



---

seit 1558

FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA

Chemisch-Geowissenschaftliche Fakultät

Institut für Geowissenschaften

Lehrstuhl für Angewandte Geophysik

**Das LaCoste & Romberg Gravimeter ET18  
im Vergleich mit dem  
supraleitenden Gravimeter GWR CD-034**

DIPLOMARBEIT

vorgelegt von

Anne Hegewald

Betreuer

Prof. Dr. Gerhard Jentzsch

PD Dr. Thomas Jahr

Jena, den 9. Mai 2009



Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel oder Quellen verwendet habe.

Jena, den 9. Mai 2009

Anne Hegewald



# Inhaltsverzeichnis

|  |            |
|--|------------|
| Abbildungsverzeichnis  | <b>v</b>   |
| Tabellenverzeichnis  | <b>vii</b> |
| Liste der Symbole  | <b>ix</b>  |
| <b>1 Einleitung</b>  | <b>1</b>   |
| <b>2 Das Geodynamische Observatorium Moxa</b>                      | <b>3</b>   |
| 2.1 Geschichte des Observatoriums . . . . .                        | 3          |
| 2.2 Geologisches Umfeld . . . . .                                  | 5          |
| 2.3 Instrumentelle Ausstattung des Observatoriums . . . . .        | 5          |
| <b>3 Die Gravimeter</b>  | <b>9</b>   |
| 3.1 Das LaCoste & Romberg Erdzeitengravimeter ET18 . . . . .       | 9          |
| 3.1.1 Geschichte des ET18 Gravimeters . . . . .                    | 9          |
| 3.1.2 Aufbau und Funktion des ET18 Gravimeters . . . . .           | 12         |
| 3.1.3 Kalibrierung der Elektronik des ET18 Gravimeters . . . . .   | 16         |
| 3.2 Das supraleitende Gravimeter GWR CD-034 . . . . .              | 20         |
| 3.2.1 Prinzip der Supraleitung . . . . .                           | 20         |
| 3.2.2 Aufbau und Funktion des supraleitenden Gravimeters . . . . . | 20         |
| <b>4 Theoretische Grundlagen</b>                                   | <b>23</b>  |
| 4.1 Diskrete Fourieranalyse . . . . .                              | 24         |
| 4.2 Erdzeiten . . . . .  | 30         |
| 4.2.1 Das Gezeitenpotenzial . . . . .                              | 30         |
| 4.2.2 Gezeitenanalyse mit ETERNA 3.4 . . . . .                     | 34         |
| 4.3 Erdeigenschwingungen . . . . .                                 | 37         |
| 4.4 Erdkernresonanzeffekt . . . . .                                | 41         |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>5</b> | <b>Datenanalyse und Vergleich von ET18 und SG</b>            | <b>43</b> |
| 5.1      | Datenaufbereitung . . . . .                                  | 44        |
| 5.1.1    | Interpolation von Datenlücken . . . . .                      | 44        |
| 5.1.2    | Bearbeitung der Zeitreihen . . . . .                         | 45        |
| 5.1.3    | Kalibrierung der ET18 Daten . . . . .                        | 51        |
| 5.1.4    | Einfluss von Luftdruck- und Grundwasservariationen . . . . . | 52        |
| 5.2      | Datenanalysen . . . . .                                      | 53        |
| 5.2.1    | Langperiodische Drift . . . . .                              | 53        |
| 5.2.2    | Erdgezeiten . . . . .  | 55        |
| 5.2.3    | Erdeigenschwingungen . . . . .                               | 59        |
| 5.3      | Diskussion der Ergebnisse . . . . .                          | 61        |
| <b>6</b> | <b>Das ET18 Gravimeter im SG-Raum</b>                        | <b>65</b> |
| 6.1      | Datenaufbereitung . . . . .                                  | 65        |
| 6.1.1    | Neu-Kalibrierung der ET18 Daten . . . . .                    | 65        |
| 6.2      | Datenanalysen . . . . .                                      | 67        |
| 6.2.1    | Langperiodische Drift . . . . .                              | 67        |
| 6.2.2    | Erdgezeiten . . . . .  | 68        |
| 6.2.3    | Erdkernresonanzeffekt . . . . .                              | 72        |
| 6.3      | Diskussion der Ergebnisse . . . . .                          | 74        |
| <b>7</b> | <b>Zusammenfassung</b>                                       | <b>77</b> |
|          | <b>Danksagung</b>  | <b>79</b> |
|          | <b>Literatur</b>   | <b>81</b> |
| <b>A</b> | <b>Protokoll zur Kalibrierung der Elektronik des ET18</b>    | <b>89</b> |
| A.1      | Aufgaben . . . . .   | 89        |
| A.2      | Versuchsdurchführung und Auswertung . . . . .                | 89        |
| A.2.1    | NUP-Test . . . . .   | 89        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| A.2.2    | Elektronikabgleich . . . . .                | 93         |
| A.2.3    | Linearitätstest . . . . .                   | 97         |
| A.3      | Ergebnisse und Diskussion . . . . .         | 99         |
| <b>B</b> | <b>Programmcode diskrete Fourieranalyse</b> | <b>101</b> |
| <b>C</b> | <b>Herleitung des Gezeitenpotenzials</b>    | <b>107</b> |



## Abbildungsverzeichnis

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | LaCoste & Romberg Gravimeter ET18 . . . . .                           | 2  |
| 1.2  | Supraleitendes Gravimeter CD-034 . . . . .                            | 2  |
| 2.1  | Lage von Moxa in Deutschland . . . . .                                | 3  |
| 2.2  | Das Geodynamische Observatorium Moxa . . . . .                        | 4  |
| 2.3  | Grundriss des Geodynamischen Observatoriums Moxa . . . . .            | 6  |
| 3.1  | Innerer Aufbau eines Erdzeitengravimeters . . . . .                   | 13 |
| 3.2  | Massenauslenkung beim Federgravimeter . . . . .                       | 14 |
| 3.3  | Schematischer Schaltplan des ET18 . . . . .                           | 15 |
| 3.4  | Aufsicht auf das ET18 Gravimeter . . . . .                            | 16 |
| 3.5  | Aufbau des supraleitenden Gravimeters . . . . .                       | 22 |
| 4.1  | Ursachen von Schwereeffekten an der Erdoberfläche . . . . .           | 23 |
| 4.2  | Tukey-Hann Gewichtsfunktion . . . . .                                 | 27 |
| 4.3  | Spektrum der Tukey-Hann Gewichtsfunktion . . . . .                    | 27 |
| 4.4  | Mathematische Funktion $y(t) = 3 \cos t + \cos(2t)$ . . . . .         | 28 |
| 4.5  | Amplitudenspektrum der mathematischen Funktion . . . . .              | 29 |
| 4.6  | Bedienoberfläche des Programms zur diskreten Fourieranalyse . . . . . | 30 |
| 4.7  | Entstehung der Gezeiten . . . . .                                     | 32 |
| 4.8  | Breitenabhängigkeit der Legendre Polynome 2. Grades . . . . .         | 33 |
| 4.9  | Funktion und Ziel der Erdzeitenanalyse . . . . .                      | 34 |
| 4.10 | Erdeigenschwingungsmoden . . . . .                                    | 38 |
| 4.11 | Erdeigenschwingungen nach China-Beben . . . . .                       | 40 |
| 4.12 | Spektrum der Eigenschwingungen nach China-Beben . . . . .             | 40 |
| 4.13 | Erdkernresonanzeffekt in zwei Bezugssystemen . . . . .                | 41 |
| 4.14 | Erdkernresonanzeffekt in Gezeitenparametern . . . . .                 | 42 |
| 5.1  | ET18 und SG Gravimeter . . . . .                                      | 43 |
| 5.2  | Einfluss der Interpolation von Datenlücken . . . . .                  | 45 |
| 5.3  | Offsets in der ET18 Zeitreihe . . . . .                               | 49 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.4  | Spikes in der ET18 Zeitreihe . . . . .                                  | 49  |
| 5.5  | Erdbeben in der ET18 Zeitreihe . . . . .                                | 49  |
| 5.6  | Zeitreihen des ET18 und SG über ein Jahr . . . . .                      | 50  |
| 5.7  | Luftdruck im SG-Raum über ein Jahr . . . . .                            | 50  |
| 5.8  | Kalibrierung der ET18 Daten . . . . .                                   | 51  |
| 5.9  | Luftdruckspektrum . . . . .   | 52  |
| 5.10 | Driften in den Schweredaten mit langperiodischen Gezeiten . . . . .     | 54  |
| 5.11 | Langperiodische Drift in den Schweredaten . . . . .                     | 54  |
| 5.12 | Spektren der Residuen der kurzperiodischen Gezeiten . . . . .           | 58  |
| 5.13 | Spektren der Residuen der kurz- und langperiodischen Gezeiten . . . . . | 58  |
| 5.14 | Variation der Amplitudenfaktoren über 10 Monate . . . . .               | 59  |
| 5.15 | Erdeigenschwingungen des ET18 und SG nach Chinabeben . . . . .          | 60  |
| 5.16 | Spektrum der Erdeigenschwingungen des ET18 und SG . . . . .             | 61  |
| 5.17 | Spektren und Übertragungsfunktion vom SG zum ET18 . . . . .             | 63  |
| 6.1  | ET18 Daten aus dem großen Seismometerraum und SG-Raum . . . . .         | 66  |
| 6.2  | Neu-Kalibrierung der ET18 Daten . . . . .                               | 66  |
| 6.3  | Zeitreihen des ET18 und SG über 7 Monate . . . . .                      | 67  |
| 6.4  | Langperiodische Driften des ET18 und SG über 7 Monate . . . . .         | 68  |
| 6.5  | Spektren der Residuen der kurzperiodischen Gezeiten des ET18 . . . . .  | 70  |
| 6.6  | Variation der Amplitudenfaktoren über 17 Monate . . . . .               | 71  |
| 6.7  | Zeitreihen des ET18 und SG über 19 Monate . . . . .                     | 72  |
| 6.8  | Amplitudenfaktoren der Wellen P1, K1, $\psi_1$ und $\phi_1$ . . . . .   | 74  |
| A.1  | Berechnung des NUP für die <i>Long Level</i> Richtung . . . . .         | 91  |
| A.2  | Berechnung des NUP für die <i>Cross Level</i> Richtung . . . . .        | 93  |
| C.1  | Herleitung des Gezeitenpotenzials . . . . .                             | 108 |
| C.2  | Darstellung der zugeordneten Legendre Polynome . . . . .                | 111 |
| C.3  | Sphärisches Himmelsdreieck . . . . .                                    | 112 |

## Tabellenverzeichnis

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 3.1 | Kalibrierwerte für das L&R ET18 zwischen 1985 und 1997 . . . . .              | 9  |
| 3.2 | Geschichte des L&R Gravimeters ET18 . . . . .                                 | 10 |
| 4.1 | Fensterfunktionen für Fourieranalyse . . . . .                                | 26 |
| 4.2 | Arten von Spektren . . . . .  | 28 |
| 4.3 | Gezeitenbeschleunigungen durch andere Himmelskörper . . . . .                 | 32 |
| 4.4 | Gezeitenpotenzialänderung in Abhängigkeit der Ordnung . . . . .               | 33 |
| 5.1 | Einfluss von Luftdruck- und Grundwasservariationen . . . . .                  | 53 |
| 5.2 | Erdgezeitenanalyse für die kurzperiodischen Gezeiten . . . . .                | 56 |
| 5.3 | Signal-Rausch-Verhältnisse der kurzperiodischen Gezeiten . . . . .            | 57 |
| 5.4 | Erdgezeitenanalyse für die langperiodischen Gezeiten . . . . .                | 58 |
| 6.1 | Erdgezeitenanalyse für das ET18 Gravimeter . . . . .                          | 69 |
| 6.2 | Signal-Rausch-Verhältnisse der kurzperiodischen Gezeiten des ET18             | 70 |
| 6.3 | Erdgezeitenanalyse für die Wellen P1, K1, $\psi_1$ und $\phi_1$ . . . . .     | 73 |
| 6.4 | Signal-Rausch-Verhältnisse der Wellen P1, K1, $\psi_1$ und $\phi_1$ . . . . . | 73 |
| A.1 | Messwerttabelle des NUP-Tests der <i>Long Level</i> Richtung . . . . .        | 90 |
| A.2 | Messwerttabelle des NUP-Tests der <i>Cross Level</i> Richtung . . . . .       | 92 |
| A.3 | Messwerttabelle Linearitätstest . . . . .                                     | 98 |



## Liste der Symbole

| Symbol          | Bedeutung                                   | Einheit                |
|-----------------|---|------------------------|
| $\Delta x$      | Auslenkung der Feder                        | $m$                    |
| $\Delta \alpha$ | Auslenkung des Hebelarms                    | $^\circ$               |
| $m$             | Masse                                       | $kg$                   |
| $k$             | Federkonstante                              | $\frac{kg}{s^2}$       |
| $\Delta g$      | Schwerevariation                            | $\frac{m}{s^2}$        |
| $V$             | Gezeitenpotenzial                           | $\frac{m^2}{s^2}$      |
| $\vec{g}$       | Schwerevektor                               | $\frac{m}{s^2}$        |
| $\vec{a}_g$     | Gravitationsbeschleunigung                  | $\frac{m}{s^2}$        |
| $\vec{a}_b$     | Bahnbeschleunigung                          | $\frac{m}{s^2}$        |
| $\vec{b}$       | Gezeitenbeschleunigung                      | $\frac{m}{s^2}$        |
| $G$             | Newton'sche Gravitationskonstante           | $\frac{m^3}{kg \ s^2}$ |
| $M_H$           | Masse des Himmelskörpers                    | $kg$                   |
| $M_E$           | Masse der Erde                              | $kg$                   |
| $\vec{F}_b$     | Zentrifugalkraft                            | $\frac{kg \ m}{s^2}$   |
| $\vec{F}_g$     | Gravitationskraft                           | $\frac{kg \ m}{s^2}$   |
| $s$             | Abstand Erde - Himmelskörper                | $m$                    |
| $r$             | Abstand Erdmittelpunkt - Station            | $m$                    |
| $d$             | Abstand Station - Himmelskörper             | $m$                    |
| $P_n$           | Legendre Polynome                           | -                      |
| $P_n^m$         | zugeordnete Legendre Polynome               | -                      |
| $\theta$        | Co-Breite der Station                       | $^\circ$               |
| $\theta_b$      | Winkel vom Himmelskörper zum Himmelsnordpol | $^\circ$               |
| $\lambda$       | Winkel von Station zum Greenwicher Meridian | $^\circ$               |
| $\lambda_b$     | Stundenwinkel des Himmelskörpers            | $^\circ$               |
| $\psi$          | Zenitwinkel des Himmelskörpers              | $^\circ$               |
| $\delta_{ij}$   | Kronecker-Symbol                            | -                      |

LISTE DER SYMBOLE

---

| Symbol                  | Bedeutung                                     | Einheit           |
|-------------------------|---|-------------------|
| $A_i$                   | Amplitude der theoretischen Gezeitenwelle $i$ | $\frac{m}{s^2}$   |
| $h_i$                   | Amplitude der beobachteten Gezeitenwelle $i$  | $\frac{m}{s^2}$   |
| $n_i$                   | Mittelwert des Rauschlevels                   | $\frac{m}{s^2}$   |
| $H_i$                   | Amplitudenfaktor der Gezeitenwelle $i$        | -                 |
| $(s/n)_i$               | Signal-Rausch-Verhältnis der Welle $i$        | -                 |
| $\phi_i$                | Phase der theoretischen Gezeitenwelle $i$     | $^\circ$          |
| $\varphi_i$             | Phase der beobachteten Gezeitenwelle $i$      | $^\circ$          |
| $\Delta\phi_i$          | Phasendifferenz der Gezeitenwelle $i$         | $^\circ$          |
| $t$                     | Zeit  | $s$               |
| $Q$                     | Gütefaktor                                    | -                 |
| $\vec{u}$               | Verschiebungsvektor                           | $m$               |
| $u_r, u_\theta, u_\phi$ | Verschiebungskomponenten                      | $m$               |
| ${}_nS_l$               | sphäroidale Erdeigenschwingungsmoden          | -                 |
| $T$                     | Periode                                       | $s$               |
| $f$                     | Frequenz                                      | $cph$             |
| $f_N$                   | Nyquist-Frequenz                              | $cph$             |
| $a_n$                   | Fourierkoeffizienten der Cosinus-Terme        | -                 |
| $b_n$                   | Fourierkoeffizienten der Sinus-Terme          | -                 |
| $w(t)$                  | Gewichtsfunktion (Fensterfunktion)            | -                 |
| $s(t)$                  | zeitlich unbegrenztes Signal                  | -                 |
| $C_i^{n,m}, S_i^{n,m}$  | Koeffizienten der Potenzialentwicklung $V$    | $\frac{m^2}{s^2}$ |
| $x(t)$                  | Werte aus der Gezeitenpotenzialentwicklung    | $\frac{m}{s^2}$   |
| $y(t)$                  | Werte der Gezeitenbeobachtung (Messsignal)    | $\frac{m}{s^2}$   |

# 1 Einleitung

Schwerevariationen werden mit Gravimetern gemessen. Ziele der Registrierungen sind, das Verhalten der Erde bei unterschiedlichen Anregungen (Gezeitenkräfte, Erdbeben, Luftdruckschwankungen oder Massenverlagerungen im Untergrund) zu verstehen und Rückschlüsse auf den Erdaufbau zu ziehen.

