy}	transversaler Hall-Widerstand
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand
Φ_{el}	Elektrostatistisches Potential
σ_{xx}	longitudinaler Leitwert
σ_{xy}	Hall-Leitwert
τ	Zeitkonstante

T	absolute Temperatur
V^{AC}	Wechselspannung
V^{DC}	Gleichspannung
V_{ij}	Spannung zwischen den Elektroden i und j
V_i	elektrochemisches Potential der Elektrode i
V^{W}	magnetisch induzierte Potentialdifferenz
V_{2DES}	elektrochemisches Potential des 2DES
V_{COM}	„Common“-Spannung zum Verschieben des Source- und Drain-potentials
v_D	Driftgeschwindigkeit

Naturkonstanten

Benutzt wurden die Werte der Physikalisch Technischen Bundesanstalt.

e	Elementarladung
h	Plancksches Wirkungsquant
\hbar	$h/(2\pi)$
k_{B}	Boltzmann-Konstante

1. Einleitung

Bei Messungen des elektrischen Transports durch dünne Goldplättchen in einem äußeren Magnetfeld machte der amerikanische Physiker E. H. Hall¹ im Jahre 1879 die Entdeckung, dass senkrecht zur Stromrichtung eine elektrische Spannung entsteht [1]. Da der lineare Anstieg des Hall-Widerstandes nur von der Dichte und dem Vorzeichen der Ladungsträger abhängt, ist der nach ihm benannte *Hall-Effekt* heute das Standardverfahren zur Charakterisierung von Halbleiterkristallen.

Im Jahr 1980 konnte Klaus von Klitzing² bei Untersuchungen an zweidimensionalen Elektronensystemen von Feldeffekttransistoren jedoch feststellen, dass Abweichungen von diesem linearen Verlauf auftreten, wenn die Messungen bei tiefen Temperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunktes sowie großen Magnetfeldern von einigen Tesla durchgeführt wurden. [2]. Bei bestimmten Werten des Magnetfeldes bleibt dann der Hall-Widerstand jeweils für einen gewissen Magnetfeldbereich konstant und nimmt exakt quantisierte Werte an, die ganzzahlige Bruchteile der nach ihm benannten *von-Klitzing-Konstante*

$$R_K = \frac{h}{e^2} = 25812,807 \Omega \quad (1.1)$$

darstellen, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und e die Elementarladung ist. An den Stellen, an denen der (transversale) Hall-Widerstand konstant bleibt und damit ein sog. Hall-Plateau bildet, kann ein Verschwinden des longitudinalen Widerstandes gemessen werden. Diese Phänomene werden unter dem Namen *Quanten-Hall-Effekt* (QHE) zusammengefasst. Für die Entdeckung des (ganzzahligen) Quanten-Hall-Effektes, der auch von-Klitzing-Effekt bezeichnet wird, wurde K. von Klitzing 1985 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Höchst bemerkenswert ist die Tatsache, dass die quantisierten Werte des Hall-Widerstandes ausschließlich von den Naturkonstanten h und e abhängen und völlig unabhängig von Probenmaterialien oder der Probengeometrie sind, so dass der QHE in der Metrologie von großer Bedeutung ist. Das „Comité Consultatif d'Électricité“ (CCE) hat für die von-Klitzing-Konstante, dargestellt über den Quanten-Hall-Effekt, den Wert $25812,807 \Omega$ festgelegt und ihr die Notation R_{K-90} zugewiesen. Seit 1990 wird er zur offiziellen Kalibrierung von Widerständen verwendet.

Seit seiner Entdeckung war der QHE Gegenstand zahlloser weiterer Untersuchungen und Experimente. So konnten beispielsweise 1982 bei noch größeren Magnetfeldern zusätzliche

¹Edwin Herbert Hall (*1855 Great Falls (USA), †1938 Cambridge) (USA).

²Klaus von Klitzing (*1943 Posen), Nobelpreis für Physik 1985 „für die Entdeckung des quantisierten Hall-Effektes“.

Hall-Plateaus festgestellt werden, die heute als *fraktionaler Quanten-Hall-Effekt* bekannt sind. D. C. Tsui, H. L. Störmer [3] und R. B. Laughlin [4] bekamen für diese Entdeckung 1998 ebenfalls den Physik-Nobelpreis³. Im Jahr 2007 konnte der QHE erstmals bei Raumtemperatur gemessen werden [5]. Als zweidimensionales Elektronensystem wurde dabei Graphen verwendet, ein aus nur einer Atomlage Kohlenstoff bestehenden Material.

Auch nach nunmehr fast dreißig Jahren intensiver Forschung existiert noch kein mikroskopisch geschlossenes Bild des Quanten-Hall-Effektes. Verschiedene Theorien wurden entwickelt, um den Effekt zu erklären. Einige Modelle betonen die Bedeutung des Probenrandes [6, 7, 8] und führen den ganzzahligen QHE auf die Ausbildung eindimensionaler Kanäle am Rand des 2DES zurück [9, 10, 11]. Analytische und selbstkonsistente Berechnungen, die Abschirmeffekte der Ladungsträger untereinander mit berücksichtigen, weisen auf die Existenz ausgedehnter kompressibler und inkompressibler Bereiche hin [12, 13]. Andere theoretische Modellvorstellungen machen hingegen das Innere des 2DES für den ganzzahligen QHE verantwortlich [14, 15, 16]. Auch die Frage, auf welchem Weg der Strom durch eine Hallprobe fließt, wird von den verschiedenen Modellen oft unterschiedlich beantwortet. Neuere Experimente, bei denen mittels Rasterkraftmikroskop Potentialmessungen an einer Hallprobe durchgeführt wurden, konnten in den vergangenen Jahren Aufschluss über die Potentiallandschaft in Abhängigkeit vom Magnetfeld geben [17, 18, 19]. Die Existenz sogenannter *kompressibler* und *inkompressibler Streifen* entlang des Probenrandes, die zudem auch nicht an den Randkontakten unterbrochen sind, konnte damit erstmals experimentell bestätigt werden. Auch der Einfluss von Inhomogenitäten, die beispielsweise durch Verunreinigungen, Gitterfehler oder der statistischen Verteilung der Dotieratome entstehen, ist Gegenstand theoretischer und praktischer Untersuchungen.

Es zeigt sich jedoch, dass die Empfindlichkeit eines Rasterkraftmikroskops für elektrische Potentiale begrenzt ist. Großes Potential bietet hier der Einzelelektronen-Transistor (engl. *single-electron transistor*, kurz *SET*), mit dem sich sogar Bruchteile der Ladung eines einzelnen Elektrons detektieren lassen. In der Vergangenheit wurden daher verschiedene Experimente mit fest auf der Oberfläche befindlichen Einzelelektronen-Transistoren durchgeführt. Im Jahr 1997 gelang es Yoo *et al.* [20] erstmals, einen Einzelelektronen-Transistor mit einem Rastersondenmikroskop zu kombinieren, indem ein solcher Transistor auf eine Mikroskop-Spitze integriert wurde.

Die Aufnahme von Potentialprofilen mittels Rastersondenmikroskop finden - wie der Name schon sagt - in einem rasternden Verfahren statt, d.h. die Aufnahme von Messpunkten an verschiedenen Orten findet zu verschiedenen Zeitpunkten statt. Dies limitiert die Möglichkeiten, dynamische Messungen, z.B. mit veränderlichem Magnetfeld, durchzuführen und daraus eine Momentaufnahme über die Potentiallandschaft gewinnen zu können. Zudem ist aus früheren Untersuchungen bekannt, dass beispielsweise Potentialfluktuationen, die

³D. C. Tsui (*1939 Henan (China)), H. L. Störmer (*1949 Frankfurt a. Main (Deutschland)) und R. B. Laughlin (*1950 Visalia (USA)), Nobelpreis 1998 „für ihre Entdeckung einer neuen Form von Quantenflüssigkeit mit gebrochenzahlig geladenen Anregungen“.

im Quanten-Hall-Effekt aufgrund von Inhomogenitäten auftreten, nicht reproduzierbar sind.

Um demnach korrelierte Messungen mit großer Potentialempfindlichkeit durchführen zu können, wird eine Reihe von Einzelelektronen-Transistoren benötigt, die rasternd über die Probe bewegt und simultan für Messungen eingesetzt werden können. Ziel dieser Arbeit ist die Realisierung von nebeneinander angeordneten Rastermikroskop-Spitzen mit Einzelelektronen-Transistoren (genannt *SET-Spitzenarray*), mit denen Potentialmessungen an zweidimensionalen Elektronensystemen bei tiefen Temperaturen und großen Magnetfeldern durchgeführt werden können. Eine Optimierung auf die besonderen Anforderungen bei Untersuchungen zum genaueren Verständnis des Quanten-Hall-Effektes wird dabei angestrebt.

Im folgenden wird die Gliederung der vorliegenden Arbeit kurz erläutert:

- In **Kapitel 2** werden die zum Verständnis der Arbeit benötigten physikalischen Grundlagen erläutert. Dabei wird zuerst die Funktionsweise des Einzelelektronen-Transistors beschrieben. Anschließend wird auf die besonderen Eigenschaften zweidimensionaler Elektronensysteme eingegangen, und es findet eine Betrachtung des klassischen Hall-Effektes sowie des ganzzahligen Quanten-Hall-Effektes statt.
- In **Kapitel 3** ist der Herstellungsprozess der SET-Spitzenarrays dargestellt. Dabei wird zuerst der Stand der Technik diskutiert, indem bisherige Realisierungen vorgestellt werden. Anschließend wird ein Anforderungskatalog erstellt, damit ein bestmögliches Herstellungs-konzept gefunden werden kann. Dieses Herstellungs-konzept wird unterteilt in die Herstellung der Rastermikroskop-Spitzenarrays sowie die Fertigung von darauf befindlichen Einzelelektronen-Transistoren.
- In **Kapitel 4** wird eine elektrische Charakterisierung der hergestellten SET-Spitzen durchgeführt. Dazu wird zuerst der benötigte Messaufbau beschrieben, bevor auf die Vorcharakterisierung bei Raumtemperatur eingegangen wird. Im Anschluss daran wird die Bestimmung der SET-Parameter im ^3He - ^4He -Mischkryostat bei Temperaturen um 20 mK geschildert.
- In **Kapitel 5** ist ein erster Versuchsaufbau sowie vorbereitende Messungen dargestellt, um die Eignung der SET-Spitzen für Potentialmessungen zu demonstrieren. Dabei wird ein Spitzen-Array als Potentialsonde über einer Hall-Probe fixiert angebracht. Nach der Beschreibung der verwendeten Hall-Probe sowie einer Charakterisierung des zweidimensionalen Elektronensystems wird der mechanische Aufbau zur Messung im ^3He - ^4He -Mischkryostat geschildert, bevor ein geeignetes Messprinzip erarbeitet und die entsprechende Mess- und Regelelektronik vorgestellt wird. An der konkreten Versuchsanordnung werden dann vorbereitende Experimente durchgeführt, die der Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes, der Untersuchung des Überschneidens zwischen benachbarten SETs sowie den Auswirkungen von Streukapazitäten dienen.
- In **Kapitel 6** sind die eigentlichen Experimente an dem in Kapitel 5 geschilderten Versuchsaufbau einer fixierten Anordnung von Spitzen-Array und Hallprobe

aufgeführt. Diese dienen der Untersuchung von Änderungen des chemischen und elektrostatischen Potentials eines zweidimensionalen Elektronensystems bei Variation des äußeren Magnetfeldes. Im Bereich kleiner ganzzahliger Füllfaktoren des Magnetfeldes detektierten die SETs Hysteresen in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetfeldänderung, die auf die Induktion von Wirbelströmen entlang inkompressibler Streifen zurückgeführt werden. Weitere Experimente zur genaueren Untersuchung der Hysteresen werden durchgeführt.

- In **Kapitel 7** wird ein Modell zur Erklärung der im Kapitel 6 beobachteten Effekte entwickelt, das das vorhandene Wirbelstrommodell aufgreift und kompatibel zu den von P. Weitz *et al.* [17] und E. Ahlswede *et al.* [18, 19] mittels Rasterkraftmikroskop bestimmten Ergebnissen ist.
- In **Kapitel 8** ist eine Zusammenfassung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Tätigkeiten und Experimente dargestellt. Weiterhin wird ein Ausblick auf den Einsatz der SET-Spitzen-Arrays in einem Rastersondenmikroskop bei tiefen Temperaturen gegeben.

2. Grundlagen

Dieses Kapitel dient zur Erläuterung der physikalischen Grundlagen. Zuerst wird in Teil I auf den Einzelelektronen-Transistor eingegangen. In Teil II werden anschließend zweidimensionale Elektronensysteme und deren Eigenschaften insbesondere bei großen Magnetfeldern erläutert. Darauf aufbauend wird abschließend der (ganzahlige) Quanten-Hall-Effekt behandelt.

Teil I: Der metallische Einzelelektronen-Transistor

Im Feldeffekttransistor, dem heutigen Standardbauelement in höchstintegrierten elektronischen Schaltungen, wird der Strom durch das elektrostatische Potential einer Gateelektrode gesteuert. Mit Hilfe des Gatepotentials kann die Ladungsträgerkonzentration an der Grenzschicht zwischen Halbleiter und Isolator sehr stark variiert und damit die Leitfähigkeit des Bauelements verändert werden. Eine völlig neue Methode zur Steuerung des elektrischen Stromflusses mit Hilfe eines elektrostatischen Potentials wurde 1986 von D. V. Averin und K. K. Likharev [21] theoretisch beschrieben und 1987 von T. A. Fulton und G. J. Dolan [22] praktisch demonstriert: der *Einzelelektronen-Tunneltransistor* (auch als „Einzelelektronen-Transistor, engl. „single-electron tunneling transistor“, „single-electron transistor“ oder kurz „SET“ bezeichnet). Hierbei wird die Quantisierung der elektrischen Ladung sowie die Coulomb-Wechselwirkung ausgenutzt, um eine Energiebarriere für den elektrischen Transport zu schaffen. Diese Energiebarriere kann durch eine kapazitiv angekoppelte Gateelektrode gesteuert werden. Ist aufgrund eines geeigneten Gatepotentials ein Stromfluss durch den Transistor möglich, durchlaufen die Elektronen diesen einzeln und nacheinander.

Aufgrund der geringen Höhe der Energiebarriere ist die Funktionsfähigkeit von SETs in der Regel auf tiefe Temperaturen unter 1 Kelvin beschränkt, da bei höheren Temperaturen ein thermisch aktiviertes Überwinden der Energiebarriere möglich wird. Damit stellen SETs keine direkte Konkurrenz zu herkömmlichen Feldeffekttransistoren, z.B. für Anwendungen der Rechentechnik, dar. Vielmehr können sie vor allem im Rahmen der wissenschaftlichen Forschung als extrem empfindliche lokale Elektrometer für Potential- oder Ladungsmessungen bei tiefen Temperaturen eingesetzt werden ([20, 23, 24, 25, 26], da der Stromfluss bereits durch geringe Änderungen in der elektrostatischen Umgebung des SETs beeinflusst wird.

Auch im Rahmen dieser Arbeit sollen Einzelelektronen-Transistoren entwickelt, hergestellt und als lokale Elektrometer zur Untersuchung zweidimensionaler Elektronensysteme

unter den Quanten-Hall-Bedingungen verwendet werden. Die dem SET zugrundeliegende Physik soll daher hier einführend erläutert und seine Eignung für empfindliche Potentialmessungen genauer dargelegt werden.

2.1. Einzelelektronen-Ladeenergie einer Elektroneninsel

Abbildung 2.1 (a) zeigt den grundlegenden Aufbau eines metallischen SETs. Dieser besteht aus einer Elektroneninsel, die über zwei Tunnelbarrieren an einen Source- und einen Drainkontakt angekoppelt ist. Die Ankopplung aufgrund des quantenmechanischen Tunneleffektes muss dabei so schwach sein, dass ein Elektron auf der Insel als vollständig lokalisiert betrachtet werden darf. Im Ersatzschaltbild lassen sich die Tunnelbarrieren zu Source und Drain durch ihre elektrostatischen Kapazitäten C_S bzw. C_D sowie die Tunnelwiderstände R_S^T bzw. R_D^T beschreiben (siehe Abb. 2.1 (b)). Zusätzlich befinden sich in der Nähe der Insel noch eine oder mehrere Gateelektroden, die lediglich kapazitiv mit der Kapazität C_G an die Insel ankoppeln.

Aus Sicht der Elektronen auf der Insel bilden die Kapazitäten C_S, C_D und C_G eine Parallelschaltung, so dass sich die Gesamtkapazität C_Σ der Insel aus der Addition der Einzelkapazitäten ergibt:

$$C_\Sigma = C_S + C_D + C_G. \quad (2.1)$$

Soll auf eine elektrisch neutrale Insel ein zusätzliches Elektron gebracht werden (vgl. Abb. 2.2, Situation \textcircled{A}), muss dazu analog zum Laden eines Kondensators die Ladeenergie E_C aufgebracht werden:

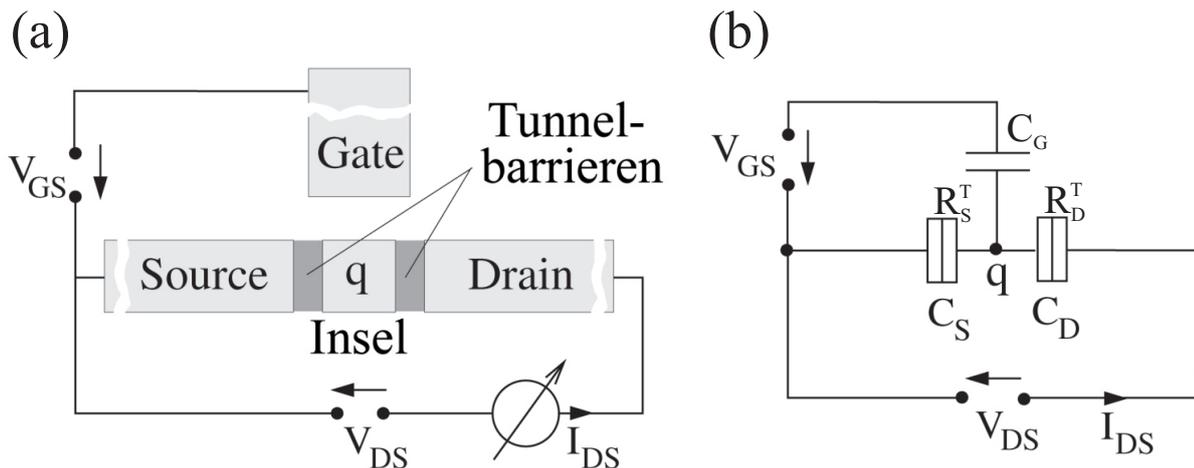


Abbildung 2.1.: (a) Schematischer Aufbau eines Einzelelektronen-Transistors. (b) Kapazitives Ersatzschaltbild der links gezeigten Struktur. (Bild von J.Weis [27] übernommen und angepasst)

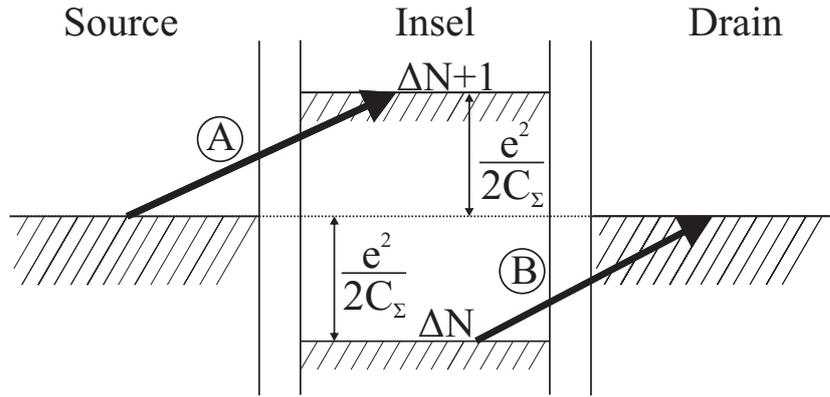


Abbildung 2.2.: Energieschema zum Be- und Entladen einer elektrisch neutralen Insel. Zum Laden der Insel mit einem zusätzlichen Elektron muss die Energie $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ aufgebracht werden. Die gleiche Energie ist notwendig, um der neutralen Insel ein Elektron zu entnehmen.

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}. \quad (2.2)$$

Die gleiche Energie ist jedoch auch nötig, um der elektrisch neutralen Insel ein Elektron zu entnehmen (vgl. Abb. 2.2, Situation \textcircled{B}).

Um einen Stromfluss durch den Transistor zu erhalten, muss ein zusätzliches Elektron vom Source auf die Insel gelangen und anschließend ein Elektron die Insel in Richtung Drain verlassen. Wird die Spannung V_{DS} jedoch hinreichend klein gewählt, kann die zum Hinzufügen oder Entnehmen eines Elektrons benötigte Energie E_C nicht aufgebracht werden und der Transport durch den Transistor ist unterdrückt. Dieser Zustand wird als *Coulomb-Blockade* bezeichnet. Jedoch muss sichergestellt werden, dass keine Elektronen aufgrund ihrer thermischen Energie auf die Insel tunneln können, weshalb die Elektronen-Temperatur die Bedingung $T \gg E_C/k_B$ erfüllen muss. Für die bei metallischen SETs üblichen Ladeenergien im Bereich einiger 10 μeV bis ca. 1 meV werden deshalb meist Temperaturen unter 1 K oder gar von lediglich wenigen mK benötigt, wie sie in ^3He - ^4He -Mischkryostaten erreicht werden.

2.2. Energieschema zur Beschreibung des Elektronentransports: Coulomb-Blockade-Oszillationen und Ladungsstabilitätsdiagramm

Beim Laden der Elektroneninsel werden im Vergleich zu einer elektrisch neutralen Insel ΔN zusätzliche Elektronen auf die Insel gebracht. Die zusätzliche Anzahl ΔN wird bei

festen Spannungen V_G bzw. V_{DS} durch das Bestreben des Systems festgelegt, mit dem Austausch von Elektronen zwischen Insel und Source bzw. Drain seine elektrostatische Energie zu minimieren. Das elektrostatische Potential V_0 der Insel mit der Ladung $Q_0 = -\Delta N e$, sowie der Gesamtkapazität $C_\Sigma = C_S + C_D + C_G$ hängt dabei aufgrund der kapazitiven Kopplung linear mit dem Potential der ungeladenen Elektroden zusammen:

$$V_0 = -\frac{\Delta N e}{C_\Sigma} + \frac{C_G}{C_\Sigma} V_G + \frac{C_D}{C_\Sigma} V_{DS}. \quad (2.3)$$

Vereinfachend wurde hier das Sourcepotential V_S als Referenzpotential verwendet ($V_S = 0$). Wird eine elektrisch neutrale Insel mit ΔN Elektronen geladen, ist hierzu die Energie

$$E(\Delta N) = \int_0^{-e\Delta N} V_0(q) dq = \frac{(\Delta N e)^2}{2C_\Sigma} - \Delta N e \left(\frac{C_G}{C_\Sigma} V_G + \frac{C_D}{C_\Sigma} V_{DS} \right) \quad (2.4)$$

nötig. Der erste Term stellt die Energie dar, die im spannungslosen Fall ($V_G = V_{DS} = 0$) aufgebracht werden muss. Der zweite Term beschreibt die potentielle Energie der ΔN Elektronen im elektrostatischen Potential der umliegenden Elektroden. Das Laden der Insel mit einem zusätzlichen Elektron kostet demnach die Ladeenergie

$$\begin{aligned} \Delta E(\Delta N + 1, V_{DS}, V_G) &= E(\Delta N + 1, V_{DS}, V_G) - E(\Delta N, V_{DS}, V_G) \\ &= \frac{(\Delta N + \frac{1}{2})e^2}{C_\Sigma} - e \left(\frac{C_G}{C_\Sigma} V_G + \frac{C_D}{C_\Sigma} V_{DS} \right). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Gleichung (2.5) stellt somit den verallgemeinerten Fall von Gleichung (2.2) dar, da dort von einer neutralen Insel ($\Delta N = 0$) und dem Fehlen äußerer Potentiale ($V_G = V_{DS} = 0$) ausgegangen wurde. Die Insel kann so lange durch zusätzliche ΔN Elektronen geladen werden, wie die Energie für das $(\Delta N + 1)$ -te Elektron die Energie jedes Elektrons auf den Source- bzw. Drainelektroden nicht überschreitet. Die Anzahl ΔN , die zu einer minimalen elektrostatischen Gesamtenergie der Insel führt, wird sich für $V_{DS} \ll e/C_\Sigma$ demnach ergeben nach

$$\Delta E(\Delta N + 1, V_{DS}, V_G) > 0 > -eV_{DS} > \Delta E(\Delta N, V_{DS}, V_G). \quad (2.6)$$

Das Laden bzw. Entladen der Insel wird dabei durch die Energiebarrieren

$$\Delta E_S^{\text{Source} \rightarrow \text{Insel}} = \Delta E(\Delta N + 1, V_{DS}, V_G) > 0, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_D^{\text{Insel} \rightarrow \text{Drain}} &= -(\Delta E(\Delta N, V_{DS}, V_G) + eV_{DS}) \\ &= \frac{e^2}{C_\Sigma} - eV_{DS} - \Delta E_S^{\text{Source} \rightarrow \text{Insel}} > 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

verhindert. Es findet somit weder ein Laden noch ein Entladen der Insel statt, und die

Anzahl der Elektronen auf der Insel nimmt den stationären Wert ΔN an. Schematisch ist dieser Sachverhalt in Abbildung 2.3 (a) dargestellt und zeigt den Zustand der *Coulomb-Blockade (CB)*.

Es besteht jedoch nun die Möglichkeit, die Ladeenergie mit Hilfe der kapazitiv gekoppelten Gateelektrode nach Gleichung (2.5) um durch eine Änderung von V_G um $\Delta V_G'$ zu variieren, wodurch ein instabiler Zustand

$$\begin{aligned} \Delta E(\Delta N + 2, V_G + \Delta V_G') &> 0 \\ &> \Delta E(\Delta N + 1, V_G + \Delta V_G') > -eV_{DS} \\ &> \Delta E(\Delta N, V_G + \Delta V_G') \end{aligned} \quad (2.9)$$

erreicht wird. Nun ist es energetisch möglich, dass Elektronen vom Source auf die Insel tunneln, und Elektronen diese auf der Drainseite wieder verlassen. Schematisch ist dies in Abbildung 2.3 (b) dargestellt. Dabei muss das ankommende Elektron nicht notwendigerweise mit dem verlassenden Elektron identisch sein, jedoch erlaubt die kleine Potentialdifferenz $eV_{DS} \ll e^2/C_\Sigma$ lediglich eine Variation der Elektronenzahl auf der Insel um Eins (zwischen ΔN und $(\Delta N + 1)$). Elektronen können daher die Insel nur nacheinander passieren, was namensgebend für den Begriff *Einzelelektronen-Transistor* ist.

Wird das Potential der Gateelektrode nun weiter positiv verändert (um insgesamt $\Delta V_G''$), kann wieder ein stabiler Zustand

$$\Delta E(\Delta N + 2, V_G + \Delta V_G'') > 0 > -eV_{DS} > \Delta E(\Delta N + 1, V_G + \Delta V_G'') \quad (2.10)$$

erreicht werden. Nun befinden sich $(\Delta N + 1)$ Elektronen auf der Insel, jedoch kann weder eines dieser $(\Delta N + 1)$ Elektronen die Insel verlassen noch kann ein $(\Delta N + 2)$ -tes Elektron auf die Insel gelangen. Es liegt wieder eine Coulomb-Blockade vor (vgl. Abbildung 2.3 (c)). Variiert man demnach das Potential der Gateelektrode kontinuierlich, so wird der Einzelelektronen-Transistor abwechselnd zwischen Zuständen hin- und herwechseln, in denen Coulomb-Blockade bzw. Einzelelektronen-Tunneln vorliegt. Die Periodizität ΔV_G^P ergibt sich aus Gleichung (2.5) zu

$$\begin{aligned} \Delta E(\Delta N + 1, V_G + \Delta V_G^P) &= \Delta E(\Delta N, V_G) \\ \Leftrightarrow \Delta V_G^P &= \frac{e}{C_G}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Neben der Gatespannung V_G beeinflusst auch die Source-Drain-Spannung V_{DS} den Stromfluss durch den SET. Die Darstellung des Stromflusses in Abhängigkeit von V_G und V_{DS} ist in Abbildung 2.4 skizziert und wird als *Ladungsstabilitätsdiagramm* bezeichnet. Ausgehend von $V_{DS} = 0$ wird mit steigendem Betrag der Source-Drain-Spannung $|V_{DS}| < e/C_\Sigma$

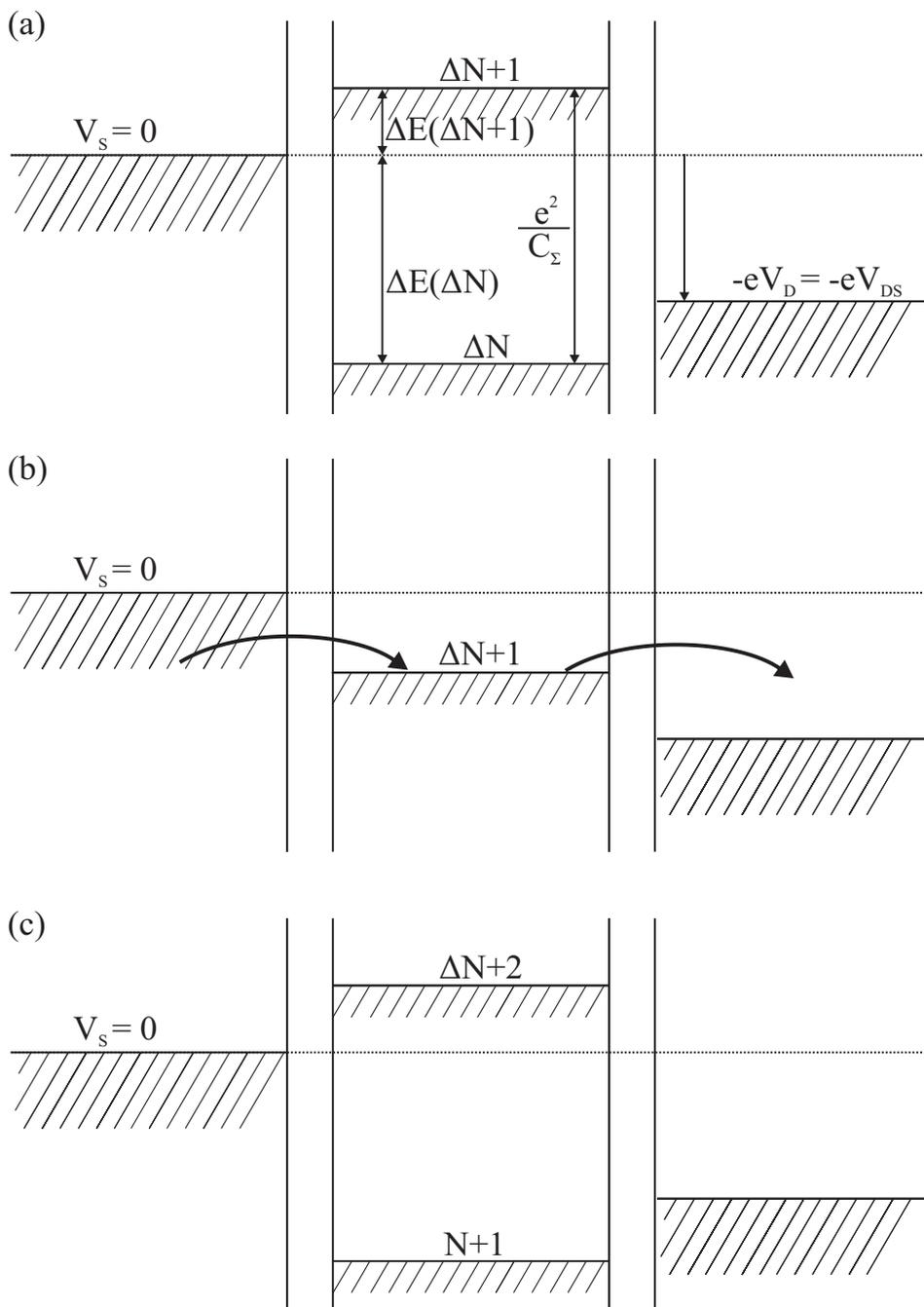


Abbildung 2.3.: Energieschemen eines SETs für verschiedene Gatespannungen: (a) Die Zahl der Elektronen ist auf ΔN festgelegt, so dass Coulomb-Blockade vorliegt. (b) Die Zahl der Elektronen kann zwischen ΔN und $\Delta N + 1$ schwanken, so dass ein Stromfluss durch den SET möglich ist. (c) Die Zahl der Elektronen ist auf $\Delta N + 1$ festgelegt, so dass erneut Coulomb-Blockade vorliegt.

der Bereich, in dem Einzelektrontunneln möglich ist, immer weiter verbreitert, bis beim Erreichen von $|V_{\text{DS}}| = e/C_{\Sigma}$ eine Blockade des Stromflusses unabhängig von V_{G} nicht mehr möglich ist, da sich stets ein Quasi-Fermi-Niveau der Insel zwischen Source- und Drainpotential befindet. In der durch V_{GS} und V_{DS} aufgespannten Ebene ergeben sich für die Coulomb-Blockade deshalb eine Folge von Parallelogrammen entlang der V_{G} -Achse (vgl. Abb.2.4), in denen die Zahl der Elektronen jeweils einen festen Wert annimmt. Diese Parallelogramme werden auch als *Coulomb-Diamanten* bezeichnet. Links und rechts daneben schließen sich die ebenfalls parallelogramm-förmigen Bereiche des Einzelektronen-Tunnelns an, in denen die Zahl der Elektronen um Eins hin- und herwechseln kann. Dadurch ist ein Laden der Insel mit einem Elektron von der einen Seite und ein Entladen nach der anderen Seite der Insel möglich. Für betragsmäßig noch größere Source-Drain-Spannungen können sogar mehrere Elektronen gleichzeitig die Insel passieren, da mehr als zwei Ladungszustände möglich sind.

Die Größe der Coulomb-Blockade-Bereiche des Ladungsstabilitätsdiagramms kann zur Bestimmung der Einzelektronenladeenergie E_{C} sowie der Kapazitäten der Insel zu Source (C_{S}), Drain (C_{D}) und Gate (C_{G}) verwendet werden:

- Die Periode der Blockadebereiche in Richtung der Gatespannung V_{G} entspricht der Spannung ΔV_{G} , die jeweils zusätzlich am Gate angelegt werden muss, um ein weiteres Elektron auf die Insel zu bringen. Dies kann zur Berechnung der Kapazität zwischen Insel und Gate benutzt werden nach

$$C_{\text{G}} = \frac{e}{\Delta V_{\text{G}}}. \quad (2.12)$$

- Der Betrag der Source-Drain-Spannung an der rechten bzw. linken Ecke eines Blockadebereiches $V_{\text{DS}}^{\text{max}}$ entspricht dem Abstand zwischen zwei Quasi-Fermi-Niveaus aufeinanderfolgender Ladungszustände der Insel (vgl. Abbildung 2.4 (b)). Daraus kann die Gesamtkapazität der Insel C_{Σ} sowie die Ladeenergie E_{C} berechnet werden nach

$$C_{\Sigma} = \frac{e}{V_{\text{DS}}^{\text{max}}}, \quad (2.13)$$

$$E_{\text{C}} = \frac{e}{2C_{\Sigma}} = \frac{e \cdot V_{\text{DS}}^{\text{max}}}{2} \quad (2.14)$$

- Die Steigungen der Ränder eines Blockade-Bereiches lassen Rückschlüssen auf die Verhältnisse der Kapazitäten untereinander zu. So lässt sich aus den von links oben nach rechts unten fallenden Kanten herauslesen, in welcher Höhe dV'_{G} die Gatespannung bei einer Erhöhung der Source-Drain-Spannung um dV'_{DS} reduziert werden muss, wenn sich die Quasi-Fermi-Niveaus der Insel bezüglich dem Sourcepotential nicht verschieben sollen ($\Delta E_{\text{S}}^{\text{Source} \rightarrow \text{Insel}} = \text{const}$). Dies spiegelt damit unmittelbar das Verhältnis der drainseitigen Kapazität C_{D} zur Gatekapazität C_{G} wider (vgl.

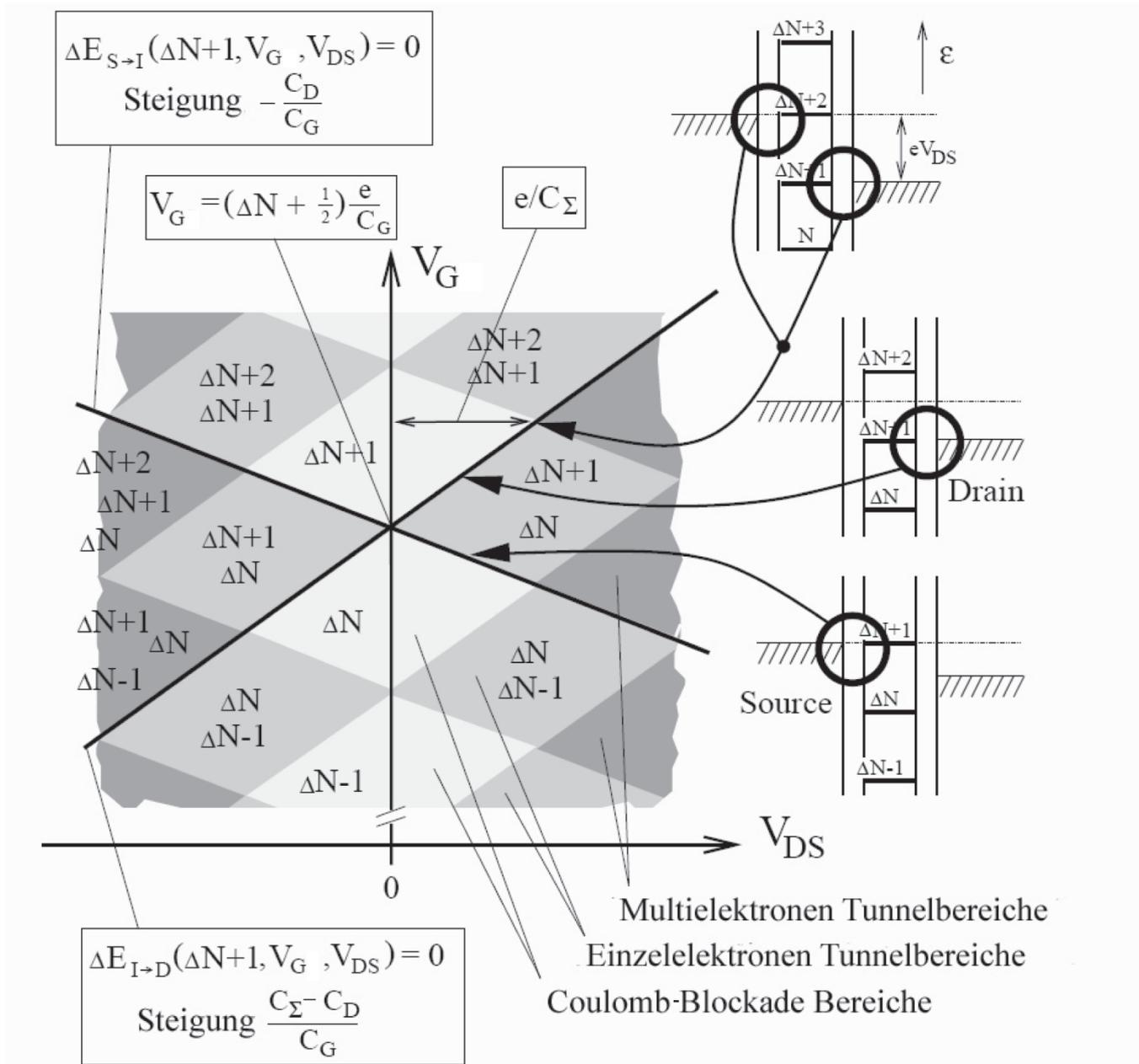


Abbildung 2.4.: Transportbereiche eines Einzelektronen-Transistors in Abhängigkeit von der Gate-Spannung V_G und Source-Drain-Spannung V_{DS} . In den hellgrauen Bereichen bleibt die Inselladung, je nach Spannungsconfiguration auf Grund der Coulomb-Blockade mit $\Delta N - 1$, ΔN oder $\Delta N + 1$ Elektronen stabil. Links und rechts davon schließen sich die Transportbereiche des Einzelektronen-Tunnelns an. Bei betragsmäßig weiter steigendem V_{DS} sind zusätzliche Ladungskonfigurationen der Insel möglich. Der Übergang zwischen verschiedenen Transportbereichen ist in einigen Energieschemen dargestellt (Bild von J. Weis [27] übernommen und angepasst.)

Abbildung 2.4):

$$\frac{C_D}{C_G} = -\frac{dV_G'}{dV_{DS}'}. \quad (2.15)$$

Analog stellen die von links unten nach rechts oben laufenden Kanten der Blockadebereiche die Situation dar, in der bei einer Variation der Source-Drain-Spannung um dV_{DS}'' durch eine gleichzeitige Variation der Gatespannung um dV_G'' dahingehend ausgeglichen wird, dass die Energieniveaus der Insel einer Bewegung des Drainpotentials eins zu eins nachfolgen ($\Delta E_D^{\text{Insel} \rightarrow \text{Drain}} = \text{const}$). Dies gibt das Verhältnis von Summenkapazität C_Σ abzüglich drainseitiger Kapazität C_D zur Gatekapazität C_G an (vgl. Abbildung 2.4):

$$\frac{C_\Sigma - C_D}{C_G} = \frac{dV_G''}{dV_{DS}''}. \quad (2.16)$$

2.3. Forderungen an den Widerstand der Tunnelkontakte

Beim elektrischen Transport über die Insel besitzt der Zwischenzustand mit einem zusätzlichen Elektron auf der Insel eine endliche Lebensdauer τ . Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta E \tau \simeq h$, mit dem Planckschen Wirkungsquantum h , weisen die Quasi-Fermi-Niveaus der Insel deshalb eine Unschärfe ΔE auf (siehe Abbildung 2.5 (a)). Da Coulomb-Blockade jedoch nur auftreten kann, wenn keine Überlappung eines Quasi-Fermi-Niveaus mit den Energieniveaus der Zuleitungen besteht, muss die Unschärfe eines Quasi-Fermi-Niveaus kleiner sein als die Ladeenergie E_C :

$$\Delta E \ll E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}. \quad (2.17)$$

Aus der Unschärferelation in Verbindung mit Gleichung (2.17) ergibt sich für die Lebensdauer damit folgende Forderung:

$$\tau \gg \frac{h}{E_C} = \frac{2C_\Sigma}{e^2} \cdot h. \quad (2.18)$$

Um Coulomb-Blockade-Effekte beobachten zu können, muss der Ladungszustand auf der Insel demnach für eine gewisse Zeit stabil sein. Der Einfluss der Tunnelbarrieren auf die Lebensdauer τ lässt sich auf Grundlage folgender Überlegungen bei $T = 0$ K klären [27, 28, 29]:

Quantenmechanisches Tunneln der Elektronen zwischen den Zuleitungen und unbesetzten

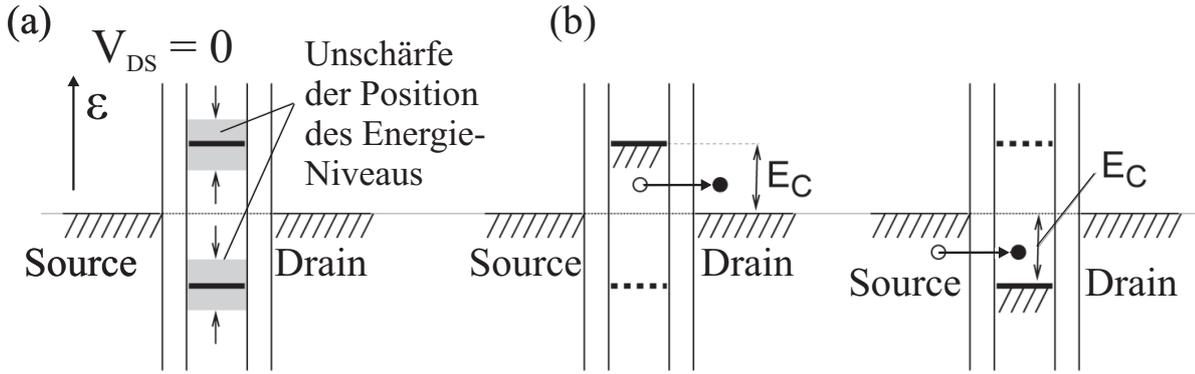


Abbildung 2.5.: (a) Aufgrund der endlichen Lebensdauer des Ladungszustandes weisen die Quasi-Fermi-Niveaus eine Unschärfe gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation auf. (b) Jedes Elektron im Energiefenster zwischen den beiden Quasi-Fermi-Niveaus kann die Insel verlassen. Mit größer werdendem Energiefenster, gleichbedeutend mit einer größer werdenden Ladeenergie E_C , sinkt daher die Lebensdauer. (Bild von J. Weis [27] übernommen und angepasst.)

Energieniveaus der Insel geschieht elastisch, d.h. ohne Energieverlust und damit im Energieschema horizontal (siehe Abbildung 2.5 (b)). Liegt das Quasi-Fermi-Niveau einer Elektroneninsel über der Fermikante von Source oder Drain, kann ein Elektron die Insel verlassen. Jedoch kommen hierfür nur Elektronen in Betracht, die energetisch zwischen der Fermikante der Zuleitungen und dem Quasi-Fermi-Niveau der Insel liegen, da nur diese Elektronen freie Zustände in den Zuleitungen erreichen können. In der Mitte des Coulomb-Bereiches beträgt diese Energiedifferenz gerade E_C . Je mehr Elektronen die Möglichkeit zum Tunneln auf die Source- und Drainelektrode haben, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit für ein Tunnelereignis und damit für eine Änderung des Ladungszustandes der Insel. Die Tunnelwahrscheinlichkeit verhält sich damit proportional zur Energiedifferenz zwischen Insel und Zuleitung und kann demnach durch einen Tunnelwiderstand R^T beschrieben werden. Würde zwischen Zuleitung und Insel eine konstante Spannung V existieren, wäre ein voneinander unabhängiges Tunneln der Elektronen möglich und es ergäbe sich folgende Beziehung:

$$I = \frac{V}{R^T}. \quad (2.19)$$

Im vorliegenden Fall verlässt das Elektron nach der mittleren Zeit τ die Insel. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass das Elektron die Insel wahlweise source- oder drainseitig verlassen kann, so dass die beiden Tunnelwiderstände R_S^T und R_D^T von der Insel aus betrachtet parallel geschaltet sind. Dabei ist τ umso kürzer, je größer E_C und umso kleiner die Tunnelwiderstände R_S^T und R_D^T sind:

$$\frac{e}{\tau} = \frac{E_C}{e \cdot R_S^T} + \frac{E_C}{e \cdot R_D^T}. \quad (2.20)$$

Gleichung (2.20) lässt erkennen, dass bei stark asymmetrischen Tunnelwiderständen der geringere der beiden Widerstände limitierend für die Lebensdauer τ ist, während sich Gleichung (2.20) für symmetrische Tunnelwiderstände $R_S^T = R_D^T = R^T$ vereinfacht zu

$$\frac{e}{\tau} = 2 \frac{E_C}{e \cdot R^T}. \quad (2.21)$$

Setzt man dies in Gleichung (2.17) ein, so erhält man ein Kriterium für den Tunnelwiderstand, der zur Beobachtung von Coulomb-Blockade-Effekten nötig ist:

$$R^T \gg 2 \cdot \frac{h}{e^2}. \quad (2.22)$$

Sowohl R_S^T wie auch R_D^T sollten damit jeweils Werte größer als ca. 50 k Ω besitzen. Für den Gesamtwiderstand eines SETs, gemessen zwischen Source und Drain, bedeutet dies einen Wert von mehr als 100 k Ω . Dies stellt allerdings lediglich eine Abschätzung dar. Tatsächlich konnte sogar noch eine Modulation des Stromes als Funktion der Gatespannung bei Widerständen gemessen werden, die nur 1/32 so groß wie h/e^2 waren [30]. Bei Widerständen unterhalb der eigentlich geforderten 100 k Ω ist jedoch eine deutliche Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen sowie ein „Verschmieren“ der einzelnen Bereiche im Ladungsstabilitätsdiagramm zu beobachten.

2.4. Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen

Nicht nur zu geringe Tunnelwiderstände, sondern auch die Elektronentemperatur bei der Messung sorgt für eine Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen, da für $T > 0$ K unter Umständen auch Ladungstransport aufgrund von thermischer Aktivierung auftreten kann. Aufbauend auf Kulik *et al.* [31] konnte Beenakker *et al.* [32] die theoretische Kurvenform des Leitwertes G in Abhängigkeit von der Temperatur T herleiten, wobei ein Gesamtwiderstand $R_T^\Sigma = R_T^S + R_T^D$ sowie eine von der Gatespannung V_G abhängige Ladeenergie $\Delta E_C(V_G)$ angenommen werden.

$$G = \frac{1}{R_{T\Sigma}} \frac{\Delta E / (k_B T)}{\sinh \Delta E / (k_B T)}, \quad \text{wenn } k_B T \ll \frac{e^2}{2C_\Sigma}. \quad (2.23)$$

In Abbildung 2.6 ist die Leitfähigkeit nach Gleichung (2.23) für zwei verschiedene Temperaturen abgebildet. Die Abbildung verdeutlicht, dass die Spitzen mit zunehmender Temperatur breiter werden, der Maximalwert jedoch temperaturunabhängig bei $1/R_T^\Sigma$ liegt. Für den Fall $k_B T \gg E_C$ sind keine Coulomb-Blockade-Oszillationen beobachtbar. Eine Verkleinerung der SET-Insel ermöglicht damit die Verwendung des SETs bei hö-

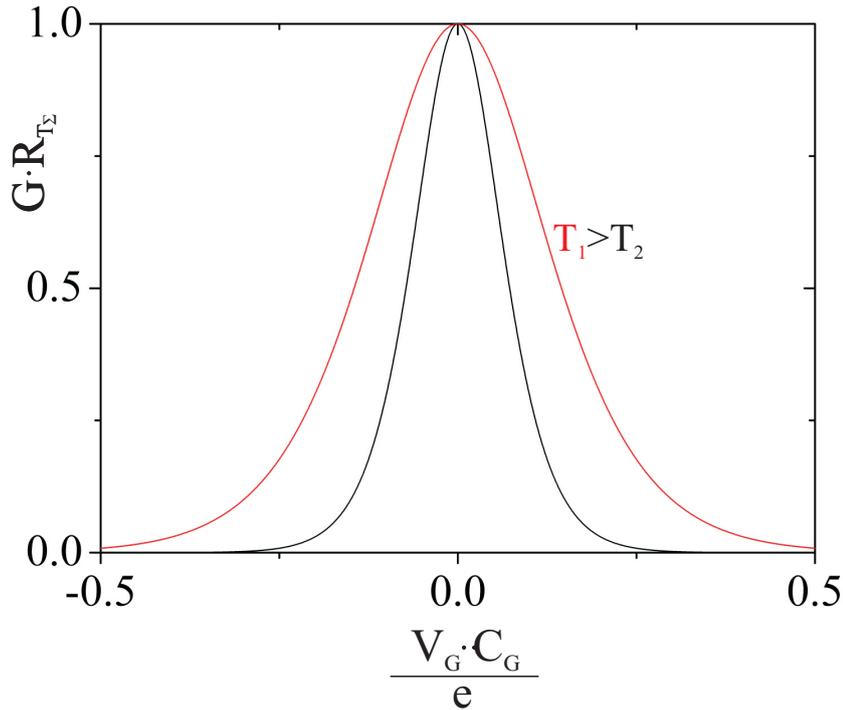


Abbildung 2.6.: Leitfähigkeit G gemäß (2.23) bei Resonanzbedingung für Einzelelektronen-Tunneln als Funktion der Gate-Spannung V_G für zwei verschiedene Temperaturen ($T_1 > T_2$). Durch Multiplikation von G mit dem Gesamt-Tunnelwiderstand R_T^Σ wird eine Normierung der maximalen Leitfähigkeit zu Eins erreicht.

heren Temperaturen, da die Ladeenergie nach (2.2) umgekehrt proportional mit der elektrostatischen Kapazität der SET-Insel zusammenhängt, und diese bei einer Verkleinerung der Insel sinkt. Als untere Abschätzung für die Kapazität einer Insel kann deren Eigenkapazität betrachtet werden, die für eine dünne Metallscheibe mit Radius R [33] als Grenzfall eines Rotationsellipsoids $C_\Sigma = 8\epsilon_0\epsilon R$ beträgt. So werden Kapazitäten von weniger als 10^{-15} F bei Metallinseln mit Radien unter $1 \mu\text{m}$ in einem Dielektrikum mit $\epsilon = 10$ erreicht, was innerhalb der Möglichkeiten lithographischer Strukturierung liegt. Die Kapazität von 10^{-15} F ist gleichbedeutend mit einer Ladeenergie $E_C \approx 80 \mu\text{eV}$, was der thermischen Energie bei einer Temperatur von ca. 1 K entspricht. Diese Abschätzung macht die Notwendigkeit tiefer Temperaturen deutlich, so dass für SET-Messungen normalerweise ^3He - ^4He -Mischkryostaten eingesetzt werden, in denen Temperaturen von wenigen mK erreicht werden können.

2.5. Standard-Herstellungsverfahren metallischer Einzelelektronen-Transistoren

In diesem letzten Abschnitt über die SET-Grundlagen soll abschließend das Herstellungs-konzept der Schattenbedampfung geschildert werden, wie es (teilweise in leicht abgewan-

delter Form) häufig zur Herstellung metallischer SETs genutzt wird (z.B. [22, 34, 23, 35]) und damit als Standardverfahren bezeichnet werden kann.

Ausgangspunkt für das Schattenbedampfungsverfahren ist die Überlegung, dass die Herstellung der Tunnelbarrieren des SETs der kritischste Prozessschritt ist. Hierbei müssen zwei leitende Metallschichten durch eine nur einige Atomlagen dicke Isolatorschicht voneinander getrennt werden. Verunreinigungen in dieser Isolatorschicht oder eine schwankende Isolatorstärke würden reproduzierbare Ergebnisse nahezu unmöglich machen. Als hervorragend geeignetes Material zur Herstellung von Tunnelkontakten und Tunnelbarrieren hat sich dabei Aluminium herausgestellt: Eine aufgedampfte Schicht Aluminium kann durch die Zugabe von Sauerstoff kontrolliert an der Oberfläche oxidiert werden, wodurch sich hier eine dünne Isolatorschicht ergibt. Wird nun in einem weiteren Schritt die oxidierte Fläche erneut mit Aluminium bedampft, ist die Schichtenfolge „Metall-Isolator-Metall“ vollständig. Allerdings muss dabei berücksichtigt werden, dass die Herstellung der gesamten Schichtenfolge vollständig unter (Ultra-)Hochvakuumbedingungen erfolgen muss und damit zwischen den Aufdampfvorgängen nicht aus der Anlage entnommen werden kann. Eine klassische Lithographie, bei der die erste und die zweite Aluminiumschicht mit unterschiedlichen Lithographiemasken hergestellt werden, ist damit nicht möglich. Das Schattenbedampfungsverfahren stellt hier einen Ausweg dar, bei dem eine einzige Lithographiemaske mehrfach zur Herstellung verschiedener Strukturen verwendet wird.

Als Substrat für den SET dient üblicherweise die Oberfläche einer Halbleiterprobe (z.B. Si, GaAs oder $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostruktur). Auf das Substrat werden übereinander zwei Lagen unterschiedlicher (Positiv-)Elektronenstrahl-Lacke aufgebracht. Entscheidend dabei ist, dass der untere Lack eine deutlich geringere Strahldosis benötigt, um im Entwickler gelöst zu werden, wodurch sich große Unterschnitte im Lackprofil erzeugen lassen. Anschließend wird eine Struktur, wie sie schematisch in Abbildung 2.7 (a) dargestellt ist, mittels Elektronenstrahlolithographie in den Lack übertragen und entwickelt. Die beiden Aufdampfschritte zeigt Abbildung 2.7 (b): Durch das Bedampfen aus unterschiedlichen Winkeln wird erreicht, dass die Struktur der oberen Lackschicht, die sich in einem Abstand vom Substrat befindet, an unterschiedlichen Stellen auf der Substratoberfläche ihren „Schatten wirft“. Abbildung 2.7 (c) zeigt die insgesamt in beiden Schritten aufgedampften Aluminiumschichten in der Aufsicht. Während die Schichten links und rechts als parasitäre Schichten ohne Funktion sind, entsteht in der Mitte die Schichtenfolge eines SETs, bestehend aus Source, Tunnelbarriere, Insel, Tunnelbarriere und Drain. Ein Kontakt auf der Rückseite des Substrates kann als Gate dienen, alternativ sind auch Gateelektroden möglich, die auf der Substratoberseite nahe an die SET-Insel geführt werden. Abbildung 2.7 (d) zeigt den SET nochmals im Längsschnitt, während Abbildung 2.7 (e) ein mit dem Rasterelektronen-Mikroskop (REM) aufgenommenes Bild einer solchen Struktur zeigt.

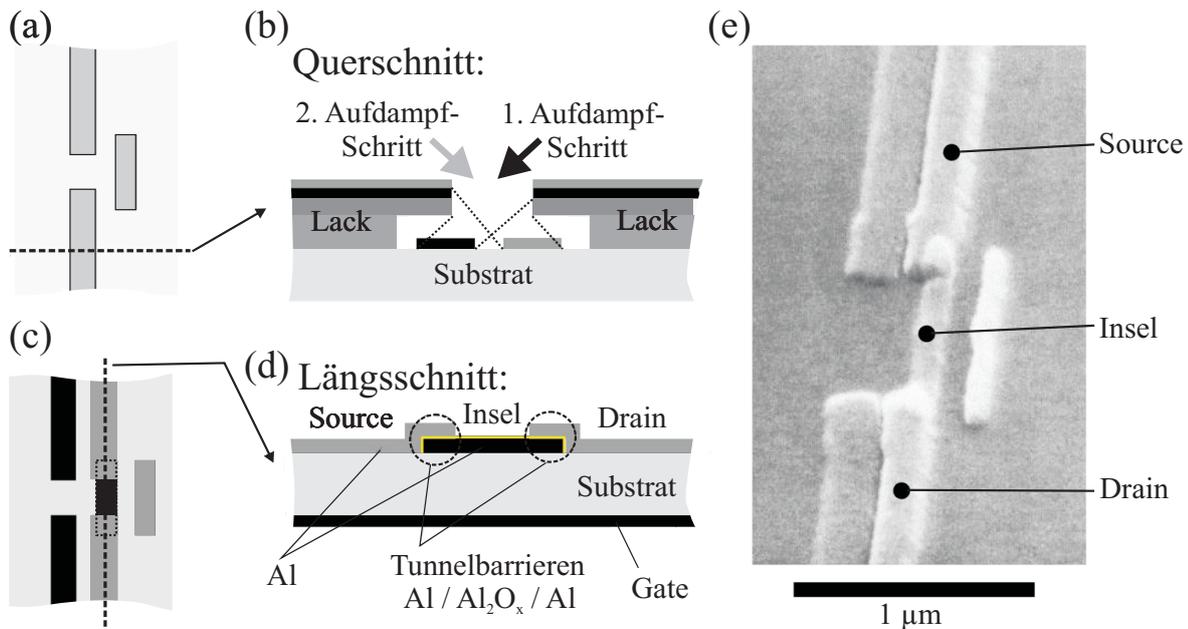


Abbildung 2.7.: Standard-Herstellungsverfahren für metallische SETs durch Schattenbedampfung. (a) Zwei Schichten von elektronenstrahlempfindlichem Lack mit unterschiedlicher Strahlempfindlichkeit werden auf ein Substrat aufgebracht und mit der abgebildeten Struktur beschrieben und entwickelt. (b) Querschnitt durch das Lackprofil: Zwei Bedampfungen mit Aluminium werden aus unterschiedlichen Winkeln durchgeführt, womit die gleiche Struktur zweifach, leicht zueinander versetzt, entsteht. Zwischen den Aufdampfschritten findet eine Oxidation der Oberfläche der ersten Al-Schicht statt. (c) Die aufgedampften Strukturen in der Aufsicht. (d) Längsschnitt durch den entstandenen SET. An den Überlappstellen der im ersten und im zweiten Schritt entstandenen Al-Strukturen wurden durch die Oxidation Tunnelbarrieren erzeugt. (e) REM-Aufnahme eines SETs. (Abbildung entnommen aus [36] und modifiziert)

Teil II: Zweidimensionale Elektronensysteme und Quanten-Hall-Effekt

2.6. Zweidimensionale Elektronensysteme

Elektronen, die sich im Leitungsband eines (Volumen-) Halbleiters oder Metalls befinden, können sich frei in alle drei Raumrichtungen bewegen. Schränkt man die Bewegung in eine Raumrichtung ein, wird sie auf eine zweidimensionale Ebene reduziert. In der Praxis lassen sich solche zweidimensionalen Elektronensysteme (2DES) zum einen am Si/SiO₂-Übergang beobachten, an dem eine Spannung derart angelegt wurde, dass sich im Si eine Schicht aus Inversionsladungsträgern bildet [37]. Eine weitaus größere Elektronenbeweglichkeit besitzen jedoch 2DES in sogenannten modulationsdotierten Al_xGa_{1-x}As/GaAs-Heterostrukturen, die mittels Molekularstrahl-Epitaxie (MBE) erzeugt wurden [38]. Da Gallium-Arsenid (GaAs), Aluminium-Arsenid (AlAs) sowie sämtliche Al_xGa_{1-x}As-Verbindungen nahezu identische Gitterkonstanten besitzen, lassen sie sich ohne Gitterverspannungen übereinander aufwachsen. Abbildung 2.8 zeigt schematisch den Aufbau einer (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur. Als Substrat wird ein semiisolierender GaAs-Wafer mit (001)-Oberfläche verwendet, auf dem zuerst eine GaAs-Pufferschicht sowie ein Übergitter (engl. superlattice), bestehend aus einer alternierenden Abfolge aus GaAs und Al_{0,33}Ga_{0,67}As aufgewachsen wird, um eine möglichst defektfreie und atomar glatte Oberfläche zu schaffen. Danach wird eine dicke, undotierte GaAs-Schicht sowie eine als „Spacer“ bezeichnete dünne, ebenfalls undotierte Al_{0,33}Ga_{0,67}As-Schicht aufgewachsen, gefolgt von einer mit Si dotierten Schicht aus Al_{0,33}Ga_{0,67}As. Zum Schluss wird eine GaAs-Deckschicht aufgewachsen, die das darunterliegende Al_{0,33}Ga_{0,67}As vor Oxidation schützt.

Wegen der unterschiedlichen Energielücken von GaAs und (AlGa)As kommt es am Heteroübergang zwischen den undotierten GaAs und (AlGa)As-Schichten zu einem Sprung im Leitungsband. Die freien Elektronen in der n-dotierten (AlGa)As-Schicht diffundieren durch die undotierte AlGaAs-Schicht in das energetisch günstigere Leitungsband der darunterliegenden GaAs-Schicht. Durch Anpassung von Schichtdicke und Dotierung kann sichergestellt werden, dass in der n-dotierten (AlGa)As-Schicht keine freien Elektronen mehr zu finden sind. Aufgrund der unterschiedlichen Energielücken und Austrittsarbeiten von GaAs und (AlGa)As sowie dem elektrischen Feld zwischen den freien Elektronen im GaAs und den ortsfesten, ionisierten Donatoren im (AlGa)As bildet sich ein dreiecksförmiger Potentialtrog direkt an der Grenze zwischen GaAs und (AlGa)As aus, dessen räumliche Breite in der Größenordnung der Fermiwellenlänge der Elektronen liegt. Der exakte Bandverlauf wird durch die selbstkonsistente Lösung der Schrödinger- und Poisson-Gleichung bestimmt [39] und ist schematisch ebenfalls in Abbildung 2.8 dargestellt. Durch den Potentialtrog ist die Bewegung der Elektronen in z -Richtung eingeschränkt, d.h. eine Bewegung tiefer ins GaAs ist nicht möglich. Entlang der (x, y) -Ebene ist die Bewegung

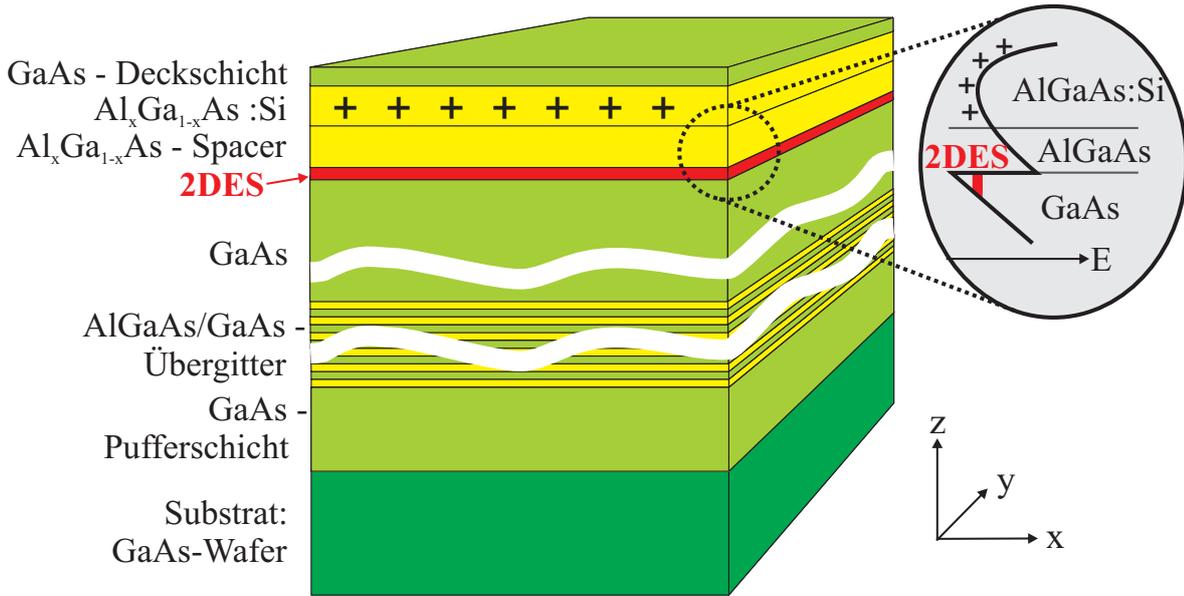


Abbildung 2.8.: Typischer Aufbau einer $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur zur Realisierung eines 2DES und schematischer Verlauf des Leitungsbandminimums am Heteroübergang

jedoch nicht eingeschränkt, woraus sich der Name „zwei-dimensionales Elektronensystem“ herleitet. Die Gesamtenergie eines Elektrons ergibt sich daher aus dem Eigenwert ε_z^i des gebundenen Zustands in z -Richtung sowie der kinetischen Energie der Bewegung in der (x, y) -Ebene

$$\varepsilon = \varepsilon_z^i + \frac{\hbar k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar k_y^2}{2m^*}, \quad i = \{0, 1, 2, \dots\} \quad (2.24)$$

Durch Verwendung der effektiven Masse m^* wird ausgedrückt, dass sich die Elektronen nicht im Vakuum befinden, sondern vom Kristallgitter des GaAs umgeben sind und von dessen Gitterpotential beeinflusst werden. Die gesamte Zustandsdichte besteht dabei aus einer Folge von Stufen, da die Zustandsdichte D_0^i in jedem Subband konstant ist:

$$D_0^i = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \quad (2.25)$$

Üblicherweise kann durch ein geeignetes Wachstum der Heterostruktur erreicht werden, dass lediglich das unterste Subband ε_z^0 besetzt ist. Die Fermi-Energie bei $T = 0$ K ergibt sich dann aus der Ladungsträgerdichte (=Anzahl der Ladungsträger pro Fläche) n_s , dividiert durch die Zustandsdichte $D(\varepsilon)$:

$$\varepsilon_F = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_s \quad (2.26)$$

Die Fermiwellenlänge λ_F , d.h. die De Broglie-Wellenlänge der Elektronen an der Fermi-

Energie, beträgt

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_s}}. \quad (2.27)$$

In der Praxis liegen die Ladungsträgerdichten in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen typischerweise im Bereich zwischen $8 \times 10^{14} \text{ m}^{-2}$ und $6 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$, was einer Fermi-Energie zwischen 2,7 meV und 21,7 meV und einer Fermiwellenlänge zwischen 89 nm und 32 nm entspricht.

Durch die räumliche Trennung der freien Elektronen von ihren ionisierten Dotieratomen, die durch den „Spacer“ festgelegt wird, wird die Streuung an diesen stark reduziert, was eine Erhöhung der Elektronenbeweglichkeit μ_n mit sich bringt. Typische Beweglichkeiten liegen im Bereich mehrerer Millionen Vs/cm^2 bei Temperaturen unter 1K, jedoch sind auch Beweglichkeiten von bis zu $36 \times 10^6 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ bekannt [40]. Die Beweglichkeit wird bei tiefen Temperaturen durch die Grenzflächenrauigkeit, die Potentialfluktuationen aufgrund der statistischen Verteilung der Ga- und Al-Atome in der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Schicht und den Restverunreinigungen begrenzt. Die freie Weglänge zwischen zwei Stoßereignissen kann in solchen Heterostrukturen mehr als 200 μm betragen [40].

2.7. Magnetotransport in zweidimensionalen Elektronensystemen

Die beiden wichtigsten Parameter eines zweidimensionalen Elektronensystems stellen die Ladungsträgerkonzentration n_s sowie die Ladungsträgerbeweglichkeit μ_n dar. Diese lassen sich durch Leitfähigkeitsmessungen unter dem Einfluss eines Magnetfeldes bestimmen.

Im Bereich niedriger Magnetfelder kann das 2DES durch das Drude-Modell beschrieben werden [41, 42]. Befinden sich in diesem Modell Elektronen in einem äußeren elektrischen Feld \vec{E} , werden sie durch die Kraft $-e\vec{E}$ beschleunigt. Da jedoch davon ausgegangen wird, dass sie nach Ablauf der Zeitdauer τ wieder gestreut werden, stellt sich im Mittel eine konstante Driftgeschwindigkeit \vec{v}_d ein:

$$\frac{m^*\vec{v}_d}{\tau} = -e\vec{E}. \quad (2.28)$$

Die Elektronenbeweglichkeit μ_n ist dann definiert als das (betragsmäßige) Verhältnis zwischen Driftgeschwindigkeit \vec{v}_d und der Feldstärke \vec{E} :

$$\mu_n = \left| \frac{v_d}{E} \right| = \frac{|e|\tau}{m^*}. \quad (2.29)$$

Die räumliche Trennung zwischen freien Elektronen und ionisierten Dotieratomen sorgt in $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen für eine Reduktion der Stoßprozesse, wodurch die Zeitkonstante τ ansteigt. Aus Gleichung (2.29) wird ersichtlich, dass dies in Verbindung mit der geringen effektiven Masse $m^* = 0,067m_0$ zu den von derartigen Strukturen

bekanntem hohen Beweglichkeiten führt.

Wird nun zusätzlich zum elektrischen Feld \vec{E} noch ein Magnetfeld \vec{B} senkrecht zur Ebene des 2DES angelegt, muss Gleichung (2.28) modifiziert werden:

$$\frac{m^* \vec{v}_d}{\tau} = -e \left(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B} \right). \quad (2.30)$$

Der Widerstandstensor $\hat{\rho}$ stellt den Zusammenhang zwischen dem lokalen elektrischen Feld \vec{E} und der lokalen Stromdichte $\vec{j} = -en_s \vec{v}_d$ her:

$$\vec{E} = \hat{\rho} \cdot \vec{j}, \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Mit (2.30) folgt daraus für die spezifischen Widerstandskomponenten ρ_{xx} und ρ_{xy}

$$\rho_{xx} = \frac{1}{en_s \mu_n}, \quad (2.32)$$

$$\rho_{xy} = \frac{B}{en_s}. \quad (2.33)$$

Innerhalb des Drude-Modells ist der spezifische longitudinale Widerstand ρ_{xx} demnach konstant und lediglich von der Ladungsträgerkonzentration n_s sowie der Beweglichkeit μ_n abhängig, während der spezifische transversale Hall-Widerstand ρ_{xy} sich proportional zum Magnetfeld B sowie zur Ladungsträgerdichte n_s verhält. Der lineare Anstieg von ρ_{xy} mit B ist als klassischer Hall-Effekt bekannt.

Um in der Praxis die Ladungsträgerdichte n_s und die Beweglichkeit μ_n eines 2DES zu bestimmen, wird üblicherweise eine Leitfähigkeitsmessung an einer Hallstruktur durchgeführt, wie sie in Abbildung 2.9 dargestellt ist. Dabei wird zwischen den Kontakten 1 und 4 ein Strom I aufgeprägt. Indem der Spannungsabfall V_{xx} zwischen den Kontakten 2 und 3 (bzw. alternativ zwischen 6 und 5) gemessen wird, lässt sich unter Annahme eines homogenen 2DES und unter Berücksichtigung der Länge zwischen den Kontakten l sowie der Breite der Hallstruktur w der spezifische longitudinale Widerstand ρ_{xx} berechnen, während der spezifische transversale Hall-Widerstand ρ_{xy} aus dem Spannungsabfall V_{xy} zwischen den Kontakten 2 und 6 (bzw. alternativ 3 und 5) bestimmt werden kann:

$$\rho_{xx} = \frac{E_x}{j_x} = \frac{V_{xx}/l}{I/w} = \frac{V_{xx}}{I} \cdot \frac{w}{l} \quad (2.34)$$

$$\rho_{xy} = \frac{E_y}{j_x} = \frac{V_{xy}/w}{I/w} = \frac{V_{xy}}{I}. \quad (2.35)$$

Der spezifische transversale Hallwiderstand ist somit identisch zum Hallwiderstand selbst. Aus der Definition von ρ_{xx} nach (2.32) sowie dem nach (2.34) experimentell bestimmten

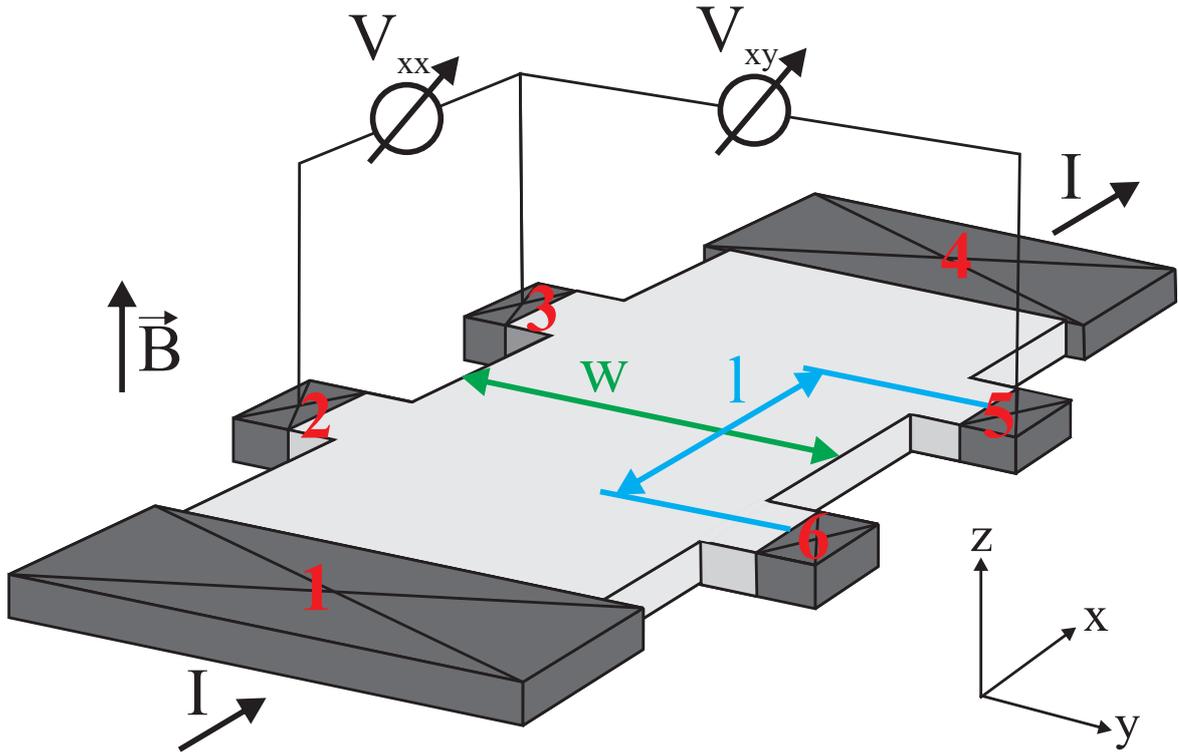


Abbildung 2.9.: Anordnung zur Bestimmung des transversalen Hallwiderstandes R_{xy} (zwischen den Kontakten 3 und 5) und des longitudinalen Widerstandes R_{xx} (zwischen den Kontakten 2 und 3) an einer (AlGa)As/GaAs-Hallstruktur. Zwischen den Kontakten 1 und 4 wird der Strom I aufgeprägt. Das Verhältnis von Breite w und Länge l bestimmt den Geometriefaktor.

Wert von ρ_{xx} lässt sich nun die Ladungsträgerdichte n_s berechnen. Anschließend kann der bestimmte Wert von n_s verwendet werden, um unter Zuhilfenahme von (2.33) und (2.35) die Ladungsträgerbeweglichkeit μ_n zu ermitteln:

$$n_s = \frac{B}{e \cdot R_{xy}} \quad (2.36)$$

$$\mu_n = \left(e \cdot n_s \cdot R_{xx} \frac{w}{l} \right)^{-1}. \quad (2.37)$$

Diese beiden Gleichungen werden in Kapitel 5 im Abschnitt 5.1.3 zur Charakterisierung der verwendeten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur benutzt.

2.8. Quantenmechanische Beschreibung eines 2DES im starken Magnetfeld

Legt man ein homogenes Magnetfeld senkrecht zur Ebene des 2DES an, werden freie, sich in einem elektrischen Feld \vec{E} befindende Elektronen aufgrund der Lorentz-Kraft abgelenkt. Ist die Streuzzeit τ ausreichend groß, beschreibt das Elektron eine geschlossene, kreisförmige Bahn („Zyklotronbewegung“). Dadurch wird eine Quantisierung der erlaubten Energien erreicht. Bleiben Elektron-Elektron-Wechselwirkungen unberücksichtigt, ergibt sich die quantenmechanische Formulierung des Problems aus der Lösung der zeitunabhängigen Gleichung eines Elektrons im senkrechten Magnetfeld $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ mit der Landau-Eichung $\vec{A} = (By, 0, 0)$:

$$\frac{1}{2m^*} [(\hat{p}_x - eBy)^2 + \hat{p}_y^2] \Phi(x, y) = \varepsilon_n \Phi(x, y). \quad (2.38)$$

Dabei sind \hat{p}_x und \hat{p}_y kanonische Impulsoperatoren. Die Eigenwellenfunktionen $\Phi(x, y)$ setzen sich aus einer ebenen Welle in x -Richtung sowie den Eigenzuständen eines harmonischen Oszillators in y -Richtung zusammen

$$\Phi(x, y) = e^{ik_x x} H_n \left(\frac{y - y_0}{l_B} \right) \exp \left[-\frac{(y - y_0)^2}{2l_B^2} \right], \quad (2.39)$$

wobei letztere um die Zentrumsordinate

$$y_0 = -l_B^2 k_x \quad (2.40)$$

zentriert sind und die Zyklotronfrequenz

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad (2.41)$$

besitzen. H_n ist das n -te Hermitesche Polynom, k_x der Wellenvektor in x -Richtung und l_B die magnetische Länge

$$l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}. \quad (2.42)$$

Die magnetische Länge l_B bestimmt die Ausdehnung der Wellenfunktion $\Phi(x, y)$ in y -Richtung und entspricht dem Radius der klassischen Zyklotronbahnen. Bei einem Feld von 1 T beträgt $l_B = 26$ nm. Die Energie-Eigenwerte E_n liegen im äquidistanten Abstand zueinander

$$\varepsilon_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.43)$$

und werden als Landau-Niveaus [43] bezeichnet. Die einzelnen Landau-Niveaus sind hoch entartet, da zu jeder Landau-Energie ε_n verschiedene Eigenfunktionen $\Phi(x, y)$ mit unterschiedlichen Zentrumskoordinaten y_0 gehören. Der Entartungsgrad eines 2DES mit

der Ausdehnung $L_x \times L_y$ entspricht dann der Anzahl der möglichen Zentrumskoordinaten in y -Richtung. Da der Abstand zwischen zwei benachbarten Zuständen nach (2.40) den Betrag $\Delta y_0 = 2\pi l_B^2/L_x$ besitzt, wird die maximale Anzahl N_L von Elektronen in einem Landau-Niveau durch das Verhältnis

$$N_L = \frac{L_y}{\Delta y_0} = \frac{L_x L_y}{2\pi l_B^2} = \frac{B L_x L_y}{h/e}. \quad (2.44)$$

bestimmt. Die Entartung eines Landauniveaus pro Flächeneinheit n_L erhält man, indem man N_L durch die Fläche des Systems $L_x \times L_y$ dividiert:

$$n_L = \frac{B}{h/e}. \quad (2.45)$$

Die Größe h/e wird dabei als elementares Flussquant bezeichnet und stellt die kleinste Einheit des magnetischen Flusses dar, der von einer Zyklotronbahn umschlossen werden kann. Das Verhältnis zwischen der Ladungsträgerdichte n_s eines Systems und der Flussdichte n_L wird als Füllfaktor ν bezeichnet:

$$\nu = \frac{n_s}{n_L} = \frac{h n_s}{e B}. \quad (2.46)$$

Der Füllfaktor entspricht somit der Zahl der gefüllten Landau-Niveaus. Berücksichtigt man zusätzlich noch den Spin sowie den Einschluss der Elektronen in z -Richtung, muss Gleichung (2.43) um den Energieeigenwert des gebundenen Zustands in z -Richtung sowie die Zeeman-Energie erweitert werden (vgl. Abb. 2.10 (b)):

$$\varepsilon_{n,s} = \varepsilon_z^0 + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_c + s g^* \mu_B B, \quad n = \{0, 1, 2, \dots\}. \quad (2.47)$$

Dabei ist $s = \pm \frac{1}{2}$ die Spinquantenzahl, g^* der effektive Landé-Faktor und μ_B das Bohrsche Magneton. Schematisch ist die Aufspaltung in Abbildung 2.10 dargestellt.

Während ein 2DES ohne externes Magnetfeld eine konstante Zustandsdichte $D(\varepsilon)$ nach Gleichung (2.25) besitzt, lässt sich die Zustandsdichte mit externem, senkrechtem Magnetfeld durch eine Serie von δ -Funktionen beschreiben:

$$D(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{\infty} n_L \cdot \delta(\varepsilon - \varepsilon_{n,s}). \quad (2.48)$$

Diese Annahme gilt jedoch nur für ideale 2DES. In realen 2DES existieren Verunreinigungen, Kristalldefekte sowie die statistische Verteilung der Dotieratome in der Heterostruktur, die über Streuprozesse zu einer Verbreiterung der Landau-Niveaus führen (siehe Abbildung 2.10 (c)) [44]. Zustände zwischen den einzelnen Niveaus werden als „lokalisierte Zustände“ bezeichnet [45, 46], da die Ausdehnung ihrer Wellenfunktion sehr gering ist und beispielsweise nicht von einem zum anderen Rand der Probe reicht. Die diskrete Zustandsdichte bzw. die Quantisierung des Energiespektrums beeinflussen den Transport durch das 2DES und führen zu Abweichungen vom in Abschnitt 2.7 vorgestellten Drude-Modell.

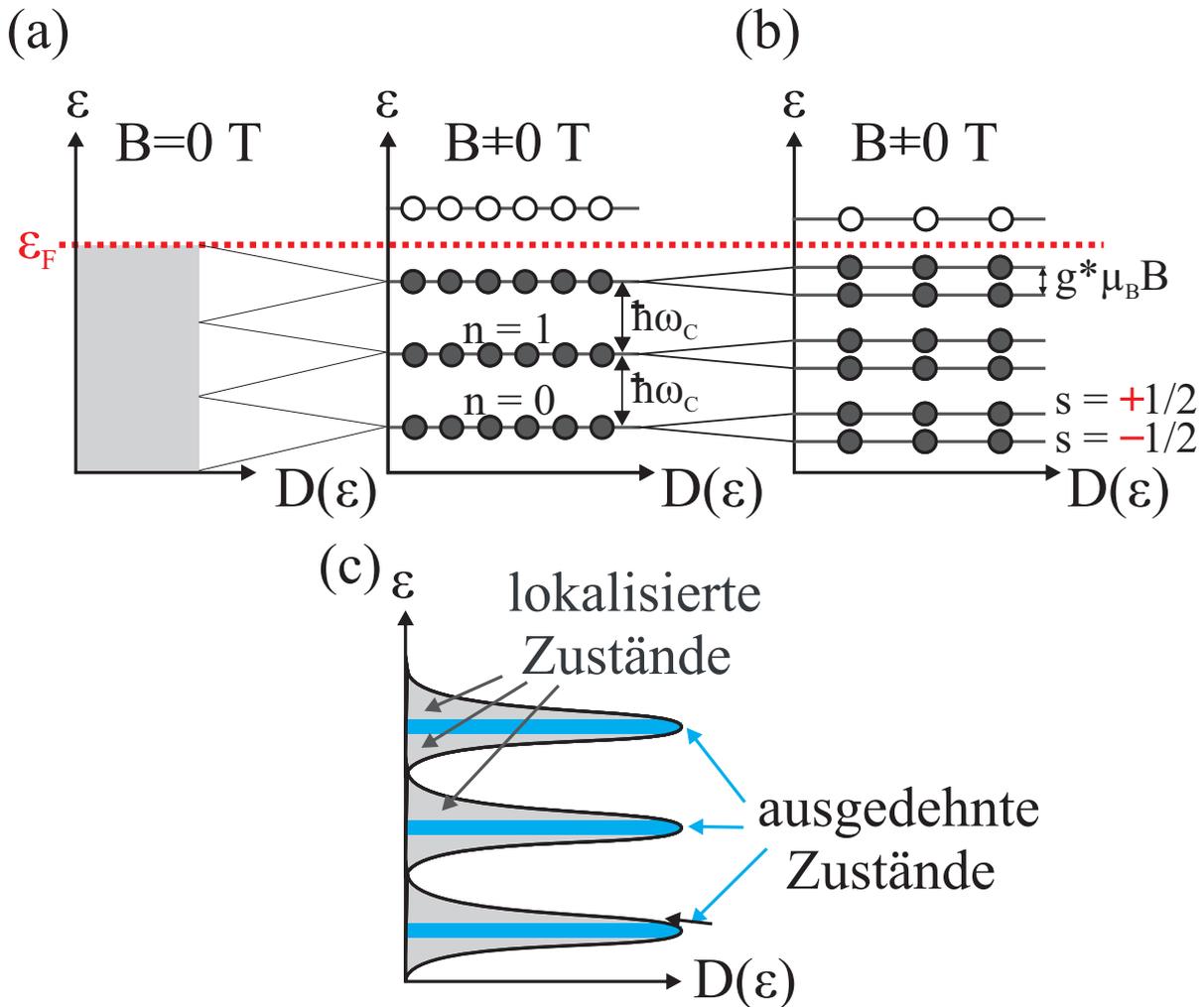


Abbildung 2.10.: (a) Schematische Darstellung der Zustandsdichte eines 2DES ohne und mit senkrechtem Magnetfeld. (b) Zustandsdichte eines 2DES unter Berücksichtigung der Spinaufspaltung. (c) Aufgrund von Verunreinigungen, Kristalldefekten und der statistischen Verteilung der Dotieratome in der Heterostruktur entsteht eine Verbreiterung der Landau-Niveaus, so dass *lokalisierte Zustände* zwischen den im Bereich der Maxima liegenden *ausgedehnten Zuständen* entstehen.

2.9. Das chemische Potential eines 2DES

In diesem Abschnitt wird die Abhängigkeit des chemischen Potentials eines 2DES vom Magnetfeld auf Basis von (2.39) hergeleitet. Ausgangspunkt hierfür ist die „Innere Energiedichte“ u des 2DES, die der Summe aller Elektronenenergien pro Flächeneinheit entspricht:

$$u(B, n_s) = \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon \cdot D(\varepsilon) d\varepsilon, \quad \text{wenn } T = 0. \quad (2.49)$$

Liegt aufgrund eines Magnetfeldes eine Quantisierung der Zustandsdichte in einzelne Landau-Niveaus vor, kann das Integral aus Formel (2.49) aufgrund der diskreten Niveaus in eine Summe umgewandelt werden. Dabei werden ohne Berücksichtigung der Spinaufspaltung von den n_s Elektronen (pro Flächeneinheit) die untersten $N = \text{int}(\nu/2)$ Niveaus vollständig mit je $2n_L$ Elektronen besetzen. Da die Zählung der Quantenzahlen mit $n = 0$ beginnt, ist das Niveau $N - 1$ das höchste vollständig besetzte. Die restlichen $n_s - N \cdot 2n_L$ Elektronen besitzen die Energie mit der darüberliegenden Quantenzahl $n = N$. Ist die Energie eines Elektrons auf dem Niveau n nach Formel (2.43) gegeben, berechnet sich die Energiedichte $u(B, n_s)$ nach

$$\begin{aligned} u(B, n_s) &= \sum_{n=0}^{N-1} \hbar\omega_c \left[n + \frac{1}{2} \right] 2n_L + \hbar\omega_c \left[N + \frac{1}{2} \right] \cdot [n_s - N \cdot 2n_L] \\ &= 2n_L \hbar\omega_c \frac{N^2}{2} + \hbar\omega_c \left[N + \frac{1}{2} \right] \cdot [n_s - N \cdot 2n_L]. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Der erste Term in Gleichung (2.49) stellt die Innere Energiedichte der vollständig besetzten N Niveaus dar, der zweite Term den Betrag der restlichen Elektronen im nur unvollständig gefüllten Niveau. Ist das Magnetfeld so gewählt, dass ein geradzahliges Füllfaktor vorliegt, verschwindet der zweite Term und die Innere Energiedichte wird minimal. Sie nimmt dann denselben Wert an wie in Abwesenheit des Magnetfeldes,

$$u(n_s) = \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon \cdot D(\varepsilon)|_{B=0} d\varepsilon = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \frac{\varepsilon_F^2|_{B=0}}{2} = \frac{\pi \hbar^2}{2m^*} n_s^2. \quad (2.51)$$

Die Magnetfeldabhängigkeit der Inneren Energiedichte ist schematisch in Abbildung 2.11 dargestellt. Das chemische Potential μ_{ch} des 2DES wird aus der Differentiation der Energiedichte $u(B, n_s)$ nach der Teilchendichte n_s hergeleitet:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{ch}}(B) &= \frac{d}{dn_s} u(n_s, B) \\ &= \hbar\omega_c \left(N + \frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.52)$$

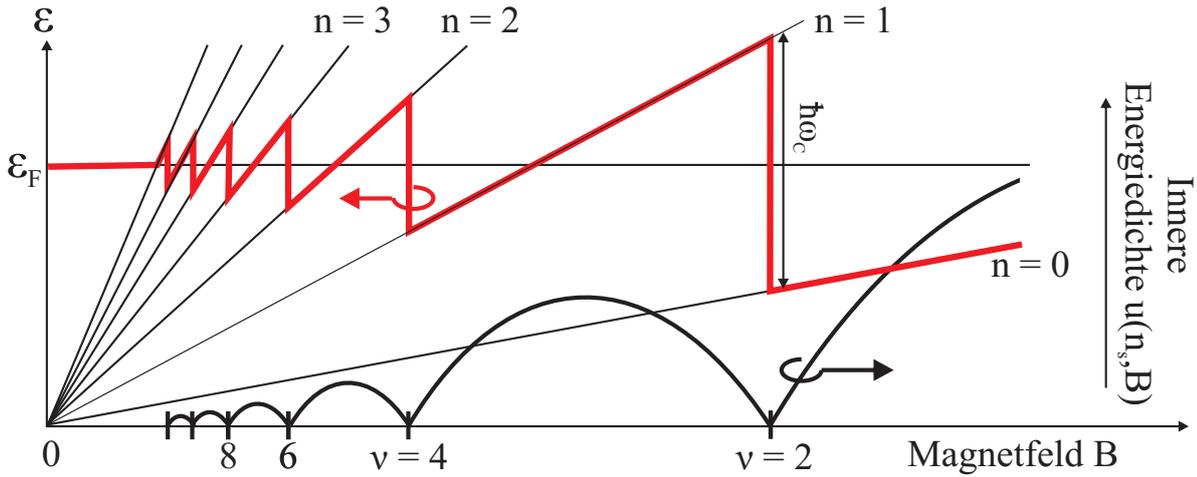


Abbildung 2.11.: Schematische Darstellung der Inneren Energiedichte $u(B)$ sowie des chemischen Potentials $\mu_{\text{ch}}(B)$ eines 2DES in Abhängigkeit vom Magnetfeld ohne Berücksichtigung der Spinaufspaltung. Spitzen in der Inneren Energiedichte bei ganzzahligen Füllfaktoren führen zu Sprüngen im chemischen Potential. Für diese Magnetfeldwerte nimmt die Innere Energiedichte den gleichen Wert wie ohne externes Magnetfeld an.

Da die Anzahl N der vollständig besetzten Niveaus mit der Nummer n der nur teilweise besetzten Quantenzahl übereinstimmt, kann Gleichung (2.52) auch geschrieben werden als

$$\mu_{\text{ch}}(B) = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (2.53)$$

Daraus ergibt sich ein sägezahnförmiger Verlauf des chemischen Potentials, wie er schematisch in Abbildung 2.11 gezeigt ist. Wird zu dem in Gleichung (2.53) dargestellten Verlauf des chemischen Potentials zusätzlich die Spinentartung in Betracht gezogen, ergibt sich

$$\mu_{\text{ch}}(B) = (n + 1/2) \cdot \hbar\omega_c + sg^* \mu_B B. \quad (2.54)$$

Das chemische Potential entspricht damit der Landau-Energie des n -ten Niveaus. Der Verlauf des chemischen Potentials spiegelt die allmähliche Entvölkerung des jeweils obersten Landau-Niveaus aufgrund der zunehmenden Entartung mit wachsendem Magnetfeld wider, das es den Elektronen erlaubt, Plätze auf niedriger gelegenen Landau-Niveaus einzunehmen. Dabei tritt stets ein Sprung im chemischen Potential auf, wenn ein Landau-Niveau vollständig entvölkert ist. Die Höhe des Potentialsprungs ergibt sich bei geradem Füllfaktor aus der um die Zeeman-Energie reduzierten Landau-Energie, bei ungeradem Füllfaktor beträgt der Potentialsprung hingegen lediglich die Höhe der Zeeman-Energie:

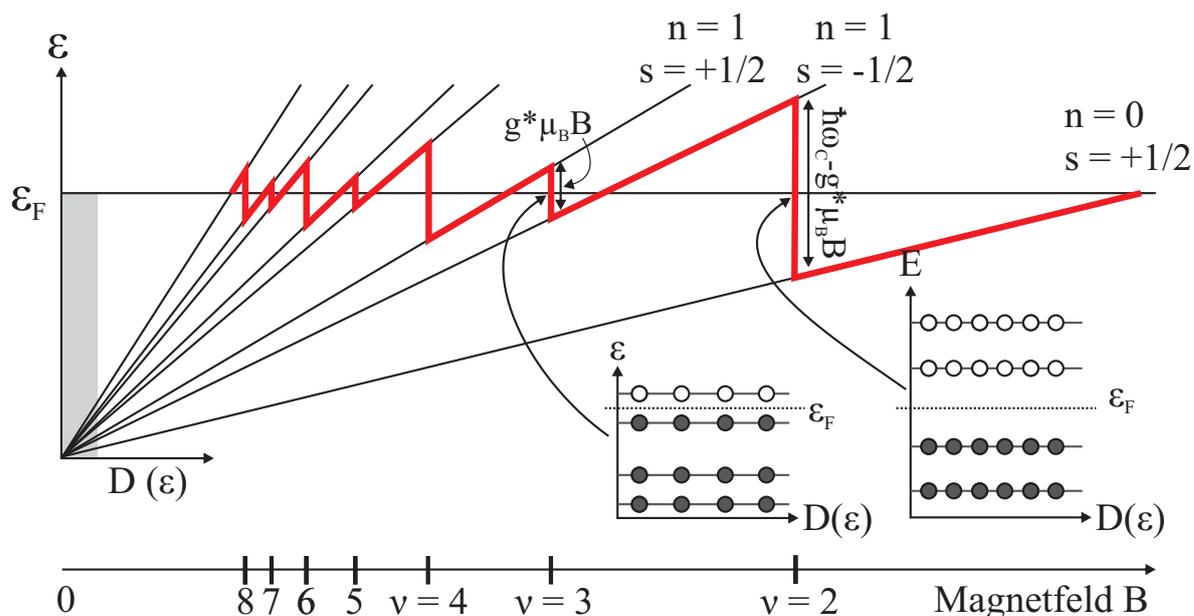


Abbildung 2.12.: Schematische Darstellung des chemischen Potentials $\mu_{\text{ch}}(B)$ eines 2DES in Abhängigkeit vom Magnetfeld unter Berücksichtigung der Spinaufspaltung. Bei ungeradem Füllfaktor springt das chemische Potential um $g^* \mu_B B$, bei geradem Füllfaktor um $\hbar\omega_c - g^* \mu_B B$.

$$\Delta\mu_{\text{ch}} = \hbar\omega_c - g^* \mu_B B \quad \text{für } \nu = \{2, 4, 6, \dots\}, \quad (2.55)$$

$$\Delta\mu_{\text{ch}} = g^* \mu_B B \quad \text{für } \nu = \{1, 3, 5, \dots\}. \quad (2.56)$$

Der Verlauf des chemischen Potentials μ_{ch} unter Berücksichtigung der Spinartung ist in Abbildung 2.12 schematisch dargestellt.

2.10. Der ganzzahlige Quanten-Hall-Effekt

Während im Bereich des klassischen Hall-Effektes [1] ein linearer Anstieg des transversalen Hallwiderstandes mit dem Magnetfeld zu beobachten ist, können bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern Abweichungen von diesem Verlauf festgestellt werden. Dabei nimmt der Hallwiderstand über einen gewissen Bereich konstante Werte an, die einen ganzzahligen Bruchteil von h/e^2 betragen, während gleichzeitig der longitudinale Widerstand verschwindet (siehe Abbildung 2.13). Die Genauigkeit der Quantisierung des transversalen Widerstands ermöglichten die Definition eines Widerstandsnormal. Das Phänomen ist als ganzzahliger Quanten-Hall-Effekt (kurz „QHE“) bekannt und der Wert $R_K = h/e^2$ wurde als *von-Klitzing-Konstante* benannt [2, 47]. R_K hängt demnach nur vom Planckschen Wirkungsquantum h sowie der Elektronenladung e ab, die beide Naturkonstanten darstellen. Damit ist auch R_K unabhängig von Probenmaterialien oder der Probengeometrie. Der quantisierte Hallwiderstand ist damit stabiler und reproduzier-

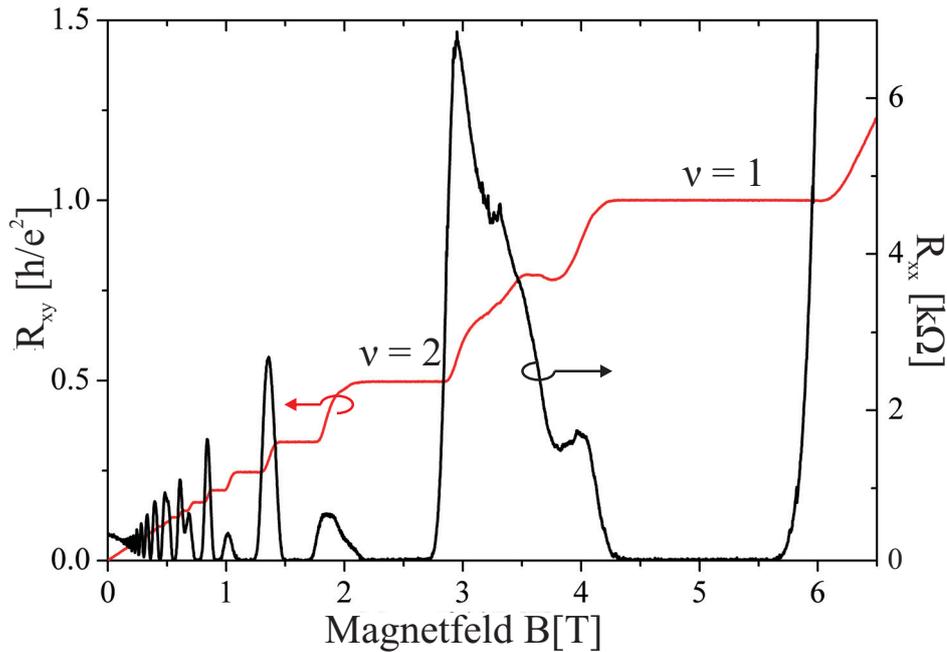


Abbildung 2.13.: Bei großen Magnetfelder und tiefen Temperaturen weist der Hall-Widerstand $R_{xy}(B)$ Abweichungen vom linearen Verlauf auf, die sich in der Ausbildung von Hall-Plateaus um ganzzahlige Füllfaktoren äußern. Mit Auftreten der Plateaus verschwindet der longitudinale Widerstand R_{xx} . (Messkurve: eigene Messung, siehe Abschnitt 5.1.3)

barer als irgendein anderer in SI-Einheiten geeichter Widerstand, so dass das „Comité Consultatif d’Électricité“ (CCE) vorschlug, den Wert $25812,807 \Omega$ als gebräuchlichen Wert für die von-Klitzing-Konstante zu übernehmen und hat ihm die Notation R_{K-90} zugewiesen. Seit 1990 wird er zur offiziellen Kalibrierung von Widerständen verwendet. Eine interessante Zusammenfassung über die praktische Anwendung des QHE wird beispielsweise von B. Jeckelmann in Referenz [48] gegeben.