Im Geodynamischen Observatorium Moxa wird mit dem LaCoste & Romberg (L&R) Erdgezeitengravimeter ET18 (Abb. 1.1) und dem supraleitenden Gravimeter (SG) GWR CD-034 (Abb. 1.2) im Permanentbetrieb registriert. Das ET18 Gravimeter basiert auf einem Feder-Masse-System und beim SG ist das Sensorsystem eine schwebende Probemasse in einem konstanten Magnetfeld, was durch zwei supraleitende Spulen erzeugt wird. Das Ziel bei der Entwicklung von supraleitenden Gravimetern war, eine hohe Langzeitstabilität in den Daten zu erreichen, um die Polbewegung auflösen zu können. Die Zeitreihe des ET18 Gravimeters wird von einer instrumentellen langperiodischen Drift überlagert, die verglichen mit den Driften anderer Federgravimeter sehr gering ist (Asch et al., 1985a,b; Araszkiwicz und Bogusz, 2009). Aber inwiefern unterscheiden sich die Informationsgehalte in den Zeitreihen der zwei Gravimeter in den anderen Periodenbereichen (kurzperiodisch und Periodenbereich der Gezeiten)?

Frühere Untersuchungen waren z. B. der Vergleich einer 57 Tage langen Zeitreihe des ET19 Gravimeters mit der des SG-102 aus dem Schwarzwaldobservatorium (BFO) in Schiltach (Richter et al., 1995) oder der Vergleich der 6 Jahre langen Registrierung eines L&R Gravimeters am Südpol mit der 3 Jahre langen Zeitreihe des SG in Bad Homburg (Zürn et al., 1991). Das Ergebnis war ein doppelt so hoher Rauschpegel des L&R Gravimeters im kurzperiodischen Gezeitenbereich (dritteltägige, halbtägige und ganztägige Gezeiten) bezogen auf den Rauschpegel des SG.

Für einen umfangreichen Vergleich des ET18 Gravimeters mit dem SG wurden die 372 Tage langen Zeitreihen (11. Juli 2007 - 17. Juli 2008) bearbeitet, analysiert

und verglichen. Während der Registrierung stand das ET18 im großen Seismometerraum, etwa 5 m vom SG (in einem separaten Raum installiert) entfernt. Parallel zu den Gravimetern wird der Luftdruck registriert und bei der Analyse der Schweredaten berücksichtigt, weil der Luftdruckeffekt oberhalb des ganztägigen Gezeitenbands etwa  $3 \frac{nm/s^2}{mbar}$  beträgt (Warburton und Goodkind, 1977). Die Analysen wurden in drei Frequenzbereichen vorgenommen: dem hochfrequenten Bereich ( $> 1.5 \cdot 10^{-3}$  cph) mit den Erdeigenschaften nach starken Erdbeben, dem tieffrequenten Bereich ( $< 0.125$  cph) mit der aperiodischen Drift in den ET18 Daten und dazwischen dem Bereich der Erdzeiten.

Am 17. Juli 2008 wurde das ET18 Gravimeter vom großen Seismometerraum in den SG-Raum umgestellt. Die zwei Räume unterscheiden sich in ihrem Rauschpegel (z. B. bedingt durch öfteres Begehen und das damit verbundene Öffnen und Schließen der Türen vom großen Seismometerraum) und der Stabilität der Raumtemperatur. Durch die Analyse der 7 Monate langen ET18-Zeitreihe (17. Juli 2008 - 16. Februar 2009) aus dem SG-Raum konnte der Einfluss der unterschiedlichen Registrierbedingungen auf die Gravimeterdaten untersucht werden.



**Abbildung 1.1:** Das LaCoste & Romberg Erdzeitengravimeter ET18 mit der externen Kontrolleinheit (kleine Box im Hintergrund) im SG-Raum. (Foto: W. Kühnel)



**Abbildung 1.2:** Das supraleitende Gravimeter CD-034. (Foto: W. Kühnel)

## 2 Das Geodynamische Observatorium Moxa

### 2.1 Geschichte des Observatoriums

Das Geodynamische Observatorium liegt in Deutschland, im Bundesland Thüringen, etwa 30 km Luftlinie südlich von Jena, außerhalb des Ortes Moxa (Abb. 2.1). 1959 wurde mit dem Bau einer seismologischen Station außerhalb von Jena begonnen. Grund war die zu große Bodenunruhe in Jena, welche die Registrierungen mit den hochempfindlichen Seismometern störte. In dem schmalen, nord-süd verlaufenden Tal bei Moxa wurde der Stollen für die Strainmeter in den steilen Osthang getrieben. Ausschlaggebend für die Standortwahl war, dass im Umkreis von 10 km keine größeren Orte, stark befahrenen Straßen oder Industrieanlagen mit schweren Maschinen lagen, die als Störquellen die Datenqualität beeinträchtigen konnten und das die Station gut von Jena aus erreichbar ist (Kroner, 2002a).



**Abbildung 2.1:** Die Lage von Moxa in Deutschland und Thüringen.

1960 wurde mit dem Vortrieb eines 45 m langen Stollens in Ost-West-Richtung und eines 26 m langen Stollens in Nord-Süd-Richtung begonnen. Die Überdeckung des Stollenbereiches ist bis zu 35 m mächtig. Desweiteren wurden die Zufahrtsstraße und der mittlere Flachbau als Stationsgebäude (Abb. 2.2) errichtet. Das

Dach des Mittelbaus im Übergangsbereich zum Steilhang wurde mit zwei bis drei Meter Gestein aufgeschüttet, um die Registrierbedingungen zu verbessern.

Im Jahr 1964 begann der Betrieb der seismologischen Station Moxa. 14 Jahre später wurde der Mittelbau um den Nordbau (Arbeitsräume) und den Südbau (Wohnung) erweitert (Abb. 2.2). Die seismischen Registrierungen erfolgten mit Horizontal- und Vertikalseismometern sowie einem Triaxialeismometer. In den Stollen wurden zwei 25 m lange Quarzrohr-Strainmeter installiert.



**Abbildung 2.2:** Frontansicht des Observatoriums Moxa mit den Gebäuden am Fuße des Steilhangs (Blick Richtung Nordosten). (Foto: W. Kühnel)

1996 wurde die seismologische Station an den Lehrstuhl der Angewandten Geophysik der Universität Jena angeschlossen und durch weitere geophysikalische Instrumente ergänzt. Damit erweiterte sich der Beobachtungsbereich von der Seismologie auf langperiodische Deformationen (z. B. durch Gravimeter und Neigungsmesser). Durch diese Schritte entstand aus der seismologischen Station das Geodynamische Observatorium Moxa (Kroner, 2002a).

Das Observatorium ist als sehr ruhige Station (geringer Rauschpegel) bekannt, basierend auf dem Vergleich von langjährigen seismologischen Beobachtungen weltweiter Stationen (Klinge und Teupser, 1988). Als Grundlage des Vergleichs diente das *New Low Noise Model* von Peterson (1993) für den Bereich zwischen den seismischen und den Erdzeitenfrequenzen (Rosat et al., 2004).

## 2.2 Geologisches Umfeld

Im überregionalen Maßstab liegt Moxa in einem etwa 500 km breiten, Südwest-Nordost verlaufenden Faltengürtel, der Teil des Grundgebirgskomplexes der west- und mitteleuropäischen Varisziden ist. Dieser umfasst die drei Hauptzonen Rhenoharzynikum, Saxothuringikum und Moldanubikum. Das Saxothuringikum besteht aus Gesteinen des Kambriums bis zum Unterkarbon.

Im regionalen Maßstab liegt das Geodynamische Observatorium Moxa im Ziegenrücker Synklinorium und ist somit Bestandteil des Thüringisch-Fränkischen Schiefergebirges. Das Gebiet umfasst Schichten aus dem Karbon und Perm. In direkter Umgebung der Station stehen Grauwacken und Schiefer des Unterkarbons an ([Kasch, 2006](#)).

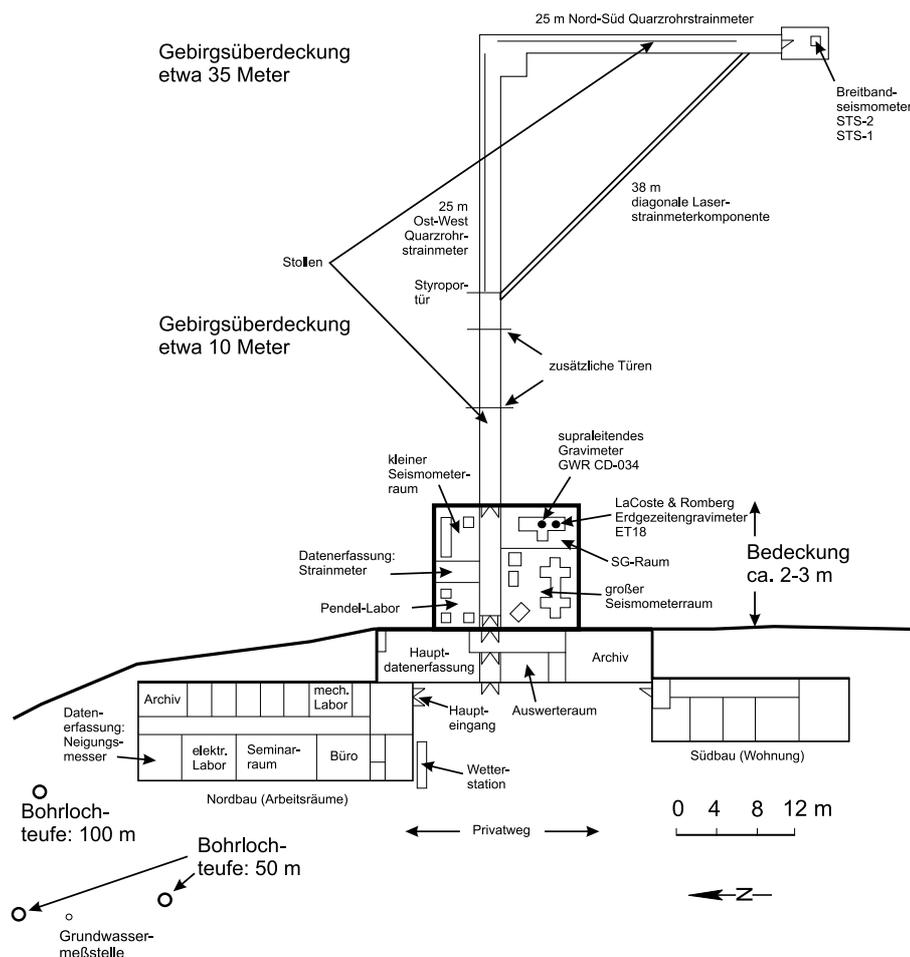
Der Wasserabfluss innerhalb der Gesteine findet entlang von Klüften, Spalten und Schichtflächen statt. Durch das schmale Tal, in dem das Observatorium liegt, fließt ein kleiner Bach, die Silberleite. Das Quellgebiet der Silberleite liegt auf einer Kluftzone.

## 2.3 Instrumentelle Ausstattung des Observatoriums

Im Permanentbetrieb wird mit Seismometern, Strainmetern, Neigungsmessern (Tiltmeter) und Gravimetern registriert. Außerdem existiert eine Wetterstation, die 15 Wetterparameter sowohl außerhalb als auch innerhalb des Observatoriums mit einer Abtastrate von 10 Sekunden aufzeichnet. Der Wetterdatensatz enthält unter anderem: Luftdruck (außen und im Stollen), Niederschlag, Windgeschwindigkeit, Temperatur (außen und in verschiedenen Räumen der Station) sowie Luftfeuchtigkeit.

Die hochfrequenten Oberflächenbewegungen in Folge von Erdbeben oder Sprengungen werden mit verschiedenen Seismometern registriert. Diese stehen im Stollen und im kleinen Seismometerraum (Abb. [2.3](#)) auf Betonsockeln, die direkt auf dem Festgestein sitzen und vom Gebäude entkoppelt sind. Bei den Seismometern

handelt es sich um das STS-2, das STS-1, ein 4-Komponenten-Seismometer (QSJ, registriert nicht), ein Triaxialseismometer aus Jena (TSJ, registriert nicht) sowie ein Vertikal- und ein Horizontalseismometer aus Jena (VSJ und HSJ). Die Station Moxa ist mit den Registrierungen der Seismometer STS-2 und STS-1 an das Deutsche Regionalnetz (GRSN) angeschlossen.



**Abbildung 2.3:** Grundriss des Geodynamischen Observatoriums Moxa mit den Standorten der verschiedenen geophysikalischen Messgeräte nach Schulze (1998).

Tieffrequente Bewegungen werden mit Strainmetern, Neigungsmessern und Gravimetern registriert. Die zwei Quarzrohrstrainmeter von je 25 m Länge sind im NS- und EW-Stollen installiert. Diagonal dazu registriert ein Laserstrainmeter auf 38 m Länge (Abb. 2.3). Ein ASKANIA-Bohrlochneigungsmesser ist in einem

100 m tiefen Bohrloch vor dem Nordbau installiert. Zur permanenten Schwerebeobachtung werden das supraleitende Gravimeter GWR CD-034 mit einem doppelten Sensorsystem und das L&R Erdzeitengravimeter ET18 betrieben. Mit dem supraleitenden Gravimeter ist das Geodynamische Observatorium Moxa Mitglied im *Global Geodynamics Project* (Crossley und Hinderer, 1995; Crossley et al., 1999; Crossley, 2004). Außerdem gehören zwei LaCoste & Romberg Gravimeter vom Typ D und G mit elektrostatischem Feedback für den Feldeinsatz zur instrumentellen Ausstattung der Station.



## 3 Die Gravimeter

### 3.1 Das LaCoste & Romberg Erdzeitengravimeter ET18

#### 3.1.1 Geschichte des ET18 Gravimeters

Das ET18 Gravimeter wurde 1975 von L&R aus Austin, Texas, als Ersatz des ET17 geliefert. Das Gravimeter ET17 zeigte bei ersten Tests Nichtlinearitäten und wurde daraufhin zurückgenommen. Das ET18 ist seitdem im Rahmen verschiedener Forschungsprojekte an unterschiedlichen Stationen für kontinuierliche Schwereregistrierungen im Einsatz gewesen. Außerdem wurde es zwischen 1985 und 1997 in mehreren Kampagnen auf der vertikalen Eichlinie in Hannover kalibriert. Die Ergebnisse der verschiedenen Kampagnen sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Tabelle 3.2 enthält einen Überblick über die Aufstellorte sowie Ziele und Ergebnisse der Registrierungen mit dem L&R Gravimeter seit 1975. Zudem sind die wichtigsten Publikationen und Arbeiten aufgelistet, aus denen die Informationen für den geschichtlichen Überblick stammen.

**Tabelle 3.1:** Kalibrierwerte für das ET18 von der vertikalen Eichlinie Hannover.

| Jahr | Kalibrierwert<br>[(nm/s <sup>2</sup> )/mV] | Quelle                  |
|------|--|-------------------------|
| 1985 | 0.7893 ± 0.7%                              | Ramatschi et al. (1993) |
| 1986 | 0.7950 ± 0.4%                              | Ramatschi et al. (1993) |
| 1987 | 0.7937 ± 0.3%                              | Ramatschi et al. (1993) |
| 1992 | 0.7948 ± 0.3%                              | Ramatschi et al. (1993) |
| 1993 | 0.8160 ± 0.3%                              | Ramatschi (1998)        |
| 1997 | 0.8090 ± 1.7%                              | Ramatschi (1998)        |

**Tabelle 3.2:** Geschichte des ET18 Gravimeters mit Zielen, Ergebnissen und Veröffentlichungen zu den Projekten.

| Zeitraum    | Aufstellort                | Ziel der Registrierung  | Ergebnisse der Registrierung   | Veröffentlichungen  |
|-------------|----------------------------|---|--|---|
| 1975 - 1976 | Bidston<br>(England)       | Simultanregistrierungen mit den Gravimetern ET15 und ET13   | Digitale und analoge Registrierung über 142 Tage; Datenanalyse ergab geringere Amplitudenfaktoren für das ET18 als für ET15 und ET13   | <a href="#">Yaramanci (1978)</a>  |
| 1976        | Clausthal<br>(Deutschland) | Stationsregistrierung   | Zeitreihe über 6 Monate  |   |
| 1976 - 1977 | Hannover<br>(Deutschland)  | Vergleichsregistrierung über ein Jahr und Vergleich mit Zeitreihen von 8 Gravimetern                                | Die Analyse ergab, dass Amplitudenfaktoren des ET18 etwa 1% kleiner waren als die Vergleichswerte; Neubestimmung des Spindelwerts für das ET18 durch Neigungseichung; anschließende Analysen ergaben vergleichbare Amplitudenfaktoren des ET18 mit anderen Gravimetern | <a href="#">Wenzel (1978)</a>   |
| 1978 - 1980 | Berlin<br>(Deutschland)    | Kalibrierung und Erstellung einer Basiszeitreihe  | Digitale und analoge Aufzeichnung über 603 Tage; digitale Registrierung enthält kaum aperiodische oder unsystematische Driftanteile  | <a href="#">Jahr (1984)</a>   |
| 1980 - 1981 | Umbukta<br>(Norwegen)      | Langperiodische Erdkrustendynamik in Skandinavien entlang des Profils 'Blaue Straße' zur Bestimmung des             | Nur Existenz der analogen Registrierung wegen eines Defekts des digitalen Registriersystems; höherer Rauschpegel in den kurzperiodischen Gezeiten verglichen mit den Daten aus Tärnaby   | <a href="#">Asch (1981)</a> ,<br><a href="#">Asch et al. (1987)</a>   |
| 1981 - 1983 | Tärnaby<br>(Schweden)      | Einflusses der Meeresgezeiten   | Analoge und digitale Registrierung; geringe Rauschpegel in den kurzperiodischen Gezeiten   | <a href="#">Jentzsch (1983)</a> ,<br><a href="#">Melzer (1989)</a>  |
| 1983 - 1985 | Berlin<br>(Deutschland)    | Kalibrieren des ET18 und Registrierung der Erdgezeiten mit Vergleich zu einer sehr langen Registrierung aus Potsdam | Umrüstung von mechanischer auf elektrostatische Rückkopplung; ET18 registriert stabil Schwerevariationen; Lücken in der digitalen Registrierung entstehen nur durch Erdbeben; Verbesserung der spektrale Auflösung durch die Umrüstung                                 | <a href="#">Asch et al. (1985a)</a> ,<br><a href="#">Asch et al. (1985b)</a> ,<br><a href="#">Melzer (1989)</a> |

| Zeitraum    | Aufstellort  | Ziel der Registrierung  | Ergebnisse der Registrierung   | Veröffentlichungen   |
|-------------|--|---|--|--|
| 1985 - 1986 | Lohja<br>(Finnland)  | Aufbau einer Drei-Komponenten-Station; ET18 für die vertikale und zwei Strainmeter für die horizontalen Komponenten | Registrierung im Bergwerk; dabei vom Bergbaubetrieb stark beeinträchtigt; Residuen der Gezeitenanalyse liegen unter $2 \mu\text{Gal}$ ; Annahme, dass Standortbedingungen für die Datenqualität nicht unbedingt ausschlaggebend sind | Jentzsch (1986),<br>Melzer (1989),<br>Weise (1992)                     |
| 1986 - 1987 | Kopenhagen<br>(Dänemark)   | Bestimmung der lokalen Ozeanauflastgezeiten   | Korrektur der Amplituden bestehender Meeresgezeitenmodelle;  | Jahr (1989a),<br>Jahr (1989b)  |
| 1987 - 1991 | Metsähovi<br>(Finnland)  | Langperiodische Krustendynamik aus zeitlichen Variationen der Gezeitenparameter; zur Erstellung von Erdmodellen     | Parallelregistrierung mit ASKANIA-Bohrlochneigungsmesser; stabile Ergebnisse für Gezeitenanalysen über mehrere Jahre; S/N-Verhältnis für die Haupttiden bis 2300; gute Registrierungen von Erdeigenschwingungen                      | Asch (1988),<br>Weise (1992),<br>Weise et al. (1999)                   |
| 1991 - 1993 | Clausthal<br>(Deutschland)   | Registrierung nahe des Absolutpunktes der Station   |  |  |
| 1993 - 1997 | Scoresbysund<br>Narssarsuaq<br>Thule Air Base<br>Godhavn<br>(Grönland) | Bestimmung der Ozeanauflastgezeiten an den einzelnen Stationen  | Jeweils eine Zeitreihe über ein Jahr pro Station; die berechneten Auflasteffekte erreichten eine Anpassung von 56% an die beobachteten Auflasteffekte  | Ramatschi (1998),<br>Jentzsch et al. (2000),<br>Jentzsch et al. (1995) |
| 1998 - 2009 | Moxa<br>(Deutschland)  | Überprüfung der Kalibrierwerte des SG; Kalibrierung und Vergleich mit SG  | Gleicher Informationsgehalt in den Zeitreihen im Bereich der Erdeigenschwingungen und Gezeiten   | Hegewald et al. (2009)   |

### 3.1.2 Aufbau und Funktion des ET18 Gravimeters

Ausführliche Beschreibungen zum Aufbau und der Funktion des ET18 Gravimeters sind bei [Asch \(1988\)](#), [Melzer \(1989\)](#) und [Ramatschi \(1992\)](#) zu finden.

#### Mechanik des Gravimeters

Die Registrierung der Schwerevariationen basiert auf einem gedämpften Feder-Masse-System. Die Masse (etwa 100 g) ist an einem starren Hebelarm (Beam) fixiert, an dem eine Nulllängenfeder (*zero-length-spring*) im Winkel von etwa 45° angreift (Abb. 3.1). Das Besondere an der Feder ist, dass diese unter Vorspannung steht, so dass die lineare Beziehung im Weg-Kraft-Diagramm durch den Koordinatenursprung verläuft. Damit sich die Feder dehnt, muss also eine Anfangskraft überwunden werden. Mit der Neigung der Feder wird die Empfindlichkeit des Gravimeters erhöht (astasiertes System). Aus dem lineare Zusammenhang zwischen Auslenkung  $\Delta x$  und Schwerevariation  $\Delta g$  für ein vertikales Feder-Masse-System mit der Masse  $m$  und der Federkonstanten  $k$ :

$$\Delta x = \frac{m}{k} \cdot \Delta g \quad (3.1)$$

entsteht durch die Federneigung ein nicht-linearer Zusammenhang zwischen Auslenkung  $\Delta \alpha$  und Schwerevariation  $\Delta g$ . Mit dem in Abb. 3.2 (links) dargestellten geometrischen Faktor

$$x = \frac{b \cdot \cos \alpha}{\sin \beta} \quad (3.2)$$

ergibt sich für die Auslenkung  $\Delta \alpha$ :

$$\Delta \alpha = \arccos \left( \frac{\sin \beta}{b} \cdot \frac{m}{k} \cdot \Delta g \right) . \quad (3.3)$$

Über das Drehmoment der Feder und einigen Umformungen ([Asch, 1988](#)) vereinfacht sich der Ausdruck für  $\Delta \alpha$  zu:

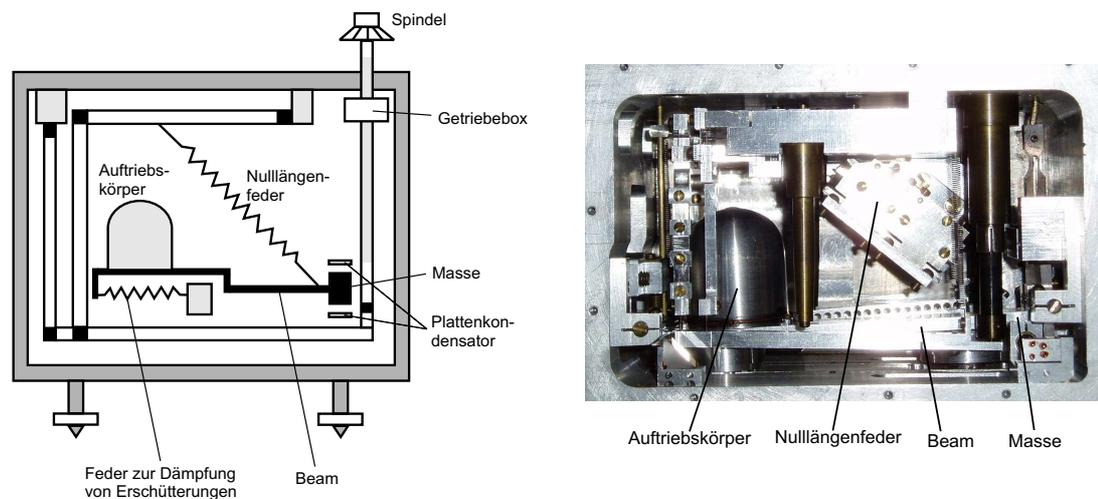
$$\Delta \alpha = \frac{\Delta g}{g} \cdot \lim_{\alpha' \rightarrow \alpha} \frac{1}{\tan \alpha' - \tan \alpha} . \quad (3.4)$$

Dieses System ist vollastasiert ( $\Delta\alpha \rightarrow \infty$ ), d. h. es besitzt eine unendliche Eigenperiode und damit unendlich viele Gleichgewichtszustände. Damit das Gravimeter stabil arbeiten kann, muss die Astasierung verringert werden. Dazu wird die Aufhängung der Feder vom Drehpunkt des Beams um den Winkel  $\gamma$  weggekippt (Abb. 3.2, rechts). Beim ET18 Gravimeter beträgt  $\gamma$  etwa  $0.1^\circ$ . Aus der Neigung des Systems um den Winkel  $\gamma$  ergibt sich der neue Geometriefaktor im Vergleich zu Gleichung (3.2) für die Längenänderung der Feder mit

$$x = \frac{b \cdot \sin(\gamma + 90^\circ - \alpha)}{\sin \beta} \quad (3.5)$$

und aus Gleichung (3.4) wird:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta g}{g} \cdot \frac{1}{\tan \alpha + \tan(\gamma - \alpha)}. \quad (3.6)$$

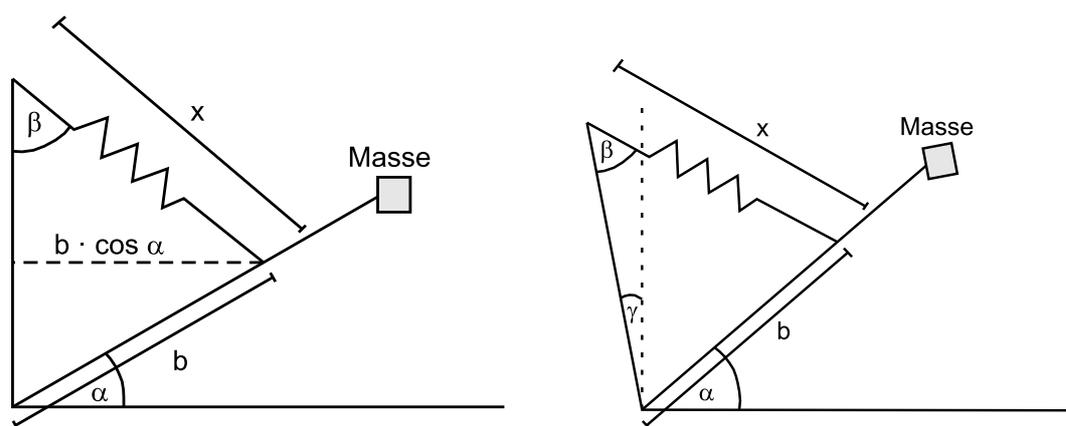


**Abbildung 3.1:** Innerer Aufbau eines Erdzeitengravimeters. Links: Schematischer Aufbau mit elektrostatischem Rückkopplungssystem (Torge, 1989). Rechts: Foto eines L&R Gravimeters aus dem Schwarzwaldobservatorium (BFO) in Schiltach.

Ein weiteres Bauelement im Gravimeter ist der Auftriebskörper (Abb. 3.1), der durch den Beam mit der Gravimetermasse verbunden ist. Die Funktion des Elements, mit seinem geringen Gewicht und seinem großen Volumen, ist der Ausgleich der Auftriebskraft, die auf die Masse durch die verdrängte Luft wirkt.

Zur Realisierung der hohen Messgenauigkeit ist das Messsystem in einem luftdichten und temperaturgeregelten Gehäuse untergebracht. Die Arbeitstemperatur beträgt  $49.7\text{ °C}$ . Diese wird durch einen inneren Heizkreis mit  $50.4\text{ °C}$  und einem äußeren Heizkreis mit  $39.5\text{ °C}$  erzeugt.

Der Messbereich des ET18 Gravimeters beträgt  $78\text{ }\mu\text{m/s}^2$  mit einer Auflösung unter  $10\text{ nm/s}^2$  (Melzer, 1989).