2.10.1. Eckpunkte zum theoretischen Verständnis des QHE

Seit seiner Entdeckung durch Klaus von Klitzing [2] im Jahr 1980 war der QHE Gegenstand zahlloser theoretischer und experimenteller Untersuchungen. Verschiedene Theorien zu seiner Erklärung wurden entwickelt. Als wichtigste Gesichtspunkte für die Entstehung der Hall-Plateaus wird die Existenz *lokalisierter Zustände* sowie die besondere Bedeutung des Probenrandes betrachtet:

- **Lokalisierung von Zuständen als Ursache der Plateaus**

Wie bereits in Abschnitt 2.8 erläutert und schematisch dort in Abbildung 2.10 (c) dargestellt, führen Verunreinigungen sowie die statistische Verteilung der Dotieratome in einem realen 2DES dazu, dass die Deltafunktionen der Landau-Niveaus in der Zustandsdichte verbreitert werden und eine kontinuierliche Funktion der Energie mit Maxima um das Zentrum der Landau-Niveaus sowie dazwischenliegenden Minima

entsteht. Da sich die Wellenfunktion der Zustände abseits der Maxima der Zustandsdichte nicht großflächig auf der Probe ausdehnen kann, sondern lokal gebunden ist, werden diese als „lokalisierte Zustände“ bezeichnet, die Zustände im Bereich der Maxima der Zustandsdichte hingegen als „ausgedehnte Zustände“. Nur in der Nähe eines halbzahligen Füllfaktors finden sich im gesamten 2DES ausgedehnte Zustände auf Höhe der Fermi-Energie, während im Bereich eines ganzzahligen Füllfaktors eine sogenannte „Mobilitätslücke“ im Energiespektrum vorliegt. Unter der Annahme des Vorhandenseins einer derartigen Lücke sowie dem gleichzeitigen Verschwinden des longitudinalen Widerstandes konnten Laughlin [6] und Halperin [7] mit dem Prinzip der Eichinvarianz zeigen, dass der Hall-Widerstand in ganzzahlige Bruchteile von h/e^2 quantisiert ist.

- **Bedeutung des Probenrandes**

Zur Erklärung des QHE wurden zahlreiche Überlegungen angestellt, die dem Probenrand eine entscheidende Bedeutung beimaßen. Das sogenannte Randkanalbild [7, 8, 9] postuliert die Existenz eindimensionaler Randkanäle, die aufgrund der Verbiegung der Landau-Niveaus am Probenrand an ihren Schnittpunkten mit der Fermi-Energie entstehen. Mithilfe dieses Bildes ließen sich die experimentellen Beobachtungen erfolgreich erklären, jedoch stellt die Betrachtung lediglich ein Ein-Teilchen-Modell dar. 1992 konnte das Modell durch Chklovskii *et al.* [12] durch die Berücksichtigung von Elektron-Elektron-Wechselwirkungen und die damit verbundenen Abschirmeffekte erweitert werden und wurde schließlich noch um selbstkonsistente Berechnungen von Lier *et al.* ergänzt [13]. Experimentell verifiziert werden konnten die errechneten Verteilungen des Hallpotentials auf einer Probe durch lokale Potentialmessungen mittels Rasterkraftmikroskop an zweidimensionalen Elektronensystemen in hohen Magnetfeldern [49]. Das Modell von Lier *et al.*, aufbauend auf den Berechnungen von Chklovskii *et al.*, stellt die Basis für das aktuelle Bild des QHE dar und soll nachfolgend genauer erläutert werden.

2.10.2. Selbstkonsistente Berechnung der Randverarmung

Während im Inneren einer Probe eine gewisse Ladungsträgerdichte n_s herrscht, sind außerhalb der Probe keine Ladungsträger zu finden, da am Probenrand ein Einschlusspotential besteht. Dabei springt die Ladungsträgerdichte nicht sprunghaft auf Null, vielmehr bewirkt der Anstieg dieses Einschlusspotentials hin zum Rand eine Abnahme über einen gewissen Bereich. Die Überlegungen von Lier *et al.* dienen zur Berechnung der Elektronenkonzentration $n_s(\vec{r})$ sowie des elektrostatischen Potentials $\Phi_{el}(\vec{r})$ in Abhängigkeit vom Abstand zum Probenrand unter Annahme einer *Thomas-Fermi-Näherung*¹. Weiterhin werden folgende Nebenbedingungen aufgestellt:

- Es wird angenommen, dass im thermodynamischen Gleichgewicht das elektrochemische Potential μ_{elch} konstant ist und sich aus der Summe von lokalem chemischen

¹Für ein sich auf der Größenordnung der magnetischen Länge in y -Richtung nur schwach änderndes Potential kann die räumliche Ausdehnung der Wellenfunktion vernachlässigt, d.h. durch δ -Funktionen angenähert werden.

Potential $\mu_{\text{ch}}(\vec{r})$ und lokalem elektrostatischen Potential $\Phi_{\text{el}}(\vec{r})$ nach

$$\mu_{\text{elch}} = \mu_{\text{ch}}(\vec{r}) - e\Phi_{\text{el}}(\vec{r}) \quad (2.57)$$

zusammensetzt.

- Weiterhin wird davon ausgegangen, dass die lokale Elektronenkonzentration $n_s(\vec{r})$ aufgrund der Poisson-Gleichung mit dem lokalen elektrostatischen Potential $\Phi_{\text{el}}(\vec{r})$ verknüpft ist, wobei der Einfluss von Oberflächenladungen, Donatoren und Elektroden in den Randbedingungen berücksichtigt wird.

Ausgangspunkt für die Berechnungen ist die in Abbildung 2.14 (a) dargestellte Situation eines 2DES ohne externes Magnetfeld ($B = 0 \text{ T}$). Die Zustandsdichte ist von der Energie unabhängig und konstant, weshalb das chemische Potential $\mu_{\text{ch}}(n_s)$ linear mit der Ladungsträgerdichte n_s ansteigen muss. Die selbstkonsistenten Berechnungen ergeben nun eine vom Rand zum Inneren des 2DES kontinuierlich ansteigende Ladungsträgerdichte $n_s(\vec{r})$, während das elektrostatische Potential abfällt. Durch ein Magnetfeld senkrecht zum 2DES wird eine Quantisierung der Zustandsdichte in einzelne Landau-Niveaus erreicht, so dass das chemische Potential $\mu_{\text{ch}}(n_s)$ stufenförmig mit der Ladungsträgerdichte ansteigt. Wenn nun vom Rand ausgehend ein Landau-Niveau lokal vollständig besetzt ist, ist jedoch ein großer Betrag an chemischer Energie μ_{ch} nötig, um das nächste

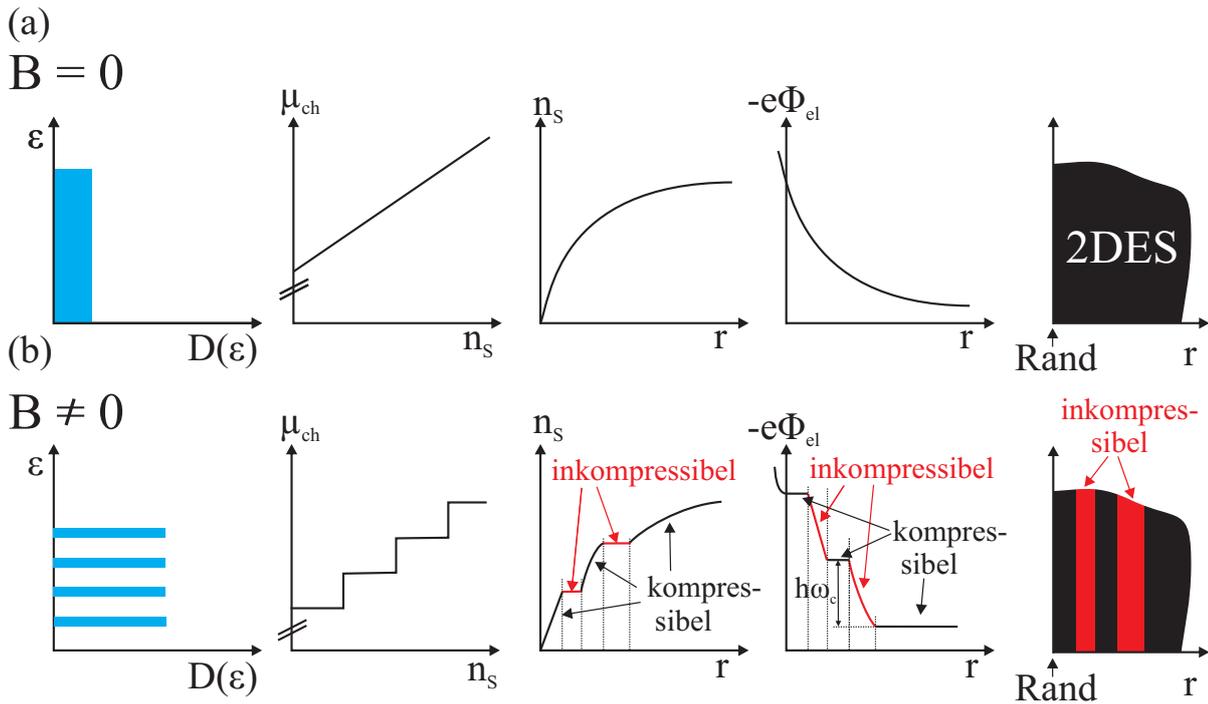


Abbildung 2.14.: Schematische Darstellung der Zustandsdichte $D(\epsilon)$, des chemischen Potentials $\mu_{\text{ch}}(n_s)$, der Ladungsträgerdichte $n_s(\vec{r})$ sowie der elektrostatischen Energie $-e\Phi_{\text{el}}(\vec{r})$ gemäß der selbstkonsistenten Berechnung der Randstruktur eines 2DES nach Lier *et al.* [13] jeweils (a) ohne externem und (b) mit externem Magnetfeld.

Niveau zu bevölkern. Die selbstkonsistente Rechnung zeigt, dass es dann energetisch günstiger ist, die Ladungsträgerdichte für eine gewisse Breite konstant zu lassen und dafür einen kleineren Betrag an elektrostatischer Energie aufzuwenden. Sobald die nötige elektrostatische Energie jedoch größer als die zur Bevölkering eines zusätzlichen Landau-Niveaus wird, wird die Ladungsträgerdichte wieder ansteigen, während das elektrostatische Potential konstant bleibt. Es kommt demnach zur Ausbildung zweier alternierender unterschiedlicher Bereiche mit abwechselnd konstanter Ladungsträgerdichte bzw. konstantem elektrostatischem Potential.

- In den Bereichen mit konstanter Ladungsträgerdichte befindet sich lokal die Fermi-Energie in der Lücke zwischen zwei Landau-Niveaus, so dass alle darunterliegenden Niveaus vollständig besetzt sind. Die Bereiche können demnach durch einen lokalen ganzzahligen Füllfaktor beschrieben werden. Es sind keine Zustände auf der Höhe der Fermi-Energie vorhanden, so dass das 2DES hier ein schlechtes Abschirmverhalten (wie ein Isolator) zeigt. Der Bereich wird als *inkompressibler Bereich* bezeichnet und zeichnet sich neben der konstanten Ladungsträgerdichte durch eine Änderung des elektrostatischen Potentials in der Größenordnung der Zyklotronenergie aus.
- Im benachbarten Bereich ist das jeweils oberste Landau-Niveau nur teilweise gefüllt und befindet sich auf Höhe der Fermi-Energie. Dadurch sind hier freie Zustände vorhanden, so dass die Elektronen räumlich umverteilt werden können und so ein gutes, metallisches Abschirmverhalten erreicht wird. Der Bereich wird als *kompressibler Bereich* bezeichnet und ist neben dem konstanten elektrostatischen Potential durch eine Variation der Ladungsträgerdichte gekennzeichnet.

Die bereits angesprochene Kompressibilität κ des 2DES ist formal definiert als [50]

$$\kappa^{-1} = n_s^2 \cdot \frac{d\mu_{\text{ch}}}{dn_s}. \quad (2.58)$$

Sie beschreibt, wie das chemische Potential μ_{ch} mit der Ladungsträgerdichte n_s variiert. In kompressiblen Bereichen ist κ demnach groß, da hier weitere Elektronen hinzugefügt werden können, ohne dass μ_{ch} geändert werden muss. In inkompressiblen Gebieten hingegen ist ein Hinzufügen von Elektronen stets mit einer sprunghaften Änderung des chemischen Potentials verbunden.

Chklovskii *et al.* konnte analytische Formeln zur Berechnung der Lage und Breite der inkompressiblen Streifen aufstellen. Diese konnten durch die selbstkonsistenten Berechnungen von Lier *et al.* [13] bestätigt werden, wurden zudem jedoch etwas umformuliert. Die Position der Mitte eines inkompressiblen Streifens kann nach Lier *et al.* in Abhängigkeit vom Füllfaktor berechnet werden

$$y_\nu = \frac{d_0}{1 - [\text{int}(\nu)/\nu]^2} \quad (2.59)$$

mit $\text{int}(\nu)$ als größte ganze Zahl kleiner dem Füllfaktor im Inneren des 2DES ν und d_0 als Verarmungslänge, die von der Potentialdifferenz V_G zwischen dem Rand und dem

Inneren des 2DES abhängt

$$d_0 = \frac{4\epsilon_0\epsilon_{\text{GaAs}} V_G}{\pi e n_s}. \quad (2.60)$$

Damit kann die Breite eines inkompressiblen Streifens mit lokalem Füllfaktor $\text{int}(\nu)$ beschrieben werden durch

$$a_\nu = \frac{4y_\nu}{\nu} \sqrt{\frac{\text{int}(\nu)a_B^*}{\pi d_0}} \quad (2.61)$$

mit $a_B = 4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{GaAs}}\hbar^2/(e^2m^*)$ als effektiver Bohr-Radius.

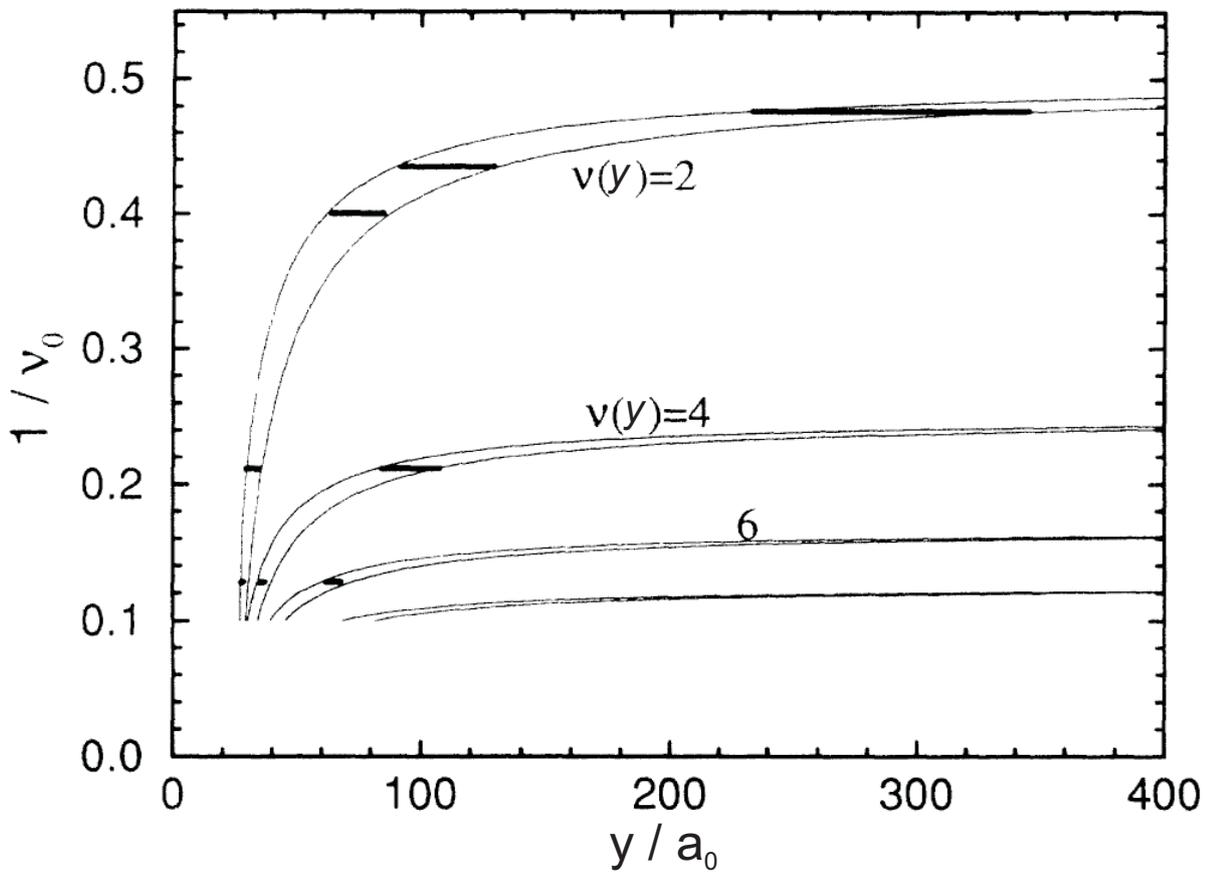


Abbildung 2.15.: Lage und Breite der inkompressiblen Streifen in Abhängigkeit vom Magnetfeld, das als Kehrwert des Füllfaktors modifiziert ausgedrückt ist. Die dünnen Linien zeigen die Ergebnisse der analytischen Berechnungen von Chklovskii *et al.* [12], die dicken, horizontalen Linien die numerisch durch selbstkonsistente Rechnung ermittelten Resultate von Lier *et al.* [13]. $a_0 = a_B^*/2$ ist dabei die Abschirmlänge und beträgt für ein 2DES einer (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur mit einer Fermi-Energie $\epsilon_F = 10$ mV ca. 5 nm. (Abbildung entnommen aus [13])

Das Ergebnis der selbstkonsistenten Berechnung nach Lier *et al.* [13] im Vergleich zur analytischen Lösung nach Chklovskii *et al.* [12] ist in Abbildung 2.15 dargestellt. Die dünnen Linien zeigen dabei das Ergebnis nach Chklovskii *et al.*, die horizontalen dicken Linien die Position und die Breite des inkompressiblen Streifens nach Lier *et al.*. Es lässt sich erkennen, dass beide Theorien in Bezug auf Lage und Breite der inkompressiblen Streifen gut übereinstimmen.

Die Berechnungen von Chklovskii *et al.* und von Lier *et al.* geben zwar quasi identische Voraussagen über die Lage und Breite der inkompressiblen Streifen, unklar ist dabei jedoch der Weg des Stromflusses durch eine Hallprobe bei Auftreten des Quanten-Hall-Effektes. Beenakker *et al.* [51] geht von einem Stromfluss in den kompressiblen Streifen aus, da nur hier freie Zustände vorhanden sind, die eine Ladungsträgerumverteilung ermöglichen. Chang[52] hingegen macht die inkompressiblen Bereiche für den Stromfluss verantwortlich, da nur in ihnen ein Potentialgradient existiert. Zur Klärung dieser widersprüchlichen Aussagen wurden zahlreiche Experimente durchgeführt. Vor allem orts aufgelöste Potentialmessungen ermöglichten ein detaillierteres Bild des QHE.

2.10.3. Rastersonden-Experimente zur Vermessung von Potentialprofilen an Quanten-Hall-Proben

In der Vergangenheit wurden zahlreiche Experimente zum besseren Verständnis des QHE durchgeführt. Insbesondere der Potential- und Stromverlauf in einer Hallprobe sind dabei von großer Bedeutung. An dieser Stelle soll daher näher auf Experimente in unserer Gruppe eingegangen werden, die von E. Ahlswede *et al.* bzw. F. Dahlem *et al.* durchgeführt wurden.

Dabei wurde ein Rastersondenmikroskop verwendet, um lokale Potentialmessungen an einem 2DES bei tiefen Temperaturen ($T = 1, 4$ K) und großen Magnetfeldern durchzuführen. Als Messsignal diente die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Hebelarms (engl. „Cantilever“), die sensitiv auf die Elektrostatik der Probe ist. Die Messung der Hallpotentiale erfolgte unter Zuhilfenahme einer Kalibrierungstechnik, um den Einfluss durch die Probenoberfläche sowie die Donatoren zu eliminieren. Dabei wurde das Potential entlang einer Linie in y -Richtung auf der Probe gemessen, ohne dass der Probe ein Strom aufgeprägt war. Anschließend wurde die Linie erneut abgerastert, während jedoch ein Hallstrom durch die Probe floss. Anschließend wurde die Messkurve, die mit aufgeprägtem Strom ermittelt wurde, durch die erste Messkurve ohne aufgeprägten Strom dividiert.

Die mit dieser Methode bei verschiedenen Magnetfeldern von P. Weitz *et al.* [17] und E. Ahlswede *et al.* [19] bestimmten Profile der Hallpotentiale sind in Abbildung 2.16 gezeigt. Die Probe und die Raster-Richtung sind daneben schematisch dargestellt. Alle Kurven wurden bei Magnetfeldern um $\nu = 2$ an der gleichen Stelle der Probe aufgenommen. Deutlich lassen sich drei verschiedene Kurvenformen voneinander unterscheiden:

- Nähert man sich dem ganzzahligen Füllfaktor von höheren Magnetfeldern her an,

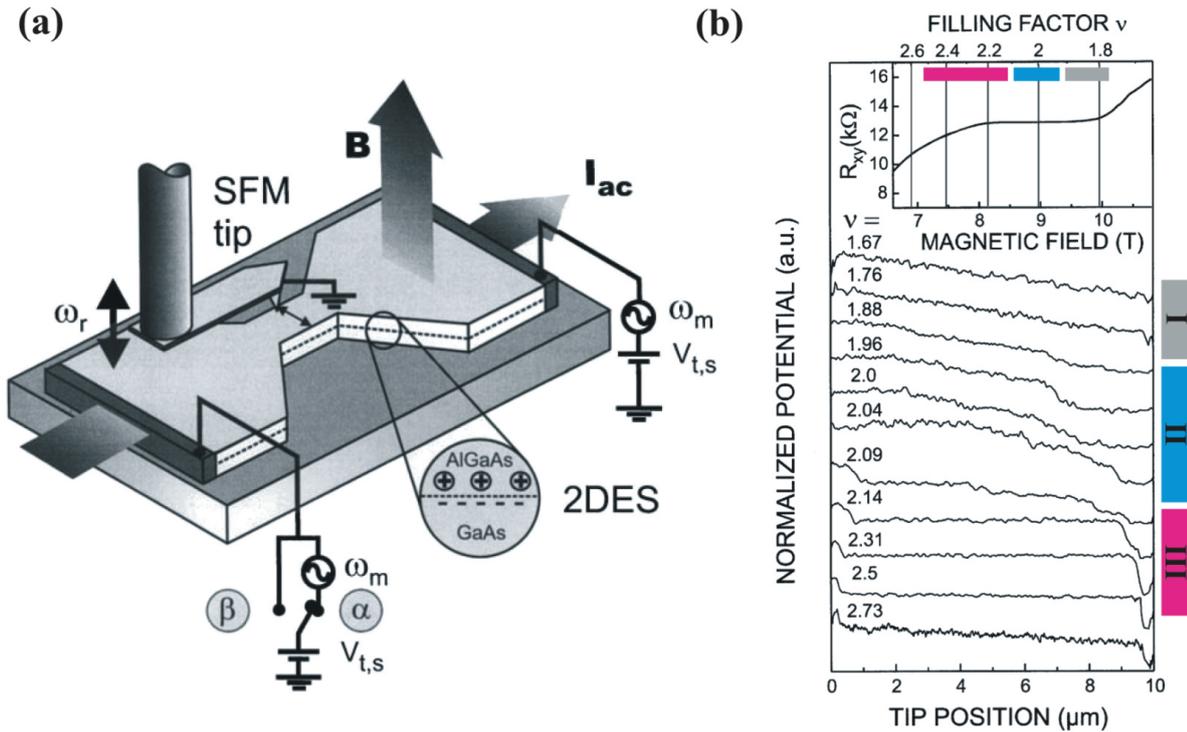


Abbildung 2.16.: Hallpotentialprofile um $\nu = 2$, bestimmt mittels Rasterkraftmikroskopie. Links: Schematische Darstellung des Messaufbaus und der untersuchten Probe. Rechts: Gemessene Hallpotentialprofile um $\nu = 2$ an einer $10 \mu\text{m}$ breiten Probe mit einer Beweglichkeit $\mu_n = 5 \times 10^5 \text{cm}^2/(\text{Vs})$. (Bild entnommen aus [49] bzw. [19].)

weist das Potentialprofil einen linearen Abfall über die gesamte Breite der Hallprobe auf, so wie dies für den klassischen Halleffekt zu erwarten ist. Dies ist bis $\nu = 1,88$ zu beobachten und wird als „Typ I“ bezeichnet

- Wird das Magnetfeld weiter gesenkt kann beobachtet werden, dass das Potentialprofil am Rand einigermaßen konstant ist, während der größte Teil der Spannung im inneren Bereich der Probe abfällt. Dieser Profiltyp, genannt „Typ II“ findet sich von $\nu = 1,96$ bis $\nu = 2,04$.
- Oberhalb von $\nu = 2,10$ hingegen kann beobachtet werden, dass die Spannung eher in der Nähe beider Ränder abfällt, während in der Mitte der Probe ein relativ konstantes Potential gemessen werden kann („Typ III“).

Abbildung 2.17 (a) zeigt die gemessenen Profile des Hallpotentials für einen größeren Magnetfeldbereich in einer Falschfarbdarstellung. Dabei kann im Bereich jedes Füllfaktors die Ausbildung der oben beschriebenen drei Typen von Hallpotentialprofilen festgestellt werden. In Abbildung 2.17 (b) wurden die Messergebnisse mit dem nach dem CSG-Modell berechneten theoretischen Verlauf der inkompressiblen Streifen überlagert. Da der gemessene Potentialabfall jeweils stets mit der theoretisch errechneten Position des inkompressiblen Streifens zusammenfällt, kann die Schlussfolgerung gezogen werden, dass das Hallpotential stets an der Stelle des innersten inkompressiblen Streifens abfällt. Dieser wird daher für den dissipationslosen Stromfluss durch die Probe verantwortlich gemacht.

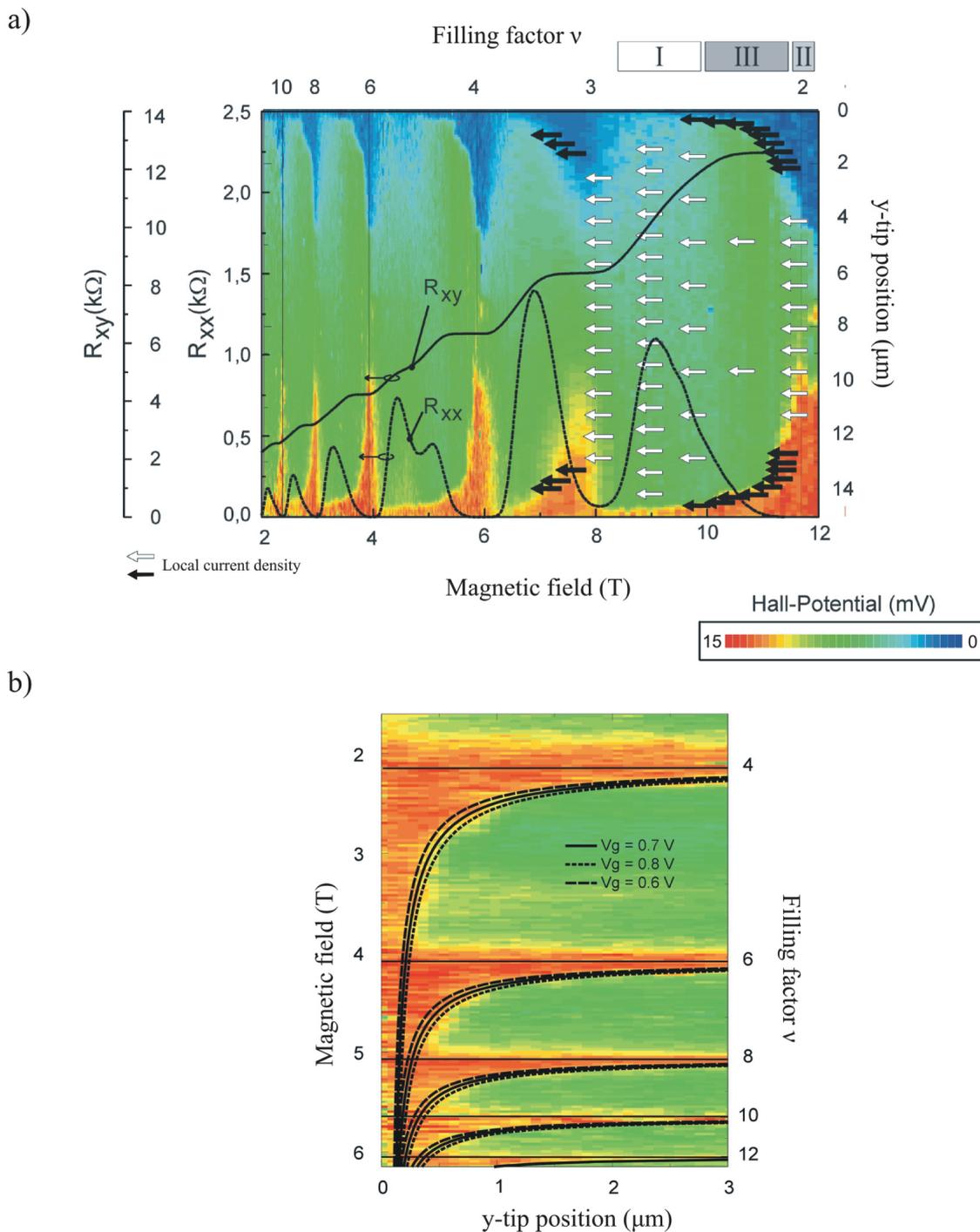


Abbildung 2.17.: (a) Falschfarben-Darstellung von Hallpotentialprofilen für einen großen Magnetfeldbereich. Hohe Potentiale sind rot, niedrige sind blau dargestellt. Der Hallwiderstand R_{xy} sowie der longitudinale Widerstand R_{xx} sind zusätzlich dargestellt. Die weißen und schwarzen Pfeile zeigen die Stromverteilung bei verschiedenen Magnetfeldwerten. (b) Ausschnitt aus (a), jedoch zusätzlich mit der Darstellung der Position der inkompressiblen Streifen, berechnet nach Lier *et al.* [13]. Es zeigt sich, dass der Potentialabfall stets an der Stelle der inkompressiblen Streifen stattfindet. (Abbildung entnommen aus [19, 53].)

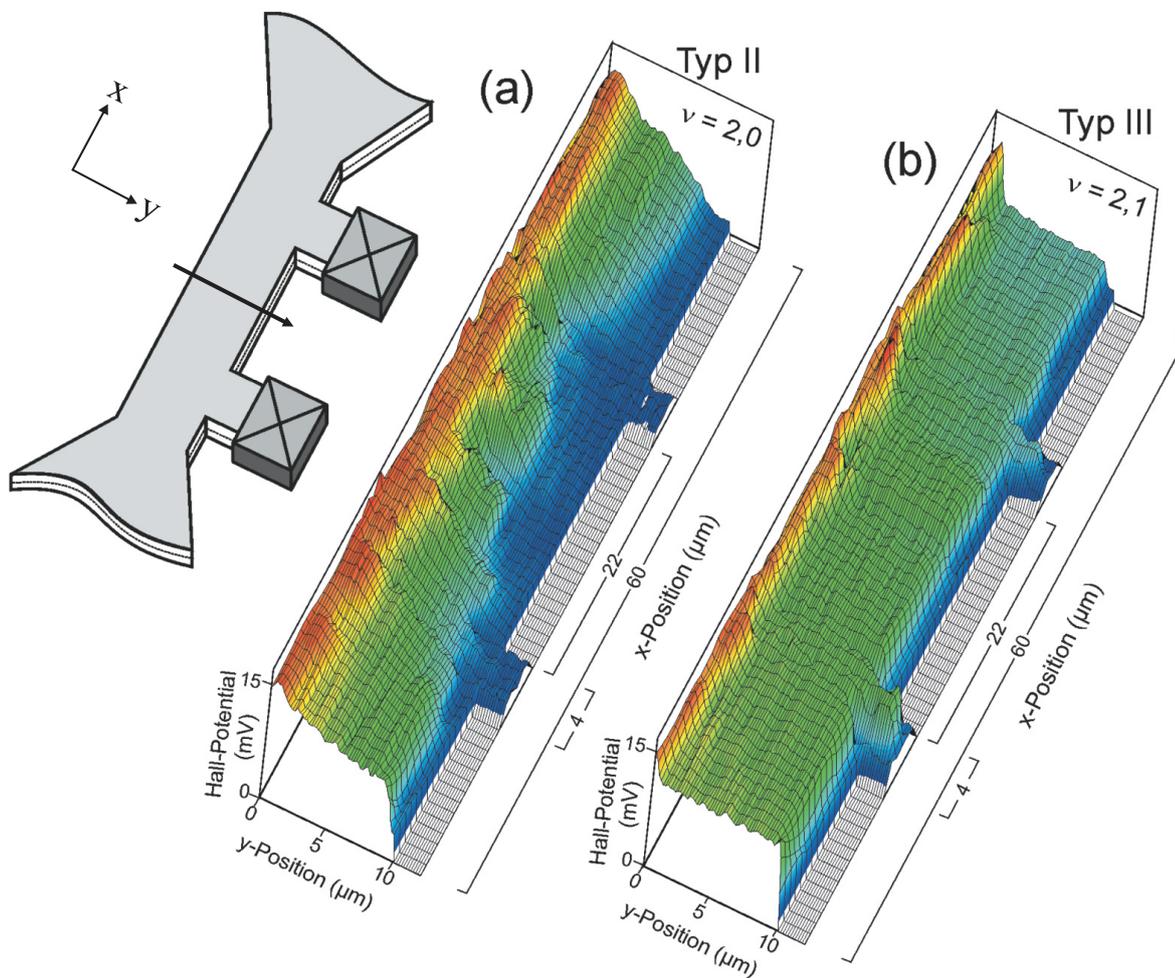


Abbildung 2.18.: Landschaft des Hallpotentials in einer Quanten-Hall-Probe, gemessen bei zwei verschiedenen Füllfaktoren $\nu = 2,0$ und $\nu = 2,1$. (a) Schemazeichnung der Probe mit eingezeichneter Rasterrichtung. (b) Bei $\nu = 2,0$ fällt die Hallspannung im inneren Bereich der Probe ab. (c) Bei $\nu = 2,1$ fällt die Hallspannung in der Nähe beider Ränder ab. Bemerkenswert ist, dass der Potentialabfall nicht nur an der Mesa-Kante, sondern auch vor den Ohmschen Kontakten auftritt. (Abbildung entnommen aus [19] und angepasst)

Eine weitere Falschfarbdarstellung ist in Abbildung 2.18 dargestellt. Hier ist für zwei verschiedene Füllfaktoren $\nu = 2, 0$ und $\nu = 2, 1$ das Hallpotential in der (x, y) -Ebene der Probe dargestellt. Erneut kann festgestellt werden, dass bei $\nu = 2$ (siehe Abb. 2.18 (b)) das Potential vorrangig im Inneren der Probe abfällt („Typ II“), während bei $\nu = 2, 1$ (siehe Abb. 2.18 (c)) der Potentialabfall in der Nähe beider Ränder liegt („Typ III“). Im Fall von „Typ III“ kann demnach von einem inkompressiblen Streifen nahe dem Rand der Probe ausgegangen werden, der sich entlang des (in diesem Fall geätzten) Probenrandes hinzieht.

Weiterhin kann in Abbildung 2.18 (c) jedoch festgestellt werden, dass der Potentialabfall auch vor den Ohmschen Seitenkontakten der Hallstruktur auftritt. Es muss also davon ausgegangen werden, dass die Ohmschen Seitenkontakte nicht zu einer Unterbrechung des inkompressiblen Streifens führen. Dadurch ist das Innere des 2DES vollständig vom Seitenkontakt getrennt, so dass beide nicht dasselbe elektrochemische Potential besitzen.

2.10.4. Derzeitige Modellvorstellung des QHE basierend auf kompressiblen und inkompressiblen Streifen

In diesem Abschnitt soll abschließend noch einmal das derzeitige Bild des Quanten-Hall-Effektes, basierend auf der Ausbildung von kompressiblen und inkompressiblen Streifen, erläutert werden. In Abbildung 2.19 ist der Verlauf eines Quanten-Hall-Plateaus für einen beliebigen ganzzahligen Füllfaktor $\nu = i$ dargestellt. In den Abbildungen 2.19 (a) bis (e) werden die kompressiblen (grau dargestellt) und inkompressiblen Bereiche (weiß dargestellt) für verschiedene Magnetfelder im Bereich um $\nu = i$ schematisch eingezeichnet, wobei zur übersichtlicheren Darstellung nur der jeweils innerste inkompressible Streifen abgebildet ist.

Mit ansteigendem Magnetfeld treten folgende Situationen der Reihe nach auf:

- Beginnt man gedanklich weit weg vom Hall-Plateau bei niedrigeren Magnetfeldern, ist die Probe überall kompressibel (vgl. Abbildung 2.19 (a)). Der Hallstrom durchfließt die Probe wie in einem gewöhnlichen Leiter an allen Stellen gleichermaßen und die Hallspannung fällt linear über die gesamte Probenbreite ab. Der Hallwiderstand R_{xy} nimmt keinen quantisierten Werten an.
- Wird das Magnetfeld erhöht und erreicht den untersten Bereich des Hall-Plateaus, bildet sich ein inkompressibler Streifen entlang des Probenrandes aus (vgl. 2.19 (b)). Der Hallstrom fließt vollständig in der Nähe der beiden Ränder im inkompressiblen Streifen, getrieben durch die jeweilige Hallspannung, die zu etwa gleichen Teilen dort über die inkompressiblen Streifen abfällt. Der Hallwiderstand R_{xy} nimmt den quantisierten Wert des Hall-Plateaus an, der longitudinale Widerstand R_{xx} verschwindet.
- Steigt das Magnetfeld weiter an, nimmt die Breite des inkompressiblen Streifens zu und seine Lage verschiebt sich weiter ins Probeninnere. Bei ganzzahligem Füllfaktor $\nu = i$ nimmt der inkompressible Bereich das Innere des 2DES nahezu vollständig

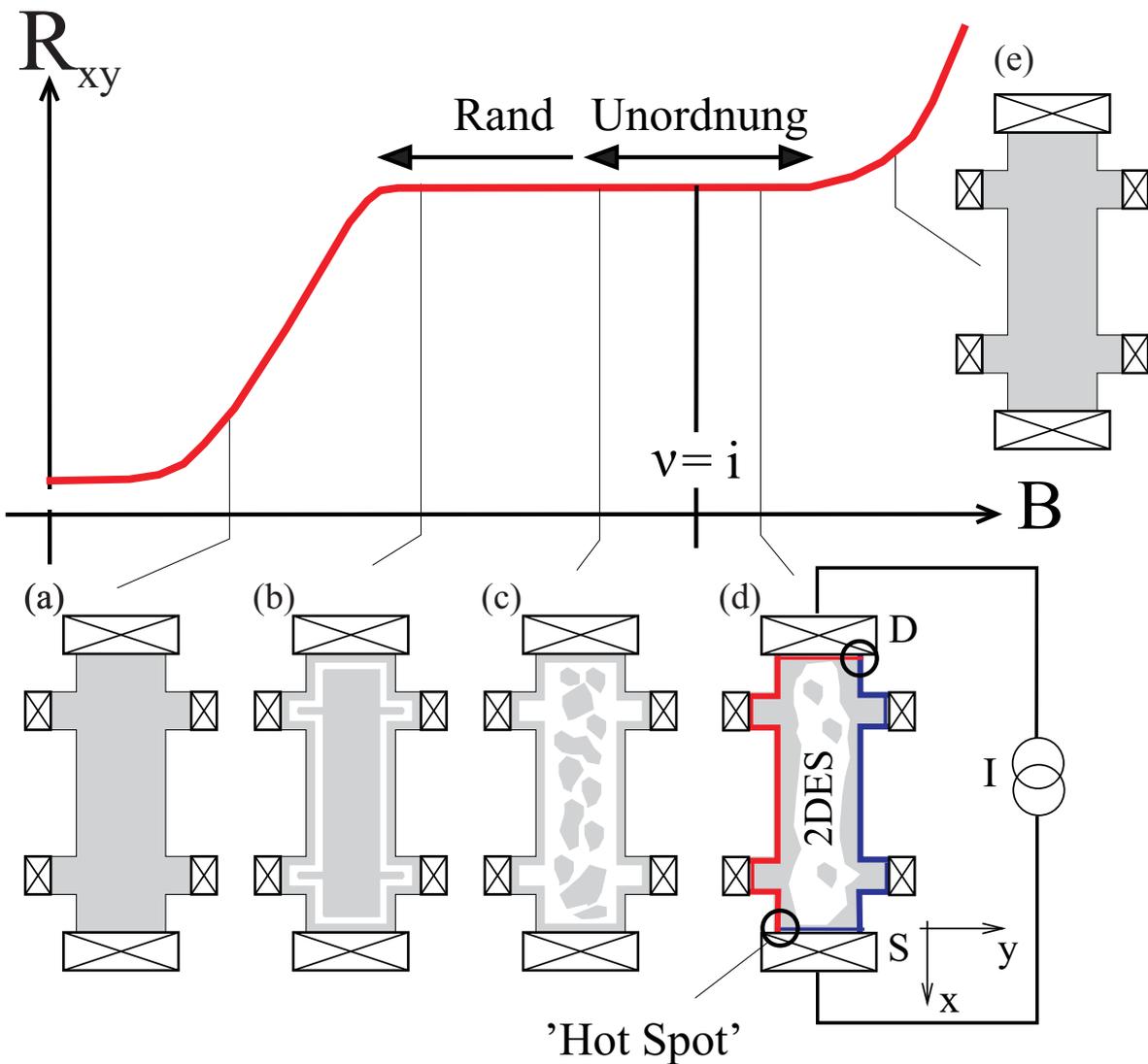


Abbildung 2.19.: Schematische Darstellung der Entwicklung der kompressiblen (grau) sowie des innersten inkompressiblen (weiß) Bereiches in einem realen, inhomogenen 2DES für verschiedene Magnetfelder im Bereich um ein Quanten-Hall-Plateau. Auf der linken Seite des Plateaus, bei geringerem Magnetfeld, wird das Plateau durch die inkompressiblen Streifen stabilisiert, während auf der rechten Seite, bei größerem Magnetfeld, Unordnung und Inhomogenitäten für die Plateaubildung verantwortlich sind. Im Plateaubereich fließt ein verlustfreier (=dissipationsloser) Strom im inkompressiblen Streifen, die Dissipation findet an den gegenüberliegenden Ecken der Hallgeometrie statt, die als „Hot spots“ bezeichnet werden. Der longitudinale Widerstand R_{xx} verschwindet und der Hallwiderstand R_{xy} nimmt quantisierte Werte an. Außerhalb des Hallplateaus sind sowohl das Innere des 2DES als auch der Rand nahezu vollständig kompressibel, und der Strom fließt verlustbehaftet in allen kompressiblen Bereichen. R_{xx} ist dann nicht länger Null und R_{xy} weicht von quantisierten Werten ab. (Abbildung entnommen aus [54] und angepasst)

ein, lediglich aufgrund von Inhomogenitäten sind vereinzelte kompressible Bereiche zu finden (vgl. 2.19 (c)). Die Hallspannung fällt über den inkompressiblen Bereich im Inneren ab, so dass der Strom verteilt im Inneren des 2DES fließt. Der Hallwiderstand R_{xy} ist nach wie vor konstant, der longitudinale Widerstand R_{xx} noch immer Null.

- Bei einer weiteren Erhöhung des Magnetfeldes hin zum obersten Rand des Plateaus verschwindet der großflächige inkompressible Bereich im Inneren des 2DES. Jedoch sind aufgrund von Inhomogenitäten noch zahlreiche lokale inkompressible Bereiche zu finden (vgl. 2.19 (d)), die anfangs noch zusammenhängende Bereiche bilden und die kompressiblen Bereiche am linken und rechten Probenrand voneinander trennen. Der Hallwiderstand R_{xy} ist nach wie vor konstant, der longitudinale Widerstand R_{xx} noch immer Null.
- Erhöht man das Magnetfeld über den Plateaubereich hinaus weiter, verschwinden auch die zusammenhängenden inkompressiblen Bereiche, so dass das 2DES wieder vollständig kompressibel ist. Die in Abbildung 2.19 (e) dargestellte Situation entspricht damit der Ausgangssituation aus Abbildung 2.19 (a). Der Hallwiderstand weicht damit wieder vom quantisierten Wert ab und der longitudinale Widerstand weist von Null verschiedene Werte auf.

Um nun die Quantisierung des transversalen Hall-Widerstands sowie das Verschwinden des longitudinalen Widerstandes nachvollziehen zu können, ist in Abbildung 2.19 (d) das elektrochemische Potential von Source- (S) und Drainkontakt (D) eingezeichnet. Liegen ausreichend breite inkompressible Streifen oder ein ausgedehnter inkompressibler Bereich vor, fällt die Hallspannung darüber ab und es existiert hier ein homogenes Feld E_y in y -Richtung. Dies führt dazu, dass in diesem inkompressiblen Bereich die quantenmechanischen Elektronen-Eigenzustände aller Landauniveaus eine Driftbewegung in x -Richtung vollführen und eine Stromdichte j_x in x -Richtung bei Füllfaktor ν gegeben ist durch

$$j_x = \nu \frac{e^2}{h} E_y. \quad (2.62)$$

Integriert man die Stromdichte $j_x(y)$ über die gesamte Probenbreite w in y -Richtung, ist der Strom $I_x = \int_0^w j_x(y) dy$ mit dem Spannungsabfall $U_y = \int_0^w E_y(y) dy$ über die Probenbreite w verknüpft durch

$$I_x = \nu \frac{e^2}{h} U_y. \quad (2.63)$$

Daraus ergibt sich bei ganzzahligem Füllfaktor $\nu = i$ ein Hall-Widerstand $R_{xy} = U_y/I_x = h/(ie^2)$. Der Hallstrom im inkompressiblen Bereich fließt dissipationsfrei, denn die Stromkomponente steht senkrecht zum treibenden elektrischen Feld. Da bei ganzzahligen Füllfaktoren auch keine Zustände auf Höhe der Fermi-Energie vorhanden sind, sind auch keine Streuprozesse aus besetzten in unbesetzte Zustände möglich. Daher verschwindet der longitudinale Widerstand R_{xx} . Dissipation findet lediglich an zwei einander gegenüberliegenden Ecken in der Nähe der Kontakte statt, die in Abbildung 2.19 (d) durch Kreise

gekennzeichnet sind. Diese werden als „Hot spots“ bezeichnet und konnten experimentell nachgewiesen werden [55, 56].

Außerhalb der Plateaubereiche existieren keine großflächigen inkompressiblen Bereiche und das 2DES ist zusammenhängend kompressibel, so dass Dissipation überall in der Probe stattfinden kann. Der Rand einer Seite des 2DES wird demnach nicht länger ein einheitliches Potential besitzen, wodurch sich ein von Null verschiedener longitudinaler Widerstand ergibt. Auch der transversale Widerstand weicht von quantisierten Werten ab [54].

3. Anforderungskatalog und Herstellungsprozess für das Spitzenarray mit Einzelelektronen-Transistoren (SETs)

In diesem Kapitel wird der Herstellungsprozess der in dieser Arbeit entwickelten und verwendeten SET-Spitzen erläutert. Dazu werden im ersten Abschnitt 3.1 Realisierungen anderer Forschergruppen im Bereich der SET-Spitzen vorgestellt. Da die SET-Spitzen in unserem Fall vor allem bei Experimenten zur Untersuchung des Quanten-Hall-Effektes eingesetzt werden sollen, wird anschließend in Abschnitt 3.2 erörtert, welche Anforderungen an die SET-Spitzen gestellt werden. Abschnitt 3.3 stellt das gewählte Konzept überblicksartig dar, während in den drei darauffolgenden Abschnitten die Wahl einer geeigneten Heterostruktur, die Herstellung der Spitzen sowie die Aufbringung der SETs genauer erläutert werden.

3.1. Bisherige Realisierungen

Das Grundprinzip aller Rastersondenmikroskope besteht darin, mit einer Messsonde eine Probenoberfläche in zwei Raumrichtungen abzufahren und dabei einzelne, ortsaufgelöste Messpunkte aufzunehmen. Seit der Entwicklung des Rastertunnelmikroskops (RTM, engl. „Scanning Tunneling Microscope“, kurz „STM“) im Jahr 1982 durch G. Binnig und H. Rohrer [57] wurden zahlreiche Typen von Rastersondenmikroskopen vorgestellt, die sich vor allem darin unterscheiden, welche physikalische Größe hierbei das Messsignal darstellt und mit welchem Verfahren sie gemessen wird. Wichtige Vertreter sind hier z.B. das Rasterkraftmikroskop (RKM, engl. „Atomic Force Microscope“, kurz „AFM“) [58], das Magnetkraftmikroskop (MKM, engl. „Magnetic Force Microscope“, kurz „MFM“) [59], das Rasternahfeldmikroskop (engl. „Scanning Near-field Optical Microscope“, kurz „SNOM“) [60, 61], das „Scanning Capacitance“- Mikroskop [62], das „Scanning Kelvin Probe“-Mikroskop [63] sowie das „Electric-Field-Sensitive“-Mikroskop (kurz „EFM“) [64].

Letzteres dient zur ortsaufgelösten Messung elektrischer Potentiale. Martin *et al.* [64] konnte damit beispielsweise den Potentialverlauf in einem pn-Übergang qualitativ aufzei-

gen, jedoch erlaubt die begrenzte Empfindlichkeit dieses Verfahrens beispielsweise keine Detektion von Einzelladungen. Die dafür nötige Sensitivität wird von einem SET erreicht, dessen Einsatz allerdings in der Regel nur bei tiefen Temperaturen von maximal einigen Kelvin möglich ist. Je nach Strukturgröße des SETs werden oftmals sogar Temperaturen unter 1 K benötigt. In einigen bisherigen Experimenten wurden SETs ortsfest auf der Probenoberfläche aufgebracht [23, 25]. Für ein Abbilden der elektrostatischen Potenti- allandschaft mittels SET musste deshalb ein Weg gefunden werden, eine Mikroskopspitze herzustellen, an deren Ende sich ein SET befindet. Die erste Realisierung dieser Art gelang Yoo *et al.* [20] im Jahr 1997. Erst 2006 stellte Brenning *et al.* [65] ein weiteres Verfahren zur Spitzenherstellung mit SET vor. Diese beiden sehr unterschiedlichen Verfahren sollen nachfolgend kurz vorgestellt werden.

3.1.1. Das Herstellungs-konzept für SET-Spitzen von Yoo *et al.* [20]

Das Grundkonzept von Yoo *et al.* [20] besteht darin, eine Spitze aus verschiedenen Richtungen zu bedampfen, so dass Abschattungen durch die Spitze selbst ausgenutzt werden können, um die Elemente eines SETs, Source- und Drainelektroden sowie eine

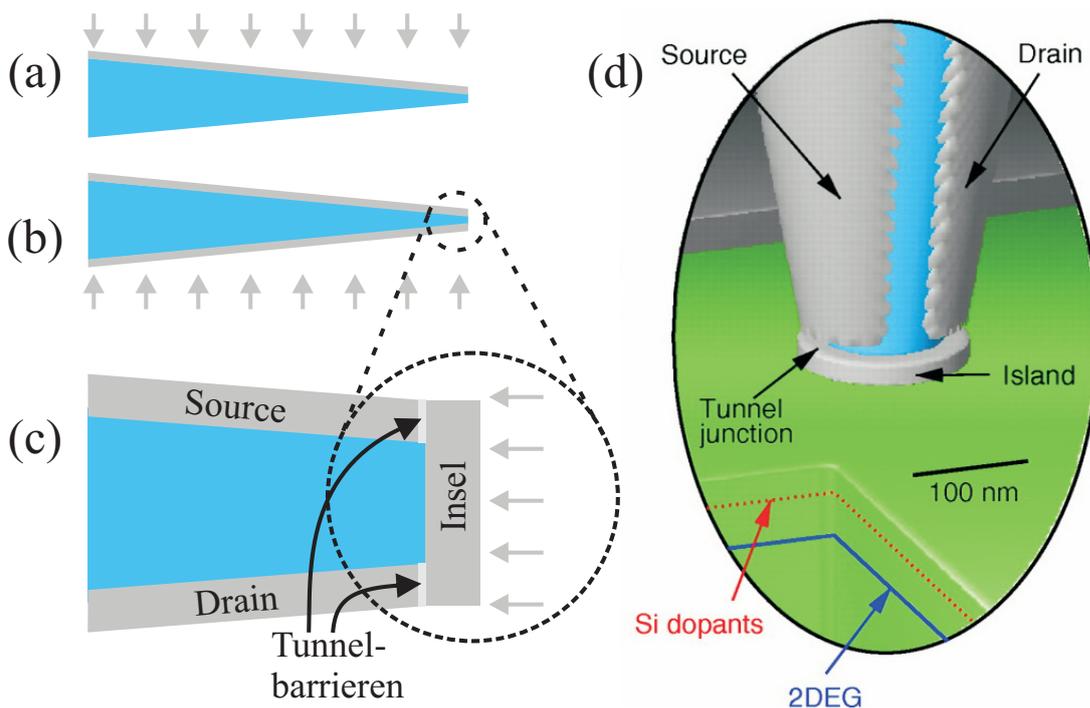


Abbildung 3.1.: SET-Spitze von Yoo *et al.* (a) Aufdampfen des Sourcekontakts auf die Spitzenvorderseite (b) Aufdampfen des Drainkontakts auf die Spitzentrückseite (c) Aufdampfen der Insel aufs Spitzenspitze (d) SET-Spitze beim Rastern einer modulationsdotierten (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur mit zweidimensionalem Elektronensystem (2DES). (Bild (d) aus Yoo *et al.* [20]).

Insel, zu erhalten. Dies wird von Yoo *et al.* als „natural shadowing“ bezeichnet.

Ausgangsmaterial für die Spitze ist eine Glasfaser. Wird diese lokal bis zum Schmelzen erhitzt und auseinandergezogen, verjüngt sie sich bis zu einem Durchmesser von ca. 100 nm, bevor sie reißt. Die Größe dieser Fläche am Spitzenende ist dabei entscheidend für die spätere Größe der SET-Insel. Bei der Herstellung des SETs wird die Glasfaser in zwei direkt aufeinanderfolgenden Aufdampfschritten von zwei Seiten (siehe Abb. 3.1 (a) und (b)) mit Aluminium bedampft. Das Aufdampfen aus zwei sich exakt gegenüber liegenden Richtungen lässt dabei zwei elektrisch separate Kontakte (Source und Drain) entlang der Faser entstehen, die bis zum Ende der Spitze reichen. Direkt im Anschluss erfolgt durch Sauerstoffzufuhr in die Prozesskammer eine „in-situ“-Oxidation, um die Tunnelbarrieren herzustellen. In einem letzten Schritt wird dann die Endfläche der Glasfaser senkrecht mit Aluminium bedampft, um hier die SET-Insel entstehen zu lassen (siehe Abb. 3.1 (c)). Abbildung 3.1 (d) zeigt schematisch die fertige SET-Spitze beim Abtasten einer Probenoberfläche.

3.1.2. Das Herstellungsverfahren von Brenning *et al.* [65]

Im Gegensatz zu Yoo *et al.* verwendet Brenning *et al.* [65] zur Herstellung seiner SET-Spitzen klassische Verfahren der Halbleitertechnologie. Ein Si-Wafer wird beidseitig mit einer 500 nm dicken Si_3N_4 beschichtet (siehe Abb. 3.2 (a)) und rückseitig durch ein

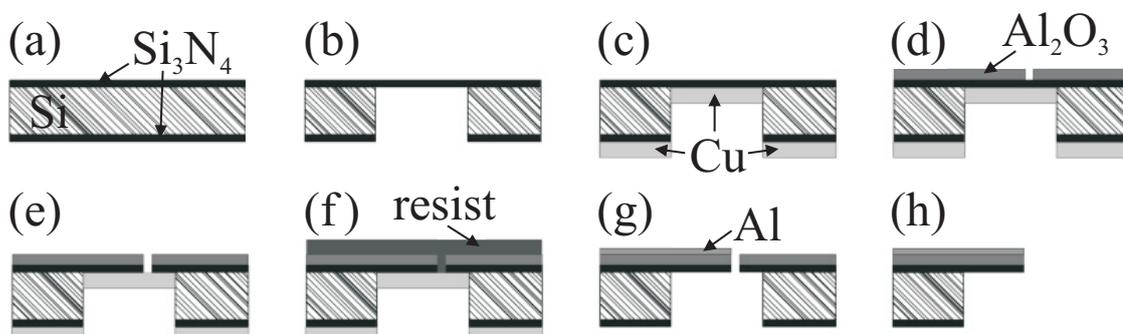


Abbildung 3.2.: Herstellungsverfahren von Brenning *et al.* [65], dargestellt im lokalen Schnitt durch einen Si-Wafer (Größenverhältnisse nicht maßstabsgerecht). (a) Im ersten Schritt wird ein Si-Wafer beidseitig mit Si_3N_4 beschichtet. (b) Der Wafer wird rückseitig lithographisch strukturiert und trocken- sowie nasschemisch geätzt, so dass auf der Vorderseite eine Si_3N_4 -Membran entsteht. (c) Die Membran wird durch eine zusätzliche Kupferschicht auf der Rückseite mechanisch stabilisiert. (d) Auf der Vorderseite wird mittels Lithographie, Bedampfung und Lift-Off eine Al_2O_3 -Maske in Cantilever-Form aufgebracht. (e) Die Maskengeometrie wird mittels RIE in die Si_3N_4 -Membran übertragen. (f) Ein Dreilagelack wird durch Elektronenstrahl-Lithographie mit der SET-Struktur beschrieben. (g) Die rückseitige Kupferschicht wird nasschemisch entfernt, der Lack entwickelt und als Schattenmaske bei der Winkelbedampfung des SETs verwendet. Anschließend wird der Lack durch Lift-Off entfernt. (h) Die Spitzen auf dem Wafer werden durch Sägen und Brechen vereinzelt.

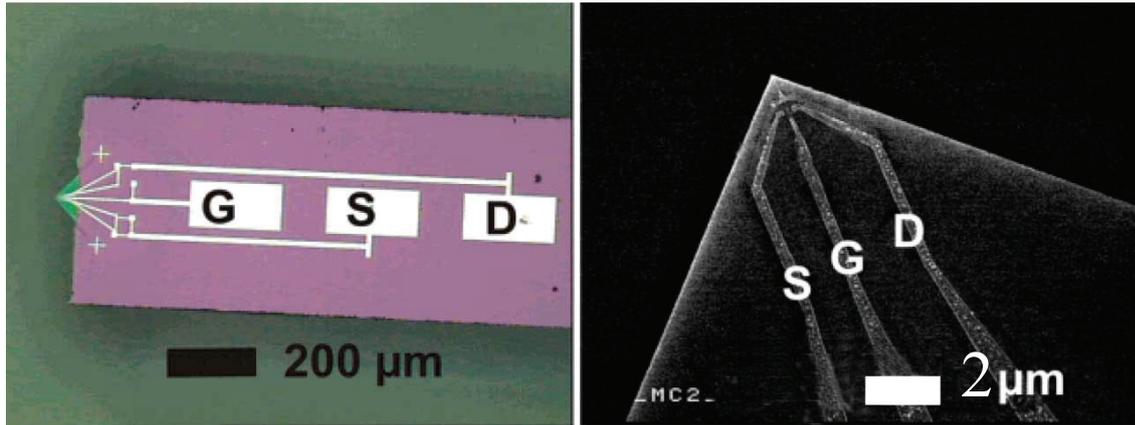


Abbildung 3.3.: SET-Spitze von Brenning *et al.* [65] (a) Aufnahme mit dem optischen Mikroskop. Am Ende des Cantilevers (lila) befindet sich die Si_3N_4 -Membran, auf dem der SET aufgedampft ist. (b) Rasterelektronenmikroskop-Aufnahme des SET an der Ecke der Membran.

Ätzfenster geätzt, so dass eine Si_3N_4 - Membran übrig bleibt (siehe Abb. 3.2 (b)), die für ein besseres Handling auf der Rückseite mit einer Kupferschicht verstärkt wird (siehe Abb. 3.2 (c)). Anschließend wird auf der Vorderseite der Membran eine Schicht aus Al_2O_3 abgeschieden (siehe Abb. 3.2 (d)) und mittels Elektronenstrahlolithographie als Ätzmaske für die Herstellung des Hebelarms (engl. „Cantilever“) strukturiert (siehe Abb. 3.2 (d)). Diese Struktur wird in einem Trockenätzprozess in die Membran übertragen (siehe Abb. 3.2 (e)). Nachdem damit die Spitzenherstellung abgeschlossen ist, kann auf der Vorderseite auf konventionellem Weg der SET hergestellt werden. Dazu wird ein hier aufgebrachter Dreilagelack mittels Elektronenstrahlolithographie mit den SET-Strukturen versehen (siehe Abb. 3.2 (f)). Nun kann die rückseitige Kupferschicht nasschemisch entfernt werden. Anschließend erfolgt das Aufbringen des SETs auf der Vorderseite durch Bedampfen mit Aluminium aus zwei Richtungen mit „in-situ“-Oxidation als Zwischenschritt und anschließendem Lift-Off (siehe Abb. 3.2 (g)). Da die Wafer-basierte Technologie auch die Herstellung mehrerer SET-Spitzen auf einem Wafer ermöglicht, muss abschließend noch eine Vereinzelung mittels Wafer-Säge erfolgen (siehe Abb. 3.2 (h)). In Abbildung 3.3 (a) ist eine Aufnahme durch ein optisches Mikroskop der gesamten Struktur zu sehen. Am Ende des lilafarbenen Cantilevers befindet sich die grüne Membranspitze, auf der der SET aufgedampft ist. Dieser ist im Rasterelektronenmikroskop-Bild in Abbildung 3.3 (b) gut zu erkennen.

3.2. Anforderungskatalog

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt zwei Herstellungsansätze für SET-Spitzen erläutert wurden, soll nun abgeschätzt werden, welche Anforderungen an SET-Spitzen insbesondere bei Potentialmessungen an einer Hallstruktur gestellt werden müssen und welche zusätzlichen Erweiterungen wünschenswert sind. Die bestehenden Verfahren werden mit diesen Anforderungen verglichen, um davon ausgehend ein eigenes Konzept zu entwickeln.

3.2.1. Die Aufgabenstellung: Potentialmessungen an einer Hallstruktur

Bereits bei der Entwicklung ist es wichtig, den späteren Haupteinsatzzweck der SET-Spitzen im Auge zu behalten, um hierfür ein möglichst geeignetes Konzept zu erarbeiten. In erster Linie sollen die SET-Spitzen zu Potentialmessungen an Hallstrukturen verwendet werden, die im Normalfall aus modulationsdotierten (AlGa)As/GaAs-Heterostrukturen hergestellt werden. Abbildung 3.4 zeigt eine typische Messanordnung. Eine oder mehrere Messspitzen mit jeweils einem SET am Ende befinden sich dabei in einem bestimmten Mindestabstand über der Probenoberfläche, die Potentiallandschaft hingegen liegt im 2DES der Heterostruktur und damit ebenfalls in einem bestimmten Abstand unterhalb der Probenoberfläche. Während für den Raum zwischen Spitze und Probenoberfläche die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r=1$ angenommen werden kann, nimmt diese innerhalb der Probe bei (AlGa)As/GaAs-Strukturen etwa den Wert $\epsilon_r=13$ an. Messungen an Hallstrukturen finden üblicherweise im Kryostaten bei tiefen Temperaturen zwischen wenigen mK und einigen K statt. Dabei kommen hohe Magnetfelder von typischerweise bis zu 20 T zum Einsatz.

3.2.2. Der Zusammenhang zwischen Auflösung und Größe der SET-Insel

Wichtigstes Kriterium eines jeden Mikroskopes ist sicherlich dessen räumliches Auflösungsvermögen. Übertragen auf den Scanning-SET wird dieses durch den minimalen

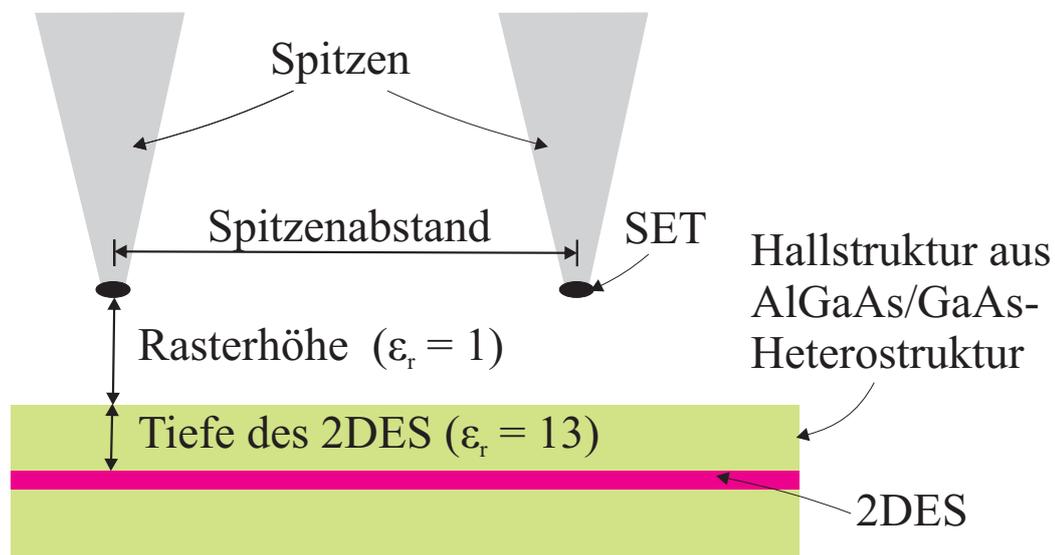


Abbildung 3.4.: Grundsätzliche Messanordnung für Potentialmessungen an einem 2DES mittels SET: Eine oder mehrere Messspitzen mit SET am Ende befinden sich in einem gewissen Abstand über einer Probe. Diese ist in der Regel eine Hallstruktur, die aus einer (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur gefertigt wurde.

Abstand zwischen zwei Punktladungen mit der Ladung q festgelegt, die getrennt aufgelöst werden können.

In Bild 3.5 ist schematisch das Summenpotential zweier (identischer) Ladungen dargestellt, die sich im Abstand a auf der x -Achse in der Höhe $z = 0$ befinden. In dieser Höhe lassen sich die Ladungen gut an den Stellen $x = -0,5a$ und $x = +0,5a$ identifizieren. Wird die Messung jedoch nicht mehr bei $z = 0$, sondern weiter oben durchgeführt, werden nicht nur die Messsignale flacher, zudem wird die Abgrenzung der beiden Ladungen immer schwieriger. Ab einer Höhe von ca. $z \approx 0,6a$ können die beiden Ladungen nicht mehr getrennt aufgelöst werden.

Auch an einem weiteren Beispiel lässt sich die Reduktion der Auflösung mit steigendem Rasterabstand erkennen. Dazu wird ein idealisierter Potentialsprung in einer Ebene von 0 auf 1 V entlang der Scanrichtung (festgelegt als x -Achse) betrachtet, wie in Abbildung 3.6 (a) schematisch dargestellt. Werden keinerlei Objekte in der Umgebung der Anordnung angenommen, verlaufen die elektrischen Feldlinien entlang von Halbkreisen mit gemeinsamem Mittelpunkt an der Potentialsprungstelle, die Äquipotentiallinien verlaufen von der Sprungstelle ausgehend sternförmig. Bewegt sich nun eine Spitze in geringer Höhe über die Oberfläche, so werden die Äquipotentiallinien alle in unmittelbarer Umgebung

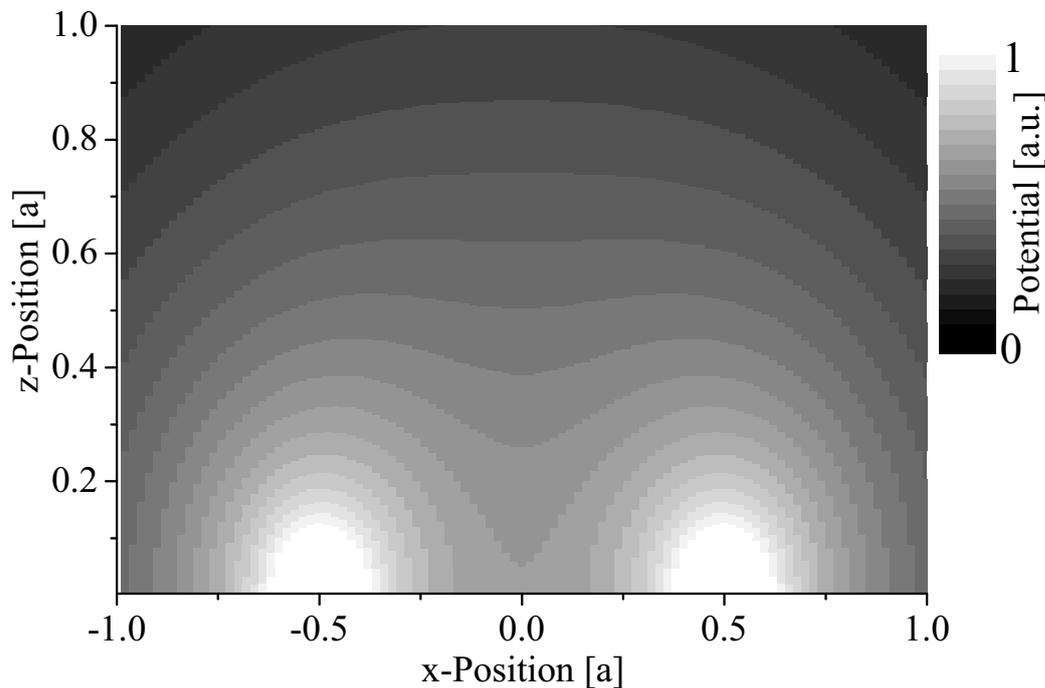


Abbildung 3.5.: Die elektrostatische Potentialverteilung in der Umgebung zweier identischer Ladungen, die im Abstand a voneinander bei $x = -0,5a$ und $x = +0,5a$ in der Höhe $z = 0$ angeordnet sind. Mit ansteigender Messhöhe z wird die räumliche Trennung der Ladungsträgerposition immer schwieriger und ist ab $z \approx 0,6a$ nicht mehr auflösbar.

der Potentialsprungstelle überschritten, so dass der messtechnisch als Anstiegsbreite festgelegter Potentialsprung von 10% (entspricht 0,1 V) auf 90% (entspricht 0,9 V) des Signals ebenfalls nur wenig Breite einnimmt. Für Messungen, bei denen die Spitze in größerer Höhe über die Probe hinwegbewegt wird, werden die 0,1 V- und 0,9 V-Äquipotentiallinien weiter voneinander entfernt überschritten. Die 10%-90%-Anstiegsbreite $\Delta x_{10\%/90\%}$ errechnet sich in Abhängigkeit von der Scanhöhe h nach

$$x_{10\%/90\%} = h \times \left(\frac{1}{\tan(0,1 \times 180^\circ)} - \frac{1}{\tan(0,9 \times 180^\circ)} \right) \approx 6.2 h. \quad (3.1)$$

Ein unendlich schmaler Potentialsprung erscheint in der Messung demnach auf ca. das sechsfache der Scanhöhe verbreitert. Beim Rastern über eine Probe ist demnach unbedingt auf einen geringen Abstand der Messsonde zur Potentialebene zu achten.

Bei Messungen an einer Hallstruktur tritt hierbei jedoch bereits durch die Probengeometrie ein limitierender Faktor auf, da sich das 2DES nicht an der Probenoberfläche, sondern mindestens 40 nm, typischerweise sogar ca. 100 nm darunter befindet. Selbst bei einer idealisierten Scanhöhe von 0 über der Probenoberfläche muss demnach der Mindestabstand zweier getrennt detektierbaren Ladungen das 1,5fache der Tiefe des 2DES betragen, was bei einem 100 nm tiefen 2DES eine Auflösung von 150 nm bedeutet. Eine scharfe Potentialstufe wird in diesem Fall sogar auf mehr als 600 nm verbreitert.

In beiden Beispielen wird davon ausgegangen, dass sich das Potential exakt an einem bestimmten Ort messen lässt. Dazu wäre jedoch eine unendlich kleine Messsonde nötig, die zudem die Feldverteilung im Raum nicht beeinflusst. Tatsächlich jedoch wird eine leitende und auch räumlich ausgedehnte SET-Insel zu einer Verbiegung der elektrischen Feldlinien und damit zu einer weiteren Reduktion der Auflösung führen. Diese sollte vernachlässigbar sein, so lange die Ausmaße der Insel kleiner sind als die durch die Tiefe des 2DES begrenzte Auflösung.

Weiterhin gilt es zu berücksichtigen, dass der SET nicht potentialfrei, sondern mit definierter Source- und Drainspannung sowie einer kapazitiv angekoppelten Insel in die Nähe der zu untersuchenden Potentialebene gebracht wird. Große Potentialunterschiede zwischen Probe und Spitze könnten die Potentiallandschaft empfindlich stören. Im Gegensatz zur „Electric-Force-Microscopy“-Technik, bei der eine gewissen Spannung zwischen Spitze und Probe zwingend erforderlich ist, kann bei der Messung mittels SET ein Abgleich durchgeführt werden, so dass für den SET ein Arbeitspunkt gefunden wird, an dem diese Spannungsdifferenz minimal wird und vernachlässigt werden kann.

Für die SET-Spitzen bedeuteten diese Überlegungen, dass zum einen bei der Konstruktion ein Inseldurchmesser im Bereich von 100 nm bis 150 nm angestrebt werden sollte, zum anderen bei der Durchführung der Scans der Abstand zwischen Spitze und Probenoberfläche so gering wie möglich gehalten werden muss. Eine Auflösung im Bereich von 200 nm erscheint unter diesen Umständen realistisch.

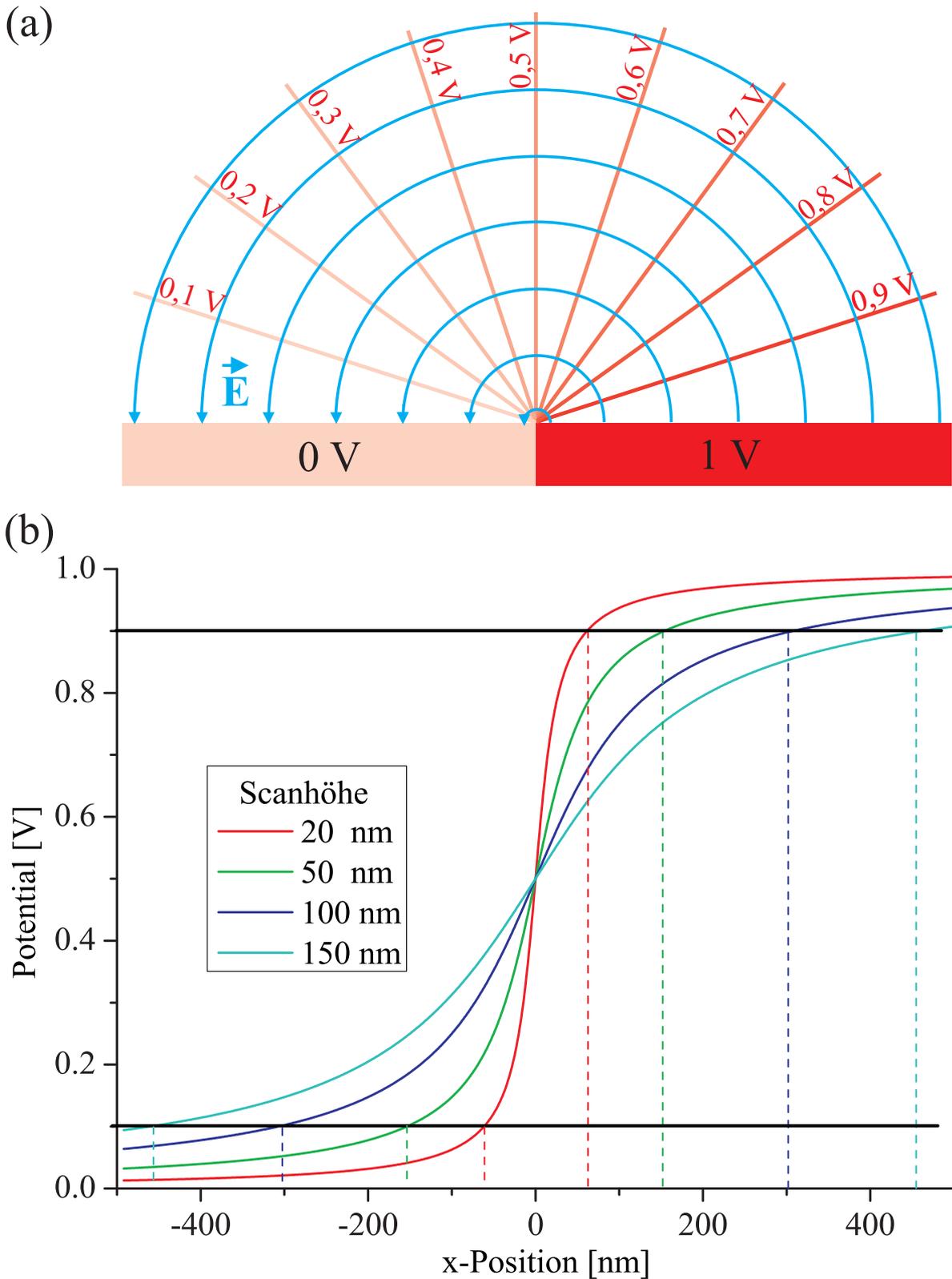


Abbildung 3.6.: Auflösung eines Potentialsprungs in einer Oberfläche in Abhängigkeit von der Abtasthöhe. (a) Verteilung der elektrischen Feld- und Äquipotentiallinien in der Umgebung eines Potentialsprungs von 0 V auf 1 V. (b) Darstellung des Potentials entlang der Abtastrichtung x für verschiedene Abtasthöhen.

3.2.3. Abstand benachbarter SET-Spitzen im Array

Neben der Auflösung werden jedoch noch weitere Anforderungen an den Scanning-SET gestellt. Wie bereits einführend in Kapitel 1 erwähnt, hat diese Arbeit das Ziel, ein SET-Array, also mehrere SETs nebeneinander herzustellen, um so zeitkorrelierte Messungen durchführen zu können. Auch zur Identifikation einzelner lokalisierter kompressibler und inkompressibler Bereiche innerhalb des 2DES durch lokale dielektrische Messungen ist eine SET-Spitze alleine nicht ausreichend. Zur Detektion darf der Abstand zwischen den nebeneinander angeordneten Spitzen jedoch nicht größer sein als die lokalen Inhomogenitäten im 2DES, die typischerweise eine Ausdehnung bis zu mehreren μm annehmen können. Demnach wird gefordert, dass der Spitzenabstand im Array maximal ebenfalls nur wenige μm betragen sollte.

3.2.4. On-Chip-Verstärkung und Integration in Hochfrequenzschaltungen

Die hohe Empfindlichkeit eines SETs wird nur in Kombination mit einer geeigneten Messelectronik erreicht, welche eine störungsarme Handhabung der auftretenden Spannungen und Ströme erlaubt. Die angelegte Source-Drain-Spannung wie auch der resultierende Strom durch den SET sind in der Regel sehr gering. Sie lassen sich durch die Ladeenergie E_C und die Tunnelwiderstände R_T abschätzen:

Die Tunnelbarrieren eines metallischen SETs werden üblicherweise mittels Oxidation erzeugt. Aufgrund der mit steigender Dicke der Barriere exponentiell fallenden Tunnelwahrscheinlichkeit liegt die Oxiddicke für messtechnisch sinnvolle Tunnelwiderstände im Bereich zwischen $10\text{ k}\Omega$ und $1\text{ M}\Omega$ stets im Bereich von ca. 1 nm bis 2 nm . Die Länge und Breite der Tunnelbarriere wird jedoch zumeist mittels Elektronenstrahlolithographie und Winkelbedampfung strukturiert. Hier werden typischerweise Maße größer $50\text{ nm} \times 50\text{ nm}$ erzielt. Diese Abmessungen führen zu verhältnismäßig großen Kapazitäten von einigen 10^{-16} F zwischen der Insel und den Source- und Drainkontakten und damit zu einer Ladeenergie $E_c = e^2 / (2C_\Sigma)$ in der Größenordnung von $100\ \mu\text{eV}$. Damit ist bei einer Messung eine Wechselspannung zwischen Source und Drain im Bereich weniger μV nötig, woraus typischerweise ein Wechselstrom von maximal einigen 10 pA resultiert.

Dieser geringe Strom muss vor einer Messung verstärkt werden. Diese Verstärkung findet jedoch bislang stets außerhalb des Kryostaten statt, so dass der unverstärkte Strom zunächst einen langen Weg von mehreren Metern zurücklegen muss. Störsignale, die vor der Verstärkung eingefangen werden, werden mitverstärkt. Ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis der Gesamtschaltung wäre erreichbar, wenn die Verstärkung des Stroms direkt im Kryostaten geschieht. Idealerweise wird ein Konzept gefunden, das eine Verstärkerschaltung mit dem SET auf einem Chip ermöglicht.

Die Möglichkeit, zusätzliche elektrische Schaltungen in der Nähe des SETs zu integrieren, eröffnet zudem weitere Anwendungsmöglichkeiten. Beispielsweise ist der Einsatz des SETs als variabler Widerstand in einem elektrischen Schwingkreis denkbar, wodurch schnellere Potentialänderungen mittels SET detektierbar werden [66].

3.2.5. Schutz der SETs vor elektrostatischer Aufladung

Da die Tunnelbarrieren der SETs durch elektrische Entladungen leicht zerstört werden können, ist es vorteilhaft, Source- und Drainkontakt miteinander kurzzuschließen, wenn der SET gerade nicht verwendet wird. Bislang wurde dies oft durch eine zusätzliche Leiterbahn realisiert, die Source und Drain miteinander verbindet und einmalig direkt vor der Verwendung des SET durchgekratzt wird. Da dieser Vorgang irreversibel ist, wäre ein „normally-on“-Transistor wünschenswert, der Source und Drain kurzschließt und bei Bedarf elektrisch geöffnet werden kann.

3.2.6. Hohe Ausbeute und Reproduzierbarkeit

Insbesondere wenn mehrere SETs in einem Array in korrelierten Messungen eingesetzt werden sollen, sollten bereits bei der Wahl eines Herstellungsprozesses darauf geachtet werden, dass die Spitzen eines Arrays untereinander ähnlich sind, d.h. möglichst ähnliche geometrische, elektrische und mechanische Eigenschaften besitzen.

Weiterhin sollten parasitäre, nicht kontaktierte Metallflächen bei der Herstellung möglichst vermieden werden, da hier unerwünschte Ladungsträgerfluktuationen auftreten können, die vor allem in der Nähe der Insel aufgrund der großen Empfindlichkeit des SETs zu einer gravierenden Störung der Messung führen.

Abschließend soll angemerkt werden, dass nicht nur die vielfältigen Einsatzmöglichkeiten sondern auch die Tatsache, dass der Umgang mit einem Scanning-SET-Mikroskop erst gelernt und trainiert werden muss, zu einem größeren Bedarf an SET-Spitzen führen können. Bei der Wahl des Herstellungsprozesses sollen demnach aufwändige Prozessschritte mit hohen Ausschussquoten nach Möglichkeit vermieden werden. Der Einsatz von bekannten Standardverfahren wird bevorzugt.

3.2.7. Vergleich mit dem Fertigungsprozess nach Yoo *et al.* [20]

Vergleicht man den Herstellungsprozess von Yoo *et al.* mit den soeben formulierten Anforderungen, so fällt auf, dass die erreichbare Auflösung dieser Anordnung den Anforderungen zur Messung der Potentiallandschaft in einer Hallstruktur ausreicht. Zum einen beträgt der Spitzendurchmesser nur ca. 100 nm, zum anderen erlaubt die Lage der SET-Insel am Spitzeneende, dass die Insel im Abstand von wenigen nm über die Probenoberfläche geführt werden kann. Versucht man das Herstellungsverfahren jedoch zur

Fabrikation von Spitzen-Arrays anzuwenden, ist mit einigen Schwierigkeiten zu rechnen. So ist der minimale Spitzenabstand durch den Durchmesser der einzelnen Glasfasern beschränkt, zudem müsste auch darauf geachtet werden, dass sich die Source- und Drainkontakte zweier nebeneinanderliegender Spitzen nicht berühren, da dies zu Kurzschlüssen führen würde. Für eine geringe Abtasthöhe müssen zudem alle Spitzen gleich lang sein. Insgesamt erscheint das Verfahren von Yoo *et al.* deshalb nicht zur Herstellung von Spitzen-Arrays geeignet. Da dieser Ansatz nicht waferbasiert ist, entfällt zudem die Möglichkeit, zusätzliche Elektronik wie z.B. Verstärkungs- oder Kurzschlusschaltungen direkt neben dem SET zu fertigen.

3.2.8. Vergleich mit dem Fertigungsprozess nach Brenning *et al.* [65]

Im Gegensatz zu Yoo *et al.* verwendet Brenning *et al.* ganz bewusst Standardprozesse der Halbleitertechnologie, um Ausbeute und Reproduzierbarkeit zu verbessern. Allerdings werden dabei keine echten Spitzen, sondern SETs an der Ecke einer 500 nm dicken Si_3N_4 -Membran hergestellt. Die SET-Insel befindet sich dadurch auch nicht an der Stirnseite der Spitze, sondern lediglich am Rand der Membran, und wird bis zur Ecke geführt. Dadurch ergibt sich eine am Ende schmale Insel, die jedoch knapp 1 μm lang ist. Bei einer Messung wäre es deshalb falsch anzunehmen, dass bloß das Inselende eine Kapazität mit der Probenoberfläche bildet. Vielmehr wird die gesamte Oberfläche der Insel kapazitiv an die Probe ankoppeln, was durch die große Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 8$ von Si_3N_4 verstärkt zum Tragen kommt.

Sollen nun mit dieser Methode mehrere Spitzen unmittelbar nebeneinander im Abstand von wenigen μm hergestellt werden, müssten die SETs nicht länger an der Ecke einer Membran, sondern stattdessen an einer Membrankante angeordnet werden. Zwar ließe sich das SET-Design sicherlich in der Breite ausreichend reduzieren, um die SETs nahe genug nebeneinander anordnen zu können, jedoch ist davon auszugehen, dass wiederum aufgrund des großen ϵ_r sowie der großen Inselflächen auf der Membran ein starkes Übersprechen der SETs untereinander auftreten wird. Dies könnte dadurch reduziert werden, indem die Membran in einzelne, wenige μm breite Streifen für jeden SET unterteilt wird. Es ist jedoch fraglich, ob diese sehr schmalen Streifen nicht durch den abschließenden Lift-Off-Prozess zerstört werden würden.

Als Ausgangsmaterial verwendet Brenning *et al.* einen Si-Wafer. Die Fertigung von zusätzlichen Transistoren auf diesem Wafer, z.B. zur Signalverstärkung, ist zwar denkbar, jedoch sind zur Si-Prozessierung kaum Erfahrungen hier in der Abteilung vorhanden. Zudem stellt sich die Frage, ob eine Si-basierte Elektronik bei den im Kryostat vorherrschenden Temperaturen von wenigen mK überhaupt funktionieren würde. Für „High-Electron-Mobility“-Transistoren (HEMTs) aus modulationsdotierten $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostrukturen ist die Einsatzfähigkeit auch bei diesen Temperaturen bekannt.

3.3. Herstellungskonzept

Nachdem die im vorangegangenen Abschnitt aufgezeigten Anforderungen weder durch SETs nach den von Yoo *et al.* oder Brenning *et al.* entwickelten Verfahren vollständig erfüllt werden können, soll nun ein eigenes Konzept entwickelt werden, das sich insbesondere zur Herstellung von SET-Arrays eignet. Um eine einfache, schnelle und reproduzierbare Fertigung zu ermöglichen, wird dabei ein Wafer-basiertes Verfahren angestrebt, so dass so weit wie möglich Standardverfahren der Halbleitertechnologie verwendet werden können. Der Wunsch, zusätzliche elektronische Schaltungen in unmittelbarer Nähe zu den SET-Spitzen anordnen zu können, lässt sich durch die Verwendung einer III-V-Halbleiter-Heterostruktur erfüllen, die auf einfache Weise z.B. die Herstellung von HEMTs erlaubt. Von diesen ist die Funktionsfähigkeit auch für tiefe Temperaturen bekannt. Die in der Abteilung vorhandenen Kenntnisse und Technologien zu (AlGa)As/GaAs-Heterostrukturen legen die Verwendung dieses Materialsystems nahe.

3.3.1. Lage der Spitzen auf dem Wafer

Nach der Entscheidung für eine (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur als Ausgangsmaterial für die Spitzen muss im nächsten Schritt die Orientierung der Spitzen auf dem Wafer festgelegt werden. Zwei grundlegende Möglichkeiten stehen dabei zur Auswahl: Die Spitzen können entweder senkrecht aus der Waferebene herauszeigen oder aber in ihr liegen. Konventionelle monolithische AFM-Spitzen werden üblicherweise aus einem Si-Wafer herausgeätzt und zeigen aus der Waferebene heraus (z.B. [67, 68]). Dadurch kann der dazu senkrecht stehende und oft mehrere 100 μm lange Cantilever, dessen Verbiegung beim AFM entweder mittels Laser oder durch Messung der Resonanzfrequenz mittels des intrinsischen piezoresistiven Effektes bestimmt wird, in der Waferebene liegen und problemlos an einem Stück gefertigt werden. Bei den SET-Spitzen ist das Messsignal jedoch unmittelbar elektrisch vorhanden, was das Auslesen der Verbiegung eines Cantilevers und damit den Cantilver selbst überflüssig macht. Eine Anordnung der Spitzen in der Waferebene erscheint vorteilhaft, da sie hier direkt lithographisch strukturiert werden können. Zudem liegen Source- und Drainkontakte ebenfalls vollständig in der Waferebene und müssen nicht auf dem Weg zwischen Bondpad und Spitzenende um die Ecke geführt werden. Eine Herausforderung bei der Fertigung von Spitzen in der Waferebene besteht allerdings darin, diese vom Wafer freizustellen, da hierbei das Wafermaterial unterhalb der Spitzen entfernt werden muss. Die Problematik freistehender Strukturen wurde in der Literatur jedoch bereits vielfältig behandelt und wird üblicherweise durch eine unterhalb der eigentlichen Struktur angeordneten Opferschicht gelöst, die mittels nass- [69, 70] oder trockenchemischer [71] Ätzverfahren selektiv entfernt wird. Es erscheint deshalb vorteilhaft, die Spitzen in der Waferebene anzuordnen.

3.3.2. Anordnung der Source- und Drainkontakte des SETs auf der Spitze

Eine große Herausforderung bei der Herstellung von SETs auf Spitzen besteht darin, auf einer schmalen, dreidimensionalen Spitze gleichzeitig Source- und Drainkontakt ohne Kurzschluss bis zur SET-Insel am Spitzenende zu führen. Lackbasierte Standardprozesse (üblicherweise bestehend aus Belackung, Elektronenstrahlolithographie, Bedampfung und Lift-Off), wie beispielsweise von Brenning *et al.* eingesetzt, sind auf schmalen Spitzen im μm oder gar sub- μm -Bereich nicht einsetzbar. Zum einen kann aufgrund der dreidimensionalen Geometrie keine gleichmäßige Belackung erwartet werden, zum anderen ist die mechanische Stabilität der Spitze zu gering, als dass diese den auftretenden Oberflächenspannungen vor allem beim Abtrocknen von Lösungsmittel widerstehen könnte.

Yoo *et al.* verzichtet konsequent auf derartige Prozesse und bedampft die Spitze aus zwei gegensätzlichen Richtungen, so dass die Abschattung durch die Spitze selbst auf Vorder- und Rückseite zwei elektrisch getrennte Kontakte entstehen lässt. Versucht man jedoch gedanklich, dieses Prinzip auf einen waferbasierten Ansatz zu übertragen, stellt man fest, dass hier der rückseitige Kontakt (vgl. Bild 3.7 (a)) kaum realisierbar ist, da er an der Seitenkante des Wafers entlang auf die Waferrückseite geführt werden müsste. Auch zwei Kontakte auf der linken und rechten Seite der Spitze (vgl. Bild 3.7 (b)) lassen sich nicht ohne Probleme bis zu Bondpads auf dem Wafer führen. Für einfach herstellbare und zuverlässige Source- und Drainkontakte sollten sich idealerweise beide auf der Wafervorderseite befinden, wie dies in Bild 3.7 (c) dargestellt ist.

3.3.3. Fertigungskonzept

Die Fertigung zweier Kontakte auf der Spitzenvorderseite lässt sich jedoch nicht durch Lithographie, Bedampfen und anschließendem Lift-Off erreichen, da auf freistehenden Spitzen keinerlei lack- und flüssigkeitsbasierte Prozesse zulässig sind. Ähnlich wie bei Yoo *et al.* sollen die beiden Kontakte eines SETs sowie Kontakte zwischen benachbarten SETs durch Abschattungseffekte während des Aufdampfens separat entstehen.

Dies kann durch einen Graben in der Mitte jeder Spitze erreicht werden, der als erster Prozessschritt hergestellt wird und lediglich halb so tief wie die Dicke der Heterostruktur oberhalb der Opferschicht ist, gefolgt von äußeren Kontaktleiterbahnen und Bondpads (siehe Abb. 3.8 (a)). Erst anschließend wird die Spitzengeometrie in die Heterostruktur übertragen, indem die umliegende Fläche weggeätzt wird (siehe Abb. 3.8 (b)). Durch selektives Ätzen der Opferschicht unterhalb der Spitzen werden frei über dem Wafer stehende Spitzen erzeugt. Durch Ritzen und Brechen des Wafers unterhalb der Spitzen (siehe ebenfalls Abb. 3.8 (b)) wird erreicht, dass die Spitzen frei über die Bruchkante hinausragen. Anschließend kann der SET aufgedampft werden. Als erster Schritt wird dabei Aluminium unter einem Winkel zur Probennormalen so aufgedampft (siehe Abb. 3.8 (c) ①), dass die rechte Grabenwand sowie Teile des Grabenbodens unbedampft

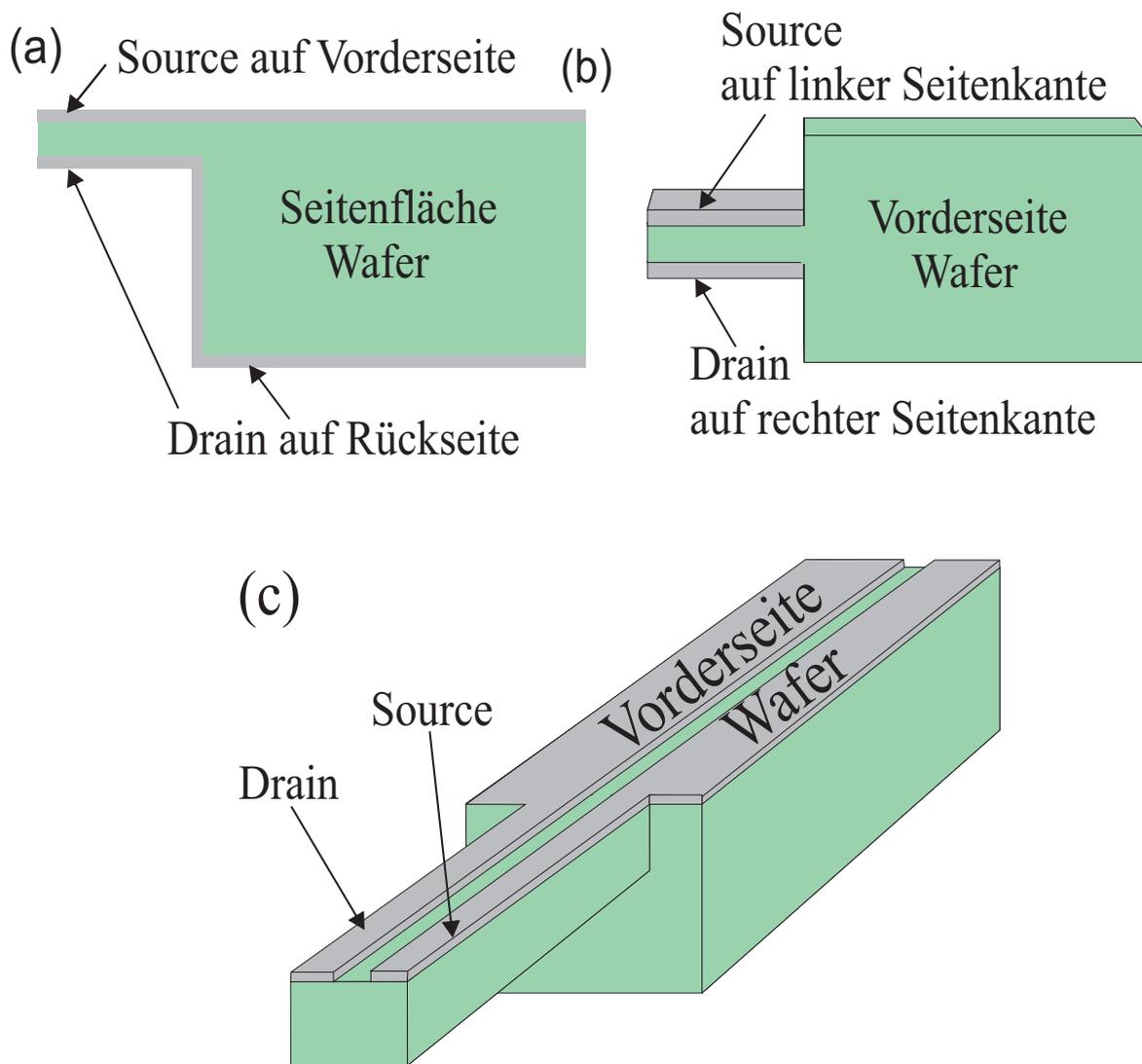


Abbildung 3.7.: Drei Varianten zur Anordnung der Source- und Drainkontakte eines SETs auf einer Spitze: (a) Verwendung von Vorder- und Rückseite der Spitze und des Wafers, (b) Nutzung der beiden Seitenkanten, (c) Anordnung lediglich auf der Vorderseite des Wafers.

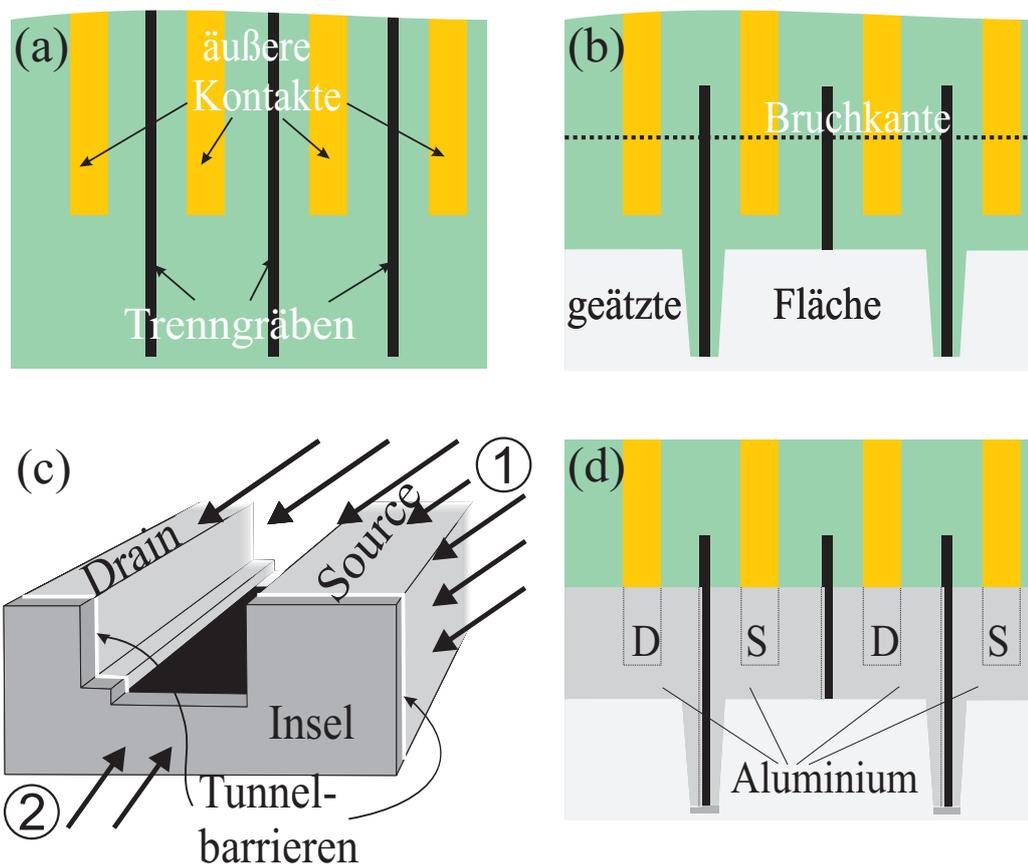


Abbildung 3.8.: Konzept zur Herstellung der Spitzenarrays: (a) Fertigung von Trenngräben zur Separierung der im späteren Prozess herzustellenden Source- und Drainkontakte. Weiterhin Fertigung von äußeren Kontakten (Leiterbahnen und Bondflächen). (b) Ätzen, Unterätzen und Freibrechen der Spitzen. (c) Herstellung der SETs durch Bedampfung der Spitzen aus verschiedenen Richtungen. (d) Ansicht der fertigen SET-Spitzen von oben mit den Source- und Drainkontakten aus Aluminium, die die Insel am Spitzenende kontaktieren.

bleiben und zwei separate Kontakte entstehen. Durch eine anschließende Oxidation des Aluminiums werden die Tunnelbarrieren hergestellt, bevor zum Schluß die SET-Insel aufs Spitzenende aufgedampft wird (siehe Abb. 3.8 (c) ②).

Diese Abfolge stellt das gewählte Konzept überblicksartig dar. Einige Probleme werden dabei noch nicht berücksichtigt. So muss das Entstehen von Tunnelbarrieren zwischen den Kontakten zweier nebeneinanderliegender Spitzen vermieden werden, um elektrisch unabhängige SET-Spitzen zu erhalten. Auch die Abschattung mittels Graben sollte für eine große Zuverlässigkeit dieses Prinzips nicht beliebig lang gewählt werden. Derartige Probleme sind durch eine geeignete Wahl der Geometrie lösbar, auf die im folgenden Abschnitt bei der Vorstellung der Einzelprozesse genauer eingegangen wird.

3.4. Die (AlGa)As-Heterostruktur zur Spitzenherstellung

Der Wahl einer geeigneten Heterostruktur kommt eine besondere Bedeutung zu, da hierdurch bereits einige wichtige Parameter des SETs festgelegt werden. So bestimmt beispielsweise die Dicke der Heterostrukturlagen die Breite der SET-Insel.

Abbildung 3.9 zeigt den gewählten Schichtaufbau. Als Substrat wird ein semiisolierender [100]-GaAs-Wafer verwendet, auf dem mittels Molekularstrahlepitaxie zuerst eine 500 nm dicke Opferschicht aus $\text{Al}_{0,7}\text{Ga}_{0,3}\text{As}$ aufgebracht wird. Auf diese wird dann die eigentliche Heterostruktur mit einer Dicke von 150 nm aufgewachsen, bestehend aus (von unten nach oben) 5 nm GaAs, 30 nm Si-dotiertem $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$, 30 nm undotiertem $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$, 20 nm GaAs, 15 nm undotiertem $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ -Spacer, 45 nm Si-dotiertem $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$, sowie einer 5 nm dicken Deckschicht aus GaAs.

Der gewählte Schichtaufbau weist einige Besonderheiten auf:

Opferschicht:

So befindet sich unterhalb der Heterostruktur eine 500 nm dicke Opferschicht. Wird diese selektiv entfernt, kann die Heterostruktur im nachfolgenden Prozess vom Wafer teilweise abgelöst werden, so dass freistehende Spitzen entstehen. Yablonovitch *et al.* [70] zeigte, dass Flußsäure (engl. „hydrofluoric acid“, kurz „HF“) mit einer Konzentration von 48% $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ nur für Aluminiumkonzentrationen $x \geq 0,4$ ätzt. Während die Ätzrate bei $x = 0,4$ nur ca. 1,5 Å/h beträgt, liegt sie bereits bei $x = 0,5$ um mehrere Größenordnungen darüber und steigt mit größer werdendem Aluminiumgehalt weiter an. Für reines AlAs beträgt sie ca. 1 mm/h, was zielgenaues Ätzen von wenigen μm aufgrund des kurzen Zeitfensters erschwert. In Vorversuchen konnte zudem festgestellt werden, dass reines AlAs bereits nach einer Stunde an Luft so stark oxidiert ist, dass es nicht mehr von HF geätzt werden kann. Um dies zu vermeiden und um

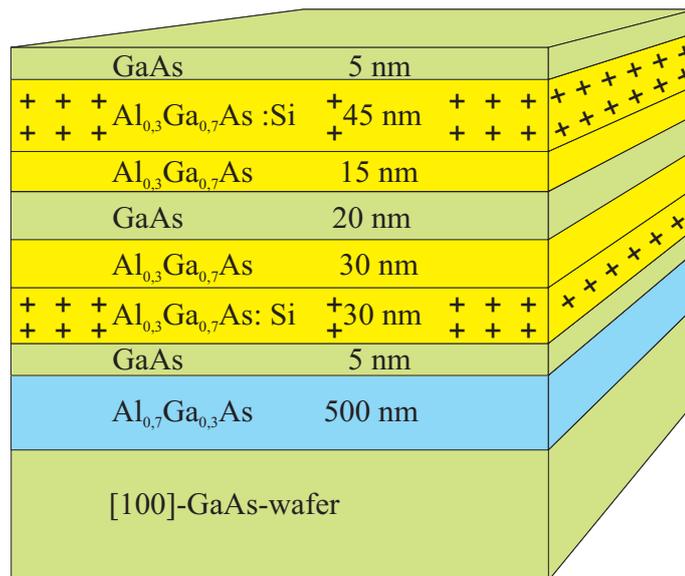


Abbildung 3.9.: Aufbau der zur Herstellung der SETs verwendeten modulationsdotierten (AlGa)As/GaAs-Heterostruktur (Wafer-Nr. 81689 und 81732¹, gewachsen am MPI-FKF).

neben einer hohen Selektivität gegenüber dem Al_{0.3}Ga_{0.7}As/GaAs der Heterostruktur auch eine kontrollierbare Ätzgeschwindigkeit zu erhalten, wurde für die Opferschicht deshalb ein Aluminiumgehalt von $x = 0,7$ gewählt, so dass diese aus Al_{0.7}Ga_{0.3}As besteht.

Symmetrie der Heterostruktur:

Die Heterostruktur zwischen Opferschicht und Oberfläche ist symmetrisch zu ihrer Mitte. Obwohl sich die Gitterkonstanten von Al_{0.3}Ga_{0.7}As ($a = 5.6555 \text{ \AA}$) und GaAs ($a = 5,6533 \text{ \AA}$) lediglich um 0,04 % voneinander unterscheiden, kommt es zu geringen mechanischen Verspannungen in der Heterostruktur. Bei einem nicht-symmetrischen Aufbau würde sich eine unterstützte und damit freistehende Heterostruktur auf die GaAs-reichere Seite biegen, da dieses die geringere Gitterkonstante aufweist. Für andere, weitaus stärker verspannte Materialsysteme wie (InGa)As/GaAs [72, 73], SiGe/Si [74, 75] oder (InGa)P [75] kann dieses Prinzip sogar zur Herstellung von aufgerollten Strukturen genutzt werden. Der Durchmesser der aufgerollten Strukturen ist dabei indirekt proportional zur Verspannung [72], so dass für (AlGa)As/GaAs keine starken Verbiegungen oder gar ein Aufrollen zu erwarten ist. Um aber jegliche Verbiegungen zu vermeiden, bietet sich ein symmetrischer Aufbau der Heterostruktur an. Hier können sich mechanische Spannungen oberhalb und unterhalb der Mitte gegenseitig kompensieren, so dass keinerlei Verbiegung zu beobachten sein sollte.

¹Nachdem Wafer 81689 vollständig aufgebraucht worden war, wurde mit Nr. 81732 ein Nachfolgewafer mit identischem Schichtaufbau hergestellt und für die weiteren Experimente verwendet. An beiden Wafern wurde keine Bestimmung von Ladungsträgerkonzentration n_S oder Ladungsträgerbeweglichkeit μ_n durchgeführt. Wafer 81689 wurde beim Einfahren der Anlage nach einer Kammeröffnung gefertigt, so dass hier μ vermutlich schlecht ist. So wies der 5 Tage zuvor gefertigte Wafer 81686 mit ähnlichem Schichtaufbau (300 nm Al_{0.7}Ga_{0.3}As statt 500 nm Opferschicht) $\mu_n \approx 6000 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$ und $n_S \approx 1,77 \cdot 10^{12} /(\text{cm}^2)$ auf.

Verzicht auf Übergitter:

Da das 2DES der Heterostruktur lediglich für Verstärkungs- und Kurzschlusschaltungen verwendet werden soll, wird eine hohe Ladungsträgerbeweglichkeit nicht unbedingt benötigt. Auf Übergitter-Strukturen unterhalb der Heterostruktur, mit denen eine Verminderung der Defektdichte im Kristall angestrebt wird, kann daher verzichtet werden. Ihr Vorhandensein würde für den nachfolgenden Herstellungsprozess jedoch keinerlei Änderungen nach sich ziehen.

3.5. Herstellung des Spitzen-Arrays

Sollen die Spitzen nach dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Konzept gefertigt werden, muss neben optimierten Prozessen auch auf eine sinnvolle Anordnung der Teilprozesse geachtet werden. So sind beispielsweise die Spitzen nach dem Unterätzen freistehend, was die Behandlung mit Flüssigkeiten im weiteren Prozessverlauf verbietet. Für eine größtmögliche Freiheit in der Prozessgestaltung bietet es sich deshalb an, dieses Unterätzen so spät wie möglich in der Prozesskette einzubauen.

3.5.1. Trenngräben

Im ersten Teilprozess werden die Trenngräben hergestellt. Da diese sowohl zur Isolierung der Kontakte eines SETs untereinander als auch der Kontakte zwischen nebeneinanderliegenden SETs dienen, werden für n Spitzen n Mittelgräben sowie $n - 1$ Zwischengräben, insgesamt also $2n - 1$ Gräben benötigt. Im Rahmen dieser Doktorarbeit wurden zu-

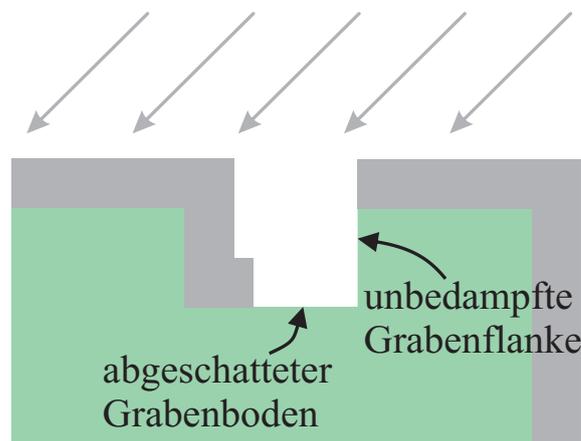


Abbildung 3.10.: Separierung der Kontakte mittels Trenngräben. Durch ein Aufdampfen unter einem Winkel größer als 0° gegenüber der Probennormalen bleiben die senkrechten Grabenflanken sowie Teile des Grabenbodens unbedampft, so dass zwei separate Kontaktbahnen links und rechts des Grabens entstehen.

meist Arrays mit 8 Spitzen hergestellt, wofür demnach jeweils 15 Gräben benötigt werden.

Abbildung 3.10 zeigt nochmals schematisch, wie der Graben eine Separierung der einzelnen Source- und Drainkontakte bewirkt. Sie lässt auch erkennen, dass neben der Abschattung der Grabenflanke sogar Teile des Grabenbodens unbedampft bleiben, wenn die Grabenflanke steiler ist als der für die Aufdampfung gewählte Winkel. Dadurch vergrößert sich der Abstand zwischen beiden Kontakten zusätzlich. Für eine hohe Zuverlässigkeit sind demnach senkrechte Grabenflanken anzustreben, wie sie typischerweise bei Sputterätzprozessen erzielt werden können. Als Prozessgas wird dabei üblicherweise ein Inertgas (z.B. Ar) verwendet, so dass der Abtrag vollständig mechanisch erfolgt. Durch ein gerichtetes Auftreffen der Gasionen kann eine hohe Anisotropie zwischen (großer) vertikaler und (sehr kleiner) lateraler Ätzrate erreicht werden, zudem besteht keine signifikante Abhängigkeit der Ätzrate von der Kristallrichtung. Die geringe Materialelektivität verursacht jedoch einen starken Abtrag der Lackmaske. Zudem kann durch den großen Energieeintrag eine Verhärtung des Lacks erfolgen, so dass dieser anschließend nicht mehr vollständig entfernt werden kann. Inertgase sind in Verbindung mit Lackmasken deshalb nur für kurze Ätzdauern und geringe Ätztiefen geeignet. Höhere vertikale Ätzraten sowie eine bessere Materialelektivität lassen sich durch den Einsatz eines reaktiven Ätzgases (Reaktives Ionenstrahlätzen, engl. „reactive ion etching“, kurz RIE) erzielen. Um dennoch keine Ätzratenabhängigkeit von der Kristallorientierung sowie geringe laterale Ätzraten und damit steile Grabenflanken erzielen zu können, sind geeignete Prozessparameter zu verwenden, bei denen die mechanische Ätzkomponente gegenüber der chemischen betont wird. Dies lässt sich durch die Wahl eines geringen Prozessgasdrucks und einer großen Beschleunigungsspannung erreichen [76]. Zum Ätzen von GaAs bzw. AlAs ist SiCl_4 als Prozessgas geeignet, so dass ein SiCl_4 -basierter RIE-Prozess zum Ätzen der Trenngräben eingesetzt werden soll.

Vor dem Ätzen der Gräben sind Überlegungen zur optimalen Grabenlänge, -breite und -tiefe anzustellen:

Festlegung der Grabentiefe:

Während ein tieferer Graben zu einer zuverlässigeren Trennung der Kontakte führt, reduziert er andererseits aber die mechanische Stabilität der fertigen Struktur. Als Kompromiss wird eine Grabentiefe von 75 nm festgelegt, was der Hälfte der Dicke der Heterostruktur zwischen Opferschicht und Oberfläche entspricht.

Festlegung der Grabenbreite:

Da die Grabenbreite die kleinstmögliche Breite der Spitze begrenzt, ist ein schmaler Graben anzustreben, solange er breiter ist als die Dicke des Materials, das später während der Herstellung des SETs aufgedampft wird. Eine Testreihe (siehe Abbildung 3.11) zeigt jedoch, dass sich die Ätzrate für schmale Gräben reduziert. Während Bulk-Material mit

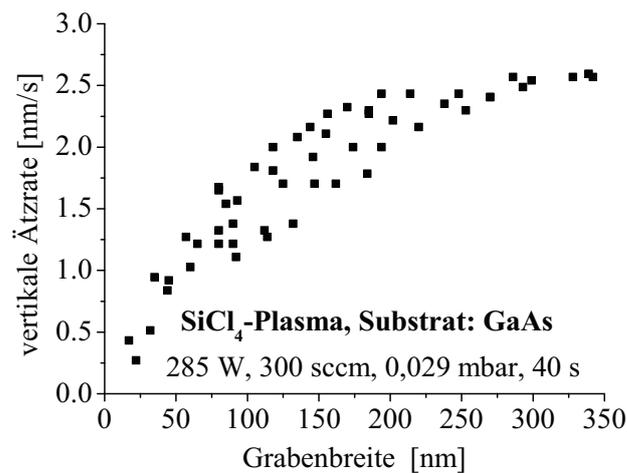
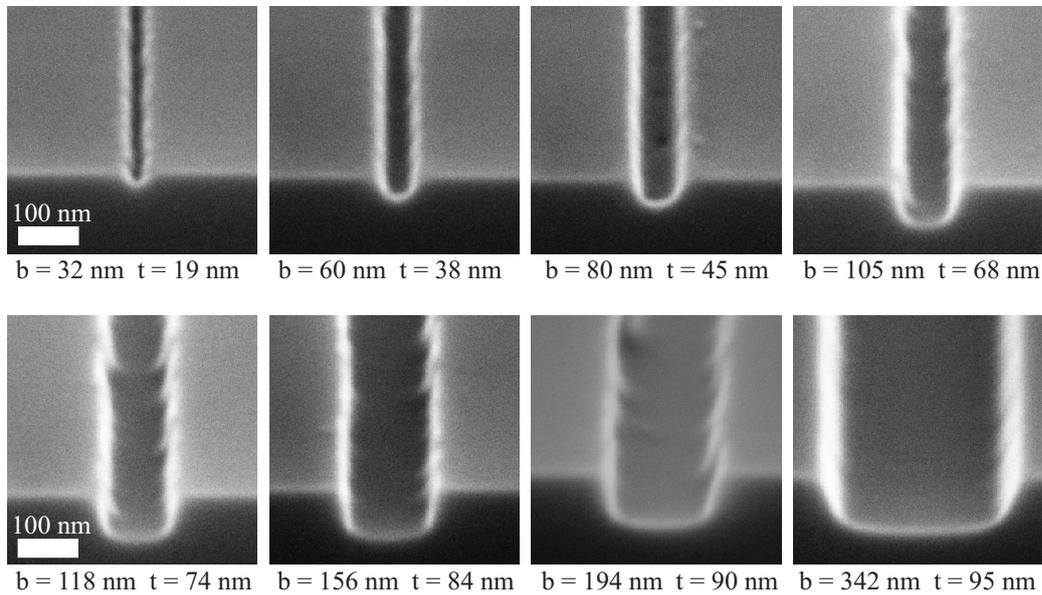


Abbildung 3.11.: Abhängigkeit der vertikalen GaAs-Ätzrate im SiCl_4 -Plasma von der Grabenbreite. Mit Abnahme der Grabenbreite wird auch die Ätzrate geringer. Dieser Effekt spielt besonders für Breiten unterhalb von 150 nm eine große Rolle. (a) Verschiedene Grabenprofile im Querschnitt. (b) Graphische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Grabenbreite und vertikaler Ätzrate, wie er experimentell für die in der Abteilung verwendeten Standardparameter gefunden wurde.

einer Rate von ca. 3,2 nm/s geätzt wird, reduziert sich die Ätzrate bereits bei einer Grabenbreite von 300 nm auf 2,5 nm/s und beträgt bei einem 150 nm breiten Graben lediglich ca. 2,0 nm/s. Unterhalb von 150 nm Grabenbreite nimmt die Rate immer schneller ab, so dass die gewünschte Tiefe von 75 nm nur durch ansteigende Ätzzeiten zu erreichen ist. Mit der verwendeten PMMA-Lackmaske ist diese auf ca. 1 Minute begrenzt, da der Energieeintrag bei längeren Ätzzeiten neben dem Lackabtrag auch zu einer Verhärtung des Lacks führt, so dass dieser im Anschluss an den Ätzvorgang nicht mehr rückstandsfrei entfernt werden kann.

Damit kleinere Schwankungen der Grabenbreite (z.B. verursacht durch schwankende Lack-, Belichtungs- oder Entwicklungsparameter) keinen zu großen Einfluss auf die Grabentiefe nehmen können, wird vorerst eine Grabenbreite von ca. 150 nm angestrebt. Eine spätere Halbierung der Breite ist jedoch durchaus denkbar, wird aber unter Umständen auch größere Schwankungen der Grabentiefe und damit eine Verringerung der Zuverlässigkeit nach sich ziehen.

Festlegung der Grabenlänge:

Die Grabenlänge ist der letzte festzulegende Parameter. Hier ist folgende Überlegung anzustellen: Die durch einen Graben voneinander getrennten Kontakte verlaufen parallel nebeneinander im Abstand von nur wenigen 10 nm. Zum einen führen Partikel oder

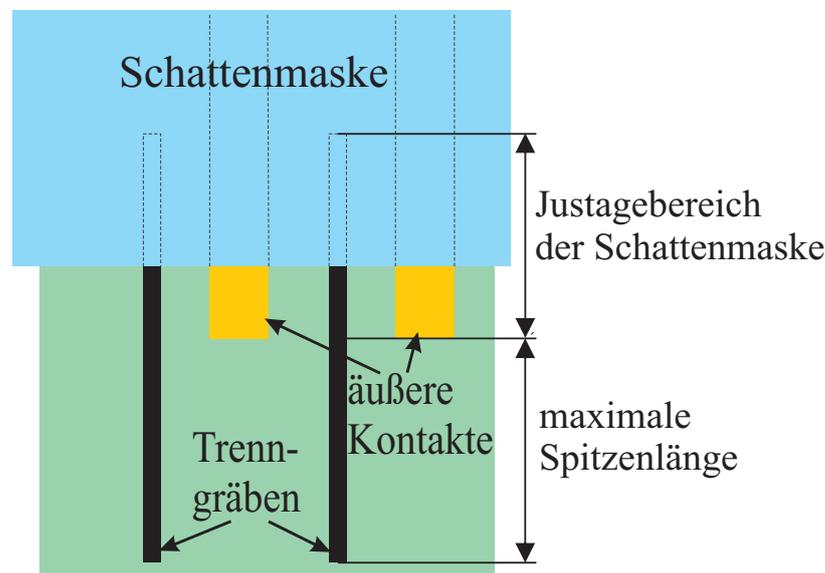


Abbildung 3.12.: Bestimmung der minimal nötigen Grabenlänge. Diese ergibt sich aus der Länge des Bereichs, in dem die Spitzen liegen, und der Länge, die zur Justage der Schattenmaske benötigt wird. Die Schattenmaske wird so angeordnet, dass zwar die oberen Enden der Trenngräben, nicht aber die unteren Enden der äußeren Kontakte abgedeckt werden.

sonstige Fehler im Bereich eines Grabens leicht zu einem Kurzschluss, zum anderen stellt dies eine dem SET parallel geschaltete Kapazität dar, die vor allem im Hinblick auf Wechselspannungsmessungen möglichst klein sein sollte. Daher sollte die Trennung der Kontakte mittels Graben nur in einem kurzen Bereich unmittelbar auf den unterätzten Spitzen erfolgen. Abseits der freistehenden Bereiche sind vorab mittels Lithographie und Lift-Off strukturierte Leiterbahnen möglich, die bis zwischen die Trenngräben geführt werden (siehe Abbildung 3.12). Während des Aufdampfens der SETs muss der Bereich hinter den Gräben durch eine Schattenmaske abgedeckt werden. Lediglich das Ende der Leiterbahn darf nicht abgedeckt werden, damit hier der elektrische Kontakt zum SET entstehen kann. Durch die Länge, die die Trenngräben zwischen die lithographisch strukturierten Kontakte hineinreichen, wird demnach der Bereich festgelegt, in dem die Kante der Schattenmaske bei korrekter Justage liegen muss. Für eine nicht zu komplizierte Justage sollten hier mindestens $20\ \mu\text{m}$ zur Verfügung stehen. Für die davorliegenden Spitzen sollte mindestens ein ähnlich großer Bereich einkalkuliert werden, so dass die minimale Grabenlänge ca. $40\ \mu\text{m}$ beträgt. Für eine größtmögliche Flexibilität in der Spitzenlänge wurde jedoch eine Spitzenlänge von $100\ \mu\text{m}$ gewählt, die je zur Hälfte als mögliche Spitzenlänge und als Justagebereich zur Verfügung steht.

Festlegung des Grabenabstandes:

Der Abstand zwischen einem Graben und seinem übernächsten Nachbarn legt den Mitte-zu-Mitte-Abstand zweier benachbarter Spitzen fest. Um mit den typischerweise 8 Spitzen einen Bereich von mehreren $10\ \mu\text{m}$ abzudecken, wird ein Spitzenabstand von $4\ \mu\text{m}$ und damit ein Grabenabstand von $2\ \mu\text{m}$ festgelegt. Abbildung 3.13 zeigt die gewählten Maße abschließend in der Übersicht.

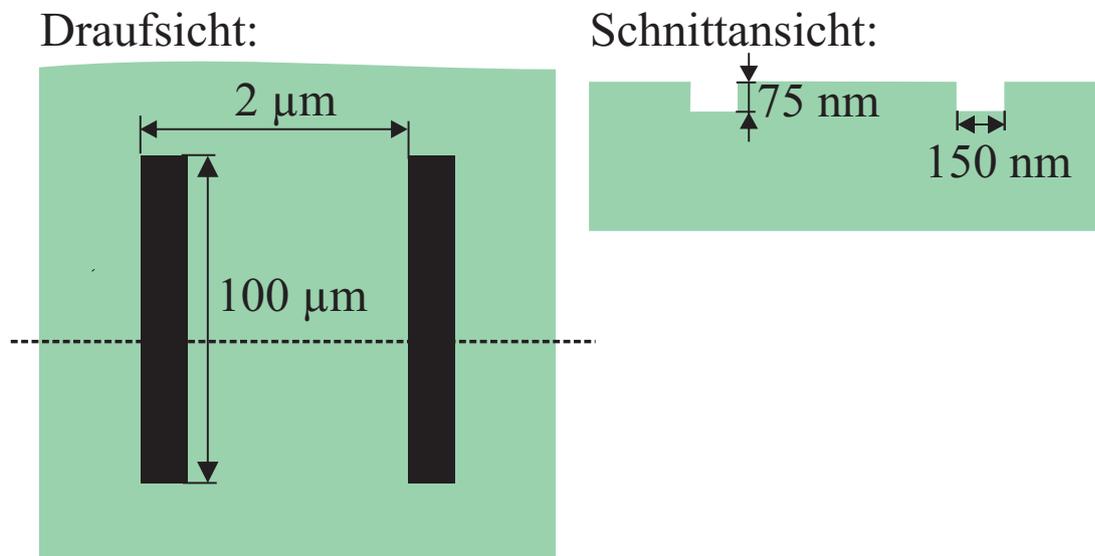


Abbildung 3.13.: Die gewählten Maße der Trenngräben im Überblick. Während Grabenbreite und -tiefe für die reproduzierbare Herstellung kleiner Spitzen dimensioniert sind, legt der (doppelte) Abstand der Gräben zueinander den gewünschten Abstand benachbarter Spitzen fest. Die Länge der Gräben sollte lediglich ein Mindestmaß nicht unterschreiten.

Herstellungsprozess:

Zur Herstellung der Gräben wird auf ein $4\text{ mm} \times 3\text{ mm}$ großes Probenstück der in Abschnitt 3.4 beschriebenen Heterostruktur eine ca. 420 nm dicke PMMA-Lackschicht aufgetragen und mittels Elektronenstrahlolithographie strukturiert. Durch ein kurzes O_2 -Plasma (300 W, 30 s) nach dem Entwickeln des Lackes werden evtl. noch vorhandene Polymerreste im Lackgraben entfernt. Die Grabenstruktur wird anschließend mittels RIE aus dem Lack in die Probenoberfläche übertragen.

Nach dem Entfernen des PMMA-Lacks sind an den Grabenflanken Rückstände feststellbar (siehe Abb. 3.14 (a), hier an einer kreuzförmigen Teststruktur), die sich auf die weitere Prozessierung störend auswirken, da ein RIE-Ätzen dieser Bereiche kaum möglich ist (siehe Abb. 3.14 (b)). Ulf Wilhelm [77] konnte im Rahmen seiner Doktorarbeit mittels energiedispersiver Röntgenspektroskopie (engl. „energy dispersive X-ray spectroscopy“, kurz „EDX“) die Rückstände als dünne Oxidschicht identifizieren. Es ist zu vermuten, dass es sich dabei um SiO_2 handelt, das sich aus der Verbindung des Prozessgases SiCl_4 mit im PMMA vorhandenen Sauerstoff ergibt und während des Ätzvorgangs zusätzlich als Seitenwandpassivierung wirkt. Die Rückstände lassen sich problemlos durch einen kurzen Dip in konzentrierte Flussäure (50 %, 20 s) entfernen, so dass keine weiteren Untersuchungen zu ihrer Beschaffenheit durchgeführt wurden.

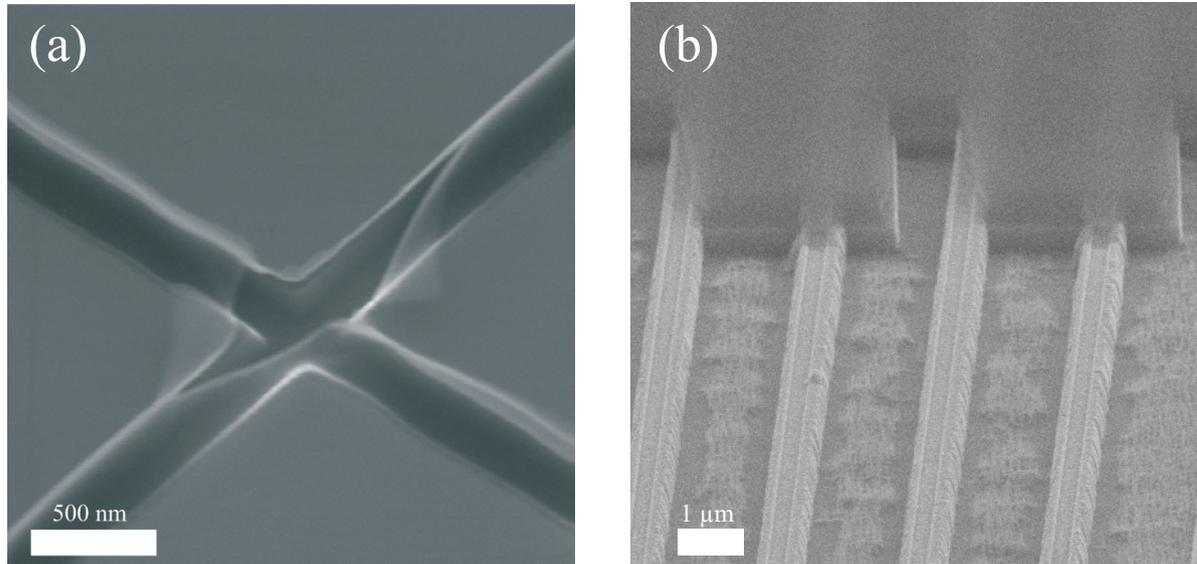


Abbildung 3.14.: Rastermikroskopische Aufnahmen: Während des RIE-Ätzprozesses mit SiCl_4 entstehen Rückstände an den Grabenflanken. (a) An einer kreuzförmigen Teststruktur sind diese Ätزرückstände gut zu erkennen. (b) Hier wurden die Ätزرückstände nicht entfernt, so dass im darauffolgenden zweiten Ätzschritt (siehe Abschnitt 3.5.4) die Bereiche entlang der Gräben nicht geätzt werden konnten.

3.5.2. Ohmsche Kontakte zum 2DES

Wie in Abschnitt 3.4 beschrieben, besitzt die Heterostruktur, aus der die Spitzen gefertigt werden, ein zweidimensionales Elektronensystem ca. 75 nm unterhalb der Oberfläche, das z.B. zur Herstellung von Verstärkungs- oder Kurzschlusschaltungen genutzt werden kann. Obwohl derartige Schaltungen im ersten Ansatz noch nicht vorgesehen sind, darf das 2DES nicht unkontaktiert bleiben. Ohne elektrischen Anschluss würde es sich sonst während Messungen mit den Spitzen auf einem undefinierten Potential befinden. Ladungsfluktuationen könnten die Stabilität der Messung empfindlich stören. Um das 2DES 75 nm unterhalb der Oberfläche elektrisch zu kontaktieren, wird ein einzelner einlegierter Ohmscher Kontakt aufgebracht. Die Herstellung dieses Kontaktes erfolgt durch einen in der Abteilung entwickelten Prozess [78], der sich aus optischer Lithographie, Aufdampfen von Au/Ge/Ni (107 nm / 53,5 nm / 40 nm), Lift-Off und einem abschließenden Tempereschritt bei 440°C in Formiergasatmosphäre zusammensetzt. Während des Temperns löst sich das GaAs unter dem Gold auf, und eine Legierung entsteht, die bis ins 2DES reicht, wodurch der elektrische Kontakt entsteht. Das Eindringen in den Wafer hinein ist in Bild 3.15 gut zu erkennen, das einen von O. Göktaş (MPI-FKF) hergestellten Ohmschen Kontakt zeigt.

3.5.3. Elektrische Kontakte

Nach dem einlegierten Ohmschen Kontakt werden die Bondpads und Leiterbahnen zum Anschluss der Source- und Drainkontakte mittels Elektronenstrahlithographie, Aufdampfen von Cr/Au (10 nm / 100 nm) und Lift-Off hergestellt.

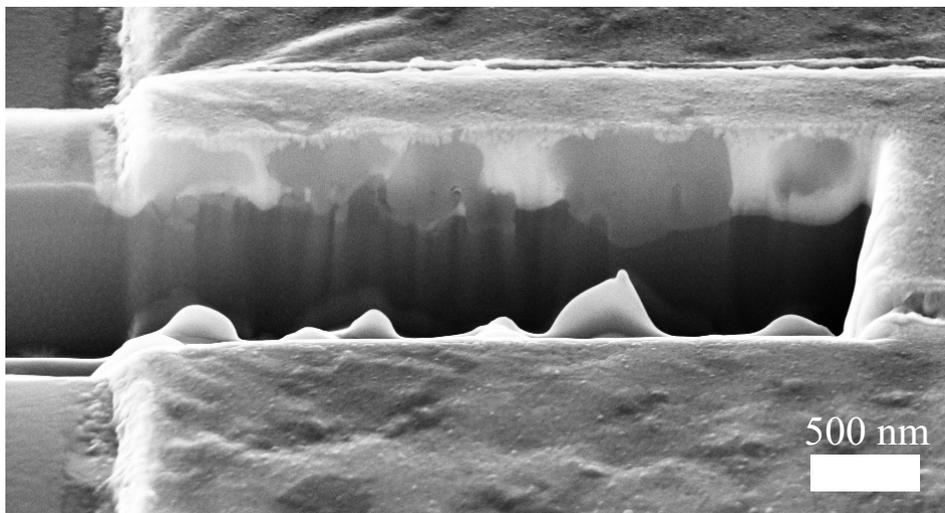


Abbildung 3.15.: Ohmscher Kontakt zum 2DES im Querschnitt. Nach dem Aufdampfen von Au, Ge und Ni auf die Heterostruktur erfolgt ein Tempereschritt, bei dem sich das GaAs unter dem Gold auflöst und eine Legierung entsteht. Dadurch entsteht im Randbereich des Metalls ein Ohmscher, elektrischer Kontakt zum 2DES.

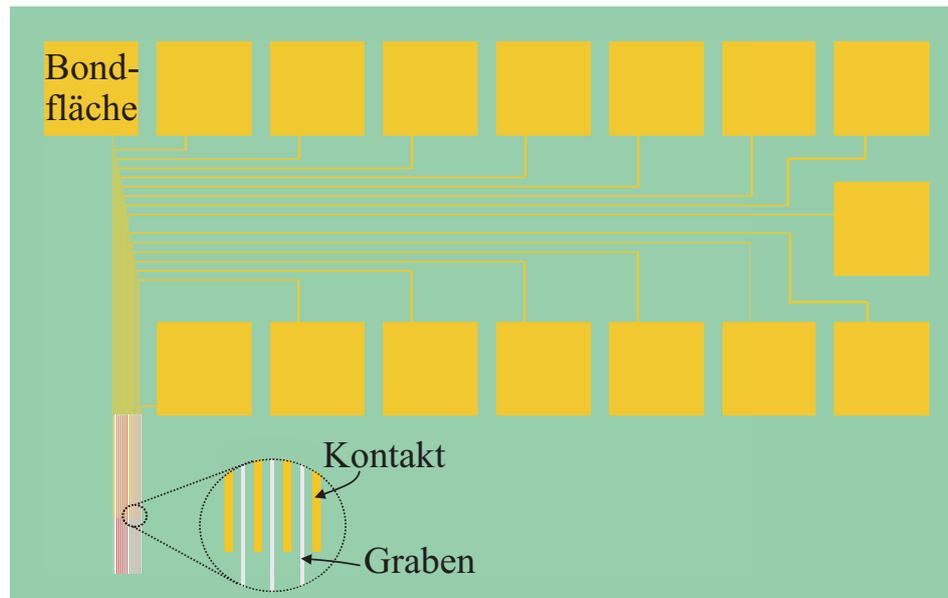


Abbildung 3.16.: Design der Bondflächen und Leiterbahnen. Während die Leiterbahnen zwischen die Trenngräben reichen, sind die Bondflächen alle auf der rechten oberen Seite, so dass die Spitzen in der linken unteren Ecke der Probe gefertigt werden können.

Als Lack wird ein Zweilagensystem aus PMMA mit unterschiedlicher Molekülkettenlänge (250k / 950k) verwendet. Durch die größere Löslichkeit des untenliegenden 250k-Lacks wird bereits bei geringen Strahldosen beim Entwickeln ein Unterschnitt im Lackprofil erzeugt, was ein Bedampfen der Seitenkanten verhindert und dadurch einen einfacheren Lift-Off ermöglicht.

Abbildung 3.16 zeigt das gewählte Leiterbahn-Design. Alle Leiterbahnen beginnen zwischen den Trenngräben und werden zu einer Seite herausgeführt. Die Bondflächen sind alle rechtsseitig angeordnet, so dass die Spitzen später in der linken unteren Ecke der gesamten Struktur liegen.

3.5.4. Fertigung der eigentlichen Spitzen

Nach der Herstellung aller peripheren Strukturen werden nun die Spitzen selbst gefertigt. Wie schon beim Ätzen der Gräben wird PMMA-Lack (950k, 420 nm) mittels Elektronenstrahlithographie strukturiert und die freigelegte Flächen mittels SiCl_4 -RIE weggeätzt. Um die Spitzegeometrie (siehe Bild 3.17) zu erhalten, muss bei der Fläche um die Spitzen herum die Heterostruktur komplett weggeätzt werden, d.h. die Ätztiefe muss mindestens 150 nm betragen, so dass die darunterliegende $\text{Al}_{0,7}\text{Ga}_{0,3}\text{As}$ -Opferschicht freigelegt wird. Zumeist wurde jedoch sogar eine Ätztiefe von ca. 600 nm gewählt, da im Bereich der Gräben vor den Spitzen deutlich geringere Ätztaten beobachtet werden konnten. Nach dem RIE-Ätzen wird das PMMA mittels Lösemittel (Remover AR 300-70 von Allresist, sowie Aceton) entfernt. Eventuelle Lackreste und Rückstände werden anschließend noch

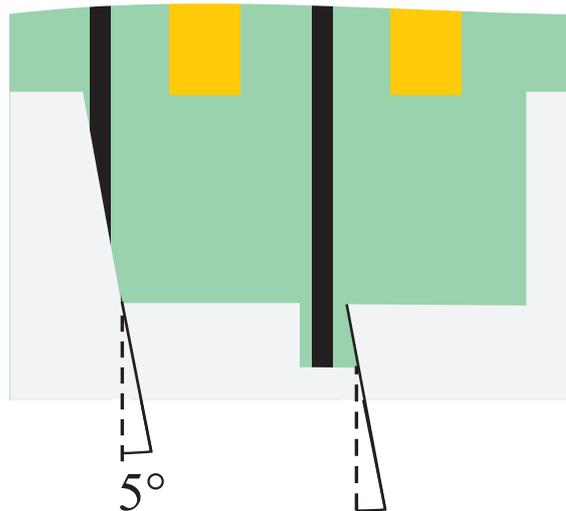


Abbildung 3.17.: Schemazeichnung des gewählten Spitzendesigns: Der 5°-Winkel der Seitenkanten ermöglicht, dass die Gräben zwischen zwei Spitzen an einer Seitenkante enden. Diese bleiben bei der Herstellung des SETs unbedampft, so dass Kurzschlüsse zwischen benachbarten SETs vermieden werden.

durch ein O₂-Plasma (300 W, 5 min) verascht.

Die Opferschicht unter den Spitzen wird anschließend mit Flusssäure (25 %, 20 s) nasschemisch entfernt, wobei der Ätzprozess durch Spülen in Di-Wasser gestoppt wird. Da die Oberflächenspannung eines sich zusammenziehenden Flüssigkeitstropfens die nun freistehenden Spitzen zerstören würde, darf die Probe nach dem Ätzen nicht auf herkömmlichem Weg an Luft getrocknet werden. Um ein Abtrocknen beim Transfer der Probe zwischen HF und Di-Wasser zu verhindern, wird die Probe vor Beginn des Ätzprozesses in ein fingerhutgroßes Transportbehältnis gelegt, das stets flüssigkeitsgefüllt ist.

Eine kontrollierte Trocknung findet anschließend mittels „Kritischer-Punkt-Trocknung“ (engl. „critical point drying“, kurz CPD) statt. Dabei wird die Probe aus dem Transportbehältnis in eine mit Aceton gefüllte Prozesskammer der CPD-Anlage überführt. Durch mehrfaches, partielles Ablassen des Acetons und Wiederauffüllen der Kammer mit flüssigem CO₂ unter hohem Druck findet nach und nach ein Flüssigkeitsaustausch statt. Anschließend wird das abgeschlossene Volumen der Kammer erwärmt, so dass Temperatur und Druck des CO₂ den kritischen Punkt (31°C, 73,7 bar) überschreiten. Im kritischen Punkt gleichen sich die Dichten von flüssiger und gasförmiger Phase an, so dass bei höherem Druck und Temperatur ein sog. „überkritisches Fluid“ vorliegt. Bei konstanter Temperatur von ca. 38°C wird der Druck nun langsam bis auf Normaldruck reduziert, indem CO₂ aus der Kammer ausgelassen wird. Die Probe befindet sich dann in gasförmigem CO₂ und kann aus der Prozesskammer entnommen werden. Im Phasendiagramm 3.18 ist der gewählte Weg blau (Weg ②) eingezeichnet, eine herkömmliche Trocknung wird durch den roten Pfad (Weg ①) beschrieben. Durch den „Umweg“ über

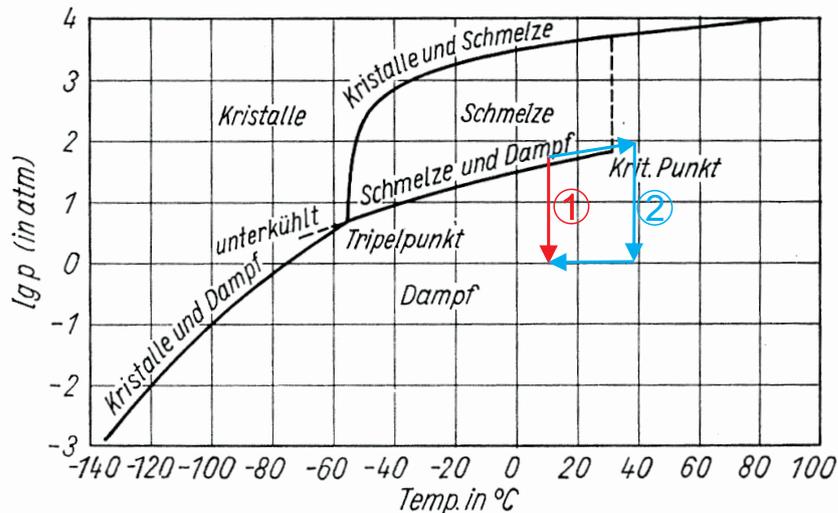


Abbildung 3.18.: Phasendiagramm von CO_2 , entnommen aus [79]. Anders als beim herkömmlichen Trocknungsprozess wird bei der Kritischen-Punkt-Trocknung keine Phasengrenze überschritten.

das superkritische Fluid wird ein Überschreiten der Phasengrenze flüssig/gasförmig und damit die Zerstörung der Spitzen aufgrund von Oberflächenspannungen vermieden.

3.5.5. Nachbearbeitung der Spitzen

Nach der Kritischen-Punkt-Trocknung sind die Spitzen zwar freistehend, allerdings befindet sich unterhalb noch immer der massive Wafer. Die Spitzen könnten so nicht als Messsonden über einer Probenoberfläche eingesetzt werden. Der Wafer unterhalb und vor den Spitzen muss entfernt werden. Dies geschieht, indem die Probe unterhalb der Spitzen in zwei Teile gespalten wird. Dazu wird mittels Waferritzer eine Sollbruchstelle definiert. Ein modifizierter Waferritzer, der neben einer erhöhten Mikroskopvergrößerung auch die Betrachtung der aktuellen Ritzstelle ermöglicht, erlaubt die Positionierung der Ritzlinie mit einer Genauigkeit von ca. $5 \mu\text{m}$. Während das Anritzen der Probe für eine saubere Ritzlinie noch vor der Herstellung des SETs auf der glatten, unbedampften Heterostruktur stattfinden muss, wird der tatsächliche Spaltvorgang erst nach dem Aufdampfen der SETs durchgeführt. Dadurch ist die Bruchkante unterhalb der Spitzen unbedampft und stellt keine leitende, parasitäre Struktur dar.

Obwohl die Spitzen nach dem Ritzen fertiggestellt sind und eigentlich der SET aufgedampft werden könnte, werden sie in einem Zusatzschritt mit einer „Focused-Ion-Beam“-Anlage (FIB) einzeln poliert. Die kombinierte FIB/REM-Anlage ermöglicht die „Live“-Betrachtung der Spitzen mittels REM während der FIB-Bearbeitung. Durch das Polieren kann sichergestellt werden, dass alle Spitzen möglichst identische Abmessungen besitzen, was eine Voraussetzung für möglichst ähnliche SET-Charakteristiken ist. Zudem

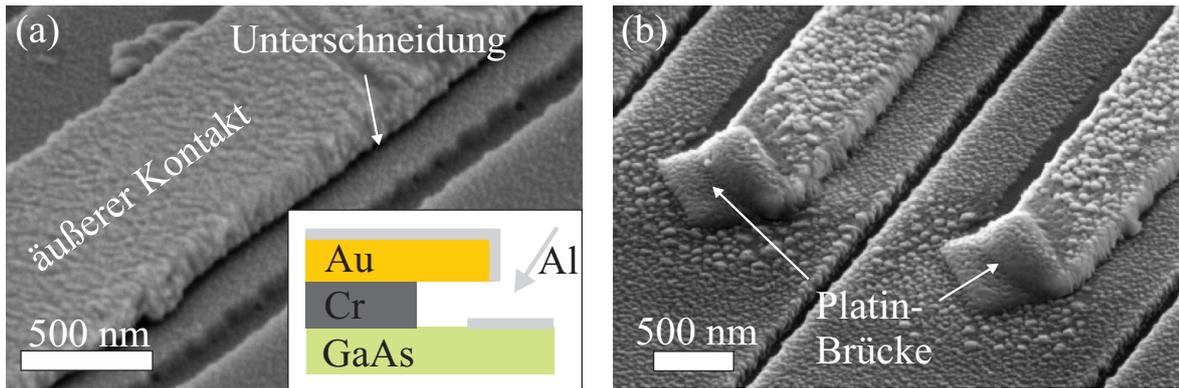


Abbildung 3.19.: Durch das nasschemische Ätzen der Opferschicht unter den Spitzen mit Flusssäure wird auch die Chromschicht der äußeren Kontakte angegriffen. Da die darüberliegende Goldschicht hingegen nicht geätzt wird, kann eine Unterschneidung entstehen. (a) Äußerer Kontakt mit Unterschneidung. (Kasten) Schematische Darstellung des Metallabrisses beim nachfolgenden Bedampfen mit Aluminium. (c) Platinflächen an den Kontaktenden ermöglichen eine unterbrechungsfreie Bedampfung

wird die Ausbeute funktionierender SETs erhöht, da auf einem unpolierten, rauhen Spitzenende evtl. keine geschlossene, zusammenhängende Insel aufgedampft werden kann.

In späteren Charakterisierungen der SETs wurden manchmal Unterbrechungen festgestellt, d.h. ein Stromfluss durch den SET war nicht möglich. Als Ursache wird vermutet, dass hier in einigen Fällen kein direkter Kontakt zwischen den äußeren Cr/Au-Kontakten und dem Aluminium des SETs bestand, da die Seitenkante des äußeren Kontaktes eine Unterschneidung aufweist, weil das Chrom beim Unterätzen der Spitzen mit Flusssäure ebenfalls angegriffen und teilweise weggelöst wird (siehe Abbildung 3.19 (a)). Zur Behebung dieser Schwachstelle in der Kontaktführung wurde ebenfalls in der FIB-Anlage jeweils am Ende des äußeren Kontaktes eine ca. $300 \text{ nm} \times 300 \text{ nm}$ große Platinfläche abgeschieden, entlang der im späteren Aufdampfvorgang des SETs das Aluminium geführt werden kann (siehe Abbildung 3.19 (b)). Mit dieser Methode konnte die Ausbeute an funktionierenden SETs leicht erhöht werden.

3.6. Herstellung der SETs

Nachdem das Spitzen-Array mechanisch fertiggestellt ist, beschreibt dieser Abschnitt die Fertigung der SETs auf den Spitzen. Zuerst wird die dazu verwendete Anlage vorgestellt, anschließend erfolgt die genauere Ausführung des Herstellungsprozesses selbst, bevor die Freistellung der SET-Spitzen vom darunter befindlichen Wafer erläutert wird.

3.6.1. Aufbau der UHV-Anlage und des Probenhalters

Die Herstellung der SETs auf die Spitzen findet in einer Ultra-Hoch-Vakuum-Anlage (kurz UHV-Anlage) statt. Diese ist in Abbildung 3.20 abgebildet. Auf den entnehmbaren Probenhalter wurde ein dünnes Federblech montiert, unter das die Probe geklemmt werden kann (siehe Abb. 3.21). Eine minimale Krümmung des Blechs stellt sicher, dass die Probe lediglich an den Rändern gehalten wird, so dass ein Verkratzen der Probenoberfläche vermieden wird (siehe Kasten in Bild 3.21). Das Federblech dient gleichzeitig als Schattenmaske zur Abschattung der aufgebrachtten Metallkontakte. Dazu wird die Probe so justiert, dass der größte Teil der Probenoberfläche vom Blech verdeckt wird und lediglich die Spitzen sowie die Enden der aufgebrachtten Metallkontakte darunter herausragen (vgl. Abb. 3.12).

Nachdem die Proben auf dem Halter angebracht sind, wird dieser in die Schleuse der UHV-Anlage eingebaut. Darin wird mittels Turbomolekularpumpe ein Druck von ca. 10^{-7} mbar erreicht, bevor ein Einschleusen in die Transferkammer erfolgen kann, in der unter Verwendung einer Ionengetterpumpe ein Druck im 10^{-10} mbar-Bereich erreicht wird. Anschließend kann die Probe in die Metallisierungskammer transferiert werden, in der ein Druck von einigen 10^{-11} mbar erreicht wird. Die Aufnahme des Probenhalters in der Metallisierungskammer kann in zwei Raumrichtungen rotiert werden, so dass die Probe aus verschiedenen Richtungen bedampft werden kann.

Ca. 30 cm unterhalb des Probenhalters ist die Effusionszelle angeordnet, in der sich hochreines Aluminium befindet. Im Standby-Betrieb, d.h. wenn gerade keine Aufdampfung stattfindet, beträgt die Zellentemperatur 750°C und wird zum Aufdampfen auf 1250°C aufgeheizt. Um möglichst feinkörnige Aluminiumschichten zu erhalten, muss die Bewegung der auf dem Substrat auftreffenden Aluminiumatome möglichst stark eingeschränkt werden. Dies geschieht zum einen durch eine Substratkühlung mittels flüssigen Stickstoffs (LN_2) auf ca. -60°C , zum anderen durch die Wahl einer möglichst hohen Aufdampftrate von ca. $1,5\text{ \AA/s}$. Dass selbst dadurch eine Körnung der Metallschicht nicht vollständig vermieden werden kann, zeigt Bild 3.22.

3.6.2. Aufdampfen der Source- und Drainkontakte

Im ersten Aufdampfschritt werden die Source- und Drainkontakte hergestellt. Um eine sichere Abschattung durch den Graben zu erhalten, wird die Probe nicht senkrecht, sondern unter einem Winkel von 60° zur Probennormalen mit Aluminium bedampft (siehe Abb. 3.23, Schritt ①). Dadurch bleiben nicht nur die rechte Grabenwand sondern auch das $\tan(60^\circ)$ -fache der Grabentiefe, also ca. 130 nm, des Grabenbodens unbedampft. Dies vergrößert den Abstand zwischen Source- und Drainkontakt, was die Zuverlässigkeit des Verfahrens erhöht und parasitäre Kapazitäten zwischen den Kontakten reduziert. Der gewählte Winkel von 60° führt jedoch andererseits zu einer Halbierung der effektiven Rate, so dass für eine Schichtdicke von 20 nm nominell 40 nm zu verdampfen sind und

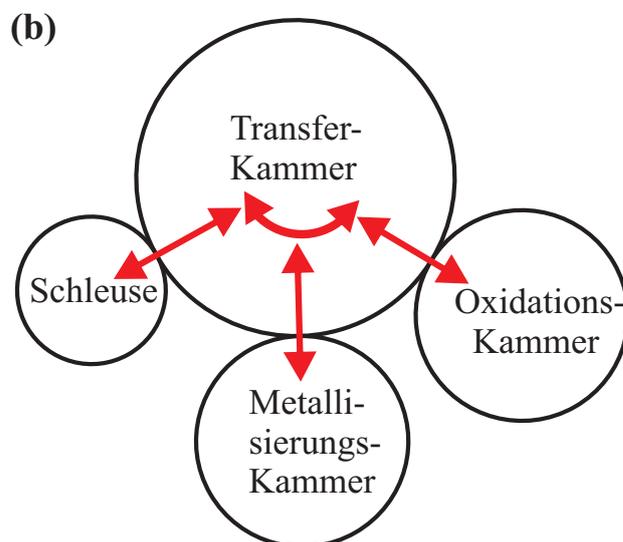
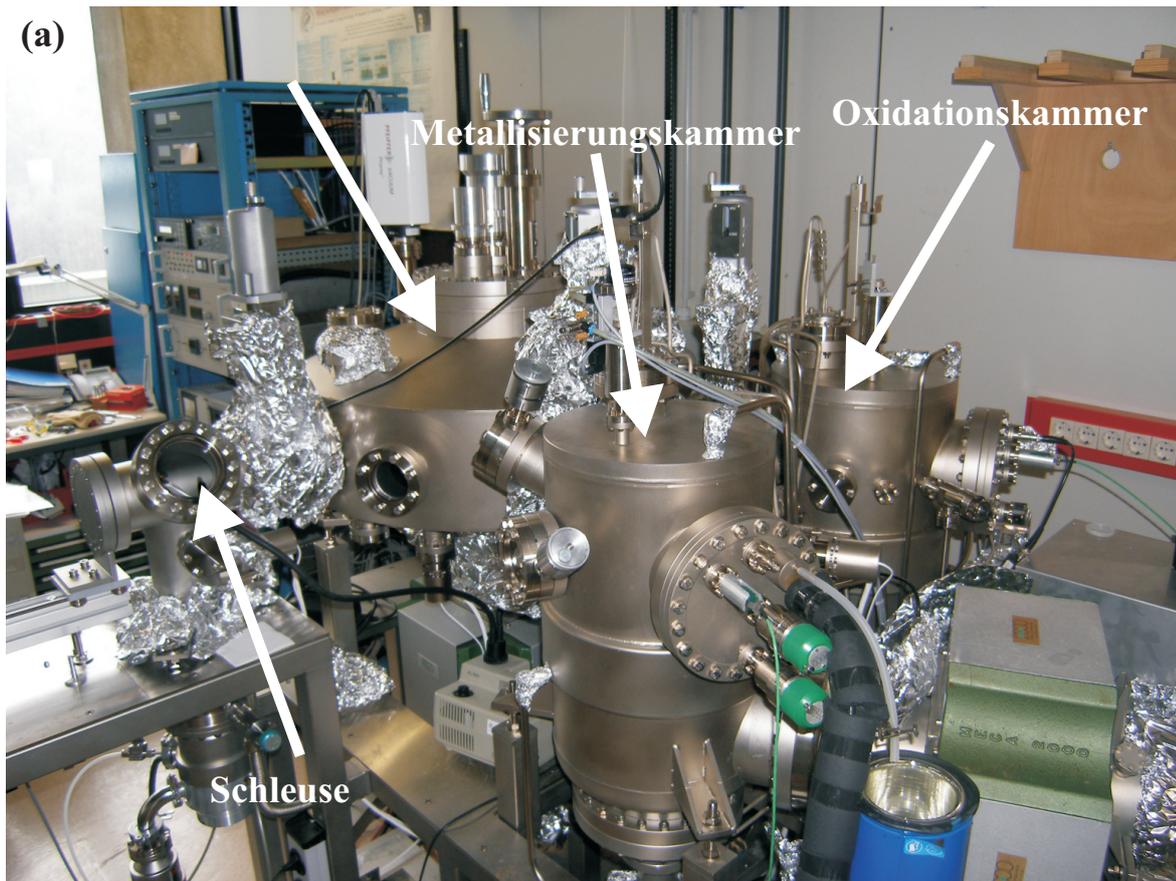


Abbildung 3.20.: Ultra-Hoch-Vakuum-Anlage (UHV-Anlage) zur Herstellung von SETs: Mittels Transferkammer ist es möglich, Proben von der Metallisierungskammer ohne Ausbau in die Oxidationskammer (und zurück) zu transferieren. (a) Foto der Anlage. (b) Schemazeichnung der Kammeranordnung.

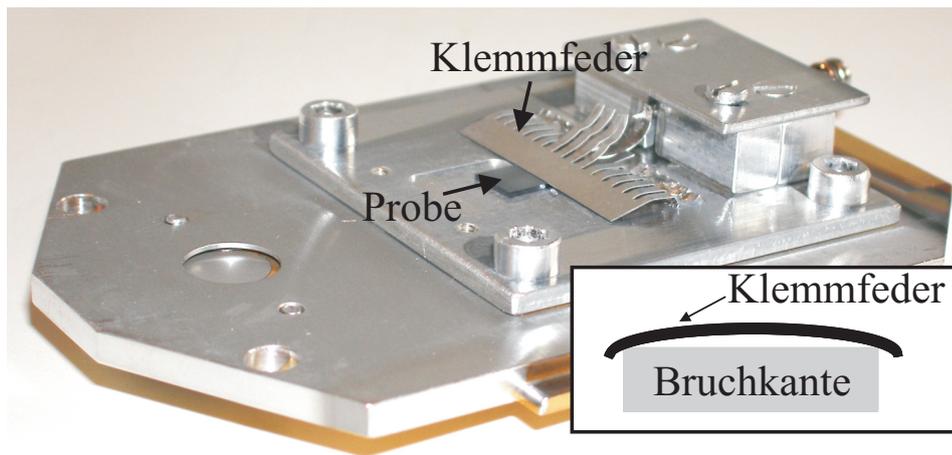


Abbildung 3.21.: Der verwendete Probenhalter: Die Klemmfeder hält die Probe und dient gleichzeitig als Schattenmaske. Kasten: Das Federblech klemmt die Probe lediglich an den Seitenrändern, um ein Verkratzen der Oberfläche zu vermeiden.

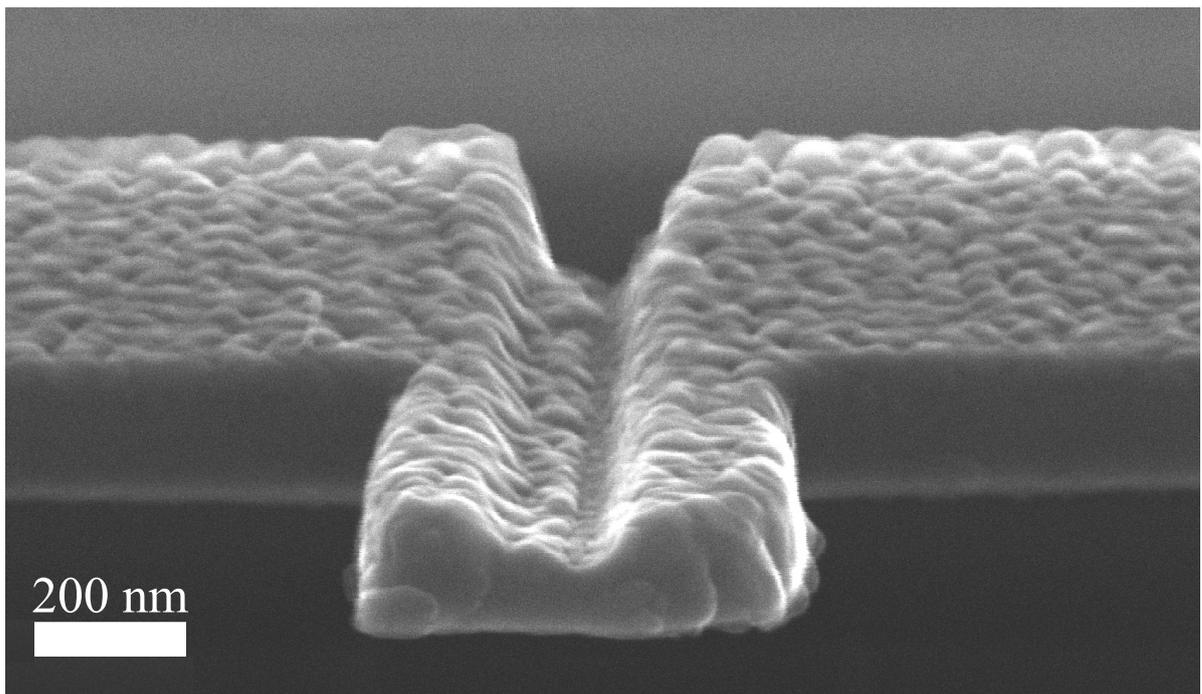


Abbildung 3.22.: Beim Aufdampfen des Aluminiums kommt es zur Kornbildung. Durch eine hohe Aufdampftrate sowie Probenkühlung wird versucht, die Korngröße zu minimieren. Dennoch sind die einzelnen Aluminiumkörner gut im REM-Bild erkennbar.

außerdem eine Vergrößerung der Aluminiumkörner in Kauf genommen werden muss. Zudem wird auch auf der rechten Seitenkante der Spitze Aluminium abgeschieden, was die Fläche der rechten Tunnelbarriere vergrößert.

3.6.3. Herstellung der Tunnelbarrieren durch Oxidation

Nach dem Aufdampfprozess wird die Probe in die Oxidationskammer transferiert, in der mittels einer Turbomolekularpumpe ein Druck von 5×10^{-10} mbar erreicht wird. In dieser Kammer werden nun die Tunnelbarrieren hergestellt, indem durch den kontrollierten Einlass von reinem Sauerstoff eine Oxidation des Aluminiums an der Oberfläche zu amorphem Aluminiumoxid (Al_2O_3) erreicht wird. Da der Einbau von Sauerstoff in das Aluminium mit einer Massezunahme der Schicht verbunden ist, kann der zeitliche Ablauf der Oxidation mit Hilfe eines Schwingquarzes zumindest qualitativ aufgezeigt werden. Dieser ist so auf dem Probenhalter angeordnet, dass er im vorherigen Aufdampfschritt ebenfalls mit einer neuen Aluminiumschicht bedampft worden ist, so dass hier nun die Oxidation gleichermaßen wie bei der Aluminiumschicht auf der Probenoberfläche stattfindet.

Aufgrund der exponentiellen Abhängigkeit des Tunnelwiderstands von der Dicke der Tunnelbarriere ist die Dicke des Oxides von großer Bedeutung und sollte deshalb einer

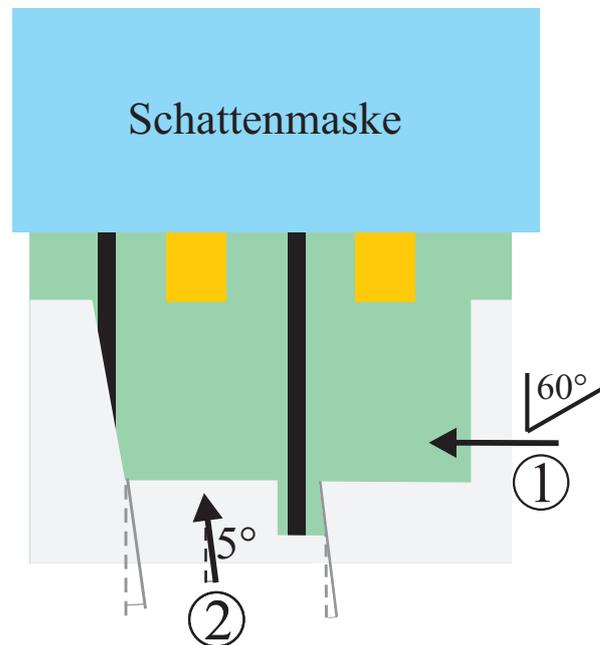


Abbildung 3.23.: Das Aufdampfen des SETs. Im ersten Schritt werden Source und Drain unter einem Winkel von 60° zur Wafernormalen aufgedampft, nach der Oxidation wird die Insel aufs Spitzenende unter einem Winkel von 5° von vorne aufgedampft.

guten Kontrolle unterliegen. Insbesondere die Abhängigkeit der Oxiddicke von dem Sauerstoffpartialdruck, sowie der gewählten Oxidationszeit sind zu berücksichtigen. Für das Wachstum der Oxiddicke bei Raumtemperatur gilt die Cabrera-Mott-Theorie [80, 81]. Hier wird angenommen, dass die Oxidation an der freien Oberfläche des Oxides entsteht. Während der Sauerstoff von außen zugeführt wird, muss das Metall durch die bestehende Oxidschicht hindurch an die freie Oberfläche gelangen. Dazu teilen sich die neutralen Metallatome in positiv geladene Ionen und Elektronen auf. Da die Beweglichkeit der Elektronen deutlich größer ist als die der Ionen, wird angenommen, dass der Transport der Ionen durch das bestehende Oxid insgesamt begrenzend für die Oxidationsgeschwindigkeit ist. Dieser geschieht durch ein elektrisches Feld, das aufgrund unterschiedlicher Austrittsarbeiten des adsorbierten Sauerstoffs und des Metalls entsteht. Aufbauend auf dieser Theorie entwickelte Boggio [82] eine Formel zur Berechnung der Oxiddicke d_{Ox} in Abhängigkeit von Zeit t und Atmosphärendruck p :

$$\frac{d_{\text{Ox}}}{\text{Å}} = \left\{ 6,05 \cdot \ln \left[138 \cdot \left(\frac{p}{\text{Torr}} \right)^{1/2} \cdot \frac{t}{\text{min}} + C' \right] \right\}^{2/3}. \quad (3.2)$$

Mithilfe der Konstanten C' kann die Gleichung für ein evtl. schon bestehendes Oxid angepasst werden. Ist dieses noch nicht vorhanden und die Oxidation beginnt auf einer reinen Metallfläche, so wird $C' = 1$ gesetzt.

Abbildung 3.24 (a) zeigt die mittels Schwingquarz gemessene Oxiddicke in Abhängigkeit von der Zeit, während darunter in Abbildung 3.24 (b) der theoretische Wert nach Gleichung (3.2) dargestellt ist. Dabei ist zu berücksichtigen, dass als Druck hier jeweils lediglich der Sauerstoffpartialdruck angegeben ist, während Gleichung (3.2) ein Luftgemisch mit lediglich 20% Sauerstoff annimmt. Wird reiner Sauerstoff zur Oxidation verwendet, muss demnach in Gleichung (3.2) als Druck der 5fache Wert des Sauerstoffpartialdruckes eingesetzt werden. In Abbildung 3.24 (a) ist zu erkennen, dass verschiedene, jedoch mit nahezu dem gleichen Sauerstoffpartialdruck durchgeführte Oxidationen ($1,61 \times 10^{-1}$ mbar und $1,64 \times 10^{-1}$ mbar) zu unterschiedlichen Kurvenverläufen führen. Obwohl dies z.B. durch eine unterschiedliche Oxidationskinetik aufgrund unterschiedlicher Substrattemperaturen oder unterschiedlicher Kristallorientierung der Aluminiumschicht[83] verursacht sein könnte, war hier keine Systematik feststellbar. Zudem lies sich aus später durchgeführten Messungen des Widerstandes der Tunnelbarrieren (siehe Abschnitt 4.2) keinen Zusammenhang mit den unterschiedlichen Kurvenverläufen herstellen, vielmehr waren die SET-Widerstände verschiedener Proben wesentlich gleichmäßiger als dies Abbildung 3.24 (a) vermuten lässt. Die beträchtlichen Abweichungen zwischen den einzelnen Messungen führen zu dem Schluss, dass der Schwingquarz für quantitative Messung der Oxiddicke zumindest im derzeitigen Aufbau nicht geeignet ist. Vergleicht man jedoch die Kurvenverläufe mit den theoretisch bestimmten Verläufen aus Abbildung 3.24 (b), ist zumindest qualitativ ein ähnlicher Kurvenverlauf feststellbar. Sofort nach Einlassen des Sauerstoffes kann ein rasches Oxidieren beobachtet werden, anschließend geht die Oxidationsrate stark zurück. Aus diesem Grund wurde für die in dieser Doktorarbeit gefertigten SETs stets eine Oxidationszeit von 20 Minuten gewählt, da hier geringe Schwankungen der Oxidationszeit geringen Einfluss auf die Oxiddicke und damit den Tunnelwiderstand haben. Hält man die Oxidationszeit konstant, stellt der dabei verwen-

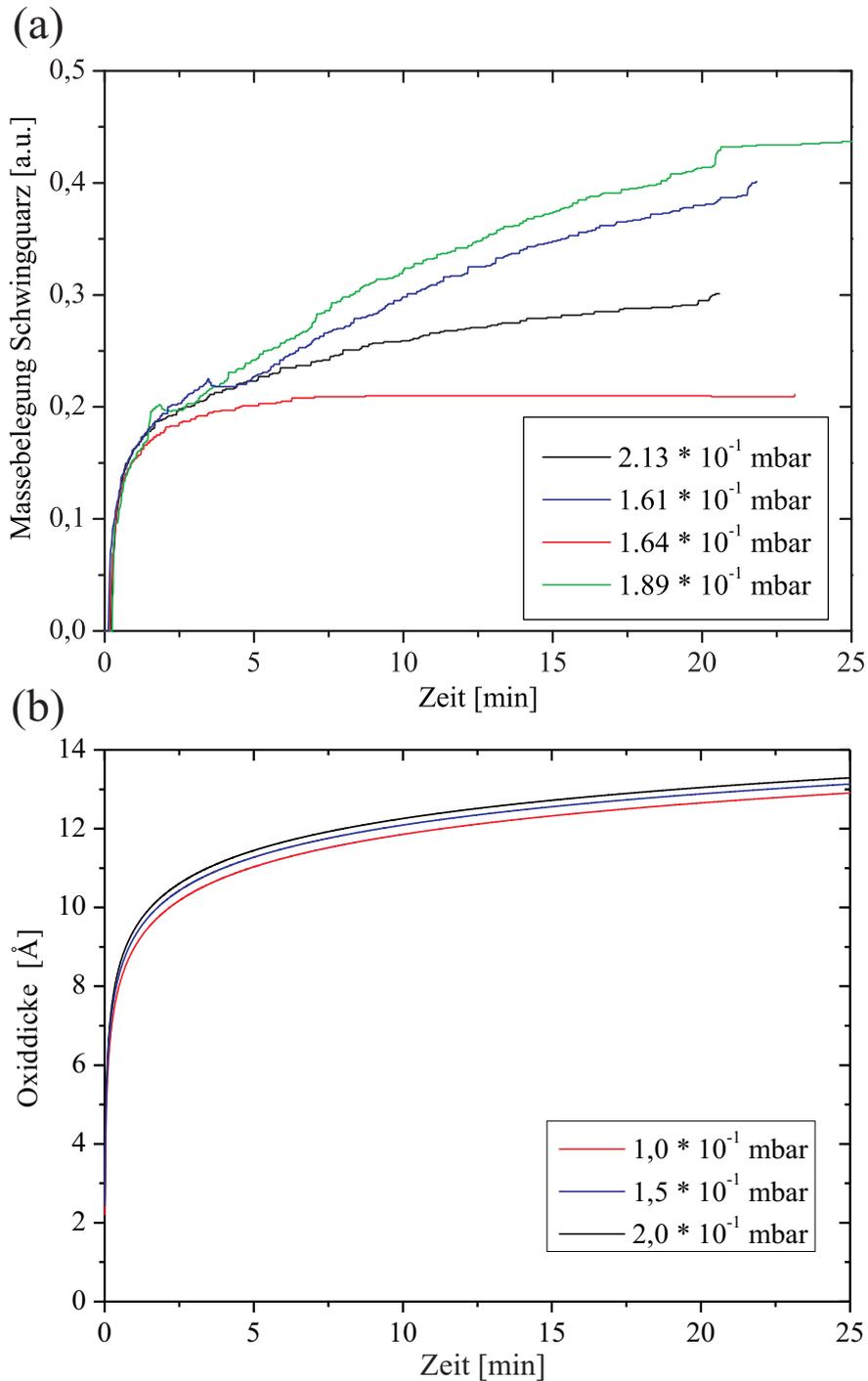


Abbildung 3.24.: Die Dicke von Al_2O_3 während des Oxidationsprozesses für verschiedene Sauerstoffpartialdrücke. (a) Gemessene Massebelegung des Schwingquarzes. Deutlich ist zu erkennen, dass ein Großteil der Oxidation in den ersten Minuten stattfindet und die Kurve danach nur noch langsam ansteigt. Der um einige Sekunden verzögerte Beginn des Anstiegs der Kurven wird durch eine verzögerte Öffnung des Sauerstoffventils verursacht. (b) Graphische Darstellung von anhand Gleichung (3.2) berechneter Werte für verschiedene Sauerstoffpartialdrücke. Zur besseren Vergleichbarkeit ist der Sauerstoffpartialdruck angegeben, während in Gleichung (3.2) jeweils der 5fache Wert eingesetzt wurde, da diese Gleichung Luft mit einem Sauerstoffgehalt von 20% annimmt.

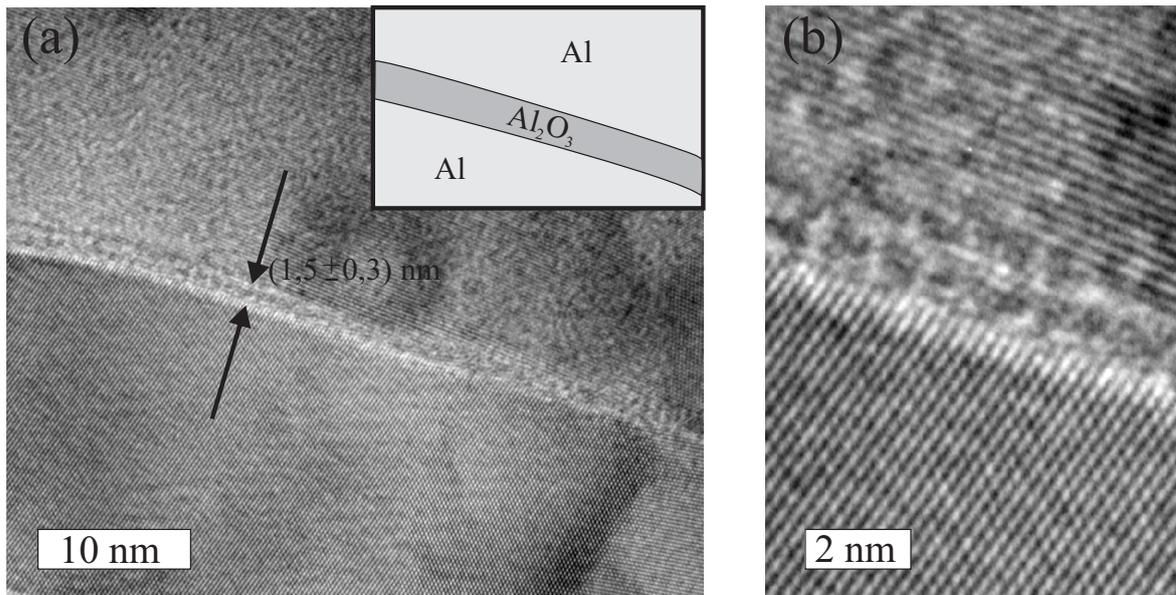


Abbildung 3.25.: TEM-Querschnitt durch eine Tunnelbarriere (an einer Teststruktur). Die Oxidation erfolgte mit 2×10^{-1} mbar. (a) Übersichtsbild der Schichtfolge Al/Al₂O₃/Al. Anhand des Bildes kann die Oxiddicke mit (15 ± 3) Å angegeben werden. (b) Der Bereich der Tunnelbarriere in hoher Vergrößerung. Oberhalb und unterhalb der Tunnelbarriere sind die Kristallebenen des Aluminiums gut zu erkennen.

dete Sauerstoffpartialdruck den einzig verbliebenen Parameter dar. Je nach gewünschtem Tunnelwiderstand wurde der Einlass des Sauerstoffs (Einlassrate: 1 sccm) beim Erreichen von Enddrücken zwischen 5×10^{-2} mbar und 2×10^{-1} mbar gestoppt.

Abbildung 3.25 zeigt in einer Transmissions-Elektronen-Mikroskop-Aufnahme (kurz TEM) den Querschnitt einer Tunnelbarriere, die mit einem Sauerstoffpartialdruck von 2×10^{-1} mbar hergestellt wurde. Aus der Analyse dieses und weiterer hochauflösender TEM-Bilder bestimmt sich die Oxiddicke zu (15 ± 3) Å. Die theoretische Berechnung mit Hilfe von Formel (3.2) ergibt mit $13,04$ Å einen leicht niedrigeren Wert. Eine zusätzlich durchgeführte chemische Analyse mittels „Electron Energy Loss Spectroscopy“ (EELS) erreichte nicht die nötige laterale Auflösung, so dass hieraus keine verwertbaren Informationen erzielt wurden.

Nach Ablauf der Oxidationszeit wurde die Oxidationskammer wieder bis in den 10^{-8} mbar-Bereich evakuiert, bevor die Probe über die Transferkammer zurück in die Metallisierungskammer transferiert und dort erneut mittels LN₂ gekühlt werden konnte.

3.6.4. Aufdampfen der SET-Insel

Zum abschließenden Aufdampfen der SET-Insel wird der Probenhalter abermals in der Metallisierungskammer rotiert. Ausgehend von der Stellung, in der die Spitzen exakt in Richtung Effusionszelle zeigen und somit senkrecht auf das Spitzenende gedampft

werden könnte, werden die Spitzen um 5° gedreht, wie dies in Abbildung 3.23, Schritt ② schematisch dargestellt ist.

Dadurch wird in Verbindung mit dem gewählten Spitzendesign eine Bedampfung der Flächen unterhalb der Trenngräben zwischen zwei Spitzen verhindert, so dass keine Kurzschlüsse nebeneinanderliegender SETs entstehen. Eine leichte Rotation um ebenfalls ca. 5° aus der Probenebene heraus stellt sicher, dass die Spitzen nicht vom Rest der Probe abgeschattet werden. Um eine geschlossene, durchgängige Insel sicherzustellen, werden 45 nm Al auf das Spitzenende aufgedampft, womit die Herstellung des SETs abgeschlossen ist, so dass die Probe aus der UHV-Anlage ausgebaut werden kann. Bild 3.26 zeigt eine bedampfte Spitze.

Mit dem Aufdampfen der Insel ist der SET fertiggestellt. Durch das Bedampfen des Spitzenendes entstand nicht nur die Insel mit einer Größe von ca. $280 \text{ nm} \times 150 \text{ nm}$, sondern es ergaben sich gleichzeitig auch die Tunnelbarrieren. Sie befinden sich an der Rückseite der Insel an den Stellen, an der die Insel das aufgedampfte (und oxidierte) Source- und Drainmetall berührt (siehe Abbildung 3.27). Da Source und Drain unter einem Winkel zur Probennormalen aufgedampft wurden, und somit eine Seitenkante der

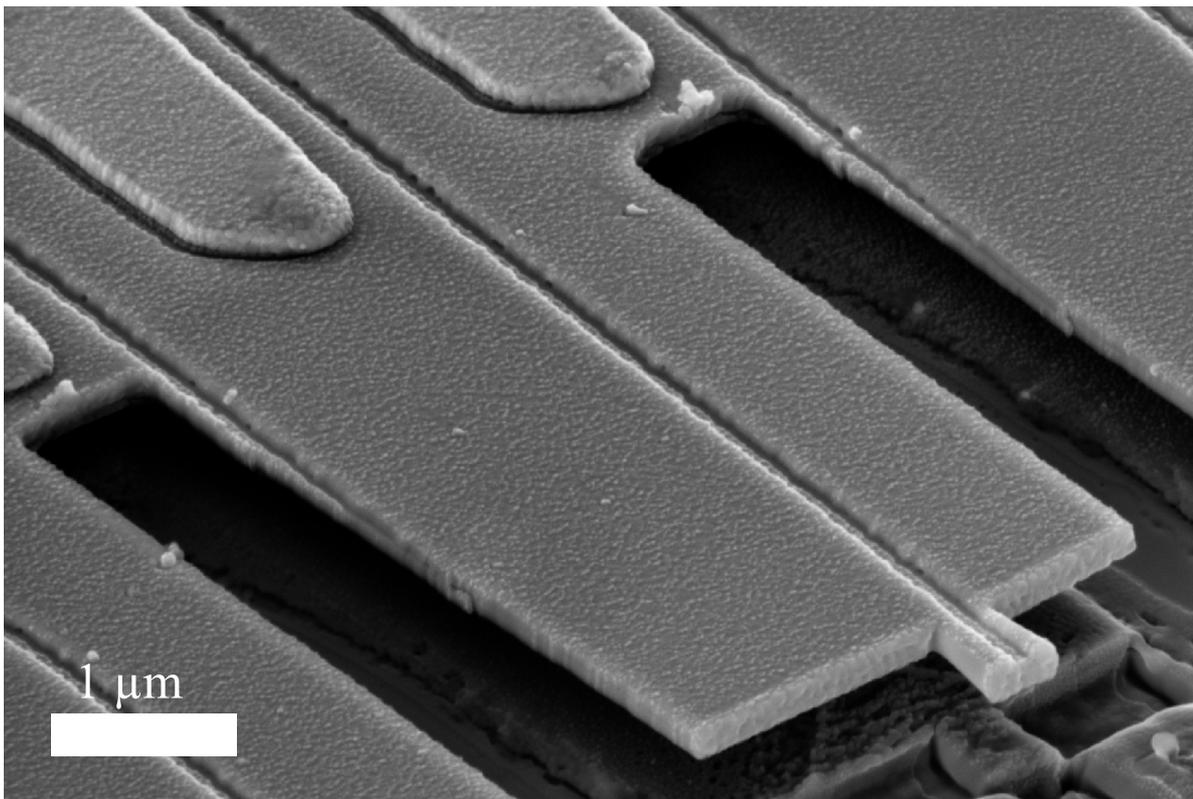


Abbildung 3.26.: REM-Aufnahme einer Spitze nach dem Aufdampfen des SETs. Die Spitze steht frei über dem darunter befindlichen Wafer.

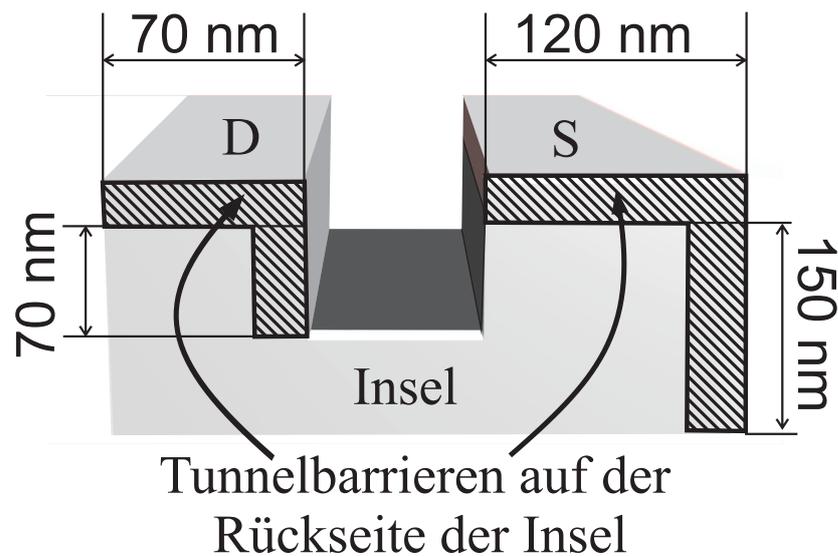


Abbildung 3.27.: Geometrie der Tunnelbarrieren. Diese liegen auf der Rückseite der Insel, ihre Breite wird durch die Dicke des aufgedampften Aluminiums (ca. 20 nm an der Oberseite) vorgegeben. Die Länge wird durch die Stegbreiten links und rechts vom Graben an der Waferoberseite sowie zusätzlich durch die bedampften Kanten (außen bzw. im Graben) vorgegeben. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Flächen für die Tunnelbarrieren an Source und Drain.

Spitze sowie eine Grabenflanke mit Aluminium bedeckt ist, besitzen beide Tunnelbarrieren die Form eines (rotierten und gespiegelten) „L“. Die Länge der Tunnelbarriere wird auf der Drain-Seite durch die Breite des Steges an der Waferoberseite mit ca. 70 nm sowie durch die Tiefe des Grabens mit ebenfalls ungefähr 70 nm vorgegeben, während auf der Source-Seite eine Stegbreite von 120 nm sowie die gesamte Länge der Seitenkante von 150 nm zu berücksichtigen sind. Die Breite der Tunnelbarriere wird durch die Dicke des zur Herstellung des Source- und Drainkontaktes aufgedampften Aluminiums festgelegt, so dass hier vereinfachend eine konstante Dicke von ca. 20 nm angenommen werden kann. Die Fläche der Tunnelbarrieren kann damit typischerweise mit ca. $140 \text{ nm} \times 20 \text{ nm}$ am Drain und mit ca. $270 \text{ nm} \times 20 \text{ nm}$ am Source abgeschätzt werden. Aufgrund der unterschiedlichen Flächen ist zu erwarten, dass der Tunnelwiderstand zwischen Insel und Source R_S^T kleiner ist als der Tunnelwiderstand zwischen Insel und Drain R_D^T . Umgekehrt wird die Kapazität zwischen Insel und Source C_S größer sein als die Kapazität zwischen Insel und Drain C_D .

3.6.5. Freistellen der Spitzen durch Brechen der Probe

Nach dem Aufdampfen der SETs auf die Spitzen wird in einem abschließenden Schritt die Probe entlang der zuvor definierten Ritzlinie gespalten. Damit wird der Wafer vor und unter den Spitzen entfernt, so dass die Spitzen frei über das Probenende hinausragen und als Messsonden eingesetzt werden können. Bild 3.28 (a) und (b) zeigen ein solches freistehendes Array, in Abbildung 3.28 (c) ist eine einzelne Spitze nochmals vergrößert zu sehen.

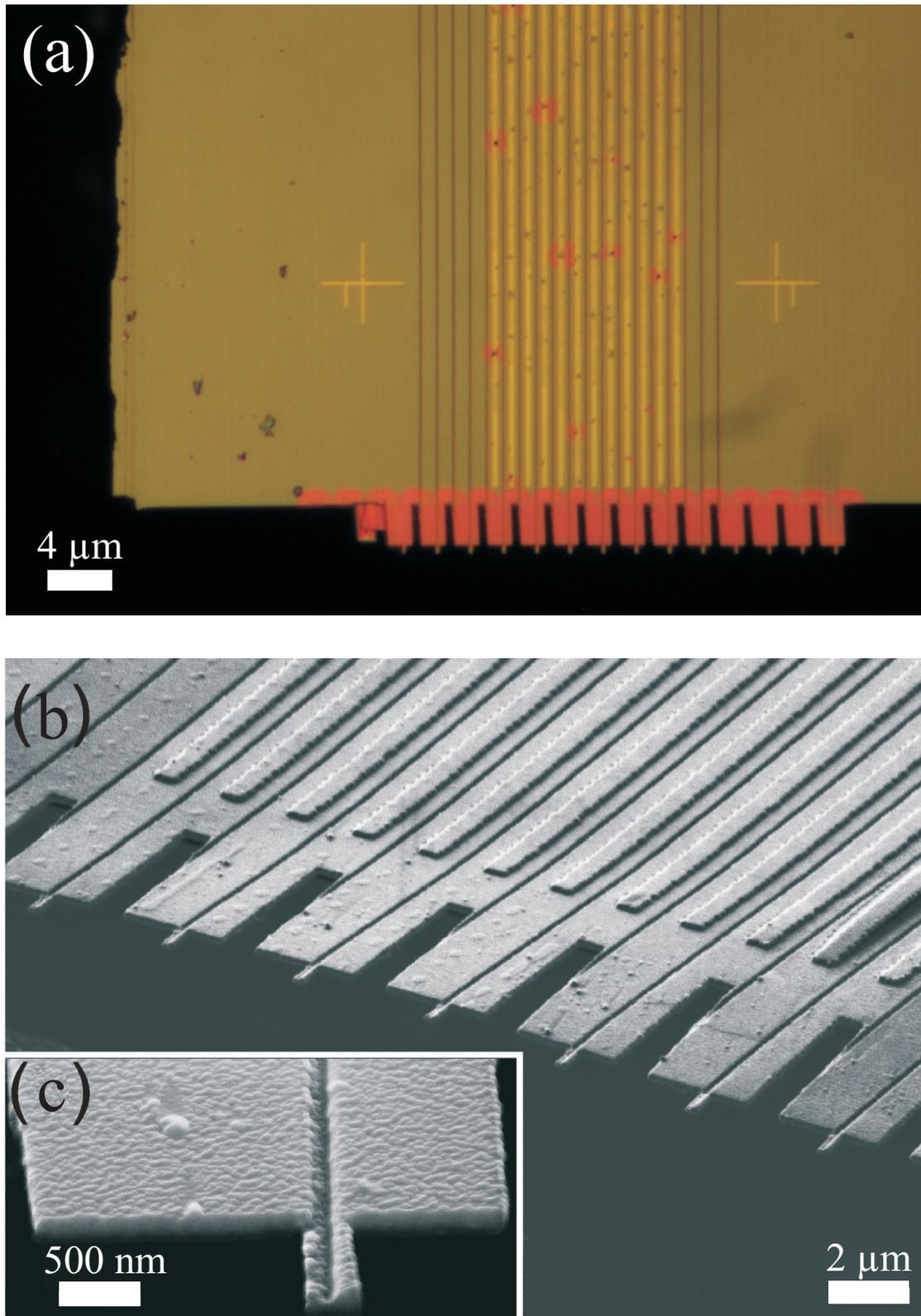


Abbildung 3.28.: Nach dem Wegbrechen des Wafers an der eingezeichneten Kante ragen die Spitzen über die Bruchkante hinaus. (a) Im optischen Mikroskop erscheinen die freistehenden Spitzen in rötlichem Farbton. (b) REM-Aufnahme eines Spitzenarrays (c) Vergrößerte Aufnahme einer einzelnen Spitze.

3.7. Zusammenfassung des Herstellungsprozesses

Zum Abschluss des Kapitels soll der gesamte Herstellungsprozess nochmals anhand von Abbildung 3.29 in Kurzform überblicksartig dargestellt werden.

Im ersten Schritt werden die Trenngräben mittels Elektronenstrahlolithographie definiert und durch RIE in die Substrat-Heterostruktur übertragen (siehe Abb. 3.29 (a)).

Nicht im Bild gezeigt ist die anschließende Herstellung eines einzelnen Ohmschen Kontaktes, mit dem das 2DES kontaktiert werden kann. Der Fertigungsprozess besteht aus optischer Lithographie, Aufdampfen von Au/Ge/Ni, Lift-Off und Einlegieren.

Als Nächstes werden die äußeren Kontakte, bestehend aus Leiterbahnen und Bondflächen, mittels Elektronenstrahlolithographie strukturiert und durch Bedampfung mit Cr/Au sowie Lift-Off hergestellt (siehe Abb. 3.29 (b)).

Anschließend werden die Spitzen selbst gefertigt (siehe Abb. 3.29 (c)). Dazu wird die Heterostruktur bis in die Opferschicht durch Elektronenstrahlolithographie und RIE strukturiert und anschließend die Opferschicht unterhalb der Spitzen durch Flußsäure entfernt. Eine Kritische-Punkt-Trocknung verhindert die Zerstörung der Spitzen beim Trocknen der Probe. Dann wird die Probe so angeritzt, dass in einem späteren Schritt der Wafer unter den Spitzen weggebrochen werden kann. Weiterhin findet eine Politur der Spitzen mittels „Focused-Ion-Beam“-Anlage statt.

Nun wird die Probe unter der Schattenmaske justiert (siehe Abbildung 3.29 (d)) und in die UHV-Anlage eingebaut. Dort werden zuerst die aus Aluminium bestehenden Source- und Drainkontakte unter einem Winkel zur Probennormalen aufgedampft. Anschließend erfolgt in einer separaten Kammer der Anlage die Herstellung der Tunnelbarrieren durch Oxidation der Aluminiumoberfläche, bevor dann die SET-Insel durch Al-Bedampfung des Spitzenendes hergestellt wird (siehe Abbildung 3.29 (e))

Nach dem Ausbau aus der UHV-Anlage wird die Probe zum Abschluss des Herstellungsprozesses entlang der vordefinierten Bruchkante gespalten, so dass die Spitzen des Arrays über das Probenende hinausragen. Die Inselgröße einer SET-Spitze beträgt dabei typischerweise ca. $280 \text{ nm} \times 150 \text{ nm}$.

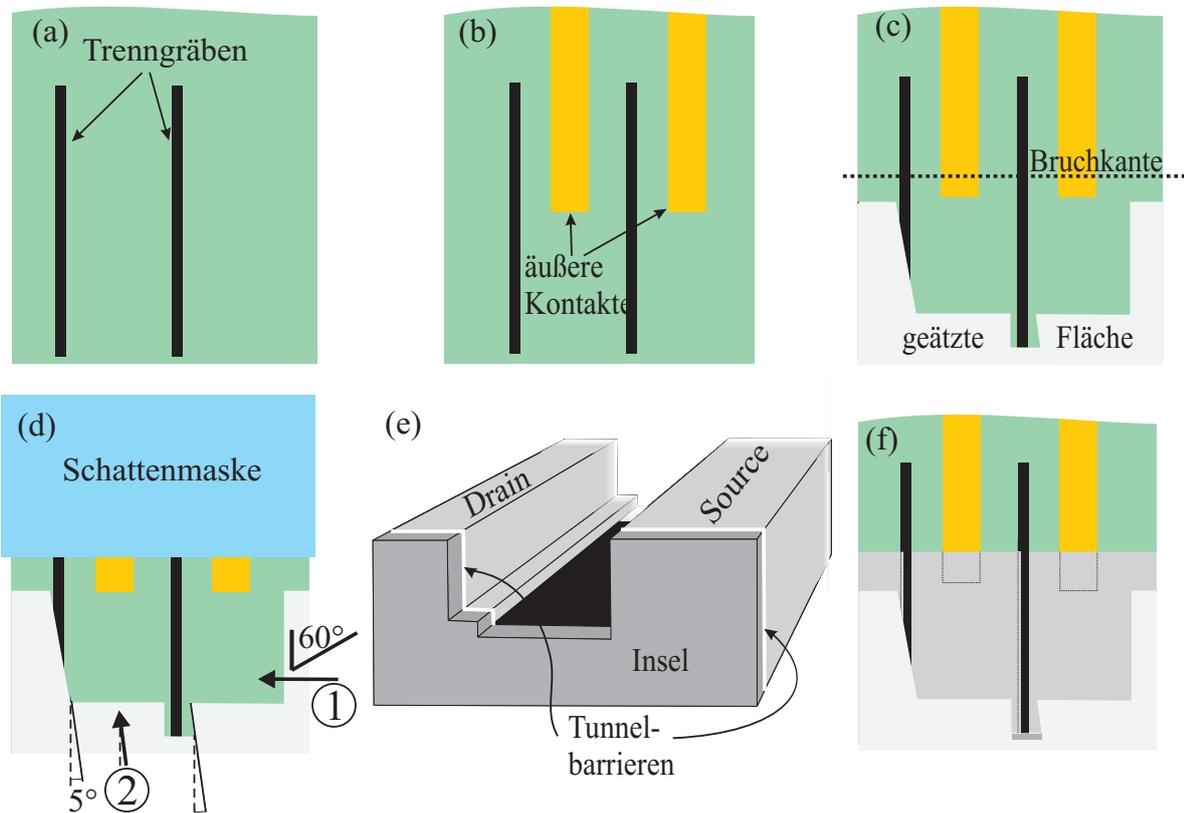


Abbildung 3.29.: Überblick über die wichtigsten Prozessschritte zur Herstellung von SET-Spitzen-Arrays. (a) Ätzen der Trenngräben. (b) Herstellen der Leiterbahnen und Bondflächen, sowie (nicht im Bild) eines Ohmschen Kontaktes zum 2DES. (c) Ätzen der Spitzengeometrie und Unterätzen der Spitzen. Anschließend Festlegen der Bruchkante mittels Waferritzers. (d) Justage der Schattenmaske und Fertigung des SETs. Dabei werden zuerst Source- und Drainkontakt durch Aluminium-Verdampfung erzeugt (Schritt 1), anschließend werden die Tunnelbarrieren durch in-situ-Oxidation hergestellt, bevor dann die SET-Insel aufgedampft wird. (e) Schemazeichnung eines fertigen SETs auf einer Spitze von schräg vorne. (f) Schemazeichnung der gesamten Spitze von oben.

4. Charakterisierung der SET-Spitzen

Dieses Kapitel behandelt die elektrische Charakterisierung der gefertigten SET-Spitzen. Dazu wird im ersten Abschnitt der dabei verwendete Messaufbau erläutert. Anschließend wird eine Vorcharakterisierung bei Raumtemperatur vorgenommen, bevor die eigentliche Charakterisierung im Kryostaten bei tiefen Temperaturen erfolgt. Der letzte Abschnitt vergleicht die elektrische Charakteristik unterschiedlicher Spitzenarrays, um Aussagen über die Reproduzierbarkeit der Spitzen-Arrays zu gewinnen.

4.1. Messaufbau zur Charakterisierung eines SETs

Da die auftretenden Spannungen und Ströme bei der Charakterisierung eines SETs üblicherweise sehr klein sind, kommt ein aufwendiger Messaufbau zum Einsatz. Messungen müssen zwingend bei sehr tiefen Temperaturen unterhalb von 0,1 K durchgeführt werden, so dass ein ^3He - ^4He -Mischkryostat benötigt wird. Dieser sowie die verwendeten elektronischen Schaltungen werden im folgenden Abschnitt erläutert.

4.1.1. Der ^3He - ^4He -Mischkryostat

Lithographisch strukturierte metallische SETs besitzen typischerweise Ladeenergien im Bereich weniger $10\ \mu\text{eV}$ bis einiger $100\ \mu\text{eV}$. Um derart geringe Energien sauber messtechnisch auflösen zu können, dürfen Störungen in der Messung maximal wenige μV betragen. Da bereits die thermische Energie der Ladungsträger $k_{\text{B}}T$ zu einer Verbreiterung der Energieniveaus und damit zu einer Unschärfe führt, kann eine Charakterisierung der SETs nur bei sehr tiefen Temperaturen erfolgen. In der Regel ist eine Temperatur von deutlich unterhalb 100 mK nötig, was einer thermischen Energie von $8,6\ \mu\text{eV}$ entspricht. Für die Messungen an den im Rahmen dieser Doktorarbeit gefertigten SET-Spitzen wurden deshalb ^3He - ^4He -Mischkryostaten verwendet, in denen jeweils eine minimale Temperatur von bis zu 20 mK erreicht wird.

Der Aufbau eines solchen Kryostaten ist in Abbildung 4.1 schematisch dargestellt. In der Mischkammer befindet sich eine Mischung aus dem gewöhnlichen ^4He sowie dem seltenen ^3He -Isotop. Wie das Phasendiagramm in Abb. 4.2 zeigt, sind für Temperaturen unterhalb von ca. 870 mK nicht mehr alle Mischungsverhältnissen von ^3He und ^4He zulässig. Unterhalb des Tripelpunktes muss sich die ^3He - ^4He -Mischung deshalb in eine

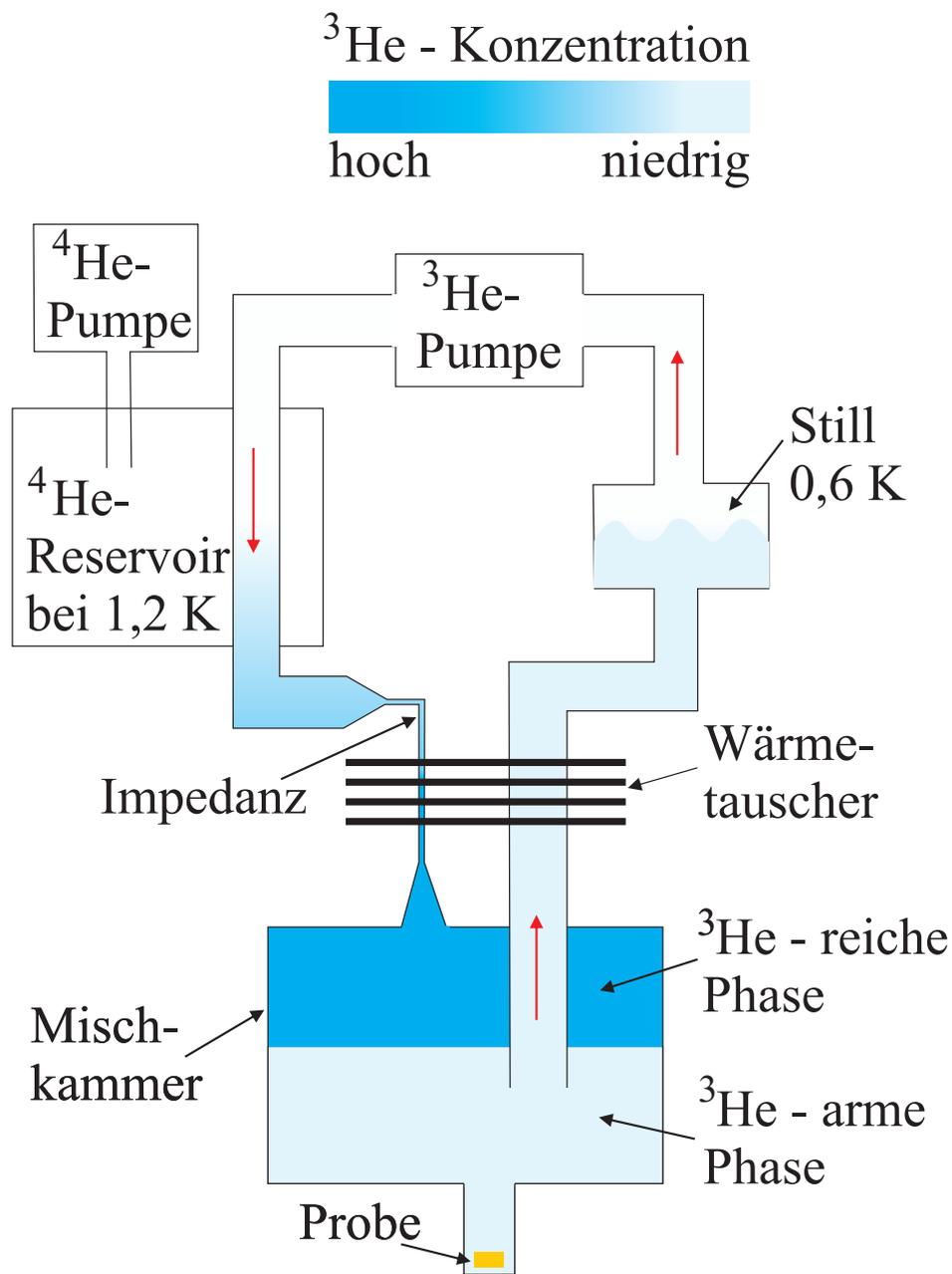


Abbildung 4.1.: Schematischer Aufbau eines $^3\text{He}/^4\text{He}$ - Mischkryostaten, wobei die Probe in direktem Kontakt mit der Mischung ist.