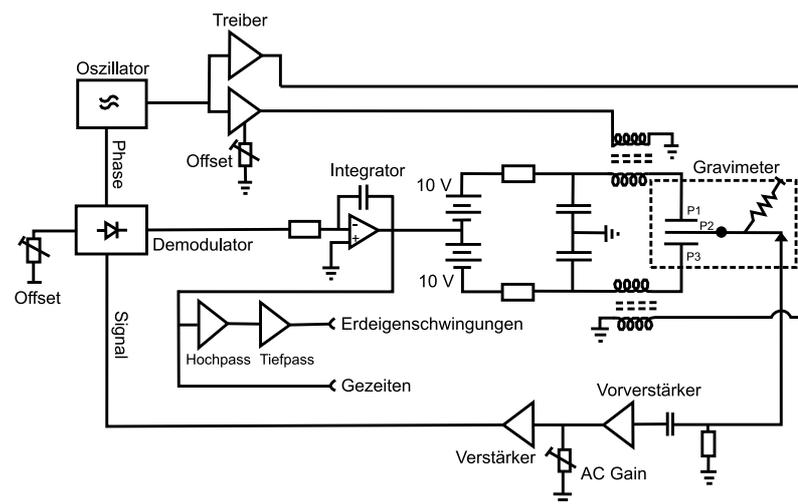


**Abbildung 3.2:** Massenauslenkung bei einem vollastierten System (links) und Dämpfung der Astasierung durch Neigung (rechts) nach Asch (1988).

### Externe Elektronik des Gravimeters

1983 wurde das ET18 Gravimeter von elektromechanischer (Beschreibung in LaCoste und Romberg (1975)) auf elektrostatische Rückkopplung nach Larson (1968) umgerüstet. Die im Folgenden beschriebenen Bauelemente der externen Gravimeterelektronik sind im schematischen Schaltplan in Abb. 3.3 dargestellt. Die auf der Schwerevariation basierende Änderung der Beamposition wird mit einem Dreiplattenkondensator bestimmt. Dabei sind die äußeren Platten P1 und P3 mit einem Abstand von 2 mm fest mit dem Gehäuse verbunden und die Platte P2 ist auf dem beweglichen Gravimeterarm montiert. Auf die äußeren Platten wird eine Spannungsreferenz von  $\pm 10\text{ V}$  gegeben. Die mittlere Platte ist dabei in der Nullposition (horizontale Lage des Beams) potenzialfrei. Das Aus-

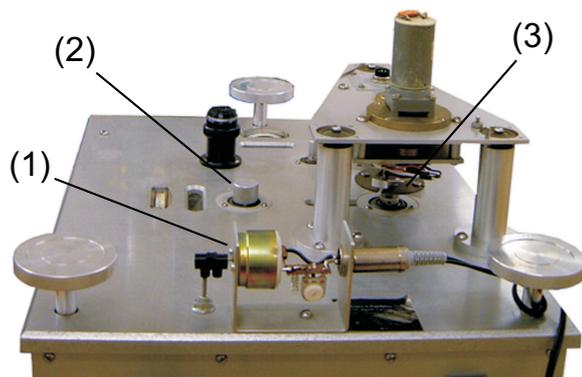
gangssignal des Oszillators (Wechselspannung mit 10 kHz) wird induktiv auf die Kondensatorplatten P1 und P3 gegeben. Bewegt sich nun der Gravimeterarm in Folge von Schwereänderungen aus seiner Nullposition, dann ändert sich der Nullpunkt der Gleichspannung in Abhängigkeit von der Rückkopplungsspannung. Der Wert der Rückkopplungsspannung hängt von der Größe und der Richtung des Beamausschlags ab und wird über die Änderung des Kapazitätsverhältnisses zwischen P1P3 und P2P3 bestimmt (Ramatschi, 1992). Das Signal wird nach der Verstärkung im Demodulator von der 10 kHz Spannung getrennt. Über den Integrator wird das Signal zum einen als Messsignal abgegriffen und zum anderen der Rückkopplungsschleife zurückgeführt und damit der Nullpunkt der Gleichspannung gesteuert. Daraufhin wirkt eine elektrostatische Kraft auf die mittlere Kondensatorplatte, die den Beam zurück in die Nullposition zieht. Der Integrator hat eine Integrationszeit von 23 Sekunden und einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$ , wodurch ein Aufschaukeln des Systems verhindert wird. Bei dem Abgriff der Spannung über den Eigenschwingungskanal wird das Messsignal zuvor noch mit einem Bandpassfilter (Grenzen: 62 und 148 Sekunden nach Asch (1988)) gefiltert.



**Abbildung 3.3:** Schematischer Schaltplan der externen Elektronik des ET18 Gravimeters nach Asch (1988).

Nach der analog-digital-Umsetzung mit 22 Bit Auflösung wird das Signal mit einer Abtastrate von einer Sekunde abgegriffen und gespeichert. Anschließend werden diese Daten mit einem numerischen Filter mit 601 Stützstellen auf 10 Sekunden gefiltert und mit der Zeitinformation in Tagesdateien gespeichert.

Bei Erdbeben kann es vorkommen, dass der Ausschlag des Gravimeterarms den Rand des Messbereiches erreicht und danach nicht mehr von selbst zurückläuft. Um den Beam freizurütteln, wurde ein *Earthquakeshaker* montiert (Abb. 3.4). Dies ist ein kleiner Gleichstrommotor, der auf dem Gravimeter befestigt und an dessen Achse ein Exzenter angebracht ist. Durch die Unwucht der Rotation wird der Arm freigerüttelt. Der Motor springt für 2 Sekunden an, wenn das Ausgangssignal vor der Filterung drei Sekunden den Maximalwert des Messbereiches ausgibt.



**Abbildung 3.4:** Aufsicht auf das ET18 Gravimeter. Im Vordergrund ist der *Earthquakeshaker* (1) zu sehen. Dahinter befindet sich die Messschraube (2) zur groben Einstellung des Hebelarms im Messbereich von  $78 \mu\text{m}/\text{s}^2$ . Auf der rechten Seite ist die Messschraube (3) zur Feineinstellung des Hebelarms im Messbereich zu sehen. Diese Spindel wird von einem Elektromotor gesteuert, wenn Kalibrierungen vorgenommen werden.

### 3.1.3 Kalibrierung der Elektronik des ET18 Gravimeters

Am 16.03.2007 wurde die Elektronik des ET18 Gravimeters im Geodynamischen Observatorium Moxa kalibriert. Ziel der Kalibrierung ist es, den Punkt zu finden,

an dem die Ausgangsspannung am Integrator möglichst linear die Bewegung des Beams wiedergibt. In diesem Abschnitt folgt eine Zusammenfassung der Kalibrierung und der Ergebnisse. Das komplette Protokoll ist im Anhang [A](#) zu finden.

Die Kalibrierung der Elektronik wurde nach dem vom Hersteller ([Larson, 1968](#)) empfohlenen Verfahren, sowie nach den detaillierten Beschreibungen einer früheren Kalibrierung des ET18 Gravimeters im Rahmen der Diplomarbeit von [Ramatschi \(1992\)](#) vorgenommen. Zuerst wurde die Horizontierung des Gravimeters mit Einstellung der elektronischen Libellen überprüft, danach die Rückkopplungselektronik kontrolliert und zum Schluss der Umrechnungsfaktor  $mV/Umdrehung$  (Spannung/Spindelumdrehung) ermittelt.

Die Kalibrierung wurde in drei Arbeitsschritten vorgenommen:

- NUP-Test,
- Elektronikabgleich,
- Linearitätstest.

### NUP-Test

Beim NUP-Test wird der neigungsunempfindlichste Punkt, d. h. die Position des Gravimeters, an dem das Instrument horizontal steht, ermittelt. Eine Neigung des Gravimeters hätte zur Folge, dass die Messrichtung nicht parallel zum Schwerevektor steht und somit ein kleinerer Schwerewert am Gravimeteraufstellort registriert würde.

Zur Bestimmung des NUP müssen die zwei Gravimeterlibellen *Long Level* (parallel zum Beam) und *Cross Level* (senkrecht zum Beam) nacheinander in verschiedene Positionen gebracht werden. Zu jeder Libellenposition wird die Ausgangsspannung des Messsignals notiert. In [Tabelle A.1](#) sind die Messwerte vom NUP-Test der *Long Level* Richtung angegeben.

Zur Berechnung des NUP wurden die gezeitenkorrigierten Messsignale über den Libellenpositionen abgetragen und an diese eine Parabel angepasst (Abb. A.1). Der NUP ergibt sich als Scheitelpunkt der Parabel mit dem Wert von 3.10 V für das gezeitenkorrigierte Messsignal bei einer Spindelstellung von -20 Skt. Damit musste die Libelle der *Long Level* Richtung von -20 Skt auf 0 Skt mit der Justierschraube korrigiert werden.

Für die *Cross Level* Libelle wurde der NUP nach dem gleichen Prinzip bestimmt. Mit den Messwerten in Tabelle A.2 ergibt sich der Scheitelpunkt der Parabelgleichung (Abb. A.2) bei 2.98 V und einer Spindelstellung von 1 Skt. Damit lag die *Cross Level* Libelle bereits im NUP. Nach diesem Arbeitsschritt war das ET18 Gravimeter horizontalisiert.

### Elektronikabgleich

Mit dem Elektronikabgleich wird das Rückkopplungssystem eingestellt. Dabei sollten drei Nullpunkte in Übereinstimmung gebracht werden. Das sind der geometrische Nullpunkt, an dem der Beam genau zwischen den zwei Kondensatorplatten liegt, der elektronische Nullpunkt, bei dem die Rückkopplungsspannung null ist, sowie die Readingline, welche die Beamposition anzeigt und bei 3.6 Skt liegen sollte.

Im Folgenden müssen verschiedene Schalterstellungen mit zugehörigen Ausgangssignalen am Gravimeter überprüft und auf die vom Hersteller vorgegebenen Werte eingestellt werden. Dabei ist z. B. die Einstellung des *Drive Levels* und des *Drive Offsets* wichtig. Beim *Drive Level* handelt es sich um die Überprüfung der Amplitude der Wechsellspannung, welche die zwei äußeren Kondensatorplatten versorgt und bei 2.5 V liegen sollte. Bei einem *Drive Offset* von 4.4 V ist die Nichtlinearität der Rückkopplungsspannung für die äußeren Platten zur Schwereänderung am geringsten.

Zum Schluss werden alle Einstellungen mithilfe des *Test Modes* kontrolliert. Dazu werden die Schalter für die normale Gezeitenregistrierung eingestellt und über-

prüft, dass die Rückkopplungsspannung 0 V anzeigt und die Readingline bei 3.6 Skt liegt.

#### Linearitätstest

Hierbei wird die Linearität zwischen Gravimerausgangsspannung (Messsignal in V) und Schwereänderung untersucht. Liegt die Nichtlinearität unter 1%, dann waren alle Einstellungen an der Gravimerelektronik richtig und die Kalibrierung ist abgeschlossen.

Zur Ermittlung der Nichtlinearität wird zunächst mithilfe der Spindel die Gravimeterskala so eingestellt, dass die Ausgangsspannung des Gravimeters 0 V anzeigt. Dies war bei einer Spindelstellung von 63920 Skt der Fall.

Danach wird die Spindel einmal oberhalb (Position 1) und einmal unterhalb (Position 2) der Nullzählerstellung um 8000 Skt (entspricht etwa  $8 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}^2}$ ) verstellt und die zugehörigen Ausgangssignale  $U_1$  und  $U_2$  notiert. Der Vorgang sollte mindestens einmal wiederholt werden, wobei die jeweilige Skalenposition immer von der gleichen Richtung angefahren werden muss, um Messungenauigkeiten durch den toten Gang des Spindelgetriebes zu vermeiden. Im Anschluss wurde aus den gezeiteten- und driftkorrigierten Messsignalen die Nichtlinearität  $NL$  berechnet:

$$NL = \frac{|U_1| - |U_2|}{|U_1| + |U_2|}. \quad (3.7)$$

Für die Nichtlinearität ergab sich 0.81%, was unter dem Wert von 1% liegt.

Desweiteren wurde der Umrechnungsfaktor zwischen dem elektrischen Messsignal und den Spindelumdrehungen mit 0.959 mV/Umdrehung berechnet.

#### Ergebnisse der Kalibrierung

Die Kalibrierung der Gravimerelektronik hat zu folgenden Ergebnissen geführt:

Die Nichtlinearität des ET18 Gravimeters liegt bei 0.81%, bei einem verwendeten *Drive Level* von 2.49 V und einem *Drive Offset* von 4.37 V.

Der Umrechnungsfaktor zwischen Messsignaländerung und Spindelumdrehung beträgt 0.959 mV/Umdrehung.

## 3.2 Das supraleitende Gravimeter GWR CD-034

### 3.2.1 Prinzip der Supraleitung

1911 entdeckte der holländische Physiker Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926) die Supraleitung. Bei normalem Stromfluss in metallischen Leitern wird die Bewegung der Elektronen durch die schwingenden Atomkerne behindert. Dieser elektrische Widerstand ist temperaturabhängig und nimmt mit dieser ab. Unterhalb einer materialabhängigen kritischen Temperatur (Sprungtemperatur) werden aus normalen Leitern ideale Leiter. Damit besitzen diese metallischen Leiter (z. B. aus Aluminium, Zink, Zinn, Niob oder Blei) einen unmessbar kleinen elektrischen Widerstand. Bei einer Kühlung unter 4 K (Siedepunkt des flüssigen Heliums) fließt ein einmalig angeregter Strom in einer Leiterschleife konstant, solange die Kühlung besteht.

Dieser Effekt lässt sich auch für Gravimeter nutzen. Wird eine Spule z. B. mit flüssigem Helium gekühlt und in dieser ein Stromfluss angeregt, dann bleibt das durch Induktion entstehende Magnetfeld ohne weitere Energiezufuhr konstant, solange die Kühlung anhält. Liegen zwei supraleitende Spulen übereinander, dann bilden die Magnetfeldlinien einen Trichter. In diesem Trichter kann eine diamagnetische Probemasse in einer stabilen Position gehalten werden.

### 3.2.2 Aufbau und Funktion des supraleitenden Gravimeters

Ausführliche Beschreibungen zum Aufbau und der Funktion des supraleitenden Gravimeters (SG) sind u. a. bei [GWR \(1998\)](#), [Dierks \(2001\)](#) und [Kroner \(2002a\)](#) zu finden.

Das supraleitende Gravimeter CD-034 der Firma GWR wurde 1999 im Geodynamischen Observatorium Moxa fest installiert. Das Messinstrument ist 1 m hoch, 0.7 m breit und steht in einem separaten Raum, der durch eine zusätzliche Wand vom großen Seismometerraum getrennt ist.