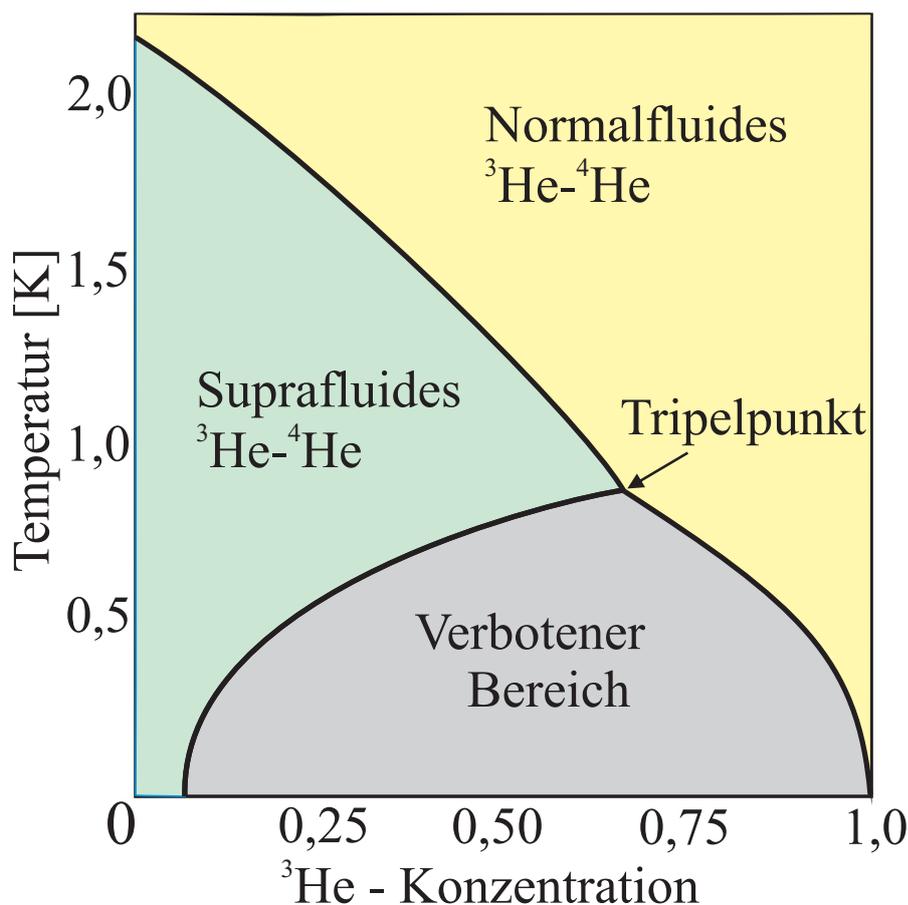


Abbildung 4.2.: Phasendiagramm eines ^3He - ^4He -Gemisches bei einem Druck von 0 bar. Mit fallender Temperatur findet eine Separation in eine ^3He -arme und eine ^3He -reiche Phase statt. Temperaturabhängig sind dabei nicht beliebige Zusammensetzungen der Phasen möglich.

^3He -reiche und eine ^3He -arme Phase aufteilen. Beide Phasen sind durch eine Grenzfläche voneinander getrennt. Die ^3He -arme Phase ist bis zur Destille (engl. „Still“) geführt, wo durch Pumpen ein Unterdruck erzeugt wird. Hier verdampft fast ausschließlich das ^3He , da es im Vergleich zu ^4He einen wesentlich größeren Dampfdruck besitzt. Ein Absinken der ^3He -Konzentration in der ^3He -armen Phase wird durch Diffusion von ^3He aus der ^3He -reichen Phase ausgeglichen. Die für diesen Übergang notwendige Mischungsenthalpie wird aus der Mischung bzw. der Umgebung entnommen und kühlt diese weiter ab. Damit dieser Prozess permanent ablaufen kann, muss das der ^3He -armen Phase verdampfte ^3He wieder an die ^3He -reiche Phase zurückgegeben werden. Dazu wird das verdampfte ^3He durch thermische Ankopplung an ein ^4He -Reservoir, sowie einen Wärmetauscher abgekühlt und über ein Kapillarröhrchen, auch „Impedance“ genannt, wieder in die ^3He -reiche Phase einkondensiert.

Die Probe befindet sich am unteren Ende eines ca. 3 m langen Probenstabes, der von oben in den Kryostaten eingeführt wird. Während einer Messung befindet sich die Pro-

be in der Mischkammer. Hier werden minimale Temperaturen von bis zu ca. 20 mK erreicht. Der Probenstab ist zusätzlich an ein 1,2 K kaltes ^4He -Reservoir angekoppelt, um die in der Mischkammer notwendige Kühlleistung zu minimieren. Damit die Probe elektrisch kontaktiert werden kann, werden alle elektrischen Kontakte durch geschirmte Leitungen innerhalb des Probenstabes ans obere Ende geführt. Um den Wärmeeintrag in den Kryostaten aufgrund von Wärmeleitung durch die Leitungsdrähte gering zu halten, bestehen diese aus Konstantan. Dieses Material weist gegenüber Kupfer ($401 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ bei Raumtemperatur) einen ca. 8 mal geringeren Wärmeleitwert ($49 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ bei Raumtemperatur) auf. In Kauf genommen werden muss bei der Wahl von Konstantan dann jedoch ein ebenfalls geringerer spezifischer elektrischer Leitwert ($2 \times 10^6 \text{ S}/\text{m}$ gegenüber $58 \times 10^6 \text{ S}/\text{m}$ bei Kupfer, Angaben jeweils für Raumtemperatur), so dass jeder Leitungsdraht einen Widerstand von 275Ω besitzt. Da die typischen Widerstände von SETs jedoch zwei bis drei Größenordnungen darüber liegen, kann dies jedoch für alle durchgeführten Messungen vernachlässigt werden.

Im Rahmen der Doktorarbeit wurden zwei ^3He - ^4He -Mischkryostaten verwendet. Für die Charakterisierung der SET-Spitzen kam ein Kryostat Kelvinox 400 (Baujahr 1996) der Firma Oxford-Instruments zum Einsatz, die Messungen an der fixierten Hallprobe (siehe Kapitel 5 und 6) wurden in einem ebenfalls von Oxford-Instruments stammenden Kryostat TLM 400 (Baujahr 1987) durchgeführt.

4.1.2. Einbau der Probe in den Chipcarrier

Zur elektrischen Charakterisierung werden die SET-Proben rückseitig mit Silberleitkleber in einen Chipcarrier mit 20 Kontakten geklebt, die im Uhrzeigersinn nummeriert sind. Kontakt Nr. 12 ist automatisch mit der metallischen Bodenfläche verbunden, so dass diese als Gatekontakt auf der Probenrückseite genutzt werden kann. Die übrigen 19 Kontakte stehen für die Source- und Drainkontakte der SETs zur Verfügung, so dass maximal 9 SETs separat kontaktiert werden können. Die Verwendung eines „Common-Source“, also eines einzigen Anschlussdrahtes für alle Sourcekontakte der SETs würde zwar die Zahl der möglichen SETs erhöhen, allerdings wären diese dann nicht mehr unabhängig voneinander mittels Offsetspannung im Potential verschiebbar. Dies ist für den späteren Einsatz als Messsonde jedoch erforderlich.

Da in den bisherigen Versuchen das 2DES der Spitzen-Probe noch nicht dazu genutzt wird, um die Source- und Drainkontakte der SETs während des Ein- und Ausbaus der Probe in den Kryostaten z.B. mittels „High-Electron-Mobility“-Transistoren kurzzuschließen, müssen die SETs hier bislang durch andere Methoden vor elektrostatischen Entladungen geschützt werden. Dazu wurden vor dem eigentlichen Bonden der SETs zuerst alle Kontaktflächen des Chipcarriers mit ringförmig angeordneten Bonddrähten kurzgeschlossen. Nach dem Einbau des Chipcarriers in den Kopf des Probenstabes wird der Kurzschluss aller Kontakte durch Steckbrücken am unteren Ende oder durch eine Kurzschlussbox am oberen Ende des Probenstabes realisiert, so dass die Kurzschlussdrähte im Chipcarrier

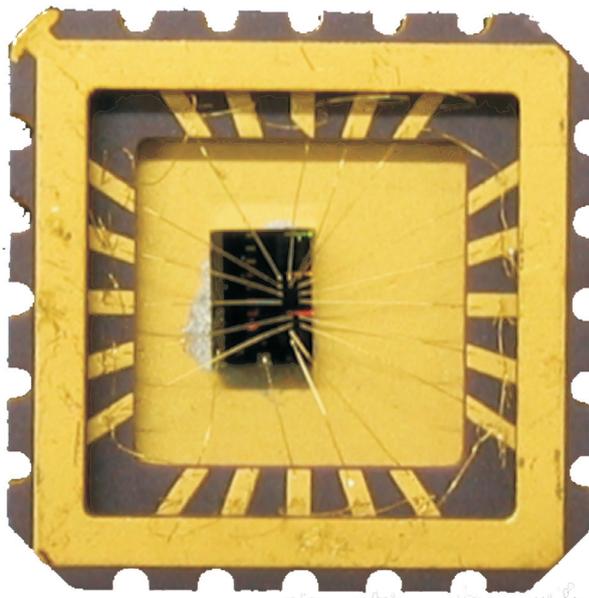


Abbildung 4.3.: Chipcarrier mit eingeklebter SET-Spitzen-Probe. Die Bodenfläche des Chipcarriers dient als Gatefläche. Alle 20 Anschlusskontakte sind durch Bonddrähte miteinander kurzgeschlossen, um die SETs vor elektrostatischer Entladung zu schützen.

dann entfernt werden können. Abbildung 4.3 zeigt einen Chipcarrier mit eingeklebter und fertig gebondeter Probe. Auch die Kurzschlussdrähte am Rand sind gut zu erkennen.

4.1.3. Messschaltung zur Vorcharakterisierung bei Raumtemperatur

Trotz großer Sorgfalt bei der Herstellung lassen sich nicht-funktionierende SET-Spitzen nie ganz vermeiden. Um das zeitaufwendige Ein- und Ausbauen der Proben in den Kryostaten zu minimieren und defekte SETs bereits vorab zu erkennen, bietet es sich an, bereits bei Raumtemperatur den Gesamtwiderstand des SETs, also die Summe beider Tunnelwiderstände zu messen. SETs, die hier entweder durch einen Kurzschluss, also einen Widerstand gegen 0Ω , oder durch eine Unterbrechung, also einen unendlich hohen Widerstand, auffallen, können als defekt aussortiert werden. Weiterhin lässt sich durch die Messung des Raumtemperatur-Gesamtwiderstandes aber auch für funktionierende SETs eine Vorab-Aussage zur Charakteristik treffen. Wie in Abschnitt 2.3 dargestellt, sollte der Gesamtwiderstand eines SETs für eine ausreichend scharfe Charakteristik mindestens ca. $100 \text{ k}\Omega$ betragen. Zu große Widerstände führen andererseits zu geringen Strömen und damit zu einem geringeren Signal-Rausch-Abstand. Widerstände zwischen $300 \text{ k}\Omega$ bis $500 \text{ k}\Omega$ stellen hier die Obergrenze für sinnvolle Messungen dar, angestrebt werden typischerweise ungefähr $100 \text{ k}\Omega$.

Um den SET nicht bereits bei der Bestimmung des Raumtemperaturwiderstands zu schädigen, steht für diese Messung eine in der Gruppe entwickelte elektrische Schal-

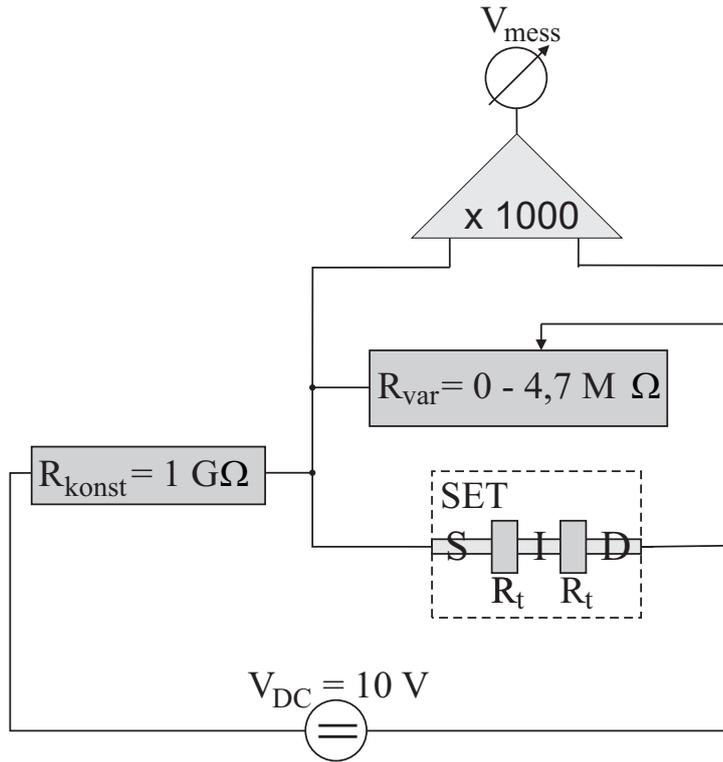


Abbildung 4.4.: Schematischer Aufbau der Schaltung zur Messung des Gesamtwiderstandes eines SETs bei Raumtemperatur. Der 1 GΩ-Widerstand bewirkt einen konstanten Strom durch die Parallelschaltung, bestehend aus SET und einem variablen Widerstand. Anhand des verstärkten Spannungsabfalls über der Parallelschaltung kann der Raumtemperaturwiderstand des SETs bestimmt werden.

tung zur Verfügung (siehe Abbildung 4.4), die an die im Probenstab eingebaute Probe angeschlossen werden kann. Durch die Wahl einer Gleichspannungsquelle $V_{DC}=10\text{ V}$ sowie eines Vorwiderstandes $R_{vor} = 1\text{ G}\Omega$ wird in dieser Messschaltung eine Quasi-Konstantstromquelle mit einem Strom von $I_{konst}=10\text{ nA}$ realisiert. Dieser fließt durch eine Parallelschaltung, bestehend aus dem SET mit dem Widerstand R_{SET} sowie einem zwischen $0\ \Omega$ und $4,7\text{ M}\Omega$ variablen Widerstand R_{var} . Durch Messung der Spannung V_{mess} , die den um den Faktor 1000 verstärkten Spannungsabfalls über der Parallelschaltung wiedergibt, lässt sich deren Gesamtwiderstand bestimmen, aus dem sich der Widerstand des SETs berechnen lässt nach

$$\frac{1}{R_{SET}} = \frac{1}{R_{gesamt}} - \frac{1}{R_{var}}. \quad (4.1)$$

Zur Durchführung der Messung wird der variable Widerstand zu Beginn auf $0\ \Omega$ gestellt. Der SET ist in diesem Fall kurzgeschlossen und der gesamte Strom fließt durch den

variablen Widerstand. Der Spannungsabfall über der Parallelschaltung und damit auch die 1000-fach verstärkte Spannung V_{mess} beträgt 0 V. Wird nun der variable Widerstand langsam bis zu seinem Maximalwert von 4,7 M Ω erhöht, teilt sich der Stromfluss auf beide Zweige der Parallelschaltung auf. Jetzt sind, abhängig von der gemessenen Spannung V_{mess} , die folgenden drei Fälle zu unterscheiden:

- $V_{\text{mess}} \approx 0$ V : Fällt über der Parallelschaltung keine Spannung ab, muss der SET einen Kurzschluss aufweisen. Er ist damit für weitere Messungen unbrauchbar.
- $V_{\text{mess}} \approx 13$ V : Die Spannung V_{mess} erreicht hier ihren durch das Netzteil begrenzten oberen Wert, was gleichbedeutend mit einem Widerstand der Parallelschaltung $R_{\text{gesamt}} \geq 1,3$ M Ω ist und damit nach Gleichung 4.1 einen SET-Widerstand $R_{\text{SET}} \geq 1,8$ M Ω bedeutet. In der Regel wird hier sogar eine vollständige Unterbrechung, d.h. ein unendlich hoher Widerstand aufgrund defekter Kontakte oder zerstörter Tunnelbarrieren vorliegen. In jedem Fall sind SETs mit derart großen Widerständen nicht für weitere Messungen geeignet.
- $0\text{V} < V_{\text{mess}} < 13$ V : In diesem Bereich kann der Widerstand des SETs genau bestimmt werden und liegt zwischen 0 Ω und 1,8 M Ω . Sofern $V_{\text{mess}} < 5$ V ist, liegt der Widerstand des SETs mindestens eine Größenordnung unter dem Wert des variablen Widerstandes von 4,7 M Ω , so dass der Gesamtwiderstand der Parallelschaltung näherungsweise nur noch durch den Widerstand des SETs bestimmt wird.

Für R_{SET} ergibt sich damit die einfache Näherung

$$R_{\text{SET}} \approx \frac{R_{\text{vor}}}{V_{\text{DC}}} \cdot \frac{V_{\text{mess}}}{1000} = \frac{10^9 \Omega}{10^3 \cdot 10\text{V}} \cdot V_{\text{mess}} = 100 \text{ k}\Omega/\text{V} \cdot V_{\text{mess}}. \quad (4.2)$$

Der in Volt angegebene Wert von V_{mess} entspricht hier also ungefähr dem Widerstand des SETs, ausgedrückt in Vielfachen von 100 k Ω .

4.1.4. Messaufbau zur Charakterisierung eines Arrays im Kryostaten

Nachdem bei einer ausreichenden Zahl von SET-Spitzen geeignete Werte des Raumtemperaturwiderstandes gemessen werden konnten, findet die weitere Charakterisierung der SETs im Kryostaten statt. Die Charakterisierung stellt dabei große Anforderungen an den dazugehörigen Messaufbau. Bedingt durch die geringe Ladeenergie E_C und die große Empfindlichkeit der SETs dürfen insbesondere Source- und Drainpotentiale maximal mit Rauschamplituden im Bereich einzelner μV behaftet sein. Das Anlegen von Spannungen muss ebenfalls μV -genau, reproduzierbar, langzeit- und temperaturstabil erfolgen. Der gewählte Aufbau (siehe Abbildung 4.5) ist konsequent auf dieses Ziel ausgerichtet und wird nachfolgend erläutert:

Für alle 20 Leitungen, die von der Probe als „twisted pairs“ in einem dünnen Röhrchen aus VA-Stahl durch den Probenstab geführt werden, sind Tiefpassfilter gegen Radiofrequenzen bei Raumtemperatur direkt am Probenstab angebracht. Von dort werden die Leitungen in einem kurzen, abgeschirmten Kabel bis zur Messelektronik geführt, die sich

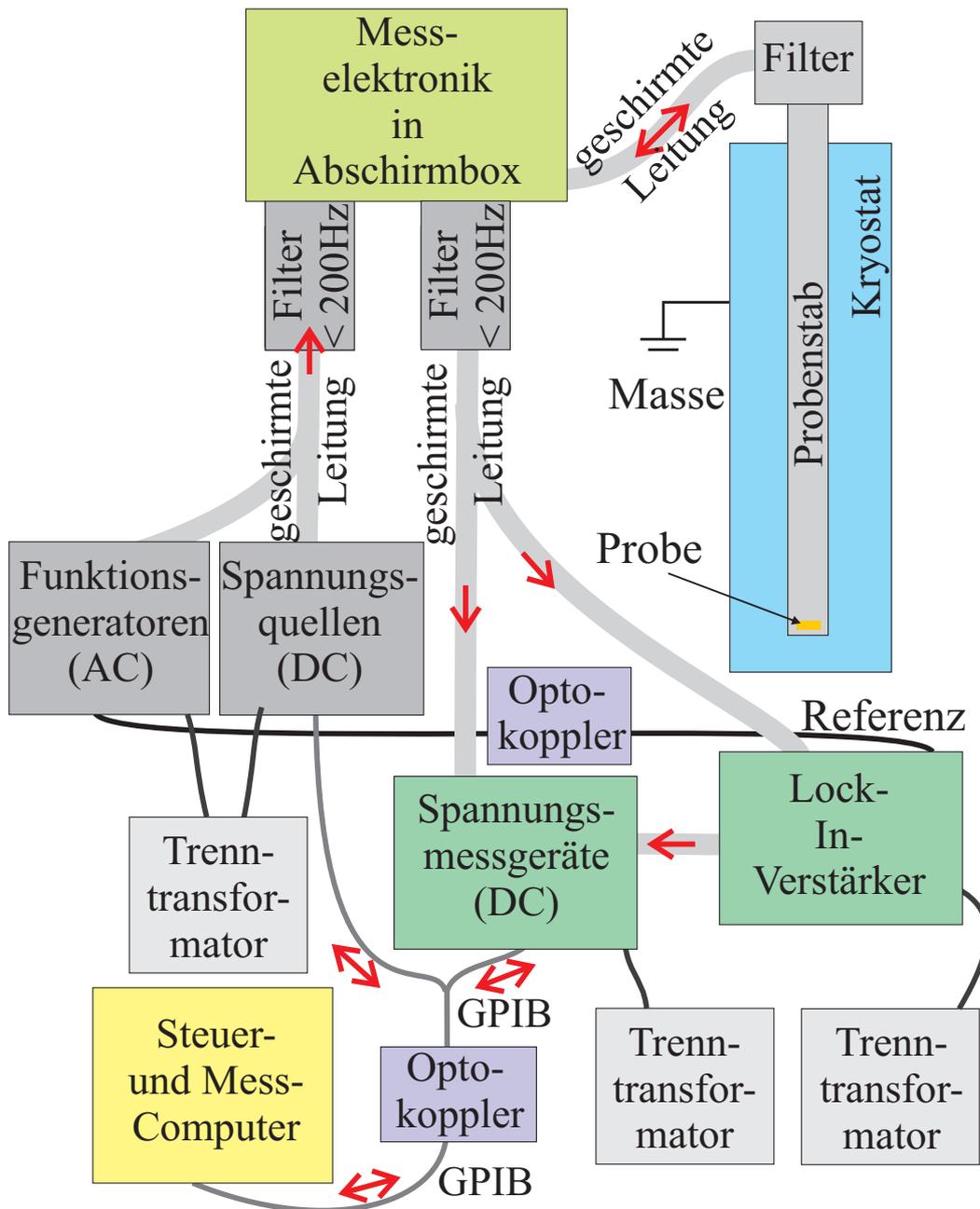


Abbildung 4.5.: Aufbau der Messumgebung zur Charakterisierung eines SETs im Kryostaten. Die Probe im Kryostaten ist durch geschirmte Leitungen mit einer modular aufgebauten Messelektronik verbunden, die sich in einer geschirmten Messbox aus μ -Metall befindet, um magnetische Felder mit der Netzfrequenz von 50 Hz abzuschirmen. Versorgt wird diese Elektronik durch computergesteuerte Spannungsquellen, die sich ebenso außerhalb der Box befinden wie die Messgeräte, die die von der Elektronik kommenden Signale messen und an den Messcomputer weiterleiten. Für Gleichspannungsmessungen werden Multimeter eingesetzt, Wechselspannungsmessungen werden mit Hilfe von Lock-In-Verstärkern durchgeführt. Alle Geräte sind durch Trenntransformatoren erdfrei, das Massepotential wird vom Kryostaten zentral durch den Kryostaten definiert und sternförmig an alle Messgeräte hingeführt. Der Computer ist durch Optokoppler elektrisch entkoppelt.

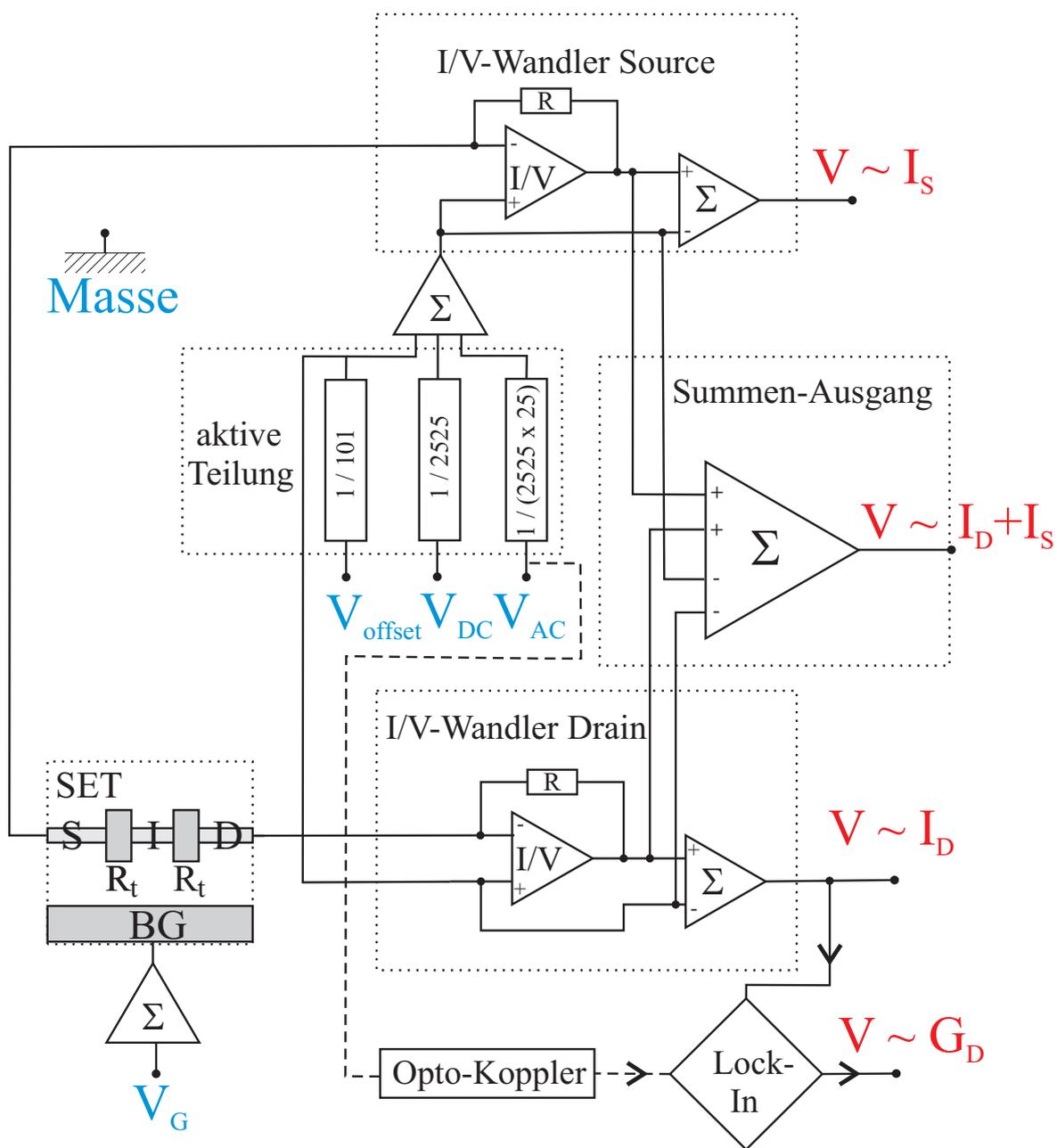


Abbildung 4.6.: Schaltung zur Messung der Ströme I_D , I_S , des Summenstromes I_{D+S} sowie des differentiellen Leitwertes G_D . Weitere Symbole sind I/V für den Strom-Spannungswandler und das Summenzeichen für die Addierer.

in einer Box aus μ -Metall befindet. Dadurch sollen Induktionseffekte bei der Netzfrequenz von 50 Hz vermieden werden.

Die Messelektronik in der Abschirmbox stellt die am SET anliegenden Spannungen zur Verfügung und wandelt die kleinen Ströme durch den SET in größere, gut messbare Spannungen um. Die Schaltung befindet sich in direktem elektrischen Kontakt mit den Zuleitungen zur Probe. Störungen wirken an dieser Stelle auf unverstärkte Signale, weshalb hier in besonderem Maß auf Rauscharmheit geachtet werden muss. Die gesamte Schaltung innerhalb der Abschirmbox ist daher eine Eigenentwicklung der Abteilung und modular aufgebaut. Nur dadurch ist eine genaue Kenntnis und Kontrolle der Eigenschaften der Schaltung möglich. Abbildung 4.6 zeigt einen schematischen Schaltplan. Die Schaltung funktioniert wie folgt:

- Von außerhalb der Abschirmbox werden mittels Gleichspannungsquelle (Eigenentwicklung) sowie sinusförmiger Wechselspannungsquelle (Funktionsgenerator DS345 von Stanford Research Systems) die Eingangsspannungen V_{DC} und V_{AC} an die Messelektronik in der Box geliefert. Hier werden beide Spannungen stark heruntergeteilt, miteinander addiert und als Source-Drain-Spannung V_{DS} über die zwei Strom-Spannungs-Wandler an den SET angelegt. Die großen Teilungsfaktoren bewirken eine Verringerung von zuvor einwirkenden Störsignalen. Die Amplitude der AC-Modulation beträgt nach der Teilung typischerweise zwischen $1 \mu\text{V}$ und $3 \mu\text{V}$ und ist damit ungefähr gleich groß wie das Spannungsäquivalent der thermischen Energie bei Basistemperatur des ^3He - ^4He -Mischkryostaten. Zusätzlich kann eine Offsetspannung V_{offset} geteilt und addiert werden, die gleichgerichtet das Potential von Source und Drain gegenüber Masse verschiebt.
- An Source wie auch an Drain befindet sich jeweils ein Strom-Spannungswandler, welcher die maximal einige nA betragenden Source- und Drainströme I_S und I_D in Spannungen im Volt-Bereich umwandelt. Zusätzlich ist ein Summen-Ausgang vorhanden, an dem beide Spannungen richtungskorrigiert addiert zur Verfügung stehen. Dieser Ausgang bietet den Vorteil, dass sich unerwünschte Ströme, die auf der Source- und Drainseite in entgegengesetzter Richtung fließen, messtechnisch gegenseitig kompensieren. Derartige Ströme entstehen beispielsweise durch eine Veränderung der Offsetspannung, welche die Source- und Drainleitungen im Potential anhebt, da hier die in den Tiefpassfiltern angeordneten Kapazitäten gegenüber Masse aufgeladen werden. Da diese Ströme jedoch nicht durch den SET fließen, sind sie zwingend in der Messung zu eliminieren.
- Um die Wirkung eines zusätzlichen elektrischen Feldes auf die SETs sehen zu können, ist zur Charakterisierung der SETs ein separater Gatekontakt nötig. Hierzu wird die metallische Bodenfläche des Chipcarriers verwendet, auf die das Waferstück mit den SET-Spitzen rückseitig mit Leitsilber aufgeklebt ist. Die hier angelegte Gatespannung wird als Gatespannung V_G bezeichnet.

Die Messgeräte zur Messung der in Spannungen umgewandelten Ströme sind außerhalb der Abschirmbox angeordnet. Während der zum Gleichstrom I des SETs proportionale Gleichanteil der Ausgangsspannung mittels Multimeter (Multimeter2000 von Keithley Instruments) gemessen wird, bestimmt ein Lock-In-Verstärker (SR830 von Stanford Research Systems) den Wechselanteil ΔI . Ist Amplitude ΔV der angelegten Wechselspannung ausreichend klein, so kann der differentielle Leitwert dI/dV des SETs näherungsweise durch $\Delta I/\Delta V$ ausgedrückt werden.

$$\frac{dI}{dV} = \frac{\Delta I}{\Delta V} \Big|_{\Delta V \rightarrow 0}. \quad (4.3)$$

Alle Messungen sind am Source-, Drain- und Summenausgang gleichzeitig möglich. Dies wird jedoch zumeist nur für den Gleichanteil durchgeführt. Bei der Lock-In-Messung zur Bestimmung des differentiellen Leitwertes wird die Source-Seite moduliert und der modulierte Strom auf der Drainseite gemessen. Dies gewährleistet, dass kapazitive Ströme, verursacht durch ein Umladen der Zuleitungen, nicht im Messsignal auftreten.

Alle Spannungsquellen und Messgeräte werden von einem zentralen Messcomputer per GPIB-Bus angesteuert und ausgelesen. Eine Glasfaserleitung in der GPIB-Verbindung sorgt dafür, dass der Computer elektrisch vom restlichen Aufbau getrennt ist. Die Stromversorgungen sämtlicher Messgeräte und Messschaltungen sind mit Trenntrafos von der Netzmasse entkoppelt. Der Kryostat definiert die gemeinsame Masse, die von dort stern-

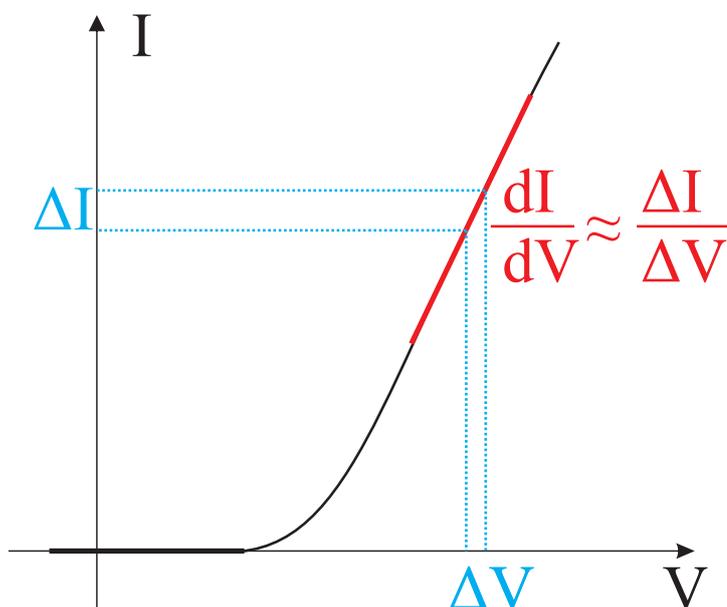


Abbildung 4.7.: Messprinzip zur Bestimmung des differentiellen Leitwertes dI/dV . Wird eine Wechselspannung ΔV auf die angelegte Gleichspannung aufmoduliert und die Veränderung des Stromes ΔI gemessen, so ist der Quotient $\Delta I/\Delta V$ eine ausreichend gute Näherung für den differentiellen Leitwert dI/dV , wenn die Spannung ΔV ausreichend klein gewählt worden ist.

förmig an alle Geräte weitergegeben wird. Durch die Verwendung mehrerer baugleicher Messelektroniken, Spannungsquellen und Messgeräte ist eine parallele Charakterisierung von bis zu 5 SETs gleichzeitig möglich.

4.2. Bestimmung des Gesamtwiderstandes der SETs bei Raumtemperatur

Die Bestimmung des Widerstandes eines SETs bei Raumtemperatur dient dazu, defekte SETs, die einen Kurzschluss oder eine Unterbrechung aufweisen, bereits vor einer aufwendigen Messung im Kryostaten zu erkennen. Aus dem Widerstandswert funktionierender SETs können jedoch weitere Aussagen getroffen werden, die in den nachfolgenden Abschnitten erläutert werden sollen.

4.2.1. Abhängigkeit des Widerstandes der Tunnelbarrieren vom Sauerstoffpartialdruck bei der Oxidation

Für die Herstellung der Tunnelbarrieren durch Oxidation (siehe Abschnitt 3.6.3) stellt der dabei verwendete Sauerstoffpartialdruck in der Prozesskammer den wichtigsten Prozessparameter dar. Da dieser die Dicke der Tunnelbarriere und damit auch ihren Widerstand beeinflusst, kann die Widerstandsmessung zur genaueren Optimierung des Prozessdrucks verwendet werden.

Wie bereits in Abschnitt 4.1.3 erläutert bieten SETs mit einem Widerstand von ca. $R_{\text{SET}} \approx 100 \text{ k}\Omega$ einen guten Kompromiss zwischen ausreichend scharfen Coulomb-Oszillationen und gleichzeitig noch gut messbaren Strömen. SETs mit Widerständen oberhalb von $300 \text{ k}\Omega$ oder unterhalb von $40 \text{ k}\Omega$ dagegen sind in der Regel nicht für weitere Messungen geeignet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Sauerstoffpartialdruck zwischen $5 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ und $2,0 \times 10^{-1} \text{ mbar}$ variiert, wobei dieser Bereich aufgrund früherer Experimente von Y. Wei [23] und den Erfahrungen und Vorversuchen von T. Reindl in der Abteilung ausgewählt wurde.

Alle Messungen wurden dabei nach mehr als 24 h, nachdem die SETs aus der UHV-Anlage entnommen worden sind, durchgeführt (siehe nachfolgender Abschnitt 4.2.2). SET-Spitzen, die bei einem Sauerstoffpartialdruck von lediglich $5 \times 10^{-2} \text{ mbar}$ hergestellt wurden, zeigten einen Widerstand zwischen $10 \text{ k}\Omega$ und $40 \text{ k}\Omega$. Eine Verdoppelung des Sauerstoffpartialdrucks bei der Oxidation auf $1,0 \times 10^{-1} \text{ mbar}$ führte zu höheren Widerständen zwischen $25 \text{ k}\Omega$ und $90 \text{ k}\Omega$, mit einem Druck von $1,5 \times 10^{-1} \text{ mbar}$ konnten Werte zwischen $40 \text{ k}\Omega$ und $120 \text{ k}\Omega$ erreicht werden. Die angegebenen Bereiche geben dabei lediglich die insgesamt gemessenen Werte wieder. Für die SET-Spitzen eines Arrays,

die demnach auch im selben Herstellungsprozess gefertigt wurden, variierten die Widerstandswerte der SETs mit dem kleinsten und dem größten Widerstand üblicherweise maximal um den Faktor 2. Eine weitere Erhöhung des Sauerstoffpartialdrucks auf $2,0 \times 10^{-1}$ mbar führte in einigen wenigen Fällen zu SETs mit Widerständen oberhalb von 100 k Ω , allerdings nahm hier die Ausbeute an funktionierenden SETs rapide ab, da sehr oft Unterbrechungen festgestellt werden mussten. Insgesamt ist zu vermuten, dass die Ursache für die Schwankungen, denen die Widerstände verschiedener SETs trotz scheinbar gleicher Oxidationsparametern unterworfen sind, in erster Linie durch minimale Unterschiede in der Oxiddicke verursacht werden. Denn während die Spitzen selbst insbesondere durch die „Feinpolitur“ in der FIB-Anlage nahezu identische Abmessungen besitzen und geringe Abweichungen hier auch nur einen geringen Einfluss auf den Tunnelwiderstand haben sollten, führt die exponentielle Abhängigkeit des Widerstands von der Dicke der Tunnelbarriere bereits bei kleinen Änderungen zu großen Schwankungen. Ein Grund für unterschiedliche Oxiddicken könnte darin bestehen, dass die Kristalle der beim Aufdampfen von Source- und Drainkontakten entstehenden Aluminiumkörner zahlreiche verschiedene Orientierungen besitzen, die sich durch unterschiedliche Oxidationsgeschwindigkeiten auszeichnen [83]. Aber auch Schwankungen in der Substrattemperatur bei verschiedenen Proben, z.B. durch unterschiedlich langes Einkühlen der Probe, können die Oxidation beeinflussen. Es konnten hier jedoch keine systematische Abhängigkeiten gefunden werden.

Berechnet man für die typischerweise verwendeten Sauerstoffpartialdrücke von 5×10^{-2} mbar, $1,0 \times 10^{-1}$ mbar und $1,5 \times 10^{-1}$ mbar eine Abschätzung der Oxiddicke nach Formel (3.2), erhält man hier Werte von 12,65 Å, 12,88 Å und 13,04 Å. Ein Anstieg der Dicke um ca. 0,4 Å führt demnach bereits ungefähr zu einer Vervierfachung des Widerstandes. Beschreibt man die exponentielle Abhängigkeit des Tunnelwiderstandes von der Dicke durch

$$R_T \propto \exp(d/d_0), \quad (4.4)$$

so kann die Konstante d_0 unter Verwendung der obenstehenden drei Dickenmesswerte experimentell zu ca. 0,3 Å festgelegt werden, wobei aufgrund der geringen Zahl unterschiedlicher Sauerstoffpartialdrücke hier eine sehr große Messunsicherheit besteht. Als optimaler Wert für die Oxidation wurde deshalb ein Sauerstoffpartialdruck von ca. $1,5 \times 10^{-1}$ mbar bis $1,6 \times 10^{-1}$ mbar festgelegt. Hier konnte eine Ausbeute funktionierender SET-Spitzen von ca. 60% erzielt werden, deren Widerstand jedoch in den meisten Fällen leicht unterhalb des angestrebten Wertes von 100 k Ω lag.

Nicht funktionierende SETs zeichneten sich nahezu immer durch eine Unterbrechung aus, d.h. es war kein Stromfluss durch den SET möglich. Hier ist von unterbrochenen Leiterbahnen oder elektrostatischer Zerstörung der Tunnelbarrieren auszugehen, alternativ wären auch zu große Oxiddicken der Tunnelbarrieren denkbar. Kurzschlüsse hingegen waren nur in wenigen Einzelfällen zu beobachten. Auffällig bei der Vorcharakterisierung war, dass an einem Array mit 8 SET-Spitzen oft sechs oder mehr funktionierten, während an anderen, identisch hergestellten Arrays alle SETs defekt waren. Hier wird von einer Zerstörung der SETs durch elektrostatische Entladung ausgegangen.

4.2.2. Nachoxidation bei Raumtemosphäre

Wie im vergangenen Abschnitt 4.2.1 gezeigt wurde, hängt der Widerstand eines SETs stark vom Sauerstoffpartialdruck während der Herstellung der Tunnelbarrieren ab. Allerdings konnten auch während der ersten 24 Stunden, nachdem eine SET-Probe aus dem Vakuum der UHV-Anlage entnommen und an Luft gebracht worden war, noch leicht ansteigende Widerstände beobachtet werden. Als Ursache wird vermutet, dass der im Vergleich zur eigentlichen Oxidation ungleich höhere atmosphärische Sauerstoffpartialdruck eine weitere Oxidation insbesondere an den Rändern der Tunnelbarrieren bewirkt. Auf systematische Untersuchungen dieses Effektes wurde jedoch verzichtet, so dass lediglich von einigen wenigen Spitzenarrays Messdaten des Raumtemperaturwiderstands insbesondere nur kurz nach der Entnahme aus der UHV-Anlage vorliegen. Exemplarisch sind in Tabelle 4.1 die Messdaten für ein mit $1,065 \times 10^{-1}$ mbar oxidiertes Spitzenarray aufgeführt, bei dem der Raumtemperaturwiderstand nach 2 Stunden, 4 Stunden, 6 Stunden sowie nach 18 Stunden gemessen wurde.

Bei allen SETs des Arrays kann während der ersten Stunden an Luft ein Anstieg des Widerstandes beobachtet werden. Nach 18 Stunden beträgt dieser zwischen $\approx 10\%$ und $\approx 40\%$ des anfänglichen Widerstandes (siehe auch Abbildung 4.8). Die starke Widerstandsänderung des SET1 soll als Einzelfall nicht berücksichtigt werden, da eine derartig große Erhöhung auch an anderen Proben nie wieder auftrat. Zudem zeigte SET1 im Rahmen einer späteren Charakterisierung im Kryostaten sogar eine Unterbrechung.

Auch bei SETs in anderen Arrays lagen die Widerstandsänderungen in der Regel bei bis zu 50%, wobei eine Erhöhung um ca. 20% als typischer Wert angenommen werden darf. Es konnte über weite Bereiche keine signifikante Abhängigkeit vom ursprünglichen Widerstand festgestellt werden, lediglich bei SETs mit extrem geringen Raumtemperaturwiderständen unter 20 k Ω konnte oftmals sogar eine Verdopplung des Widerstands beobachtet werden.

Nach ca. 24 Stunden war der Widerstandswert stets stabil und zeigte auch nach z.B. einer Woche keine weiteren Veränderungen. Aufgrund der wenigen vorliegenden Messdaten

Array Nr. 070820 ($O_2 = 1,07 \times 10^{-1}$ mbar)	R_{SET} [k Ω] nach 2h	R_{SET} [k Ω] nach 4h	R_{SET} [k Ω] nach 6h	R_{SET} [k Ω] nach 18h
SET 1	61	65	70	165*
SET 2	58	61	65	83
SET 4	77	79	81	88
SET 5	55	56	58	63
SET 6	39	41	42	46
SET 3/7/8	defekt	defekt	defekt	defekt

Tabelle 4.1.: Raumtemperaturwiderstand der SETs eines Spitzenarrays in Abhängigkeit von der Zeitspanne an Luft. Deutlich ist eine Vergrößerung des Widerstands im Laufe der Zeit zu erkennen. (* Anmerkung: Dieser SET wies bei späterer Charakterisierung im Kryostaten eine Unterbrechung auf.)

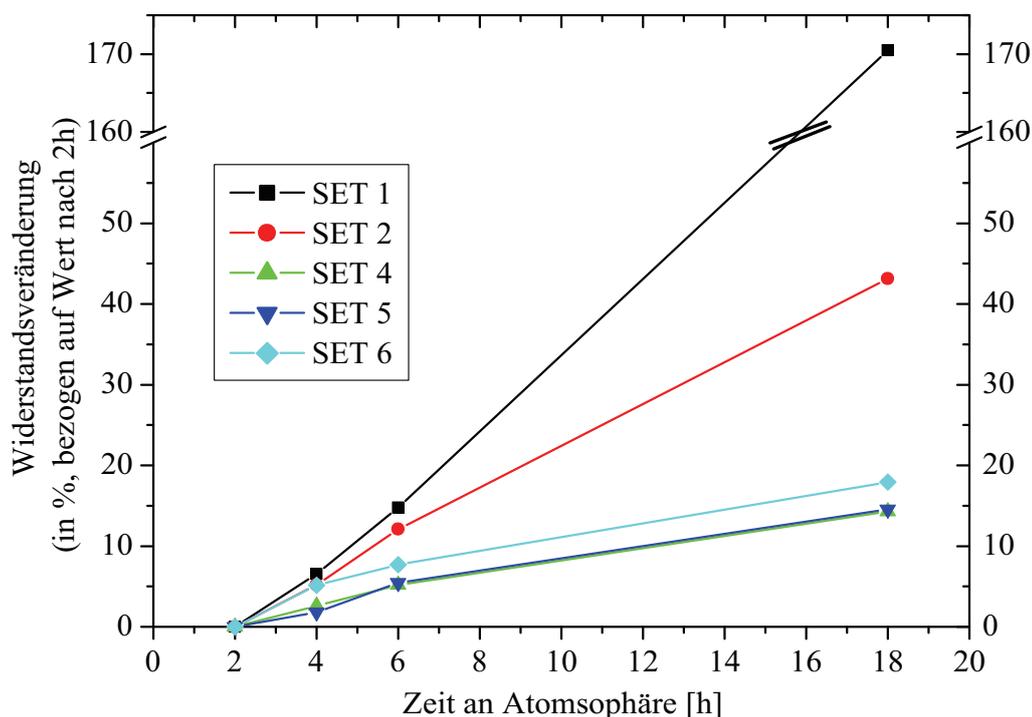


Abbildung 4.8.: Darstellung der prozentualen Veränderung der Widerstände bei Raumtemperatur der in Tabelle 4.1 aufgeführten SETs. Als Basiswert wird jeweils der Widerstand nach 2 Stunden unter Atmosphärenbedingungen verwendet. Die eingezeichneten Linien verbinden nur die zusammengehörenden Messpunkte.

muss die Frage, welcher Kurvenform die Kennlinie der Nachoxidation folgt, unbeantwortet bleiben. Abschließend bleibt jedoch festzuhalten, dass SET-Spitzen, die nach ihrer Charakterisierung im Kryostaten ein halbes Jahr an Luft gelagert wurden, noch immer unveränderte Widerstandswerte aufwiesen.

4.3. Bestimmung der SET-Parameter: Einzelelektronenladeenergie und Inselkapazitäten

Zur genaueren Charakterisierung einer SET-Probe wird der Probenstab in den Kryostaten eingebaut. Um die SETs während des Ein- und Ausbausvorgangs zu schützen, sind alle 20 Anschlüsse, die durch den Probenstab zur Probe geführt werden, durch eine Schaltbox am oberen Ende des Probenstabes miteinander kurzgeschlossen und befinden sich auf Massepotential.

Das Abkühlen der Probe von Raumtemperatur bis auf ca. 1,5 K erfolgt beim Einbau des Probenstabes über einen Zeitraum von ca. drei Stunden. Diese lange Zeitspanne soll verhindern, dass Elektronen in einer thermischen Nichtgleichgewichtsverteilung eingefroren werden, da Ladungsträgerfluktuationen in unmittelbarer Nähe zur SET-Insel zu Sprüngen in der Messkurve führen würden. Der weitere Abkühlvorgang bis auf die Basistemperatur von ca. 20 mK benötigt weitere 5 bis 6 Stunden, bevor mit der Messung begonnen werden kann.

4.3.1. Unterdrückung der Supraleitung

Da das Aluminium des SETs unterhalb der kritischen Temperatur ($T_C \approx 1,2$ K [84, 85]) supraleitend wird, verändert sich hier die Charakteristik des SETs deutlich. Wie in Abbildung 4.9 (a) schematisch dargestellt, verbreitert sich der Bereich des Ladungsstabilitätsdiagramms, in dem kein Stromfluss durch den SET stattfindet (Blockadebereich), um eine supraleitende Energielücke [86]. Für den Einsatz als Messsonde ist ein konstanter Arbeitspunkt und damit auch eine unveränderliche Breite des Blockadebereiches erforderlich, so dass der SET bei Messanwendungen vorzugsweise im nicht-supraleitenden Bereich betrieben werden sollte. Dies kann erreicht werden, indem während des Betriebs des SETs ein Magnetfeld angelegt wird, welches die supraleitende Phase zerstört (siehe Abbildung 4.9 (b)). Die Notwendigkeit eines externen Magnetfeldes stellt keine besondere Einschränkung für die Nutzung des SETs dar, da dieses zur Untersuchung des Quanten-Hall-Effektes ohnehin benötigt wird. Die zur Zerstörung der Supraleitung im Aluminium notwendige magnetische Flussdichte B_C ist temperaturabhängig und steigt mit sinkender Temperatur bis auf 10 mT bei 0 K an [85]. Dieser Wert gilt jedoch nur für massives Aluminium. In dünnen Schichten kann die kritische Flussdichte deutlich größere Werte annehmen, da sich das induzierte Gegenfeld aufgrund der begrenzten Dicke im Film nicht bis zur Stärke des äußeren Magnetfeldes aufbaut.

Abbildung 4.9 (c) zeigt die bei konstanter Gatespannung aufgenommenen Source-Drain-Kennlinien eines SETs in Abhängigkeit von der magnetischen Flussdichte als Graustufen-darstellung. Bei der untersuchten Probe handelte es sich jedoch nicht um einen SET auf einer Spitze, sondern um einen ähnlich dem klassischen Schattenbedampfungsverfahren auf eine GaAs-Oberfläche aufgedampften SET (vgl. Abschnitt 2.5, genaue Struktur siehe Anhang A.1). Die magnetische Flussdichte wurde von -0,1 T bis auf 0,1 T variiert. Deutlich kann der verbreiterte Blockadebereich bei Supraleitung festgestellt werden. Weiterhin ist eine Verschiebung des Symmetriepunktes zu erkennen, so dass dieser statt bei Null bei einem eingestellten Wert von ca. 20 mT liegt. Ursache dafür ist ein eingefrorener Fluss in den supraleitenden Spulen, mit denen das Magnetfeld erzeugt wird. Ausgehend von diesem Wert sind zusätzlich ± 47 mT notwendig, um die Supraleitfähigkeit vollständig zu unterdrücken. Um jegliche supraleitende Effekte auszuschließen, wurde die Charakterisierung aller SETs bei mindestens dem zehnfachen Wert, also 0,5 T durchgeführt, in der

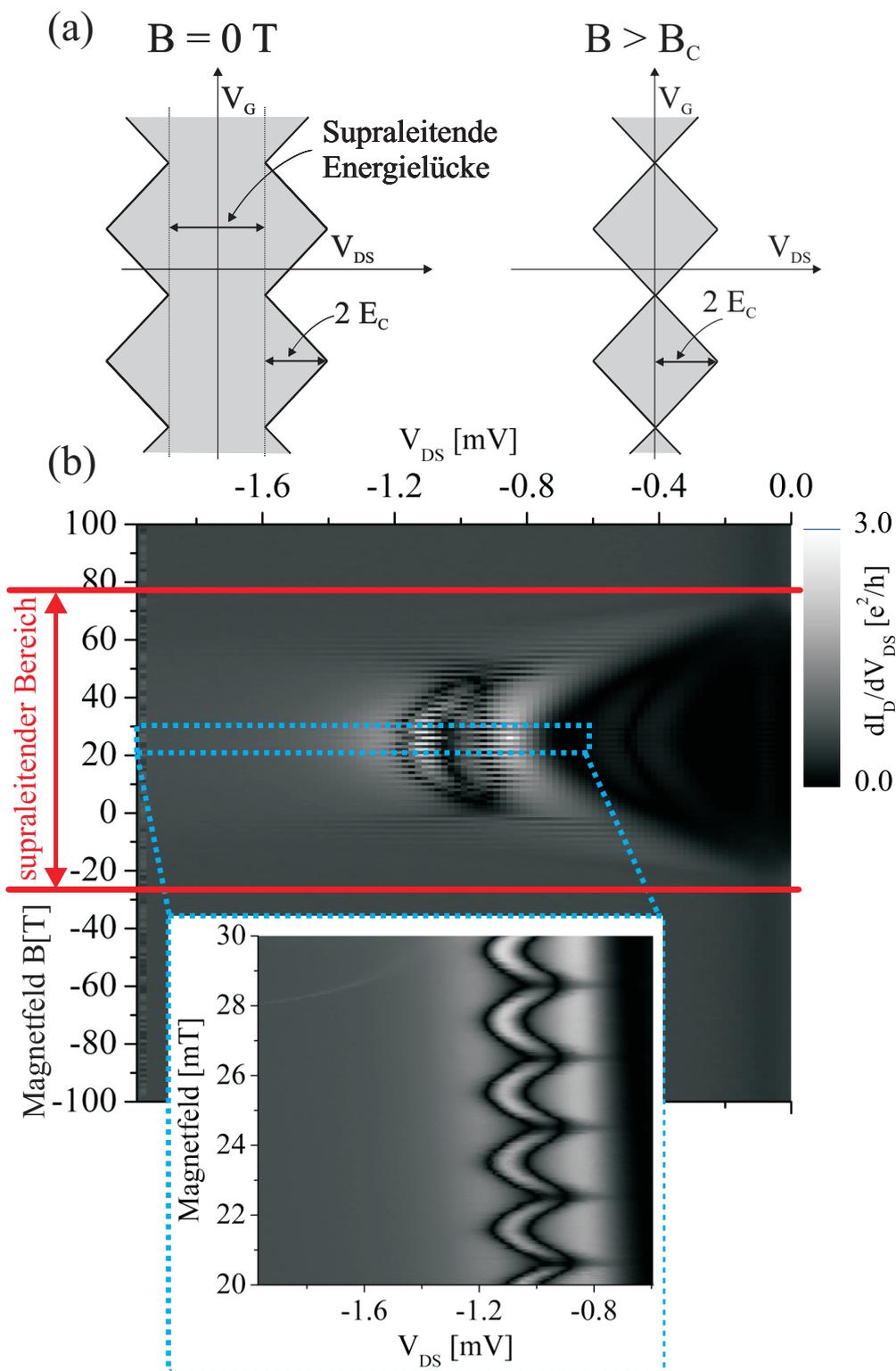


Abbildung 4.9.: (a) Ist der Aluminiumfilm supraleitend, wird der Bereich der Coulomb-Blockade durch eine supraleitende Energielücke verbreitert. (b) Differenzieller Leitwert in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung V_{DS} sowie von dem Magnetfeld bei konstanter Gatespannung V_G . (Kasten) Innerhalb des supraleitenden Bereiches konnten Strukturen aufgelöst werden, die jedoch nicht näher behandelt werden.

Regel wurde sogar 1 T verwendet. Im supraleitenden Bereich sind weitere Strukturen zu finden, wie in Abbildung 4.9 (d) dargestellt. Da diese für den Betrieb des SETs als Messsonde keine Bedeutung besitzen, soll darauf jedoch nicht weiter eingegangen werden.

4.3.2. Charakteristik eines SETs auf einer Spitze

Nachdem die Probe auf die Basistemperatur von ca. 20 mK abgekühlt und ein statisches Magnetfeld von 1 T angelegt ist, wird der Kurzschluss aller Kontakte untereinander und zu Masse mittels Schaltbox aufgehoben und das elektrische Potential der Probe durch die Messelektronik vorgegeben. Nicht verwendete Anschlussdrähte im Probenstab sind auf Massepotential gelegt. Der einlegierte Ohmsche Kontakt auf der Probe, durch den das Potential des (nicht genutzten) 2DES in den Spitzen festgelegt wird, wird durch eine rauscharme Spannungsquelle auf 0 V gehalten.

Zu Beginn der Charakterisierung muss für die Source-Drain-Spannung V_{DS} und die Gatespannung V_G ein geeigneter Wertebereich gefunden werden. Dazu wird zuerst $V_{DS} = 0$ V gesetzt und die Gatespannung in verschiedenen, größer werdenden Größenordnungen variiert, bis die Coulomb-Blockade-Oszillationen des differentiellen Leitwerts dI_D/dV_{DS} klar erkennbar dargestellt werden können. Abbildung 4.10(a) zeigt die einzelnen Oszillationen in einem Abstand von (87 ± 3) mV, was einer Ankopplung der Gateelektrode an die SET-Insel mit einer Kapazität $C_G = e/V_G = (1,84 \pm 0,05) \times 10^{-18}$ F entspricht. Anschließend wird bei fixierter Gatespannung die Source-Drain-Spannung variiert, um die Breite des Blockadebereiches in Richtung der Source-Drain-Spannung sowie dessen maximalen differentiellen Leitwert außerhalb der Blockadebereiche einschätzen zu können. Eine entsprechende Messkurve ist in Abbildung 4.10 (b) gezeigt.

Nachdem damit der relevante Bereich für V_{DS} und V_G festgelegt werden kann, wird eine Messung des differentiellen Leitwerts sowie der Ströme durch den SET für alle Wertekombinationen mit einer zuvor festgelegten Schrittweite durchgeführt, wobei der Parameterraum mittels einer Mäanderbewegung abgedeckt wird. Die Abbildung 4.10 (c) zeigt eine derartige Messung an SET 4 der Probe „Array070820“, an der in Tabelle 4.1 bereits der Widerstand bei Raumtemperatur dargestellt wurde. Bei der Messung wurde V_{DS} zwischen ca. $-160 \mu\text{V}$ und $+160 \mu\text{V}$ und V_G zwischen 0 mV und -200 mV in 101×201 Schritten variiert. Die Ladeenergie $E_C = e^2/2C$ kann mit $(45 \pm 10) \mu\text{eV}$ bestimmt werden, woraus sich eine Gesamtkapazität $C_\Sigma = (1,8 \pm 0,3) \times 10^{-15}$ F errechnet. Die Coulomb-Blockade-Bereiche sind gegenüber der idealisierten Rautenform leicht asymmetrisch und besitzen unterschiedliche Steigungen, was mit einer unterschiedlich starken kapazitiven Ankopplung von Source bzw. Drain zur Insel begründet werden kann [36]. Die Kapazitäten zwischen Source und Insel C_Σ sowie zwischen Drain und Insel C_D lassen sich bei bekannter Gate- und Gesamtkapazität zu $C_S = (1,15 \pm 0,2) \times 10^{-15}$ F und $C_D = (6,4 \pm 0,1) \times 10^{-16}$ F errechnen. Somit ist C_S fast doppelt so groß wie C_D , was in etwa dem Flächenverhältnis der Tunnelbarrieren entspricht. Da Source- und

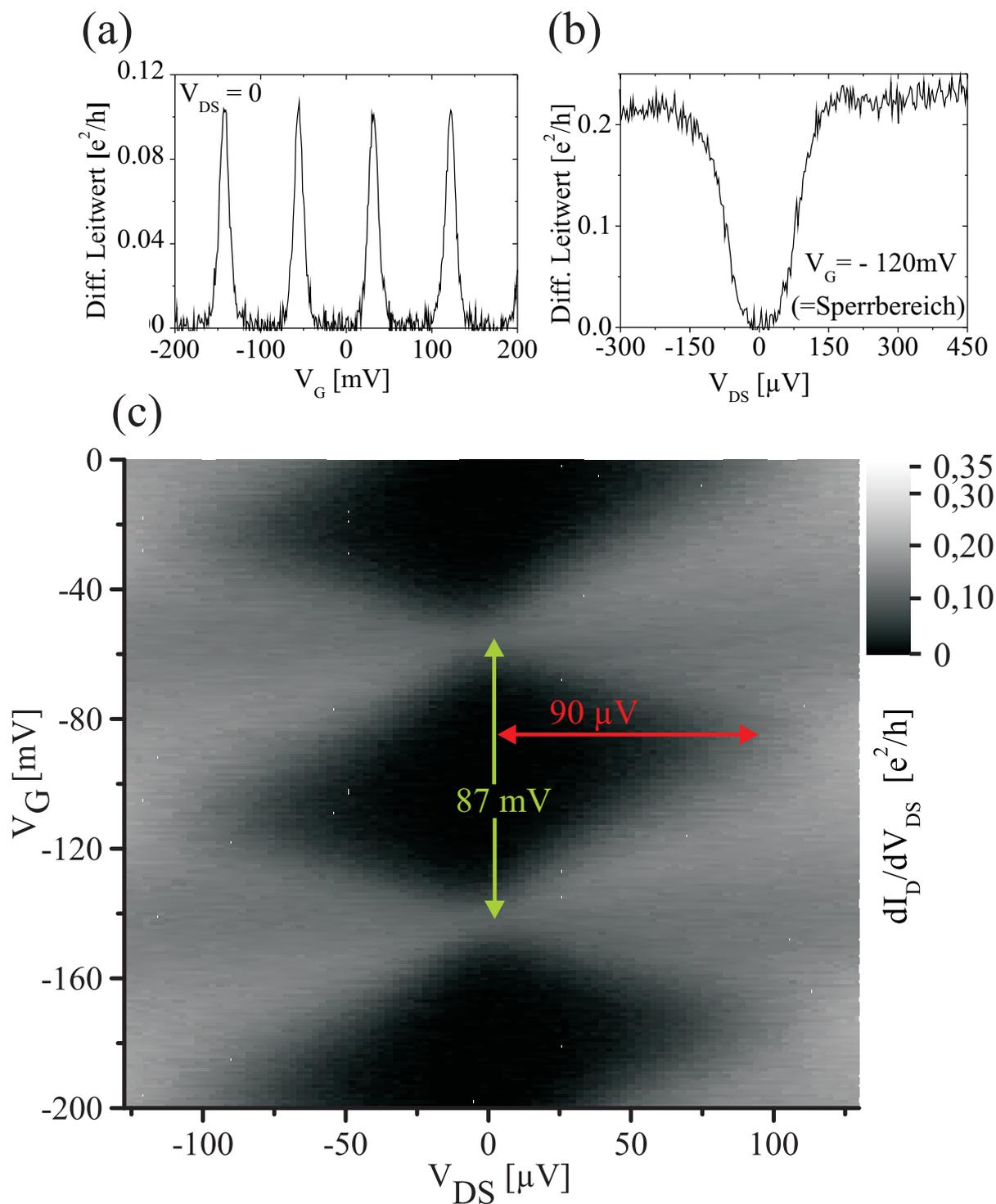


Abbildung 4.10.: Charakterisierung des SETs Nr. 4 von Array 070820: (a) Differenzieller Leitwert in Abhängigkeit von der Gatespannung V_G ohne angelegte Source-Drain-Spannung V_{DS} . (b) Differenzieller Leitwert in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung für eine festgelegte Gatespannung. (c) Graustufendarstellung des differentiellen Leitwerts als Funktion der Gate-Spannung und der Source-Drain-Spannung. Aufgrund der Form der Transport- bzw. Coulomb-Blockade-Bereiche werden diese auch Coulomb-Diamanten genannt.

Drainkontakte durch Bedampfung unter einem Winkel hergestellt worden sind, entsteht der Sourcekontakt auch entlang der rechten Seitenkante der Spitze und führt so zu einer größeren Tunnelbarriere als auf der Drain-Seite. Dieser Sachverhalt wurde bereits in Abschnitt 3.6.4 näher erläutert und ist dort auch in der Abbildung 3.27 schematisch dargestellt.

Alternativ können zur Auswertung der SET-Parameter auch die gemessenen DC-Ströme verwendet werden. Abbildung 4.11 zeigt den Drainstrom I_D ebenfalls an SET Nr. 4 des Arrays 070820. Schön sind Bereiche der Coulomb-Blockade mit unterdrücktem Strom zu sehen.

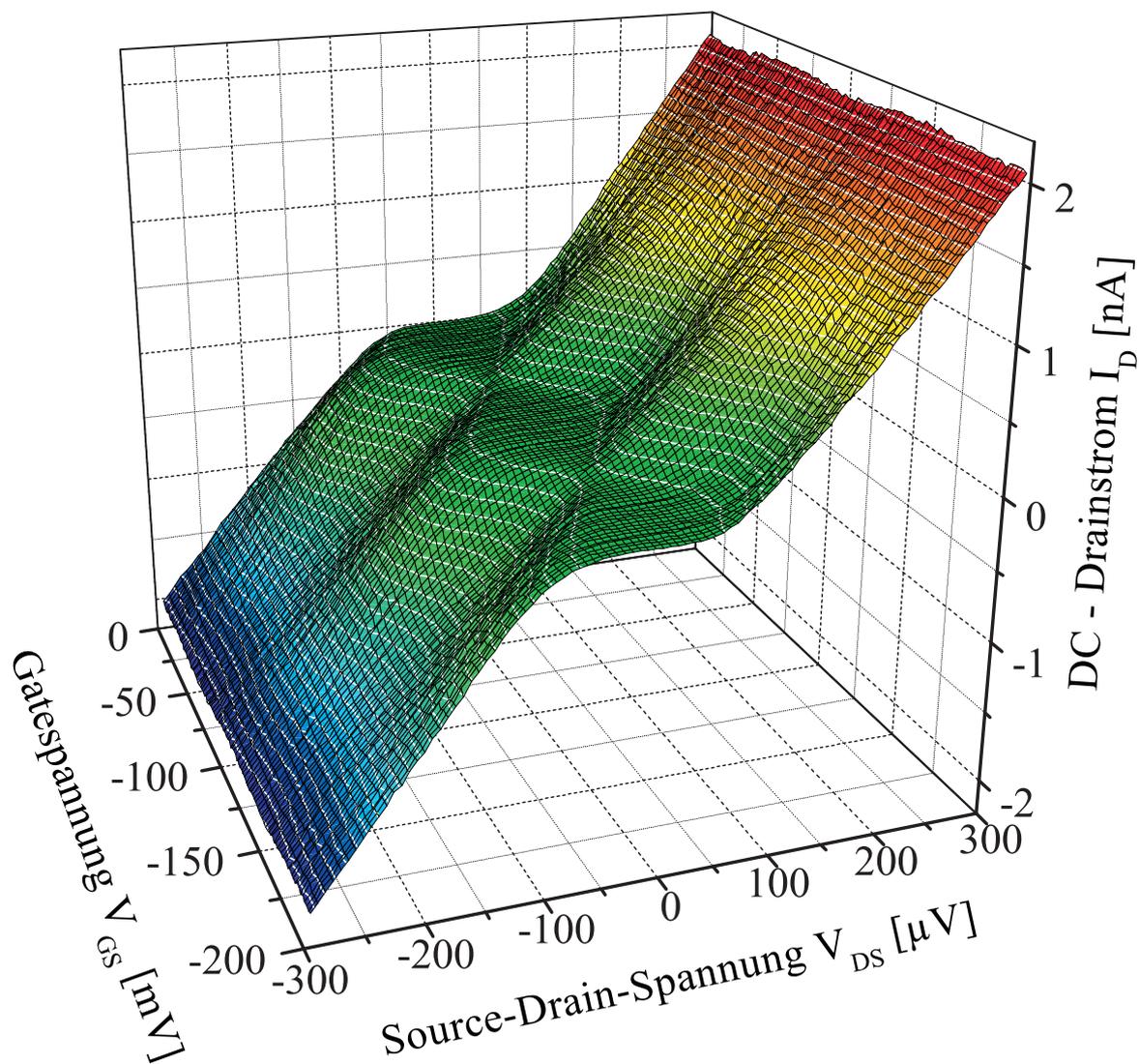


Abbildung 4.11.: Coulomb-Blockade-Oszillationen in einem metallischen SET, dargestellt durch Messung des drainseitigen Gleichstroms, der durch den SET, abhängig von der angelegten Source-Drain-Spannung V_{DS} und Gate-Spannung V_G fließt.

4.3.3. Vergleichbarkeit der SET-Spitzen eines Arrays

Um bei korrelierten Messungen mit mehreren SET-Spitzen vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, sollten die SETs eines Arrays zumindest ähnliche Charakteristiken aufweisen.

Abbildung 4.12 zeigt zwei weitere SETs des bereits in den Abschnitten zuvor untersuchten SET-Arrays. Beide Charakteristiken zeigen dabei kaum Unterschiede, auch im Vergleich zu dem in Abb. 4.10 (c) dargestellten SET Nr. 4 sind lediglich etwas geringere Ladeenergien zu beobachten. Die Coulomb-Diamanten von SET Nr. 2 (vgl. Abbildung 4.12 (a)) sind trotz eines geringeren Leitwertes und (gleichbedeutend damit eines höheren Tunnelwiderstandes) nicht ganz so scharf ausgeprägt, wie dies bei SET Nr. 5 (vgl. Abbildung 4.12 (b)) der Fall ist. Auch ist die Asymmetrie der Tunnelbarrieren bei SET Nr. 2 nicht so stark ausgeprägt. Insgesamt können die Unterschiede im Hinblick auf den parallelen Einsatz der SETs als Messsonden jedoch vernachlässigt werden.

Auch an weiteren Arrays konnte gezeigt werden, dass die Charakteristiken der SET-Spitzen eines Arrays in der Regel große Ähnlichkeit aufweisen. Als Ursache dafür wird nicht zuletzt die Politur der Spitzen mittels FIB unmittelbar vor dem Aufdampfen der SETs vermutet, die für möglichst identische Spitzengeometrien und eine ebene Endfläche der Spitzen sorgt.

4.4. Zusammenfassung der SET-Charakterisierung

In diesem Kapitel wurde die Charakterisierung der hergestellten SET-Spitzen beschrieben. Dabei wurden zuerst die verwendeten Messapparaturen erläutert. Während zur Bestimmung des Widerstands des SETs bei Raumtemperatur eine einfache Schaltung zur Verfügung steht, die lediglich das versehentliche Anlegen von Spannungsspitzen an den SET vermeiden soll, ist zur eigentlichen Charakterisierung bei tiefen Temperaturen ein ungleich höherer Aufwand nötig. Die Charakterisierung wird in einem ^3He - ^4He -Mischkryostaten bei einer Temperatur von ca. 20 mK durchgeführt. Zum Einsatz kommen insbesondere bei allen direkt mit dem SET verbundenen Geräten speziell in der Abteilung entwickelte Schaltungen, die auf möglichst geringes Rauschen optimiert sind, während kommerzielle Messgeräte und Spannungsquellen keinen unmittelbaren Kontakt zum SET besitzen. Durch zahlreiche Filter und Abschirmungen werden Störsignale bestmöglich vermieden.

Die Bestimmung des Widerstandes bei Raumtemperatur erlaubt eine schnelle Kontrolle, ob die hergestellten SETs überhaupt funktionsfähig sind bzw. ob die Tunnelwiderstände im gewünschten Bereich liegen. Für mangelhafte oder defekte Strukturen entfällt damit das zeitaufwendige Ein- und Ausbauen in den Kryostaten. Weiterhin konnte bei der Messung des Widerstandes bei Raumtemperatur die Abhängigkeit von bei der Oxidation verwendeten Sauerstoffpartialdrucks festgestellt werden. Die Variation des Druckes zwischen 5×10^{-2} mbar und $2,0 \times 10^{-1}$ mbar führte zu Widerständen zwischen 10 k Ω und einigen 100 k Ω . Der optimale Sauerstoffpartialdruck liegt dabei bei ca. $1,5 \times 10^{-1}$ mbar

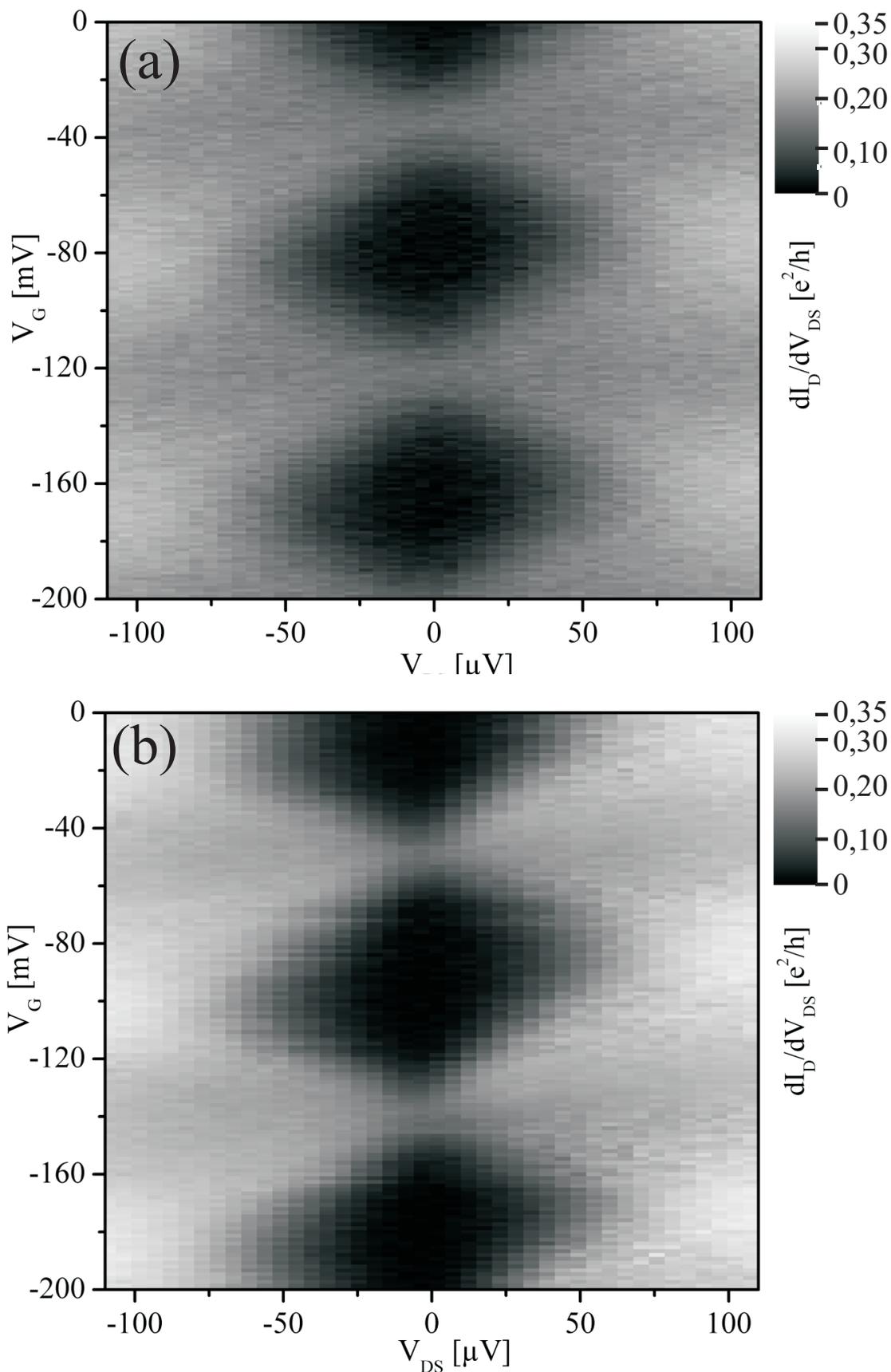


Abbildung 4.12.: Vergleich der SET-Charakteristik zu zwei weiteren SET-Spitzen des Arrays 070820 (a) SET Nr. 2, (b) SET Nr. 5.

bis $1,6 \times 10^{-1}$ mbar, da hier ausreichend große Widerstände zwischen $40 \text{ k}\Omega$ und $120 \text{ k}\Omega$ und gleichzeitig eine Ausbeute von ca. 60% erreicht werden konnte. Weiterhin konnte im Rahmen der Messungen bei Raumtemperatur ein leichter Anstieg des Widerstandes um typischerweise einige 10% innerhalb der ersten 24 Stunden an Atmosphäre festgestellt werden, was mit einer zusätzlichen „Nachoxidation“ insbesondere an den Rändern der Tunnelbarrieren begründet wird.

Die eigentliche Charakterisierung fand bei ca. $T = 20 \text{ mK}$ und typischerweise $B = 1 \text{ T}$ statt. Aus dem bei der Charakterisierung aufgenommenen Ladungsstabilitätsdiagramm, das den differentiellen Leitwert in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung und der Gate-Spannung zeigt, lassen sich die Ladeenergie E_C sowie die Kapazitäten der einzelnen Tunnelkontakte bestimmen. Die Ladeenergie E_C der SET-Spitzen lag typischerweise im Bereich zwischen $25 \text{ }\mu\text{eV}$ und $50 \text{ }\mu\text{eV}$, die Kapazitäten zwischen Insel und Source bzw. Drain jeweils um $1 \times 10^{-15} \text{ F}$. Die prozessbedingt leicht größere Fläche der sourceseitigen Tunnelbarriere gegenüber der drainseitigen spiegelt sich dabei in ebenfalls leicht größeren Kapazitäten zum Sourcekontakt wider, was im Ladungsstabilitätsdiagramm an den leicht asymmetrischen Coulomb-Diamant-Strukturen erkennbar ist. Die SETs eines Arrays zeigen jeweils ähnliche Charakteristiken, was den Paralleleinsatz der Spitzen gewährleistet.

5. Potentialmessungen an einer fixierten Anordnung von Hallprobe und SET-Spitzen: Versuchsaufbau und vorbereitende Messungen

Um die Eignung der hergestellten SET-Spitzen für Potentialmessungen zu demonstrieren, sollen zunächst Potentialmessungen an einer Anordnung aus zueinander fixiertem SET-Array und Hallprobe durchgeführt werden, so dass hier die Komplexität eines rasternden Aufbaus entfällt. Dieses Kapitel behandelt daher den Versuchsaufbau, für den neben Hallstruktur und SET-Spitzen auch ein geeigneter Probenstab-Kopf und weitere über die bislang verwendeten Schaltungen hinausgehende Messelektronik benötigt wird.

Zuerst wird dabei die verwendete Heterostruktur vorgestellt, aus der anschließend die zu untersuchende Hall-Mesa strukturiert wird. Danach wird die Elektronenkonzentration und -beweglichkeit des zugrundeliegenden 2DES in der Heterostruktur bestimmt. Im Anschluss daran wird die praktische Ausführung der Anordnung und Kontaktierung von Hallstruktur und Spitzen-Array mit Hilfe eines neu entwickelten Probenstab-Kopfes vorgestellt.

Danach wendet sich das Kapitel möglichen Konzepten zur Messung von Potentialvariationen in einem 2DES mittels SET zu. Für das gewählte Konzept werden die notwendige Mess- und Regelelektronik erläutert werden.

Die letzten Abschnitte des Kapitels beziehen sich dann auf konkrete Problemstellungen, die vorbereitend vor den eigentlichen Potentialmessungen zu lösen sind. So muss zum einen der bestmögliche Arbeitspunkt für die Messschaltung gefunden werden, zum anderen gilt es zu untersuchen, inwieweit eine gegenseitige Beeinflussung zwischen den SETs eines Arrays im Form von unerwünschtem Signal-Übersprechen besteht. Anschließend wird die kapazitive Ankoppelung des 2DES an die SET-Inseln sowie das Vorhandensein von unerwünschten Streukapazitäten bestimmt.

5.1. Eigenschaften der untersuchten Hallprobe

Im folgenden Experiment werden Potentialmessungen an einer Hallstruktur durchgeführt. In diesem Abschnitt wird daher zunächst die hierfür verwendete Heterostruktur vorgestellt, bevor kurz auf die Herstellung sowie die gewählte Geometrie eingegangen wird. Abschließend findet eine Untersuchung der Elektronenkonzentration sowie der Beweglichkeit des 2DES statt.

5.1.1. Die verwendete Heterostruktur

Als Substrat für die Hallbar wird eine durch Molekularstrahlepitaxie (engl. „molecular beam epitaxy“, kurz „MBE“) hergestellte $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur (Wafer Nr. 8809) verwendet, deren Schichtaufbau in Abbildung 5.1 dargestellt ist. Das 2DES befindet sich an der $\text{GaAs}/(\text{AlGa})\text{As}$ -Grenzfläche 125 nm unter der Oberfläche. Durch eine Übergitterstruktur (engl. „superlattice“), bei der 50 Schichtfolgen aus je 5 nm GaAs und 5 nm $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}/\text{GaAs}$ mittels Molekularstrahl aufgewachsen wurden, wird eine Optimierung der Kristallqualität angestrebt.

5.1.2. Herstellung und Geometrie der Hallstruktur

Aus der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Heterostruktur wird nun eine Hallstruktur (siehe Abbildung 5.2) hergestellt. Die Präparation erfolgt durch optische Lithographie und nasschemisches Ätzen der Mesa sowie anschließendem Einlegieren der Ohmschen Kontakte (Prozessierung siehe Anhang C). Die Breite w der Hall-Mesa wurde mit $50\ \mu\text{m}$ so dimensioniert, dass die Spitzen eines 8er-Arrays einen Großteil der Breite überdecken

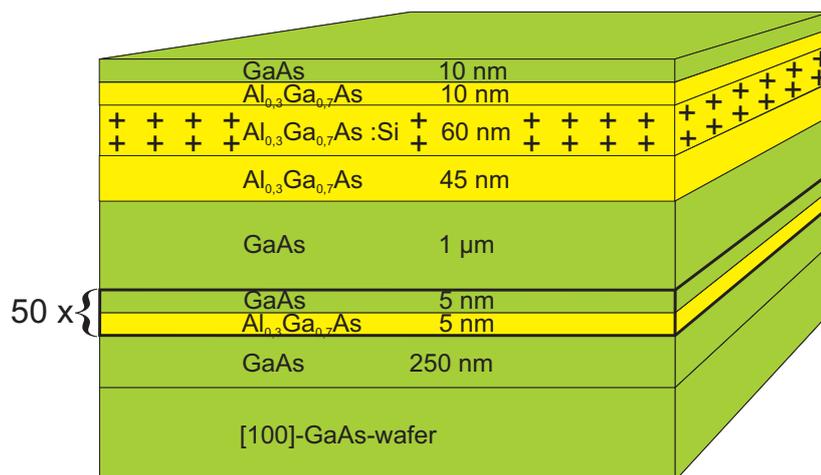


Abbildung 5.1.: Aufbau der modulationsdotierten $(\text{AlGa})\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur, die zur Herstellung von Hallproben diente, an denen Potentialmessungen mittels SETs durchgeführt wurden (Wafer-Nr. 8809, gewachsen am MPI-FKF).

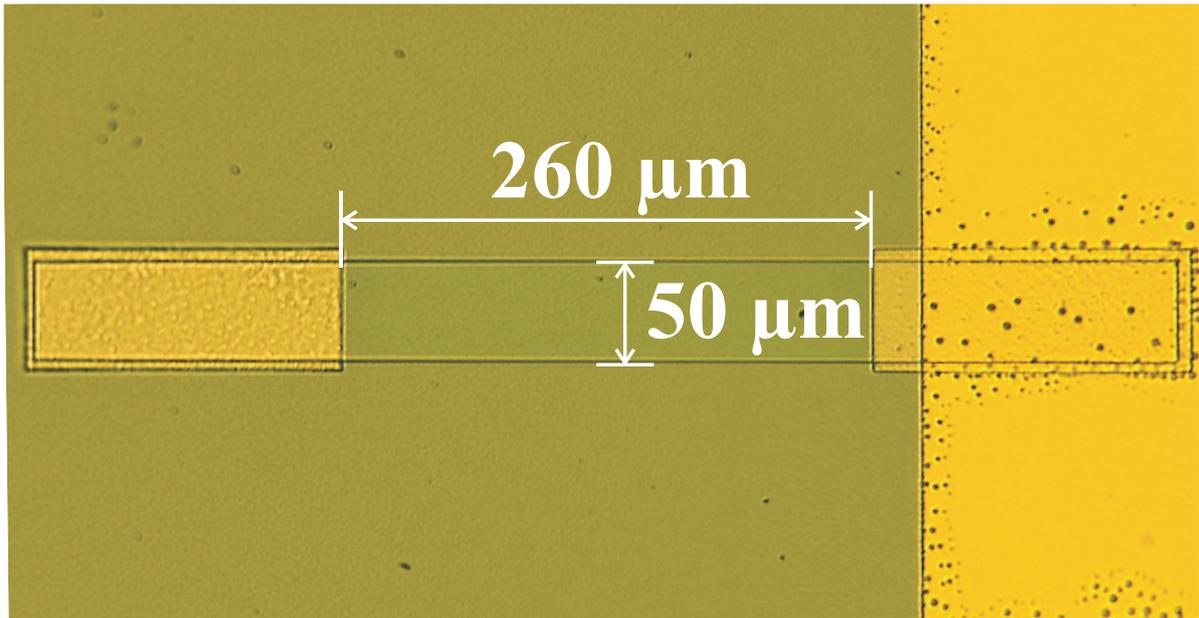


Abbildung 5.2.: Optische Mikroskopaufnahme einer Hallstruktur, so wie sie bei Potentialmessungen mit einem fixierten SET-Array verwendet wurde. Das Bild zeigt eine zur tatsächlich gemessenen Struktur identische Probe. Die Hallstruktur besitzt eine Breite von $50 \mu\text{m}$ und eine Länge von $260 \mu\text{m}$.

und damit Potentialmessungen sowohl am Rand als auch in der Mitte der Hallstruktur möglich sind. Die Länge der Hall-Mesa zwischen den Kontakten ist mit $260 \mu\text{m}$ groß gewählt, um die Justage der Spitzen über der Mesa zu erleichtern. Beim Design wurde auf Seitenkontakte verzichtet, da die SET-Spitzenprobe einen Großteil der Mesa verdeckt und somit keine seitlichen Bonddrähte angebracht werden können.

5.1.3. Elektronenkonzentration und Beweglichkeit des 2DES

Vorbereitend auf die Potentialmessung mittels Spitzenarray wurde zuerst eine Charakterisierung des 2DES durchgeführt. Hierfür ist die hergestellte Hallstruktur jedoch ungeeignet, da sie keine Seitenkontakte besitzt. Daher wurde für die Charakterisierung des 2DES eine Hallstruktur mit Seitenkontakten (siehe Abbildung 5.3) aus einem anderen Probenstück des gleichen Heterostruktur-Wafers (siehe Abschnitt 5.1.1) hergestellt (Prozessierung siehe Anhang C). Die Breite wurde mit $w = 50 \mu\text{m}$ identisch gewählt und auch die Länge zwischen den Seitenkontakten ist mit $l = 300 \mu\text{m}$ ähnlich zur Länge der für die Potentialmessung mittels Spitzen-Array vorgesehenen Hallstruktur gewählt. Bei der Auswahl des Probenstückes wurde darauf geachtet, dass nebeneinanderliegende Bruchstücke fernab vom Waferrand gewählt wurden, so dass die Übertragbarkeit der Ergebnisse der Charakterisierung auf die mit den SET-Spitzen untersuchte Probe sichergestellt ist.

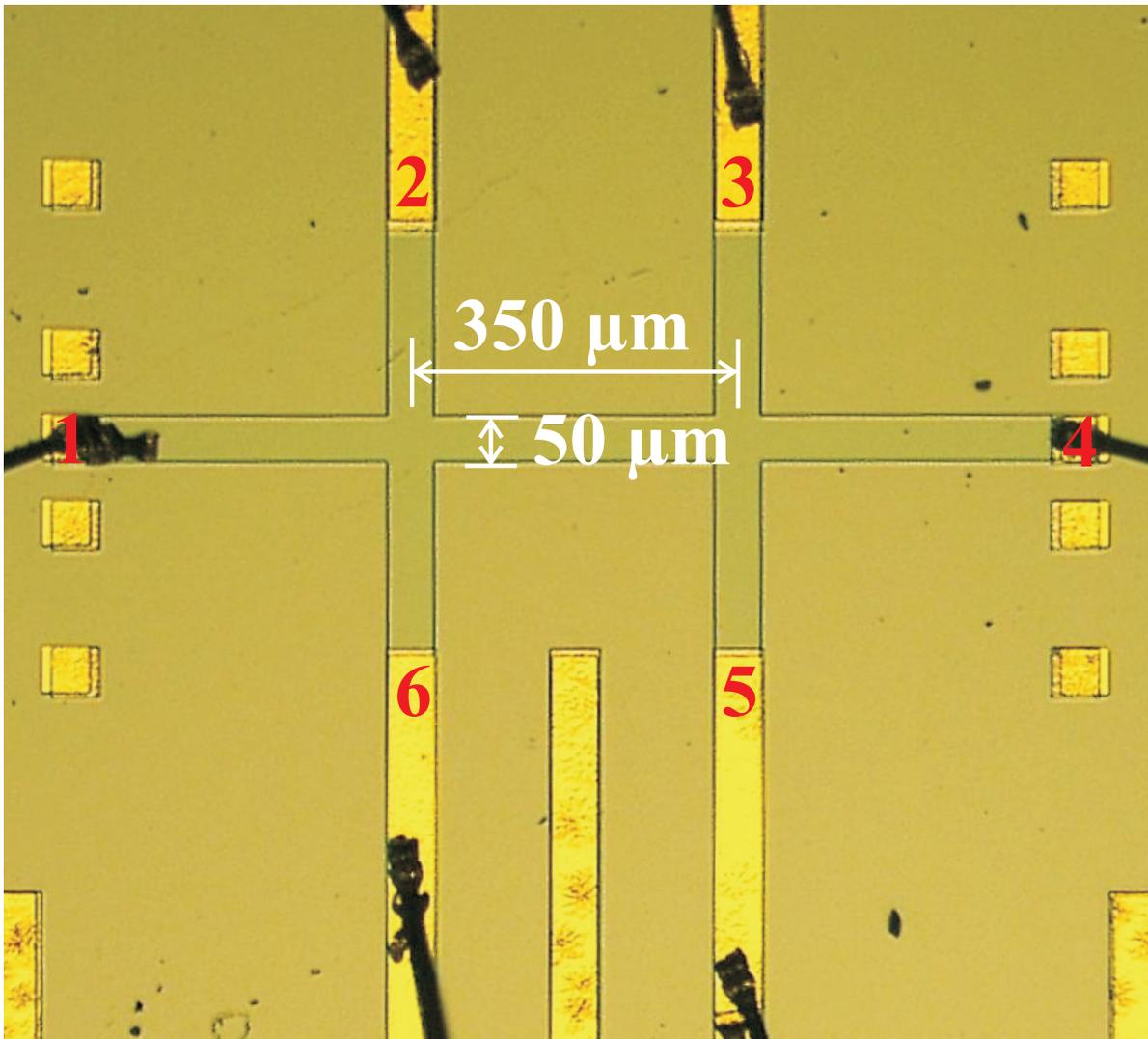


Abbildung 5.3.: Optische Mikroskopaufnahme der Hallstruktur, die zur Charakterisierung des 2DES von Wafer Nr. 8809 (siehe Abschnitt 5.1.1) verwendet wurde. Die Hallstruktur besitzt eine Breite von $50 \mu\text{m}$ und eine Länge zwischen den Seitenkontakten von $350 \mu\text{m}$ (Mitte zu Mitte).

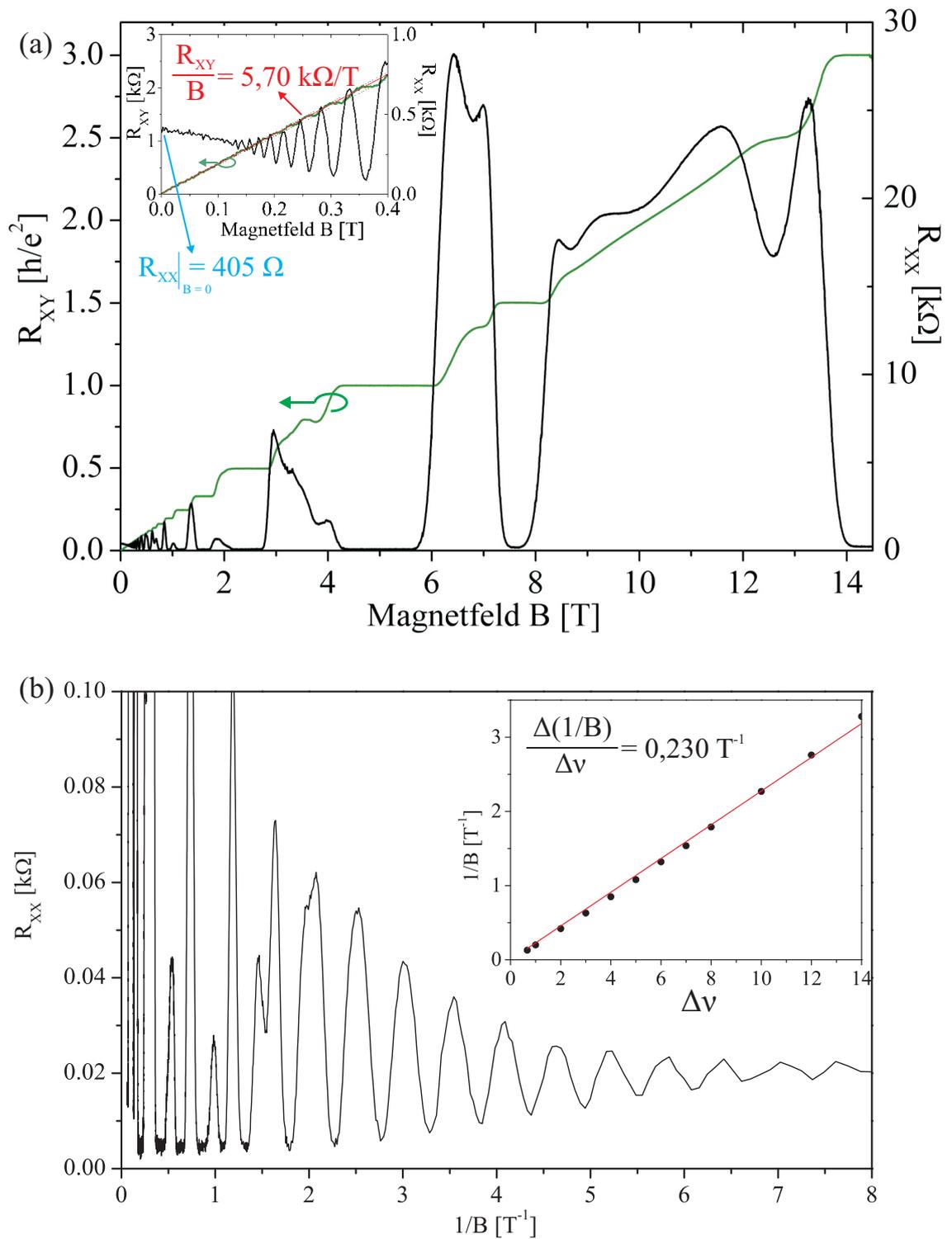


Abbildung 5.4.: (a) Hall-Widerstand und (b) SdH-Oszillationen bei niedrigen Magnetfeldern zur Bestimmung der Elektronenkonzentration und der Elektronenbeweglichkeit des 2DES.

Bei der Charakterisierung wurde zwischen den Kontakten 1 und 4 (siehe Abbildung 5.3) ein Strom $I = 10$ nA aufgeprägt. Der longitudinale Widerstand wurde zwischen den Kontakten 2 und 3, der Hallwiderstand zwischen 2 und 6 gemessen. Aus diesen Transportmessungen lässt sich anschließend die Elektronenkonzentration n_s und die Beweglichkeit μ_s bestimmen.

In Abbildung 5.4 sind der gemessene longitudinale und der Hall-Widerstand dargestellt. Wie in Gleichung (2.36) aufgeführt, entspricht die ermittelte Steigung des klassischen Hallwiderstandes $R_{xy}/B = (5,55 \pm 0,15)\text{k}\Omega/\text{T}$ bei niedrigen Magnetfeldern einer Elektronenkonzentration von

$$n_s^{\text{Hall}} = \frac{B}{e \cdot R_{xy}} = (1,12 \pm 0,03) \times 10^{11} \text{cm}^{-2}. \quad (5.1)$$

Alternativ können auch die Oszillation von R_{xx} zur Bestimmung der Ladungsträgerdichte n_s benutzt werden. Da die Minima im longitudinalen Widerstand R_{xx} immer bei ganzzahligem Füllfaktor auftreten, sind die Magnetfeldwerte B_ν und $B_{\nu+1}$ zweier aufeinanderfolgender Minima über die Beziehung

$$n_s = \frac{g_s \cdot e}{h \cdot \Delta(1/B)}. \quad (5.2)$$

miteinander verknüpft. Dabei ist $\Delta(1/B) = (1/B_{\nu+1} - 1/B_\nu)$. Der Spinentartungsfaktor g_s beträgt entweder Eins oder Zwei, abhängig davon, ob die Spinaufspaltung experimentell aufgelöst werden kann oder nicht. Die Periodizität der Oszillationen wird in dem Bereich, in dem die Spinaufspaltung aufgelöst werden kann, zu $\Delta(1/B) = (0,230 \pm 0,05) \text{T}^{-1}$ bestimmt. Unter Verwendung von Gleichung (5.2) errechnet sich die Ladungsträgerdichte n_s zu

$$n_s^{\text{SdH}} = \frac{e \cdot g_s}{h \Delta(1/B)} = (1,05 \pm 0,04) \times 10^{11} \text{cm}^{-2}. \quad (5.3)$$

Die Elektronenkonzentration des 2DES wird demnach unter Verwendung des Mittelwertes beider Bestimmungsmethoden zu

$$n_s = (1,08 \pm 0,04) \times 10^{11} \text{cm}^{-2} \quad (5.4)$$

bestimmt.

Zur Ermittlung der Elektronenbeweglichkeit μ_n wird der longitudinale Widerstand $R_{xx} = (405 \pm 10)\Omega$ des 2DES ohne angelegtes äußeres Magnetfeld benutzt. Unter Verwendung von Gleichung (2.37) ergibt sich für die Beweglichkeit

$$\mu_n = \frac{1}{e \cdot n_s \cdot R_{xx} \cdot w/l} = (1,68 \pm 0,24) \times 10^6 \text{cm}^2/\text{Vs}. \quad (5.5)$$

Die relativ große Ungenauigkeit bei der Bestimmung von μ_n ist dem Umstand geschuldet, dass die Länge l zwischen den Seitenkontakten aufgrund der Breite der Seitenkontakte nicht eindeutig definiert ist und mit $(350 \pm 50 \mu\text{m})$ angenommen werden muss, wodurch sich ein systematischer Fehler ergibt.

5.2. Mechanischer Aufbau und elektrische Kontaktierung von SET-Spitzen und Hallprobe

Soll die gesamte Potentiallandschaft einer Hallstruktur mit den SET-Spitzen gemessen werden, müssen diese in ein Rastersondenmikroskop integriert werden, das im Kryostat bei Temperaturen unter 100 mK arbeitet. Die Konstruktion dieses Mikroskops ist Bestandteil eines aktuellen Projektes in der Abteilung, allerdings ist es derzeit noch nicht verfügbar. In einem ersten Test soll deshalb ein nicht-rasternder Aufbau realisiert werden, bei dem die SET-Spitzen fest über der Hallstruktur fixiert sind. Potentialmessungen an verschiedenen Stellen der Hallstruktur sind dabei jedoch zumindest in begrenztem Maß durch die Verwendung der verschiedenen Spitzen eines Arrays möglich.

Wie in Kapitel 3.2.2 bereits erläutert wurde, ist die Messung lokaler Potentiale mit hoher Auflösung nur in geringem Abstand möglich. Für den Versuchsaufbau bedeutet dies, dass die SET-Spitzen möglichst nahe an die Oberfläche der Hallstruktur gebracht werden müssen. Da eine Annäherung mittels piezoelektrischer Aktoren, wie dies üblicherweise in Rastersondenmikroskopen geschieht, äußerst aufwendig ist, soll im ersten Schritt eine Justage und Fixierung der Spitzen über der Hallstruktur manuell unter dem optischen Mikroskop erfolgen. Es muss jedoch davon ausgegangen werden, dass mit dieser Methode eine Justiergenauigkeit bestenfalls $1 \mu\text{m}$ erreicht werden kann, wodurch auch die Auflösung stark begrenzt wird.

Abbildung 5.5 zeigt den gewählten Aufbau:

Die Probe mit dem Spitzenarray wird, wie in Abbildung 5.5(a) dargestellt, auf einen auf einer Grundplatte befindlichen Saphirblock aufgeklebt. Dieser ist um 5° abgeschrägt, wodurch die Spitzen leicht nach vorne geneigt sind. Durch diesen kleinen Winkel wird sichergestellt, dass der Wafer unterhalb der Spitzen nicht auf der Hallstruktur aufliegt. Die Probe mit der Hallstruktur wird ebenfalls an einen Saphirquader und anschließend beide zusammen auf eine Justageplatte geklebt, die auf Oberseite und Seitenkante mit Gold bedampft ist. Diese Goldschicht wird nun durch Bonden mit einer der einlegierten Ohmschen Kontaktflächen der Hallstruktur verbunden. Indem später ein weiterer Bonddraht von der Goldfläche zum Kopf des Probenstabes geführt wird, ist so zumindest ein einzelner elektrischer Kontakt zur Hallstruktur möglich, wodurch das 2DES auf ein definiertes Potential gebracht werden kann.