Herzstück des Gravimeters ist das doppelte Sensorsystem (Abb. [3.5](#), rechts). Die

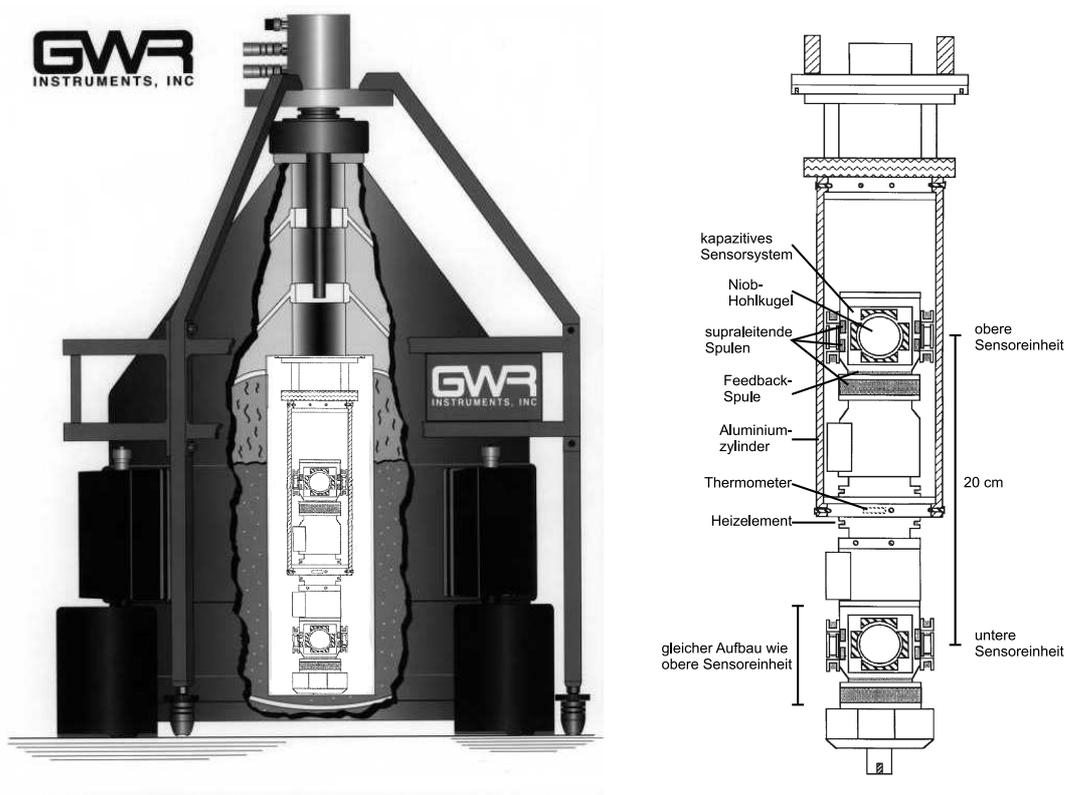
Probemassen sind zwei Niob Hohlkugeln von 25.4 mm Durchmesser, die sich im Abstand von 20 cm direkt übereinander befinden. Die durch die supraleitenden Spulen erzeugten Magnetfelder bewirken auf den Kugeln einen Stromfluss, der ein Magnetfeld erzeugt, das dem äußeren Feld entgegengesetzt ist (Prinzip des Diamagnetismus). Dadurch schweben die Hohlkugeln im äußeren Magnetfeld. Bei Änderungen der Schwerkraft bewegen sich die Niobkugeln aus ihrer definierten Nulllage. Durch ein kapazitives Sensorsystem (Dreiplattenkondensator) wird die Position der Sensorkugeln bestimmt. Nichtsupraleitende Zusatzspulen unterhalb der Sensoren führen diese zurück in ihre Nulllagen. Der Strom in den Zusatzspulen ist gleichzeitig das Messsignal, das mit einer Abtastrate von einer Sekunde registriert und mit der Zeitinformation in Tagesdateien gespeichert wird.

Das Problem beim doppelten Sensorsystem ist, dass die Horizontierung des SG nur für den NUP eines der Sensoren vorgenommen werden kann, da die mechanische Bearbeitung keine ausreichende Genauigkeit zulässt. Üblicherweise wird der untere Sensor in den NUP gebracht und der obere Sensor durch zwei weitere horizontale Spulen-Systeme in den NUP gezwungen.

Das Sensorsystem befindet sich in einem Vakuumzylinder und wird mit flüssigem Helium auf 4.1 K und damit unterhalb der Sprungtemperatur von Niob (9.2 K) gekühlt. Das Helium befindet sich in einem Dewar-Gefäß (doppelwandiger, thermisch isolierender Behälter) mit einem Fassungsvermögen von 125 l (Abb. 3.5, links). Jeder Sensor ist an einen Kupferzylinder thermisch angekoppelt, dessen Temperatur durch ein Thermometer und ein Heizelement auf wenige Mikrokelvin genau konstant gehalten wird. Das Thermometer befindet sich zwischen beiden Sensoren im Bereich der Aufhängung (Abb. 3.5, rechts).

Durch eine Kältemaschine, bestehend aus externem Wasserkühler, Kompressor und Kaltkopf, wird die permanente Verdampfung des Heliums verringert. Dabei wird extern Helium-Gas komprimiert, erwärmt sich, wird wiederum abgekühlt und zum Gravimeter geleitet. Im Kaltkopf entspannt sich das Gas und kühlt auf etwa 11 K ab. Mithilfe des kalten Helium-Gases wird die Anlage im Dewar-

Gefäß gekühlt, so dass die Heliumverdunstung langsamer erfolgt. Aus diesem Grund reicht eine Helium-Füllung für fast zwei Jahr. Der Kaltkopf wird durch ein externes Gestell mit Spezialfüßen oberhalb des Gravimeters gehalten und der Übergang zwischen Kaltkopf und Dewar-Gefäß ist mit einer Gummimanschette abgedichtet. Diese Konstruktion vermeidet die Übertragung der Vibrationen des Kaltkopfes auf das Gravimeter.



**Abbildung 3.5:** Aufbau des supraleitenden Gravimeters mit doppelten Sensorsystem nach GWR (1998). Links der schematische innere Aufbau des Gravimeters und rechts der Aufbau des doppelten Sensorsystems.

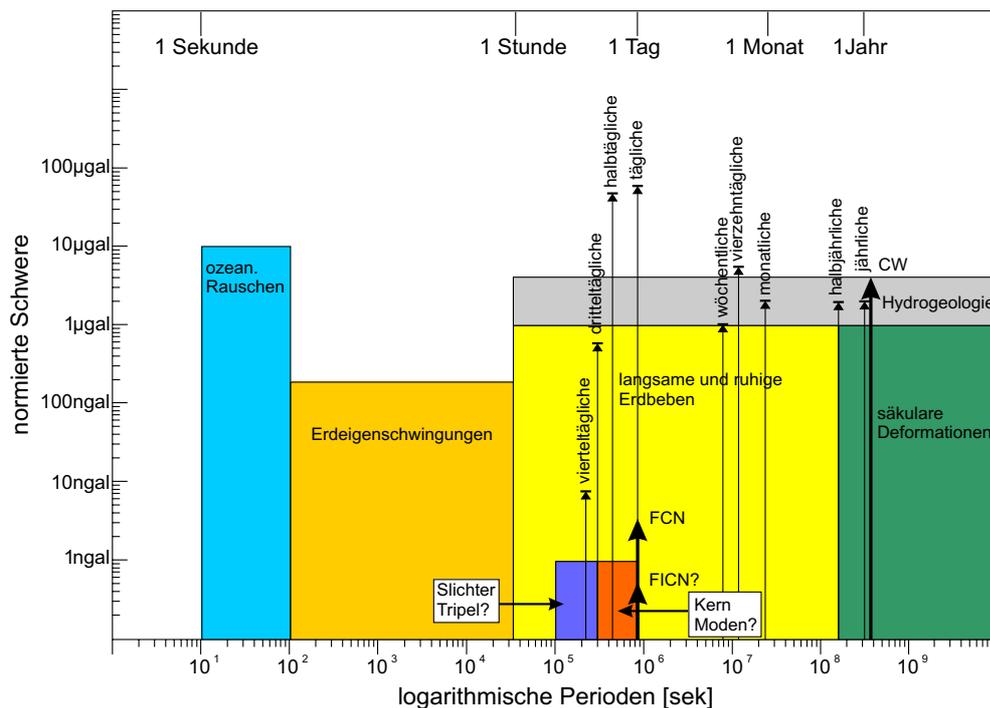
## 4 Theoretische Grundlagen

Mithilfe von Gravimetern lassen sich Massenverlagerungen im Untergrund und Deformationen der Erdoberfläche registrieren. Die Ursachen für die messbaren Schwereeffekte sind in Abb. 4.1 nach Crossley et al. (1999) dargestellt. Die normierten Amplituden sind in der traditionellen Einheit *Gal* (zu Ehren Galileo Galilei) gegeben. Der Zusammenhang zwischen *Gal* und der SI-Einheit  $m/s^2$  ist:

$$100 \text{ Gal} \equiv 1 \text{ m/s}^2$$

$$1 \mu\text{Gal} \equiv 10 \text{ nm/s}^2$$

Die Effekte liegen im Periodenbereich von einer Sekunde bis mehrere Jahre. Geophysikalische Phänomene sind unter anderem Erdeigenschwingungen, Erdbeben oder hydrologische Effekte.



**Abbildung 4.1:** Ursachen von Schwereeffekten an der Erdoberfläche mit Perioden größer einer Sekunde nach Crossley et al. (1999). Dabei bedeuten die verwendeten Abkürzungen: CW - Chandler Wobble, FCN - freie Nutation des Erdkerns, FICN - freie Nutation des inneren Kerns.

Die notwendigen theoretischen Grundlagen zur diskreten Fourieranalyse, den Erdzeiten, den Erdeigenschaften und dem Erdkernresonanzeffekt, die für die Analyse der ET18 und SG Daten wichtig sind, werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

## 4.1 Diskrete Fourieranalyse

In der angewandten Geophysik stellen Messwerte das Gesamtergebnis aller wirkenden Effekte auf den Sensor eines Messgeräts dar. In der Gravimetrie sind das bei kontinuierlichen Registrierungen an einer Station z. B. Deformation des Bodens durch die Gezeitenkräfte, Erdeigenschaften nach starken Erdbeben, Luftdruckschwankungen, Grundwasseränderungen, Massenverlagerungen im Untergrund oder Änderungen der Bodenfeuchte. Ein Großteil der geophysikalischen Signale sind frequenzabhängig, und zur Interpretation der Daten ist es meist einfacher, diese in der Spektraldarstellung zu betrachten. Mit der Fourieranalyse werden die Messdaten vom Zeitbereich in den Frequenzbereich transformiert. Die folgenden Gleichungen sind den Ausführungen von [Buttkus \(1991\)](#) entnommen. Der Grundgedanke bei dem Verfahren ist, dass sich Funktionen nach Sinus- und Cosinusfunktionen in eine Fourierreihe entwickeln lassen:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)) . \quad (4.1)$$

Dabei sind  $y(t)$  die registrierten Messwerte im Zeitbereich,  $t$  die Zeit,  $f_0$  die Grundfrequenz mit  $f_0 = \frac{1}{T}$ , wobei  $T$  die Länge der Zeitreihe ist, und damit den Grad der Frequenzauflösung festlegt, und den Fourier Koeffizienten  $a_n$  und  $b_n$ :

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.3)$$

Die Bedingungen an die Zeitreihe  $y(t)$  sind, dass sie beschränkt ist und nur endlich viele Diskontinuitäten, Maxima und Minima in einem endlichen Intervall hat. Die

Fourierreihe in Gleichung (4.1) konvergiert und hat dort, wo  $y(t)$  stetig ist, den Wert  $y(t)$ . An den Unstetigkeitsstellen nimmt die Reihe das Mittel des rechts- und linksseitigen Grenzwertes der Funktion an der Unstetigkeitsstelle an.

Da in der Praxis zeitlich begrenzte Beobachtungen untersucht werden, sind zusätzliche Überlegungen bezüglich der Fourieranalyse nötig. Die endliche Intervalllänge unbegrenzter Vorgänge bedeutet eine Multiplikation des zeitlich nicht begrenzten Signals mit der Rechteckfunktion  $w_R(t)$ :

$$w_R(t) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{für } |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{für } |t| > \frac{T}{2} \end{array} \right\} \quad (4.4)$$

mit der Intervalllänge (Beobachtungszeitraum)  $T$ . Daraus folgt

$$y(t) = s(t)w_R(t) \quad (4.5)$$

mit den Messwerten  $y(t)$  und dem zeitlich unbegrenzten Signal  $s(t)$ . Im Frequenzbereich wird aus der Multiplikation eine Faltung

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(g)W(f-g)dg \quad (4.6)$$

mit  $Y(f)$ ,  $S(f)$  und  $W(f)$  den Fouriertransformierten von  $y(t)$ ,  $s(t)$  und  $w_R(t)$ . Mit wachsender Beobachtungslänge  $T$  wird die Schätzung des Spektralwertes genauer und für  $T$  gegen unendlich geht  $W(f)$  gegen den  $\delta$ -Impuls und  $Y(f_0)$  stimmt mit  $S(f_0)$  überein. Somit stimmen die aus den begrenzten Intervallen berechneten Spektren nicht mit dem wahren Spektrum  $S(f)$  überein, sondern sind eine Schätzung über das Faltungsintegral. Die zeitliche Begrenzung der Zeitreihe hat zur Folge, dass man das wahre Spektrum wie durch einen breiten Spalt betrachtet. Durch diese Glättung des Spektrums sind benachbarte Spektralanteile schwer voneinander zu trennen. Außerdem können nichtexistente Spektralanteile durch das Spektrum des Fensters vorgetäuscht werden. Diese hängen von der Form und Breite des benutzten Fensters ab. Ziel bei der Wahl einer Fensterfunktion (auch Gewichtsfunktion genannt) ist, im Spektrum ein möglichst scharfes Hauptmaximum bei stark reduzierten Nebenmaxima zu erhalten. Das sind jedoch zwei

konträre Forderungen und es gilt eine Kompromisslösung zu finden. Ergebnisse sind die Fensterfunktionen in Tabelle 4.1. Die Funktionen sind im Zeitbereich angegeben wobei  $T$  die Gesamtlänge der registrierten Zeitreihe ist.

**Tabelle 4.1:** Fensterfunktionen für die Fourieranalyse aus [Buttkus \(1991\)](#) und [Hamming \(1987\)](#).

| Name des Fensters  | Fensterfunktion im Zeitbereich                                    |
|--------------------|---|
| Barlett Fenster    | $w_B(t) = 1 -  2\frac{t}{T} - 1 $                                 |
| Tukey-Hann Fenster | $w_T(t) = 0.5 + 0.5 \cos(2\pi\frac{t}{T} - 0.5)$                  |
| Hamming Fenster    | $w_H(t) = 0.54 + 0.46 \cos(2\pi\frac{t}{T} - 0.5)$                |
| Gauss Fenster      | $w_G(t) = e^{-0.5(2a\frac{t}{T} - 0.5)^2} \quad a \in \mathbf{R}$ |

Die Gewichtsfunktionen sind gerade Funktionen  $w(-t) = w(t)$ , für die das Phasenspektrum  $0^\circ$  bzw.  $180^\circ$  ist. In der Geophysik wird meistens das Tukey-Hann Fenster verwendet (Abb. 4.2). In Abb. 4.3 ist das Spektrum der Tukey-Hann Funktion dargestellt. Die Probleme bei der Anwendung einer Gewichtsfunktion (außer der Rechteckfunktion) liegen in der verringerten Frequenzauflösung und der Amplitudenverringerng von der Mitte des Fensters zu den Seiten. Die Amplitudenverfälschung im Spektrum kann durch einen Korrekturfaktor  $fac$  ausgeglichen werden, mit dem man vor der Fourieranalyse alle Werte der registrierten Zeitreihe multipliziert. Dieser Faktor wird wie folgt berechnet:

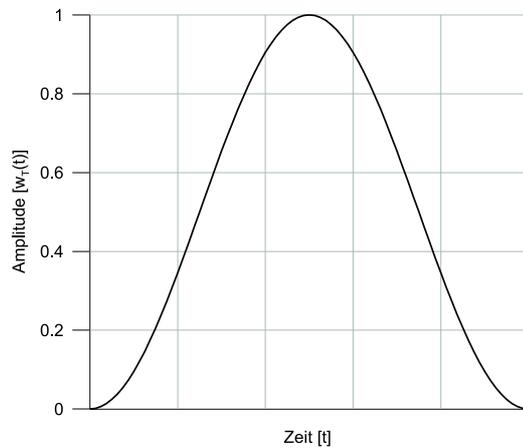
$$fac = \frac{T - 1}{\sum_{t=1}^T w(t)}. \quad (4.7)$$

Bei Registrierungen wird die kontinuierliche Messgröße durch Abtasten mit einer konstanten Abtastrate diskretisiert. Die Diskretisierung erfolgt sowohl für die Zeit als auch für die Amplitude des Messsignals. Durch die Amplitudenquantisierung kommt es zu Spektralabweichungen gegenüber dem Spektrum der kontinuierlichen Funktion. Der Grad der Abweichung hängt von dem Amplitudenaufklärungsvermögen ab. Die zeitliche Diskretisierung stellt die Werte nur zu bestimmten

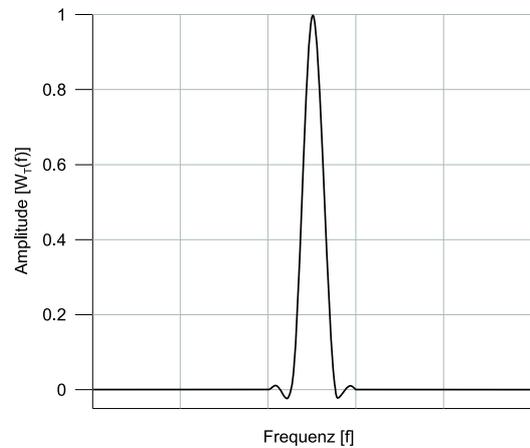
fixierten Zeitpunkten dar. Um Spektralverfälschungen zu vermeiden, muss  $\Delta t$  so gewählt werden, dass die größte in  $y(t)$  vorkommende Frequenz  $f_{max}$  kleiner als die sich ergebende Nyquist-Frequenz  $f_N$  ist (Abtasttheorem):

$$f_{max} < f_N = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} . \quad (4.8)$$

Bei einem zu großen Stützstellenabstand ( $\Delta t > \frac{1}{2f_{max}}$ ) werden nichtexistierende Spektralanteile durch Spiegelung von hohen Frequenzen an  $f_N$  im Spektrum vorgetäuscht (Alias-Effekt).