Unter dem Mikroskop wird nun die Justageplatte mit Hilfe von Mikrometerschrauben so auf der Grundplatte ausgerichtet, dass die Spitzen nahe an der Hallstruktur angeordnet

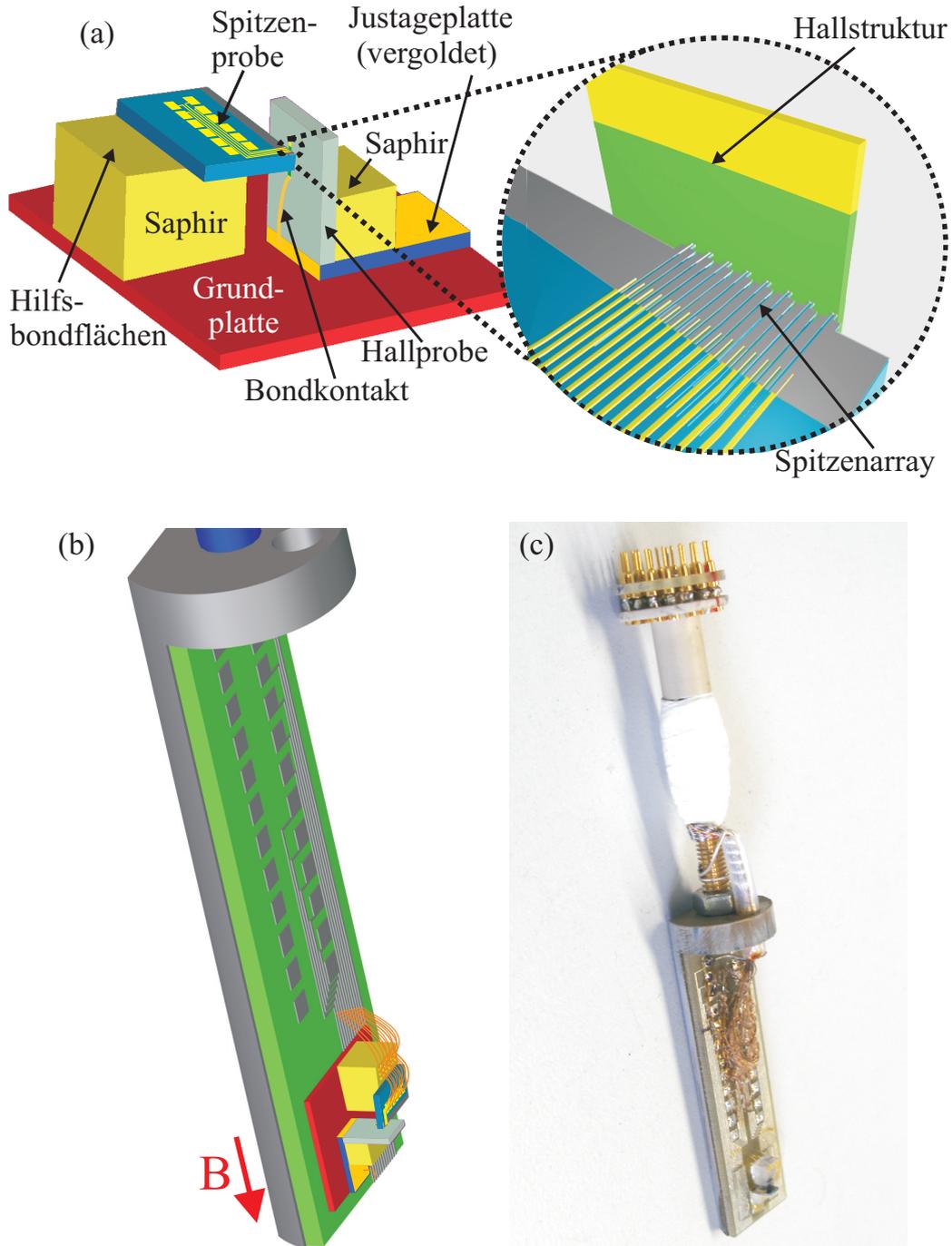


Abbildung 5.5.: Anordnung zur Potentialmessung mittels SET-Array an einer fixierten Hallprobe. (a) Die Probe mit den SET-Spitzen ist auf einem um 5° gegenüber der Grundplatte abgeschrägten Saphirblock aufgeklebt, die Hallprobe ist senkrecht zur Grundplatte auf einer Justageplatte sowie einem Saphirquader angebracht. Die Hallstruktur wird unter dem Mikroskop passend zum Spitzenarray ausgerichtet und angenähert. Anschließend werden Spitzen- und Hallprobe am Rand miteinander verklebt. (b) Schemazeichnung und (c) Foto des steckbaren Kopfes des Probenstabes. Spitzenarray und Hallstruktur sind so auf dem Kopf des Probenstabes angebracht, dass das Magnetfeld im Kryostat senkrecht zum 2DES der Hallstruktur angeordnet ist.

sind, wie dies in der Vergrößerung in Abbildung 5.5(a) dargestellt ist. Die äußerste Spitze ist dabei möglichst exakt über dem Rand der Hallstruktur angeordnet, die übrigen in Querrichtung weiter innen. Die Fixierung von Hall- und Spitzenprobe erfolgt durch einen Klebepunkt am Probenrand in ausreichendem Abstand zu den Strukturen.

Da ein direktes Bonden von den Bondflächen der Spitzenprobe zu den Anschlusskontakten im Kopf des Probenstabes konstruktionsbedingt mit dem verfügbaren Bonder (Modell 4123 von Kulicke und Soffa) nicht möglich ist, wird der Saphirblock, auf dem die Spitzenprobe festgeklebt ist, mit selbstklebenden Hilfsbondflächen versehen, die alle durch Bonddrähte miteinander kurzgeschlossen werden. Dann werden Bonddrähte von der Spitzenprobe zu den Hilfsbondflächen gezogen und, nachdem die gesamte Grundplatte auf den Kopf des Probenstabes aufgeklebt ist, anschließend von dort aus zum Kopf des Probenstabes weitergebondet (siehe Abbildung 5.5(c)). Beim Aufkleben der Grundplatte wird darauf geachtet, dass die Hallstruktur so angeordnet ist, dass das Magnetfeld des Kryostaten sie im rechten Winkel durchdringt. In Abbildung 5.5(d) ist ein Foto des fertigen Kopfes des Probenstabes dargestellt. Bei der für die nachfolgenden Experimente verwendeten Anordnung konnte ein Abstand zwischen Spitzen und Hallstruktur von ca. $2 \mu\text{m}$ erreicht werden. Die äußerste Spitze lag dabei nicht exakt über dem Rand der Hallstruktur, sondern ca. $1 \mu\text{m}$ bis $2 \mu\text{m}$ weiter innen.

5.3. Aufbau der Messelektronik

Um mittels eines SETs Potentialmessungen durchzuführen, wird zunächst das generelle Messprinzip des SETs erörtert, bei dem das zu messende, jedoch nicht unmittelbar abgreifbare Potential der Probe in ein messbares Potential an den Kontaktleitungen des SETs transformiert wird. Im darauffolgenden Abschnitt werden verschiedene Methoden erläutert, die zur Ansteuerung des SETs bei Potentialmessungen genutzt werden können. Anhand der geeignetsten Methode wird im dritten Abschnitt dann eine elektrische Messschaltung aufgebaut.

5.3.1. Das Konzept zur Messung elektrostatischer Potentialvariationen

Um zu erläutern, wie ein SET als Messsonde bei der Messung lokaler Potentiale eingesetzt werden kann, wird nochmals kurz auf das elektrostatische Modell des SETs aus Kapitel 2(Teil I) zurückgegriffen. Wie dort ausgeführt wurde, kann der Stromfluss durch einen SET mit Hilfe von Überlegungen hergeleitet werden, bei denen von einer kapazitiven Ankopplung der SET-Insel zu Source, Drain und Gate mit den Kapazitäten C_S , C_D und C_G ausgegangen wird. Wird ein SET jedoch nicht separat, sondern als Messsonde z.B. für Potentialmessungen an einem 2DES eingesetzt, kann eine separater Gateelektrode entfallen. Die SET-Insel wird nahe an die zu untersuchende Stelle des 2DES gebracht, so dass zwischen beiden eine Kapazität C_{2DES} besteht und die Probenstelle analog zu einer Gateelektrode aufgefasst werden kann. Sämtliche anderen Kapazitäten zwischen Insel und der Umgebung werden als Streukapazität C_{streu} zusammengefasst, wie schematisch

in Abbildung 5.6 dargestellt. Die Summe aller Kapazitäten wird aus Gründen der Übersichtlichkeit als C_Σ bezeichnet.

Da die SET-Insel kapazitiv an Source, Drain, 2DES und Umgebung angekoppelt ist, bestimmt sich das Inselpotential V_{Insel} aus den dortigen Potentialen $V_S, V_D, V_{2\text{DES}}$ und V_{streu} , die entsprechend der jeweiligen Kapazität zur Insel zu gewichten sind, sowie durch zusätzlich auf die Insel aufgebrachte Ladungen Q .

$$V_{\text{Insel}} = \frac{Q}{C_\Sigma} + \frac{C_S}{C_\Sigma} \cdot V_S + \frac{C_D}{C_\Sigma} \cdot V_D + \frac{C_{2\text{DES}}}{C_\Sigma} \cdot V_{2\text{DES}} + \frac{C_{\text{streu}}}{C_\Sigma} \cdot V_{\text{streu}}. \quad (5.6)$$

Analog dazu führen Veränderungen der äußeren Potentiale zu einer Änderung des Inselpotentials, wobei V_{streu} und die Anzahl der Ladungen Q in der Regel als konstant betrachtet werden darf. Damit gilt

$$\Delta V_{\text{Insel}} = \frac{C_S}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_S + \frac{C_D}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_D + \frac{C_{2\text{DES}}}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_{2\text{DES}}. \quad (5.7)$$

Damit kommt es auch zu einer Veränderung der Spannung zwischen Source und Insel $\Delta V_{\text{SI}} = \Delta V_S - \Delta V_{\text{Insel}}$, die sich errechnet nach

$$\Delta V_{\text{SI}} = \Delta V_S - \left(\frac{C_S}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_S + \frac{C_D}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_D + \frac{C_{2\text{DES}}}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_{2\text{DES}} \right). \quad (5.8)$$

Soll für den SET jedoch ein fester Arbeitspunkt gehalten werden, dürfen sich die Potentiale von Source V_S , Drain V_D und Insel V_I zwar gegenüber der Referenzmasse verschieben,

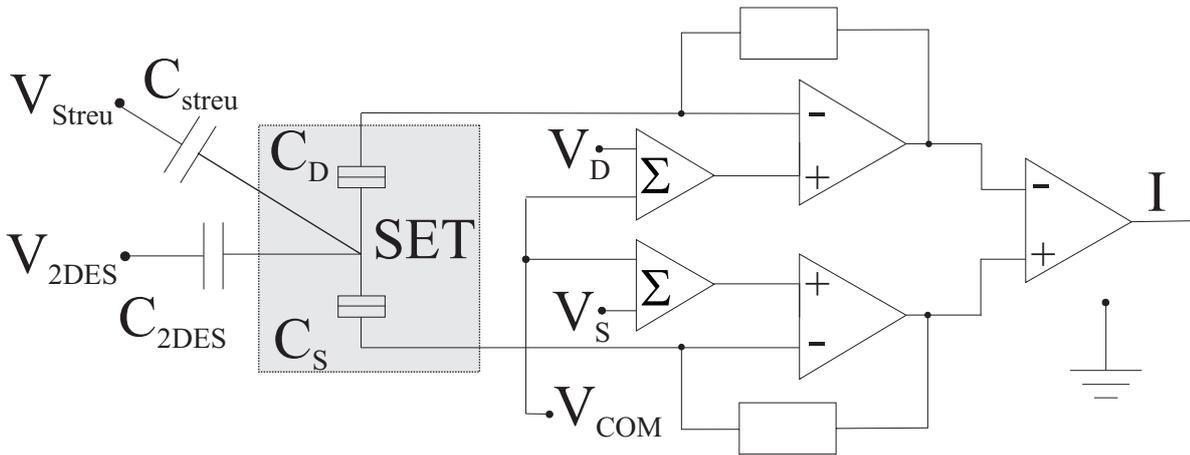


Abbildung 5.6.: Erweitertes kapazitives SET-Modell sowie die elektrische Ansteuerung im Rahmen von Potentialmessungen an einem 2DES. Neben der kapazitiven Ankopplung der SET-Insel an Source (C_S), Drain (C_D) sowie das zu messende 2DES ($C_{2\text{DES}}$) besteht in der Regel auch eine unerwünschte Streukapazität C_{streu} zur restlichen Umgebung. Diese können nur vernachlässigt werden, wenn $C_{\text{streu}} \ll C_{2\text{DES}}$ gilt.

nicht jedoch gegeneinander. Sowohl V_{SI} wie auch die Source-Drain-Spannung V_{DS} müssen konstant bleiben. Für ein konstantes V_{SI} muss $\Delta V_{SI} = 0$ gelten. Potentialänderungen ΔV_{2DES} des 2DES müssen demnach durch geeignete Änderungen der Potentiale an Source und Drain, ΔV_S bzw. ΔV_D kompensiert werden, wie sich aus Formel 5.8 erkennen lässt. Eine konstante Source-Drain-Spannung V_{DS} bedingt $\Delta V_{DS} = 0$ und damit $\Delta V_S = \Delta V_D$. Source- und Drainpotential V_S bzw. V_D dürfen demnach nur parallel zueinander variiert werden, was durch die Addition einer gemeinsamen Spannung V_{COM} zu V_S bzw. V_D erfolgen kann (siehe Abbildung 5.6), so dass $\Delta V_{COM} = \Delta V_S = \Delta V_D$ gilt. Aus Gleichung (5.8) folgt demnach

$$0 = \Delta V_{COM} - \left(\frac{C_S}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_{COM} + \frac{C_D}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_{COM} + \frac{C_{2DES}}{C_\Sigma} \cdot \Delta V_{2DES} \right). \quad (5.9)$$

Unter Verwendung der einzelnen Teilkapazitäten und der Summenkapazität C_Σ ergibt sich für ΔV_{COM}

$$\Delta V_{COM} = \frac{C_{2DES}}{C_{2DES} + C_{streu}} \cdot \Delta V_{2DES}. \quad (5.10)$$

In vielen Fällen wird C_{2DES} deutlich größer sein als C_{streu} , insbesondere wenn ein geringer Abstand zwischen Insel und 2DES und damit eine gute kapazitive Kopplung realisiert werden kann. In diesem Fall kann Gleichung (5.10) näherungsweise vereinfacht werden zu

$$\Delta V_{COM} \approx \Delta V_{2DES}. \quad (5.11)$$

Bei zu vernachlässigender Streukapazität C_{streu} spiegelt sich eine Veränderung des zu messenden Potentials V_{2DES} demnach eins zu eins in einer zum Halten des Arbeitspunktes notwendigen Veränderung der COM-Spannung V_{COM} wider. Es findet demnach eine Verschiebung der SET-Charakteristik in Richtung der Achse der COM-Spannung statt, wie schematisch in Abbildung 5.7 dargestellt ist.

5.3.2. Methoden zur Ansteuerung des SETs bei Potentialmessungen

Nachdem im vorherigen Abschnitt erläutert wurde, dass Veränderungen des zu messenden Potentials V_{2DES} durch Veränderungen der COM-Spannung V_{COM} aufgezeigt werden können, muss nun eine Methode gefunden werden, dieses ΔV_{COM} im Rahmen einer Potentialmessung fortwährend zu bestimmen.

Hierzu sind verschiedene Ansätze denkbar:

- **Aufnahme von Coulomb-Blockade-Oszillationen und Bestimmung der Verschiebung.**

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erläutert wurde, führt eine Veränderung des 2DES-Potentials V_{2DES} zu einer Verschiebung der SET-Kennlinie entlang der COM-Spannungsachse. Die einfachste Möglichkeit, Veränderungen von V_{2DES} nach-

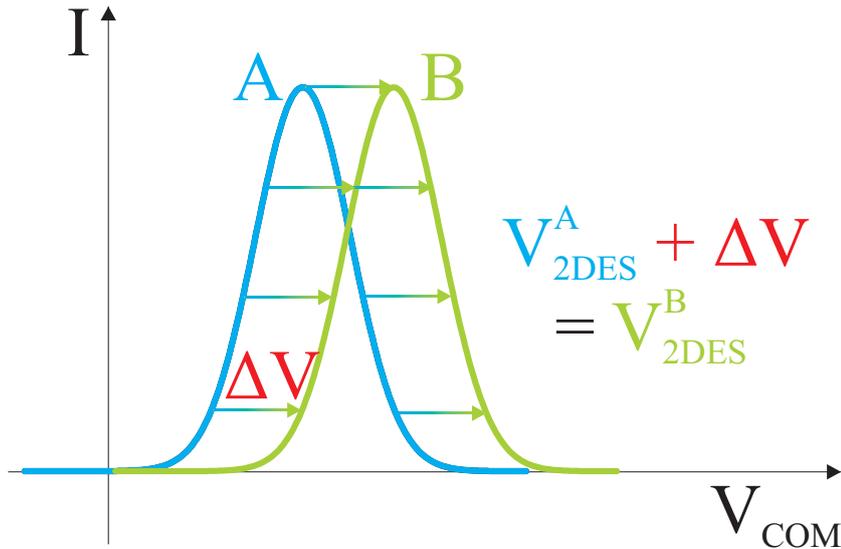


Abbildung 5.7.: Kann die Streukapazität C_{streu} zwischen Insel und Umgebung vernachlässigt werden, lässt sich der Arbeitspunkt des SETs bei einer Änderung des Potentials V_{2DES} am 2DES um ΔV halten, indem auch die COM-Spannung V_{COM} um ΔV geändert wird. Die gesamte Strom-Spannungskennlinie des SETs verschiebt sich demnach um ΔV entlang der Achse der COM-Spannung V_{COM} .

zuweisen, besteht demnach darin, an jedem Messpunkt durch Variation von V_{COM} eine vollständige Kennlinie mit einer oder mehrerer Coulomb-Blockade-Oszillationen aufzunehmen und die Verschiebung der einzelnen Kennlinien zueinander zu bestimmen, wie in Abbildung 5.8 (a) schematisch mit einem ersten Messpunkt A und einem zweiten Messpunkt B dargestellt ist. Obwohl diese Methode die messtechnisch naheliegendste ist, weist sie in der Praxis gravierende Nachteile auf. Wegen der Periodizität der Coulomb-Oszillationen können große Verschiebungen der Kennlinie, bei denen eine Verschiebung um mehr als die Periode der Coulomb-Blockade-Oszillationen erfolgt, nicht festgestellt werden. Weiterhin ist die Methode sehr zeitaufwendig, da an jedem Messpunkt eine vollständige Kennlinie aufgenommen werden muss. Schnelle Potentialänderungen im zu untersuchenden System sind damit nicht detektierbar.

- **Messung der Variation der Stromstärke und Umrechnung anhand der Steilheit der Coulomb-Oszillationen**

Bei einer anderen Methode zur Bestimmung der Veränderung des Oberflächenpotentials V_{2DES} wird die COM-Spannung V_{COM} hingegen überhaupt nicht variiert. Sie wird lediglich zu Beginn der Messung so gewählt, dass der Arbeitspunkt ungefähr in der Mitte einer Flanke einer Coulomb-Oszillation liegt. Verändert sich beim Übergang von Messpunkt A zu Messpunkt B nun das Oberflächenpotential V_{2DES} , wird sich dies in einer Veränderung der Stromstärke durch den SET bemerkbar machen, wie dies in Abbildung 5.8 (b) skizziert ist. Solange die Bewegung des Arbeitspunktes entlang der Flanke nicht zu groß ist, kann aus der Änderung der

Stromstärke ΔI die Verschiebung der Kennlinie entlang der COM-Achse V_{COM} bestimmt werden, indem zur Umrechnung näherungsweise die Steigung dV/dV_{COM} verwendet werden kann. In diesem Punkt ist demnach der Hauptnachteil dieses Verfahrens zu sehen: Da V_{COM} fixiert ist, ist der Messbereich für Potentialmessungen auf die Breite einer Flanke eines Coulomb-Peaks begrenzt, was in vielen Fällen jedoch als Messbereich nicht ausreichend ist.

- **Konstanthalten des Stroms unter Nutzung von V_{COM} als Regelgröße**

Die aufwendigste, jedoch auch vielseitigste Methode stellt sicherlich die Verwendung einer Regelschaltung dar. Hierbei wird, wie in Abbildung 5.8 (c) skizziert, versucht, den Strom durch den SET konstant auf einem Sollwert I_{soll} zu halten. Dies kann nur gelingen, wenn bei einer Veränderung des Oberflächenpotentials V_{DES} zwischen Messpunkt A und Messpunkt B die Verschiebung der Kennlinie durch eine geeignete Veränderung der COM-Spannung V_{COM} kompensiert wird. Hervorzuheben ist bei dieser Methode, dass zum einen keinerlei Einschränkungen hinsichtlich des Messbereiches bestehen, und zum anderen die Messgeschwindigkeit durch die Wahl der Regelglieder angepasst werden kann. Mit Ausnahme der Komplexität der benötigten Regelschaltung weist diese Methode gegenüber den zuvor vorgestellten keine Nachteile auf, so dass dieses Konzept nachfolgend verwendet werden soll.

5.3.3. Aufbau der Regelschaltung zur Ansteuerung des SETs

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die verschiedenen Methoden zur Ansteuerung eines SETs im Rahmen einer Potentialmessung vorgestellt. Die Verwendung einer Regelschaltung stellte sich dabei als vorteilhafteste und vielseitigste Lösung heraus, so dass dieses Konzept für die nachfolgenden Messungen gewählt wurde. Auf die Ausgestaltung der Regelschaltung soll zuvor jedoch genauer eingegangen werden. Ein schematischer Schaltplan ist in Abbildung 5.9 dargestellt.

Die Regelschaltung zielt darauf ab, den Stromfluss durch den SET konstant zu halten, indem als Stellgröße die COM-Spannung V_{COM} variiert wird. Als maßgebliche Größe für den Stromfluss wird der Summenstrom, bestehend aus der richtungskompensierten Addition von source- und drainseitigem Strom durch den SET, betrachtet, der, wie bereits in Abschnitt 4.1.4 besprochen, in ein Spannungsäquivalent transformiert worden ist. Dieser Ist-Wert wird in einem Proportional-Integral-Differential-Regler (kurz „PID-Regler“) mit einem Soll-Wert verglichen. Abweichungen zwischen beiden Werten führen im Proportionalteil des Reglers zu einer proportionalen Änderung der COM-Spannung V_{COM} , während der Integralteil Abweichungen umso stärker bewertet, je länger zeitlich diese bereits bestehen. Der Differentialteil des Reglers reagiert hingegen auf sprunghafte Änderungen im Soll-Ist-Vergleich. Die Ausgangsgrößen der einzelnen Reglerteile (Proportional-, Integral- und Differentialteil) werden abschließend gewichtet addiert und bilden das Ausgangssignal V_{COM} des Reglers. Durch Einstellen der Gewichtung der einzelnen Glieder sind unterschiedliche Regelcharakteristika möglich, so dass je nach Aufgabenstellung ein

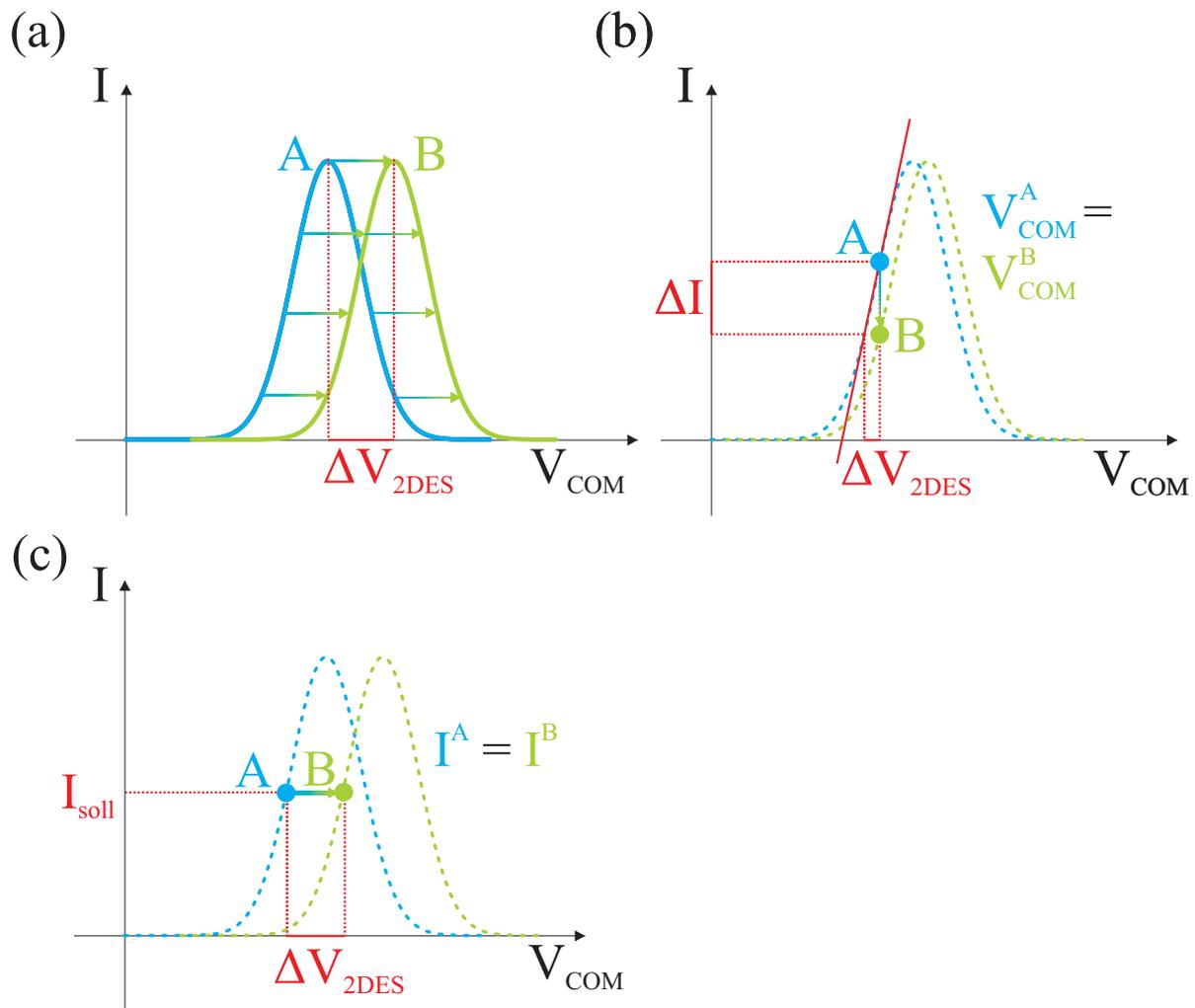


Abbildung 5.8.: Verschiedene Methoden der Potentialmessung mittels SET. (a) Aufnahme vollständiger Kennlinien an jedem Messpunkt und Bestimmung der Verschiebung. (b) Messung der Variation der Stromstärke und Umrechnung anhand der Steilheit der Coulomb-Oszillationen. (c) Konstanthalten des Stromes durch Nachregeln der COM-Spannung.

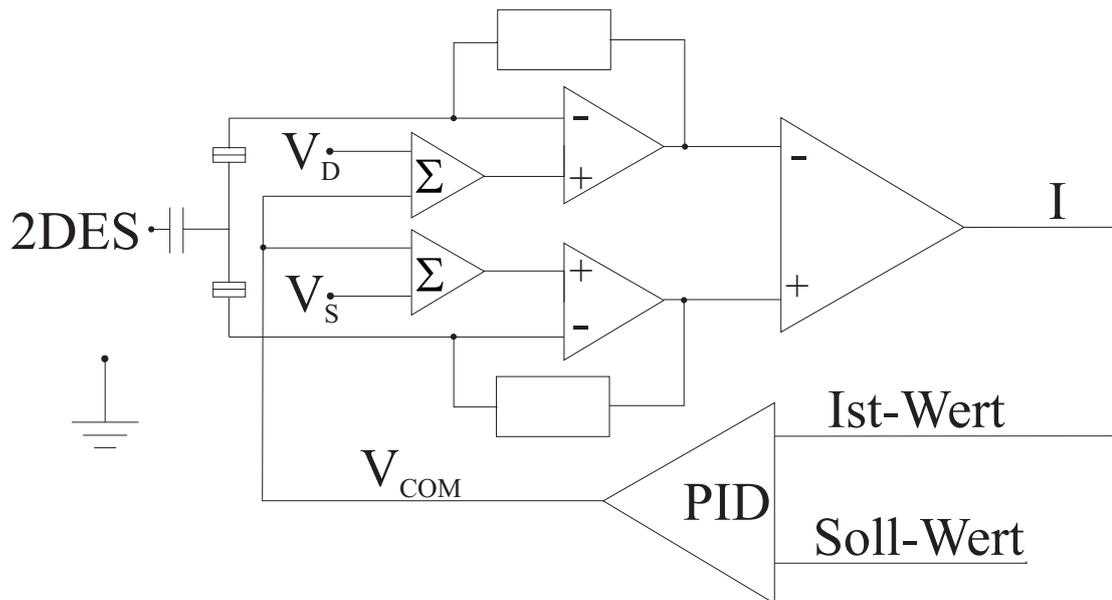


Abbildung 5.9.: Eine Regelschaltung vergleicht Ist- und Sollwert des Stroms durch den SET und verschiebt das Source- und Drainpotential V_S bzw. V_D des SETs gegenüber Masse mit Hilfe der Spannung V_{COM} . Für eine bestmögliche Regelung besitzt die Regelschaltung einstellbare Proportional-, Integral- und Differentialglieder.

schnelleres, aber störungsempfindlicheres Einregeln oder aber ein langsames und auch störungsunempfindlicheres Einregeln erfolgen kann. Für die nachfolgenden Messungen wurde das Differentialglied des Reglers nicht verwendet, da dies nur bei hohen Regelgeschwindigkeiten, die sich in sehr kleinen Zeitkonstanten widerspiegeln, erforderlich ist.

Um Kabelwege und damit den Einfluss durch von außen einwirkende Störungen zu minimieren, wurden die in Abschnitt 4.1.4 vorgestellte Schaltung zur Ansteuerung des SETs und zur Transformation der Ströme sowie die hier dargestellte Regelschaltung in einem gemeinsamen Gehäuse verbaut. Dieses ist in Abbildung 5.10 gezeigt. Indem die benötigten Ausgänge der einzelnen Schaltungen zur Frontseite herausgeführt werden, ist jedoch auch ein separater Betrieb von PID-Schaltung bzw. Strom-Spannungswandler möglich. Neben den Ein- und Ausgängen beider Schaltungen sind an der Frontseite auch Einstellmöglichkeiten für die Gewichtung der einzelnen Einheiten des PID-Reglers vorhanden, so dass hier Veränderungen von außen im laufenden Betrieb durchgeführt werden können. Auch die Gesamtverstärkung des Reglers sowie eine Begrenzung der Ausgangsspannung kann hier eingestellt werden.

Neben diesen Grundfunktionen bietet die Regelschaltung jedoch noch weitere in der Praxis wichtige Funktionen:

- Die Regelschaltung besitzt einen von außen zugänglichen Kippschalter, an dem sich die Richtung der Regelung einstellen lässt. Denn eine Regelung kann natürlich nur



Abbildung 5.10.: Der PID-Regler wurde mit der zur Ansteuerung des SETs benötigten Strom-Spannungs-Wandler-Schaltung in ein gemeinsames Gehäuse verbaut. Durch die Herausführung aller Ausgänge zur Frontseite ist jedoch auch ein separater Betrieb der beiden Einzelschaltungen möglich. Ebenso sind Einstellmöglichkeiten zur unterschiedlichen Gewichtung von Proportional-, Integral- und Differentialglied sowie der Gesamtverstärkung der Regelschaltung und zur Begrenzung der maximalen Ausgangsspannung vorhanden.

funktionieren, wenn der Regler „weiß“, in welche Richtung die COM-Spannung z.B. beim Absinken des Ist-Stroms verändert werden muss. Dies hängt davon ab, ob sich der Arbeitspunkt auf der ansteigenden oder abfallenden Flanke einer Coulomb-Oszillation befindet. Mit Hilfe des Kippschalters ist die Schaltung für beide Fälle geeignet.

- Es besteht die Möglichkeit, eine zusätzliche Spannung V_{add} vorzugeben, die auf die Rückkoppelspannung aufaddiert wird. Die Rückkoppelschaltung startet den Einregelvorgang damit nicht bei 0V, sondern bei dem von V_{add} vorgegebenen Wert. Damit lassen sich auch andere als die um 0V herum liegende Coulomb-Oszillation zur Regelung verwenden, was zur Kompensation von unterschiedlichen Austrittsarbeiten wichtig ist.
- Ebenso ist ein manueller Reset-Knopf vorhanden, der die COM-Spannung V_{COM} auf den Startwert V_{add} zurücksetzt, so dass die Schaltung von dort ausgehend erneut versuchen kann, einen geeigneten Arbeitspunkt zu finden.

- Darüber hinaus ist der Regelbereich der Schaltung einstellbar. Damit wird verhindert, dass der SET versehentlich zu großen Spannungen ausgesetzt wird. Wird der eingestellte Spannungswert von der Regelspannung erreicht, wird ein automatischer Reset ausgelöst, der die Regelspannung wieder zurück auf V_{add} setzt.

Von dem beschriebenen kombinierten Modul wurden 4 identische Versionen hergestellt, zusätzlich dazu ist ein Prototyp vorhanden, bei dem sich PID-Regler und Strom-Spannungswandler in separaten Modulen befinden. Insgesamt ist damit die simultane Ansteuerung und Regelung von bis zu 5 SETs möglich.

5.4. Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Regelschaltung näher erläutert wurde, muss nun festgelegt werden, wo in einer SET-Charakteristik der Arbeitspunkt zu finden ist, bei dem eine bestmögliche Regelung und damit auch eine größtmögliche Messgenauigkeit erreicht werden kann. Dazu werden zuerst einige Vorüberlegungen angestellt, die dann anhand der tatsächlichen SET-Charakteristik praktisch durchgeführt werden.

5.4.1. Vorüberlegungen

Grundlegend stellt sich bei der Suche nach einem geeigneten Arbeitspunkt zu Beginn die Frage, ob bei der Regelschaltung als Ist-Wert auf den Wechselstrom oder den Gleichstrom durch den SET zurückgegriffen werden soll. Obwohl beide Varianten grundsätzlich möglich sind, stellt die aufwendigere Messung der Wechselkomponente mittels Lock-In-Technik einen klaren Nachteil dar. Die üblicherweise im Messaufbau verwendeten Tiefpassfilter begrenzen die Lock-In-Frequenz auf unter 100 Hz. Für sinnvolle Messungen ist üblicherweise eine Integrationszeit von 300 ms erforderlich. Veränderungen des Wechselstromes, die aufgrund von Regeleingriffen erfolgen, werden also zumindest mit dieser Zeitverzögerung wieder an den Ist-Eingang des Reglers zurückgeführt, so dass mit dieser Methode keine hohen Regelgeschwindigkeiten erreicht werden können. Deutlich vorteilhafter ist die Verwendung des Gleichstromes zur Regelung, da dieser, aus dem Strom-Spannungswandler kommend, unmittelbar wieder zurück an den Ist-Eingang der Regelschaltung gegeben werden kann, wodurch sich ein deutlich schnelleres Regelverhalten erzielen lässt.

Soll der Gleichstrom in der Regelung eingesetzt werden, muss an den SET eine Source-Drain-Spannung $V_{\text{DS}} \neq 0$ angelegt werden, da im Fall $V_{\text{DS}} = 0$ der Gleichstrom unabhängig vom Widerstand des SETs stets Null sein wird. Nachfolgend muss demnach eine optimale Source-Drain-Spannung V_{DS} gefunden werden.

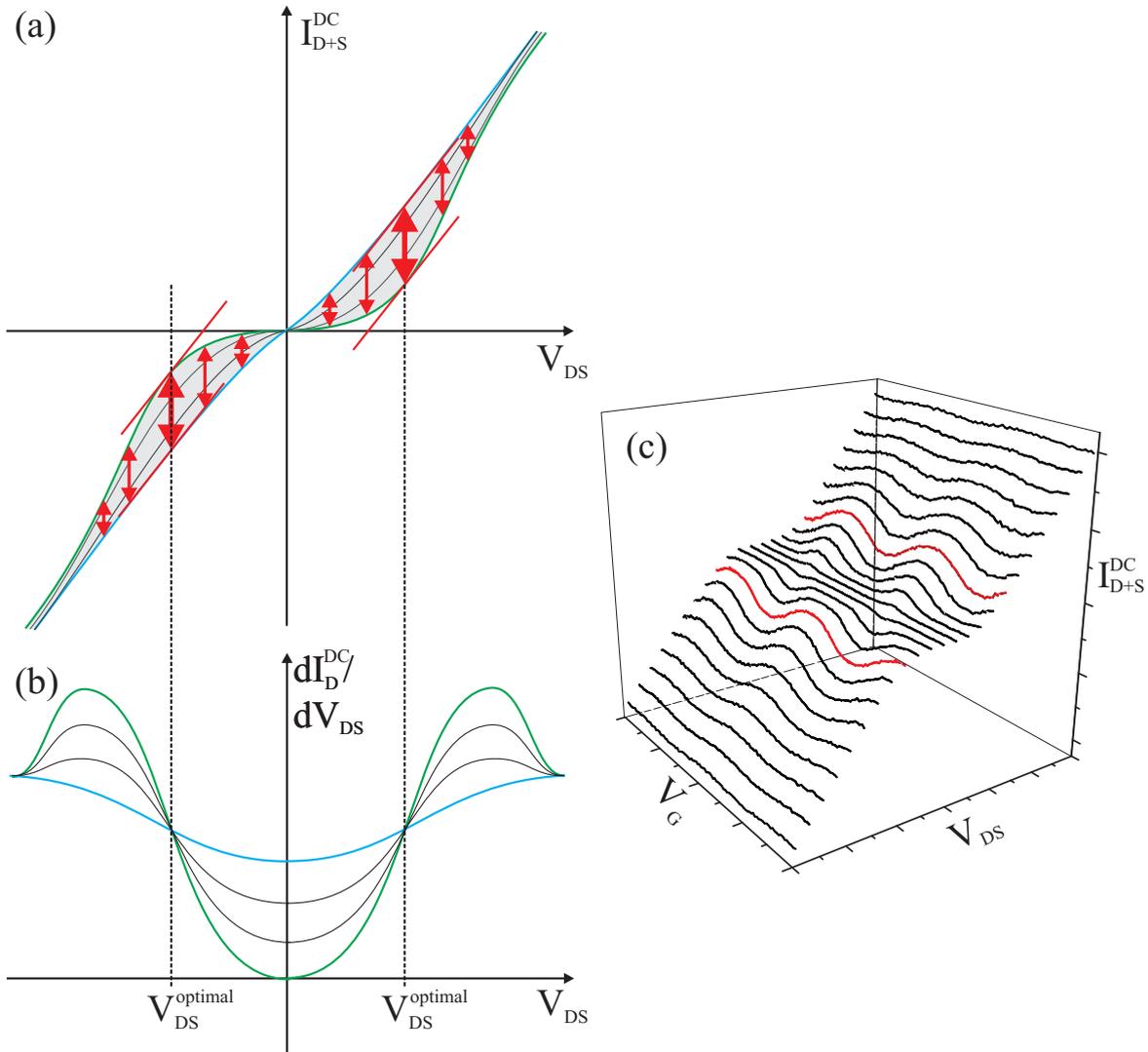


Abbildung 5.11.: Verschiedene Möglichkeiten zur Bestimmung der Source-Drain-Spannung V_{DS} für den optimalen Arbeitspunkt, der sich durch eine maximale Amplitude der Coulomb-Oszillationen auszeichnet. (a) Bei der optimalen Source-Drain-Spannung V_{DS} ist die Steigung der Kennlinien des Gleichstroms durch den SET I_{D+S}^{DC} für alle COM-Spannungen V_{COM} identisch. (b) Im Graph des differentiellen Leitwertes drückt sich dies durch den Schnittpunkt aller Kennlinien aus. (c) Alternativ kann auch „von Hand“ diejenige Kennlinie der Coulomb-Oszillationen herausgesucht werden, die die größte Modulationsamplitude besitzt.

Für eine möglichst präzise Regelung werden steile Flanken der Coulomb-Oszillationen gefordert, so dass rund um den Arbeitspunkt bereits kleine Variationen des zu messenden Potentials V_{2DES} große Stromänderungen ΔI bewirken. Für die Stabilität der Messung ist zudem wichtig, dass die Flanke eine gewisse Länge besitzt, da andernfalls bei zu schnellen Potentialänderungen die Flanke verlassen wird, und die Regelschaltung den Arbeitspunkt nicht wiederfinden kann. Lange Flanken spiegeln sich in großen Stromamplituden der Coulomb-Oszillationen wider.

Nimmt man die Kennlinie des Stroms durch einen SET mit zumindest ungefähr symmetrischen Tunnelbarrieren in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung auf und variiert als zusätzlichen Parameter die Gatespannung, so wie in Abbildung 5.11 (a) schematisch dargestellt, werden alle Kennlinien in einem bestimmten, hier grau dargestellten Bereich liegen. Dieser Bereich wird durch die blaue Kurve (entspricht der bestmöglichen Leitung durch den SET) sowie die grüne Kurve (entspricht dem maximalen Sperren des SETs) begrenzt. Die roten Pfeile geben den jeweiligen Abstand zwischen beiden Extrem-Kurven für eine bestimmte Source-Drain-Spannung V_{DS} wieder. Es ist leicht zu erkennen, dass dieser Abstand bei positiven und bei negativem V_{DS} jeweils bei einem bestimmten Wert maximal wird. Kennzeichnend für diesen Punkt ist, dass hier die grüne Kurve die gleiche Steigung wie die blaue besitzt, was in Abbildung 5.11 (a) durch die rot eingezeichnete Tangente angedeutet wird. Da die Steigung der Stromkennlinie aber durch den differentiellen Leitwert gegeben ist, der mittels der Wechselstrommessung bestimmt wird, muss der optimale Arbeitspunkt demnach bei der Source-Drain-Spannung V_{DS} liegen, bei welcher der differentielle Leitwert (idealerweise) unabhängig von der Gatespannung für alle Kennlinien identisch ist. Dies ist im Schnittpunkt der Kurven des differentiellen Leitwerts (siehe 5.11 (b)) gegeben, so dass die AC-Charakterisierung des SETs die erste Wahl zum Auffinden der optimalen Source-Drain-Spannung V_{DS} darstellt. Alternativ kann jedoch auch eine Aufnahme der Schar von Strom-Spannungskennlinien $I_{D+S}(V_G)$ mit der Source-Drain-Spannung V_{DS} als Scharparameter durchgeführt werden, aus dem dann „von Hand“ die Kurve mit der größten Stromamplitude herausgesucht wird (siehe Abbildung 5.11 (c)).

Wird die so gefundene Source-Drain-Spannung V_{DS} im Rahmen der späteren Potentialmessung verwendet, ist sichergestellt, dass die Coulomb-Oszillationen des DC-Stromes maximal sind, wodurch eine gute Stabilität der Regelschaltung erreicht wird. Dennoch darf hier angenommen werden, dass im Fall einer maximalen Stromamplitude auch eine maximale Flankensteilheit und damit eine bestmögliche Empfindlichkeit des SETs erreicht wird.

5.4.2. Charakterisierung der SETs und praktische Bestimmung des Arbeitspunktes

Um mit dem vorliegenden SET-Array, das im Abstand von ca. $2 \mu\text{m}$ über einer Hallstruktur fixiert wurde, Potentialmessungen durchführen zu können, muss demnach für jeden

SET zuerst ein geeigneter Arbeitspunkt bestimmt werden, wofür eine Charakterisierung der einzelnen SETs analog zu Abschnitt 4.3.2 notwendig ist. Während das Array bei der Bestimmung der Raumtemperaturwiderstände der einzelnen SETs drei funktionierende SETs aufwies, waren bei der tatsächlichen Messung im Kryostat jedoch lediglich zwei davon funktionsfähig. Einer der beiden befindet sich unmittelbar in der Nähe des Randes der Hallstruktur, so dass er nachfolgend als „äußerer SET“ bezeichnet werden soll. Er wies bei Raumtemperatur einen Widerstand von ca. 300 k Ω auf. Der andere funktionsfähige SET, im Folgenden als „innerer SET“ bezeichnet, befindet sich 8 μm weiter innen und hatte einen Widerstand bei Raumtemperatur von ca. 100 k Ω . Die Anordnung sowie die Maße sind in Abbildung 5.12 nochmals übersichtlich dargestellt.

Aufgrund der für jeden SET separat vorhandenen Messelektronik konnte die Charakterisierung beider SETs gleichzeitig durchgeführt werden. Um die Supraleitfähigkeit des Aluminiums zu zerstören, wurde ein Magnetfeld von 2 T gewählt. Die Hallstruktur wurde auf ein definiertes Potential von 0 V gelegt und die COM-Spannung V_{COM} variiert. Abbildung 5.13 (a) bzw. (d) zeigen die Gleichstrommessung für den äußeren bzw. inneren SET, wobei hier das Signal des Summenausgangs $I_{\text{D+S}}$ verwendet wurde. Im Graph wurde jedoch eine Halbierung der Stromachse vorgenommen, um den mittleren, tatsächlich fließenden Strom $I_{\text{D+S}}/2$ darzustellen. Während die COM-Spannung beider SETs simultan zwischen -60 mV und $+60$ mV bewegt wurde, mussten der Bereich der

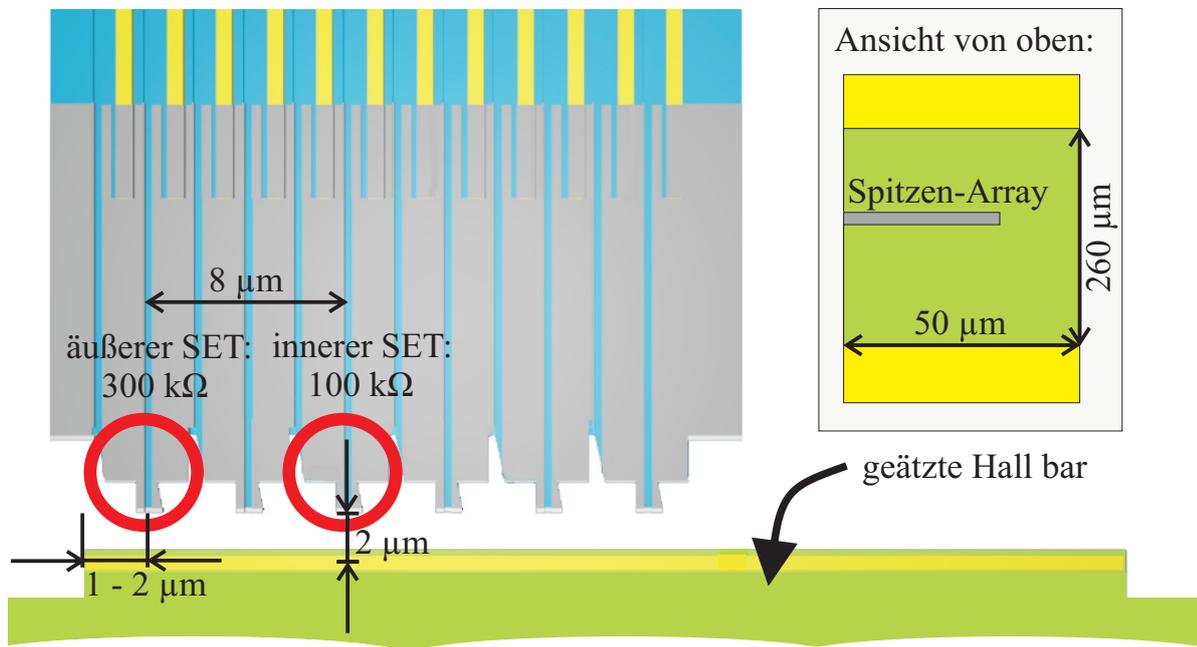


Abbildung 5.12.: Überblick über die wichtigen Maße der Anordnung des Spitzen-Arrays über der Hallstruktur. Zwei SETs stellten sich als funktionsfähig heraus. Diese werden mit „äußerer SET“ (Widerstand bei Raumtemperatur: 300 k Ω) und „innerer SET“ (Widerstand bei Raumtemperatur: 100 k Ω) bezeichnet.

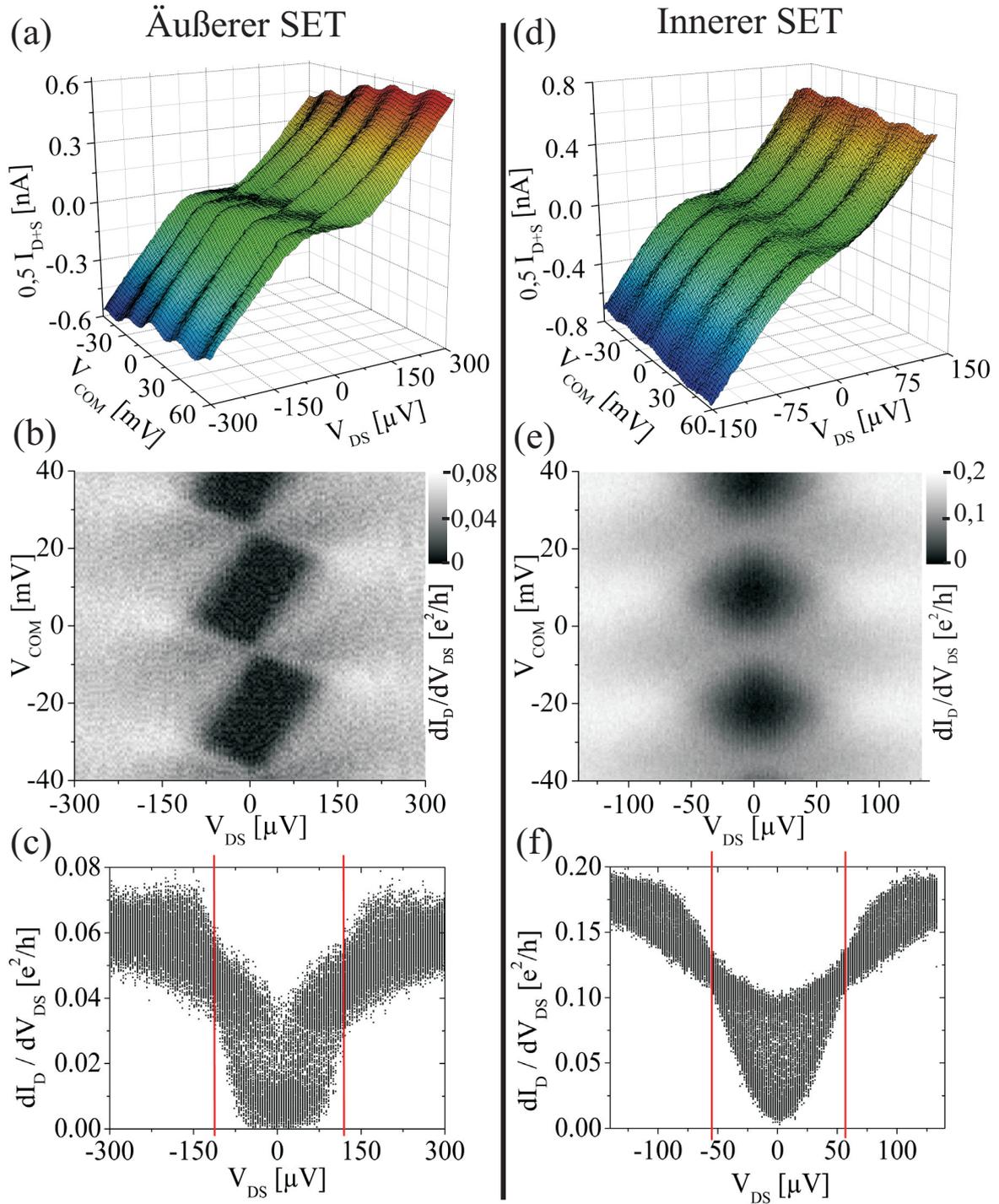


Abbildung 5.13.: Charakterisierung der beiden funktionierenden SETs, die für Potentialmessungen über einer fixierten Hallstruktur eingesetzt werden sollen. (a) Der Gleichstrom I_{D+S} des „äußeren SETs“ in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung V_{DS} sowie der als Gate-Spannung fungierenden COM-Spannung V_{COM} . (b) Graustufendarstellung des differentiellen Leitwertes dI_D/dV_{DS} des „äußeren SETs“, stammend aus einer separaten Messung im Vergleich zu (a). (c) Messdaten aus (b), dargestellt ohne COM-Spannungsabhängigkeit. Hieraus lässt sich einfach der bestmögliche Arbeitspunkt bestimmen, indem diejenige Source-Drain-Spannung V_{DS} ausgewählt wird, bei der der differentielle Leitwert die geringsten Schwankungen aufweist (gekennzeichnet durch die rote Linie). (d)-(f) Analoge Darstellung für den „inneren SET“.

Source-Drain-Spannung für beide SETs unterschiedlich gewählt werden, da der äußere SET eine größere Ladeenergie E_C und somit auch einen breiteren Bereich der Coulomb-Blockade besitzt.

Deutlich zu sehen ist dies auch in Abbildung 5.13 (b) bzw. (e). Hier wurde in einer weiteren Messung die Charakteristik des differentiellen Leitwerts dI_D/dV_{DS} beider SETs bestimmt, wobei hierzu der Drain-Ausgang des Strom-Spannungswandlers verwendet wurde. Während der äußere SET eine Ladeenergie $E_C = e^2/(2C_\Sigma) \approx 60 \mu\text{eV}$ besitzt und eine sehr scharf ausgeprägte Coulomb-Diamantstruktur aufweist, ist diese beim inneren SET deutlich unschärfer, und auch die Ladeenergie E_C ist mit ca. $30 \mu\text{eV}$ nur halb so groß. In Abbildung 5.13 (c) bzw. (f) sind die gleichen Messwerte nochmals in anderer graphischer Form dargestellt. Unter Verzicht der Darstellung der COM-Spannungsabhängigkeit lässt sich hier leicht diejenige Source-Drain-Spannung feststellen, bei der die geringsten Schwankungen des differentiellen Leitwertes auftreten. Die entsprechenden Stellen sind durch die roten Linien markiert und kennzeichnen jeweils die Source-Drain-Spannung V_{DS} des optimalen Arbeitspunktes. Für den äußeren SET liegt die optimale Source-Drain-Spannung demnach bei $V_{DS}^{\text{ausßen}} = 110 \mu\text{V}$ und für den inneren SET bei $V_{DS}^{\text{innen}} = 50 \mu\text{V}$. In der Praxis stellten sich $V_{DS}^{\text{ausßen}} = 110 \mu\text{V}$ und $V_{DS}^{\text{innen}} = 45 \mu\text{V}$ als optimale Werte heraus, so dass diese in allen nachfolgenden Experimenten verwendet wurden. Mögliche Gründe für die geringe Abweichung im Fall des inneren SETs sind beim Strom-Spannungswandler zu suchen. Hier könnte entweder eine Verschiebung („Drift“) der ausgegebenen Source-Drain-Spannung zwischen Charakterisierung und Potentialmessungen aufgetreten sein oder aber ein Unterschied zwischen dem zur Bestimmung des theoretisch optimalen Arbeitspunktes verwendeten Drain-Ausgang und dem bei Potentialmessung verwendeten Summenausgang bestehen. Da die Abweichung um $5 \mu\text{V}$ jedoch sehr gering ist, wurden hierzu keine weiteren Untersuchungen durchgeführt. Die idealen Werte für den Soll-Strom I_{soll} ergeben sich aus dem Mittelwert der bei der jeweiligen Source-Drain-Spannung V_{DS} für verschiedene COM-Spannungen V_{COM} auftretenden Stromwerte. Für den äußeren SET werden als Soll-Strom $I_{\text{soll}}^{\text{ausßen}} = 174 \text{ pA}$ und für den inneren SET $I_{\text{soll}}^{\text{innen}} = 133 \text{ pA}$ festgelegt.

5.5. Elektrisches Übersprechen zwischen den SETs in einem Array

Bevor mit mehreren SETs gleichzeitig Potentialmessungen an der Hallstruktur durchgeführt werden, sollte zuerst überprüft werden, ob der geringe Abstand zwischen beiden SETs zu einer wechselseitigen Beeinflussung führt. Eine derartige Beeinflussung könnte sich in einem „Übersprechen“ bemerkbar machen. Dieses könnte entstehen, wenn eine kapazitive Kopplung der Source- und Drainflächen eines SETs mit der Insel des anderen SETs besteht und deshalb Änderungen der COM-Spannung V_{COM} an einem SET auch im anderen SET messtechnisch bemerkbar machen. Schematisch ist dies in Abbildung 5.14 dargestellt.

Um diesen Einfluss zu untersuchen, werden zwei zueinander symmetrische Experimente durchgeführt. Bei jedem Experiment wird jeweils nur ein SET mittels Regelschaltung angesteuert, während die COM-Spannung des zweiten SETs ohne Regelschaltung rampenförmig variiert wird. Die Hallstruktur bleibt dabei unverändert auf dem Potential 0 V. Wirken die Source- und Drainflächen des zweiten SETs auf den ersten SET wie ein Gate, so wird sich dies hier dadurch ausdrücken, dass die Regelschaltung des ersten SETs die eigene COM-Spannung nachregeln muss, um den festgelegten Arbeitspunkt zu halten.

Abbildung 5.15 (a) zeigt den zeitlichen Verlauf der COM-Spannung des inneren SETs V_{COM}^{innen} bei einer sägezahnförmigen Variation der COM-Spannung $V_{COM}^{ausßen}$ des äußeren SETs zwischen -80 mV und $+80$ mV (siehe oberer Graph in Abbildung 5.15). Es ist gut zu erkennen, dass V_{COM}^{innen} ebenfalls einen sägezahnförmigen Verlauf aufweist, jedoch eine deutlich kleinere Amplitude besitzt. Eine Veränderung von $V_{COM}^{ausßen}$ um insgesamt 160 mV führt bei V_{COM}^{innen} zu einer Veränderung um ca. 8 mV, was ungefähr 5% des Wertes bedeutet. Abbildung 5.15 (b) zeigt das Gegen-Experiment, bei dem die COM-Spannung des inneren SET V_{COM}^{innen} „von Hand“ variiert und die Auswirkung auf den äußeren SET untersucht wurde. Hier führt eine Veränderung von V_{COM}^{innen} um 160 mV zu einem Nachregeln von $V_{COM}^{ausßen}$ um ebenfalls ca. 8 mV, was ebenfalls ca. 5% entspricht. Das Übersprechen zwischen beiden SETs ist in diesem Versuchsaufbau demnach symmetrisch. Dies muss jedoch nicht immer so sein, da zwar die Koppelkapazität zwischen den Kontaktflächen des einen SETs und der Insel des anderen SETs aufgrund gleicher Abmessungen nahezu identisch sein sollte, beide SETs aber unterschiedliche zusätzliche Streukapazitäten besitzen könnten.

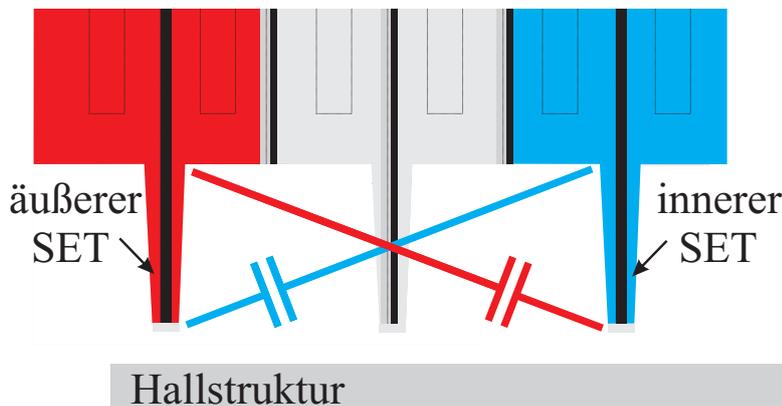


Abbildung 5.14.: Die Flächen der Source- und Drainkontakte eines SETs bilden wechselseitig zur Insel des anderen SETs eine Kapazität, so dass Source- und Drain eines SETs wie ein zusätzlicher Gatekontakt auf den anderen wirken. Da eine lokale Potentialänderung an der Probe unterhalb eines SETs zu einer Veränderung der COM-Spannung V_{COM} des jeweiligen SETs und damit zu einer Veränderung von Source- und Drainpotential führt, wird sie indirekt auch in abgeschwächter Form vom zweiten SET detektiert werden.

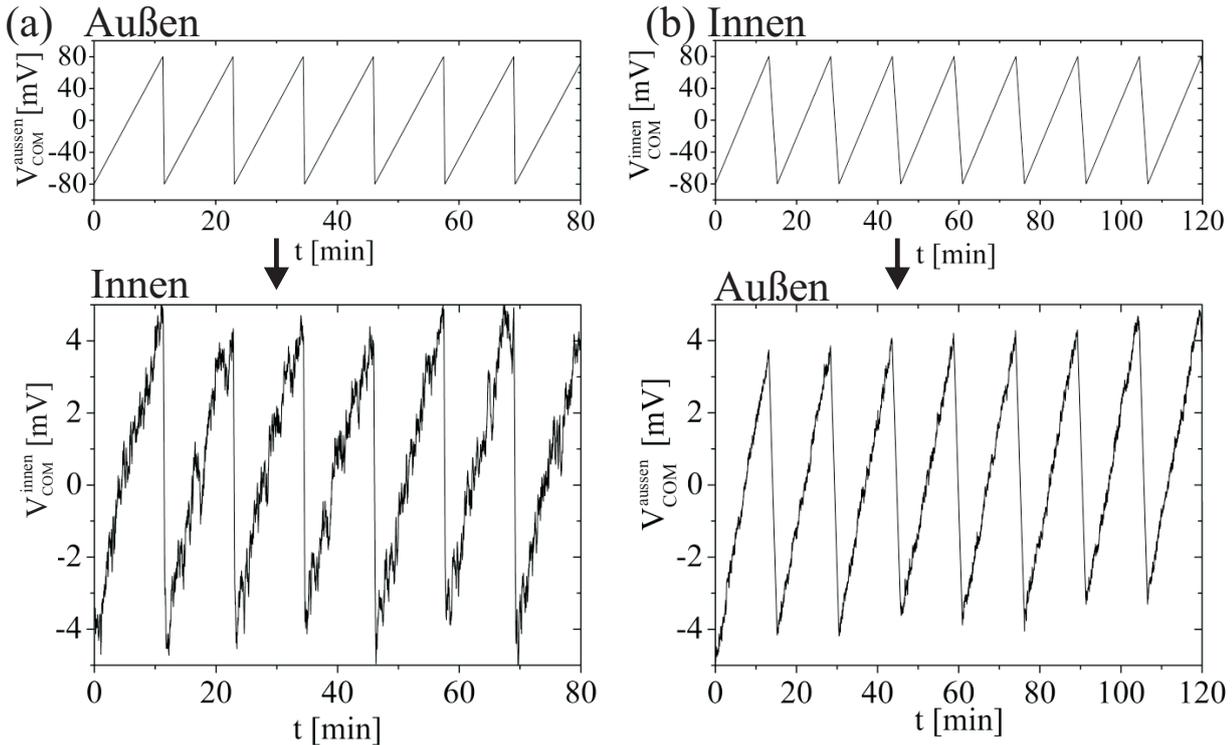


Abbildung 5.15.: Um ein Übersprechen zwischen beiden SETs, die sich im Abstand von $8 \mu\text{m}$ nebeneinander befinden, zu untersuchen, wird die COM-Spannung V_{COM} jeweils eines SETs zwischen -80 mV und $+80 \text{ mV}$ mit einem sägezahnförmigen Verlauf variiert, während die COM-Spannung des anderen SETs durch die Regelschaltung gesteuert wird. Es kann jeweils ein Nachregeln um ca. 8 mV beobachtet werden, was einem Übersprechen mit 5% der Originalamplitude entspricht. (a) Übersprechen des äußeren SETs auf den inneren SET. (b) Übersprechen des inneren SETs auf den äußeren SET.

Bei gleichzeitigen Messungen mit mehreren SETs muss demnach darauf geachtet werden, dass Potentialänderungen, die eigentlich nur bei einem SET zu einem Messsignal führen sollten, aufgrund des Übersprechens zwischen beiden SETs fälschlicherweise mit einer Amplitude von ca. 5% des Wertes auch vom anderen SET detektiert werden. Dieser Effekt ist auch der schlechten elektrostatischen Kopplung zwischen Insel und Hallstruktur aufgrund des großen Abstandes geschuldet. Wird ein SET-Array später in einem Rasterkraftmikroskop eingesetzt, wird sich die Insel normalerweise deutlich näher an der Hallstruktur befinden, so dass der Einfluss von Streukapazitäten, wie sie auch die Source- und Drainflächen anderer SETs darstellen, leichter vernachlässigbar ist. Doch selbst im vorliegenden Fall kann ein Übersprechen von ca. 5% wohl zumeist vernachlässigt werden, es gilt jedoch, dies von Fall zu Fall zu überprüfen.

Vergleicht man abschließend noch die Signalqualität beider Messkurven in Abbildung 5.15 (a) und (b) miteinander, so fällt auf, dass die Messung, die mit dem äußeren SET durchgeführt wurde, deutlich rauschärmer ist. Aufgrund identischer Messelektronik für

beide SETs kann dies auf die schärfer ausgeprägten Coulomb-Blockade-Bereiche des äußeren SETs zurückgeführt werden, die eine größere Flankensteilheit und damit eine größere Spannungsempfindlichkeit nach sich ziehen.

5.6. Variation des 2DES-Potentials bei konstantem Magnetfeld

Bei der Charakterisierung der beiden SETs zur Bestimmung des jeweiligen Arbeitspunktes in Abschnitt 5.4.2 wurde das 2DES der Hallstruktur auf das feste Potential 0 V gelegt, wohingegen die COM-Spannung V_{COM} variiert wurde, um Coulomb-Blockade-Oszillationen (kurz „CBO“) zu erzeugen. Alternativ dazu besteht jedoch auch die Möglichkeit, das 2DES als Gate für die SETs zu nutzen und dessen Potential durch eine externe Spannungsquelle zu variieren, was in diesem Abschnitt erfolgen soll.

5.6.1. Aufnahme vollständiger Coulomb-Diamanten und Bestimmung der Kapazitäten

Die im Abschnitt 5.4.2 in Abbildung 5.13 (b) und (e) abgebildeten Ladungsstabilitätsdiagramme des äußeren und inneren SETs, die den differentiellen Leitwert in Abhängigkeit von der Source-Drain-Spannung V_{DS} und der COM-Spannung V_{COM} darstellen, sind zu Vergleichszwecken in Abbildung 5.16 (a) und (c) nochmals aufgeführt.

Auch die Abbildungen 5.16 (b) bzw. (d) zeigen Ladungsstabilitätsdiagramme für den äußeren und inneren SET. Diese wurden jedoch nicht mittels einer Variation der COM-Spannung V_{COM} , sondern durch Veränderung des 2DES-Potentials V_{2DES} bestimmt. Voraussetzung dieser Charakterisierungsmethode ist jedoch ein metallisches Verhalten des 2DES, damit Änderungen des elektrochemischen Potentials am Anschlusskontakt an allen Stellen des 2DES nachvollzogen werden können. Verletzt werden könnte diese Forderung evtl. im Bereich kleiner Füllfaktoren, da hier ausgeprägte, isolierend wirkende inkompressible Bereiche auftreten. Da die Messungen aus Abbildung 5.16 jedoch alle bei $B = 2\text{T}$, also zwischen $\nu = 3$ und $\nu = 4$ (vgl. Abb. 5.4), durchgeführt wurden, sind hierbei keine derartigen Probleme zu erwarten.

Vergleicht man nun die nach beiden Charakterisierungsmethoden entstandenen Graustufendarstellungen eines SETs miteinander, ist bereits auf den ersten Blick eine unterschiedliche Größe der Coulomb-Blockade-Bereiche entlang der V_{COM} - bzw. V_{2DES} -Spannungsachse feststellbar. So beträgt beim äußeren SET die Periode der CBOs in Abbildung 5.16 (a) $\Delta V_{\text{COM}}^{\text{ausßen}} = (32 \pm 1) \text{ mV}$ und in Abbildung 5.16 (b) $\Delta V_{\text{2DES}}^{\text{ausßen}} = (62 \pm 2) \text{ mV}$. Analog dazu kann für den inneren SET aus Abbildung 5.16 (c) $\Delta V_{\text{COM}}^{\text{innen}} = (30 \pm 2) \text{ mV}$ und aus Abbildung 5.16 (d) $\Delta V_{\text{2DES}}^{\text{innen}} = (95 \pm 7) \text{ mV}$ bestimmt werden.

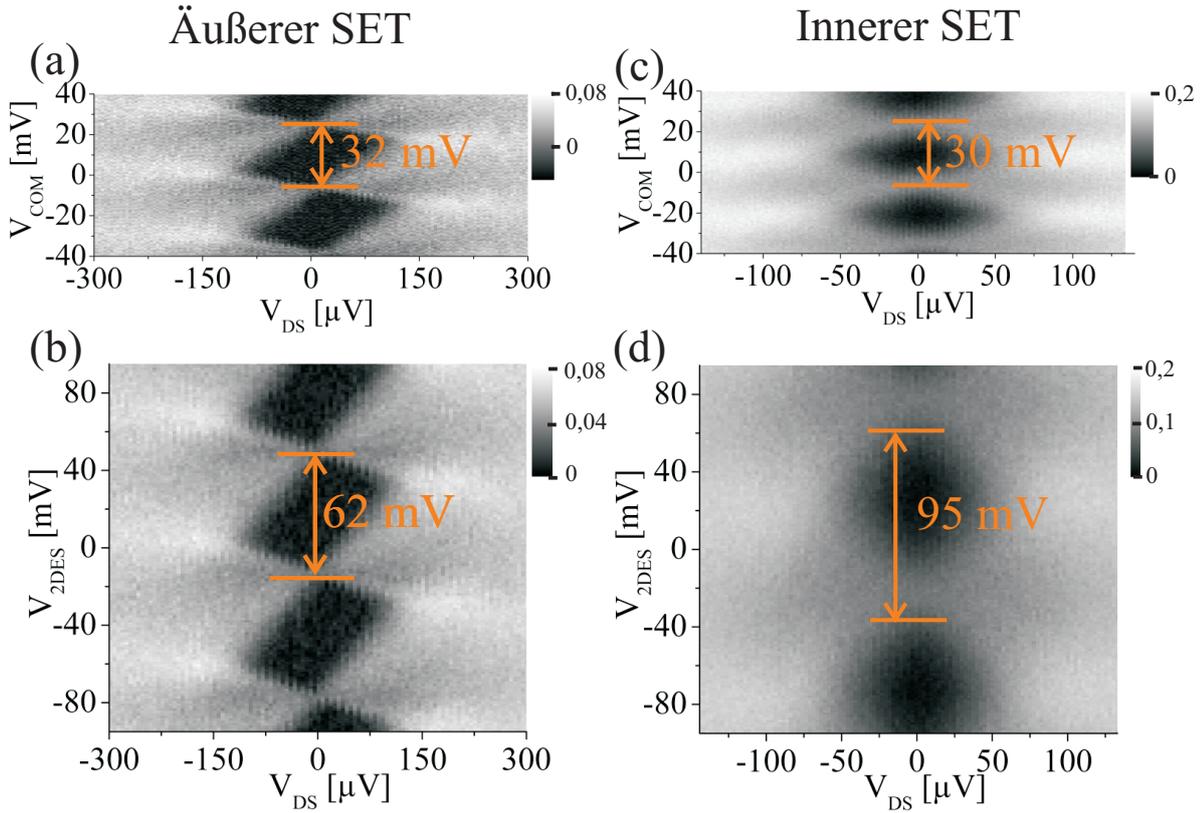


Abbildung 5.16.: Ladungsstabilitätsdiagramme des äußeren bzw. inneren SETs, bestimmt mittels zweier Methoden. In (a) bzw. (c) wurde das Source- und Drainpotential durch die COM-Spannung V_{COM} variiert und das Potential des 2DES $V_{2\text{DES}}$ konstant gelassen, während in (b) bzw. (d) $V_{2\text{DES}}$ variiert und V_{COM} konstant gehalten wurde. Die unterschiedlichen Größen der Blockadebereiche entlang der V_{COM} - bzw. $V_{2\text{DES}}$ -Achse lassen Rückschlüsse auf die Existenz von Streukapazitäten zu.

Für beide SETs lässt der große Unterschied zwischen ΔV_{COM} und $\Delta V_{2\text{DES}}$ den Schluss zu, dass die Streukapazitäten zwischen Insel und Umgebung C_{streu} gegenüber der Kapazität zwischen Insel und 2DES $C_{2\text{DES}}$ nicht vernachlässigbar sind (vgl. Kapazitätsmodell aus Abbildung 5.6 in Abschnitt 5.3.1). Die in Gleichung (5.11) dargestellte Näherung ist hier damit nicht gültig, so dass sich auch bei Verwendung der Regelschaltung im Rahmen einer Potentialmessung die COM-Spannung V_{COM} nicht eins zu eins parallel zum Potential des 2DES $V_{2\text{DES}}$ verändern wird. Vielmehr wird eine proportionale Abhängigkeit zwischen beiden bestehen, die vom Verhältnis zwischen $\Delta C_{2\text{DES}}$ und der Summe aus C_{streu} und $C_{2\text{DES}}$ abhängig ist und in Gleichung (5.10) dargestellt wurde.

Aus den gemessenen Abständen zwischen zwei aufeinanderfolgenden CBOs lassen sich $C_{2\text{DES}}$ und C_{streu} sowie der „Umrechnungsfaktor“ k zwischen $V_{2\text{DES}}$ und V_{COM} bestimmen: Für den äußeren SET bestimmt sich $C_{2\text{DES}}^{\text{ausßen}}$ nach Gleichung (2.12) zu

$$C_{2DES}^{\text{ausßen}} = \frac{e}{\Delta V_{2DES}^{\text{ausßen}}} = \frac{e}{(62 \pm 2) \text{ mV}} \approx (2,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-18} \text{ F}. \quad (5.12)$$

Wird in Gleichung (2.12) anstatt ΔV_{2DES} der Wert von ΔV_{COM} verwendet, wird neben der Kapazität zum 2DES C_{2DES} zusätzlich die Streukapazität C_{streu} berücksichtigt, so dass die Summe aus $C_{2DES}^{\text{ausßen}}$ und $C_{\text{streu}}^{\text{ausßen}}$ berechnet werden kann zu

$$C_{2DES}^{\text{ausßen}} + C_{\text{streu}}^{\text{ausßen}} = \frac{e}{\Delta V_{COM}^{\text{ausßen}}} = \frac{e}{(32 \pm 1) \text{ mV}} \approx (5,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-18} \text{ F}. \quad (5.13)$$

Damit ist beim äußeren SET die Streukapazität

$$C_{\text{streu}}^{\text{ausßen}} = [(5,0 \pm 0,1) - (2,6 \pm 0,1)] \cdot 10^{-18} \text{ F} = (2,4 \pm 0,2) \cdot 10^{-18} \text{ F}. \quad (5.14)$$

ungefähr gleich groß wie $C_{2DES}^{\text{ausßen}}$. Das Verhältnis zwischen der Variation der COM-Spannung $\Delta V_{COM}^{\text{ausßen}}$ und der Variation des 2DES-Potentials $\Delta V_{2DES}^{\text{ausßen}}$ berechnet sich nach Gleichung (5.10) und beträgt

$$\frac{\Delta V_{COM}^{\text{ausßen}}}{\Delta V_{2DES}^{\text{ausßen}}} = \frac{C_{\text{streu}}^{\text{ausßen}}}{C_{2DES}^{\text{ausßen}} + C_{\text{streu}}^{\text{ausßen}}} = \frac{2,6 \pm 0,1}{5,0 \pm 0,1} \approx 0,52 \pm 0,03. \quad (5.15)$$

In der Praxis führt die nicht vernachlässigbare Streukapazität demnach zu geringeren Messamplituden von $\Delta V_{COM}^{\text{ausßen}}$, die nur ca. die Hälfte der zu messenden Potentialänderung $\Delta V_{2DES}^{\text{ausßen}}$ betragen.

Analog zum äußeren SET können sämtliche Berechnungen auch für den inneren SET durchgeführt werden. Hier ergibt sich

$$C_{2DES}^{\text{innen}} = \frac{e}{\Delta V_{2DES}^{\text{innen}}} = \frac{e}{(95 \pm 7) \text{ mV}} \approx (1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-18} \text{ F}, \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} C_{2DES}^{\text{innen}} &= \frac{e}{\Delta V_{COM}^{\text{innen}}} - C_{\text{streu}}^{\text{innen}} = \frac{e}{(30 \pm 2) \text{ mV}} - (1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-18} \text{ F} \\ &\approx (3,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-18} \text{ F}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\frac{\Delta V_{COM}^{\text{innen}}}{\Delta V_{2DES}^{\text{innen}}} = \frac{C_{\text{streu}}^{\text{innen}}}{C_{2DES}^{\text{innen}} + C_{\text{streu}}^{\text{innen}}} = \frac{(1,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-18} \text{ F}}{(5,3 \pm 0,3) \cdot 10^{-18} \text{ F}} \approx (0,32 \pm 0,04).$$

5.6.2. Direktes Folgen von Potentialvariationen mittels Regelschaltung

Neben dem Vergleich der Ladungsstabilitätsdiagramme aus verschiedenen Messungen bietet sich durch die Regelschaltung auch die Möglichkeit, die Auswirkungen einer Veränderung von ΔV_{2DES} auf ΔV_{COM} auf direktem Weg zu bestimmen. Dazu wird für den SET der in Abschnitt 5.4 bestimmte Arbeitspunkt eingestellt. Anschließend wird ΔV_{2DES} mit Hilfe einer externen Spannungsquelle variiert und der Verlauf der von der Regelschaltung nachgeregelten COM-Spannung ΔV_{COM} gemessen. Um dabei keine durch Übersprechen zwischen den beiden SETs verursachten Abweichungen zu erhalten, wurden für beide

SETs separate Versuche durchgeführt, wobei die COM-Spannung des jeweils anderen SETs auf 0 V festgehalten wurde. Im Rahmen der Messung wurde ΔV_{2DES} binnen ca. 10 Minuten von 0 mV langsam auf 40 mV und wieder zurück auf 0 mV variiert. Wie schon im vorangegangenen Abschnitt 5.6.1 wird ein konstantes Magnetfeld $B = 2$ T gewählt.

Abbildung 5.17 zeigt die Veränderung der COM-Spannung ΔV_{COM} für den äußeren (a) bzw inneren (b) SET. In beiden Fällen zeigt sich ein linearer Potentialverlauf ohne Hysterese zwischen Hin- und Rückweg der Messkurve. Wie bereits bei der Analyse des Übersprechens in Abschnitt 5.5 diskutiert, ist die Messkurve des äußeren SETs deutlich rauschärmer als die des inneren SETs. Die Steigung dV_{COM}/dV_{2DES} kann für den äußeren bzw. inneren SET zu

$$\frac{dV_{COM}^{ausseren}}{dV_{2DES}^{ausseren}} \approx \frac{(20 \pm 0,4) \text{ mV}}{40 \text{ mV}} = 0,50 \pm 0,01 \quad (5.18)$$

$$\frac{dV_{COM}^{innen}}{dV_{2DES}^{innen}} \approx \frac{(13 \pm 1) \text{ mV}}{40 \text{ mV}} = 0,33 \pm 0,02 \quad (5.19)$$

bestimmt werden. Die ermittelten Werte stimmen dabei im Rahmen der Messungenauigkeit gut mit den im vorherigen Abschnitt 5.6.1 bestimmten Werten (vgl. Gleichung (5.15) bzw. (5.18)) überein.

Sowohl der Vergleich der Ladungsstabilitätsdiagramme wie auch die direkte Messung mittels Regelschaltung zeigt, dass der Verlauf der COM-Spannung V_{COM} aufgrund störender Einflüsse von Streukapazitäten nicht Eins zu Eins mit dem Verlauf des 2DES-Potentials V_{2DES} übereinstimmt. Um bei Potentialmessungen mit den beiden SETs aus den gemessenen Werten der jeweiligen COM-Spannung auf die tatsächliche Veränderung des 2DES-Potentials unterhalb des entsprechenden SETs schließen zu können, ist deshalb jeweils noch eine Umrechnung anhand der zuvor bestimmten Umrechnungsfaktoren durchzuführen. Diese werden mit $k^{ausseren}$ bzw. k^{innen} bezeichnet und wie folgt festgelegt:

$$k^{ausseren} = 0,50 \quad \leftrightarrow \quad \Delta V_{2DES}^{ausseren} = 0,50 \cdot V_{COM}^{ausseren}, \quad (5.20)$$

$$k^{innen} = 0,33 \quad \leftrightarrow \quad \Delta V_{2DES}^{innen} = 0,33 \cdot V_{COM}^{innen}. \quad (5.21)$$

Diese Werte für $k^{ausseren}$ bzw. k^{innen} werden bei allen folgenden Experimenten zur Bestimmung von V_{2DES} genutzt.

Die Tatsache, dass V_{COM} den Verlauf von V_{2DES} nur um den Faktor k reduziert nachzeichnet, führt dazu, dass sich die Potentialdifferenz zwischen SET und 2DES bei einer Änderung des 2DES-Potentials ebenfalls ändert. Da die Kontakte des SETs wie ein Gate auf das 2DES wirken, können so lokale Änderungen der Ladungsträgerdichte n_s unter dem SET entstehen. Aufgrund des großen Abstands der SETs vom 2DES und der verhältnismäßig geringen Spannungen kann jedoch davon ausgegangen werden, dass diese Änderungen vernachlässigbar sind.

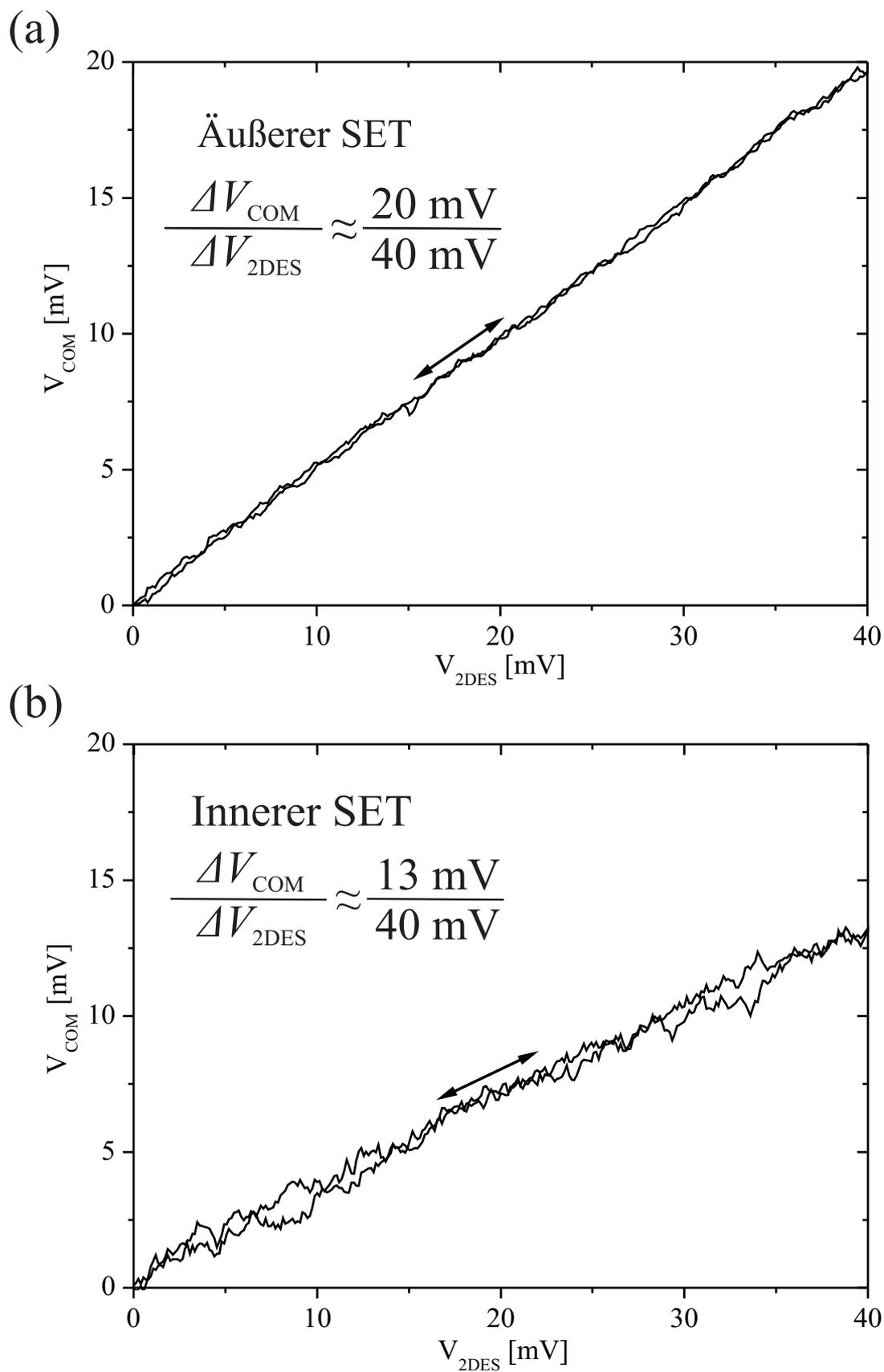


Abbildung 5.17.: Nachregelung der COM-Spannung V_{COM} aufgrund einer Veränderung des angelegten 2DES-Potentials $V_{2\text{DES}}$ für (a) äußeren und (b) inneren SET.

5.7. Zusammenfassung des Versuchsaufbaus sowie vorbereitender Messungen

In diesem Kapitel wurde ein nicht-rasternder Versuchsaufbau für Potentialmessungen an einer Hallprobe beschrieben, bei dem die SET-Spitzen gegenüber einer Hallprobe fixiert angeordnet sind. Zum Abschluss des Kapitels soll noch einmal ein Überblick über die behandelten Themengebiete gegeben werden.

Der erste Abschnitt widmete sich der untersuchten Hallprobe, indem die verwendete Heterostruktur vorgestellt sowie der Herstellprozess und die Geometrie der Hallprobe aufgezeigt wurden. Weiterhin wurde eine Charakterisierung des 2DES der Heterostruktur durchgeführt, um die Ladungsträgerdichte n_s und die Ladungsträgerbeweglichkeit μ_n zu bestimmen.

Der nächste Abschnitt behandelte den mechanischen Versuchsaufbau, bei dem das Spitzenarray mittels Mikrometerschrauben unter dem Mikroskop über der Hallstruktur justiert und mit Klebstoff am Probenrand in ausreichender Entfernung von der Hallstruktur und den Spitzen fixiert wurde. Weiterhin wurde die elektrische Kontaktierung der Spitzen sowie der Hallstruktur erläutert.

Danach wurde die im Rahmen der Potentialmessungen eingesetzte Messelektronik vorgestellt. Dabei wurde zu Beginn das grundlegende Messprinzip erläutert, aufgrund dessen SETs für Potentialmessungen geeignet sind. Danach wurden verschiedene Methoden dargestellt, wie der SET im Rahmen von Potentialmessungen angesteuert werden kann, bevor abschließend die gewählte Methode eines Regelkreises durch den Aufbau einer Regelschaltung realisiert wurde. Die Regelschaltung regelt eine auf Source- und Drain aufaddierte Offsetspannung, um einen vorgegebenen Soll-Strom durch den SET zu erreichen. Dabei vollzieht die Offsetspannung Potentialänderungen am 2DES nach, so dass sie gleichzeitig als Messsignal dient.

Während die Offsetspannung durch die Regelschaltung variiert werden kann, ist der Arbeitspunkt des SETs, bestehend aus Source-Drain-Spannung und Sollstrom, vor einer Potentialmessung festzulegen. Die Wahl eines bestmöglichen Arbeitspunktes hat entscheidenden Einfluss auf die Messempfindlichkeit des SETs. Daher wurden zuerst theoretische Überlegungen zur Festlegung des optimalen Arbeitspunktes angestellt, bevor anschließend die beiden funktionsfähigen SETs des Aufbaus charakterisiert und für beide der bestmögliche Arbeitspunkt bestimmt wurde.

Der darauffolgende Abschnitt untersuchte das Übersprechen zwischen den SETs. Es konnte festgestellt werden, dass die Flächen der Source- und Drainkontakte eines SETs kapazitiv mit der Insel eines naheliegenden SETs gekoppelt sind. Da die Variation der Offsetspannung durch die Regelschaltung die Potentiale der Source- und Drainkontaktflächen eines SETs verändert, überträgt sich dies auch auf einen anderen SET. Die Größe

des Übersprechens kann jedoch zu ca. 5% der Originalamplitude bestimmt werden, so dass dieser Effekt zumeist vernachlässigt werden kann.

Im letzten Abschnitt des Kapitels wurden bereits erste Testmessungen durchgeführt, die zur Kalibrierung der Messwerte dienen. Aufgrund des relativ großen Abstandes zwischen SET-Insel und 2DES müssen Streukapazitäten berücksichtigt werden, wenn aus Veränderungen der Offsetspannung der Regelschaltung auf Veränderungen des Potentials im 2DES unterhalb des jeweiligen SETs geschlossen werden soll. Daher wurden aus den Testmessungen Umrechnungsfaktoren bestimmt, die bei den Experimenten im folgenden Kapitel verwendet werden sollen.

6. Potentialvariationen im Inneren eines 2DES induziert durch Ändern des äußeren Magnetfeldes

Im vorangegangenen Kapitel wurden neben der Schilderung des Versuchsaufbaus vorbereitende Untersuchungen zur Bestimmung des Arbeitspunktes eines SETs sowie zum Übersprechen zwischen den SETs bereits Experimente zur Potentialmessung am 2DES bei konstantem Magnetfeld gezeigt. Dabei wurde das elektrochemische Potential des gesamten 2DES durch eine externe Spannungsquelle großflächig variiert. Diese Änderung spiegelte sich im elektrostatischen Potential wider und war daher mittels SET detektierbar. Dabei wurde angenommen, dass das chemische Potential des 2DES unverändert bleibt und zudem das 2DES ein metallisches Verhalten zeigt, so dass sich das System aufgrund der guten Leitfähigkeit stets im thermodynamischen Gleichgewicht befindet.

In diesem Kapitel werden Experimente nicht länger bei konstantem, sondern bei variierendem Magnetfeld durchgeführt. Es wird gezeigt, dass dadurch innerhalb des Quanten-Hall-Regimes ein Nicht-Gleichgewichtszustand erzeugt werden kann, bei dem das elektrische Potential¹ im Inneren des 2DES durch einen zusätzlichen Effekt beeinflusst wird und einen hysteretischen Verlauf aufweist. Dies kann dabei mit der Induktion von Wirbelströmen begründet werden, welche zu einer Nichtgleichgewichtssituation zwischen Rand und Innerem des 2DES führt und wird in verschiedenen Experimenten genauer untersucht.

6.1. Variation des lokalen elektrischen Potentials bei zeitlicher Änderung des Magnetfeldes

Im Folgenden wird der Einfluss einer zeitlichen Änderung des Magnetfeldes auf das 2DES-Potential untersucht. Dabei wird das elektrochemische Potential am Rand des 2DES durch eine äußere Spannungsquelle auf 0 V festgehalten und das äußere Magnetfeld von 0,5 T auf 14 T und wieder zurück auf 0,5 T mit einer Rate von 0,5 T/min variiert. Beide SETs werden mittels Rückkoppelschaltung in ihren optimalen Arbeitspunkten gehalten.

¹Für $dB/dt \neq 0$ liegt kein konservatives, d.h. wirbelfreies elektrisches Feld vor ($\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq 0$). Die Verwendung des Begriffes „elektrostatisches Potential“ ist daher nicht zulässig, so dass hier auf den weiter gefassten Begriff „elektrisches Potential“ ausgewichen wird.

Aus den Änderungen der Spannungen $V_{\text{COM}}^{\text{innen}}$ und $V_{\text{COM}}^{\text{ausßen}}$ beider SETs werden mittels der in Abschnitt 5.6 bestimmten Umrechnungsfaktoren k^{innen} bzw. $k^{\text{ausßen}}$ die eigentlich zu messenden Größen, die lokalen Potentialänderungen unterhalb der SETs, $\Delta V_{\text{2DES}}^{\text{innen}}$ bzw. $\Delta V_{\text{2DES}}^{\text{ausßen}}$ bestimmt. Diese sind in Abbildung 6.1 dargestellt. Da sich mit SETs lediglich Spannungsänderungen detektieren lassen, kann der Nullpunkt der Spannungsachse willkürlich gewählt werden. Beide SETs sind lediglich zum Zweck einer übersichtlicheren Darstellung durch einen Offset gegeneinander verschoben.

Betrachtet man die Messkurven beider SETs in Abbildung 6.1, so sind bereits auf den ersten Blick ausgeprägte Hystereseeffekte in der Nähe der Füllfaktoren $\nu = 1$ und $\nu = 2$ auffällig. Bei ansteigendem Magnetfeld, d.h. $dB/dt > 0$ ist hier ein Ansteigen des 2DES-Potentials zu beobachten, ein abnehmendes Magnetfeld, d.h. $dB/dt < 0$, lässt das 2DES-Potential absinken. Bei genauerem Hinsehen sind vor allem beim inneren SET auch in der Nähe von $\nu = 3$ und $\nu = 4$ noch kleine Hysteresen zu sehen. Unterhalb von

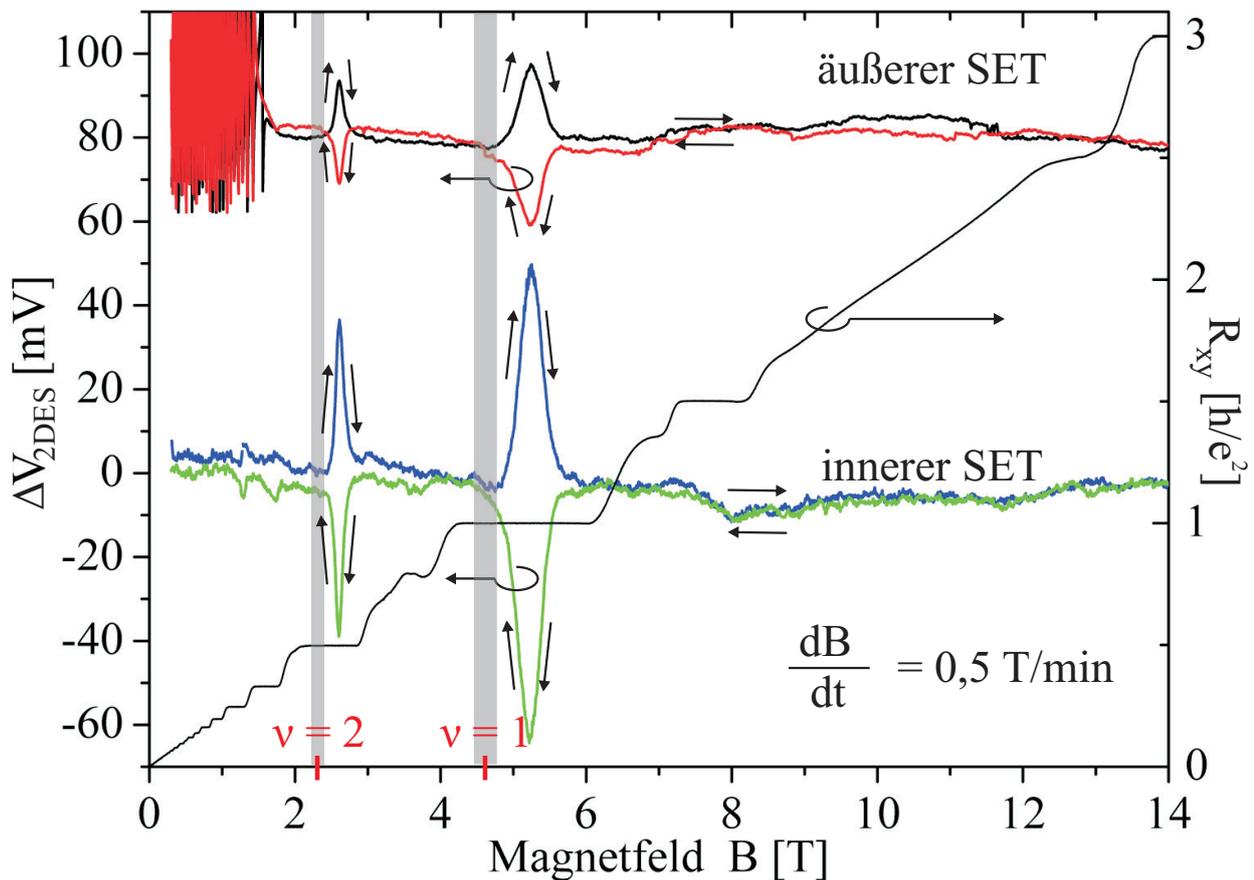


Abbildung 6.1.: Potentialänderung ΔV_{2DES} im 2DES unterhalb des äußeren bzw. inneren SETs bei einer kontinuierlichen Variation des Magnetfeldes mit einer Rate von +500 mT/min bzw. -500 mT/min. Deutlich sind im Bereich um $\nu = 1$ und $\nu = 2$ Hysteresen zwischen den bei ansteigendem und den bei abfallendem Magnetfeld gemessenen Kurven erkennbar.

1,7 T konnte die Regelschaltung des äußeren SETs den Arbeitspunkt nicht halten, so dass das Messsignal keine definierten Werte mehr aufweist. Bei einer hier nicht aufgeführten Charakterisierung des SETs unterhalb von 1,7 T zeigte dieser dann supraleitende Effekte, so dass der äußere SET nur für Messungen oberhalb von 1,7 T eingesetzt werden kann.

Da ein SET nur sensitiv auf elektrische Felder ist, entspricht der in Abbildung 6.1 dargestellte Potentialverlauf der Variation des elektrischen Potentials. Da im thermodynamischen Gleichgewicht aber bei konstantem elektrochemischen Potential jede Änderung des elektrischen Potentials mit einer Änderung des chemischen Potentials mit entgegengesetzten Betrag verbunden ist, könnten die Messkurven auch Änderungen des chemischen Potentials enthalten, worauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

6.1.1. Thermodynamisches Gleichgewicht: Variation des chemischen Potentials

Befindet sich das 2DES im thermodynamischen Gleichgewicht, kann im gesamten 2DES ein einheitliches, konstantes elektrochemisches Potential μ_{elch} angenommen werden. Dieses setzt sich additiv an jedem Punkt aus dem lokalen chemischen Potential $\mu_{\text{ch}}(\vec{r}, B)$ sowie der lokalen elektrischen Energie $-e\Phi_{\text{el}}(\vec{r})$ zusammen:

$$\mu_{\text{elch}} = \mu_{\text{ch}}(\vec{r}, \vec{B}) - e\Phi_{\text{el}}(\vec{r}). \quad (6.1)$$

Wird an einem Kontakt der Hallstruktur mit Hilfe einer externen Spannungsquelle eine unveränderliche Spannung angelegt, ist das elektrochemische Potential damit fixiert. Jede Änderung des elektrochemischen Potentials $d\mu_{\text{ch}}(\vec{B})$ muss demnach durch eine betragsmäßig gleich große, jedoch mit unterschiedlichem Vorzeichen behaftete, elektrische Potentialänderung $-e\Phi_{\text{el}}$ ausgeglichen werden, was durch Ladungsträgerumverteilung erreicht wird:

$$d\mu_{\text{ch}}(B + dB) = e\Phi(B + dB). \quad (6.2)$$

Wird nun die Rückkoppelschaltung genutzt, um den Arbeitspunkt und damit die elektrische Potentialdifferenz zwischen SET und dem darunterliegenden 2DES konstant zu halten, folgt das Rückkopplungssignal dem elektrischen Potential im 2DES unterhalb der Insel. Eine Erhöhung des chemischen Potentials des 2DES, die eine Verringerung des elektrischen 2DES-Potentials bewirkt, wird sich demnach auch in einer Verringerung des Rückkopplungssignals V_{COM} zeigen. Diese Verringerung von V_{COM} ist wie in Abschnitt 5.6.2 bestimmt aufgrund von Streukapazitäten um einen Proportionalitätsfaktor k reduziert.

$$\frac{e}{k} dV_{\text{COM}}(B + dB) = e\Phi(B + dB) = -d\mu_{\text{ch}}(B + dB). \quad (6.3)$$

Um beurteilen zu können, ob der in Abbildung 6.1 dargestellte Verlauf des lokalen 2DES-Potentials auf Variationen des chemischen Potentials zurückzuführen ist, muss

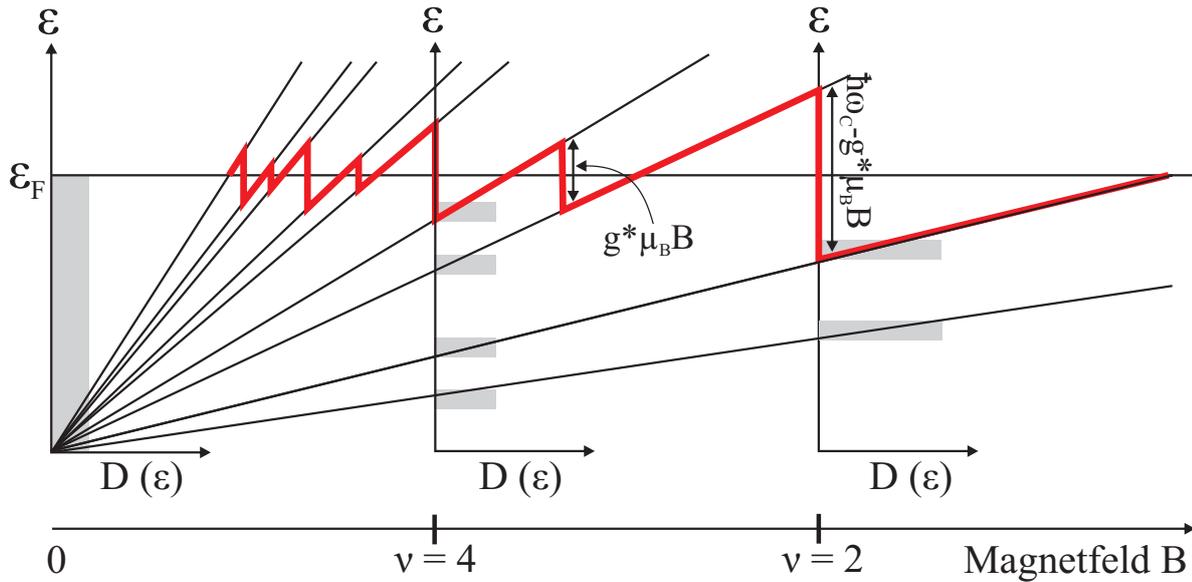


Abbildung 6.2.: Schematische Darstellung der Abhängigkeit des chemischen Potentials vom Magnetfeld. Durch die zunehmende Entartung finde eine Depopulation der Landau-Niveaus statt. Wird ein Niveau vollständig entvölkert, springt das chemische Potential des 2DEs auf das nächste darunterliegende Niveau.

zunächst erörtert werden, welcher Potentialverlauf hierdurch zu erwarten ist. Der idealisierte Verlauf des chemischen Potentials für ein wechselwirkungsfreies Elektronengas als Funktion des Magnetfeldes ist in Abbildung 6.2 schematisch dargestellt und lässt die sukzessive Depopulation der Landau-Niveaus aufgrund deren zunehmender Entartung erkennen. Ist ein Niveau vollständig entvölkert, springt das chemische Potential auf das darunterliegende, noch vollständig besetzte Niveau. Die jeweils größeren Sprünge im 2DES-Potential sind bei geradzahigen Füllfaktoren zu erwarten, da die Sprunghöhe hier durch die Zyklotronenergie $\hbar\omega_c$ abzüglich der deutlich kleineren Zeeman-Energie $g^*\mu_B B$ gegeben ist, während sie bei ungeradzahigen Füllfaktoren lediglich den Wert der Zeeman-Energie annimmt. Der größte Sprung ist deshalb beim kleinsten geradzahigen Füllfaktor $\nu = 2$ zu finden. Da der zur Berechnung der Zeeman-Energie notwendige Landé-Faktor g^* im 2DES andere Werte annimmt als in dreidimensionalem GaAs [87, 88] und zudem magnetfeldabhängig ist [89], soll die Berechnung der Zeeman-Energie bei $\nu = 2$ an dieser Stelle unterbleiben, jedoch kann die Zyklotronenergie $\hbar\omega_c$ als obere Abschätzung für den Sprung des chemischen Potentials angegeben werden. Diese beträgt für die vorliegende Probe bei $B = 2,3$ T ca. 4 mV, was beim äußeren SET einer Änderung der COM-Spannung V_{COM} um 2 mV, beim inneren SET gar nur um 1,3 mV entspricht. Vergleicht man diese Potentialhöhen mit dem Rauschen der beiden SETs, so muss festgehalten werden, dass der Nachweis solch kleiner Potentialänderungen nicht zuverlässig möglich ist. Ein kleinerer Abstand und die damit verbundene größer werdende Kapazität zwischen Spitze und 2DES würde hier deutliche Verbesserungen bringen und ist bei zukünftigen Experimenten dringend anzustreben. Weiter ist die

Tatsache erschwerend, dass die exakte Lage der Füllfaktoren mit einer relativ großen Unsicherheit behaftet ist. Die Breite der grauen Balken in Abbildung 6.1 gibt lediglich den Messfehler aus Abschnitt 5.1.3 wieder, darüber hinaus sind weitere Abweichungen um schätzungsweise bis zu 10% möglich, da die Bestimmung der Füllfaktoren an einer anderen Probe des gleichen Wafers bei einem anderen Abkühlvorgang durchgeführt wurde.