**Abbildung 4.2:** Tukey-Hann Funktion nach der Gleichung aus Tabelle 4.1.



**Abbildung 4.3:** Spektrum der Tukey-Hann Gewichtungsfunktion.

Für die diskrete Fourieranalyse ergeben sich aus den Gleichungen (4.2) und (4.3) für endliche Messwerte die Fourier Koeffizienten als Summe von Cosinus bzw. Sinus Termen:

$$a_n = \frac{2}{T} \sum_{t=0}^T [x(t) \cos(2\pi t f_n)] \quad (4.9)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \sum_{t=0}^T [x(t) \sin(2\pi t f_n)] \quad (4.10)$$

und die Fourierreihe aus Gleichung (4.1) wird zu einer endlichen Summe aus Cosinus und Sinus Termen

$$x_d(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)) , \quad (4.11)$$

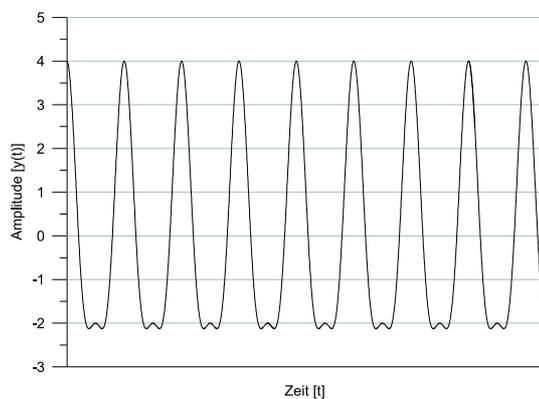
wobei  $x_d(t)$  die den Messwerten angepassten Werte der angenäherten Fourierreihe bei gegebenen  $a_n$  und  $b_n$  sind.

Mit den Fourier Koeffizienten kann das Ergebnis der Fourieranalyse in verschiedenen Spektren dargestellt werden. Diese sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst.

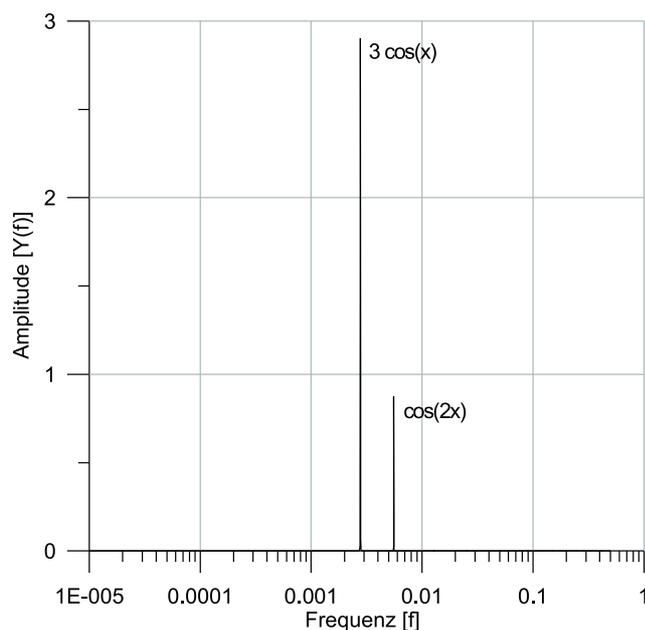
**Tabelle 4.2:** Ergebnisse der Fourieranalyse und deren Darstellung in verschiedenen Spektren.

| Name des Spektrums           | Berechnung der Ordinatenwerte                             |
|------------------------------|---|
| Fourier Koeff. der cos Terme | $a_n(f)$  |
| Fourier Koeff. der sin Terme | $b_n(f)$  |
| Amplitudenspektrum           | $A(f) = \sqrt{a_n(f)^2 + b_n(f)^2}$                       |
| Phasenspektrum               | $\varphi(f) = \arctan\left(-\frac{b_n(f)}{a_n(f)}\right)$ |
| Powerspektrum                | $Pow(f) = A(f)^2$   |

Als Beispiel wurde das Amplitudenspektrum der mathematischen Funktion mit der Gleichung  $y(t) = 3 \cos t + \cos(2t)$  (Abb. 4.4) berechnet. Die Funktion  $y(t)$  hat 100000 Werte, die Abtastrate ist eine Stunde und vor der Analyse wurde das Tukey-Hann Fenster angewendet. Das Amplitudenspektrum (Abb. 4.5) hat zwei Maxima für die beiden Schwingungen mit unterschiedlichen Frequenzen, aus den sich die Funktion  $y(t)$  zusammensetzt.



**Abbildung 4.4:** Die mathematische Funktion  $y(t) = 3 \cos t + \cos(2t)$ .



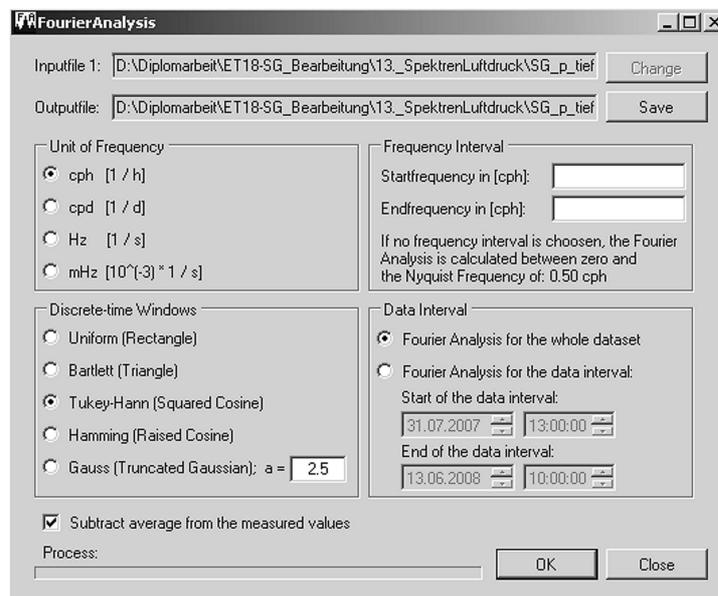
**Abbildung 4.5:** Amplitudenspektrum der mathematischen Funktion  $y(t) = 3 \cos t + \cos(2t)$ .

Zur Berechnung der Spektren von Zeitreihen wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Programm für die Fourieranalyse in der Sprache *C#* im Programm *Microsoft Visual Studio 2005* geschrieben. Der Quellcode des Programms *FourierAnalysis.exe* ist in Anhang B zu finden. Die Berechnung basiert auf den hier angegebenen Gleichungen der diskreten Fourieranalyse.

Die Daten der Zeitreihe müssen in einer Textdatei im ETERNA-Format (Anhang B, Auflistung B.1) stehen. Die Bedingung an die Inputdaten ist eine konstante Abtastrate. Lücken im Datensatz werden vor der Analyse durch lineare Interpolation geschlossen, um den Rauschpegel gering zu halten.

Die Programmoberfläche (Abb. 4.6) bietet verschiedene Auswahlmöglichkeiten bezüglich Frequenzbereich, Zeitbereich, Frequenzeinheit, Gewichtsfunktion und wahlweise Subtraktion eines Mittelwertes.

Die Ausgabe der Ergebnisse erfolgt ebenfalls in einer Textdatei (*\*.dat*), in der die Frequenzen, die Fourier Koeffizienten, die Amplituden, die Phasen und die Amplitudenquadrate in jeweils einer Spalte gespeichert werden.



**Abbildung 4.6:** Bedienoberfläche des Programms für die diskrete Fourieranalyse von Zeitreihen. Auswahlmöglichkeiten für die Analyse sind: Frequenzeinheit, Frequenzbereich, Zeitbereich, Subtraktion des Mittelwertes und Fensterfunktion (wobei beim Gauss Fenster der Parameter  $a$  frei wählbar ist, vgl. Gleichung in Tabelle 4.1).

## 4.2 Erdgezeiten

### 4.2.1 Das Gezeitenpotenzial

Gezeitenbeschleunigungen existieren für alle Himmelskörper und deformieren diese. Auf der Erde werden die Gezeiteneffekte unterschieden in: Ozeangezeiten (bekannt durch Ebbe und Flut an den Küsten), Erdgezeiten (verursachen Deformation des Erdkörpers) und atmosphärische Gezeiten (geringe Druckschwankungen im Vergleich zu wetterbedingten Druckschwankungen).

Die Herleitung des Gezeitenpotenzials wird in diesem Kapitel kurz beschrieben. Eine ausführliche Herleitung ist in Anhang C gegeben. Die Gleichungen stammen aus den Büchern von Melchior (1983), Harrison (1985) und Wenzel (1997a,b).

Wegen der räumlichen Ausdehnung und der Rotation der Himmelskörper und der Erde ist die Gravitationsbeschleunigung  $\vec{a}_g$  ortsabhängig (Abb. 4.7). Die Bahnbeschleunigung  $\vec{a}_b$  ist hingegen räumlich konstant. Daraus ergibt sich an verschie-

denen Beobachtungspunkten auf der Oberfläche der Erde eine unterschiedliche resultierende Gezeitenbeschleunigung  $\vec{b}$ . Auf der Erdoberfläche ist die Gezeitenbeschleunigung kleiner als  $\pm 3 \mu\text{m}/\text{s}^2 = 3 \cdot 10^{-6}$ -fache der Erdschwere.

Die maximalen Anteile der Gezeitenbeschleunigung an der Erdoberfläche durch andere Himmelskörper sind in Tabelle 4.3 gegeben. Dabei wird der Hauptanteil der Gezeitenbeschleunigung vom Mond verursacht, der mit der Erde um einen gemeinsamen Schwerpunkt kreist. Der Schwerpunkt liegt in der Erde, auf Grund ihrer viel größeren Masse.

Die Gezeitenbeschleunigung  $\vec{b}$  in einem Beobachtungspunkt auf der Erde lässt sich aus dem Newton'schen Gravitationsgesetz bestimmen:

$$\vec{b} = \vec{a}_g - \vec{a}_b = \frac{GM_H}{d^2} \cdot \frac{\vec{d}}{d} - \frac{GM_H}{s^2} \cdot \frac{\vec{s}}{s} \quad (4.12)$$

mit der Newton'schen Gravitationskonstante  $G = 6.67428 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ , der Masse  $M_H$  des Himmelskörpers, der Entfernung  $\vec{s}$  zwischen den zwei Massenschwerpunkten und der Distanz  $\vec{d}$  zwischen dem Schwerpunkt des gezeitenerzeugenden Himmelskörpers und dem Beobachtungspunkt auf der Erde (Abb. 4.7).

Zur Berechnung der Erdgezeiten wird anstelle der vektoriellen Gezeitenbeschleunigung  $\vec{b}$  das skalare Gezeitenpotenzial  $V$  benutzt:

$$\vec{b} = \text{grad}V = \frac{\partial V}{\partial \vec{r}} \quad (4.13)$$

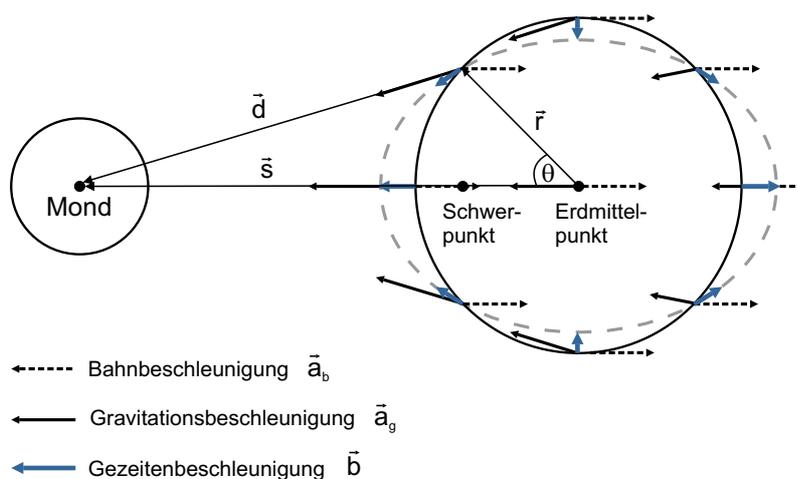
wobei  $\vec{r}$  der Abstand vom Erdmittelpunkt zum Beobachtungspunkt ist (Abb. 4.7).

Aus (4.13) und den vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynomen (Anhang C) ergibt sich letztendlich für das Gezeitenpotenzial  $V$ :

$$V = \frac{GM_H}{s} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{s}\right)^n \frac{1}{(2n+1)} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \cdot P_n^m(\cos \theta_b) \cdot \cos(m\lambda - m\lambda_b) . \quad (4.14)$$

Dabei ist  $\theta$  die Co-Breite der Station,  $\lambda$  der Winkelabstand der Station bezogen auf den Meridian durch Greenwich,  $\theta_b$  der Winkelabstand zum Himmelsnordpol und  $\lambda_b$  der Stundenwinkel des gezeitenerzeugenden Himmelskörpers vom Meridian durch Greenwich (Anhang C, Abb. C.3).