Es bleibt festzuhalten, dass Variationen des chemischen Potentials relativ geringe Amplituden von maximal ca. 4 mV besitzen sollten und daher mit der vorliegenden Anordnung nicht zweifelsfrei detektiert werden können, während dies beispielsweise Wei *et al.* [23] oder Hüls *et al.* [25] mit mittels klassischem Schattenbedampfungsverfahren unmittelbar auf die Heterostruktur aufgedampften SETs möglich war. Unabhängig davon weisen jedoch die in der Nähe ganzzahliger Füllfaktoren gemessenen Hystereseeffekte Amplituden von bis zu 40 mV auf und müssen demnach eine andere Ursache besitzen, worauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

6.1.2. Nichtgleichgewicht: Potentialänderungen und Wirbelströme

Im vorangegangenen Abschnitt war davon ausgegangen worden, dass eine Änderung des chemischen Potentials im thermodynamischen Gleichgewicht aufgrund von Ladungsverteilung auch zu einer (entgegengesetzten) Änderung des elektrischen Potentials führt. Die hierbei notwendige Annahme eines an allen Stellen leitfähigen, kompressiblen 2DES darf jedoch nicht grundsätzlich als erfüllt betrachtet werden, was bereits die in Abschnitt 2.10 bei der Darstellung des Quanten-Hall-Modells aufgeführte Ausbildung von isolierenden, inkompressiblen Streifen zeigt. Bei der Erklärung der in Abbildung 6.1 dargestellten Hystereseeffekte muss deshalb auch eine Störung des thermodynamischen Gleichgewichts in Betracht gezogen werden. Vor der Ausarbeitung eines Nicht-Gleichgewichtsmodells soll jedoch zunächst auf frühere Experimente eingegangen werden, in denen andere Experimentatoren bereits ähnliche Hystereeffekte wie die in Abbildung 6.1 dargestellten nachweisen konnten:

- Zeller *et al.* [90], Dabiran *et al.* [91] und Dolgoplov *et al.* [92] untersuchten mittels „floating-gate“-Messungen an einem 2DES mit Corbino-Geometrie die Spannung zwischen Oberflächenelektrode und 2DES, wobei ähnliche Hystereseverläufe innerhalb der Hall-Plateaus bei ganzzahligen Füllfaktoren gefunden wurden. Als Ursache werden hier Wirbelströme angenommen, die im 2DES parallel zum Probenrand im Kreis fließen und zu einer Hallspannung zwischen Probeninnerem und Probenrand führen.
- J. Hüls *et al.* [93] führte ähnlich zu den hier aufgeführten Experimenten Messungen des 2DES-Potentials an Hallstrukturen mittels SETs durch, wobei jedoch herkömmliche, mittels Zwei-Winkel-Aufdampfverfahren fest auf die Probenoberfläche aufgedampfte SETs verwendet wurden. Auch hier konnte ein ähnlicher Potentialverlauf bei Variation des Magnetfeldes mit Hysteresen bei ganzzahligen Füllfaktoren festgestellt werden. Diese wurden von J. Hüls *et al.* ebenfalls auf Wirbelströme zurückgeführt.

Es erscheint demnach ratsam, die beobachteten Hystereseeffekte ebenfalls vor dem Hintergrund eines Wirbelstrommodells zu betrachten. Dieses soll nachfolgend vorgestellt werden. Zum besseren Verständnis wird die Erläuterung anhand der einfacheren Corbino-Geometrie durchgeführt und die gewonnenen Erkenntnisse erst anschließend auf eine Hall-Geometrie übertragen.

Die Corbinostruktur besteht aus einem runden 2DES mit zwei einlegierten Ohmschen Kontakten (siehe Abb. 6.3. Ein Kontakt befindet sich kreisförmig am Mittelpunkt während der andere ringförmig entlang des Randes des 2DES verläuft. Analog zur Ausbildung kompressibler und inkompressibler Streifen am Rand einer Hallgeometrie verlaufen diese bei einer Corbinoprobe ringförmig zwischen dem äußeren Kontakt und dem in der Mitte. Experimentell konnte dies durch Potentialmessungen mittels Rasterkraftmikroskop von Ahlswede *et al.* [18] gezeigt werden. Ausgangspunkt für die Entstehung von Wirbelströmen ist der in Abbildung 6.3 dargestellte Verlauf der innersten inkompressiblen Streifen leicht oberhalb ganzzahliger Füllfaktoren. Sowohl in der Nähe der äußeren Elektrode als auch in der Nähe der Mittenelektrode ist dabei ein innerster inkompressibler Streifen“ zu finden, so dass der Begriff „Innen“ sich hier nicht auf die Corbino-Geometrie bezieht. Vielmehr ist damit der Abstand zur Elektrode gemeint und die Tatsache, dass zwischen Elektrode

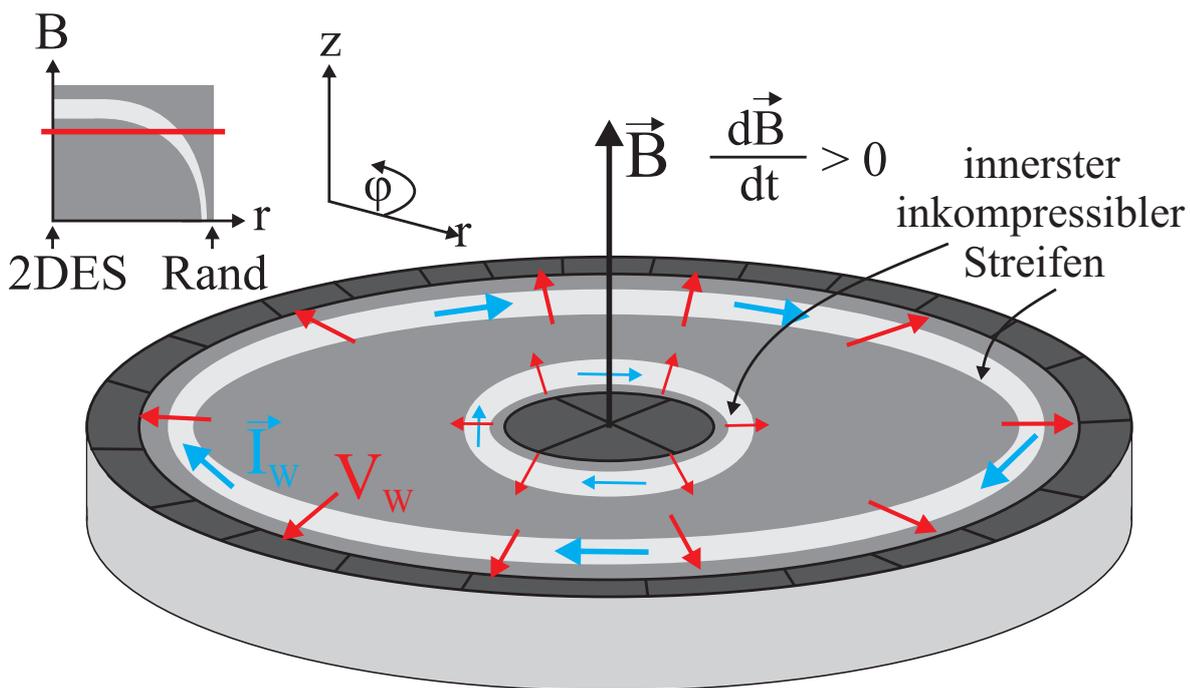


Abbildung 6.3.: Schematische Darstellung zum Wirbelstrommodell. Die Änderung des magnetischen Flusses in der vom innersten isolierenden inkompressiblen Streifen umschlossene Fläche führt zur Verschiebung von Ladungen über den inkompressiblen Streifen hinweg, was zur elektrischen Aufladung der umschlossenen Fläche sowie zur Ausbildung eines dissipationslosen Wirbelstroms entlang der inkompressiblen Streifen entlang der Kontakte führt.

und dem innersten inkompressiblen Streifen jeweils noch weitere inkompressible Streifen existieren können.

Zwischen den beiden innersten inkompressiblen Streifen existiert das Innere des 2DES, das vollständig vom Rand des 2DES wie auch vom Randkontakt isoliert ist. Diese Ausgangssituation ist für die Ausbildung von Wirbelströmen von grundlegender Bedeutung.

Denn erfährt jetzt das äußere Magnetfeld \vec{B} eine Änderung $d\vec{B}/dt$, ändert sich der magnetische Fluss durch die Fläche A . Gemäß dem Faradayschen Gesetz

$$\oint \vec{E}_\phi \cdot d\vec{\phi} = - \int d\vec{B}/dt \cdot d\vec{A} \quad (6.4)$$

wirkt nun auf die Elektronen am Rand ein elektrisches Feld \vec{E} parallel zum Rand. Durch das elektrische Feld, das sich senkrecht zum magnetischen Feld befindet, entsteht eine radiale Verschiebestromdichte j_r^V (Hallstrom), die Ladungsträger senkrecht zum Rand über den inkompressiblen Streifen hinweg transportiert. Die Stromdichte j_r^V ist bestimmt durch

$$j_r^V = \nu e^2 / h \cdot E_\phi \quad (6.5)$$

Der Ladungstransport führt jedoch zu einer elektrischen Aufladung des isolierten, inneren Bereiches des 2DES, so dass sich die Spannungsdifferenz ΔV_r^W aufbaut, die das elektrische Potential des inneren Bereiches verändert. Der zusätzliche Potentialabfall bzw. die damit verbundene Änderung der elektrischen Feldstärke über dem innersten inkompressiblen Streifen führen dann wiederum analog zu (6.5) zu einer Stromdichte

$$j_\phi^W = \nu e^2 / h \cdot E_r, \quad (6.6)$$

die als dissipationsloser Wirbelstrom entlang des innersten inkompressiblen Streifens rund um die Probe fließt. Wenn nun kurz oberhalb ganzzahliger Füllfaktoren der kompressible Rand vom kompressiblen Inneren des 2DES vollständig isoliert ist, wird der veränderte Potentialgradient über dem innersten inkompressiblen Streifen und damit auch der Wirbelstrom selbst bei konstantem Magnetfeld dauerhaft bestehen bleiben. Liegt jedoch keine perfekte Isolation vor, wird sich die Ladungsumverteilung zwischen innerem und äußerem kompressiblen Bereich wieder ausgleichen und ein Abklingen des Wirbelstroms beobachtbar sein. Dies kommt einer Relaxation des Systems ins thermodynamische Gleichgewicht gleich. Experimente hierzu werden in Abschnitt 6.3 behandelt. Der Größe des Wirbelstroms \vec{I}_ϕ^W ergibt sich aus der Integration der Stromdichte \vec{j}_ϕ^W über die Breite b des inkompressiblen Streifens:

$$I_\phi^W = \int_{b_1}^{b_1+\Delta b} j_\phi dr = \int_{b_1}^{b_1+\Delta b} (\nu e^2 / h \cdot E_r) dr = \frac{\nu \cdot e^2 \cdot \Delta V_r^W}{h}. \quad (6.7)$$

Sowohl die Richtung des Wirbelstroms \vec{I}_ϕ^W als auch die Polarität des Spannungsabfalls von ΔV_r^W wird durch die Richtung der Änderung $d\vec{B}/dt$ vorgegeben.

Überträgt man das erläuterte Wirbelstrommodell nun auf die Geometrie der Hallprobe und berücksichtigt den Verlauf des innersten inkompressiblen Streifens in Abhängigkeit vom Magnetfeld, lassen sich nun die Hystereseeffekte im gemessenen 2DES-Potential (siehe Abbildung 6.1) erklären:

Nähert sich das Magnetfeld bei zunehmender Feldstärke einem bestimmten Füllfaktors, z.B. $\nu = 2$, ist die Breite des innersten inkompressiblen Streifens anfangs noch zu gering, um den inneren Bereich des 2DES vom kompressiblen Rand zu isolieren. Das elektrochemische Potential nimmt deshalb überall im 2DES den gleichen, konstanten Wert an. (vgl. Abb. 6.4 (Bereich 1))

Steigt das Magnetfeld nun weiter an, wirkt der innerste inkompressible Streifen zunehmend isolierend und es bildet sich die oben beschriebene und in Abbildung 6.3 bereits an der Corbinogeometrie dargestellte Situation heraus (siehe auch Abb. 6.4 (Bereich 2)). Die Änderung des Potentials im Inneren des 2DES erfolgt also im Wesentlichen durch den

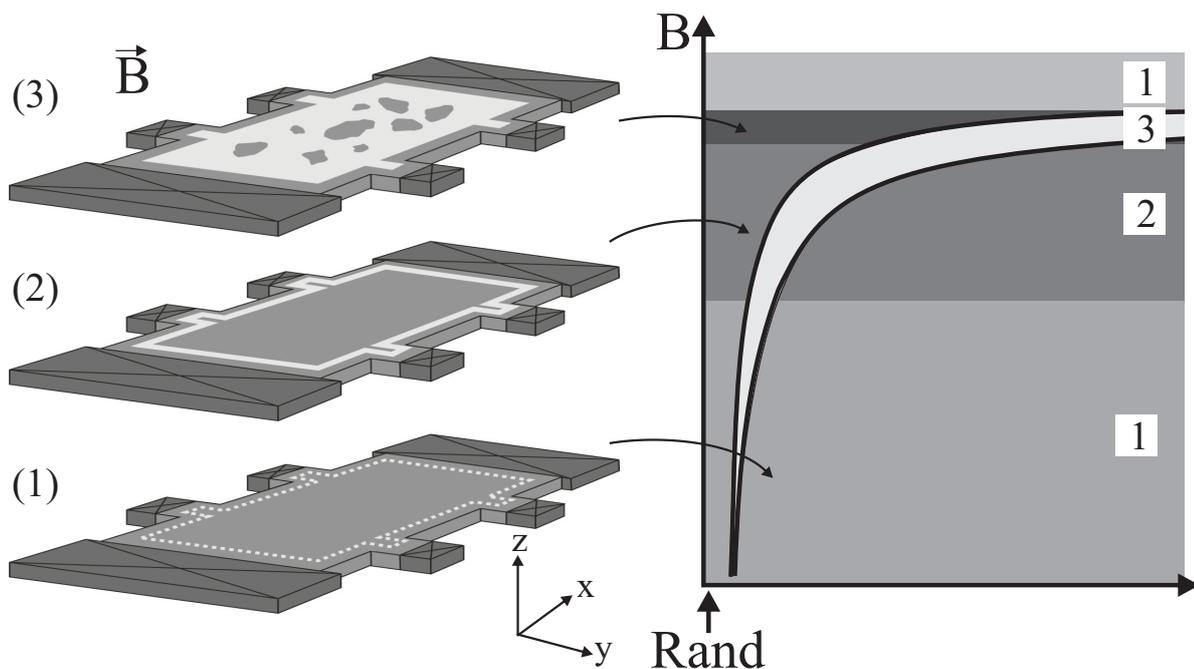


Abbildung 6.4.: Oberhalb eines ganzzahligen Füllfaktors wird der innerste inkompressible Streifen mit zunehmendem Magnetfeld breiter und dehnt sich ins 2DES aus. Dabei sind für die Ausbildung der Wirbelströme drei unterschiedliche Situationen zu berücksichtigen: (1) Der innerste inkompressible Streifen ist noch sehr dünn und kann das kompressible Innere des 2DES nicht vom kompressiblen Rand isolieren. Das gesamte 2DES verhält sich demnach metallisch. (2) Der innerste inkompressible Streifen ist ausreichend breit, um das Innere des 2DES vom Rand zu isolieren. (3) Das Innere des 2DES ist großflächig inkompressibel und lediglich durch einige kompressible lokalisierte Zustände unterbrochen.

zusätzlichen Spannungsabfall über einem inkompressiblen Streifen und der Wirbelstrom fließt in einer einzigen Schleife in der Nähe des Randes rund um die gesamte Hallstruktur.

Bei einem weiteren Anstieg des Magnetfeldes bis auf den Wert eines ganzzahligen Füllfaktors kann das Innere des 2DES nicht mehr als kompressibel angesehen werden. Vielmehr wird sich der innerste kompressible Streifen in das Innere des 2DES erstrecken (vgl. Abb. 6.4 (Bereich 3)). Jedoch werden auch in diesem Fall einzelne kompressible Bereiche im Inneren des 2DES existieren, zwischen denen ein Ladungsaustausch stattfinden kann. Zusätzlich zum Wirbelstrom entlang des Probenrandes besteht nun die Möglichkeit, dass kleinere Wirbelstromschleifen um einzelne kompressible Bereiche auftreten (siehe Abb. 6.5).

Fällt über dem innersten inkompressiblen Streifen eine Spannung ΔV_r^W ab, ist diese der Kontaktspannung zwischen SET und 2DES in Serie geschaltet. Um den Arbeitspunkt zu halten, muss die Rückkoppelschaltung demnach nicht nur mögliche Variationen des chemischen Potentials μ_{ch} , sondern zusätzlich auch die Änderungen des Wirbelstrompotential ΔV kompensieren, wobei wiederum der Kopplungsfaktor k zwischen 2DES und SET-Insel miteinbezogen werden muss, der die Existenz von Streukapazitäten berücksichtigt:

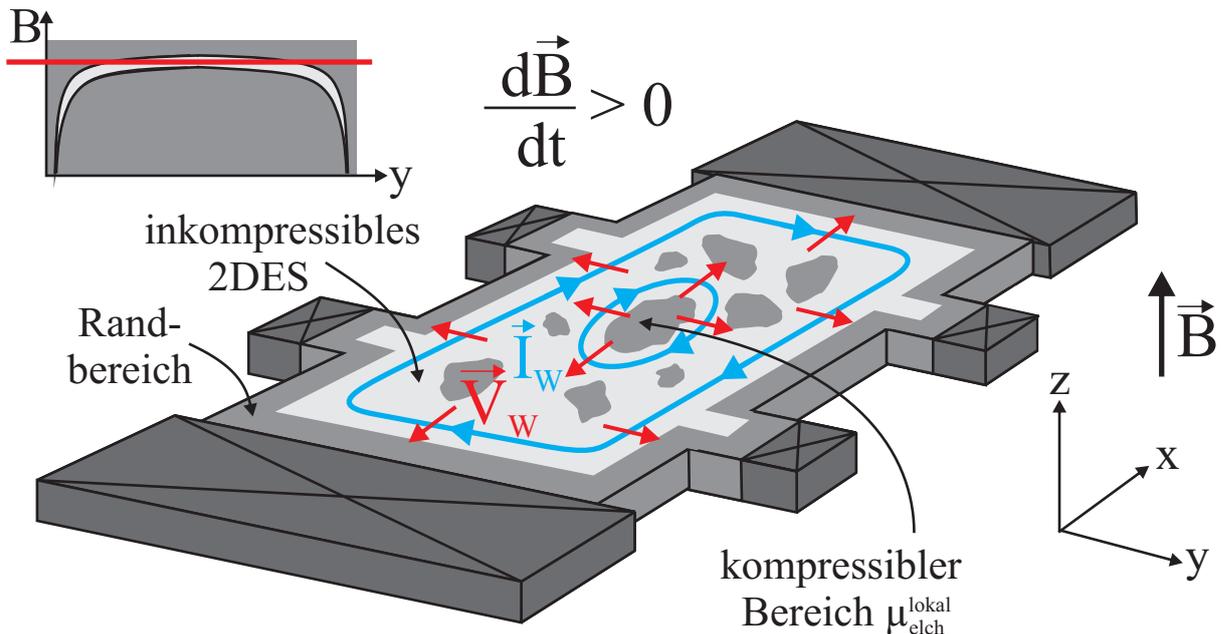


Abbildung 6.5.: Bei ganzzahligem Füllfaktor ist das Innere des 2DES weitestgehend inkompressibel, jedoch existieren auch einzelne kompressible lokalisierte Zustände. Damit besteht die Möglichkeit, dass sich ein Wirbelstrom nicht nur rings um die gesamte Probe ausbildet, sondern zusätzlich sind lokale Wirbelströme um einzelne lokalisierte Zustände möglich.

$$edV_{\text{COM}}/k = dV_{\text{2DES}} = -d\mu_{\text{ch}} + edV_{\text{W}} \quad (6.8)$$

Da die Größe der Änderung des chemischen Potentials gegenüber den magnetisch induzierten Potentialänderungen vernachlässigbar ist, werden nachfolgend die Änderungen des 2DES-Potentials stets als Änderungen des Wirbelstrompotentials interpretiert.

6.2. Einfluss der Variationsrate des Magnetfeldes auf die Wirbelstromhysterese

Nach dem im vorangegangenen Abschnitt 6.1.2 erläuterten Wirbelstrommodell stellt die zeitliche Variation des Magnetfeldes $d\vec{B}/dt$ die Ursache für die Ausbildung der Hysterese des 2DES-Potentials V_{2DES} dar. Dadurch stellt sich die Frage, welchen Einfluss die Geschwindigkeit der Magnetfeldänderung auf die Höhe der induzierten Spannung besitzt.

Nimmt man an, dass das Innere des 2DES vom äußeren Rand vollständig isoliert ist und zwischen beiden eine elektrische Kapazität besteht, hängt die Höhe der induzierten Spannung ΔV_r^{W} proportional von der Anzahl der verschobenen Ladungsträger ab. Verknüpft man das Faradaysche Gesetz (6.4) mit der Gleichung des Verschiebestroms (6.5), erhält man unter Annahme einer konstanten Fläche A als Gleichung für den Verschiebestrom

$$I_r = -\frac{\nu e^2}{h} \frac{dB}{dt} \cdot A. \quad (6.9)$$

Durch Integration über der Zeit erhält man die gesamte Ladung Q der über den inkompressiblen Streifen verschobenen Elektronen

$$Q = -\nu e \frac{\Delta B \cdot A}{h/e}. \quad (6.10)$$

Im Bereich eines ganzzahligen Füllfaktors und damit bei einem quantisierten Halleitwert $\nu e^2/h$ bewirkt damit jede Änderung des magnetischen Flusses durch die vom innersten inkompressiblen Streifen umschlossene Fläche um ein Flussquant h/e die Verschiebung von ν Elektronen über den inkompressiblen Streifen hinweg. Aufgrund der kapazitiven Kopplung des inneren Bereiches mit dem Rand bewirken die N verschobenen Ladungen eine Veränderung des elektrischen Potentials im Inneren um ΔV_r^{W} . Im Magnetfeldbereich, in dem ein vollständig isolierender inkompressibler Streifen angenommen werden kann, sollte die induzierte Spannung ΔV^{W} demnach ebenfalls proportional zur Magnetfeldänderung ΔB sein. Sobald der inkompressible Streifen jedoch nicht mehr ausreichend ausgebildet ist, um vollständig isolierend zu wirken, können die verschobenen Ladungsträger durch den inkompressiblen Streifen hindurch relaxieren und das induzierte Potential wird abgebaut. Im Bereich eines ganzzahligen Füllfaktors ist damit unabhängig von der Geschwindigkeit der Magnetfeldänderung ein Potentialverlauf zu erwarten, wie er schematisch in Abbildung 6.6 dargestellt ist. Da über die Ausdehnung des Magnetfeldbereiches, in dem

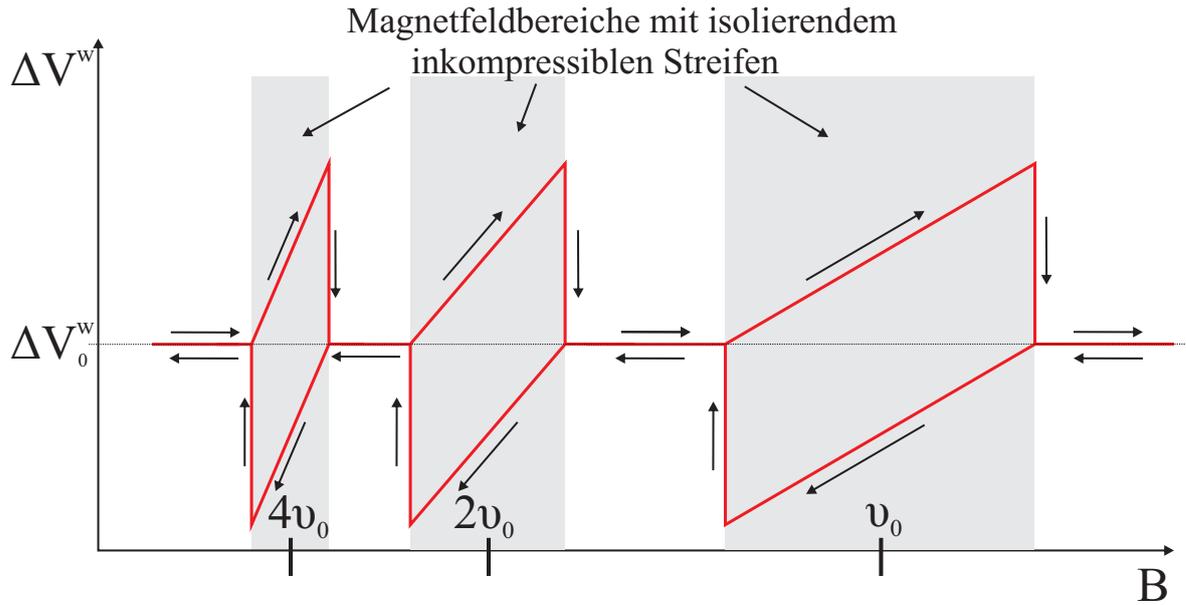


Abbildung 6.6.: Theoretischer Verlauf des induzierten Potentials nach der Modellvorstellung eines Wirbelstroms entlang eines vollständig isolierenden inkompressiblen Streifens. Sobald der inkompressible Streifen als vollständig isolierend betrachtet werden kann, führt die Änderung des Magnetfeldes um ein Flussquant zur Verschiebung von ν Elektronen über den inkompressiblen Streifen hinweg. Wird angenommen, dass das Innere des 2DES kapazitiv an die Umgebung angekoppelt ist, ist deshalb ein linearer Anstieg des induzierten Potentials zu erwarten. Sobald das Magnetfeld den ganzzahligen Füllfaktor überschritten hat, ist der inkompressible Streifen nicht länger vorhanden, so dass eine sofortige Relaxation des Systems erfolgen sollte.

bei einem bestimmten Füllfaktor ein ausreichend isolierender inkompressibler Streifen vorhanden ist, keine Annahmen getroffen wurden, kann über die maximale Höhe der bei jedem Füllfaktor erreichten Spannung keine Aussage gemacht werden. Tatsächlich konnte Dolgoplov *et al.* in seinen „floating-gate“-Messungen an Corbino-Geometrien einen derartigen Potentialverlauf zwischen innerem und äußerem Kontakt feststellen, allerdings nur, wenn zwischen den Kontakten zusätzlich ein Kondensator parallel zum 2DES geschaltet war. Mit der Reduktion der Kondensatorkapazität stieg die Höhe der Spannungsspitzen an, während sie gleichzeitig symmetrischer wurden, bis schließlich eine Kurvenform ähnlich der selbst gemessenen aus Abbildung 6.1 erreicht wurde.

Entsprechend den soeben angestellten theoretischen Überlegungen sollte die Höhe der induzierten Spannung alleine von der absoluten Änderung des Magnetfeldes abhängen. J. Hüls *et al.* [93] konnte jedoch insbesondere bei hohen Füllfaktoren eine starke Abhängigkeit von der Rate der Magnetfeldänderung feststellen. Er führte dies auf eine mangelnde Isolation des inkompressiblen Streifens zurück, die eine „Rück-Verschiebung“ der Ladungsträger im Zeitverlauf durch einen Relaxationsstrom I_r^{relax} ermöglicht. Während ein sich mit gleichbleibender Rate veränderndes Magnetfeld einen ebenfalls gleichbleibenden Verschiebestrom I_r^V verursacht, wird der Relaxationsstrom I_r^{relax} mit steigendem Spannungsabfall ΔV_r^W anwachsen und damit gleichzeitig das Anwachsen von V_r^W ver-

langsamen. Ist der Betrag beider Ströme I_r^V und I_r^{relax} gleich groß, kann auch die Zahl der Ladungsträger im Inneren des 2DES nicht mehr weiter steigen und somit sättigt auch der Spannungsabfall ΔV_r^W . Eigene Untersuchungen hierzu werden im nachfolgenden Abschnitt 6.2.1 durchgeführt.

Wird die Veränderung des Magnetfeldes sogar vollständig gestoppt, kommt I^V zum Erliegen und das System kann aufgrund von I_{relax} allmählich ins Gleichgewicht zurückkehren. Die induzierte Spannung V_r^W und auch der Wirbelstrom I_r^W verschwinden. Eigene Experimente hierzu sind im Abschnitt 6.2.2 aufgeführt.

6.2.1. Wirbelstromhysteresen bei kontinuierlicher Variation des Magnetfeldes

Abbildung 6.7 (a) zeigt ähnlich wie schon zuvor Abbildung 6.1 in Abschnitt 6.1 die Veränderung des 2DES-Potentials $\Delta V_{2\text{DES}}$ unterhalb des äußeren und inneren SETs. In aufeinanderfolgenden Messungen wurde dabei das Magnetfeld mit Änderungsraten zwischen 300 mT/min und 5 mT/min im Bereich um $\nu = 1$ von 4,0 T auf 6,4 T und wieder zurück variiert. Separate Messungen wurden auch in der Umgebung von $\nu = 2$ durchgeführt und sind in Abbildung 6.7 (b) dargestellt. Hier wurde das Magnetfeld zwischen 2,0 T und 3,2 T variiert und wiederum Änderungsraten zwischen 300 mT/min und 5 mT/min gewählt. Da mittels SET lediglich Potentialänderungen und keine absoluten Potentiale gemessen werden können, kann der Nullpunkt der Potentialachse jeder Messung frei gewählt werden. Für einen optimalen Vergleich der Spannungsamplituden wurden die Kurven der Messungen mit verschiedenen Änderungsraten daher graphisch so überlagert, dass der Potentialverlauf links und rechts neben den Hysteresen bestmöglich übereinanderliegt.

Aus den Abbildungen 6.7 (a) und (b) ist zu erkennen, dass die Rate der Magnetfeldänderung im Bereich zwischen 300 mT/min und 5 mT/min keinen Einfluss auf die Amplitude von $\Delta V_{2\text{DES}}$ besitzt. Nimmt man die in Abbildung 6.1 dargestellte Messung mit 500 mT/min hinzu, bleibt sogar eine Variation der Rate um 2 Größenordnungen ohne Auswirkung auf die Amplituden von ΔV^W .

Neben den großen Spannungsamplituden bei $\nu = 1$ und $\nu = 2$ konnten in der Nähe von $\nu = 3$ und $\nu = 4$ zusätzliche, kleinere Hysteresen festgestellt werden (vgl. Abb. 6.1). Auch hier soll untersucht werden, ob eine Abhängigkeit der Amplitude von der Magnetfeld-Änderungsrate besteht. Da die Amplituden jedoch bereits bei der in Abbildung 6.1 dargestellten Messung mit 500 mT/min recht gering sind und aufgrund des Rauschens der SETs eine Einzelmessung eine zu große Unsicherheit aufweisen würde, wurden Messungen mit verschiedenen Änderungsraten jeweils mehrfach durchgeführt (2 Mal bei 20 mT/min, 4 Mal bei 100 mT/min und 3 Mal bei 500 mT/min, Einzelmessungen siehe Anhang B) und für jede Rate eine gemittelte Messkurve errechnet. Diese Kurven sind für Raten zwischen 500 mT/min und 20 mT/min in Abbildung 6.8 (a) dargestellt, die Abbildungen (b) - (d) zeigen jeweils die gemittelte Kurve der verschiedenen Messungen

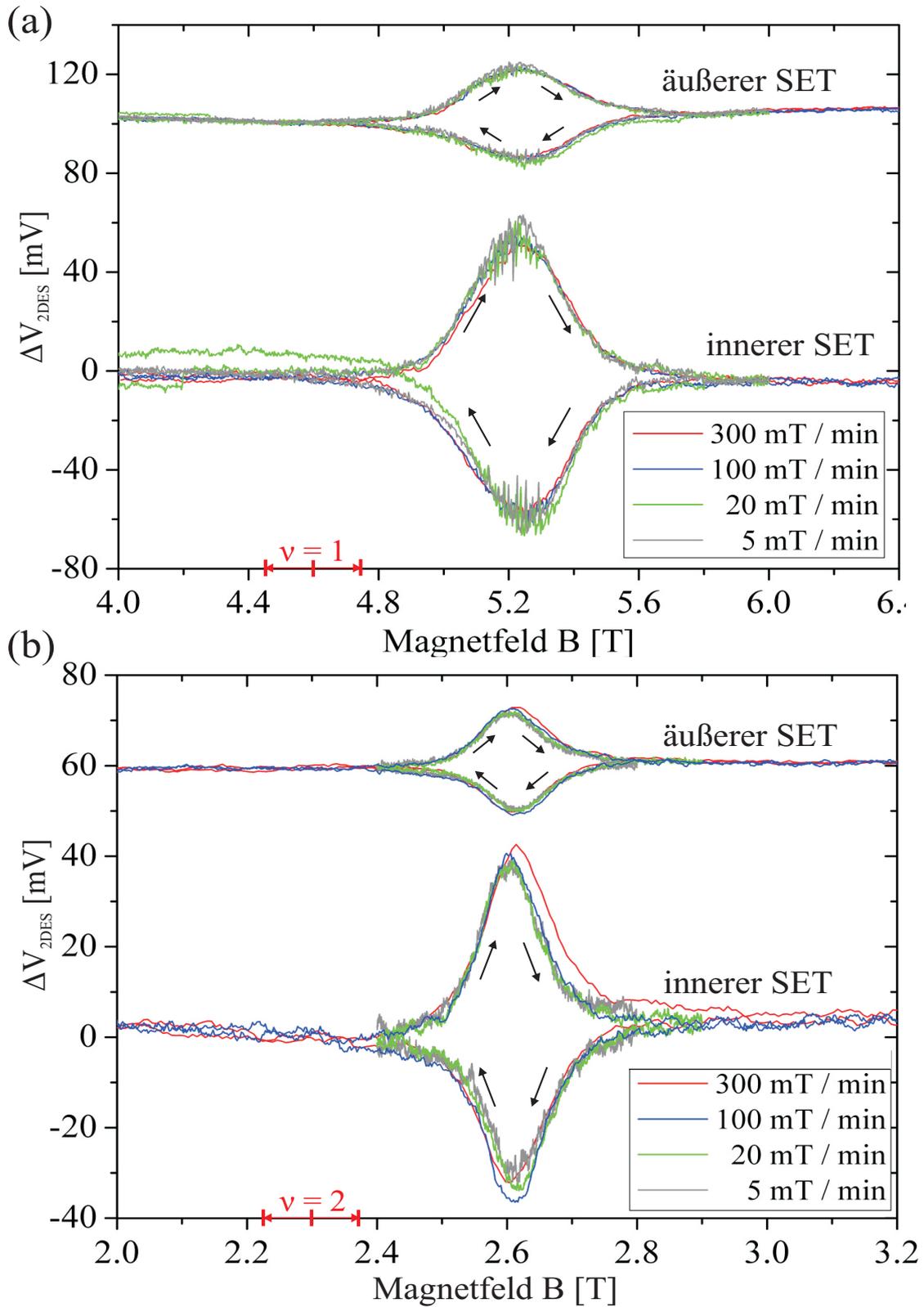
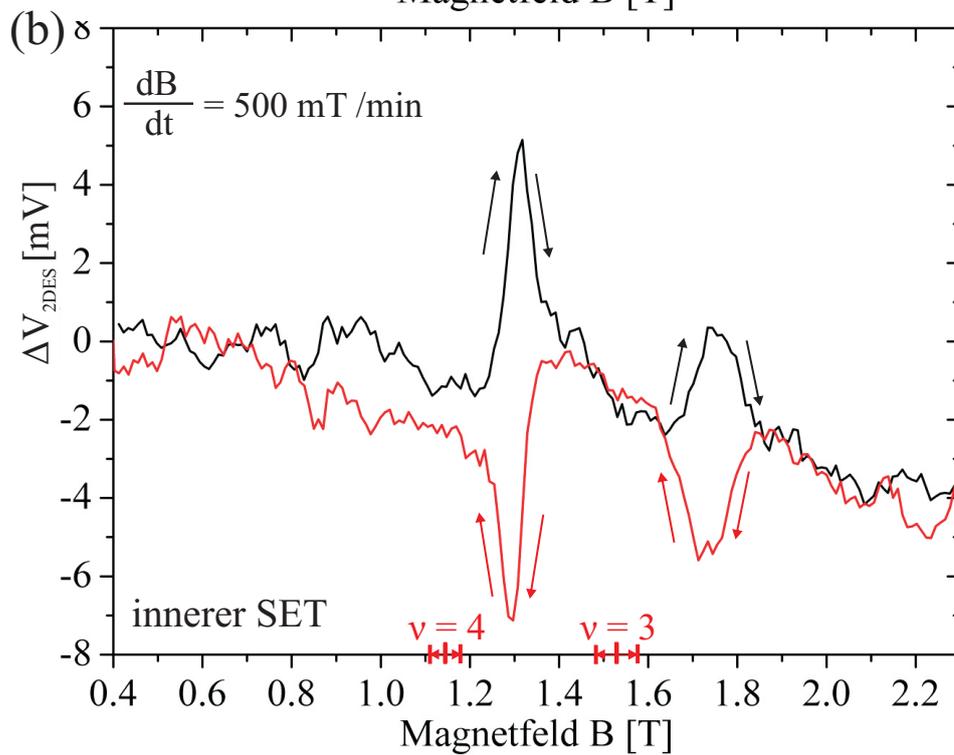
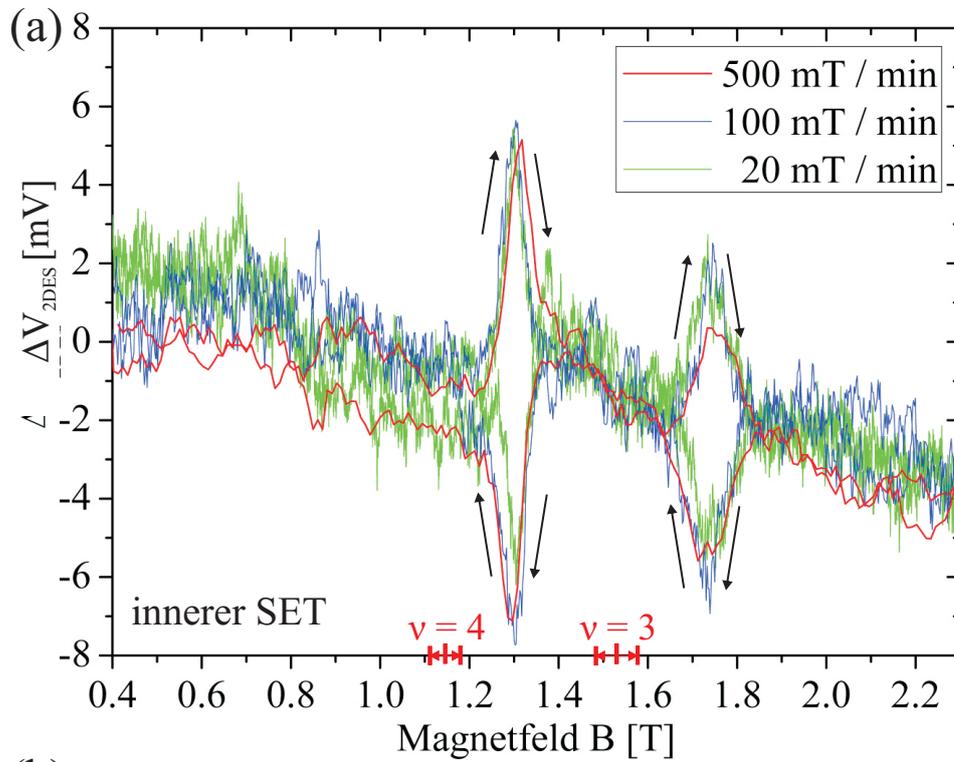


Abbildung 6.7.: Gemessene Potentialhysteresen um (a) $\nu = 1$ bzw (b) $\nu = 2$ für unterschiedliche Raten der Magnetfeldänderung. Im Bereich zwischen 5 mT/min und 300 mT/min kann von beiden SETs keine Abhängigkeit der Amplitude der Hysterese festgestellt werden.



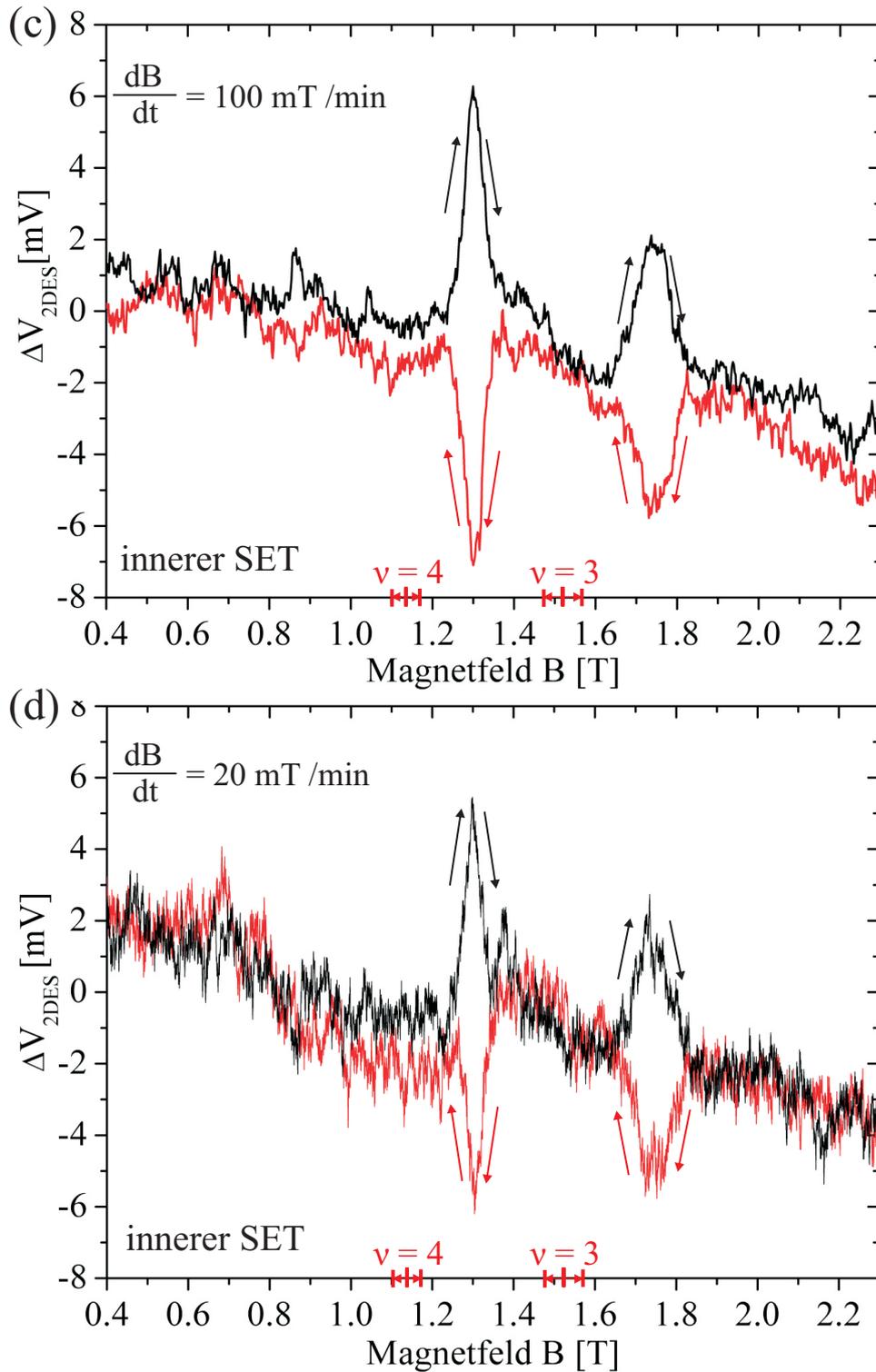


Abbildung 6.8.: Gemessene Potentialhysteresen um $\nu = 3$ und $\nu = 4$ für unterschiedliche Raten der Magnetfeldänderung. Die dargestellten Kurven wurden aus der Überlagerung mehrerer Messungen mit identischen Raten errechnet (2 Messungen bei 20 mT/min, 4 Messungen bei 100 mT/min und 3 Mal bei 500 mT/min). (a) Der Vergleich der Messkurven mit Raten zwischen 20 mT/min und 500 mT/min zeigt keine Abhängigkeit der Amplitude der Hysterese. (b)-(d) Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind hier die gemittelten Kurven für die verschiedenen Raten nochmals einzeln dargestellt.

mit einer einzigen Rate. Auch bei $\nu = 3$ und $\nu = 4$ ist keine Abhängigkeit der Hysteresenamplitude von der Magnetfeld-Änderungsrate im beobachteten Bereich bemerkbar.

Während Hüls *et al.* [93] einen großen Einfluss der Änderungsrate des Magnetfeldes auf die Spannungsamplitude feststellte, trat dieser bei im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen nicht auf. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass unterschiedliche Füllfaktoren untersucht wurden. Die Rückkoppelschaltung von Hüls *et al.* war dahingehend ausgelegt, dass nicht das COM-Potential des SETs, sondern das elektrochemische Potential des 2DES an einem Randkontakt nachgeregelt wurde. Diese Vorgehensweise erlaubte jedoch kein Nachregeln des Potentials im Inneren des 2DES, wenn dieses durch einen inkompressiblen Streifen vom Rand isoliert wird. Damit waren Hüls *et al.* nur Untersuchungen bei den Füllfaktoren $\nu = 14$, $\nu = 12$, $\nu = 5$ und $\nu = 2/3$ möglich. Hüls *et al.* merkte an, dass das Funktionieren der Regelschaltung bei diesen Füllfaktoren bereits ein Indiz dafür ist, dass das Innere des 2DES hier nicht vollständig vom Rand isoliert sein kann. Die Abhängigkeit des Spannungsabfalls von der Rate bei einem nur schwach isoliertem Inneren lässt sich dann mit der geringen Aufenthaltszeit der verschobenen Ladungsträger im Inneren des 2DES erklären. Nur bei hohen Änderungsraten und dem damit verbundenen großen Verschiebestrom I_r^V kann überhaupt eine nennenswerte Zahl von Ladungsträgern im Inneren des 2DES angesammelt werden.

Im Fall einer nahezu perfekten Isolationswirkung des innersten inkompressiblen Streifens hingegen kann der Relaxationsstrom I_r^{relax} vernachlässigt werden und die Abhängigkeit von der Magnetfeld-Änderungsrate verschwindet. Dies scheint bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Füllfaktoren $\nu = 1$ bis $\nu = 4$ der Fall zu sein. Eine Untersuchung von Hysterese bei höheren Füllfaktoren ähnlich wie Hüls *et al.* konnte jedoch nicht durchgeführt werden, da die Hystereseamplituden hier zu gering waren, um mit dem verwendeten Aufbau, der aufgrund des großen Abstandes der SET-Spitzen vom 2DES eine relativ geringe Empfindlichkeit aufweist, zweifelsfrei nachgewiesen werden zu können.

6.2.2. Wirbelstromhysterese bei diskontinuierlicher Variation des Magnetfeldes: Identifikation eines dynamischen und quasi-statischen Hysteresebereiches

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt 6.2.1 experimentell ermittelt wurde, dass für kleine ganzzahlige Füllfaktoren $\nu = 1$ bis $\nu = 4$ selbst bei einer geringen Änderungsrate des Magnetfeldes von nur wenigen mT/min keine Abnahme der Hysteresenamplitude auftritt, muss von einer sehr guten Isolationswirkung des innersten inkompressiblen Streifens und damit einer langen durchschnittlichen Aufenthaltsdauer der verschobenen Ladungsträger im Inneren des 2DES ausgegangen werden. Es bietet sich deshalb an, die Relaxation des Systems näher zu untersuchen, indem an verschiedenen Punkten der Hystereseurve die Variation des Magnetfeldes vollständig gestoppt wird.

Vergleichbare Experimente wurden auch von Hüls *et al.* [93] durchgeführt. Da die von ihm eingesetzte Rückkoppelschaltung nur bei größeren Füllfaktoren eingesetzt werden konnte, war nur hier eine direkte Messung der Potentialänderung möglich. Bei diesen Füllfaktoren erfolgte die Relaxation jedoch zu schnell, um zeitlich aufgelöst werden zu können. Bei $\nu = 2$ und $\nu = 1$ setzte Hüls *et al.* den SET ohne Regelschaltung ein, um anhand des im Zeitverlauf entlang der Coulomb-Oszillationen schwankenden Stromflusses auf den Spannungsverlauf des 2DES-Potentials zu schließen. Hüls *et al.* konnte beobachten, dass am linken und rechten Rand der Hysteresekurven jeweils eine nahezu sofortige Relaxation erfolgte, während weiter in der Mitte der Hysteresekurven deutlich größere Relaxationszeiten im Bereich von Minuten bis Stunden auftraten. Um $\nu = 1$ konnte ein Magnetfeldbereich identifiziert werden, in dem eine vollständige Relaxation erst nach ca. 24 Stunden erreicht wurde. Bei einigen Magnetfeldwerten um $\nu = 1$ konnte er einen zweigeteilten Relaxationsprozess feststellen, bei dem innerhalb von ca. 10 Minuten das thermodynamische Gleichgewicht nahezu erreicht wurde, dann aber die Zeitkonstante des Abklingvorgangs sprunghaft anstieg, so dass die restliche Relaxation deutlich langsamer stattfand. Dennoch formulierte Hüls *et al.* ein (in einfachster Näherung exponentielles) Abklingen des induzierten Potentials mit einer Zeitkonstante τ :

$$\Delta V_{2DES}(\vec{r}, \vec{B}, \vec{t}) = \Delta V_{2DES_0}(\vec{r}, \vec{B}) \cdot e^{-t/\tau}. \quad (6.11)$$

Um die Relaxation an verschiedenen Stellen der Hysteresekurve selbst beobachten zu können, arbeitete ich für den zeitlichen Verlauf des Magnetfeldes ein Testmuster aus, das in Abbildung 6.9 (a) dargestellt ist. Das Magnetfeld steigt mit einer Rate von 20 mT/min an, wird jedoch im Bereich der Hysterese um $\nu = 2$ bei 5 Flussdichten ($B = 2,55$ T, $B = 2,58$ T, $B = 2,61$ T, $B = 2,64$ T und $B = 2,67$ T) jeweils für 20 Minuten angehalten. Beim Erreichen von 2,9 T wird die Rate auf -20 mT/min geändert und das Magnetfeld damit im Folgenden verringert. Wiederum bei 5 Werten ($B = 2,67$ T, $B = 2,64$ T, $B = 2,61$ T, $B = 2,58$ T und $B = 2,54$ T) wird das Magnetfeld jeweils für 20 Minuten angehalten. Abbildung 6.9 (b) zeigt den zeitlichen Verlauf des 2DES-Potentials an den Stellen des inneren bzw. äußeren SETs. Mit dem Anhalten des Magnetfeldes ist jeweils sofort ein sehr schnelles Einbrechen des magnetisch induzierten „Potentials“ zu beobachten. Dies geschieht innerhalb von ca. 7 s bis 10 s, jedoch ist zu vermuten, dass die Messung durch die Zeitkonstante der Regelschaltung begrenzt wird. Der schnelle Einbruch des „Potentials“ erreicht jedoch nicht den Nullwert des thermodynamischen Gleichgewichts, sondern endet abrupt nach einem Abfall um ca. 11 mV bis 17 mV (innerer SET). Anschließend ist ein nur noch extrem langsam abfallender Verlauf zu beobachten, dessen Zeitkonstante mindestens im Bereich von Stunden liegt. Wird nach 20 Minuten die Variation des Magnetfeldes fortgesetzt, erreicht die Potentialhöhe binnen weniger Sekunden wieder den Wert, der ohne Anhalten des Magnetfeldes zu erwarten gewesen wäre. Dies lässt sich auch gut in Abbildung 6.9 (c) erkennen. Hier ist der Potentialverlauf V_{2DES} in Abhängigkeit vom Magnetfeld B aufgetragen. Dabei werden die Messwerte, die jeweils beim 20-minütigen Stop des Magnetfeldes aufgenommen werden, jeweils an einem Wert auf der Magnetfeldachse (Abszisse) aufgetragen, so dass die Einbrüche des Potentials lediglich als kurze Spitzen in der Hysteresekurve auftauchen.

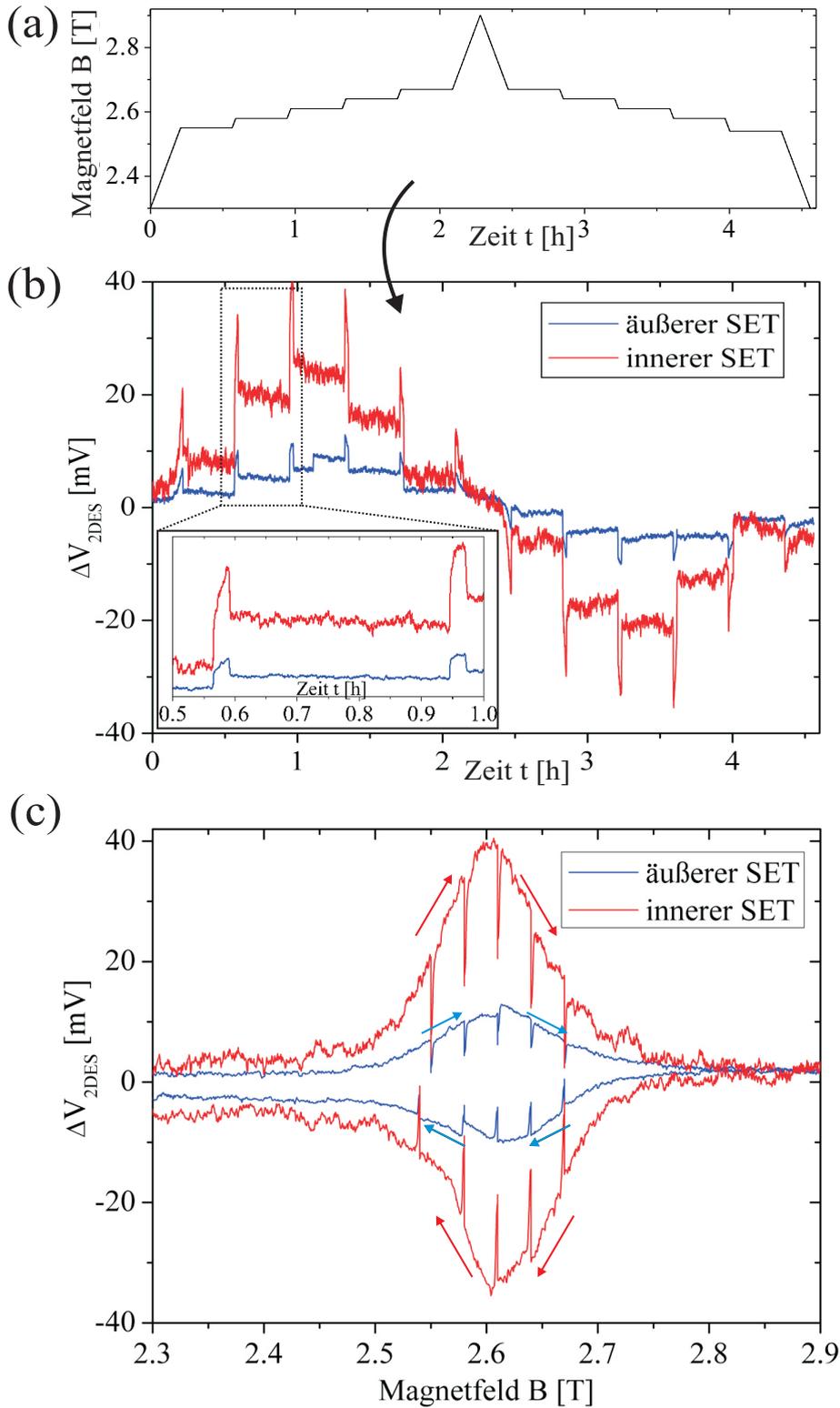


Abbildung 6.9.: Messung der Relaxation an unterschiedlichen Stellen der Hystereseurve um $\nu = 2$. Das Magnetfeld wird nach dem in (a) dargestellten Muster verfahren bzw. für 20 Minuten angehalten. (b) Gemessener Potentialverlauf über der Zeit. Deutlich ist ein schneller, teilweiser Abfall des Potentials in den ersten Sekunden nach dem Anhalten des Magnetfeldes zu sehen, gefolgt von einem lediglich leicht abfallenden Verlauf während der restlichen Zeit ohne Variation des Magnetfeldes. (c) Gemessener Potentialverlauf in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

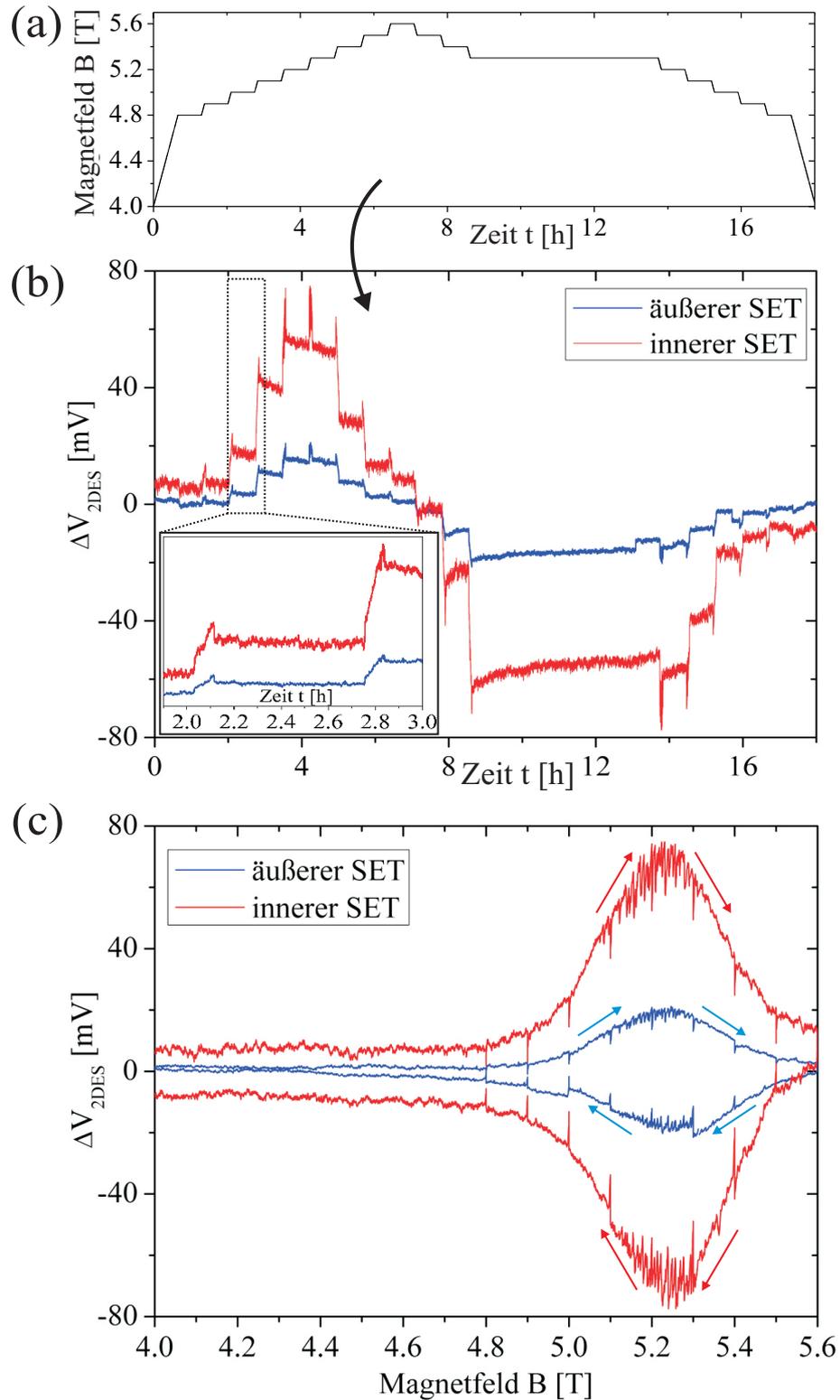


Abbildung 6.10.: Messung der Relaxation an unterschiedlichen Stellen der Hystereseurve um $\nu = 1$. Dazu wurde eine Messung analog zu Abb. 6.9 durchgeführt, die Zeitspannen ohne Magnetfeldänderung betragen hier jedoch 37 Minuten (bzw. 5 Stunden bei $B = 5,3$ T). (a) Darstellung des gewählten Musters der Magnetfeldvariation. (b) Gemessener Potentialverlauf in Abhängigkeit von der Zeit. (c) Gemessener Potentialverlaufs in Abhängigkeit vom Magnetfeld

Eine ähnliche Messung wurde auch im Bereich um $\nu = 2$ durchgeführt. Der gewählte Verlauf des Magnetfeldes ist in Abbildung 6.10 (a) zu sehen. Das Magnetfeld wird mit einer Rate von 20 mT/min ausgehend von 4,0 T bis auf 5,6 T variiert und anschließend mit der gleichen Geschwindigkeit auf 4,0 T zurückgefahren. In beiden Verfahrerrichtungen wurde das Magnetfeld zwischen $B = 4,8$ T und $B = 5,5$ T in Schritten von je 0,1 T für 37 Minuten angehalten. In einem Fall, bei sinkendem Magnetfeld in der Nähe der Maximalamplitude der Hysterese wurde das Magnetfeld sogar für 5 Stunden angehalten. Abbildung 6.10 (b) zeigt wieder die Änderung des 2DES-Potentials im Zeitverlauf. Dabei ist grundsätzlich ein ähnliches Verhalten wie bei der Hysterese um $\nu = 2$ zu beobachten. Wieder erfolgt nach dem Anhalten des Magnetfeldes ein schneller Einbruch des Potentials um ca. 7 mV bis 17 mV, gefolgt von einem nur noch sehr langsamen Abklingen. Besonders gut ist dies im Bereich zwischen 9 h und 14 h zu erkennen. Hier bricht die Spannungsamplitude in den ersten Sekunden um ca. 8 mV von -71 mV auf -63 mV ein, benötigt dann jedoch weitere 5 Stunden, um einen Wert von -52 mV zu erreichen. In Abbildung 6.10 (c) ist wiederum der Potentialverlauf in Abhängigkeit vom Magnetfeld B dargestellt. Im Vergleich mit der Hystereseurve bei $\nu = 2$ aus Abbildung 6.9 (c) wird deutlich, dass die Spitzen, die durch das Anhalten des Magnetfeldes verursacht werden, zwar eine ähnliche oder sogar leicht geringere Amplitude besitzen, deren prozentualer Anteil jedoch aufgrund der wesentlich größeren Gesamtamplitude der Hysterese bei $\nu = 1$ viel kleiner ausfällt. Weiterhin fällt in Abbildung 6.10 (c) auf, dass im Bereich der Maximalamplitude zahlreiche weitere Spitzen in den Messkurven beider SETs zu sehen sind. Auf diese wird separat im Abschnitt 6.4 eingegangen.

Sowohl für $\nu = 1$ wie auch bei $\nu = 2$ ist festzuhalten, dass das Abklingverhalten nicht durch lediglich eine Zeitkonstante nach (6.11) beschrieben werden kann. Vielmehr erscheint die Wahl eines Modells mit zwei Zeitkonstanten sinnvoll:

$$\begin{aligned} \Delta V_{2DES}(\vec{r}, \vec{B}, t) &= \Delta V_{2DES_{\text{dynam}}}(\vec{r}, \vec{B}) \cdot e^{-t/\tau_{\text{dynam}}} \\ &\quad - \Delta V_{2DES_{\text{quasistat}}}(\vec{r}, \vec{B}) \cdot e^{-t/\tau_{\text{quasistat}}} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Die Hystereseurve lässt sich daher, wie in Abbildung 6.11 dargestellt, in zwei Bereiche unterteilen: Am äußeren Rand der von den Hysteresekurven eingeschlossenen Fläche befindet sich ein „dynamischer Bereich“, der von der kleinen Abklingkonstante τ_{dynam} bestimmt wird. Im Inneren der Hysterese liegt hingegen ein „quasi-statischer Bereich“, in dem die induzierte Spannung nur sehr langsam mit der großen Zeitkonstanten $\tau_{\text{quasistat}}$ abklingt. Beide Zeitkonstanten können mit der vorhandenen Messelektronik nicht exakt bestimmt werden. Daher kann auch keine Aussage getroffen werden, inwieweit die Zeitkonstanten davon abhängen, an welcher Position der Hystereseurve die Relaxation stattfindet. An allen Stellen der Hystereseurve wird jedoch das Abklingen der Relaxationskurve in den ersten Sekunden durch die Zeitkonstante der Regelelektronik begrenzt, so dass für die Zeitkonstante $\tau_{\text{dynam}} < 2s$ gelten muss. Bei der Bestimmung der zweiten, sehr großen

Zeitkonstante $\tau_{\text{quasistat}}$ hingegen wirkt das Driften der Messelektronik begrenzend auf die Messbarkeit des Abklingvorgangs, jedoch kann an allen Positionen der Hystereseurve $\tau_{\text{quasistat}} >$ „einige Stunden“ angenommen werden.

Um die Hysteresekurven bei $\nu = 1$ und $\nu = 2$ in einen quasi-statischen und einen dynamischen Bereich unterteilen zu können, bietet es sich an, während des Durchfahrens der Hystereseurve das Magnetfeld sehr oft für einige Sekunden anzuhalten und jeweils die Höhe des Spannungsabfalls $\Delta V_{2\text{DES}}^{\text{dynam}}(\vec{B})$ bzw. die verbliebene Spannung $\Delta V_{2\text{DES}}^{\text{quasistat}}(\vec{B})$ zu bestimmen. Für $\nu = 2$ wurde dabei das Magnetfeld mit 20 mT/min verfahren und zwischen 2,4 T und 2,8 T nach jeweils 20 mT für 40 s angehalten. Der Verlauf des Magnetfeldes sowie des 2DES-Potentials über der Zeit ist in Abbildung 6.12 (a) dargestellt, die Darstellung des 2DES-Potentials in Abhängigkeit vom Magnetfeld B erfolgt in Abbildung 6.12 (b). Analog dazu wurde bei $\nu = 1$ das Magnetfeld mit der gleichen Rate von 20 mT/min verfahren und zwischen 4,8 T und 6,0 T nach jeweils 60 mT für 40 s angehalten. Der Potentialverlauf in Abhängigkeit von der Zeit ist in Abbildung 6.13 (a)

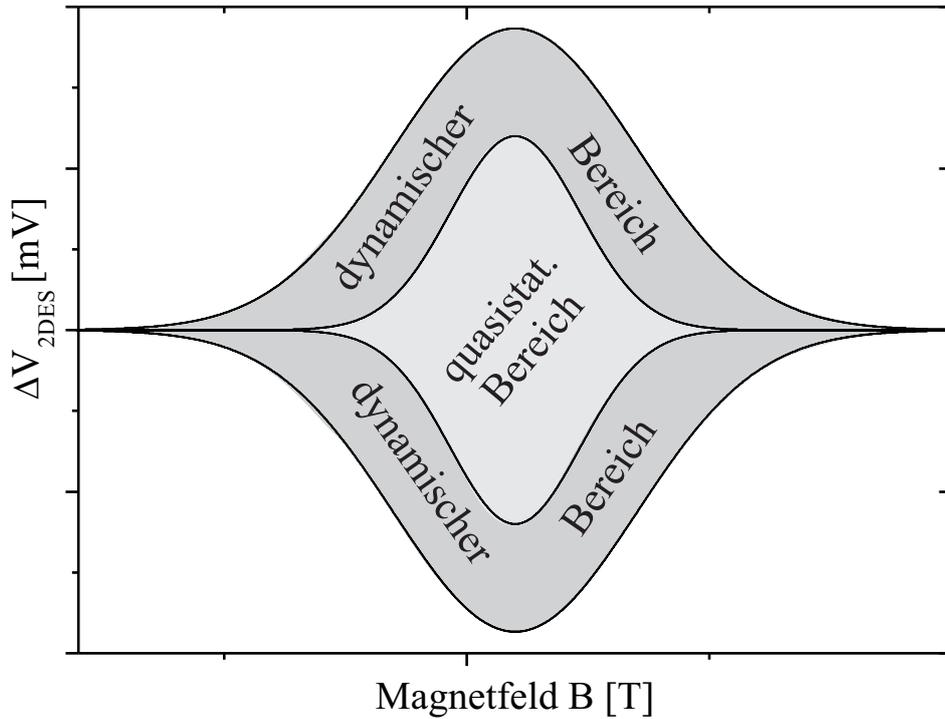


Abbildung 6.11.: Basierend auf den Ergebnissen der Relaxationsmessung kann die Hystereseffläche in zwei Bereiche eingeteilt werden. Im dynamischen Bereich am Rand wird eine sehr schnelle Relaxation des Potentials gemessen. Der Abfall der Messkurve wird dabei von der Zeitkonstanten der Regelelektronik (ca. 2 s) begrenzt, so dass eine Zeitkonstante $\tau_{\text{dynam}} < 2$ s anzunehmen ist. Im Inneren der Hystereseffläche existiert hingegen ein quasi-statischer Bereich, in dem Relaxationsprozesse nur im Zeitraum von Stunden ($\tau_{\text{quasistat}} >$ „einige Stunden“) stattfinden.

aufgezeigt, die Darstellung in Abhängigkeit vom Magnetfeld B ist in Abbildung 6.13 (b) zu finden.

Betrachtet man den in Abbildung 6.12 (b) dargestellten Kurvenverlauf bei $\nu = 2$ in Abhängigkeit vom Magnetfeld, so fällt auf, dass im Bereich zwischen ca. 2,45 T und 2,8 T Hystereseeffekte feststellbar sind. Da die Spitzen, die durch das Anhalten des Magnetfeldes auftreten, bis etwa 2,53 T und ab 2,7 T bis auf den 0 mV herabreichen, wird die Hysterese bis $B < 2,55$ T bzw. ab $B < 2,7$ T lediglich durch einen dynamischen Bereich festgelegt. Nur im Magnetfeldbereich zwischen 2,53 T und 2,7 T ist auch ein quasi-statischer Bereich zu finden, der damit nur etwa die halbe Breite der gesamten Hysteresekurve besitzt. Im Vergleich dazu zeigt die entsprechende Kurve bei $\nu = 1$, dargestellt in Abbildung 6.13 (b) Hystereseeffekte zwischen ca. 4,7 T und 5,7 T. Nur am äußersten linken bzw. rechten Rand der Hysteresekurve, d.h. bis ca. 4,9 T bzw. ab ca. 5,6 T ist ein vollständiges Abklingen innerhalb der ersten 30 s beobachtbar, so dass der quasi-statische Bereich hier über ca. drei Viertel der gesamten Breite der Hysterese existiert. Wiederum sind in der Messkurve der Hysterese bei $\nu = 1$ zahlreiche Sprünge im Messsignal im Bereich der maximalen Amplitude zu finden, auf die im Abschnitt 6.4 näher eingegangen wird.

Vergleicht man abschließend die gewonnenen Ergebnisse mit den von Hüls *et al.* [93] formulierten Resultaten, sind sowohl Gemeinsamkeiten als auch Unterschiede feststellbar, die jedoch plausibel begründet werden können. Die in Abbildung 6.11 schematisch dargestellte Unterteilung der Hysteresekurve in einen äußeren, dynamischen und einen inneren, quasi-statischen Bereich kann erklären, warum Hüls *et al.* an den Rändern der Hysteresekurven jeweils eine sofortige Relaxation beobachten konnte, da der dynamische Bereich hier vollständig bis auf das Nullniveau reicht. Da Hüls *et al.* die Relaxationsmessungen ohne Regelschaltung durchführte und indirekt aus den Schwankungen des Stroms auf Potentialänderungen schloss, kann angenommen werden, dass der anfängliche Potentialsprung des dynamischen Bereiches, der innerhalb von Sekunden abgeschlossen ist, in der Strommessung zeitlich nicht aufgelöst und damit bei der Rückrechnung des Potentialverlaufs bei der Relaxation nicht berücksichtigt werden konnte. Unter dieser Annahme ist es möglich, dass die von Hüls *et al.* beobachteten Relaxationen sich jeweils lediglich auf den quasi-statischen Bereich bezogen. Die von ihm festgestellten unterschiedlichen Relaxationszeitkonstanten in Abhängigkeit davon, ob die Relaxation eher am Rand oder weiter in der Mitte der Hysteresekurve durchgeführt wurde, konnten im Rahmen dieser Messungen nicht nachvollzogen werden, da der quasi-statische Bereich stets eine Zeitkonstante aufwies, die mindestens im Bereich von einigen Stunden lag. Es ist daher durchaus denkbar, dass die selbst gemessene Probe vielleicht ebenfalls unterschiedliche Zeitkonstanten an unterschiedlichen Stellen der Hysteresekurve aufweist, diese jedoch aufgrund unterschiedlicher Probenqualität alle im Bereich von Stunden liegen und damit mit der verwendeten Apparatur nicht gesichert aufgelöst werden konnten.

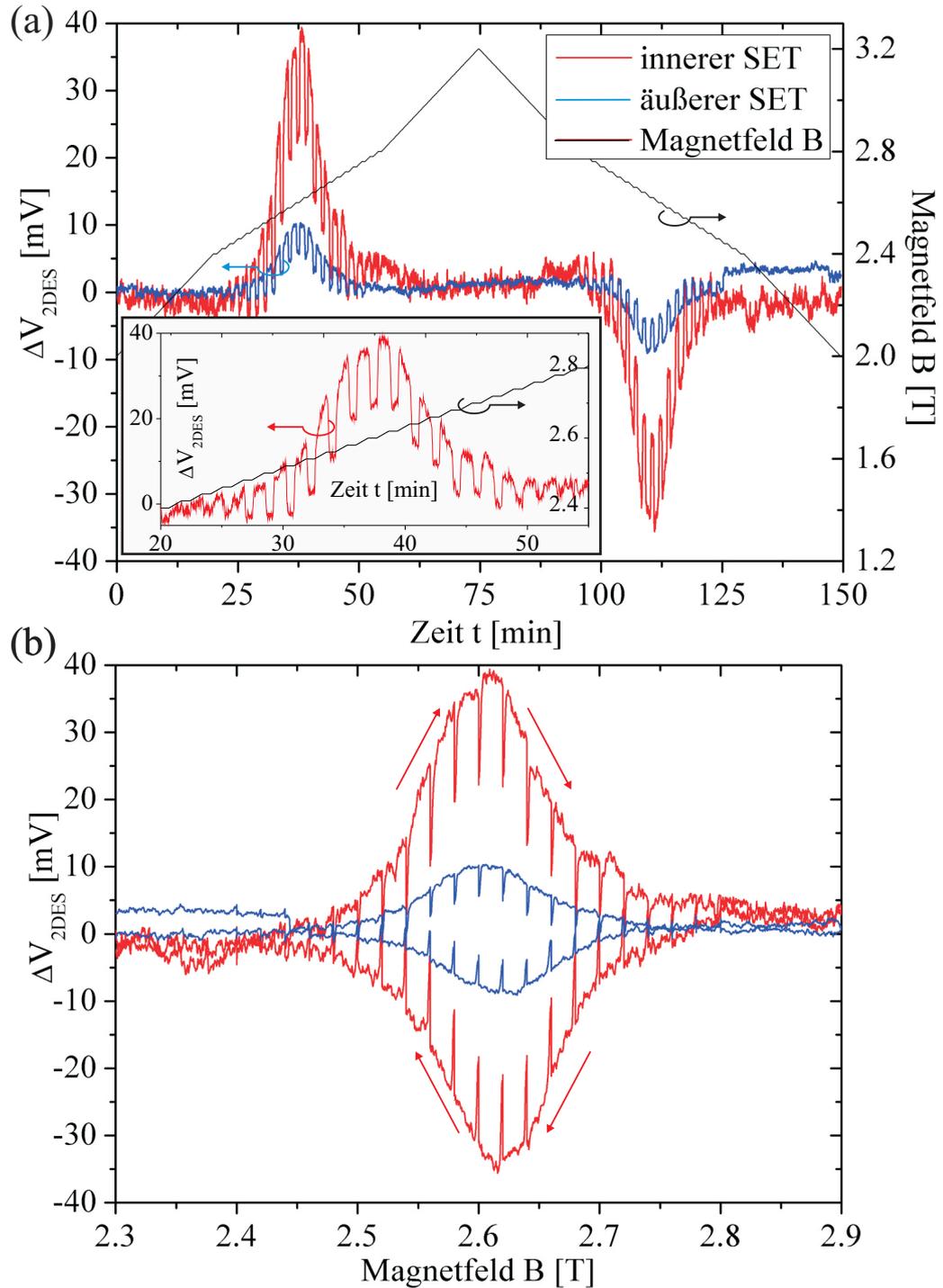


Abbildung 6.12.: Messung der Relaxation bei 21 verschiedenen Magnetfeldwerten um $\nu = 2$ zur Ermittlung des dynamischen und quasi-statischen Bereiches innerhalb der Hystereseurve. (a) Die schwarze Kurve stellt das gewählte Muster der Magnetfeldvariation dar, die rote und blaue Kurve die mit den beiden SETs gemessenen 2DES-Potentiale im Zeitverlauf. (b) Darstellung der Messkurven in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Deutlich sind die Einbrüche sichtbar, die durch die Relaxation nach dem Anhalten des Magnetfeldes entstehen.

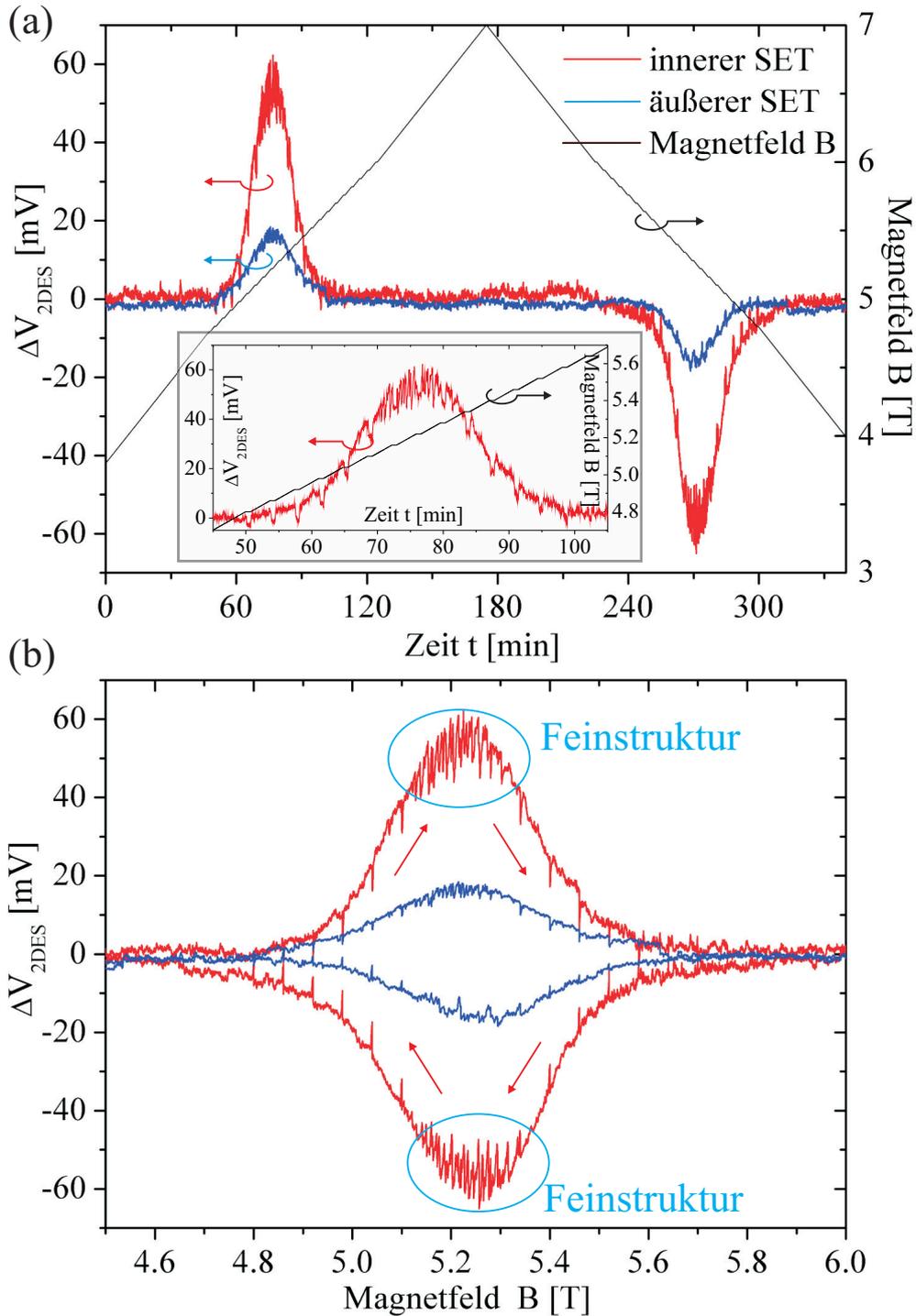


Abbildung 6.13.: Messung der Relaxation bei 21 verschiedenen Magnetfeldwerten um $\nu = 1$ zur Ermittlung des dynamischen und quasi-statischen Bereiches innerhalb der Hysteresekurve. (a) Die schwarze Kurve stellt das gewählte Muster der Magnetfeldvariation dar, die rote und blaue Kurve die mit den beiden SETs gemessenen 2DES-Potentiale im Zeitverlauf. (b) Darstellung der Messkurven in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Die Einbrüche machen hier einen deutlich geringeren Anteil der Kurve aus im Vergleich zur in Abb. 6.12 dargestellten Messung bei $\nu = 2$. Im Bereich der Maximalamplitude sind zahlreiche zusätzliche schnelle Sprünge erkennbar.

6.3. Verhalten im quasi-statischen Bereich der Wirbelstromhysterese

Im vorangegangenen Abschnitt wurde festgestellt, dass die Hysterese in einen dynamischen und einen quasi-statischen Bereich unterteilt werden kann. In diesem Abschnitt soll nun der quasi-statische Bereich näher untersucht werden.

6.3.1. Reaktion auf Umkehr der Richtung der Magnetfeldänderung

In den bisherigen Versuchen wurde bei steigendem Magnetfeld stets die obere Kurve und bei sinkendem Magnetfeld die untere Kurve der Hysterese durchlaufen. Das Umkehren der Magnetfeldänderung fand dabei stets außerhalb des Hysteresebereiches statt, so dass immer eine vollständige Schleife durchlaufen wurde und kein „Sprung“ von der oberen auf die untere Hysteresekurve (oder umgekehrt) bzw. ein Durchschreiten der Hysteresefläche nötig war. Nachdem im vorangegangenen Abschnitt festgestellt wurde, dass ein Anhalten der Variation des Magnetfeldes innerhalb der ersten Sekunden nur zu einem teilweisen Abklingen der induzierten Spannung führt, während die verbleibende Restspannung danach sehr stabil bleibt, soll nun untersucht werden, welche Auswirkungen auf das 2DES-Potential festgestellt werden können, wenn die Änderung des Magnetfeldes im Bereich der Hysterese nicht nur gestoppt, sondern sogar umgedreht wird.

In Abbildung 6.14 (a) ist der zur Untersuchung der Hysterese um $\nu = 2$ gewählte Verlauf des Magnetfeldes angegeben. Nachdem das Magnetfeld kontinuierlich bis auf 2,57 T, d.h. in die Nähe des Hysteresemaximums hochgefahren wurde (nicht abgebildet, Rate: 20 mT/min zwischen 2 T und 2,5 T und 1 mT/min zwischen 2,5 T und 2,57 T), wurde es weiterhin mit 1 mT/min in Schritten zu je 1 mT sowie dazwischenliegenden Pausen von je 157 s bis auf den Maximalwert von 2,61 T erhöht. Anschließend wurde das Magnetfeld mit identischer Rate und Schrittweite wieder zurückgefahren.

Abbildung 6.14 (b) zeigt die Änderung des 2DES-Potentials ΔV_{2DES} im Zeitverlauf, gemessen mit dem inneren SET. Es lässt sich erkennen, dass das Anhalten des Magnetfeldes jeweils zu einem Einbrechen der Spannung führt und diese wieder ansteigt, wenn das Magnetfeld erneut verfahren wird. Im Gegensatz zur Messung von Abbildung 6.9 beträgt der Einbruch jedoch statt 11 mV bis 17 mV nur ca. 6 mV. Mit einer maximalen Spannung ΔV_{2DES} von ca. 30 mV liegt die Kurve jedoch auch insgesamt um einige mV tiefer als in Abbildung 6.9. Daraus lässt sich schließen, dass die Variation des Magnetfeldes um lediglich 1 mT nicht ausreicht, um den dynamischen Bereich vollständig auszubilden. Nähere Untersuchungen dazu sind auch in Abschnitt 6.4 zu finden. Wird nun nach Erreichen von $B = 2,61$ T das Magnetfeld um 1 mT reduziert, ist sofort ein deutlicher Abfall des 2DES-Potentials von ca. 25 mV auf ca. 8 mV zu erkennen. Während der folgenden Pause von 157 s bleibt das Potential jedoch ungefähr konstant. Mit jeder weiteren Reduktion um je 1 mT sinkt das 2DES-Potential weiter ab, wobei die Höhe der

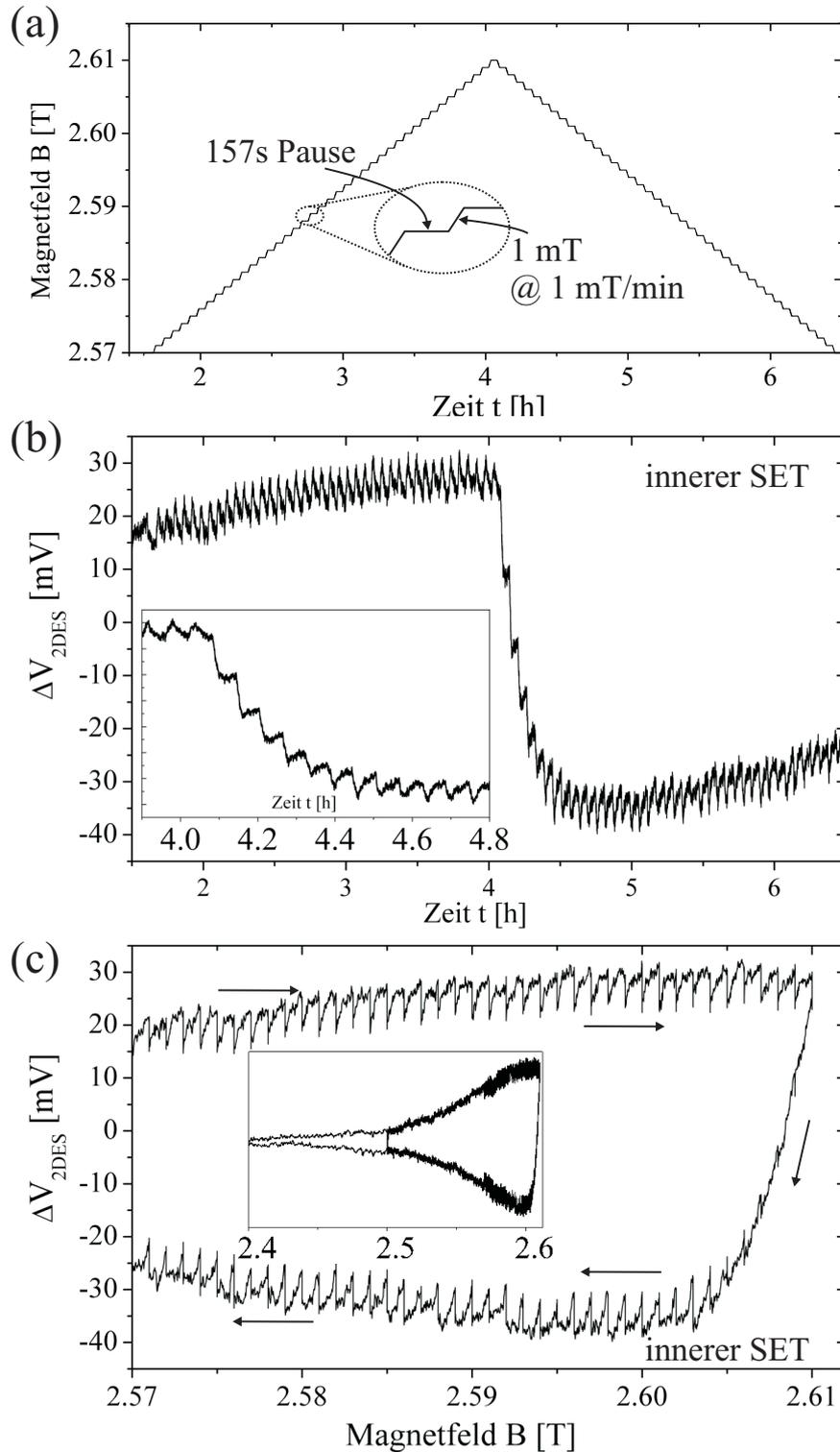


Abbildung 6.14.: Umkehr der Magnetfeldrichtung zum schrittweisen Durchfahren des quasi-statischen Bereiches um $\nu = 2$. (a) Das gewählte Muster der Magnetfeldvariation besteht aus je einer Änderung des Magnetfeldes um 1 mT, gefolgt von einer ca. 2,5-minütigen Pause, bis auf 2,61 T sowie einer anschließenden, ebenfalls schrittweisen Reduktion des Magnetfeldes. (b) Darstellung des gemessenen Potentials im Zeitverlauf. Die Umkehrung der Magnetfeldrichtung bewirkt ein stufenweises Absinken des Potentials. Die Stufengröße nimmt dabei umso mehr ab, je näher sich das Potential der gegenüberliegenden Hüllkurve der Hystereseffläche nähert. (c) Darstellung der Potentialmessung in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

Veränderung stets abnimmt. Je negativer das Potential wird, desto deutlicher kann man während der darauffolgenden Pause den Beginn eines Relaxationsverhaltens bemerken. Nach ca. 10 mT ist das Potential vollständig an der Position der unteren Hystereseurve angelangt, so dass es bei einem weiteren Absinken des Magnetfeldes lediglich der „normalen“ unteren Hystereseurve folgt. Abbildung 6.14 (c) zeigt wieder die Änderung des 2DES-Potentials ΔV_{2DES} , aufgetragen über dem Magnetfeld B .

Das Experiment zeigt, dass durch eine Richtungsumkehr der Magnetfeldänderung kontrolliert von der einen auf die andere Seite der Hysterese gewechselt werden kann. Für einen vollständigen Wechsel sind hier bei $\nu = 2$ lediglich ca. 10 mT notwendig. Beliebige Zwischenpositionen erscheinen möglich, darauf wird jedoch noch im folgenden Abschnitt 6.3.2 genauer eingegangen. Abbildung 6.15 zeigt ein analoges Experiment bei der Hysterese im Bereich um $\nu = 1$. Dabei wurde jedoch zusätzlich eine zweite, symmetrische Messreihe aufgenommen. Während in der ersten Messreihe das Magnetfeld wieder in 1 mT-Schritten und Pausen von je 157 s bis auf 5,24 T erhöht und anschließend abgesenkt wurde, erfolgte in einer zweiten Messreihe die Annäherung an 5,24 T von der Seite größerer Magnetfelder her und nach Erreichen von 5,24 T wurde das Magnetfeld auch wieder in Richtung größerer Felder variiert (siehe Abbildung 6.16 (a)). Abbildung 6.16 (b) zeigt, dass die Form des Potentialverlaufs ähnlich wie bei $\nu = 2$ ist, jedoch beträgt der erste Potentialsprung statt 17 mV lediglich ca. 11 mV und zum Erreichen der anderen Seite der Hysterese sind insgesamt ca. 30 mT bis 35 mT notwendig. Betrachtet man beide Messreihen, ist der symmetrische Kurvenverlauf auffällig. Auch aus der Darstellung von ΔV_{2DES} in Abhängigkeit vom Magnetfeld (siehe Abbildung 6.16(c)) lässt sich die Symmetrie beider Messreihen gut erkennen. Diese Symmetrie war nicht unbedingt zu erwarten, da sich die Breite und Lage der inkompressiblen Streifen mit steigendem Magnetfeld in Richtung eines ganzzahligen Füllfaktors deutlich verändern (vgl. Abschnitt 2.10.2).

In der Modellvorstellung des vollständig isolierenden inkompressiblen Streifens kann man die Entstehung einer zusätzlichen Spannung aufgrund von verschobener Ladungen wie das Auf- bzw Entladen einer Kapazität betrachten. Nach dieser Vorstellung wäre jedoch eine direkte Proportionalität zwischen der Anzahl verschobener Ladungen sowie der induzierten Spannung zu erwarten. Als Übergang von der oberen zur unteren Hystereseurve (bzw. umgekehrt) wäre demnach (analog zu Abb. 6.6) eine Gerade zu erwarten. Der nichtlineare Verlauf aus den Abbildungen 6.16 (c) bzw. 6.16 (c) ist somit auch im quasi-statischen Bereich nicht vollständig durch das Modell des Ladens bzw. Entladens einer Kapazität erklärbar, so dass weitere Experimente nachfolgend nötig sind.

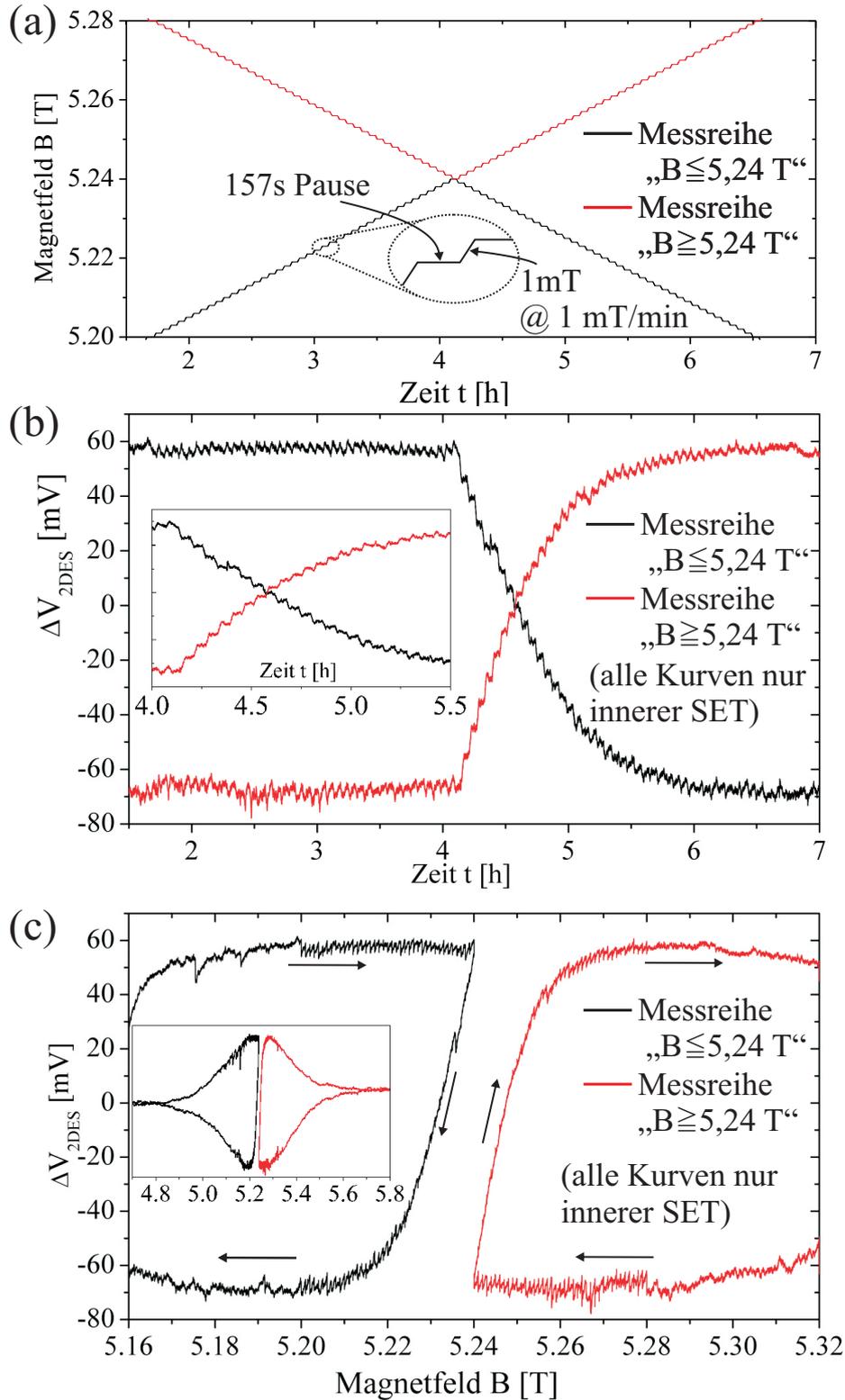


Abbildung 6.15.: Analoges Experiment zu Abb. 6.14 bei $\nu = 1$, jedoch mit einer zusätzlichen Messreihe, bei der die Annäherung an das Hysteresemaximum von größeren Magnetfeldern her erfolgte. (a) Gewählte Muster der Magnetfeldvariation. (b) Gemessene Potentiale im Zeitverlauf. (c) Gemessene Potentiale in Abhängigkeit vom Magnetfeld.

6.3.2. Hysteretisches Verhalten innerhalb des quasi-statischen Bereiches

Um den quasi-statischen Bereich im Inneren der Hystereseffläche sowie Bewegungen von einer Hystereseurve auf die andere besser nachvollziehen zu können, wurde ein aufwendiges Muster ausgearbeitet, nach dem das Magnetfeld ausgehend vom Punkt 5,24 T verfahren wird. Die erste Hälfte des Musters ist in Abbildung 6.16 (a) dargestellt und beinhaltet verschieden große Magnetfeldänderungen sowohl mit als auch ohne dazwischenliegende Pausen. Die Änderungsrate ist mit 1 mT/min sehr niedrig gewählt, die Länge jeder Verfahrpause beträgt wie zuvor 157 s. Abbildung 6.16 (b) zeigt die Änderung des 2DES-Potentials ΔV_{2DES} im Zeitverlauf, Abbildung 6.16 (c) den Verlauf von ΔV_{2DES} in Abhängigkeit vom magnetischen Feld. Es zeigt sich, dass Potentialänderungen, die durch ein geringes ΔB von lediglich einzelnen mT verursacht werden, vollständig durch ein betragsmäßig gleich großes $-\Delta B$ zurückgenommen werden können, ohne dass eine Hysterese zu beobachten ist. Je größer jedoch ΔB gewählt wird, desto stärker tritt ein Hystereseeffekt auf.

Wie bereits erwähnt zeigt Abbildung 6.16 lediglich eine Hälfte des verwendeten Musters, nach dem das Magnetfeld verfahren wurde. In Abbildung 6.17 (a) ist das vollständige Muster abgebildet, bei dem der bislang gezeigte Teil nochmals symmetrisch zu $B = 5,24$ T angeordnet ist. Um sicherzustellen, dass die Kurve sich zu Beginn der zweiten Hälfte des Musters entlang der unteren Hystereseurve bewegt, wird das Magnetfeld zwischen den beiden Teilen des Musters auf 5,28 T gefahren, so dass das Feld anschließend aus der Richtung großer Magnetfelder her an den Punkt 5,24 T angenähert werden kann. In Abbildung 6.16 (b) ist ΔV_{2DES} im Zeitverlauf dargestellt, während 6.16 (c) die Abhängigkeit von ΔV_{2DES} vom Magnetfeld zeigt. Wie schon beim symmetrisch aufgebauten Versuch der beiden Messreihen, die in Abbildung 6.15 dargestellt sind, zeigt sich auch hier wieder ein sehr symmetrischer Kurvenverlauf.

Zuletzt wurde ein analoges Experiment auch bei $\nu = 2$ durchgeführt. Da die Breite der Hysterese deutlich geringer ist und aus dem in Abbildung 6.14 dargestellten Experiment hervorgeht, dass bereits durch ein lediglich $\Delta B \approx 10$ mT ein Übergang von der einen auf die andere Hystereseurve erfolgt, wurde das bei $\nu = 1$ verwendete Muster durch den Faktor 5 geteilt, so dass die kleinste Schrittweite nicht mehr 1 mT, sondern lediglich 0,2 mT beträgt. Die Verfahrgeschwindigkeit ist mit 1 mT/min ebenso wie die Pausenzeit von 157 s unverändert (siehe Abbildung 6.18 (a)). In Abbildung 6.18 (b) ist ΔV_{2DES} im Zeitverlauf dargestellt, Abbildung 6.18 (c) zeigt ΔV_{2DES} in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Der Vergleich mit der zuvor durchgeführten Messung bei $\nu = 1$ zeigt keine besonderen Unterschiede.

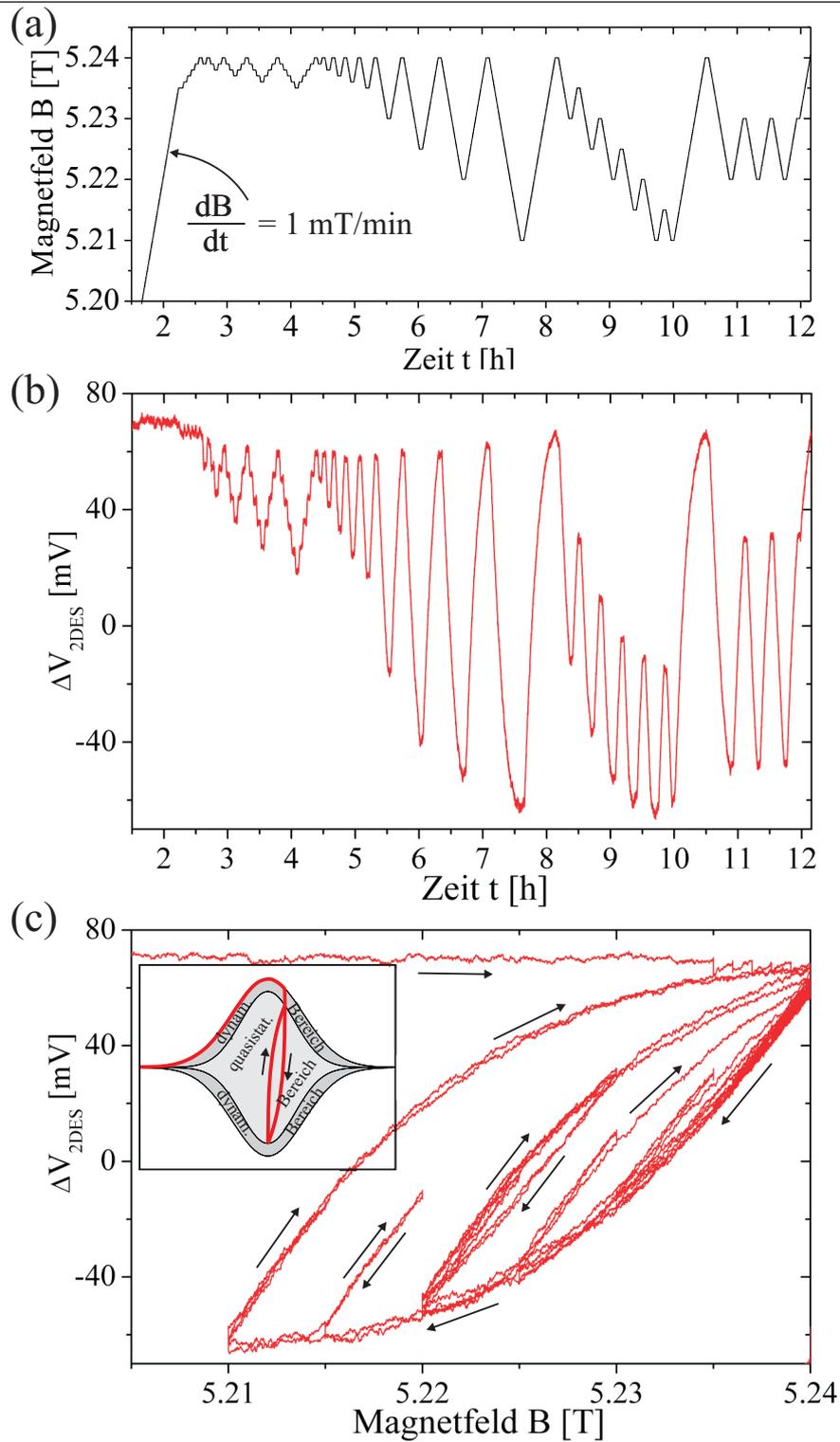


Abbildung 6.16.: Wird im Bereich der Hysteresekurve die Richtung der Magnetfeldänderung umgedreht, durchläuft das Potential den quasi-statischen Bereich nicht linear, sondern degressiv zur Feldänderung. Ein erneutes Umdrehen der Magnetfeldrichtung ist deshalb mit einer Hysterese verbunden, die von der Hysterese umschlossene Fläche wächst dabei mit dem Betrag der Magnetfeldänderung an. Wie in den Experimenten zuvor zeigt (a) das gewählte Magnetfeldmuster, (b) das gemessene Potential im Zeitverlauf und (c) das gemessene Potential in Abhängigkeit vom Magnetfeld. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist jeweils nur die erste Hälfte des Experiments dargestellt, die vollständige Kurve ist in Abb. 6.17 abgebildet.

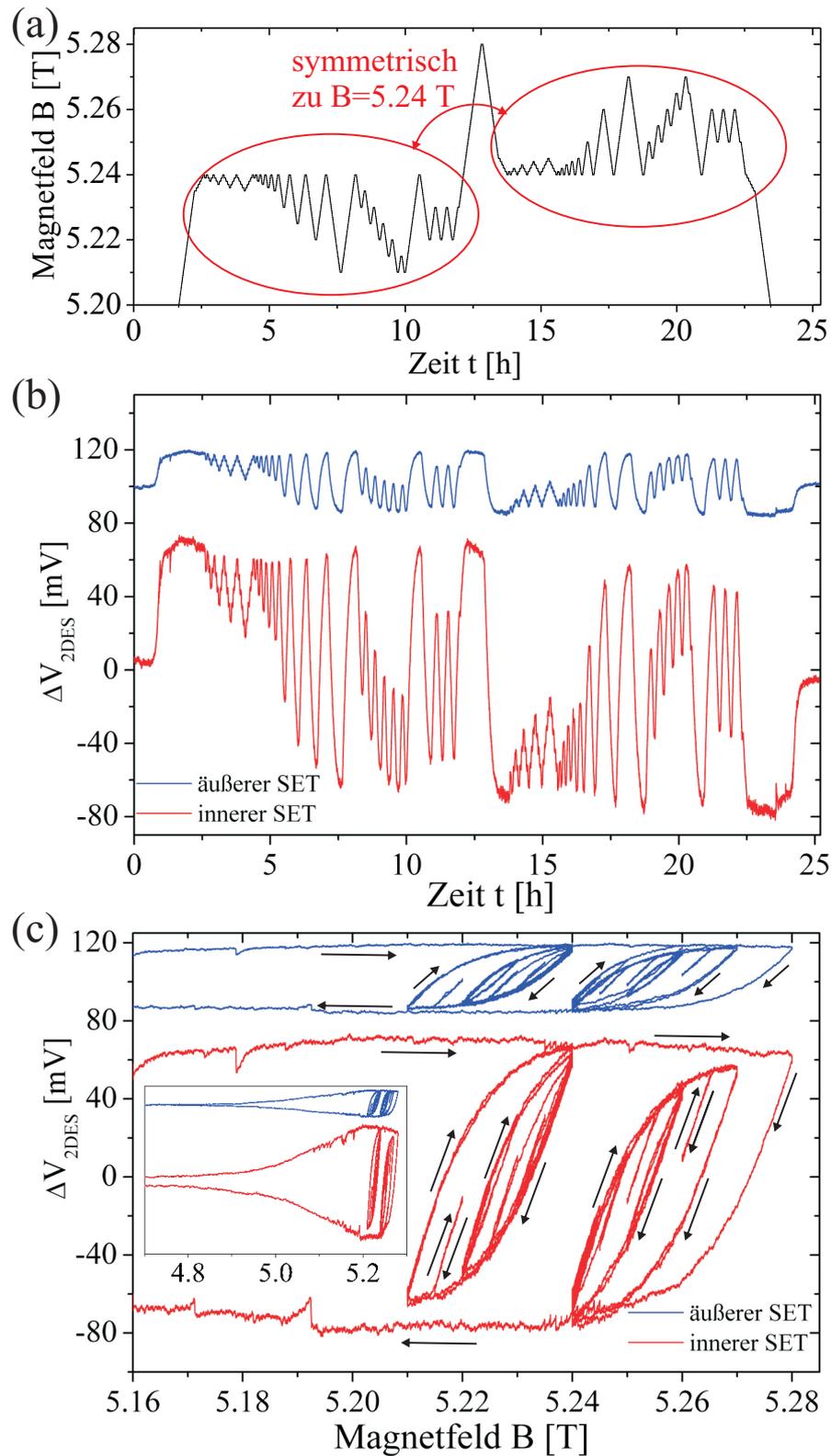


Abbildung 6.17.: Vollständige Messkurve des bereits teilweise in Abb. 6.16 dargestellten Experiments. Das Muster der Magnetfeldvariation ist symmetrisch zur Position der Maximalamplitude der Hysterese bei $B = 5,24$ T gewählt, so dass alle Variationen einmal von der oberen und einmal von der unteren Hüllkurve begonnen werden konnten. Die gemessenen Potentialverläufe weisen ebenfalls einen symmetrischen Verlauf auf.

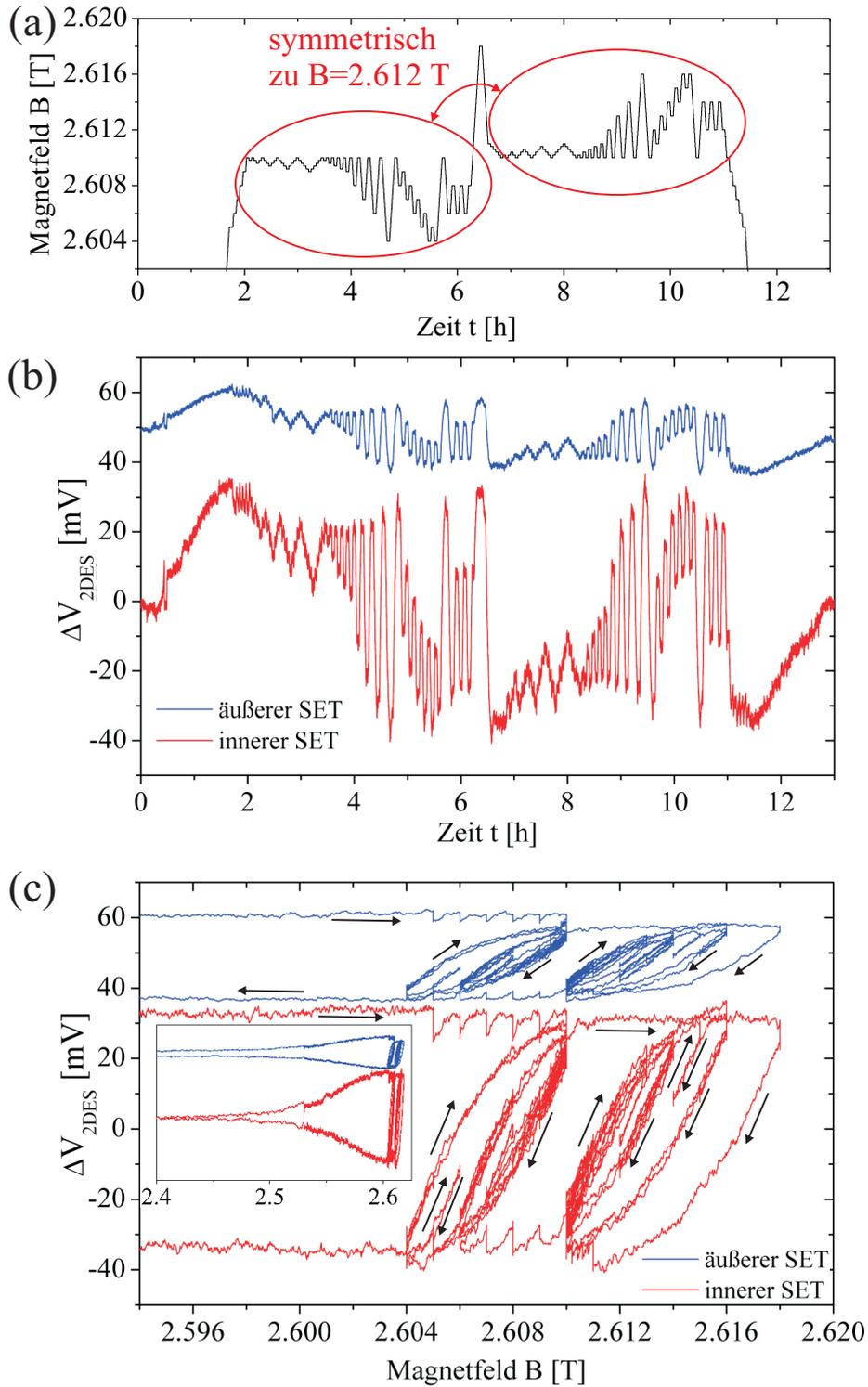


Abbildung 6.18.: Analoges Experiment bei $\nu = 2$ zu dem in Abbildung 6.17 dargestellten Experiment bei $\nu = 1$. Das Muster der Magnetfeldvariation ist symmetrisch zur Position der Maximalamplitude der Hysterese bei $B = 2,612$ T gewählt. Es sind keine Unterschiede im Vergleich zum Experiment bei $\nu = 1$ feststellbar.

6.4. Feinstruktur in den Hysteresekurven

Beim Betrachten der bisher dargestellten Hysteresekurven um $\nu = 1$ (z.B. Abb. 6.7 (a), Abb. 6.10 und Abb. 6.13) fällt auf, dass im Bereich der maximalen Spannungsamplitude stets ein sehr unruhiger Potentialverlauf zu beobachten ist, bei dem zahlreiche kleinere „Sprünge“ auftreten. Es stellt sich die Frage, ob diese Sprünge durch tatsächliche Potentialänderungen des 2DES oder lediglich durch ein vermehrtes Rauschen der SETs verursacht werden.

Entgegen der bislang üblichen Darstellungsweise sind in Abbildung 6.19 (a) äußerer und innerer SET mit separaten, unterschiedlich großen Spannungsachsen dargestellt, so dass die Signale trotz unterschiedlicher Amplitude bestmöglich übereinandergelegt werden können. Gut lässt sich dann erkennen, dass die Sprünge gleichzeitig in den Messkurven beider SETs zu finden sind. Sie zeichnen sich durch ein sehr schnelles Abfallen der Spannung um bis zu 20 mV (innerer SET) bzw. 7 mV (äußerer SET) aus, gefolgt von einem erneuten, langsamen Anstieg bis auf die Höhe der äußeren Hüllkurve. Während die Geschwindigkeit des Abfalls der Messkurve vermutlich wieder durch die gewählte Zeitkonstante der Regelelektronik begrenzt ist, kann das Ansteigen bis zu 2 Minuten dauern bzw. eine Magnetfeldänderung um 10 mT benötigen.

Durch das gleichzeitige Auftreten in beiden SET-Kurven kann ausgeschlossen werden, dass es sich bei den Sprüngen um ein internes Rauschen des SETs bzw. der jeweils separaten Messelektronik handelt. Zudem ist das Auftreten auf den Bereich der Maximalamplitude der Hysterese um $\nu = 1$ begrenzt, während beispielsweise rund um $\nu = 2$ keine derartigen Sprünge zu finden sind. Auch in den Messkurven von Hüls *et al.* sind bereits ähnliche Sprünge im Bereich der Maximalamplitude zu finden (vgl. [93], S. 105 bzw. S. 112), jedoch wurde dies von Hüls *et al.* nicht näher erwähnt. Es ist daher zu vermuten, dass die Sprünge tatsächliche Messsignale darstellen und von dem 2DES der Hallstruktur verursacht werden.

Mit einer Amplitude von bis zu 20 mV (innerer SET) bzw. 7 mV (äußerer SET) wird durch einen derartigen Sprung ungefähr der in Abschnitt 6.2.2 bestimmte dynamische Bereich durchschritten, der sich durch eine sehr schnelle Relaxation auszeichnet.

Abbildung 6.19 (b) zeigt die Hysteresekurven des inneren SETs um $\nu = 1$ für verschiedene Änderungsraten des Magnetfeldes. Zur besseren Darstellung wurden die Kurven entlang der Spannungsachse gegeneinander verschoben. Auffällig ist, dass die Sprünge nicht symmetrisch zur Position der Maximalamplitude angeordnet sind, sondern auf der linken Seite, d.h. auf der Seite kleinerer Magnetfelder, bis hin zu ca. 150 mT weit reichen, während sie auf der rechten Seite, d.h. bei größeren Magnetfeldern, bereits nach ca. 80 mT enden. Da dieses Verhalten unabhängig von der Richtung der Magnetfeldänderung sowohl auf der unteren als auch auf der oberen Hysteresekurve zu finden ist, liegt hier eine klare Asymmetrie vor. Vergleicht man die Kurven, die mit verschiedenen Raten der

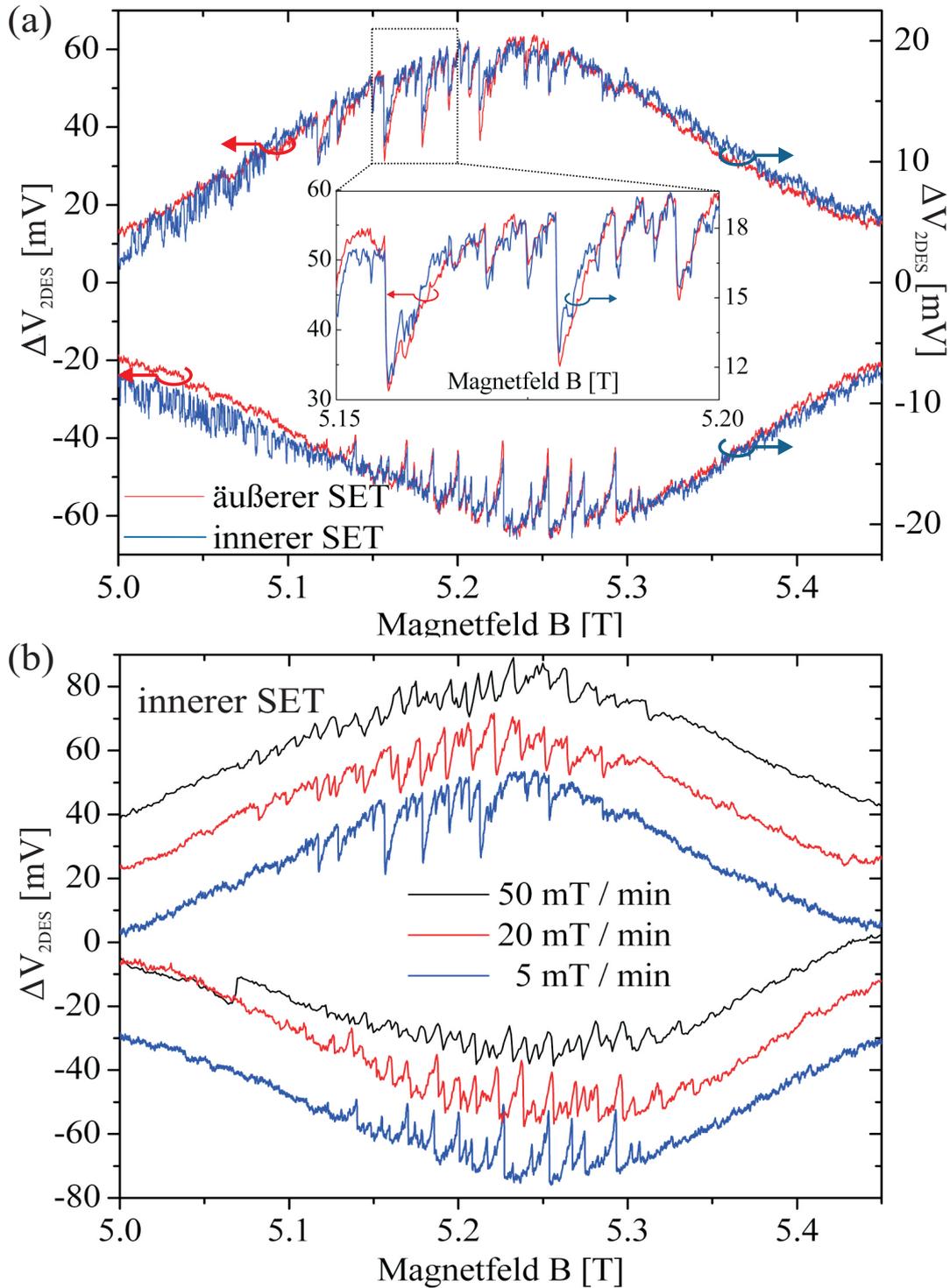


Abbildung 6.19.: In der Hysteresekurve um $\nu = 1$ ist bei kontinuierlicher Variation des Magnetfeldes eine Feinstruktur erkennbar, die sich durch zahlreiche Spannungseinbrüche ausdrückt. Diese liegen im Bereich der Maximalamplitude, treten vor allem auf der Seite kleinerer Magnetfelder jedoch auch bei geringeren Amplituden auf. (a) In der Überlagerung der Signale des äußeren und Inneren SETs wird deutlich, dass die Sprünge keine Störungen oder Rauschen eines SETs darstellen, da sie von beiden SETs gemessen werden können. (b) Unabhängig von der Rate der Magnetfeldänderung benötigt die Spannung nach einem Einbruch ein gewisses ΔB , um wieder die äußere Hüllkurve zu erreichen.

Magnetfeldänderung aufgenommen wurden, miteinander, ist auffällig, dass alle Kurven eine ähnliche Zahl von Spannungseinbrüchen aufweisen. Die Ursache für einen Einbruch kann daher keine ausgeprägte Zeitabhängigkeit aufweisen. Vielmehr ist zu vermuten, dass erst bestimmte, von \vec{B} abhängige Spannungshöhen $\Delta V_{2DES}(\vec{B})$ erreicht werden müssen, bevor ein erneutes Einbrechen erfolgt. Auffällig ist weiterhin, dass nach dem schnellen Einbrechen die Rückkehr zur äußeren Hüllkurve vor allem bei den Messungen mit 5 mT/min und 20 mT/min durch einen ähnlichen Verlauf gegeben ist, während der Einbruch bei der Messung mit 50 mT/min aufgrund der Geschwindigkeit der Regelelektronik nicht mehr vollständig aufgelöst werden kann. Der ähnliche Verlauf der Kurven lässt darauf schließen, dass nicht eine bestimmte Zeit, sondern eine bestimmte Magnetfeldänderung ΔB benötigt wird, um nach einem Einbruch zur Hüllkurve zurückzukehren. Die Größe von ΔB ist dabei lediglich von der Amplitude des zuvor erfolgten Einbruches abhängig und beträgt ca. 7 mT bei einem Einbruch um 20 mV (innerer SET).

6.5. Zusammenfassung

Mit Hilfe der SET-Spitzen konnten Potentialänderungen im 2DES festgestellt werden, die durch eine Variation des Magnetfeldes verursacht werden. Während die Sprünge des chemischen Potentials bei ganzzahligen Füllfaktoren, die durch die Depopulation der Landau-Niveaus verursacht werden, mit der bestehenden Anordnung nicht aufgelöst werden konnten, waren im Bereich kleiner ganzzahliger Füllfaktoren große Potentialhysteresen in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetfeldänderung messbar (vgl. Abb. 6.20 (a)). Die Spannungsamplitude, die von dem weiter außen über dem 2DES angeordneten SET gemessen wird, ist dabei deutlich geringer als die des weiter innen angeordneten SETs. Dies zeigt, dass lokale Unterschiede im elektrischen Potential zwischen Innen und Außen bestehen und Potentialänderungen eher im Inneren des 2DES auftreten. Ähnliche Hysteresen konnten bereits von Zeller *et al.* [90], Dabiran *et al.* [91] und Dolgoplov *et al.* [92] in sogenannten ‘floating-gate’-Experimenten sowie von J. Hüls [93] in Messungen mit auf eine Hallstruktur aufgedampften SETs nachgewiesen und auf einen Nichtgleichgewichtszustand zurückgeführt werden, der mit Wirbelströmen entlang des innersten inkompressiblen Streifens verbunden ist. Da das Probeninnere vom äußeren Rand isoliert ist, bewirkt ein sich änderndes Magnetfeld aufgrund eines Verschiebestroms ein kapazitives Laden bzw. Entladen des inneren Bereiches des 2DES.

In weiteren Experimenten konnte in diesem Kapitel festgestellt werden, dass die Rate der Änderung des Magnetfeldes zumindest im untersuchten Bereich zwischen 5 mT/min und 500 mT/min keinen Einfluss auf die Größe der Spannungshysteresen bei $\nu = 1$ bis $\nu = 4$ besitzt. Bei einem Anhalten des Magnetfeldes im Bereich der Hysteresekurve hingegen kann bereits innerhalb der ersten Sekunden ein sprunghafter teilweiser Abfall der Spannung gemessen werden, während die restliche Spannung anschließend über mehrere Stunden nahezu konstant ist und nur sehr langsam abfällt. Daraus lässt sich schließen, dass mindestens zwei unterschiedliche Mechanismen am Relaxationsprozess beteiligt sind

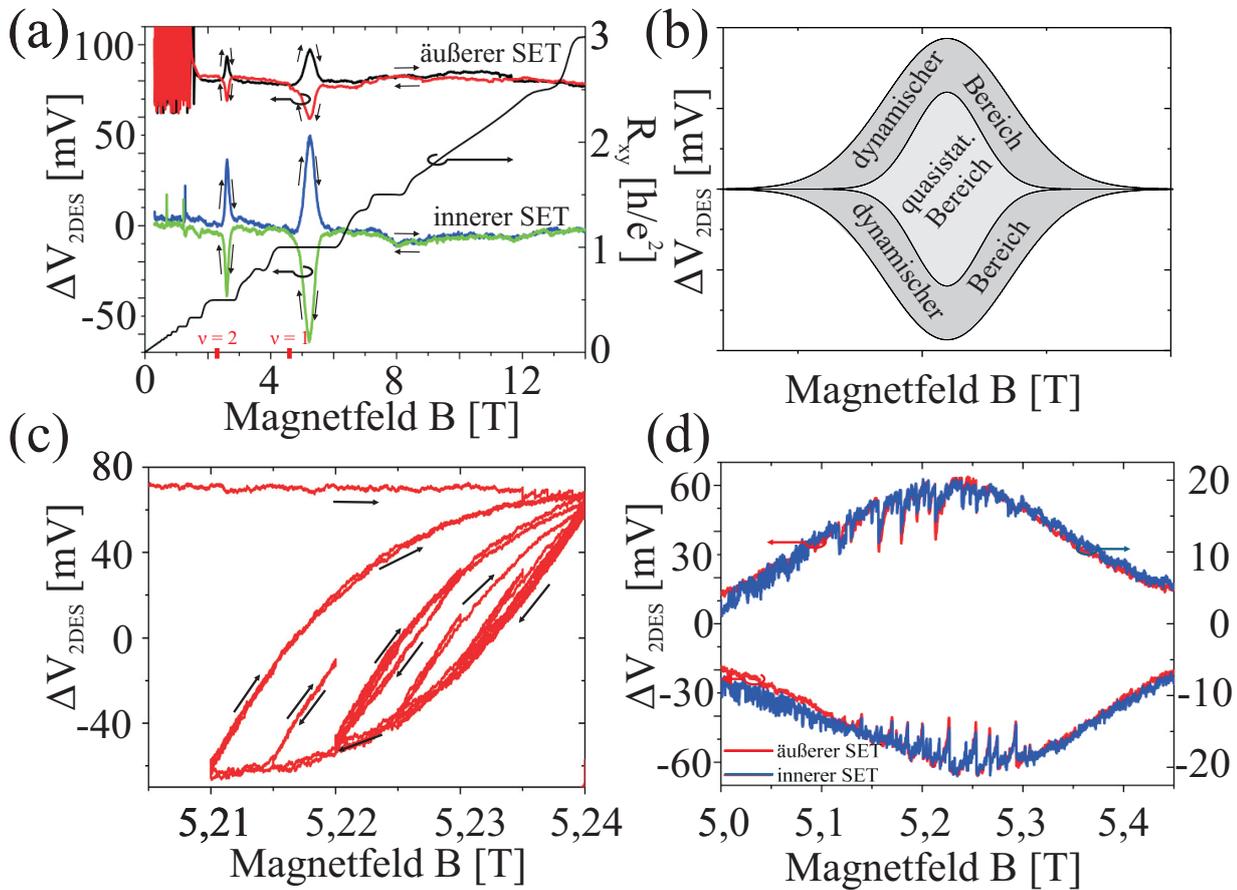


Abbildung 6.20.: Zusammenfassende Darstellung der wichtigsten Aussagen über die Hysterese im 2DES-Potential bei Variation des Magnetfeldes: (a) Wird das Magnetfeld variiert, können im Bereich (kleiner) ganzzahliger Füllfaktoren Hysterese des 2DES-Potentials gemessen werden. Diese lassen sich durch ein Wirbelstrommodell erklären. (b) Es kann keine Abhängigkeit der Hystereseamplitude von der Rate der Magnetfeldänderung festgestellt werden. Ein Anhalten des Magnetfeldes im Bereich der Hysterese ist jedoch mit einem sehr schnellen, teilweisen Abfall der Spannung sowie einem darauffolgenden extrem langsamen Abklingen der Restspannung verbunden. Die Hysterese fläche lässt sich deshalb in einen äußeren „dynamischen Bereich“ sowie einen inneren „quasi-statischen Bereich“ einteilen. (c) Ein Umdrehen der Richtung der Magnetfeldvariation führt zu einem Durchfahren des quasi-statischen Bereiches, das jedoch degressiv mit der Magnetfeldvariation verläuft, so dass bei einer erneuten Umkehr der Änderungsrichtung eine Hysterese innerhalb des quasi-statischen Bereiches entsteht. (d) Die Hysterese um $\nu = 1$ besitzt eine Feinstruktur, die sich durch zahlreiche Spannungseinbrüche auszeichnet.

und die Fläche der Hystereseurve gedanklich in einen äußeren, dynamischen Bereich mit extrem schneller Relaxation sowie einen inneren, quasi-statischen Bereich mit sehr langsamer Relaxation aufgeteilt werden kann (vgl. Abb. 6.20 (b)).

Obwohl sich die Spannung im quasi-statischen Bereich beim Abschalten des Magnetfeldes durch eine große Stabilität auszeichnet, reicht eine Variation des Magnetfeldes in die Gegenrichtung um wenige 10 mT bereits aus, um den quasi-statischen Bereich vollständig zu durchlaufen und die andere Seite der Hystereseurve zu erreichen. Der Übergang zwischen oberer und unterer Hystereseurve erfolgt dabei nicht linear mit der Magnetfeldänderung, sondern verläuft anfangs schneller und sättigt dann zunehmend. Wird das Potential durch wiederholtes Umkehren der Richtung der Magnetfeldänderung zwischen oberer und unterer Hystereseurve hin- und herbewegt, erfolgen Hin- und Rückweg damit nicht auf dem gleichen Pfad $\Delta V_{2DES}(B)$. Durch Anhalten des Magnetfeldes kann das momentane Potential an jedem Punkt der Hystereseffläche nahezu konstant gehalten werden (vgl. Abb. 6.20 (c)).

Im äußeren Teil der Hystereseurve, der dem dynamischen Bereich zuzuordnen ist, sind auch bei kontinuierlicher Variation des Magnetfeldes zahlreiche sprunghafte Einbrüche in der Hysteresespannung messbar, die zeitgleich von beiden SETs detektiert werden. Die Höhe des Einbruchs stimmt dabei ungefähr mit der Höhe des dynamischen Bereiches überein (vgl. Abb. 6.20 (d)).

7. Entwicklung eines Modells zur Erklärung der beobachteten Hysterese-Effekte

In diesem Kapitel soll ein Modell entwickelt werden, um die im vorausgegangenen Kapitel 6 beobachteten Messkurven nachvollziehen zu können. Dabei muss angemerkt werden, dass dabei keineswegs eine vollständige Erklärung aller beobachteten Effekte gegeben werden kann, da hierzu an einigen Stellen weitere Untersuchungen sowie theoretische Modellierungen notwendig sind.

7.1. Vorüberlegungen zu induzierten Nicht-Gleichgewichtszuständen

Der Ausgangspunkt zur Entstehung induzierter Nicht-Gleichgewichtszustände bildet das Faradaysche Gesetz:

$$\oint \vec{E} \, d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A}. \quad (7.1)$$

Betrachtet man die Veränderung dB/dt der magnetischen Flussdichte durch ein zweidimensionales homogenes System, bildet sich entlang der Außenlinie einer jeden beliebigen gedachten Fläche A ein elektrisches Feld \vec{E} aus (siehe Abb. 7.1), begrenzt durch eine etwaige Längsleitfähigkeit σ_{xx} . Allerdings kann festgestellt werden, dass die elektrischen Felder nebeneinanderliegender Flächen sich im Inneren des Systems jeweils gegenseitig kompensieren. Nur am Rand wird eine effektive Feldstärke übrig bleiben. Besitzt das homogene System eine Hall-Leitfähigkeit σ_{xy} , bewirkt das elektrische Feld am Rand der Fläche A , das sich senkrecht zum Magnetfeld \vec{B} befindet, lokal eine Hallstromdichte $j = \sigma_{xy} \cdot E$ durch die Randlinie, wodurch dem Inneren über die Randlinie entweder Ladungsträger entnommen oder hinzugefügt werden. Bei einer homogenen Hall-Leitfähigkeit in der gesamten Leiterfläche erfolgt in jede gedachte Fläche A eine Ladungsträgerverschiebung proportional zu A , so dass sich die zusätzlichen (bzw. fehlenden) Ladungsträger gleichmäßig im Inneren des Systems verteilen.

Betrachtet man nun ein 2DES in einem starken Magnetfeld, so tritt Landau-Quantisierung auf, verbunden mit der Entstehung von kompressiblen und inkompressiblen Streifen, so dass das System nicht länger homogen ist. Bei einem Füllfaktor leicht oberhalb des

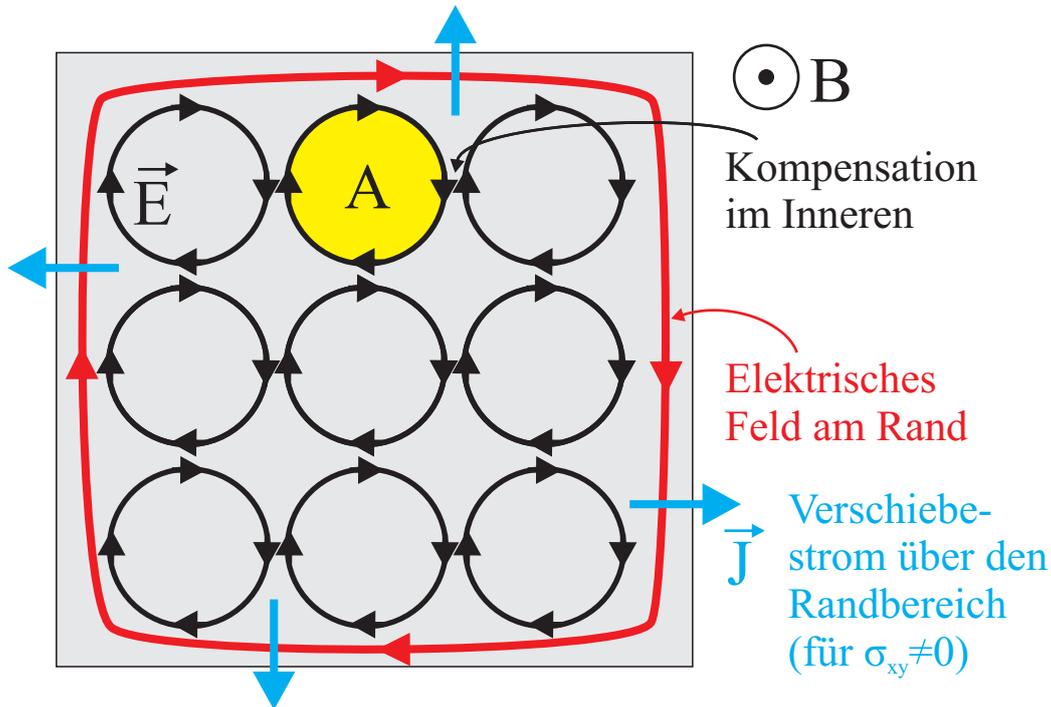


Abbildung 7.1.: Schematische Darstellung der Feld- und Wirbelstromverteilung in einem homogenen System. Da sich die elektrischen Felder im Inneren des Systems gegenseitig kompensieren, kann nur ein elektrisches Feld entlang des Probenrandes existieren. Besitzt das System eine Hall-Leitfähigkeit $\sigma_{xy} \neq 0$, so entsteht senkrecht dazu eine Verschiebestromdichte über den Rand hinweg.

ganzzahligen Wertes $\nu > i$ wird ein ausgeprägter inkompressibler Randstreifen vorhanden sein (vgl. Abschnitt 2.10). Dieser besitzt eine Längsleitfähigkeit $\sigma_{xx} = 0$, so dass sich eine große Feldstärke E entlang des inkompressiblen Streifens ausbilden kann. Aufgrund der Hall-Leitfähigkeit $\sigma_{xy} = \nu e^2/h \neq 0$ werden Ladungsträger über den inkompressiblen Streifen hinweg verschoben. Das Innere des Systems wird elektrisch gegenüber dem Rand aufgeladen, so dass sich eine Potentialdifferenz zwischen Rand und Innerem ausbildet. Diese fällt über dem inkompressiblen Randstreifen ab. In diesem wird sich daher ein geschlossener Hallstrom ergeben, der entlang des inkompressiblen Streifens fließt. Wir erhalten einen dissipationsfreien Wirbelstrom rund um die Probe.

Dass ein Abfall der Potentialdifferenz auch bei $\nu < i$ vor allem am Rand geschieht, konnten T. Klaffs *et al.* [94] experimentell nachweisen. Sie führten Versuche durch, bei denen SETs in unterschiedlichem Abstand zum Rand fest auf eine Hallstruktur aufgedampft wurden. Mit Hilfe eines seitlichen Gatekontaktes konnte das 2DES am Rand der Hallstruktur zusätzlich verarmt werden, so dass der Rand des 2DES in Richtung des SET verschoben werden konnte. Klaffs *et al.* stellten fest, dass das Signal der Wirbelströme an unterschiedlichen Stellen der Probe stets identisch war und folgerte daraus, dass die elektrische Potentialdifferenz zwischen dem Inneren und dem Randbereich in einem schmalen, nur wenige Mikrometern breiten Streifen in der Nähe des Probenrandes abfallen muss, was die Vorstellung eines globalen Wirbelstromes entlang des Probenrandes stützt.

7.2. Aufladung des inneren Bereiches aufgrund von Ladungsverschiebung: Messungen von *Dolgoplov et al.*

Jeder Änderung des magnetischen Flusses durch die vom innersten inkompressiblen Streifen umschlossene Fläche um ein Flussquant h/e bewirkt eine Verschiebung von genau i Elektronen über den innersten inkompressiblen Streifen mit lokalem Füllfaktor $\nu_1 = i$ hinweg (vgl. Gleichung (6.10)):

$$\Delta Q \propto \nu_1 \cdot \Delta B. \quad (7.2)$$

Unter der Annahme eines vollständig isolierenden innersten inkompressiblen Streifens tritt keine Relaxation auf und die sich ausbildende Spannung V_r^W zwischen innerem und äußerem Bereich ist proportional zur absoluten Magnetfeldänderung ΔB , wie dies bereits im vorausgegangenen Kapitel in der Abbildung 6.6 schematisch dargestellt ist. Die Steigung der Spannung sollte proportional zum Kehrwert der elektrischen Kapazität des inneren Bereiches sein:

$$\Delta V = \frac{1}{C} \cdot \Delta Q. \quad (7.3)$$

Tatsächlich konnten *Dolgoplov et al.* [92] einen derartigen Kurvenverlauf bei Messungen an einer Corbino-Geometrie beobachten. Ihr Versuchsaufbau ist in Abbildung 7.2 (a) schematisch dargestellt. Mittels Potentiometer wird die Spannung zwischen dem innerem und äußeren Ohmschen Kontakt zum 2DES gemessen, wobei eine große Kapazität C_0 der Anordnung parallel geschaltet ist. Zusätzlich ist ein ringförmiger Gatekontakt vorhanden, der lediglich kapazitiv mit den verhältnismäßig kleinen Kapazitäten C_1 und C_2 an die beiden Ohmschen Kontakte gekoppelt ist. Diese Gatefläche sowie die Kapazitäten C_1 und C_2 werden für andere Experimente benötigt und dürfen aufgrund der geringen Kapazitäten bei der Betrachtung vorerst aussen vor bleiben. Aufgrund der dominierenden Kapazität C_0 dienen die bei einer Magnetfeldänderung verschobenen Ladungen Q im wesentlichen der Aufladung von C_0 , so dass sich eine Spannung V ergibt nach

$$V \approx \frac{Q}{C_0}. \quad (7.4)$$

Eine Messkurve von *Dolgoplov et al.* [92] für $C_0 = 0,65 \mu\text{F}$ zeigt Abbildung 7.2 (b). Sie zeigt das erwartete Verhalten gemäß Gleichung (7.2) und (7.3):

$$\Delta V \propto \nu \cdot \Delta B. \quad (7.5)$$

Dolgoplov et al. konnten zeigen, dass bei einer Reduktion der parallel geschalteten Kapazität C_0 größere Spannungen auftraten, so wie dies nach den Gleichung (7.4) zu erwarten ist. Jedoch stellten sie fest, dass mit sinkender Kapazität die jeweilige Maximalspannung bereits früher erreicht wurde und dann die Kurve abknickte (vgl. Abb. 7.2 (c)). Mit einer Kapazität $C_0 = 1,2 \text{ nF}$ wurde ein symmetrischer Kurvenverlauf erzielt.

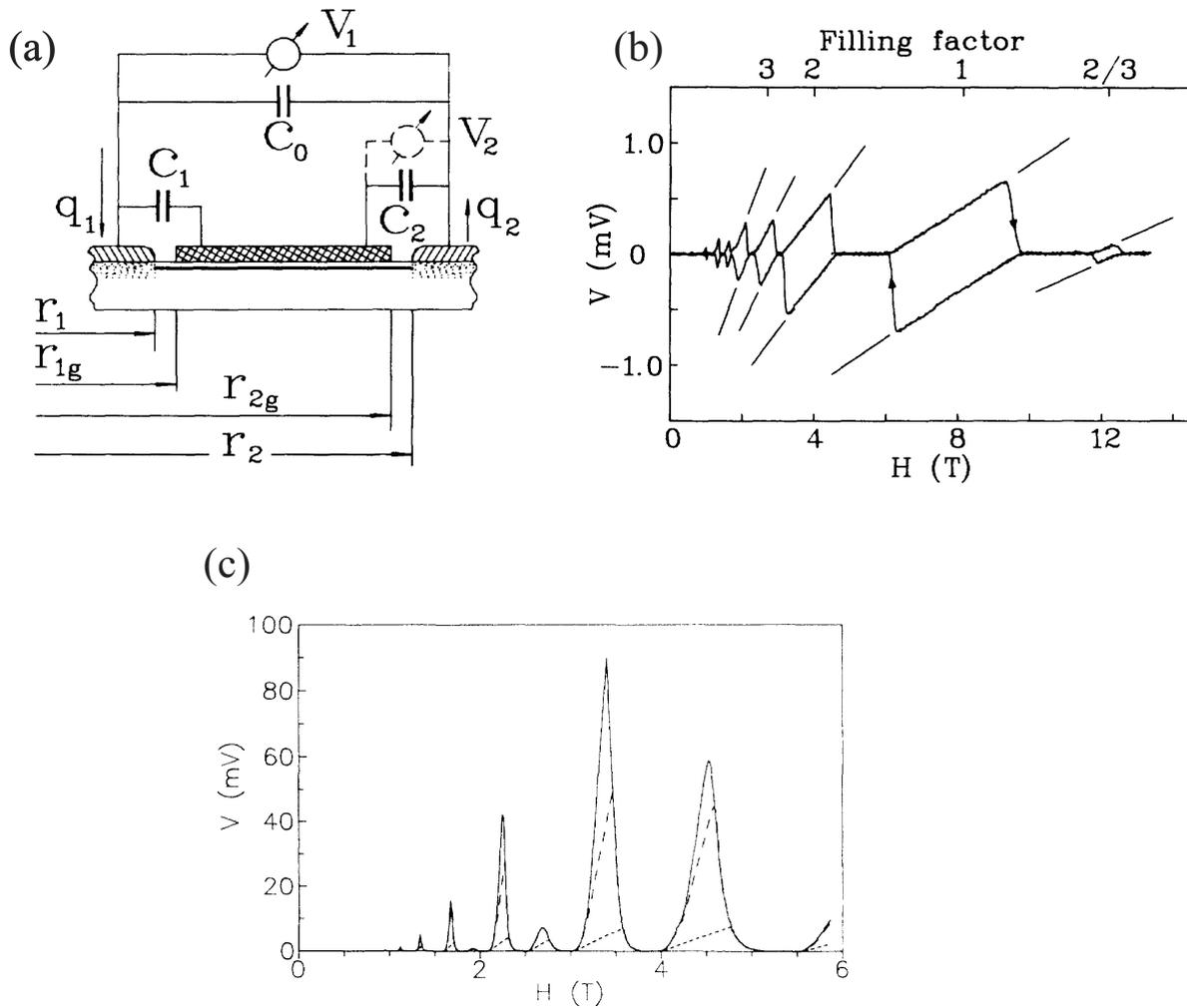


Abbildung 7.2.: (a) Querschnitt durch die (halbierte) Corbino-Struktur von Dolgoplov *et al.*[92] (b) Messung der induzierten Spannung unter Verwendung einer großen Kapazität $C_0 = 0,65 \mu\text{F}$ (c) Anstieg der induzierten Spannung mit Abnahme der Kapazität bis zum Erreichen einer „ultimativen Kurve“ (Abbildungen entnommen aus [92])

Für noch kleinere Kapazitäten traten keine weiteren Veränderungen der Kurve weder in Bezug auf Symmetrie noch Amplitude auf.

Dolgoplov *et al.* schlossen daraus, dass die jeweilige Spannung so groß ist, dass ein Durchbruch des Quanten-Hall-Effektes auftritt und die maximale Aufladung begrenzt. Dabei nahmen sie an, dass die Feldstärke der induzierten Spannung in der Nähe der Ohmschen Kontakte am grössten ist, so dass der Durchbruch zwischen 2DES und Ohmschem Kontakt stattfindet und ein weiteres Aufladen des inneren Kontaktes verhindert. Die Ladungen fließen zurück zum inneren Kontakt. Dabei nahmen sie ferner an, dass zwei Landau-Niveaus, und zwar dasjenige oberhalb und dasjenige unterhalb des Fermi-Niveaus am Durchbruch beteiligt sind. Der genaue Mechanismus soll anhand von Abbildung 7.3 erläutert werden:

- Weitab des ganzzahligen Füllfaktors liegt das Fermi-Niveau im gesamten 2DES auf der Höhe eines Landau-Niveaus (vgl. Abb. 7.3 (a)), so dass das 2DES nach der heutigen Modellvorstellung als kompressibel bezeichnet werden kann¹. Daher kann keine Spannung im 2DES induziert werden, da die Ladungsträger sofort relaxieren können (vgl. Abb. 7.3 (f), Fall (a)).
- Steigt nun das Magnetfeld an, springt das Fermi-Niveau nur in einem idealen 2DES bei ganzzahligem Füllfaktor sofort auf das nächstuntere Landau-Niveau (vgl. Abschnitt 2.9). Sind lokalisierte Zustände zwischen beiden übereinanderliegenden Landau-Niveaus vorhanden, erfolgt der Übergang nur allmählich und in der Regel symmetrisch um den ganzzahligen Füllfaktor. Befindet sich das Fermi-Niveau im Bereich lokalisierter Zustände, ist das 2DES großflächig nicht leitfähig und die nach dem Faradayschen Gesetz (7.1) verschobenen Ladungen führen zur Ausbildung einer induzierten Spannung (vgl. Abb. 7.3 (b)). Mit dem Anstieg der induzierten Spannung entsteht jedoch in der Nähe des äußeren Kontaktes eine dreiecksförmige Potentialbarriere, deren Höhe aus dem Abstand des Fermi-Niveaus im Metall zum oberen Landau-Niveau besteht. Am inneren Kontakt besteht keine Potentialbarriere für Elektronen des oberen Landau-Niveaus. Dadurch kann ein Tunnelstrom I_1^{Tunnel} zwischen äußerem und innerem Kontakt fließen, der die induzierte Spannung in ihrer Höhe begrenzt (vgl. Abb. 7.3 (f), Fall (b)). Mit größer werdendem Magnetfeld steigt die Höhe der Potentialbarriere am äußeren Kontakt, so dass der Tunnelstrom I_1^{Tunnel} für jede Feldstärke E sinkt, was das Entstehen einer größeren Potentialdifferenz zwischen dem Inneren des 2DES und dem Rand ermöglicht.
- Befindet sich das 2DES bei ganzzahligem Füllfaktor in der Mitte zwischen beiden Landau-Niveaus, ist die Höhe der Potentialbarriere am äußeren Kontakt bereits recht groß, so dass der Tunnelstrom I_1^{Tunnel} hier klein ist (vgl. Abb. 7.3 (c)). Spätestens ab jetzt muss jedoch berücksichtigt werden, dass für das Landau-Niveau unterhalb der Fermi-Energie am inneren Kontakt ebenfalls eine dreiecksförmige Tunnelbarriere besteht, die Elektronen erlaubt, aus dem unteren Landau-Niveau auf den inneren Kontakt zu tunneln. Auf der Seite des äußeren Kontaktes besteht

¹Zum Zeitpunkt der Veröffentlichung von Dolgoplov *et al.* [92] war das Bild der Ausbildung von kompressiblen und inkompressiblen Bereichen noch nicht bekannt.

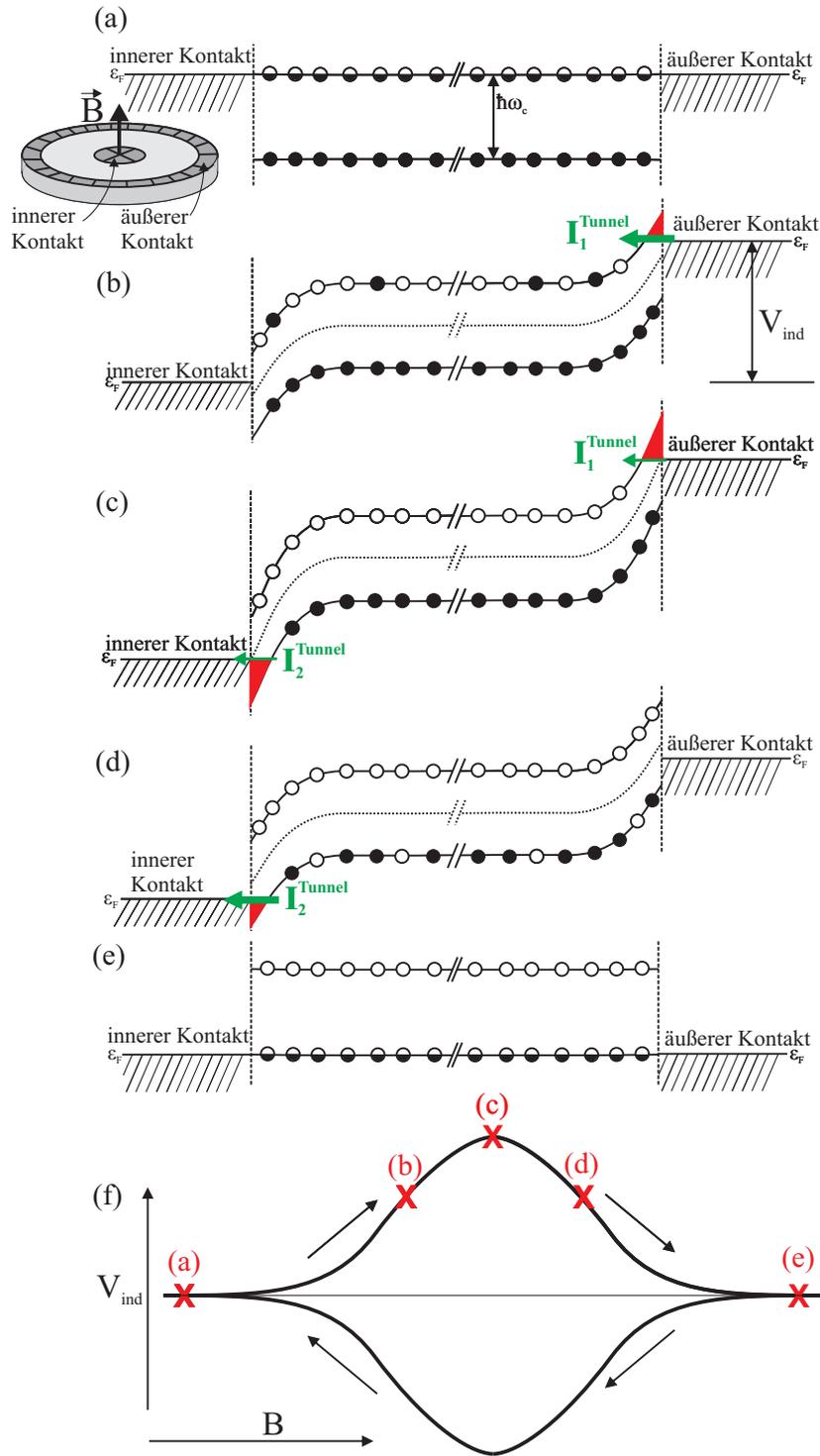


Abbildung 7.3.: Schematische Darstellung des Modells zur Erklärung der Hysterese-Effekte nach Dolgoplov *et al.* [92]. (a) Ausgangssituation eines vollständig kompressiblen 2DES. (b)-(d) Verschiebt sich das obere Landau-Niveau leicht über das Fermi-Niveau der Kontakte, kann eine elektrische Aufladung erfolgen. Diese führt zur Verbiegung der Landau-Niveaus im Bereich der Kontakte, so dass hier Tunnelbarrieren entstehen, die zur Ausbildung von Tunnelströmen führen. (e) Situation nach Durchfahren eines Füllfaktorbereiches. Das 2DES ist wieder vollständig kompressibel. (f) Zuordnung der Situationen (a)-(e) auf die einzelnen Bereiche der Hysterese.

für die Ladungsträger auf dem unteren Landau-Niveau keine Potentialbarriere, so dass der Tunnelstrom I_2^{Tunnel} durch die Potentialbarriere am inneren Kontakt festgelegt wird. Es fließen daher zwei Tunnelströme I_1^{Tunnel} und I_2^{Tunnel} , einmal über das obere, einmal über das untere Landau-Niveau, d.h. sie sind parallel geschaltet. Der eine wird durch die Barriere am äußeren, der andere durch die Barriere am inneren Kontakt begrenzt. Da sich das Fermi-Niveau in der Mitte zwischen den beiden Landau-Niveaus befindet, ist die Höhe der Tunnelbarrieren am äußeren und inneren Kontakt identisch. Unter der Annahme symmetrischer Kontakte tragen damit beide Tunnelbarrieren jetzt gleichermaßen zur Summe der Tunnelströme bei. Dennoch ist diese Summe hier minimal, so dass die Potentialdifferenz zwischen dem Inneren des 2DES und dem Rand den größten Wert annehmen kann. (vgl. Abb. 7.3 (f), Fall (c)).

- Steigt das Magnetfeld weiter an, vergrößert sich die Höhe der Tunnelbarriere am äußeren Kontakt soweit, dass der Tunnelstrom I_1^{Tunnel} hier vernachlässigt werden kann (vgl. Abb. 7.3 (d)). Da die Höhe der Tunnelbarriere am inneren Kontakt sinkt, steigt der I_2^{Tunnel} jedoch schneller an als I_1^{Tunnel} sinkt, so dass der Strom in der Summe insgesamt ansteigt und die Potentialdifferenz zwischen Innen und Außen sinkt (vgl. Abb. 7.3 (f), Fall (d)).
- Hat das Fermi-Niveau im 2DES das nächste Landauniveau erreicht (vgl. Abb. 7.3 (e)), ist das 2DES wieder vollständig kompressibel und es kann keine Spannung mehr induziert werden (vgl. Abb. 7.3 (f), Fall (e)).
- Die Kurve bei sinkendem Magnetfeld entsteht analog, allerdings wird eine Spannung mit umgekehrter Polarität induziert, so dass der innere Kontakt nun das jeweils höhere Potential annehmen wird.

Unter der Annahme symmetrischer Kontakte begründeten Dolgoplov *et al.* die symmetrische Form der Hysteresekurve damit, dass die Summe der Tunnelströme vom 2DES zum äußeren sowie vom 2DES zum inneren Kontakt bei ganzzahligem Füllfaktor minimal ist, während weiter weg vom ganzzahligen Füllfaktor je nach Situation der Tunnelstrom zum Inneren oder der Tunnelstrom zum äußeren Kontakt überwiegt und die Summe der Tunnelströme damit mit dem Abstand des Magnetfeldes vom ganzzahligen Füllfaktor ansteigt. Sie konnten mathematisch zeigen, dass mit Hilfe dieses Modells zudem die Kurvenform der induzierten Spannung gut nachgebildet werden kann. Im Detail muss jedoch auch Kritik an der Modellvorstellung geübt werden:

- Dolgoplov *et al.* nehmen für die Kontakte zum 2DES den Flachbandfall an, d.h. unterschiedliche Austrittsarbeiten von 2DES und Kontaktmaterial bleiben unberücksichtigt. Insbesondere aus den Experimenten von Ahlswede *et al.* [19] ist zwischenzeitlich bekannt, dass auch vor Ohmschen Kontakten eine partielle Verarmung existiert. Die Annahme von Flachbandbedingungen ist damit nicht zulässig.
- Zur Erklärung der Symmetrie der Hysterese benötigt Dolgoplov *et al.* einen äußeren und einen inneren Kontakt (vgl. Abb. 7.4 (a)). Die im Rahmen dieser Arbeit selbst gemessenen Spannungshysterese wurden jedoch mittels SET bestimmt, so

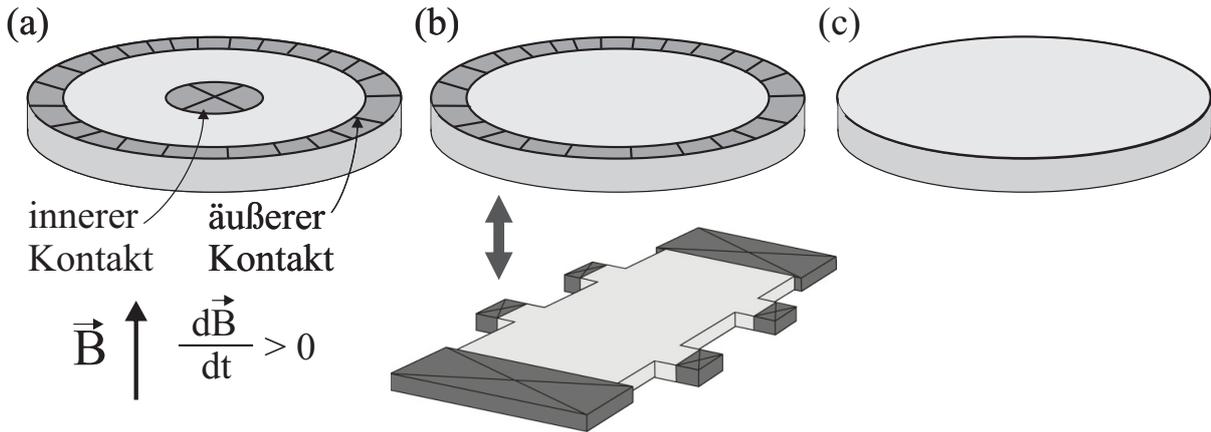


Abbildung 7.4.: Verschiedene Kontaktierungen von Proben, an denen Hysterese-Effekte nachgewiesen werden konnten. (a) Dolgoplov *et al.* [92] verwendeten Corbino-Proben mit einem äußeren und einem inneren Ohmschen Kontakt. (b) Klaffs *et al.* [94] und Hüls *et al.* [93] beobachteten Hysteresen an Corbino-Geometrien, die lediglich äußere Kontakte besaßen. Analog dazu können die eigenen Experimente angesehen werden, da die Hallprobe ebenfalls lediglich einen äußeren Kontakt aufweist. (c) Kavokin *et al.* [95] wiesen über Magnetisierungsmessungen Hysteresen an kontaktfreien Corbino-Proben nach.

dass hier kein innerer Kontakt vorhanden war (vgl. Abb. 7.4 (b), wobei hier wieder gedanklich die Hallgeometrie in eine Corbinoprobe übertragen werden kann). Auch aus den Experimenten von Klaffs *et al.* [94] und Hüls *et al.* [93] konnten ähnliche Hysteresen an Hallproben ohne innerem Kontakt festgestellt werden. Kavokin *et al.* [95] zeigten im Rahmen von Magnetisierungsmessungen sogar Hysteresen an Proben ohne jeglichen elektrischen Kontakt (vgl. Abb. 7.4 (c)).

- Dolgoplov *et al.* nehmen die Existenz zweier separater Tunnelströme an. Diese Annahme bedingt, dass kein Ausgleich der injizierten Ladungsträger im Bulk des 2DES stattfindet, d.h. dass ins obere Landau-Niveau injizierte Elektronen mit Löchern im unteren Landau-Niveau rekombinieren. Wäre dies der Fall, müssten Ladungsträger beide Tunnelbarrieren durchqueren, um von einem Kontakt zum anderen zu gelangen, so dass der Charakter einer Serienschaltung der Tunnelwiderstände entstehen würde.

Die Kurvenform der im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Hysteresekurven (vgl. Abb. 6.1) entspricht der von Dolgoplov *et al.* für kleine Werte von C_0 . Dies ist nachvollziehbar, da keine Kapazität parallel zum 2DES existiert und dessen eigene Kapazität vermutlich sehr klein ist. Es scheint sinnvoll zu sein, Inter-Landau-Niveau-Tunnelprozesse als limitierende Größe für die induzierte Spannung zu betrachten. Als Ort für die Tunnelprozesse ist nicht die unmittelbare Umgebung der Kontakte, sondern die inkompressiblen Bereiche zu wählen. Nachfolgend soll daher ein entsprechendes Modell aufgestellt werden.

7.3. Modell des Quanten-Hall-Effektes unter Berücksichtigung von Inhomogenitäten

Im Grundlagen-Kapitel 2 wurde das Bild von kompressiblen und inkompressiblen Streifen entlang des Probenrandes zur Erläuterung des Quanten-Hall-Effektes verwendet. Auf die Bedeutung von Inhomogenitäten sowie damit verbundenen Elektronendichteschwankungen in realen Proben wurde dabei nur kurz eingegangen. Da diese jedoch vermutlich entscheidend für die symmetrische Kurvenform der Hysteresekurve sind, soll an dieser Stelle die Rolle der Inhomogenitäten nochmals genauer untersucht werden. Dazu sind die verschiedenen vermuteten Stadien der Ausbildung von kompressiblen und inkompressiblen Bereichen im Bereich des Randes in Abbildung 7.5 beim Durchlaufen des Quanten-Hall-Regimes dargestellt. Vereinfachend findet dabei jeweils nur der innerste inkompressible Streifen Berücksichtigung, da weiter außenliegende Streifen mit kleinerem lokalem Füllfaktor in der Regel nicht ausreichend ausgebildet sind und daher als nicht-isolierend betrachtet werden können.

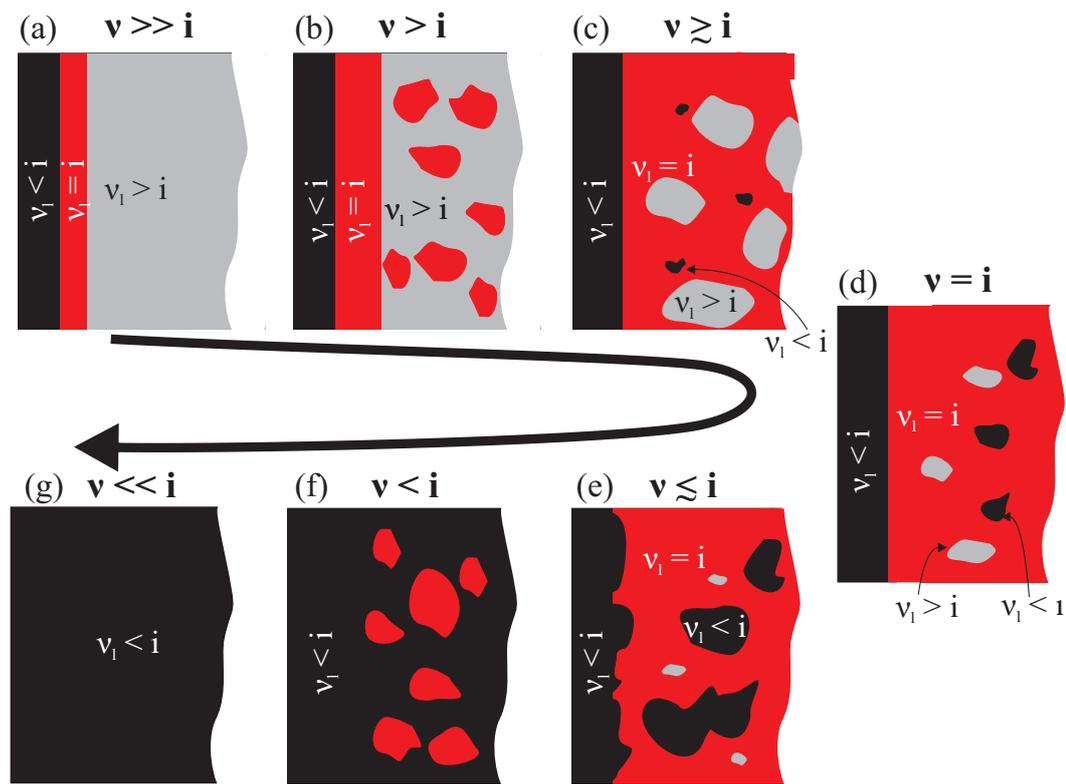


Abbildung 7.5.: Schematische Darstellung des Quanten-Hall-Effektes unter Berücksichtigung von Inhomogenitäten. Bewegt sich der Füllfaktor über den ganzzahligen Wert i hinweg, nehmen kompressible Bereiche mit lokalem Füllfaktor $\nu_1 > i$ ab, während kompressible Bereiche mit lokalem Füllfaktor $\nu_1 < i$ zunehmen. In der Nähe des ganzzahligen Füllfaktors sind zudem große inkompressible Flächen $\nu_1 = i$ vorhanden.

- Abbildung 7.5 (a) stellt die Situation oberhalb eines ganzzahligen Füllfaktors i , d.h. am Beginn des Quanten-Hall-Plateaus dar. Am kompressiblen Rand sind die einzelnen Landau-Niveaus gegenüber dem Inneren des 2DES zu höheren Energien hin verschoben, so dass der lokale Füllfaktor $\nu_1 < i$ ist. Daneben ist bereits der innerste inkompressible Streifen mit dem lokalen Füllfaktor $\nu_1 = i$ ausgebildet, während im Inneren des 2DES ein lokaler Füllfaktor $\nu_1 > i$ vorliegt.
- Steigt das Magnetfeld an, vergrößert sich, wie in Abbildung 7.5 (b) dargestellt, die Breite des inkompressiblen Streifens. Darüber hinaus können jedoch auch im Inneren des 2DES einzelne lokalisierte Bereiche mit lokalem Füllfaktor $\nu_1 = i$ vorliegen. Dies ist dort der Fall, wo aufgrund von Inhomogenitäten lokal eine geringere Ladungsträgerdichte vorhanden ist, so dass der ganzzahlige Füllfaktor bereits bei einem geringeren Magnetfeld erreicht wird.
- Befindet sich der Füllfaktor mit weiter ansteigendem Magnetfeld nur noch knapp oberhalb des ganzzahligen Wertes i (vgl. Abb. 7.5 (c)), ist nicht nur der inkompressible Streifen am Rand weiter angewachsen. Auch ein Großteil des Inneren ist nun flächig inkompressibel ($\nu_1 = i$). Noch sind jedoch einige Stellen zu finden, an denen der lokale Füllfaktor noch größer als i ist. Vereinzelt können jedoch bereits lokalisierte Zustände mit einem lokalen Füllfaktor $\nu_1 < i$ zu finden sein.
- Bei ganzzahligem Füllfaktor $\nu = i$ ist nahezu das gesamte Innere des 2DES inkompressibel (vgl. Abb. 7.5 (d)). Dennoch sind noch immer einige kompressible Zustände mit $\nu_1 > i$ zu finden. Ihr Anteil hält sich aber die Waage mit ebenfalls kompressiblen Zuständen mit $\nu_1 < i$.
- Ist der ganzzahlige Füllfaktor zu größeren Magnetfeldern hin knapp überschritten (vgl. Abb. 7.5 (e)), nehmen kompressible Bereiche mit $\nu_1 > i$ weiter ab, während die Zahl und Größe der kompressiblen Inseln mit $\nu_1 < i$ steigt. Zudem „schrumpft“ der inkompressible Bereich auch von Rand her.
- Wächst das Magnetfeld weiter an, besitzt das 2DES bereits größtenteils einen lokalen Füllfaktor $\nu_1 < i$ und ist hier kompressibel. Es existieren lediglich einzelne inkompressible Bereiche mit $\nu_1 = i$. Diese Situation ist in Abbildung 7.5 (f) dargestellt.
- Wird das Magnetfeld noch weiter erhöht, ist es vollständig kompressibel mit $\nu_1 < i$ (vgl. Abb. 7.5 (g)), bevor sich bei Annäherung an den nächsten ganzzahligen Füllfaktor $i - 1$ erneut ein inkompressibler Randstreifen ausbildet und eine Situation analog zu Abbildung 7.5 (a) bezogen auf den nächsten Füllfaktor hergestellt ist.

Durch die Einbeziehung lokalisierter kompressibler Inseln mit lokalem Füllfaktor $\nu_1 < i$ und $\nu_1 > i$ entsteht somit insbesondere in der Nähe des ganzzahligen Füllfaktors $\nu = i$ eine gewisse Symmetrie: Bei $\nu > i$ übertreffen die lokalisierten kompressiblen Bereiche mit $\nu_1 > i$ in Größe und Zahl die der lokalisierten kompressiblen Bereiche mit $\nu_1 < i$, während das Verhältnis sich für $\nu < i$ umkehrt. Die Landschaft kompressibler und inkompressibler Bereiche am Rande, dargestellt in Abbildung 7.5, soll die Basis für die folgende Diskussion sein.

7.4. Modellvorstellung basierend auf Quasi-Elastischer Inter-Landau-Level-Streuung (QUILLS)

Bereits 1986 entwickelten Eaves *et al.* [96] ein Modell, das quasi-elastische Übergänge zwischen benachbarten Landau-Niveaus für den Zusammenbruch des Quanten-Hall-Effektes verantwortlich macht. Der Zusammenbruch drückt sich in der Ausbildung eines von Null verschiedenen longitudinalen Widerstandes R_{xx} aus, wenn einer Hallprobe ein (zu) großer Strom aufgebracht wird. Auch die Hall-Plateaus verschwinden.

Abbildung 7.6 zeigt, dass die Wellenfunktionen zweier verkippter Landauniveaus eine räumliche Überlappung aufweisen, die abhängig ist vom Abstand zweier Stellen mit gleicher Energie. Die Ausdehnung A_n der Wellenfunktion in einem Landau-Niveau mit

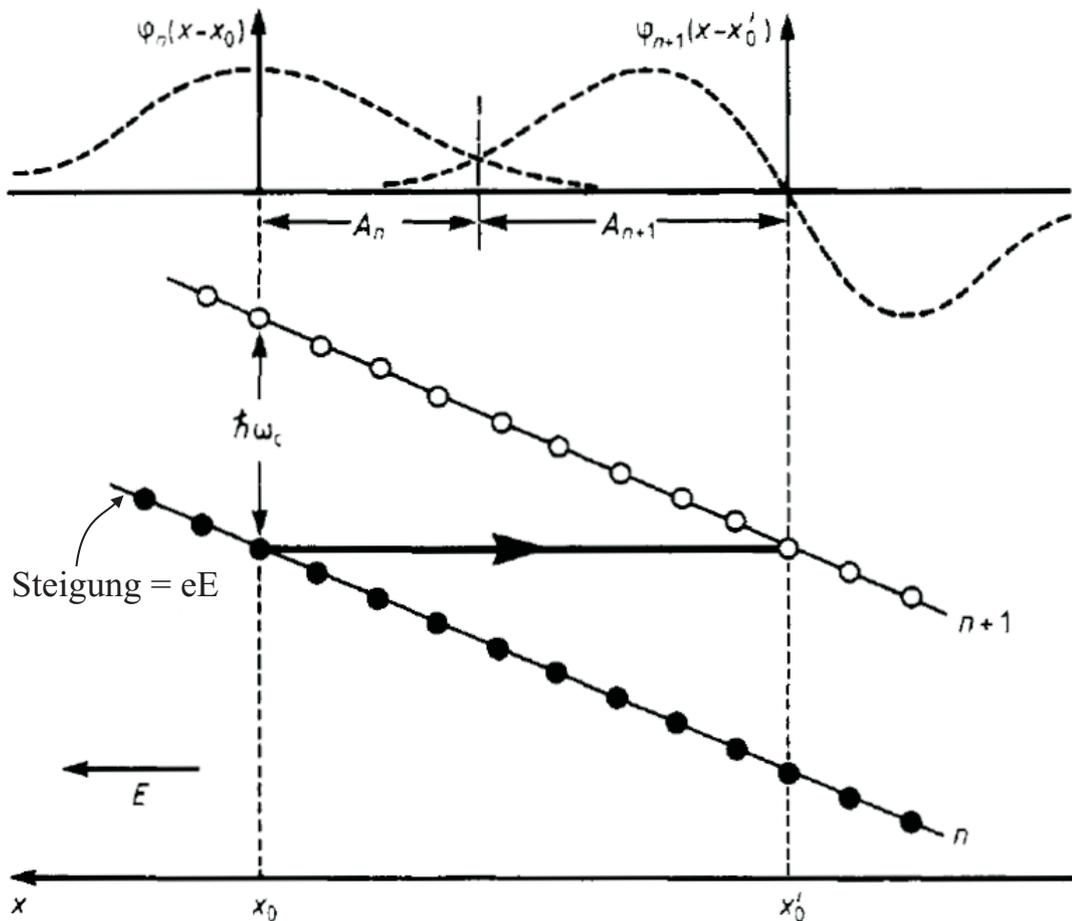


Abbildung 7.6.: Schematische Darstellung der Quasi-Elastischen Inter-Landau-Level-Streuung. Überlappen die Wellenfunktionen übereinanderliegender Landau-Niveaus aufgrund ihrer Verkipfung, kann ein Tunneln der Elektronen von obersten besetzten in das unterste unbesetzte Landau-Niveau erfolgen (Bild entnommen von Eaves *et al.* [96] und angepasst).

der Quantenzahl n beträgt $A_n = (2n + 1)^{(1/2)}l_B$. Als Forderung für eine Überlappung zweier benachbarter Landau-Niveaus kann $A_n + A_{n+1} = x_0 - x'_0$ gelten. Dabei stellen x_0 und x'_0 die Orte dar, an denen beide Landau-Niveaus die gleiche Energie besitzen. Da die Verkipfung der Landau-Niveaus durch das elektrische Feld eE beträgt, liegt ein kritisches Feld E_c vor, wenn gilt

$$E_c = \frac{\hbar\omega_c}{el_B [(2n + 1)^{1/2} + (2n + 3)^{1/2}]} \quad (7.6)$$

Zu berücksichtigen ist, dass hierbei als Energiedifferenz zum nächsthöheren Landau-Niveau $\hbar\omega_c$ angenommen wurde, so dass Gleichung (7.6) nur für geradzahlige Füllfaktoren gültig ist. Bei ungeradzahligen Füllfaktoren besteht die Energiedifferenz zum nächsthöheren Landau-Niveau nur aus der Spinaufspaltung und ist deutlich geringer.

Verwendet man Gleichung (7.6) zur Abschätzung der maximalen Feldstärke, so ergeben sich für $B_{\nu=2} = 2,62$ T und $B_{\nu=4} = 1,31$ T kritische Feldstärken $E_c^{\nu=2} \approx 10 \times 10^4$ V/m und $E_c^{\nu=4} \approx 2,5 \times 10^4$ V/m. Schon bei einer abgeschätzten Breite von nur ca. $b = 0,1 \mu\text{m}$ für den inkompressiblen Streifen bedeutet dies eine maximal induzierte Spannung $V_{\text{ind}} = b \cdot E_c$ von ca. 10 mV (bei $\nu = 2$) bzw. ca. 2,5 mV (bei $\nu = 4$), was zumindest von der Größenordnung her mit den gemessenen Werten (ca. 40 mV bei $\nu = 2$ und ca. 6 mV bei $\nu = 4$) übereinstimmt.

Verkippte Landau-Niveaus treten lediglich in inkompressiblen Bereichen auf. Abbildung 7.7 (I) zeigt die Verteilung der kompressiblen und inkompressiblen Bereiche einer realen Probe leicht oberhalb eines ganzzahligen Füllfaktors i . An den kompressiblen Rand mit lokalem Füllfaktor ($\nu_1 < i$) schließt sich ein inkompressibler Streifen ($\nu_1 = i$) an, der die Probe vollständig umschließt, gefolgt von einem größtenteils kompressiblen Inneren des 2DES ($\nu_1 > i$). Zusätzlich sind im Inneren lokalisierte Zustände ($\nu_1 = i$) zu finden. Abbildung 7.7 (a) zeigt die Lage der Landau-Niveaus ohne induzierte Spannung für $dB/dt = 0$. Die gesamte Verkipfung eines Landau-Niveaus über einem inkompressiblen Streifen beträgt unter Vernachlässigung der Spinaufspaltung $\hbar\omega_c$, was typischerweise lediglich wenige meV sind (1,7 meV bei $B = 1$ T). Wird jetzt das Magnetfeld variiert und steigt an, werden Ladungen aus dem Inneren herausverschoben und das Innere lädt sich positiv auf. Die Verkipfung der Landau-Niveaus über dem inkompressiblen Streifen nimmt zu, bis die kritische Feldstärke E_c erreicht ist und Elektronen durch Tunnelprozesse ins Innere des 2DES gelangen können (vgl. Abbildung 7.7 (c)). Die analoge Situation ist für ein sinkendes Magnetfeld ($dB/dt < 0$) in Abbildung 7.7 (e) dargestellt. Aufgrund der negativen Aufladung des inneren Bereiches sind die Landau-Niveaus des inkompressiblen Streifens jetzt nach oben verkippt. Es besteht eine geringe Asymmetrie zwischen beiden Fällen, da die Landau-Niveaus des inkompressiblen Streifens bereits ohne Magnetfeldänderung leicht verkippt sind (vgl. Abb. 7.7 (a)). Da diese Verkipfung für $dB/dt < 0$ erst kompensiert werden muss bevor eine Verkipfung in die Gegenrichtung stattfindet, sollte die maximal induzierte Spannung in diesem Fall leicht vergrößert sein. Es wird jedoch an dieser Stelle davon ausgegangen, dass dies messtechnisch nicht aufgelöst werden konnte.

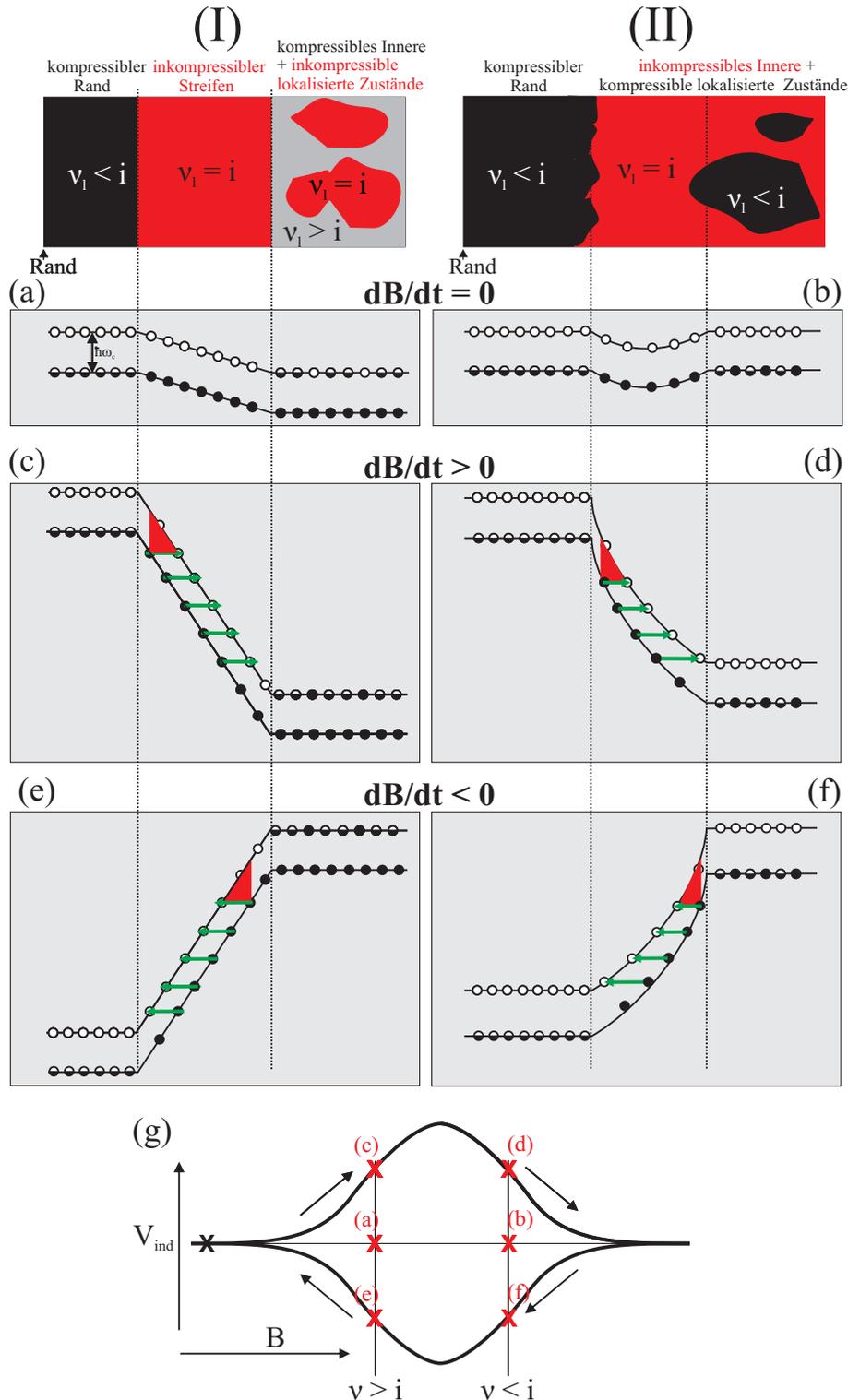


Abbildung 7.7.: Darstellung zur Erläuterung der beobachteten Hysterese-Effekte mittels Quasi-Elastischer Inter-Landau-Level-Streuung. (I) Situation oberhalb des ganzzahligen Füllfaktors: (a) Situation ohne induzierte Potentialdifferenz, d.h. mit $dB/dt = 0$ und nach erfolgter Relaxation. (c) Situation mit positiv geladenem Inneren des 2DES, d.h. bei $dB/dt > 0$. (e) Situation mit negativ geladenem Inneren des 2DES, d.h. bei $dB/dt < 0$. Analog dazu (II) für einen Füllfaktor oberhalb des ganzzahligen Wertes. (g) Zuordnung der Situationen (a)-(f) auf die einzelnen Bereiche der Hysterese.

Während der Anstieg des 2DES-Potentials mit steigendem Magnetfeld auf der linken Seite der Hystereseurve ($\nu > i$) mit einer wachsenden Breite des inkompressiblen Streifens erklärt werden kann, bedarf das Absinken der Potentials auf der rechten Seite der Hystereseurve ($\nu < i$) einer gesonderten Betrachtung. Die vermutete Verteilung der kompressiblen und inkompressiblen Bereiche bei $\nu < i$ ist schematisch in Abbildung 7.7 (II) dargestellt. An den kompressiblen Rand $\nu_1 < i$ schließt sich ein weitgehend inkompressibles Innere des 2DES $\nu_1 = i$ an, jedoch sind hier zahlreiche kompressible Inseln mit $\nu_1 < i$ vorhanden. Abbildung 7.7 (b) zeigt den Verlauf der Landau-Niveaus ohne Magnetfeldänderung. Wird das Magnetfeld erhöht ($dB/dt > 0$), laden sich die kompressiblen Inseln im Inneren des 2DES positiv auf, bis Tunnelprozesse zwischen den Landau-Niveaus einsetzen (siehe Abb. 7.7 (d)). Die analoge Situation für sinkendes Magnetfeld ($dB/dt < 0$) ist in Abbildung 7.7 (f) dargestellt und ist vollkommen symmetrisch zu (d). Abbildung 7.7 (g) zeigt überblicksartig die Zuordnung der zuvor dargestellten Zeichnungen der Landau-Niveaus auf verschiedene Teile der Hystereseurve.

Um die Symmetrie der Hystereseurve zu erklären, muss die Breite inkompressibler Bereiche insbesondere am Rand in Abhängigkeit vom Magnetfeld betrachtet werden. Unter Berücksichtigung von Inhomogenitäten wird die Zahl und Größe kompressibler Bereiche bei ganzzahligem Füllfaktor $\nu = i$ den geringsten Wert annehmen, so dass die Abstände zwischen dem kompressiblen Rand und den einzelnen kompressiblen Zuständen damit tendenziell maximal werden. Damit kann hier die größtmögliche Potentialdifferenz induziert werden. Zu kleineren und größeren Magnetfeldern hin nehmen die kompressiblen Anteile insgesamt zu, die Abstände dazwischen reduzieren sich und die maximalen Potentialdifferenzen zwischen Innen und Außen nehmen ab. Eine ähnlich symmetrische Kurvenform um einen ganzzahligen Füllfaktor herum ist auch aus Messungen der kritischen Stromdichte in Abhängigkeit vom Magnetfeld bekannt [97].

7.5. Nähere Betrachtung des quasi-statischen und des dynamischen Hysteresebereiches

Bereits in Abschnitt 6.2.2 wurde die Hystereseurve in einen äußeren, dynamischen sowie einen inneren, quasi-statischen Bereich unterteilt. Schematisch ist dies nochmals in Abbildung 7.8 dargestellt. Die beiden Bereiche zeichnen sich durch unterschiedlich lange Relaxionszeiten aus. In beiden Bereichen müssen daher unterschiedliche Relaxationsmechanismen dominieren.

Wir interpretieren das Verhalten wie folgt:

Die obere Grenze des dynamischen Bereichs wird durch einen starken Anstieg des Inter-Landau-Niveau-Tunnelstroms festgelegt, der eine weitere Aufladung des inneren Bereichs verhindert. An der unteren Grenze des dynamischen Bereiches ist der Tunnelstrom

hingegen bereits stark unterdrückt, so dass er kaum noch Relevanz besitzt. Während sich das System bei veränderlichem Magnetfeld stets in der Nähe der oberen Grenze des dynamischen Bereiches befindet, führt der Tunnelstrom bei einem Abschalten der Magnetfeldänderung zu einer schnellen Relaxation des dynamischen Bereiches. Anschließend fließt der Rest-Wirbelstrom idealerweise dissipationslos um die Probe, so dass eigentlich keine weitere Relaxation auftreten sollte. Durch Streuprozesse an Phononen (da $T > 0$ K) wird in der Realität dennoch auch das Rest-Ungleichgewicht allmählich relaxieren, wodurch die Zeitkonstante des quasi-statischen Bereiches festgelegt wird. Diese Vorstellung kann durch Jones *et al.* [98, 99] bestätigt werden, die nicht nur ein ähnliches, zweigeteiltes Relaxationsverhalten feststellen konnten, sondern zudem den Einfluß der Temperatur auf die quasi-statische Zeitkonstante untersuchten. Sie stellten fest, dass diese mit steigender Temperatur im Bereich zwischen 40 mK und 400 mK rapide abnimmt.

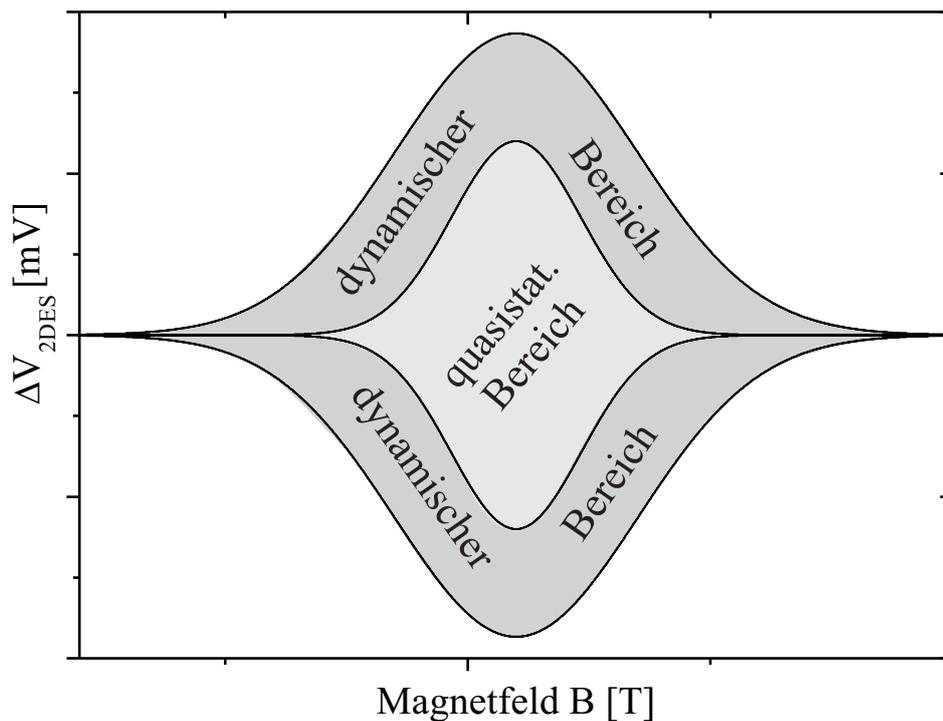


Abbildung 7.8.: Basierend auf den Ergebnissen der Relaxationsmessung kann die Hysteresefläche in zwei Bereiche eingeteilt werden. Im dynamischen Bereich am Rand wird eine sehr schnelle Relaxation des Potentials gemessen. Der Abfall der Messkurve wird dabei von der Zeitkonstanten der Regelelektronik (ca. 2 s) begrenzt. Im Inneren der Hysteresefläche existiert hingegen ein quasi-statischer Bereich, in dem Relaxationsprozesse nur im Zeitraum von Stunden stattfinden.

7.6. Erklärung der Feinstruktur der Hysteresekurve

In den Messungen in Abschnitt 6.4 wurde gezeigt, dass die Hysteresekurve bei $\nu = 1$ eine zusätzliche Feinstruktur aufweist, die sich durch zahlreiche kleine Spannungseinbrüche auszeichnen. Diese treten zwar im Bereich der maximalen Potentialänderung ΔV_{2DES} auf, sind jedoch auf der Seite kleinerer Magnetfelder auch noch in deutlich größerem Abstand zu finden als auf der Seite größerer Magnetfelder.

Auch Phillips *et al.* [100] konnten bei Magnetisierungsmessungen Hysteresen mit einer ähnlichen Feinstruktur beobachten. Als Erklärung greifen sie hier das Modell des „selbstorganisierten kritischen Zustandes“ (engl. „self-organized criticality“, kurz SOC) auf. Dieses Modell, das in seiner ursprünglichen Form das Abrutschen von Sand eines aufgeschütteten Haufens betrachtet [101, 102], kann auf den Durchbruch des Quanten-Hall-Effektes übertragen werden, wenn der Durchbruch als „lawinenartig“ betrachtet wird. Ein wichtige Aussage des Modells ist, dass keine feste Grenze genannt werden kann bei der ein Durchbruch geschieht, sondern lediglich ein Spannungsbereich, in dem die Wahrscheinlichkeit für einen Durchbruch stark ansteigt. Dies wird beim Sandhaufen dadurch verursacht, dass zusätzlicher Sand an einer „zufälligen“ Stelle des Haufens aufgebracht wird. Analog dazu kann es ebenfalls als zufällig erachtet werden, an welcher Stelle eine einzelne zusätzliche Ladung innerhalb des innersten inkompressiblen Streifens hinzugefügt wird. Während das Modell jedoch nur die Entstehung der beobachteten Kurvenform mit den zahlreichen Einbrüchen beschreibt, soll nachfolgend noch eine mögliche Ursache für die einzelnen Durchbrüche gegeben werden.

In vorangegangenen Abschnitt 7.4 wurde die Breite inkompressibler Bereiche am Rand für die Höhe der maximalen Potentialdifferenz verantwortlich gemacht. Es wurde gefordert,

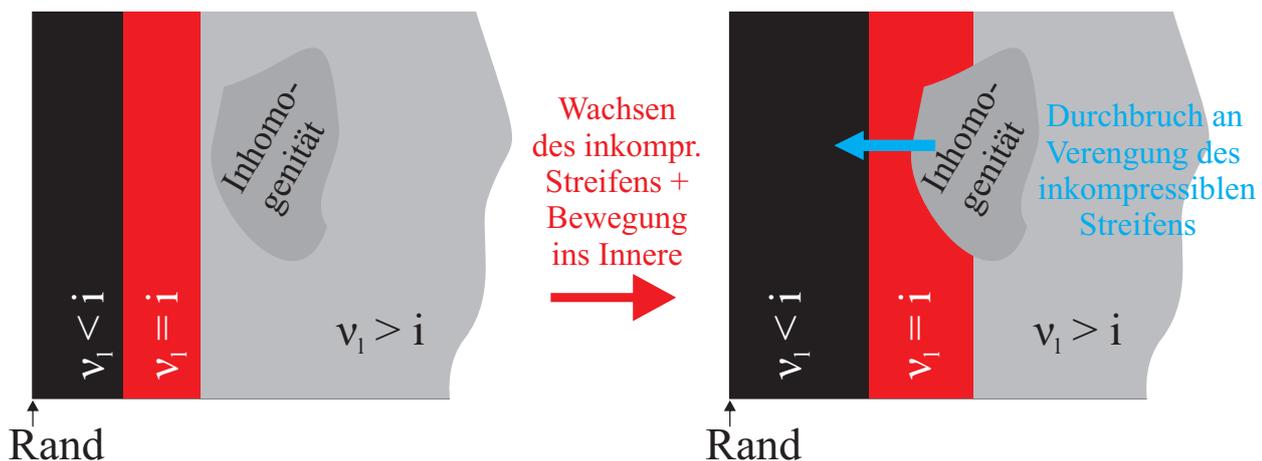


Abbildung 7.9.: Schemazeichnung zur Erläuterung der beobachteten Feinstruktur der Hysterese um $\nu = 1$. Aufgrund von Inhomogenitäten kann eine lokale Verengung des inkompressiblen Randstreifens erfolgen, so dass hier ein spontaner Durchbruch erfolgen kann.

dass diese in Richtung des ganzzahligen Füllfaktors zunimmt, so dass auch eine größere Potentialdifferenz aufrechterhalten werden kann. Während dies in der Regel zutreffend ist, können jedoch auch vereinzelt Situationen entstehen, bei denen eine Zunahme des Magnetfeldes die Breite des inkompressiblen Randstreifens zumindest temporär verringert, was ausreichend für einen Durchbruch sein kann. Eine solche Situation ist in Abbildung 7.6 dargestellt. In der Ausgangssituation (a) befindet sich der inkompressible Streifen nahe am Rand des 2DES. Im Inneren existiert in der Nähe des inkompressiblen Randes eine kompressible Inhomogenität. Mit steigendem Magnetfeld wird der inkompressible Rand breiter und verschiebt sich in Richtung zum Inneren des 2DES. Ehemals kompressible Gebiete im Inneren werden dabei inkompressibel. „Widersetzt“ sich die Inhomogenität zumindest für ein gewisses ΔB diesem Prozess, kann sich der inkompressible Streifen an dieser Stelle kurzzeitig nicht weiter ins Innere ausdehnen, während er vom Rand her schmaler wird. Insgesamt nimmt seine Breite daher an dieser Stelle ab, was zu einem Durchbruch führen kann. Ist die Inhomogenität ebenfalls inkompressibel geworden, kann der Streifen hingegen „normal“ ins Innere weiterwachsen. Derartigen kurzzeitigen Durchbrüchen wird die beobachtete Feinstruktur zugeschrieben. Zwar muss an dieser Stelle offen bleiben, warum diese nur bei der Hysterese um $\nu = 1$ auftraten, es liegt jedoch ein Zusammenhang nahe mit der Tatsache, dass die Energielücke bei $\nu = 2$ durch die größere Landau-Energie $\hbar\omega_c$ abzüglich der kleinen Spinaufspaltung $g^*\mu_B B$ gegeben ist, während sie bei $\nu = 1$ nur aus der kleinen Spinaufspaltung $g^*\mu_B B$ besteht.

7.7. Abschätzung zur Kapazität des 2DES-Inneren und der Veränderung der Ladungsträgerkonzentration

In der in Abschnitt 5.2 beschriebenen Anordnung bewirkt eine Magnetfeldänderung $dB/dt > 0$, dass Elektronen aus dem inneren Bereich des 2DES herausverschoben werden, während sie bei $dB/dt < 0$ ins Innere hineingeschoben werden. Mit Auftreten des Durchbruches bleibt die Ladungsträgerkonzentration jedoch auch bei einer weiteren Veränderung des Magnetfeldes nahezu konstant. Die Zahl der Ladungsträger, die bis zu einem Durchbruch zusätzlich auf das Innere des 2DES geschoben bzw. von dort entfernt werden kann, kann aus dem Potential des Inneren des 2DES sowie einer Abschätzung der elektrostatischen Kapazität des 2DES-Inneren bestimmt werden. Eine untere Abschätzung für diese Kapazität stellt die Eigenkapazität der Fläche des 2DES dar. Die Eigenkapazität ist die Kapazität einer Elektrode unter der Annahme, dass sich alle umgebenden Elektroden in unendlichem Abstand dazu befinden. Nach Simonyi [33] ist die Eigenkapazität einer Ellipse mit den Halbachsen a und b gegeben durch:

$$C^\infty(a, b) = 8\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \left(\int_0^\infty \frac{d\lambda}{\sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)\lambda}} \right)^{-1}. \quad (7.7)$$

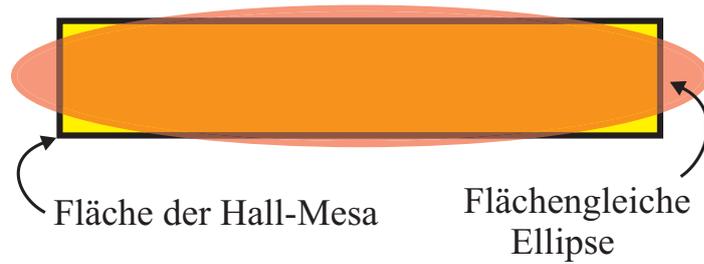


Abbildung 7.10.: Abschätzung der Eigenkapazität mittels Ellipsen-Geometrie.

Für $a = b = R_0$ lässt sich das Integral analytisch lösen und man erhält die Eigenkapazität einer Kreisscheibe mit dem Radius R_0

$$C^\infty(R_0) = 8\epsilon_0\epsilon R_0. \quad (7.8)$$

Da die Hallprobe tatsächlich jedoch rechteckig ist, kann die Gleichung (7.8) nur zur groben Abschätzung dienen. Eine untere Abschätzung stellt dabei sicherlich der größte noch in die Hallprobe hineinpassende Kreis dar, der demnach den Durchmesser der kürzeren Seite der Hallprobe ($50 \mu\text{m}$) besitzt, während als obere Abschätzung der kleinste Kreis dienen kann, der die Hallprobe vollständig umschließt und damit den Durchmesser $d = \sqrt{l^2 + b^2} \approx 265 \mu\text{m}$ besitzt. Dies führt nach (7.8) zu einer Eigenkapazität zwischen $C_{\min}^\infty \approx 2,3 \times 10^{-14} \text{ F}$ und $C_{\max}^\infty \approx 1,2 \times 10^{-13} \text{ F}$. Eine sicherlich bessere Abschätzung erhält man, wenn man die rechteckige Hallprobe durch ein flächengleiches Ellipsoid mit identischen Seitenverhältnis annähert (vgl. Abb. 7.10 (c)) und Gleichung (7.7) numerisch löst. Dies führt zu einer Eigenkapazität von $C_{\text{ellipsoid}}^\infty \approx 7,0 \times 10^{-14} \text{ F}$.

Jedoch muss angemerkt werden, dass die Eigenkapazität stets eine untere Abschätzung der Kapazität darstellt, während die tatsächliche Kapazität in Anwesenheit von Elektroden größer ist. Daher muss nun noch der Einfluß von Elektroden abgeschätzt werden. Als Elektroden, die eine Kapazität zum inneren Bereich des 2DES bilden könnten, kommen zum einen der äußere Bereich des 2DES, zum anderen auch die großflächige, geerdete Kontaktfläche auf der Rückseite des Waferstücks der Hallprobe in Frage.

- Die Bestimmung der Kapazität zwischen dem inneren Bereich des 2DES und dem äußeren Rand erscheint aufgrund der inhomogenen Feldverteilung auf den ersten Blick schwierig. Für eine Abschätzung darf jedoch vereinfachend angenommen werden, dass ein Großteil des Spannungsabfalls in unmittelbarer Nähe des Randes erfolgt. Als analoge Geometrie können daher zwei lange, gerade Drähte mit dem Radius a und dem Abstand $2w$ angenommen werden, wobei hier a der halben Breite b des kompressiblen Bereiches am Rand und $2w$ der Summe aus der Breite des inkompressiblen Streifens sowie des kompressiblen Randstreifens entspricht. Für diese analoge Geometrie berechnet sich die Kapazität pro Längeneinheit l unter

Annahme von $w > a$ nach [98] zu

$$C^{\text{Rand}}/l = \frac{\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \left[\left(w/a + \sqrt{(w/a)^2 - 1} \right) \right]}. \quad (7.9)$$

Betrachtet man Gleichung (7.9), fällt auf, dass Variationen von w/a aufgrund der Logarithmus-Funktion nur schwache Auswirkungen auf die Kapazität besitzen, die im Rahmen der Abschätzung vernachlässigbar sind. Nimmt man daher an, dass der kompressible Randstreifen und der innerste inkompressible Streifen ungefähr die gleiche Breite besitzen, erhält man $w = 2a$ und aus Gleichung (7.9) damit eine Kapazität pro Längeneinheit von ca. $C^{\text{Rand}}/l \approx 2,7 \times 10^{-10}$ F/m. Da die Hallprobe einen Umfang von ca. $620 \mu\text{m}$ besitzt, kann die Kapazität des Randes damit zu $C^{\text{Rand}} \approx 1,7 \times 10^{-13}$ F/m abgeschätzt werden.