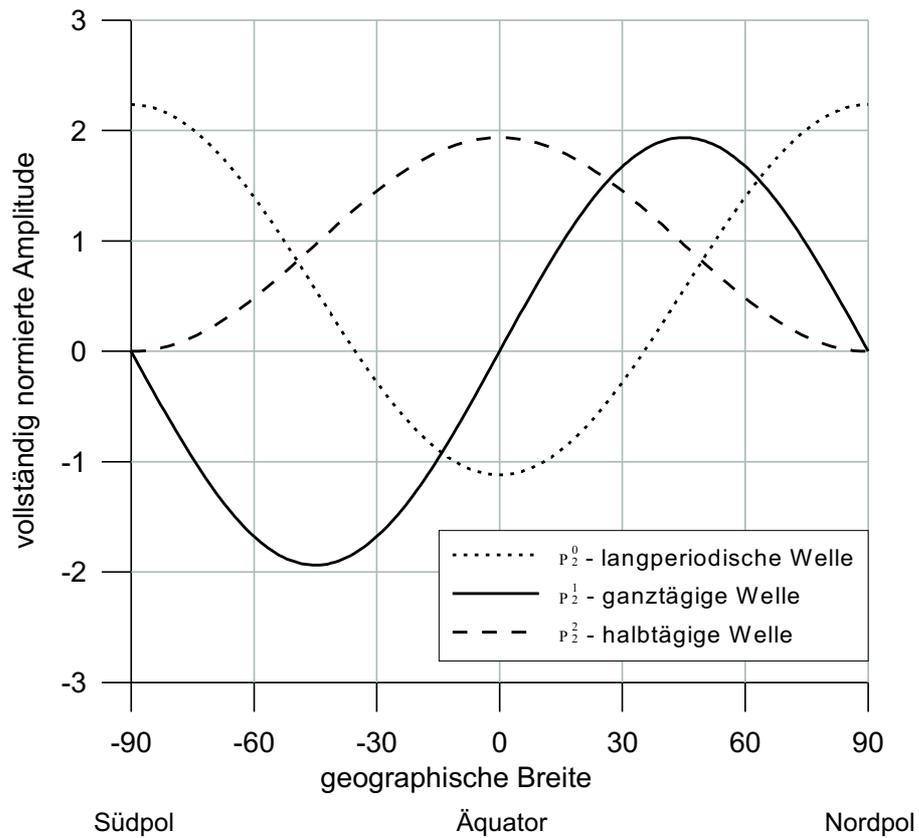
In Gleichung (4.14) wird durch die Summierung über den Grad  $n$  und die Ordnung  $m$  die Änderung des Gezeitenpotenzials an einem Beobachtungspunkt auf der Erde berechnet. Abb. 4.8 zeigt die Breitenabhängigkeit vom Süd- zum Nordpol der vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynome vom Grad 2 und den Ordnungen  $m = 0, 1, 2$ . In Tabelle 4.4 sind die durch  $m$  beschriebenen Wellen mit den zugehörigen Perioden aufgelistet.



**Abbildung 4.7:** Entstehung der Gezeitenbeschleunigung durch das Zusammenwirken der Bahnbeschleunigung und der Gravitationsbeschleunigung zwischen Erde und z. B. dem Mond (Wenzel, 1997a). Die gestrichelte Ellipse stellt die durch die Gezeitenkräfte deformierte Erde dar.

**Tabelle 4.3:** Gezeitenbeschleunigungen durch die Himmelskörper auf der Erdoberfläche aus Wenzel (1997a).

| Himmelskörper | Gezeitenbeschl. [ $\mu\text{m}/\text{s}^2$ ] |
|---------------|--|
| Mond          | 1.37   |
| Sonne         | 0.50   |
| Venus         | $5.88 \cdot 10^{-5}$                         |
| Mars          | $1.18 \cdot 10^{-6}$                         |
| Jupiter       | $6.54 \cdot 10^{-6}$                         |



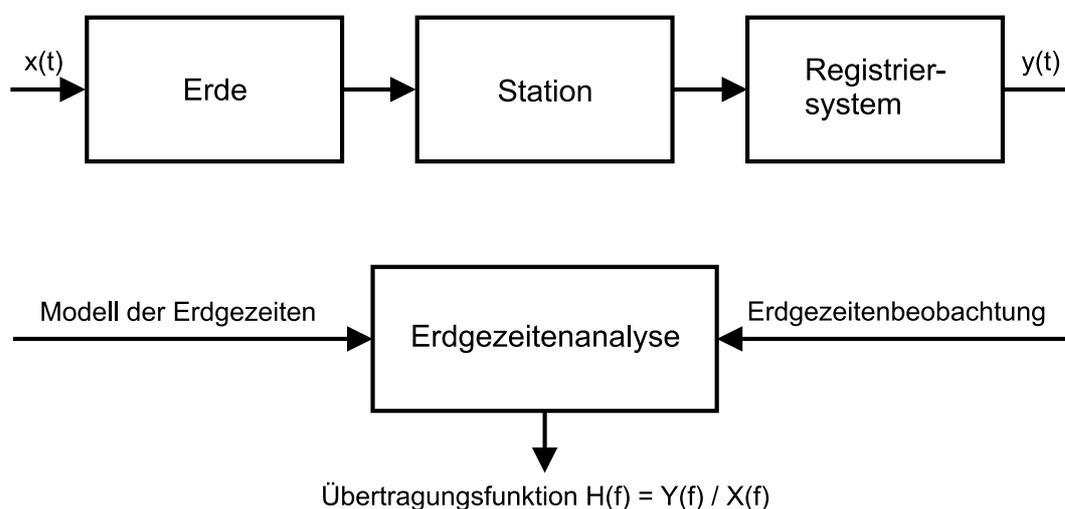
**Abbildung 4.8:** Breitenabhängigkeit der zugeordneten Legendre Polynome 2. Grades und den Ordnungen  $m = 0, 1, 2$  aus [Wenzel \(1997a\)](#). Die geographische Breite berechnet sich durch  $\varphi = 90^\circ - \theta$ .

**Tabelle 4.4:** Perioden der Gezeitenpotenzialänderung in einem Beobachtungspunkt bei verschiedenen Ordnungen  $m$  aus [Wenzel \(1997a\)](#).

| Ordnung $m$ | Periode                | Welle                 |
|-------------|------------------------|-----------------------|
| 0           | 14 Tage ... 18.6 Jahre | langperiodische Welle |
| 1           | ~ 24 Stunden           | ganztägige Welle      |
| 2           | ~ 12 Stunden           | halbtägige Welle      |
| 3           | ~ 8 Stunden            | dritteltägige Welle   |
| 4           | ~ 6 Stunden            | vierteltägige Welle   |

### 4.2.2 Gezeitenanalyse mit ETERNA 3.4

Für die Gezeitenanalyse wurde das Programmpaket ETERNA 3.4 von [Wenzel \(1996\)](#) verwendet. Ziel der Gezeitenanalyse ist, wie in [Abb. 4.9](#) dargestellt, Informationen über die Reaktion des Systems **Erde - Station - Registriersystem** auf die Gezeitenkräfte zu erhalten. Die Informationen über das Instrument und dessen Registriersystem werden durch Kalibrierung ermittelt. Die Lokation der Station mit geographischer Länge, geographischer Breite und Höhe über Normal Null sind ebenfalls bekannt. Damit kann die Reaktion der Erde am Ort der Station untersucht werden.



**Abbildung 4.9:** Funktion und Ziel der Erdgezeitenanalyse aus [Wenzel \(1997b\)](#).

Die folgenden Formeln zur Gezeitenanalyse sind aus [Wenzel \(1997b\)](#) entnommen. Der Gezeitenberechnung mit dem Programm *Analyze.exe* aus dem Programmpaket ETERNA 3.4 liegt das Konzept, basierend auf der Methode der kleinsten Quadrate, von [Chojnicki \(1973\)](#) zugrunde. Die Frequenzübertragungsfunktion  $H(f)$  des Systems Erde kann nach [Abb. 4.9](#) durch ein lineares kausales Einkanal-system mit konstanten Parametern (Inputparameter  $x(t)$  und Outputparameter  $y(t)$ ) dargestellt werden:

$$H(f) = Y(f)/X(f) \quad (4.15)$$

mit dem Spektrum der Erdgezeitenbeobachtungen  $Y(f)$  und dem Spektrum der theoretischen Gezeiten  $X(f)$ . Diese lassen sich im Zeitbereich durch folgenden funktionalen Modellansatz formulieren:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \cos(2\pi f_i t + \phi_i) \quad (4.16)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^n H_i \cdot A_i \cdot \cos(2\pi f_i t + \phi_i + \Delta\phi_i) . \quad (4.17)$$

Dabei sind  $\phi_i$  die Phasenverschiebungen und  $\Delta\phi_i$  die Phasendifferenzen zwischen der Gezeitenbeobachtungen  $y(t)$  und der Gezeitenpotenzialentwicklung  $x(t)$ . Das sich zeitlich ändernde Gezeitenpotenzial wird mithilfe des Gezeitenpotenzialkatalogs, z. B. HW95 ([Hartmann und Wenzel, 1995](#)), an einem Beobachtungspunkt auf der Erde bestimmt. Das zu Grunde liegende Erdmodell von Wahr-Dehant-Zschau ([Dehant, 1987](#)) beschreibt ein gleichmäßig rotierendes Ellipsoid mit flüssigem äußerem Kern und viskosem Mantel. Damit ist das Gezeitenpotenzial

$$V(t) = \sum_{n=2}^{n(max)} \left(\frac{r}{s}\right)^n \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos\theta) \sum_i [C_i^{n,m}(t) \cos(\alpha_i(t)) + S_i^{n,m}(t) \sin(\alpha_i(t))] . \quad (4.18)$$

Da der Quotient  $\frac{r}{s}$  für den Mond  $1.6 \cdot 10^{-2}$  und für die Sonne  $4 \cdot 10^{-5}$  beträgt, konvergiert die Reihe in Gleichung (4.18) sehr schnell. Für die Berechnung des Gezeitenpotenzials werden die vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynome für den Mond bis  $n(max) = 6$ , für die Sonne bis  $n(max) = 3$  und für die Planeten bis  $n(max) = 2$  entwickelt. Desweiteren sind in Gleichung (4.18)  $s$  der Abstand zwischen Erde und Himmelskörper,  $P_n^m$  die zugeordneten Legendre Polynome in Abhängigkeit der Co-Breite  $\theta$  der Station,  $C_i^{n,m}$  und  $S_i^{n,m}$  die Koeffizienten der Gezeitenpotenzialentwicklung in  $(\text{m}^2/\text{s}^2)$ ,  $t$  die Zeit seit J2000 (im Julianischen Datum 2451545 entspricht dies dem 1. Januar 2000) und  $\alpha_i(t)$  die zeitabhängigen Argumente, die durch folgende Gleichung definiert sind:

$$\alpha_i(t) = m\lambda + \sum_{j=1}^{11} k_{ij} \cdot \text{arg}g_j(t) \quad \text{mit } k_{i1} = m . \quad (4.19)$$

Die ganzzahligen Koeffizienten  $k_{ij}$  sind im Katalog enthalten, genau so wie die elf astronomischen Parameter  $arg_j(t)$  der gezeitenerzeugenden Himmelskörper in (Grad/Stunde) zum Zeitpunkt J2000.  $\lambda$  ist der Winkelabstand der Station bezogen auf den Meridian durch Greenwich.

Die Gezeitenanalyse wird mittels Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen durchgeführt. Dieses Verfahren ermöglicht auch die Analyse von Zeitreihen mit Lücken und eine Fehlerabschätzung bei der Analyse durch Angabe der Standardabweichung.

Ein Problem bei der Gezeitenanalyse sind lang- und aperiodische Driften (Instrumentengang, tektonische Bewegungen oder meteorologische Einflüsse) in den Zeitreihen, die jedoch durch Hochpassfilterung oder Modellierung einer Driftfunktion mit Tschebyscheff-Polynomen eliminiert werden können. Desweiteren ist durch den begrenzten Registrierzeitraum  $T$  nur eine Auflösung der Wellengruppen mit Frequenzen  $f \geq f_0$  mit  $f_0 = \frac{1}{T}$  möglich. Die Gezeitenparameter werden nicht für einzelne Gezeitenwellen berechnet, da der kleinste Frequenzabstand im Gezeitenpotenzial etwa  $\frac{1}{20942 a}$  ist. Somit werden die einzelnen Gezeitenwellen in Wellengruppen, in Abhängigkeit von der Länge des Registrierzeitraums, zusammengefasst.

Die Ergebnisse der Gezeitenanalyse sind die Gezeitenparameter, Amplitudenfaktor  $H_i$  und Phasendifferenz  $\Delta\phi_i$ , mit Standardabweichungen für die jeweils analysierte Wellengruppe  $i$ :

$$H_i = \frac{h_i}{A_i} \quad (4.20)$$

$$\Delta\phi_i = \varphi_i - \phi_i . \quad (4.21)$$

mit  $h_i$  und  $\varphi_i$ , den Amplituden und Phasen der Erdgezeitenbeobachtungen und  $A_i$  und  $\phi_i$ , den Amplituden und Phasen der theoretischen Gezeiten (berechnet aus dem Gezeitenpotenzial).

Ein weiteres Ergebnis der Gezeitenanalyse ist das Spektrum der Residuen, d. h. eine Fourieranalyse von dem Anteil der Registrierung, der nicht durch die Gezeiten

angepasst werden kann. Der Residuenanteil enthält die Abweichungen zwischen Beobachtungen und Modell. Diese Störsignale sind z. B. Luftdruckschwankungen oder Grundwasseränderungen im Periodenbereich der Gezeiten. Aus dem Spektrum werden die Mittelwerte für die Rauschpegel der einzelnen Frequenzbereiche  $n_i(f)$  berechnet. Das Signal-Rausch-Verhältnis  $(s/n)_i$  der einzelnen Wellengruppen kann aus den Gezeitenamplituden  $A_i$ , den Amplitudenfaktoren  $H_i$  und den Mittelwerten der Rauschpegel  $n_i(f)$  wie folgt bestimmt werden:

$$(s/n)_i = \frac{A_i \cdot H_i}{n_i(f)} . \quad (4.22)$$

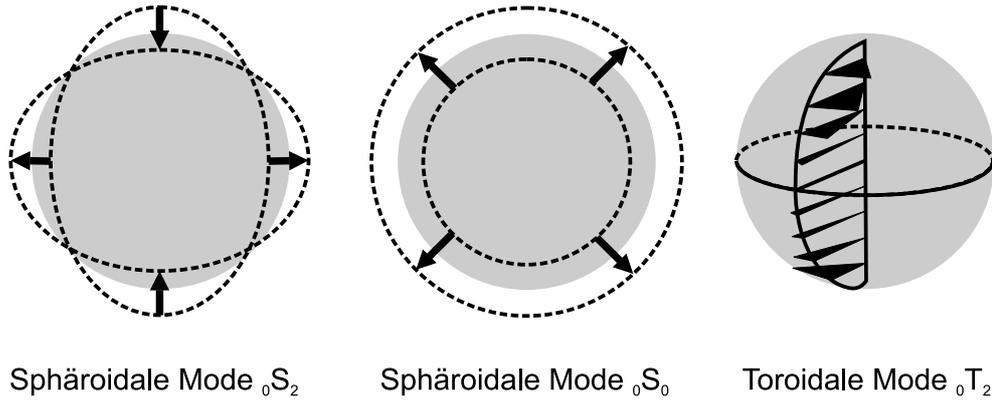
Bei der Gezeitenanalyse ist es außerdem möglich, meteorologische Parameter (z. B. Luftdruck in (hPa)) anzusetzen. Für jeden Parameter wird bei der Analyse ein Regressionsfaktor als zusätzliche Unbekannte in die Beobachtungsgleichung eingefügt und berechnet.