- Der Rückkontakt besitzt von der Hallstruktur einen Abstand, der durch die Waferdicke von ca. $500 \mu\text{m}$ vorgegeben ist. Die Berechnung der Kapazität zwischen Hallstruktur und Rückkontakt kann nach dem Modell eines Plattenkondensators mit der Fläche der Hallstruktur angenähert werden, so dass für diese Kapazität gilt

$$C^{\text{Rückkontakt}} = \frac{\epsilon_0\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_0\epsilon \cdot 260 \mu\text{m} \cdot 50 \mu\text{m}}{500 \mu\text{m}} \approx 3,0 \times 10^{-15} \text{ F}. \quad (7.10)$$

Während demnach die Kapazität zum Rückkontakt mit Sicherheit vernachlässigt werden kann, wird die Gesamtkapazität des inneren Bereiches entweder durch die elektrostatische Ankoppelung an den Rand oder die Eigenkapazität dominiert.

Die maximal induzierte Spannung bei $\nu = 1$ beträgt ca. 65 mV . Mit der größten abgeschätzten Kapazität von $C^{\text{Rand}} \approx 1,7 \times 10^{-13}$ F bedeutet dies eine Veränderung ΔN der Ladungsträgerzahl gegenüber dem neutralen 2DES um

$$\Delta N = \frac{C \cdot \Delta V}{e} \approx 7 \times 10^4. \quad (7.11)$$

Dies bedeutet eine Veränderung der Ladungsträgerkonzentration um

$$\Delta n = \Delta N/A \approx 5,5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}. \quad (7.12)$$

Gegenüber der Ladungsträgerdichte der neutralen Probe von ca. $1,08 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ stellt dies lediglich eine Veränderung um ca. $0,48 \%$ dar. Wird in dieser Abschätzung statt der größten abgeschätzten Kapazität eine andere, kleinere Kapazität wie beispielsweise die oben berechnete Eigenkapazität verwendet, fällt die anzunehmende Änderung der Ladungsträgerkonzentration noch geringer aus. Damit kann festgehalten werden, dass sich der Magnetfeldwert, bei dem ein ganzzahliger Füllfaktor i vorliegt, nur unwesentlich aufgrund der zu- oder abnehmenden Ladungsträgerzahl verschiebt. Eine Verschiebung von ca. 70000 Elektronen wird bei $\nu = 1$ bereits durch eine Magnetfeldänderung von lediglich 22 mT erreicht. Betrachtet man die Breite der Hysterese bei $\nu = 1$ von ca. $0,8 \text{ T}$, wird damit klar, dass beim Durchfahren der Hysterese wesentlich mehr Ladungsträger

verschoben worden wären, aber die meisten davon aufgrund eines Durchbruchs nicht fließen konnten.

Analog dazu sind ca. 44000 Elektronen notwendig, um bei $\nu = 2$ bei der angenommenen Kapazität von $C_{\text{ellipsoid}}^{\infty} \approx 1,7 \times 10^{-13}$ F die maximale Potentialänderung von ca. 40 mV zu induzieren. Zum Verschieben von 44000 Elektronen sind bei $\nu = 2$ lediglich 7 mT ausreichend. Auch hier würden beim vollständigen Durchlaufen der ca. 0,4 T breiten Hysterese eigentlich wesentlich mehr Ladungsträger verschoben, können jedoch wieder aufgrund des Durchbruchs nicht fließen.

Um die Abschätzung der Kapazität zu verifizieren, bietet es sich an, die in Abschnitt 6.3 beschriebenen Untersuchungen genauer zu analysieren. Da sich das induzierte Potential hier im „quasi-statischen Bereich“ bewegt, treten keine Durchbrüche auf. Auch die sonstige Relaxation zieht sich mindestens über den Zeitraum von mehreren Stunden hin, so dass sie in Anbetracht der Dauer der Experimente vernachlässigt werden kann. Die geringen Veränderungen des Magnetfeldes um nur wenige mT sollten dann tatsächlich ein Laden bzw. Entladen des inneren Bereiches darstellen.

In Abschnitt 6.3.1 wird aufgeführt, dass die erste Änderung des Magnetfeldes um 1 mT bei der Hysterese um $\nu = 1$ einen Potentialsprung um 11 mV bewirkt. Dies kann zur Abschätzung der Kapazität des inneren Bereiches verwendet werden. Da der inkompressible Streifen sich zumeist in unmittelbarer Nähe zum Rand befindet, soll für die Abschätzung der Fläche des Innersten Bereiches die gesamte Fläche der Hallprobe mit $l = 260 \mu\text{m}$ und $b = 50 \mu\text{m}$ angenommen werden. Nach Gleichung (6.10) bewirkt eine Magnetfeldänderung um 1 mT bei $\nu = 1$ dann eine Verschiebung von ca. $3,1 \times 10^3$ Elektronen. Diese Ladungsmenge ΔQ bewirkt eine Veränderung der induzierten Spannung von $\Delta V = 11$ mV, was auf eine Kapazität von

$$C_{\text{Innen}}^{\nu=1} = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{3,1 \times 10^3 e}{11 \text{mV}} = 4,5 \times 10^{-14} \text{ F} \quad (7.13)$$

schließen lässt. Analog dazu bewirkt eine Magnetfeldänderung um 1 mT bei $\nu = 2$ eine Veränderung der induzierten Spannung um ca. 17 mV, jedoch werden hierbei auch doppelt so viele Elektronen verschoben. Damit ergibt sich eine Kapazität von

$$C_{\text{Innen}}^{\nu=2} = \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{6,2 \times 10^3 e}{17 \text{mV}} = 3,6 \times 10^{-14} \text{ F}. \quad (7.14)$$

Die Kapazität, die aus den Steigungen der Messkurven berechnet wird, ist somit eher in der Nähe der Eigenkapazität angesiedelt, während die Abschätzung der Kapazität durch die elektrostatische Koppelung an den Rand eine ca. vierfach höhere Kapazität ergibt. Dies lässt die Vermutung plausibel erscheinen, dass die verschobenen Ladungsträger eher homogen über dem 2DES-Inneren verteilt sind, d.h. sich nicht nur am Rand befinden. Weiterhin muss berücksichtigt werden, dass es sich zum einen nur um eine Abschätzung

mit vereinfachter Geometrie handelt und zum anderen die Stufenhöhe der „inneren Hysterese“ abnehmend ist, so dass von Stufe zu Stufe andere, größere Kapazitäten berechnet werden können. Ein Unsicherheit der Kapazität im Bereich von „Faktor 4“ erscheint daher akzeptabel. Auf die sich verändernden Stufenhöhen wird im nachfolgenden Abschnitt 7.8 eingegangen.

7.8. Erläuterung der inneren Hysterese

Im vorausgegangen Abschnitt wurde die Kapazität mittels der Messdaten aus Abschnitt 6.3 abgeschätzt, indem nur die Auswirkungen der ersten Magnetfeldänderung um 1 mT betrachtet wurden. Wird das Magnetfeld jedoch mehrfach um 1 mT verändert, ist eine abnehmende Stufenhöhe der Potentialänderung zu sehen. Mit der Annahme einer konstanten elektrischen Kapazität ist dieses Verhalten nicht erklärbar, da dann die induzierte Spannungsänderung linear mit der Flußänderung zusammenhängen sollte. Auch die beobachtete „innere Hysterese“ ist mit einer konstanten Kapazität nicht erklärbar. Die Modellvorstellung des kapazitiven Ladens und Entladens muss daher weiter ergänzt werden. Dies soll anhand von Abbildung 7.11 erläutert werden.

In der Situation ① befindet sich das 2DES-Potential bei der oberen Hystereseurve. Es wird angenommen, dass das 2DES weitestgehend inkompressibel ($\nu_1 = i$) ist und nur

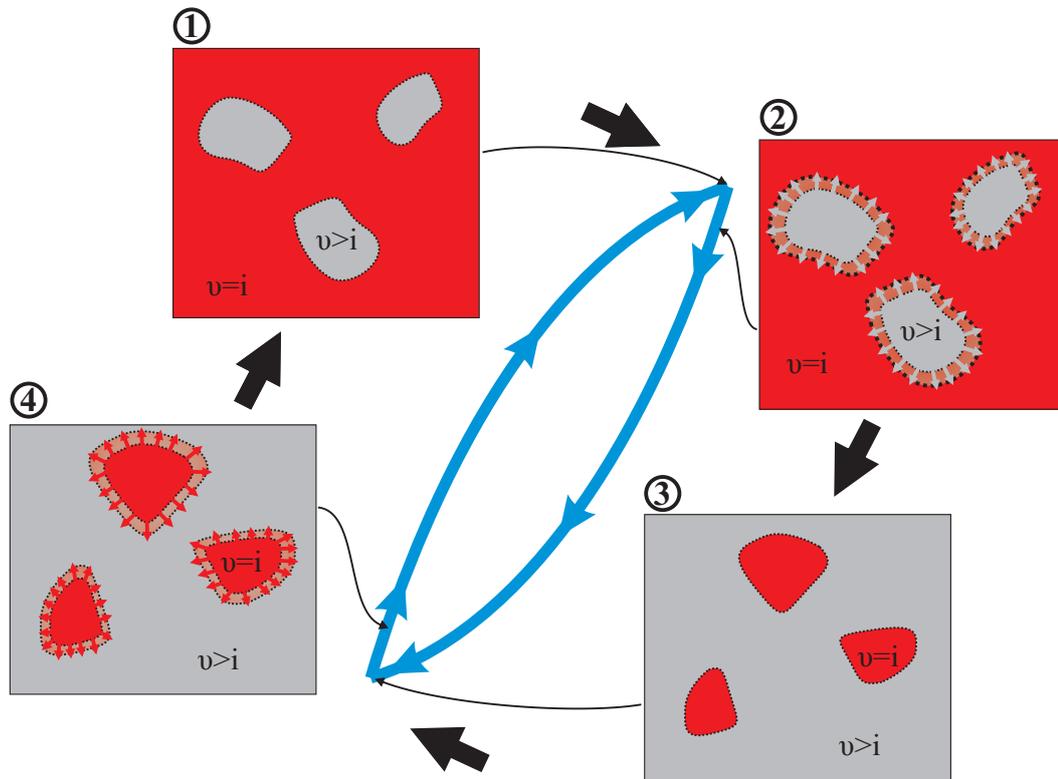


Abbildung 7.11.: Darstellung der Landschaft aus kompressiblen (grau) und inkompressiblen (rot) Bereichen beim Durchlaufen einer inneren Hysterese.

einige lokalisierte kompressible Inseln mit lokalem Füllfaktor ($\nu_1 > i$) existieren. Wird jetzt das Magnetfeld in Richtung kleinerer Felder hin variiert, führt dies dazu, dass zusätzliche Elektronen vom Rand her ins Innere des 2DES verschoben werden. Da das oberste Landauniveau der inkompressiblen Bereiche jedoch vollständig mit Elektronen besetzt ist, würde es sehr viel Energie kosten, zusätzliche Ladungen auf die inkompressiblen Bereiche zu verteilen. Ladungen werden deshalb vorzugsweise in die kompressiblen Bereiche „eingelagert“. Da die kompressiblen Inseln relativ klein sind, weisen sie eine relativ geringe Kapazität auf, so dass ein verhältnismäßig großer Energieaufwand zum Laden benötigt wird. Dies drückt sich in einer anfangs großen Schrittweite der inneren Hysteresekurve aus.

In Abwesenheit eines Rückkontaktes in der Nähe des 2DES kann die Kapazität einer Insel durch die Eigenkapazität abgeschätzt werden. Diese skaliert mit der Fläche A der Insel nach dem Verhältnis $C \propto \sqrt{A}$. Die zusätzlichen Ladungen werden neben einem kapazitiven Laden der kompressiblen Inseln auch zu deren Anwachsen führen (vgl. Situation ②), indem inkompressible Bereiche ($\nu_1 = i$) in unmittelbarer Umgebung der kompressiblen Inseln durch zusätzliche Elektronen kompressibel ($\nu_1 > i$) werden. Durch dieses Anwachsen vergrößert sich damit auch ihre Kapazität, so dass das Hinzufügen weiterer Elektronen mit einem geringeren Energieaufwand möglich ist. Die Schrittweite der inneren Hysterese nimmt ab. Liegt im Extremfall eine Situation vor wie in Abbildung 7.11 ② dargestellt, bei der das 2DES fast vollständig kompressibel ($\nu_1 > i$) ist und lediglich einige wenige inkompressiblen Bereiche übrig geblieben sind, wird die Kapazität bereits so stark angewachsen sein, dass das Hinzufügen weiterer Elektronen nur noch eine sehr geringe Potentialveränderung bewirkt.

Wird in dieser Situation die Richtung der Magnetfeldänderung wieder in Richtung größerer Felder hin umgedreht, müssen dem System nun Elektronen entnommen werden. Dabei wird die Entnahme an den Stellen erfolgen, wo dies mit dem größten Energiegewinn verbunden ist. Während bei einer flächenhaften Entnahme der Ladungen aus der kompressiblen Fläche bedingt durch die große Kapazität kaum ein Energiegewinn zustande kommen würde, wird dieser größer sein, wenn die Ladungen am Rand der kompressiblen Gebiete ($\nu_1 > i$) entnommen werden, um diese wieder in inkompressible Bereiche ($\nu_1 = i$) „zurückzuwandeln“. Die inkompressiblen Inseln werden demnach anfangs schnell anwachsen. Dies ist in Abbildung 7.11 in der Situation ④ dargestellt. Je mehr Ladungen dem System entnommen werden, desto geringer wird der Energiegewinn pro Ladung werden, was sich in der Abnahme der Schritthöhe der inneren Hysterese widerspiegelt. Nachdem die zuvor hinzugefügten Ladungen wieder aus dem 2DES entfernt sind, sind die kompressiblen Flächen längst wieder zu einzelnen Inseln zusammengeschrumpft und es hat sich wieder die in Situation ① dargestellte Landschaft gebildet, die überwiegend inkompressibel ist. Diese Landschaft entspricht damit auch wieder der Ausgangssituation.

Zusammenfassend basiert das Modell, das zur Ausbildung der inneren Hysterese führt, auf der Vorstellung, dass das Hinzufügen von Ladungen großflächig auf die kompressiblen Gebiete erfolgt und zu deren Vergrößerung auf Kosten inkompressibler Gebiete führt. Die Entnahme von Ladungen hingegen erfolgt stets am Rand der kompressiblen Bereiche, wodurch diese wieder inkompressibel werden.

7.9. Zusammenfassung der Modellvorstellung zur Erklärung der beobachteten Hysterese-Effekte

In diesem Kapitel wurde eine Vorstellung entwickelt, um die im Kapitel 6 beobachteten Hysterese-Effekte zu erklären. Dabei wurde zuerst die Überlegung angestellt, dass elektrische Felder, die sich aufgrund des Faradayschen Gesetz bei einer Veränderung der magnetischen Flussdichte ausbilden, sich im Inneren eines Systems gegenseitig kompensieren, so dass lediglich im Randbereich ein effektives elektrisches Feld existieren kann. Übertragen auf ein zweidimensionales Elektronensystem in starken Magnetfeldern führt diese Vorstellung zum Aufladen des 2DES-Inneren und zur Ausbildung eines ringförmigen Stromes entlang des innersten inkompressiblen Randstreifens.

Um die symmetrische Kurvenform der beobachteten Hysterese zu erklären wurde zuerst das Modell von Dolgoplov *et al.* [92] vorgestellt, in dem die Symmetrie auf die Existenz von Tunnelbarrieren an einem inneren und einem äußeren Kontakt zurückgeführt wird, an denen bei steigender Potentialdifferenz elektrische Durchbrüche stattfinden. Da symmetrische Hysterese-Effekte jedoch auch an Proben ohne Kontakte nachgewiesen werden konnten, ist das Modell von Dolgoplov *et al.* nicht anwendbar. Es ist von Durchbrüchen innerhalb des 2DES auszugehen. Die Symmetrie deutet darauf hin, dass hierbei Inhomogenitäten eine wichtige Rolle spielen, weshalb der ganzzahlige Quanten-Hall-Effekt nochmals unter Berücksichtigung von lokalisierten kompressiblen bzw. inkompressiblen Inseln dargestellt wird. Die Begrenzung der Spannung mittels Durchbrüchen wird dann mit dem Auftreten von Quasi-Elastische Inter-Landau-Level-Streuung (QUILLS) in inkompressiblen Bereichen am Rand des 2DES begründet. Hier wird angenommen, dass eine starke Verkipfung der Landau-Niveaus aufgrund des elektrischen Feldes zu einer Überlappung der Wellenfunktionen der Landau-Niveaus führt, wodurch Tunnel- bzw. Streuprozesse ermöglicht werden.

Bei der Untersuchung des Relaxationsverhaltens nach dem Anhalten der Magnetfeldänderung kann ein zweigeteilter Relaxationsprozess festgestellt werden. Nach einer sehr schnellen Relaxation, bei der das Abklingen der gemessenen Spannung von der Geschwindigkeit der Messelektronik begrenzt wird und maximal im Bereich weniger Sekunden liegt, erfolgt ein Abklingen des Rest-Ungleichgewichtes mindestens über den Zeitraum von vielen Stunden. Die Hysterese kann damit in einen äußeren, dynamischen und einen inneren, quasi-statischen Bereich eingeteilt werden. Während für die Relaxation des dynamischen Bereiches ein elektrischer Durchbruch durch den innersten inkompressiblen Streifen verantwortlich gemacht wird, ist die Ursache für das langsame Abklingen im quasi-statischen Bereich eher in Streuprozessen an Phononen zu sehen.

Die Hysterese um $\nu = 1$ zeigt eine Feinstruktur, die asymmetrisch weiter auf der Seite zu kleineren Magnetfeldern hin liegt. Diese zeichnet sich durch zahlreiche, sprunghafte Einbrüche des 2DES-Potentials aus. Wieder werden elektrische Durchbrüche im Randbereich der Probe zur Erklärung verwendet, wobei lokale Verengungen des inkompressiblen

Randbereiches aufgrund von Inhomogenitäten eine mögliche Ursache für die spontanen Durchbrüche darstellen.

Anschließend wurde eine Abschätzung zur Kapazität des 2DES-Inneren vorgenommen. Während der Einfluß des Rückkontaktes vernachlässigbar ist, wird die Kapazität sowohl durch die Eigenkapazität der Fläche des 2DES bestimmt. Die Kapazität kann in Verbindung mit der gemessenen Spannung benutzt werden, um die Veränderung der Ladungsträgerzahl zu bestimmen. Es wird klar, dass die Zahl der verschobenen Ladungsträger, die beim Durchfahren der Hysterese insgesamt aufgrund der Magnetfeldänderung zu erwartenden wäre, weitaus größer ist als die Zahl der tatsächlich fließenden Ladungen, was ebenfalls ein Anzeichen für das Auftreten von elektrischen Durchbrüchen beim Durchfahren der Hysteresekurve ist.

Im letzten Abschnitt wurden Überlegungen angestellt, um die inneren Hysteresen zu erklären, die bei kleinen Magnetfeldänderungen beobachtet werden können. Der gewählte Ansatz basiert auf der Vorstellung, dass das Hinzufügen von Ladungen auf kompressible Gebiete erfolgt und zu deren Vergrößerung führt. Die Entnahme von Ladungen erfolgt hingegen stets am Rand der kompressiblen Gebiete und führt zur Vergrößerung der inkompressiblen Bereiche.

8. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Einzelelektronen-Transistoren (SETs) auf einer Reihe nebeneinander angeordneter Spitzen (Spitzen-Array) zur Verwendung in der Raster-sondenmikroskopie bei tiefen Temperaturen und großen Magnetfeldern entwickelt und hergestellt. Nach der elektrischen Charakterisierung der SET-Spitzen wurde ihre Eignung als Elektrometer bei Untersuchungen von magnetisch induzierten Potentialen in zweidimensionalen Elektronensystemen (2DES) im Bereich des Quanten-Hall-Effektes demonstriert.

Bei der Entwicklung der SET-Spitzen waren speziellen Anforderungen und Wünsche zu berücksichtigen, die im Rahmen von Untersuchungen des Quanten-Hall-Effektes bestehen. Hierzu muss die Funktionsfähigkeit bei Temperaturen im Millikelvin-Bereich und bei Magnetfeldern von bis zu 20 Tesla sichergestellt sein. Darüber hinaus wird zur Untersuchung zeitkorrelierter Effekte gefordert, dass mehrere Mess-Spitzen im Abstand von wenigen μm zu gleichzeitigen Messungen benutzt werden können. Da der Abstand des 2DES zur Probenoberfläche bereits limitierend auf die Ortsauflösung wirkt, ist ein Durchmesser der Spitze am Ende in der Größenordnung von ca. 150 nm ausreichend.

Das gewählte Konzept verwendet eine symmetrische $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur mit darunterliegender $\text{Al}_{0,7}\text{Ga}_{0,3}\text{As}$ -Opferschicht zur Herstellung freistehender, in der Waferebene liegenden Spitzen. Ein Graben entlang der Mitte jeder Spitze sowie zwischen den einzelnen Spitzen sorgt in Verbindung mit der Bedampfung mit Aluminium unter einem Winkel, dass durch einen Metallabriß an den Grabenflanken zwei separate Kontakte (Source und Drain) ans Ende der Spitze geführt werden. Durch eine Oxidation der Aluminiumoberfläche werden Tunnelbarrieren erzeugt und auf die Endfläche der Spitze wird die benötigte SET-Insel aufgedampft. Abbildung 8.1 (a) zeigt eine REM-Aufnahme eines Arrays bzw. einer Einzelspitze. Die Größe der Insel beträgt typischerweise ca. $280 \text{ nm} \times 150 \text{ nm}$.

Zur elektrische Charakterisierung der SETs wurden Voruntersuchung bei Raumtemperatur durchgeführt, während die eigentliche Bestimmung der SET-Parameter im $^3\text{He} - ^4\text{He}$ - Mischkryostaten bei einer Temperatur von ca. 20 mK stattfand. Bei Raumtemperatur wurde durch Widerstandsmessung die Abhängigkeit des Tunnelwiderstandes vom zur Oxidation verwendeten Sauerstoffpartialdruck untersucht, um den zur Herstellung von SETs mit einem optimalen Gesamtwiderstand von ca. 100 k Ω geeigneten Druck zu bestimmen. Darüber hinaus konnte eine „Nachoxidation“ der Tunnelbarrieren durch den Kontakt mit der Raumatmosfera innerhalb der ersten 24 Stunden festgestellt werden.

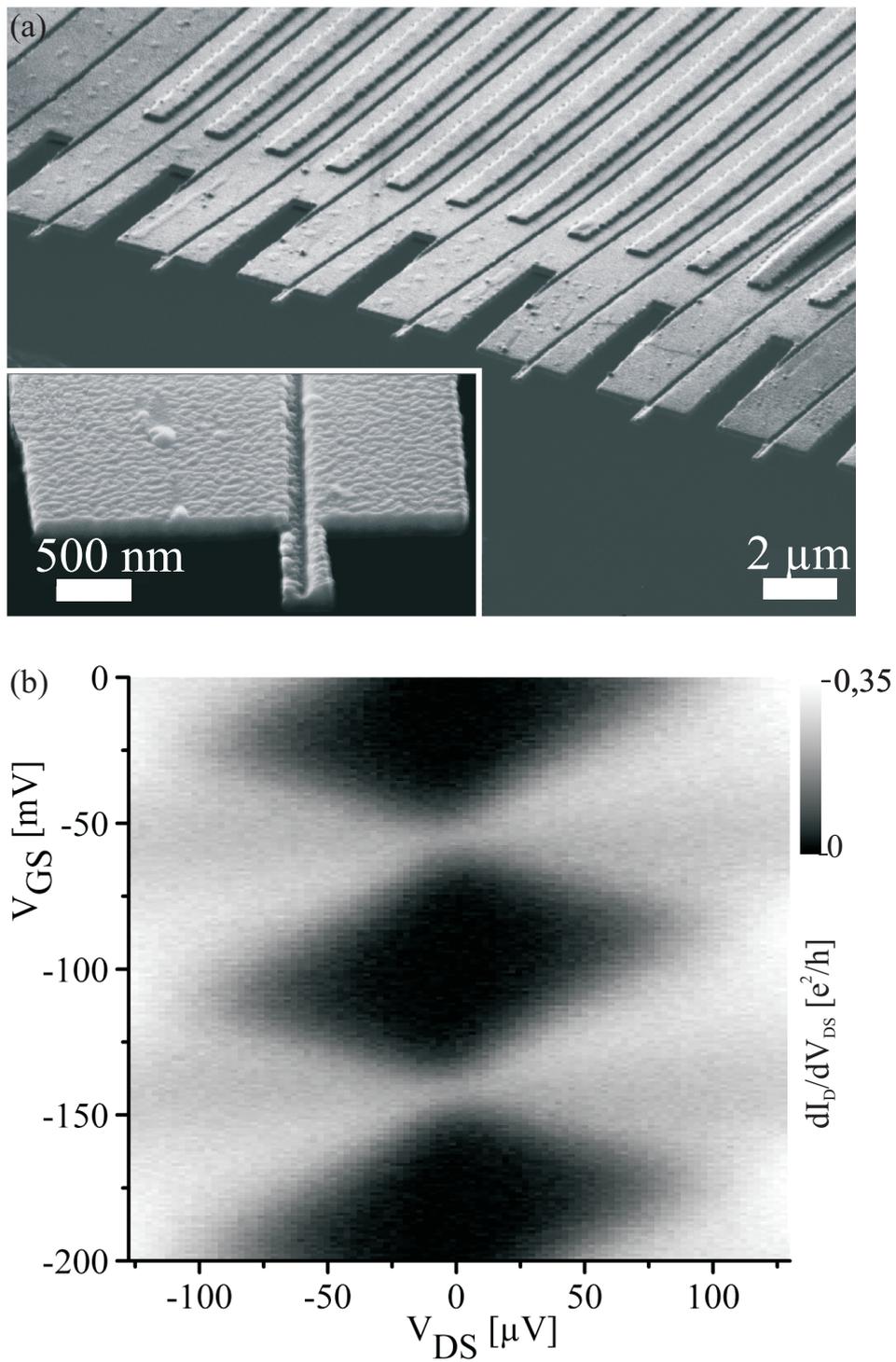


Abbildung 8.1.: Überblick der wichtigsten Ergebnisse der Herstellung und Charakterisierung der SET-Spitzenarrays. (a) REM-Aufnahme eines SET-Spitzen-Arrays. Kasten: Großaufnahme einer Spitze. (b) Gemessenes Ladungsstabilitätsdiagramm eines SETs.

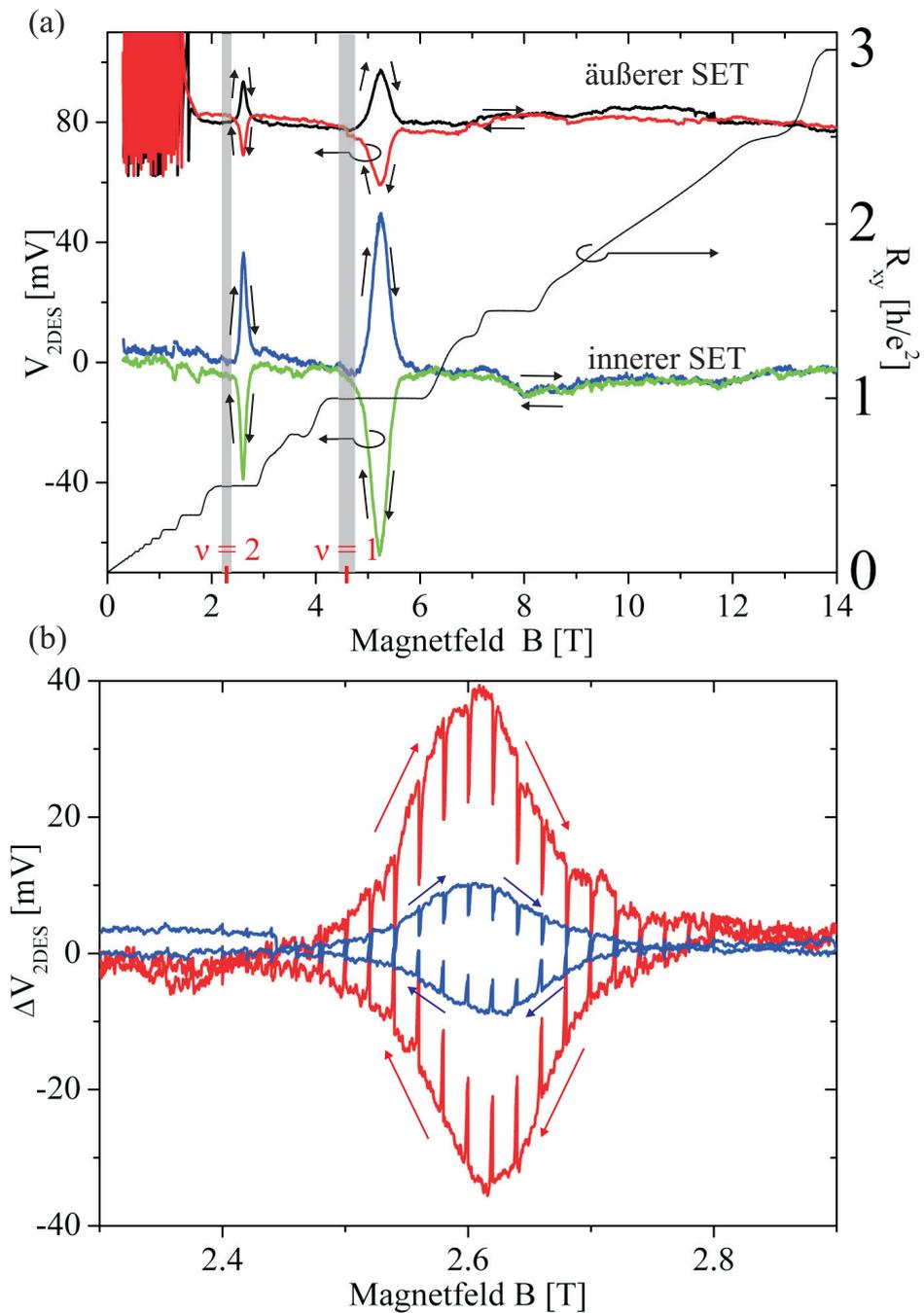


Abbildung 8.2.: Überblick der wichtigsten Ergebnisse der Potentialmessungen an einer fixierten Anordnung aus Hallprobe und SETs. (a) Detektion magnetisch induzierter Potentialhysterese in 2DES in der Nähe kleiner ganzzahliger Füllfaktoren. (b) Partieller Spannungseinbruch nach dem Anhalten des Magnetfeldes führt zur Einteilung der Hysterese fläche in einen dynamischen und einen quasi-statischen Bereich.

Bei der Charakterisierung im Kryostaten wurden für die Ladeenergie $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ typische Werte zwischen $25 \mu\text{eV}$ und $50 \mu\text{eV}$ bestimmt (vgl. Abb. 8.1 (b)), die Kapazitäten zwischen Insel und Source bzw. Drain lagen jeweils um $1 \times 10^{-15} \text{ F}$. Die Ausbeute funktionsfähiger SETs lag im Gesamtmittel bei ca. 60%.

Um die Eignung der SET-Spitzen für Potentialmessungen an einer Hall-Probe zu demonstrieren, wurde ein nicht-rasternder Versuchsaufbau hergestellt, bei dem ein Array von SET-Spitzen gegenüber einer Hall-Probe fixiert angeordnet ist. Es wurden Regelschaltungen in die Messelektronik integriert, die bei einer Potentialänderung am 2DES unterhalb eines SETs mittels für jeden SET separater Offsetspannung das jeweilige Source- und Drainpotential parallel zueinander verschieben können, um so den Stromfluss konstant zu halten. Die Potentialänderungen an verschiedenen Stellen des 2DES übertragen sich damit in die Offsetspannungen und stellen dann die eigentlichen Messgrößen dar. Nach einer Bestimmung des optimalen Arbeitspunktes wurde das Übersprechen zwischen den beiden funktionsfähigen SETs des Versuchsaufbaus untersucht. Bei einem Abstand von $8 \mu\text{m}$ wird ca. 5% der Signalamplitude eines SETs in den anderen übertragen, was in der Regel vernachlässigt werden kann.

Die eigentlichen Potentialmessungen dienten zur Untersuchung von Potentialhysterese, die bei einer Veränderung des senkrecht zum 2DES verlaufenden Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetfeldänderung in der Nähe kleiner ganzzahliger Füllfaktoren $\nu = 1$ bis $\nu = 4$ festgestellt werden konnten (vgl. Abb. 8.2 (a)). Diese auch von anderen Gruppen beobachteten Hysterese wurden bereits in der Vergangenheit mit Wirbelströmen im 2DES begründet. Der weiter innen über dem 2DES angeordnete SET detektierte durchgängig ca. um den Faktor 3 größere Potentialänderungen von bis zu ca. 55 mV bei $\nu = 1$ als der in der Nähe des Randes befindliche SET. Im betrachteten Bereich zwischen 5 mT/min und 500 mT/min besitzt die Änderungsrate des Magnetfeldes keinen Einfluss auf die Amplitude der Hysterese. Jedoch konnte eine Feinstruktur in der Hystereseurve festgestellt werden, die sich in zahlreichen, von beiden SETs detektierten, teilweisen Spannungseinbrüchen ausdrückt. Ein Anhalten des Magnetfeldes führt ebenfalls zu einem teilweisen Abfall der induzierten Spannung innerhalb der ersten Sekunden, gefolgt von einer über mindestens mehrere Stunden bestehenden Stabilität der Rest-Spannung. Bei einer Umkehr der Richtung der Magnetfeldänderung sind jedoch bereits kleine Änderungen um wenige Milli-Tesla ausreichend, um die gegenüberliegende Hystereseurve zu erreichen. Die Annäherung an die gegenüberliegende Kurve findet dabei nicht linear, sondern mit abnehmender Geschwindigkeit statt, so dass eine wiederholte Umkehr der Magnetfeldrichtung zu inneren Hysterese innerhalb der eigentlichen Hysterese-Hüllkurven führt.

Abschließend wurde ein Modell zur Erklärung der beobachteten Effekte aufgestellt. Dieses nimmt an, dass die Magnetfeldänderung zur einem Verschiebestrom über den innersten inkompressiblen Streifen führt, der das Innere des 2DES kapazitiv auflädt und gleichzeitig den Wirbelstrom verursacht. Die Möglichkeit, bereits durch geringe Magnetfeldänderungen von nur wenigen mT von einer Hystereseurve auf die gegenüberliegende zu wechseln, lässt eine geringe elektrostatische Kapazität des inneren Bereiches in der Größenordnung

von 10^{-13} F vermuten, was konsistent mit einer Abschätzung der Eigenkapazität ist. Aufgrund der geringen Kapazität wären allerdings wesentlich größere Spannungen zu erwarten als die beobachteten, wenn eine vollständige Hysteresekurve durchgeföhren wird. In Verbindung mit der beobachteten Feinstruktur lässt dies den Schluss zu, dass die Form und Größe der Hysteresekurve die maximale Spannungsbelastbarkeit des inkompressiblen Streifens darstellt und bei Erreichen der magnetfeldabhängigen Maximalspannung ein Durchbruch durch den Streifen erfolgt. Bei einer kontinuierlichen Variation des Magnetfeldes wird der Streifen permanent im Durchbruch gehalten und ein letzter Durchbruch nach einem Anhalten des Magnetfeldes führt dazu, dass ein Teil der Spannung abfällt, bis die Feldstärke über dem innersten inkompressiblen Streifen so weit abgesunken ist, dass die Restladung problemlos über längere Zeit gehalten werden kann. Diese Vorstellung ermöglicht die gedankliche Einteilung der Hysteresefläche in einen äußeren „dynamischen Bereich“, der nur bei einer aktuellen Magnetfeldänderung besteht und von Durchbrüchen gekennzeichnet wird, sowie einen „quasi-statischen Bereich“ im Inneren der Hysterese mit Relaxationszeitkonstanten, die mindestens im Bereich von Stunden liegen. Die Größe und Lage der Bereiche konnte durch Messungen festgestellt werden (vgl. Abb. 8.2 (b)).

Leider war es im Rahmen dieser Arbeit noch nicht möglich, die SET-Spitzen-Arrays in ein Rasterkraftmikroskop zu integrieren, da der gleichzeitig durch einen anderen Doktoranden durchgeföhrt Aufbau eines Rasterkraftmikroskops in einem ^3He - ^4He - Mischkryostaten aktuell noch nicht abgeschlossen ist. Nach dessen Fertigstellung und Einbau der SET-Spitzen sind verschiedene weitere Experimente denkbar:

- **Nutzung der SETs als Rastersonden**

Analog zu dem Ansatz von Yoo *et al.* [20] können rasternde Potentialmessungen durchgeföhrt werden. Damit könnte die von E. Ahlswede *et al.* mittels Rasterkraftmikroskop bestimmte Potentiallandschaft des Quanten-Hall-Effektes mit deutlich verbesserter Empfindlichkeit erneut durchgeföhrt werden. Zudem sind Potentialmessungen unter den Bedingungen des gebrochenzahligen Quanten-Hall-Effektes (FQHE) denkbar.

- **Gleichzeitige Messung der elektrischen Potentialvariation an verschiedenen Orten mit mehreren SETs**

Insbesondere zur Untersuchung des Nichtgleichgewichtszustandes, der durch Magnetfeldänderungen verursacht wird, können Messungen an unterschiedlichen Orten nicht zeitlich nacheinander durchgeföhrt werden, sondern sollten gleichzeitig erfolgen. In dieser Arbeit konnten bereits gleichzeitige Messungen mit zwei SETs realisiert werden, Messungen mit einer größeren Zahl von Spitzen wären jedoch vor allem dann wünschenswert, wenn durch den Einbau der Spitzen in ein Rasterkraftmikroskop der Abstand zwischen Spitzen und 2DES verringert und damit die Ortsauflösung gesteigert werden kann.

A. Weitere Einzelelektronen-Transistor-Strukturen

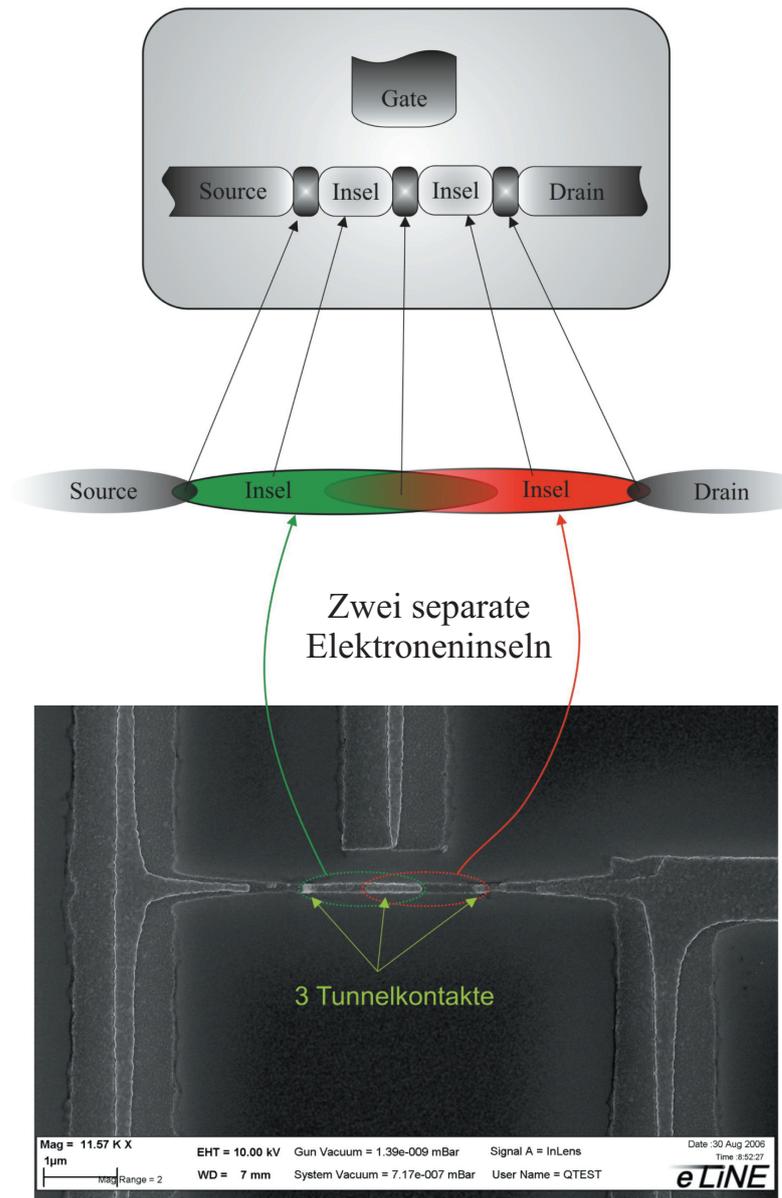


Abbildung A.1.: SET-Struktur, die zur Bestimmung des supraleitfähigen Bereiches von Aluminium eingesetzt wurde. Die Struktur besteht aus zwei seriell gekoppelten Elektroneninseln und einer kapazitiv gekoppelten Gate-Elektrode. Die Kopplung beider Elektroneninseln ist dabei so stark, dass sie als eine zusammenhängende Insel betrachtet werden können. (Abbildung entnommen aus [103])

B. Zusätzliche Messdaten

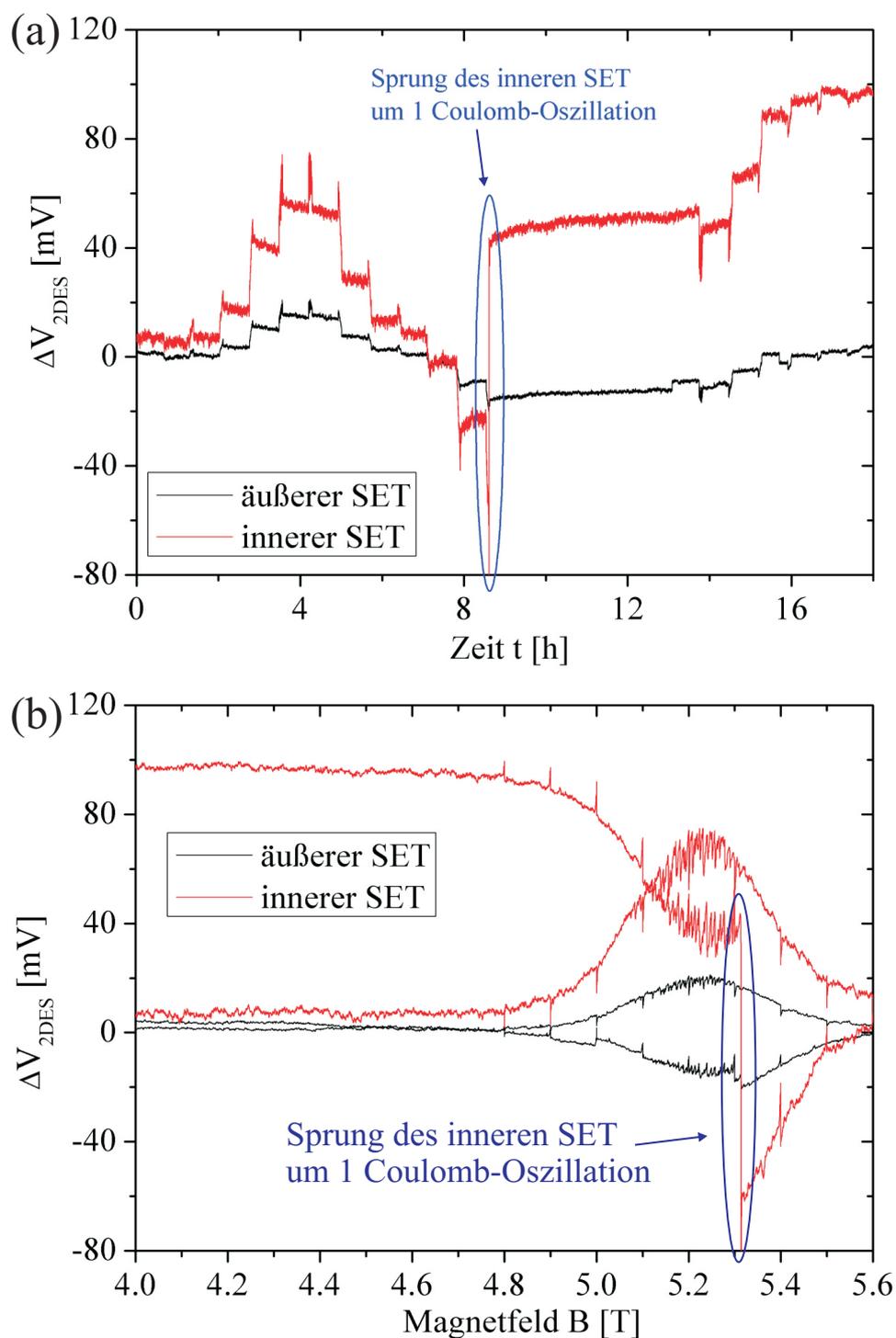
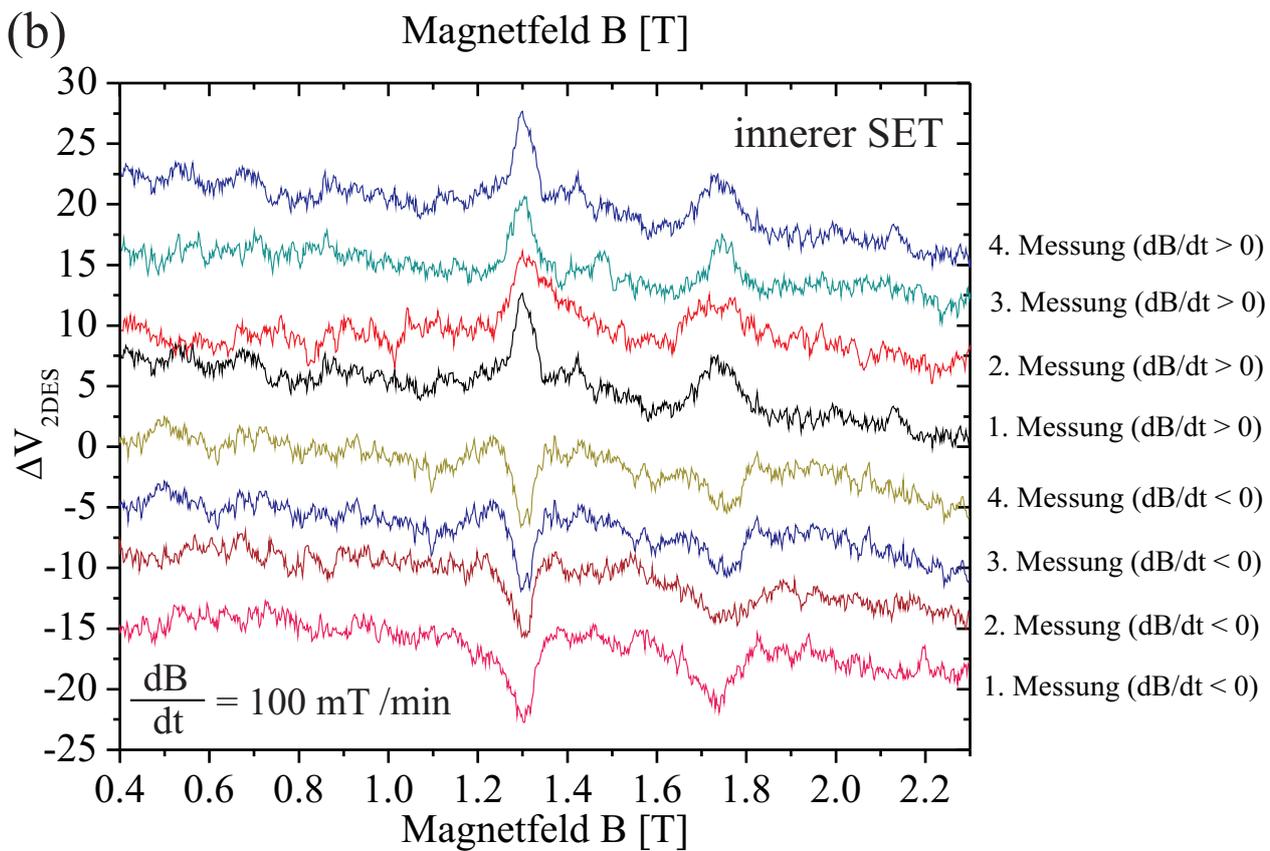
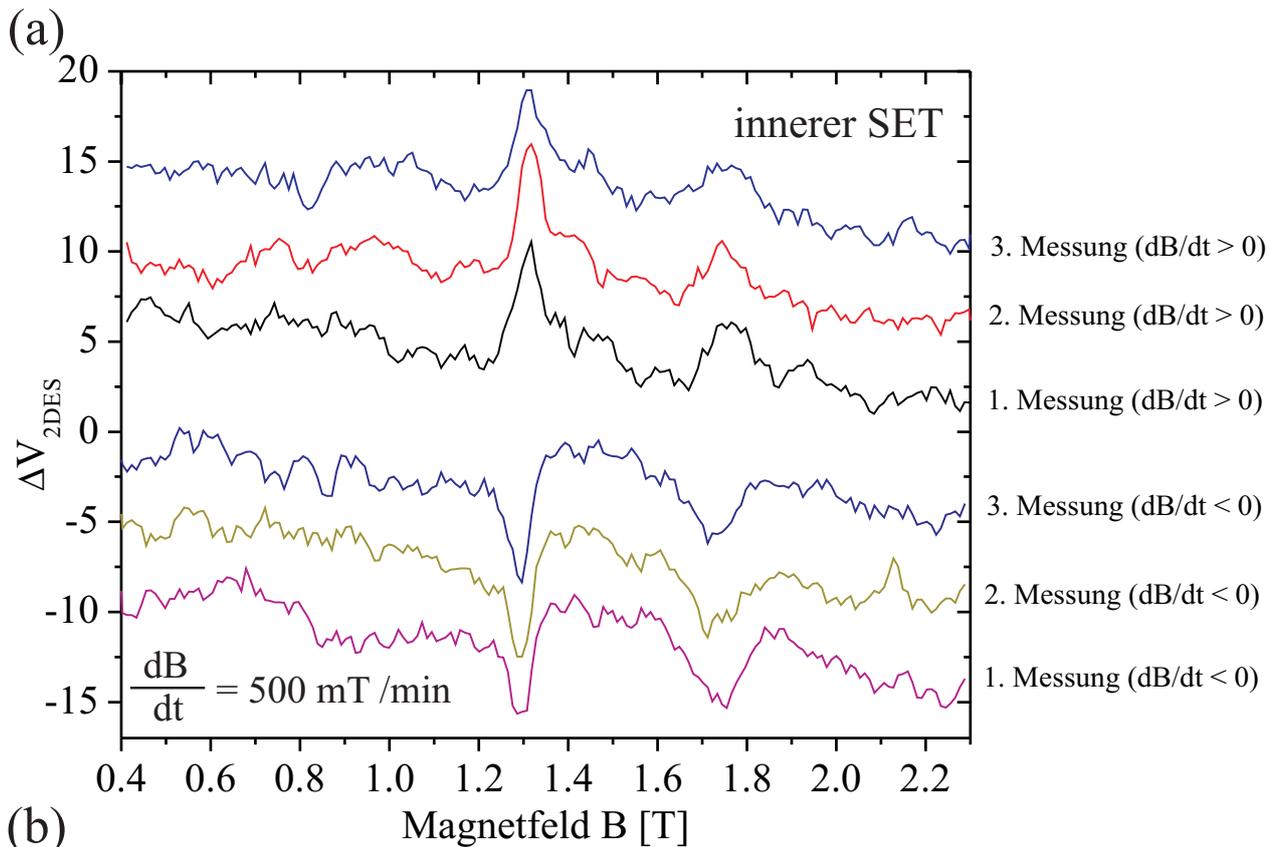


Abbildung B.1.: Einzelmessungen der in Abbildung 6.8 dargestellten Messkurven mit $dB/dt = 20$ mT/min. 227



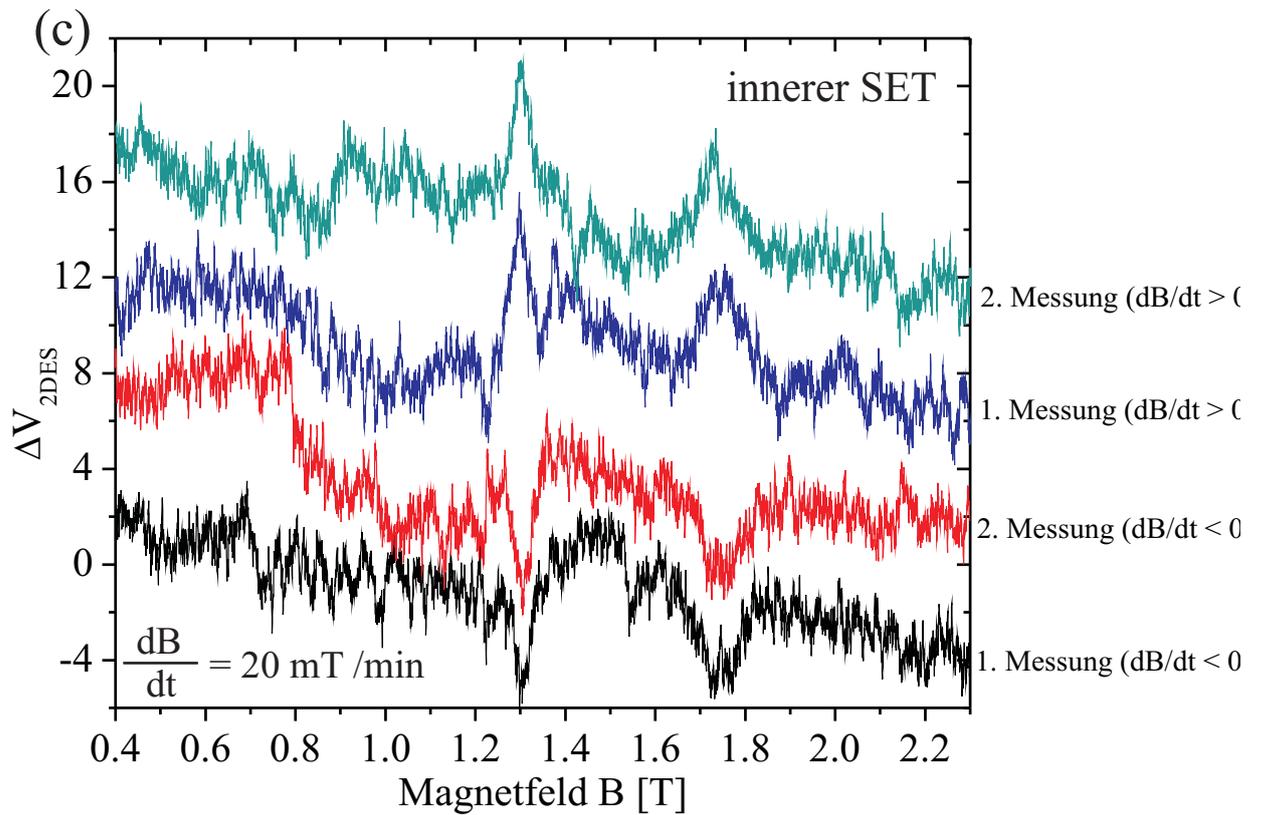


Abbildung B.2.: Einzelmessungen der in Abbildung 6.8 dargestellten Messkurven mit $dB/dt = 500 \text{ mT/min}$, $dB/dt = 100 \text{ mT/min}$ bzw. $dB/dt = 20 \text{ mT/min}$.

C. Reinraumprozesse

In diesem Kapitel wird nach der Nennung der verwendeten Anlagen und Geräte eine ausführliche Anleitung des selbst entwickelten Reinraumprozesses zur Herstellung von SET-Spitzen gegeben. Anschließend sind die Standard-Herstellungsverfahren der in Kapitel 5 verwendeten Hallproben dargestellt.

C.1. Geräte und Chemikalien

Die Anleitungen in den nächsten drei Abschnitten wurden für die Verwendung folgender Geräte und Chemikalien geschrieben, die im Reinraum des Max-Planck-Instituts für Festkörperforschung zur Verfügung standen:

Geräte

- Nassbank der Firma Prettl Laminaflow-Prozesstechnik GmbH (Pfullingen) mit Lackschleuder Convac 1001 S, Ultraschallbad und Reinstwasserbecken (DI-Wasser)
- Kontaktmaskenbelichter MJB3 UV 300/400 der Firma Karl Suss GmbH (jetzt SUSS MicroTec, Garching) mit Masken
- Kontaktmaskenbelichter MA 6 der Firma Karl Suss GmbH (jetzt SUSS MicroTec, Garching) mit Masken
- Sauerstoff-Plasmaverascher 100-E von Technics Plasma GmbH, Kirchheim bei München
- Aufdampfanlagen Model Univex 450 von Leybold-Heraeus, Hanau
- Legierofen AZ450 mit Software AZ500 (Dr. Eberl MBE Komponenten GmbH, Weil der Stadt)
- Profilometer Dektak 8 der Firma Veeco (Woodbury, USA)
- Elektronenstrahl-Lithographieanlage e_Line von Raith (Dortmund) mit Softwareversion 4.0
- Reaktiver-Ionenstrahl Ätz-Anlage LE301 von Leybold unter Verwendung eines SiCl_4 -Plasmas
- kombinierte Fokussierte-Ionenstrahl / Raster-Elektronenmikroskop-Anlage Crossbeam von Carl Zeiss SMT AG (Oberkochen)
- Kritische-Punkt-Trocknungs-Anlage CPD 030 der Firma Bal-Tec Union Ltd.
- Ultrahochvakuum-Verdampfungs-Anlage (ohne Bezeichnung) der Firma Createc Fischer & Co. GmbH (Erligheim)

Chemikalien und Materialien

- Positiv-Fotolack Microposit S1805 von Shipley Europe Ltd. (Coventry, Großbritannien)
- Negativ-Fotolack AZ5214E von AZ Electronic Materials (Germany) GmbH, Wiesbaden
- Entwickler AZ726 MIF von von AZ Electronic Materials (Germany) GmbH, Wiesbaden
- PMMA 950k 5% mit Chlorbenzol auf 5% feste Bestandteile verdünntes Polymethylmethacrylat mit einem mittleren Molekulargewicht von 950k u, erhältlich unter der Bezeichnung AR-P 671.05 bei Allresist GmbH (Strausberg)
- PMMA 200k 2,5% mit Chlorbenzol auf 2,5% feste Bestandteile verdünntes Polymethylmethacrylat mit einem mittleren Molekulargewicht von 950k u, erhältlich unter der Bezeichnung AR-P 671.025 bei Allresist GmbH
- PMMA 200k 7% mit Chlorbenzol auf 7% feste Bestandteile verdünntes Polymethylmethacrylat mit einem mittleren Molekulargewicht von 200k u, erhältlich unter der Bezeichnung AR-P 641.07 bei Allresist GmbH (Strausberg)
- Remover AR 300-70 auf der Basis von Methacrylsäure / Methacrylsäure von Allresist GmbH (Strausberg)
- Aceton (VLSI-Qualität) von Merck
- Isopropanol (VLSI-Qualität) von Merck
- Flusssäure (VLSI-Qualität) von Merck
- N-Methyl-2-Pyrrolidon (NMP) (VLSI-Qualität) von Merck
- Semicoclean-23 der Firma Furuuchi (Tokio)
- Gold, Reinheit 99,99%
- Germanium, Reinheit 99,999%
- Nickel, Reinheit 99,97%
- Chrom, Reinheit 99,99%
- Aluminium, Reinheit 99,99995 % von Arnaud Electronics

C.2. Herstellung der SET-Spitzen

Fertigung der Gräben

Substratreinigung

- 2min Ultraschall in N-Methyl-2-Pyrrolidon (NMP)¹
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 1
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 2
- Aceton abspülen mit Isopropanol

Belackern

- PMMA950k (5%) Positiv-Elektronenstrahl-Lack von Allresist

¹Alle Chemikalien in VLSI-Qualität

- Spin coating 5 s bei 3000 U/min, 30 s bei 8000 U/min
- Ausheizen in Ofen 1,5 h bei 160°C

Elektronenstrahlbelichtung

- Anlage: Raith eLine
- Datei „Array070312_neu_am_071211“ (Gräben + Justiermarken), Schreibfeld 200 $\mu\text{m} \times 200 \mu\text{m}$
- Parameter: Spannung 30 kV, Apertur 20 μm , Dosis 360 $\mu\text{C}/\text{cm}^2$

Entwickeln

- Entwickler: Isobutylmethylketon (MIBK) und Isopropanol (Verhältnis 1:3)
- Dauer: 2:36 min
- ca. 60 s Abspülen in Isopropanol

Oberflächenreinigung

- 30 s O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „oben“)

Grabenätzen

- Reaktives Ionenstrahl-Ätzen mit SiCl₄, Anlage Leybold LE 301
- 40s Ätzen „mit Lochwafer“ (285 W, 300 sccm),
- Rate nominell ca. 3,5 Å/s, jedoch wg. geringer Grabenbreite nur ca. 2 Å/s

Extremreinigung

- 13 min Remover AR300-70 im Überlaufbecken ca. 70°C
- 7 min Aceton bei ca. 55°C im Überlaufbecken mit Ultraschall
- 1 min Spülen mit Aceton
- Abspülen mit Isopropanol
- 15 min O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „oben“)

Entfernung der SiO₂-Ätzrückstände

- 20 s Eintauchen in unverdünnte Flußsäure (HF, 50%)
- Abspülen mit DI-Wasser

Herstellen eines Ohmschen Kontaktes

Belacken

- AZ 5214 Image Reverse-Lack von AZ Electronic Materials
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 4min bei 90°C

Belichten

- MJB 3 Mask Aligner von Süss, Maske R137 (interne Bezeichnung)
- 6 s, Soft Contact

Umkehrprozess (Image reverse process)

- Ausheizen auf Hotplate 60 s bei 125°C („Post Exposure Bake“)
- Belichten 100 s ohne Maske („Flood Exposure“)

Entwickeln

- 35 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials

- Abspülen mit DI-Wasser

Oberflächenreinigung

- 30 s O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr
- Semicoclean 2 min, DI-Wasser 5 s, HCl (30 %) 5 s, DI-Wasser 1 s

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 1

- Au, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 1072 Å
- Ge, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 528 Å
- Ni, Rate: 1-1,5 Å/s, Dicke: 400 Å

Lift-Off

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

Einlegieren

- Einlegierofen AZ 500 mit Formiergas (20% H₂ / 80% N₂)
- 1.) 120 s bei 370°C; 2.) 50 s bei 440°C, 3.) 2 s bei 100°C

Herstellen der Bondflächen und Zuleitungen

Belacken (Doppellagen-Lacksystem)

- PMMA200k (7%) Positiv-Elektronenstrahl-Lack von Allresist
- Spin coating 5 s bei 3000 U/min, 30 s bei 8000 U/min
- Ausheizen in Ofen 1 h bei 160°C
- PMMA950k (2,5%) Positiv-Elektronenstrahl-Lack von Allresist
- Spin coating 5 s bei 3000 U/min, 30 s bei 8000 U/min
- Ausheizen in Ofen 1 h bei 160°C

Elektronenstrahlbelichtung

- Anlage: Raith eLine
- Datei „Array070312_neu_am_071211“ (Kontaktpads), Schreibfeld 1 mm × 1 mm
- Parameter: Spannung 30 kV, Apertur 60 μm, Dosis 350 μC/cm²

Entwickeln

- Entwickler: Isobutylmethylketon (MIBK) und Isopropanol (Verhältnis 1:3)
- Dauer: 3 min
- ca. 60 s Abspülen in Isopropanol

Oberflächenreinigung

- 30 s O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „unten“)

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 1

- Cr, Rate: 0,5 Å/s, Dicke: 200 Å
- Au, Rate: 4 Å/s, Dicke: 1000 Å

Lift-Off

- 2 h in Remover AR300-70 bei 77°C ohne Ultraschall
- Abspritzen mit Aceton
- Abspülen mit Aceton

- Abspülen mit Isopropanol

Herstellen der eigentlichen Spitzen

Belacken

- PMMA950k (5%) Positiv-Elektronenstrahl-Lack von Allresist
- Spin coating 5 s bei 3000 U/min, 30 s bei 8000 U/min
- Ausheizen in Ofen 1,5 h bei 160°C

Elektronenstrahlbelichtung

- Anlage: Raith eLine
- Datei „Array070312_neu_am_071211“ (Spitzen), Schreibfeld $200\ \mu\text{m} \times 200\ \mu\text{m}$
- Parameter: Spannung 30 kV, Apertur $20\ \mu\text{m}$, Dosis $330\ \mu\text{C}/\text{cm}^2$

Entwickeln

- Entwickler: Isobutylmethylketon (MIBK) und Isopropanol (Verhältnis 1:3)
- Dauer: 2:36 min
- ca. 60 s Abspülen in Isopropanol

Oberflächenreinigung

- 30 s O_2 -Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „oben“)

Grabenätzen

- Reaktives Ionenstrahl-Ätzen mit SiCl_4 , Anlage Leybold LE 301
- $2 \times 30\text{s}$ Ätzen „ohne Lochwafer“ (285 W, 300 sccm) mit 5 min Pause zwischen beiden Ätzworgängen
- Rate ca. $10\ \text{\AA}/\text{s}$

Extremreinigung

- 13 min Remover AR300-70 im Überlaufbecken ca. 70°C
- 7 min Aceton bei ca. 55°C im Überlaufbecken mit Ultraschall
- 1 min Spülen mit Aceton
- Abspülen mit Isopropanol
- 15 min O_2 -Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „oben“)

Unterätzen der Opferschicht

- Transfer der Probe in den Deckel eines Eppendorf-Caps
- Auffüllen des Caps mit Flusssäure (1:1 mit DI-Wasser verdünnt) mittels Pipette
- Eintauchen des Caps in Flusssäure (1:1 mit DI-Wasser verdünnt)
- Kontaktdauer der Probe mit Flusssäure insgesamt: 20 s
- Eintauchen des Caps (mit Probe) in DI-Wasser
- Transfer des Caps (mit Probe) in Isopropanol

Kritischer-Punkt-Trocknung

- Anlage: CPD 030 von Bal-Tec Union Ltd.
- Auffüllen der Anlagen-Kammer mit Isopropanol
- Untertauchen des Eppendorf-Caps (mit Probe) in das Isopropanol in der Anlage
- Transfer der Probe auf das Metallgrid

- Durchführung der Kritischen-Punkt-Trocknung

Oberflächenreinigung

- 15 min O_2 -Plasma 200 W, 0,3 Torr (ohne Abschirmblech, Lage „oben“)

Spitzenpolitur und Aufbringen der Platin-Kontaktbrücken

- Anlage: Zeiss Crossbeam
- „Politur“ der Seitenkanten sowie der Endfläche der Spitze
Apertur: Strahlstrom: 1 pA
- Aufbringen von Platin-Kontaktbrücken Pt-Quelle auf 80°C, Strahlstrom: 1 pA,
Fläche: 300×300 nm, 60 s

Anritzen der Bruchkante

- Wafer-Handritzgerät HR 100 von Karl Süss KG
Modifikationen: Saphir-Spitze, erhöhte Vergrößerung,
Blick auf Spitze
- Anritzen links und rechts der Spitzen auf Höhe der Mitte der Spitzen

Aufdampfen der SETs

Vorbereitung

- Einbau und Justage der Spitzenprobe in den Schattenmasken-Probenhalter
(Durchführung unter Mikroskop)
- Einbau des Halters in die Transferkammer der UHV-Aufdampfanlage und Anschalten der Substratkühlung über Nacht

SET-Herstellung

- Aufdampfen von Source/Drain: nominell 40 nm Al (bei 1250°C, ca. 1,3 Å/s, Probenverkipfung 60° gegenüber Probennormalen, 1°-2° gegenüber der Senkrechten zu den Spitzen in der Waferebene)
- Oxidation in separater Oxidationskammer (20 min, $p_{O_2} = 1,6 \times 10^{-1}$ mbar)
- Aufdampfen der Insel: nominell 45 nm Al (bei 1250°C, ca. 1,3 Å/s, Probenverkipfung 85° gegenüber Probennormalen, 5° gegenüber der Richtung der Spitzen in der Waferebene)

C.3. Herstellung der Hallstruktur der fixierten Anordnung

Prozess-Schritte zur Herstellung der Hallprobe aus Abbildung 5.2
(Anordnung aus zueinander fixierter Hallprobe und SET-Spitzenarray)

MESA

Substratreinigung

- 2min Ultraschall in N-Methyl-2-Pyrrolidon (NMP)²
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 1
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 1
- Aceton abspülen mit Isopropanol

Belacken

- S1805 Positivlack von Shipley
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 2 min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss³ , Maske R140 (interne Bezeichnung)
- 7 s, Hard Contact

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Mesaätzen

- H₂SO₄ (96%):H₂O₂ (31%):H₂O 1:8:1000 Volumenverhältnis
- 180 s (erreichte Ätztiefe 150nm)

Entlacken

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

KONTAKTE

Belacken

- AZ 5214 Image Reverse-Lack von AZ Electronic Materials
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 4min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss, Maske R140 (interne Bezeichnung)
- 2,5 s, Hard Contact

Umkehrprozess (Image reverse process)

- Ausheizen auf Hotplate 60 s bei 125°C („Post Exposure Bake“)
- Belichten 50 s ohne Maske („Flood Exposure“)

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Oberflächenreinigung

- 30 s O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr

²Alle Chemikalien in VLSI-Qualität

³HgXe-Lampe; Intensität bei $\lambda = 320 \text{ nm}$: 7,9 mW/cm²

- Semicoclean 2 min, DI-Wasser 5 s, HCl (30 %) 5 s, DI-Wasser 1 s

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 1

- Au, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 1608 Å
- Ge, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 796 Å
- Ni, Rate: 1-1,5 Å/s, Dicke: 603 Å

Lift-Off

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

Einlegieren

- Einlegierofen AZ 500 mit Formiergas (20% H₂ / 80% N₂)
- 1. 120 s bei 370°C; 2. 50 s bei 440°C, 3. 2 s bei 100°C

BONDPADS

Belacken

- AZ 5214 Image Reverse-Lack von AZ Electronic Materials
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 4min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss, Maske R97 (interne Bezeichnung)
- 2,5 s, Hard Contact

Umkehrprozess (Image reverse process)

- Ausheizen auf Hotplate 60 s bei 125°C („Post Exposure Bake“)
- Belichten 50 s ohne Maske („Flood Exposue“)

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 2

- Cr, Rate: 0,5-1 Å/s, Dicke: 200 Å
- Au, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 1000 Å

Lift-Off

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

C.4. Herstellung der Hallstruktur zur elektrischen Charakterisierung

Prozess-Schritte zur Herstellung der Hallprobe aus Abbildung 5.3

(Hallprobe zur Bestimmung von Ladungsträgerkonzentration n_s und Ladungsträgerbeweglichkeit μ_n an Wafer Nr. 8809)

MESA

Substratreinigung

- 2min Ultraschall in Aceton
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 1
- ca. 20 s Abspülen in Aceton 2
- Aceton abspülen mit Isopropanol

Belacken

- S1805 Positivlack von Shipley
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 2min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss , Maske R110 (interne Bezeichnung)
- 8,5 s, Hard Contact

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Mesaätzen

- H_2SO_4 (96%): H_2O_2 (31%): H_2O 1:8:1000 Volumenverhältnis
- 180 s (erreichte Ätztiefe 150nm)

Entlacken

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

KONTAKTE

Belacken

- AZ 5214 Image Reverse-Lack von AZ Electronic Materials
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 4min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss, Maske R110 (interne Bezeichnung)
- 7 s, Hard Contact

Umkehrprozess (Image reverse process)

- Ausheizen auf Hotplate 60 s bei 125°C (Post Exposure Bake")
- Belichten 70 s ohne Maske (Flood Exposue")

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Oberflächenreinigung

- 30 s O₂-Plasma 200 W, 0,3 Torr
- Semicoclean 2 min, DI-Wasser 5 s, HCl (30 %) 5 s, DI-Wasser 1 s

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 1

- Au, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 1608 Å
- Ge, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 793 Å
- Ni, Rate: 1-1,5 Å/s, Dicke: 600 Å

Lift-Off

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

Einlegieren

- Einlegierofen AZ 500 mit Formiergas (20% H₂ / 80% N₂)
- 1. 120 s bei 370°C; 2. 50 s bei 440°C, 3. 2 s bei 100°C

BONDPADS

Belacken

- AZ 5214 Image Reverse-Lack von AZ Electronic Materials
- Spin coating 30 s bei 6000 U/min
- Ausheizen auf Hotplate 4min bei 90°C

Belichten

- MA 6 Mask Aligner von Süss, Maske R110 (interne Bezeichnung)
- 7 s, Hard Contact

Umkehrprozess (Image reverse process)

- Ausheizen auf Hotplate 60 s bei 125°C („Post Exposure Bake“)
- Belichten 70 s ohne Maske („Flood Exposue“)

Entwickeln

- 30 s in AZ726 MIF von AZ Electronic Materials
- Abspülen mit DI-Wasser

Aufdampfen (Thermisches Widerstandsverdampfen), UNIVEX 2

- Cr, Rate: 0,5-1 Å/s, Dicke: 200 Å
- Au, Rate: 2-3 Å/s, Dicke: 1000 Å

Lift-Off

- Aceton, mindestens 2 min
- Abspülen mit Isopropanol

Literaturverzeichnis

- [1] E.H. Hall. New Action of a Magnet on Electric Currents. *American Journal of Mathematics*, 2:287, 1879.
- [2] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper. New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 45(6):494–497, Aug 1980.
- [3] D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard. Two-Dimensional Magnetotransport in the Extreme Quantum Limit. *Phys. Rev. Lett.*, 48(22):1559–1562, May 1982.
- [4] R. B. Laughlin. Anomalous Quantum Hall Effect: An Incompressible Quantum Fluid with Fractionally Charged Excitations. *Phys. Rev. Lett.*, 50(18):1395–1398, May 1983.
- [5] K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim, and A. K. Geim. Room-Temperature Quantum Hall Effect in Graphene. *Science*, 315(5817):1379, 2007.
- [6] R. B. Laughlin. Quantized Hall conductivity in two dimensions. *Phys. Rev. B*, 23(10):5632–5633, May 1981.
- [7] B. I. Halperin. Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential. *Phys. Rev. B*, 25(4):2185–2190, Feb 1982.
- [8] M. Büttiker. Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors. *Phys. Rev. B*, 38(14):9375–9389, Nov 1988.
- [9] R J Haug. Edge-state transport and its experimental consequences in high magnetic fields. *Semiconductor Science and Technology*, 8(2):131–153, 1993.
- [10] Klaus von Klitzing. The quantum Hall effect - an edge phenomenon? *Physica B: Condensed Matter*, 184(1-4):1 – 6, 1993.
- [11] Klaus v. Klitzing. Physics and application of the quantum Hall effect. *Physica B: Condensed Matter*, 204(1-4):111 – 116, 1995.
- [12] D. B. Chklovskii, B. I. Shklovskii, and L. I. Glazman. Electrostatics of edge channels. *Phys. Rev. B*, 46(7):4026–4034, Aug 1992.
- [13] Karlheinz Lier and Rolf R. Gerhardts. Self-consistent calculations of edge channels in laterally confined two-dimensional electron systems. *Phys. Rev. B*, 50(11):7757–7767, Sep 1994.
- [14] R. Woltjer, R. Eppenga, J. Mooren, C. E. Timmering, and J. P. Andre. A New Approach to the Quantum Hall Effect. *EPL (Europhysics Letters)*, 2(2):149–155, 1986.
- [15] D. J. Thouless. Edge voltages and distributed currents in the quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 71(12):1879–1882, Sep 1993.
- [16] V. Tsemekhman, K. Tsemekhman, C. Wexler, J. H. Han, and D. J. Thouless. Theory of the breakdown of the quantum Hall effect. *Phys. Rev. B*, 55(16):R10201–R10204, Apr 1997.
- [17] P. Weitz. *Untersuchungen zum Verlauf der Hall-Spannung in einem zweidimensionalen*

- Elektronensystem unter den Bedingungen des Quanten-Hall-Effekts mittels eines Rasterkraft-Mikroskops.* PhD thesis, Universität Hamburg, 1999.
- [18] E. Ahlswede, J. Weis, K. v. Klitzing, and K. Eberl. Hall potential distribution in the quantum Hall regime in the vicinity of a potential probe contact. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 12(1-4):165 – 168, 2002.
- [19] E. Ahlswede. *Potential- und Stromverteilung beim Quanten-Hall-Effekt bestimmt mittels Rasterkraftmikroskopie.* PhD thesis, Universität Stuttgart, 2002.
- [20] M. J. Yoo, T. A. Fulton, H. F. Hess, R. L. Willett, L. N. Dunkleberger, R. J. Chichester, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Scanning Single-Electron Transistor Microscopy: Imaging Individual Charges. *Science*, 276(5312):579–582, 1997.
- [21] D.V. Averin and K.K. Likharev. Coulomb blockade of single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions. *Journal of Low Temperature Physics*, 62(3-4):345–373, 1986.
- [22] T. A. Fulton and G. J. Dolan. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 59(1):109–112, Jul 1987.
- [23] Y. Y. Wei, J. Weis, K. v. Klitzing, and K. Eberl. Single-electron transistor as an electrometer measuring chemical potential variations. *Applied Physics Letters*, 71(17):2514–2516, 1997.
- [24] A. Yacoby, H. F. Hess, T. A. Fulton, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Electrical imaging of the quantum Hall state. *Solid State Communications*, 111(1):1 – 13, 1999.
- [25] J. Hüls, J. Weis, K. von Klitzing, and K. Eberl. Fine structure in the local chemical potential of a two-dimensional-electron system at filling factor. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 6(1-4):64 – 68, 2000.
- [26] S. Ilani, A. Yacoby, D. Mahalu, and Hadas Shtrikman. Unexpected Behavior of the Local Compressibility near the $B = 0$ Metal-Insulator Transition. *Phys. Rev. Lett.*, 84(14):3133–3136, Apr 2000.
- [27] J. Weis. Single-Electron Devices and Quantum Dots. Buchmanuskript (unveröffentlicht).
- [28] H. Grabert and Devoret M.H. *Single Charge Tunneling Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures.* Plenum Press New York, 2004.
- [29] U Meirav and E B Foxman. Single-electron phenomena in semiconductors. *Semiconductor Science and Technology*, 11(3):255–284, 1996.
- [30] D. Chouvaev, L. S. Kuzmin, D. S. Golubev, and A. D. Zaikin. Strong tunneling and Coulomb blockade in a single-electron transistor. *Phys. Rev. B*, 59(16):10599–10602, Apr 1999.
- [31] I.O. Kulik and R.I. Shekhter. Kinetic phenomena and charge discreteness effect in granulated media. *Sov. Phys. JETP*, 41(2):308–316, 1975.
- [32] C. W. J. Beenakker. Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. *Phys. Rev. B*, 44(4):1646–1656, Jul 1991.
- [33] K. Simonyi. *Theoretische Elektrotechnik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 4. deutsche auflage ed. edition, 1971.
- [34] David Berman, Nikolai B. Zhitenev, Raymond C. Ashoori, Henry I. Smith, and Michael R. Melloch. Single-electron transistor as a charge sensor for semiconductor applications. volume 15, pages 2844–2847. AVS, 1997.
- [35] J. Weis, Y. Y. Wei, and K. v. Klitzing. Single-electron transistor probes two-dimensional electron system in the quantum Hall regime. *Microelectronic Engineering*, 47(1-4):17 –

- 21, 1999. New Phenomena in Mesoscopic Structures.
- [36] J Weis, R J Haug, K von Klitzing, and K Ploog. Transport spectroscopy on a single quantum dot. *Semiconductor Science and Technology*, 9(11S):1890–1896, 1994.
- [37] Tsuneya Ando, Alan B. Fowler, and Frank Stern. Electronic properties of two-dimensional systems. *Rev. Mod. Phys.*, 54(2):437–672, Apr 1982.
- [38] H. L. Störmer, R. Dingle, A. C. Gossard, W. Wiegmann, and M. D. Sturge. Two-dimensional electron gas at a semiconductor-semiconductor interface. *Solid State Communications*, 29(10):705 – 709, 1979.
- [39] Frank Stern and Sankar Das Sarma. Electron energy levels in GaAs-Ga_{1-x}Al_xAs heterojunctions. *Phys. Rev. B*, 30(2):840–848, Jul 1984.
- [40] M. Dolev, M. Heiblum, V. Umansky, A. Stern, and D. Mahalu. Observation of a quarter of an electron charge at the $\nu = 5/2$ quantum Hall state. *Nature*, 452(2):829, 2008.
- [41] P. Drude. Zur Elektronentheorie der Metalle. *Annalen der Physik*, 306(3):566–613, 1900.
- [42] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, 1995.
- [43] L.D. Landau and J.M. Lifschitz. *Lehrbuch der theoretischen Physik (Band 3)*. Akademie Verlag, Berlin, 1979.
- [44] Tsuneya Ando. Theory of Quantum Transport in a Two-Dimensional Electron System under Magnetic Fields. III. Many-Site Approximation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 37(3):622–630, 1974.
- [45] Tsuneya Ando. Electron Localization in a Two-Dimensional System in Strong Magnetic Fields. I. Case of Short-Range Scatterers. *Journal of the Physical Society of Japan*, 52(5):1740–1749, 1983.
- [46] J. P. Eisenstein, H. L. Stormer, V. Narayanamurti, A. Y. Cho, A. C. Gossard, and C. W. Tu. Density of States and de Haas-van Alphen Effect in Two-Dimensional Electron Systems. *Phys. Rev. Lett.*, 55(8):875–878, Aug 1985.
- [47] Klaus von Klitzing. The quantized Hall effect. *Rev. Mod. Phys.*, 58(3):519–531, Jul 1986.
- [48] B. Jeckelmann. The quantum Hall effect and its application in metrology. In T. J. Quinn, S. Leschiutta, and P. Tavella, editors, *Recent Advances in Metrology and Fundamental Constants*, page 263, 2001.
- [49] J. Weis. Hall Potential Profiles in Quantum Hall Samples Measured by a Low-Temperature Scanning Force Microscope. *International Journal of Modern Physics B*, 21:1297–1306, 2007.
- [50] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, and K. W. West. Compressibility of the two-dimensional electron gas: Measurements of the zero-field exchange energy and fractional quantum Hall gap. *Phys. Rev. B*, 50(3):1760–1778, Jul 1994.
- [51] C. W. J. Beenakker. Edge channels for the fractional quantum Hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 64(2):216–219, Jan 1990.
- [52] A.M. Chang. A unified transport theory for the integral and fractional quantum Hall effects: Phase boundaries, edge currents, and transmission/reflection probabilities. *Solid State Communications*, 74(9):871 – 876, 1990.
- [53] F. Dahlem. *Adiabatic transport in the quantum Hall regime: Comparison between transport and scanning force microscopy investigations*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 2008.
- [54] K. von Klitzing, R. Gerhardts, and J. Weis. 25 Jahre Quanten-Hall-Effekt. *Physik Journal*, 4(6):37–44, 2005.

- [55] R. Knott, W. Dietsche, K. von Klitzing, and K. Ploog. Imaging of the dissipation in quantum-Hall-effect experiments. *Zeitschrift für Physik B*, 82(3):351–354, 1991.
- [56] R Knott, W Dietsche, K von Klitzing, K Eberl, and K Ploog. Electro-optic imaging of potential distributions in the quantum Hall regime. *Semiconductor Science and Technology*, 10(2):117–126, 1995.
- [57] G. Binnig and H. Rohrer. Surface imaging by scanning tunneling microscopy. *Ultramicroscopy*, 11(2-3):157 – 160, 1983.
- [58] G. Binnig, Ch. Gerber, E. Stoll, T.R. Albrecht, and C.F. Quate. Atomic resolution with atomic force microscope. *Surface Science*, 189-190:1 – 6, 1987. Proceedings of the Ninth European Conference on Surface Science.
- [59] Y. Martin and H. K. Wickramasinghe. Magnetic imaging by “force microscopy” with 1000 Å resolution. *Applied Physics Letters*, 50(20):1455–1457, 1987.
- [60] E. Betzig, J. K. Trautman, T. D. Harris, J. S. Weiner, and R. L. Kostelak. Breaking the Diffraction Barrier: Optical Microscopy on a Nanometric Scale. *Science*, 251(5000):1468–1470, 1991.
- [61] J. K. Trautman, E. Betzig, J. S. Weiner, D. J. DiGiovanni, T. D. Harris, F. Hellman, and E. M. Gyorgy. Image contrast in near-field optics. *Journal of Applied Physics*, 71(10):4659–4663, 1992.
- [62] C. C. Williams, J. Slinkman, W. P. Hough, and H. K. Wickramasinghe. Lateral dopant profiling with 200 nm resolution by scanning capacitance microscopy. *Applied Physics Letters*, 55(16):1662–1664, 1989.
- [63] Albert K. Henning, Todd Hochwitz, James Slinkman, James Never, Steven Hoffmann, Phil Kaszuba, and Charles Daghljan. Two-dimensional surface dopant profiling in silicon using scanning kelvin probe microscopy. *Journal of Applied Physics*, 77(5):1888–1896, 1995.
- [64] Yves Martin, David W. Abraham, and H. Kumar Wickramasinghe. High-resolution capacitance measurement and potentiometry by force microscopy. *Applied Physics Letters*, 52(13):1103–1105, 1988.
- [65] Henrik T. A. Brenning, Sergey E. Kubatkin, Donats Erts, Sergey G. Kafanov, Thilo Bauch, and Per Delsing. A single electron transistor on an atomic force microscope probe. *Nano Letters*, 6(5):937–941, 2006.
- [66] R. J. Schoelkopf, P. Wahlgren, A. A. Kozhevnikov, P. Delsing, and D. E. Prober. The Radio-Frequency Single-Electron Transistor (RF-SET): A Fast and Ultrasensitive Electrometer. *Science*, 280(5367):1238–1242, 1998.
- [67] Thomas R. Albrecht and Calvin F. Quate. Atomic resolution with the atomic force microscope on conductors and nonconductors. *Journal of Vacuum Science & Technology A: Vacuum, Surfaces, and Films*, 6(2):271–274, 1988.
- [68] O. Wolter, Th. Bayer, and J. Greschner. Micromachined silicon sensors for scanning force microscopy. volume 9, pages 1353–1357. AVS, 1991.
- [69] J. G. E. Harris, D. D. Awschalom, K. D. Maranowski, and A. C. Gossard. Fabrication and characterization of 100-nm-thick GaAs cantilevers. *Review of Scientific Instruments*, 67(10):3591–3593, 1996.
- [70] Eli Yablonovitch, T. Gmitter, J. P. Harbison, and R. Bhat. Extreme selectivity in the lift-off of epitaxial GaAs films. *Applied Physics Letters*, 51(26):2222–2224, 1987.
- [71] Th. Stauden, F. Niebelschütz, K. Tonisch, V. Cimalla, G. Ecke, Ch. Haupt, and J. Pezolt.

- Isotropic etching of Sic. *Materials Science Forum*, 603:651–654, 2009.
- [72] V. Ya. Prinz, V. A. Seleznev, A. K. Gutakovskiy, A. V. Chehovskiy, V. V. Preobrazhenskii, M. A. Putyato, and T. A. Gavrilova. Free-standing and overgrown InGaAs/GaAs nanotubes, nanohelices and their arrays. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 6(1-4):828 – 831, 2000.
- [73] Ch. Deneke and O. G. Schmidt. Structural characterization and potential x-ray waveguiding of a small rolled-up nanotube with a large number of windings. *Applied Physics Letters*, 89(12):123121, 2006.
- [74] Oliver G. Schmidt and Karl Eberl. Nanotechnology: Thin solid films roll up into nanotubes. *Nature*, 410:168, 2001.
- [75] O. G. Schmidt, C. Deneke, Y. M. Manz, and C. Müller. Semiconductor tubes, rods and rings of nanometer and micrometer dimension. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 13(2-4):969 – 973, 2002.
- [76] J. Z. Li, I. Adesida, and E. D. Wolf. Evidence of crystallographic etching in (100)GaAs using SiCl₄ reactive ion etching. *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures*, 3(1):406–409, 1985.
- [77] U. Wilhelm. *Präparation und elektrische Charakterisierung elektrostatisch gekoppelter Quantendotsysteme eine Realisierung des Anderson-Störstellenmodells*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 2000.
- [78] Oktay Gökteş, Jochen Weber, Jürgen Weis, and Klaus von Klitzing. Alloyed ohmic contacts to two-dimensional electron system in AlGaAs/GaAs heterostructures down to submicron length scale. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 40(5):1579 – 1581, 2008. 17th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems.
- [79] Krista von Baczko. *Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie*. Verlag Chemie GmbH Weinheim/Bergstrasse, 1970.
- [80] N.F. Mott. The theory of the formation of protective oxide films on metals - III. *Transactions of the Faraday Society*, 43:429–434, 1947.
- [81] N Cabrera and N F Mott. Theory of the oxidation of metals. *Reports on Progress in Physics*, 12(1):163–184, 1949.
- [82] Joseph E. Boggio. The pressure dependence of the oxidation of aluminum at 298 °K. *Surface Science*, 14(1):1 – 6, 1969.
- [83] F. Reichel, L.P.H. Jeurgens, and E.J. Mittemeijer. The effect of substrate orientation on the kinetics of ultra-thin oxide-film growth on Al single crystals. *Acta Materialia*, 56(12):2897 – 2907, 2008.
- [84] John F. Cochran and D. E. Mapother. Superconducting Transition in Aluminum. *Phys. Rev.*, 111(1):132–142, Jul 1958.
- [85] E. P. Harris and D. E. Mapother. Critical Field of Superconducting Aluminum as a Function of Pressure and Temperature above 0.3°K. *Phys. Rev.*, 165(2):522–532, Jan 1968.
- [86] T. Yamamoto, Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, O. Astafiev, and J. S. Tsai. Parity effect in superconducting aluminum single electron transistors with spatial gap profile controlled by film thickness. *Applied Physics Letters*, 88(21):212509, 2006.
- [87] F. F. Fang and P. J. Stiles. Effects of a Tilted Magnetic Field on a Two-Dimensional Electron Gas. *Phys. Rev.*, 174(3):823–828, Oct 1968.

- [88] J. F. JANAK. g Factor of the Two-Dimensional Interacting Electron Gas. *Phys. Rev.*, 178(3):1416–1418, Feb 1969.
- [89] R. J. Nicholas, R. J. Haug, K. v. Klitzing, and G. Weimann. Exchange enhancement of the spin splitting in a GaAs-Ga_xAl_{1-x}As heterojunction. *Phys. Rev. B*, 37(3):1294–1302, Jan 1988.
- [90] R. T. Zeller, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, F. F. Fang, and S. L. Wright. Floating-gate technique applied to two-dimensional systems. *Phys. Rev. B*, 33(2):1529–1532, Jan 1986.
- [91] A. M. Dabiran, R. T. Zeller, F. F. Fang, S. L. Wright, and P. J. Stiles. Electrochemical potential oscillations of the two-dimensional electron gas in GaAs/AlGaAs heterostructures in high magnetic fields. *Surface Science*, 196(1-3):712 – 718, 1988.
- [92] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, N. B. Zhitenev, S. I. Dorozhkin, and K. von Klitzing. Quantum Hall effect in the absence of edge currents. *Phys. Rev. B*, 46(19):12560–12567, Nov 1992.
- [93] J. Hüls. *Experimente zur Potentialverteilung zweidimensionaler Elektronensysteme im ganz- und gebrochenzahligen Quanten-Hall-Bereich mit Hilfe eines Einzelelektronentransistors als Elektrometer*. PhD thesis, Universität Hamburg, 2001.
- [94] Torsten Klaffs. *Experimente zur Potential- und Stromverteilung in Quanten-Hall-Systemen mit Einzelelektron-Transistoren*. PhD thesis, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2004.
- [95] K.V. Kavokin, M.E. Portnoi, A.J. Matthews, A. Usher, J. Gething, D.A. Ritchie, and M.Y. Simmons. Induced currents, frozen charges and the quantum Hall effect breakdown. *Solid State Communications*, 134(4):257 – 259, 2005.
- [96] L. Eaves and F. W. Sheard. Size-dependent quantised breakdown of the dissipationless quantum Hall effect in narrow channels. *Semiconductor Science and Technology*, 1(6):346–349, 1986.
- [97] L. Bliok, G. Hein, D. Jucknischke, V. Kose, J. Niemeyer, G. Weimann, and W. Schlapp. Breakdown of dissipationless quantum Hall conduction in narrow channels. *Surface Science*, 196(1-3):156 – 164, 1988.
- [98] C. L. Jones, A. Usher, M. Elliott, W. G. Herrenden-Harker, A. Potts, R. Shepherd, T. S. Cheng, and C. T. Foxon. The decay of induced eddy currents in a two-dimensional electron system. *Solid State Communications*, 95(7):409 – 413, 1995.
- [99] C. L. Jones, A. Usher, M. Elliott, W. G. Herrenden-Harker, A. Potts, R. Shepherd, T. S. Cheng, and C. T. Foxon. Contactless detection of current breakdown of the quantum Hall effect. *Solid State Communications*, 97(9):763 – 768, 1996.
- [100] K. L. Phillips, M. Elliott, Y. Lu, W. G. Herrenden-Harker, A. J. Matthews, J. D. Gething, A. Usher, M. Henini, D. A. Ritchie, and M. Y. Simmons. Self-organised criticality in the quantum Hall effect. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 22(1-3):210 – 213, 2004. 15th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems (EP2DS-15).
- [101] Per Bak, Chao Tang, and Kurt Wiesenfeld. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A*, 38(1):364–374, Jul 1988.
- [102] R. O. Dendy and P. Helander. Appearance and nonappearance of self-organized criticality in sandpiles. *Phys. Rev. E*, 57(3):3641–3644, Mar 1998.
- [103] I. Bruder. Herstellung und Charakterisierung zweier elektrostatisch gekoppelter metallischer Einzelelektronen-Transistoren. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 2007.

Thesen

1. Um zu einem besseren mikroskopischen Verständnis des Quanten-Hall-Effektes und verwandter Effekte zu kommen, ist eine Kenntnis über die lokalen elektrischen Eigenschaften eines zweidimensionalen Elektronensystems (2DES) unter hohen Magnetfeldern von besonderem Interesse. Metallische Einzelektronen-Transistoren eignen sich besonders, um als lokale Elektrometer unter Quanten-Hall-Bedingungen, d.h. bei tiefen Temperaturen und hohen Magnetfeldern, für elektrische Messungen eingesetzt werden zu können.
2. Um gleichzeitige Potentialmessungen an verschiedenen Orten der Probe zu ermöglichen, wurden im Rahmen dieser Arbeit mehrere, in einer Reihe nebeneinander angeordnete Spitzen (Spitzen-Array) mit darauf befindlichen Einzelektronen-Transistoren (SETs) entwickelt und hergestellt.
3. Das gewählte Konzept verwendet eine $\text{Al}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}/\text{GaAs}$ -Heterostruktur zur Herstellung freistehender, in der Waferebene liegender Spitzen. Dadurch besteht eine große Flexibilität in der Spitzegeometrie sowie die Möglichkeit der Nutzung konventioneller Verfahren der Halbleitertechnologie. Durch ein besonderes Spitzendesign können die SETs im letzten Prozessschritt mit Hilfe eines Schattenbedampfungsverfahrens hergestellt werden.
4. Bei der Charakterisierung der SETs im ^3He - ^4He -Mischkryostat wurden für die Einzelektronen-Ladeenergie $E_C = e^2/(2C_\Sigma)$ typische Werte zwischen $25 \mu\text{eV}$ und $50 \mu\text{eV}$ bestimmt, was in Übereinstimmung mit dem nach der Geometrie der SETs zu erwartenden Wert ist. Die Stabilität eines Arbeitspunktes lag in der Regel im Bereich vieler Stunden bis Tage, was langandauernde Messungen ohne Sprünge und Drift ermöglicht.
5. Um die Eignung der SET-Spitzen für elektrische Messungen an einer Hall-Probe zu demonstrieren, wurde ein nicht-rasternder Versuchsaufbau hergestellt, bei dem ein Array von SET-Spitzen gegenüber einer Hall-Probe fixiert angeordnet ist.
6. An diesem Aufbau wurden elektrische Hysteresen beobachtet und untersucht, die bei einer Veränderung des senkrecht zum 2DES verlaufenden Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Richtung der Magnetfeldänderung in der Nähe kleiner ganzzahliger Landau-Niveau-Füllfaktoren des 2DES festgestellt werden konnten. Bei $\nu = 1$ beträgt die Maximalamplitude ca. 65 mV , bei $\nu = 2$ ca. 40 mV . Die Hysteresekurven verlaufen symmetrisch zum Maximalwert, allerdings weist die Hysterese um $\nu = 1$ eine zusätzliche Feinstruktur auf, die sich durch zahlreiche Potentialeinbrüche auszeichnet und asymmetrisch zum Maximum größtenteils auf der Flanke geringerer Magnetfelder liegt.
7. Ursache der Hysteresen ist ein von der Magnetfeldänderung induziertes elektrisches Feld, welches in Konsequenz einen Hallstrom zwischen dem kontaktierten Rand und dem Inneren des 2DES verursacht, der zu einem kapazitiven Aufladen des inneren Bereiches führt. Ein Anhalten der Magnetfeldänderung im Bereich der Hysterese bewirkt einen sofortigen Abfall lediglich eines Teils der Spannung, während die Restspannung über mehrere Stunden nahezu stabil bleibt. Die Hysterese kann daher in einen äußeren, dynamischen und einen inneren, quasi-statischen Bereich eingeteilt werden. Ein Rückfluss der Ladung wird im quasi-statischen Bereich durch die isolierenden, inkompressiblen Eigenschaften des 2DES im Randbereich verhindert. Im dynamischen Bereich werden diese isolierenden Bereiche aufgrund der hohen Spannung durchbrochen.
8. Durch Magnetfeldänderungen in kleinen Schritten im quasi-statischen Hysteresebereich können weitere elektrische Hysteresen beobachtet werden, die im Zusammenhang mit der kompressiblen und inkompressiblen Landschaft im Inneren des 2DES diskutiert werden.

Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweiligen beschriebenen Weise unentgeltlich geholfen:

1. Sven Jamecsny: Konstruktion und Aufbau der fixierten Anordnung
2. Emica Coric, Bernhard Fenk, Achim Güth, Marion Hagel, Thomas Reindl, Monika Riek und Ulrike Waizmann: Einlernen in die Prozessierung im Reinraum
3. Hans Riek: Lötarbeiten

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalte der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch angesehen wird und den erfolglosen Abbruch des Promotionsverfahrens zu Folge hat.

Ilmenau, den 03.07.2009

Jochen Weber

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt dabei:

- Prof. Dr. Klaus von Klitzing für die Betreuung und Unterstützung dieser Arbeit sowie dafür, mich auch als Nicht-Physiker in seine Gruppe aufgenommen zu haben.
- Dr. Jürgen Weis für die intensive und hilfreiche Unterstützung in allen Bereichen der Arbeit bei gleichzeitiger Gewährung großer wissenschaftlicher Freiräume.
- Prof. Dr. Theodor Doll und PD Dr. Frank Schwierz für die Übernahme der Betreuung seitens der TU Ilmenau, ohne die die Anfertigung der Arbeit am Max-Planck-Institut nicht möglich gewesen wäre.
- Prof. Dr. Werner Dietsche und Maik Hauser für die Bereitstellung der Heterostrukturen.
- Dr. Sven Jamecsny für seine Konstruktionen sowie die Bereitschaft, jederzeit alles stehen und liegen zu lassen, um mir bei diversen Kurzschlüssen und nicht nachvollziehbaren Störungen aus der Patsche zu helfen.
- Stefan Falk für seine Geduld, mich und mein Chaos in seinem Labor zu ertragen.
- Der Reinraum-Crew (Emica Coric, Bernhard Fenk, Achim Güth, Marion Hagel, Thomas Reindl, Monika Riek und Ulrike Waizmann) für ihr unerschöpfliches Wissen bei Technologiefragen sowie das freundschaftliche Verhältnis.
- Meinen Bürokollegen Eleonora Storace und Johannes Nübler für die Unterstützung in Theoriefragen sowie das gute Büroklima.
- Dr. Paola Atkinson für abendliche wissenschaftliche und nichtwissenschaftliche Diskussionen bei Döner, Pizza und Chinesisch.
- Allen „Weis-Guys“ sowie allen Mitgliedern der Abteilung von Klitzing für unzählige fachliche Hilfen und das gute Arbeitsklima.
- Benjamin Stuhlhofer und seine Kollegen der Technologie-Servicegruppe für schnelles Probenbonden auch bei ungewöhnlichen Probenaufbauten.
- Hans Riek für zahlreiche Lötarbeiten.
- Dr. Gernot Ecke und Dr. Henry Romanus von der TU Ilmenau für die unbürokratische Analysen mittels Auger-Elektronen-Spektroskopie sowie Probenpräparation mittels Focused-Ion-Beam.
- Meinen ehemaligen Kommilitonen Florentina und Merten Niebelschütz sowie Katja Tonisch für ihre Freundschaft sowie für wunderschöne Urlaube auf den Lofoten, im Harz und in Gröden.
- Meinen Eltern Manfred und Gerlinde sowie meinen Brüdern Bernd und Stefan für den Ausgleich neben der Promotion.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name Jochen Weber
Geburtstag 30.06.1981
Geburtsort Marktheidenfeld

Schulischer Bildungsgang

1987 - 1991 Grund- und Hauptschule Hafenlohr
1991 - 2000 Balthasar-Neumann-Gymnasium Marktheidenfeld
Abschluss: Abitur

Akademischer Bildungsgang

2000 - 2005 Studium der Elektrotechnik an der TU Ilmenau

Diplomarbeit bei Prof. Dr. T. Doll
Thema: Flexible Mikroelektrodenstrukturen auf
polymeren Substraten für Low-Cost-Anwendungen
in Mikrostrukturierung und Elektronik

Abschluss: Diplom-Ingenieur Elektrotechnik

2001 - 2002 Intensivstudium an der TU Ilmenau
Mechatronik als zusätzliche Fachrichtung
Abschluss: Vordiplom im Studiengang Mechatronik

seit 11/2005 Anfertigung der vorliegenden Doktorarbeit
am Max-Planck-Institut für Festkörperforschung
bei Prof. Dr. K. von Klitzing