### 4.3 Erdeigenschwingungen

Erdeigenschwingungen sind freie Schwingungen des Erdkörpers und ermöglichen Rückschlüsse auf das Erdinnere zu ziehen. Bei starken Erdbeben werden immer zwei Arten von elastischen Wellen angeregt: die Raumwellen (Kompressions- und Scherwellen) und die Oberflächenwellen (Rayleigh- und Love-Wellen). Außerdem treten einige Zeit nach dem Erdbeben reflektierte und gestreute, sowie mehrfach um die Erde gelaufene Wellen auf. Die konstruktive Interferenz von mehrfach um die Erde laufenden Oberflächenwellen führt zu den Erdeigenschwingungen. Die Rückstellkräfte entstehen durch die elastischen Deformationen (durch die Bewegung von Masse aus ihrem Gleichgewichtszustand) und die Gravitationswirkung der verschobenen Massen. Durch die Auswertung der Laufzeiten der seismischen Wellen und deren Frequenzen nach einem starken Erdbeben können Aussagen über die mechanischen Eigenschaften des Erdinneren (entscheidend für die Entwicklung von Erdmodellen) und den Anregungsmechanismus des Bebens getroffen

werden. Detaillierte Beschreibungen zu den globalen Eigenschwingungen der Erde sind in [Masters und Widmer \(1995\)](#) und [Zürn und Widmer-Schmidrig \(2002\)](#) zu finden.

Die Erdeigenschwingungen werden in zwei Schwingungstypen unterteilt (als Lösungen einer homogen elastischen Bewegungsgleichung für kleine Verschiebungen für die Erde): die sphäroidalen S-Moden und die toroidalen T-Moden (Abb. 4.10). Die Perioden der Eigenschwingungen liegen zwischen 100 Sekunden und 54 Minuten. Mit Gravimetern werden die sphäriodalen Moden gemessen, da diese Änderungen des Schwerevektors (Höhenänderungen der Erdoberfläche) bewirken. Beide Schwingungsmoden (toroidal und sphäriodal) werden mit Neigungsmessern gemessen ([Jentzsch et al., 2005](#)).



**Abbildung 4.10:** Darstellung der zwei verschiedenen Erdeigenschwingungsmoden (sphäriodal und toroidal) nach [Masters und Widmer \(1995\)](#).

Die Berechnung der Eigenfunktionen in Kugelkoordinaten  $(r, \phi, \theta)$  wird in einem radialen Oberflächenanteil und zwei winkelabhängigen Anteilen vorgenommen. Für die S-Moden  ${}_nS_l$  gilt, dass das Verschiebungsfeld wirbelfrei ( $\text{rot } \vec{u} = 0$ ) ist und dass die drei Verschiebungskomponenten meistens von null verschieden sind:

$$u_r = {}_nU_l(r) \cdot P_l^m(\cos \theta) \cdot e^{im\phi} \cdot e^{-i\omega({}_nS_l) \cdot t} \quad (4.23)$$

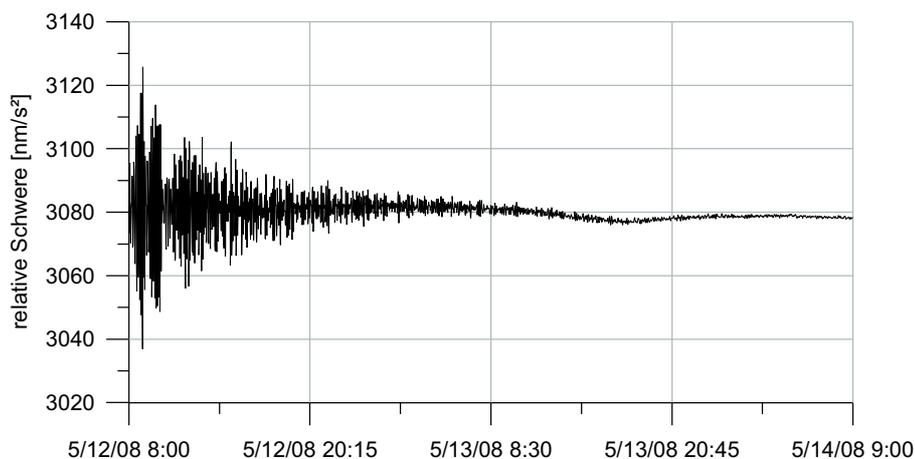
$$u_\theta = {}_nV_l(r) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [P_l^m(\cos \theta) \cdot e^{im\phi}] \cdot e^{-i\omega({}_nS_l) \cdot t} \quad (4.24)$$

$$u_\phi = \frac{{}_nV_l(r)}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} [P_l^m(\cos \theta) \cdot e^{im\phi}] \cdot e^{-i\omega({}_nS_l) \cdot t} \quad (4.25)$$

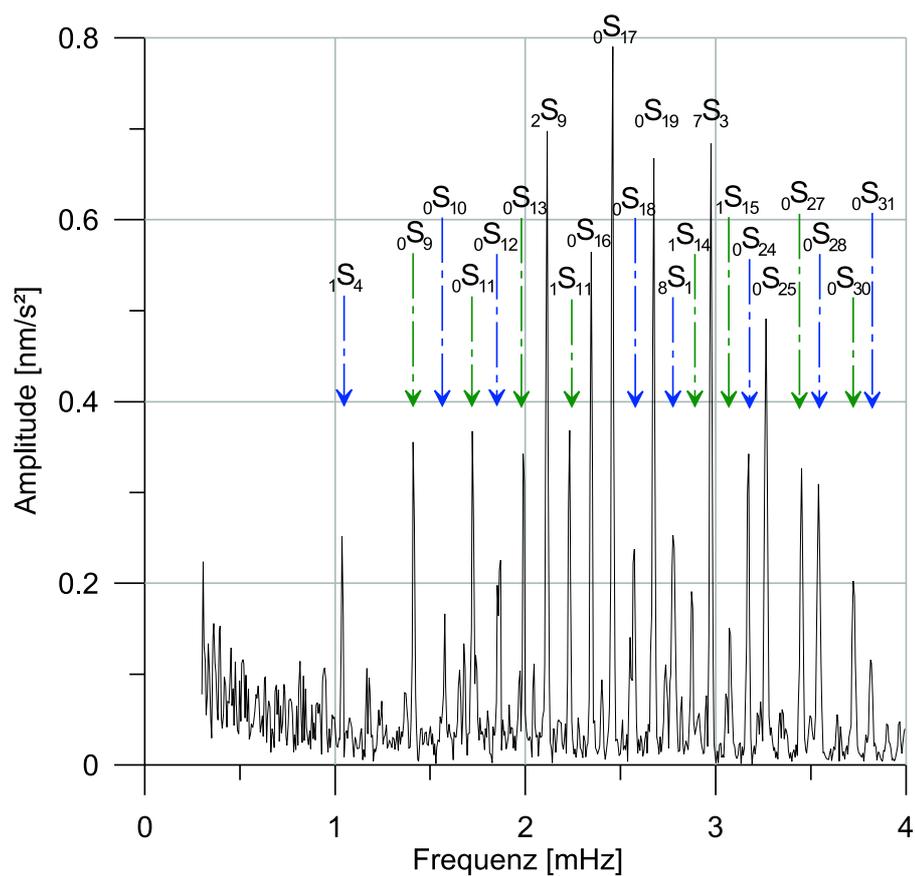
mit den radialen Eigenfunktionen  ${}_nU_l(r)$  und  ${}_nV_l(r)$ , den zugeordneten Legendre Polynomen  $P_l^m(\cos\theta)$  (die sich nach Gleichung (C.24) in Anhang C berechnen lassen), den Eigenkreisfrequenzen  $\omega({}_nS_l)$  und der Zeit  $t$ . Mit  $n = 0$  werden die Fundamentalmoden beschrieben und  $n > 0$  bezeichnet die Oberschwingungen der Erde. Damit entspricht  ${}_0S_0$  dem Modell einer atmenden Kugel (Abb. 4.10, Mitte) mit der Periode von etwa 20 Minuten und  ${}_nS_0$  entsprechen den radialen Moden, bei denen nur  $u_r$  von Null verschieden ist.

Die Amplituden der Schwingungen klingen exponentiell ab, da es sich um anelastische Deformationen handelt. Die Dämpfung wird durch den Gütefaktor  $Q$  beschrieben. Dieser besagt, nach wievielen Schwingungsperioden die Amplitude um den Faktor  $e^{-\pi}$  abgenommen hat.  $Q$  ist frequenzabhängig und liegt für die Erde im Bereich zwischen 100 und 6000 (Masters und Widmer, 1995).

Bei der Berechnung der Eigenschwingungsfrequenzen durch die Fourieranalyse der registrierten Zeitreihe nach einem Erdbeben ist die Länge des verwendeten Fensters entscheidend. Nach Zürn und Widmer-Schmidrig (2002) sollte die Zeitreihe mindestens 20 Stunden lang sein. Damit sich die Eigenschwingungen im Spektrum deutlich aus dem Rauschpegel herausheben, werden die vom Gravimeter registrierten Zeitreihen gezeiten- und luftdruckreduziert. Außerdem werden die Daten (Abb. 4.11) vor der Analyse mit einer Gewichtsfunktion (meist Tukey-Hann Fenster) multipliziert. Das Ergebnis ist ein Spektrum, in dem den Maxima die bekannten S-Moden (z. B. zu finden in Masters und Widmer (1995)) zugeordnet werden können (Abb. 4.12). Jedoch werden bei einem Erdbeben nicht alle Eigenschwingungsmoden angeregt, weshalb in den Spektren nur ein Teil der bekannten Moden zu finden sind.



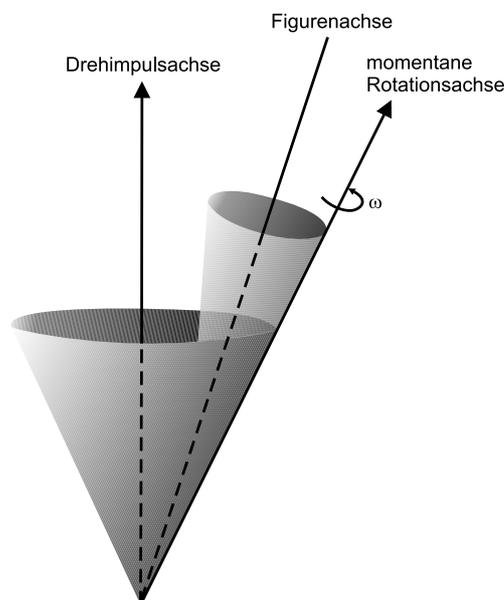
**Abbildung 4.11:** Erdeigenschwingungen nach dem China-Beben vom 12.05.2008. Die SG-Registrierung aus Moxa ist zeiten- und luftdruckreduziert.



**Abbildung 4.12:** Amplitudenspektrum der Erdeigenschwingungen nach dem China-Beben vom 12.05.2008 mit den gekennzeichneten S-Moden.

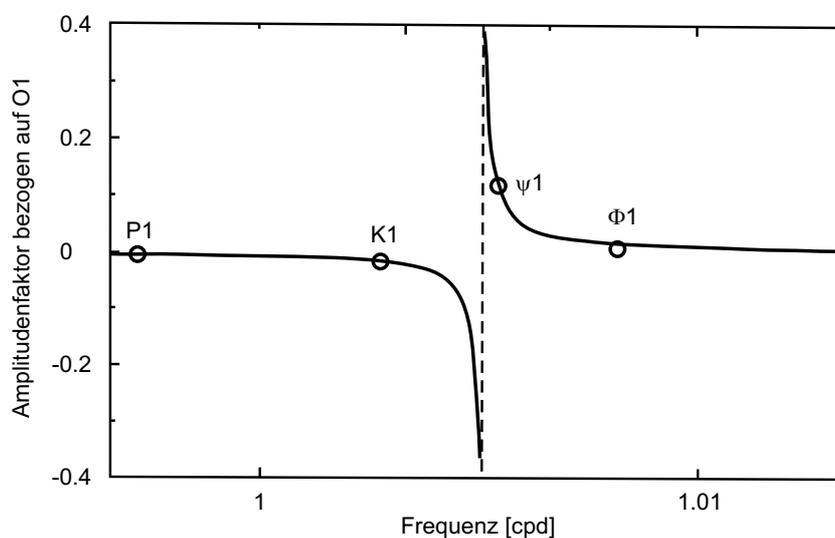
#### 4.4 Erdkernresonanzeffekt

Die Orientierung der Rotationsachse und die Rotationsgeschwindigkeit der Erde werden durch die Gezeitenkräfte und die damit verbundene Deformation des Erdkörpers beeinflusst. Durch Druckkräfte auf die elliptische Kern-Mantel-Grenze entsteht eine Kopplung zwischen flüssigem äußerem Kern und festem Mantel. Auf Grund der leichten Elliptizität der Kern-Mantel-Grenze weichen die momentanen Rotationsachsen von Kern und Mantel in ihrer Orientierung voneinander ab. Dadurch übt der äußere flüssige Kern ein ständiges Drehmoment auf den Mantel aus. Das Ergebnis ist eine resultierende Oszillation der momentanen Rotationsachse der Erde, relativ zur Figurenachse (Abb. 4.13). Die Eigenfrequenz der Oszillation liegt mit  $(1 + \frac{1}{430})$  cpd nahe bei der Frequenz der gantztägigen Gezeiten. Dadurch kommt es zu einer Resonanz, dem *Nearly Diurnal Free Wobble* (NDFW). Der Erdkernresonanzeffekt bewirkt im raumfesten Bezugssystem eine Nutation der momentanen Rotationsachse, relativ zur Drehimpulsachse, mit einer Periode von 430 Tagen. Diese Oszillation ist die *Free Core Nutation* (FCN) (Abb. 4.13).



**Abbildung 4.13:** Erdkernresonanzeffekt im raum- und erdfesten Bezugssystem aus Kroner (2002a).

In Schweredaten wirkt sich der Resonanzeffekt in den Gezeitenparametern der ganztägigen Partialtiden aus. Die Parameter des Erdkernresonanzeffektes können indirekt aus dem Resonanzeffekt in den Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$ , und den damit verbundenen Änderungen der Amplitudenfaktoren  $H_i$  abgeleitet werden (Abb. 4.14). Dabei wird die Partialtide O1 als Referenz verwendet. Die Resonanzfrequenz ergibt sich aus der Lage der Asymptote. Bedingung für den Nachweis sind ozeangezeitenauflast-reduzierte Amplitudenfaktoren mit einer geringen Standardabweichung für die vier Gezeitenwellen.



**Abbildung 4.14:** Der Erdkernresonanzeffekt ist indirekt nachweisbar in den Gezeitenparametern der Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$  durch Änderungen in den Amplitudenfaktoren. Beispiel einer 2 Jahre Registrierung vom SG T005 aus Frankreich nach [Hinderer und Crossley \(2000\)](#).

## 5 Datenanalyse und Vergleich von ET18 und SG

Für den Vergleich der beiden Gravimeter, ET18 und SG, wurden die Parallelregistrierungen über 372 Tage (11. Juli 2007 - 17. Juli 2008) bearbeitet und analysiert. Während dieser Zeit stand das ET18 im großen Seismometerraum des Observatoriums. Das supraleitende Gravimeter steht fest montiert im SG-Raum (Abb. 2.3). Der Abstand zwischen beiden Instrumenten war etwa 5 m (Abb. 5.1). Der Einfluss der unterschiedlichen Registrierbedingungen in den beiden Räumen auf die Daten des ET18 Gravimeters wird in Kapitel 6 untersucht.



**Abbildung 5.1:** Das ET18 Gravimeter (im Vordergrund) im großen Seismometerraum und das supraleitende Gravimeter (im Hintergrund) im SG-Raum.

Für den Vergleich wurden die Informationsgehalte der 372 Tage langen Zeitreihen in drei Frequenzbereichen analysiert: im tieffrequenten Bereich ( $< 1.5 \cdot 10^{-3}$  cph), im hochfrequenten Bereich ( $> 0.125$  cph) und dazwischen im Frequenzbereich der Erdbebenzeiten.

## 5.1 Datenaufbereitung

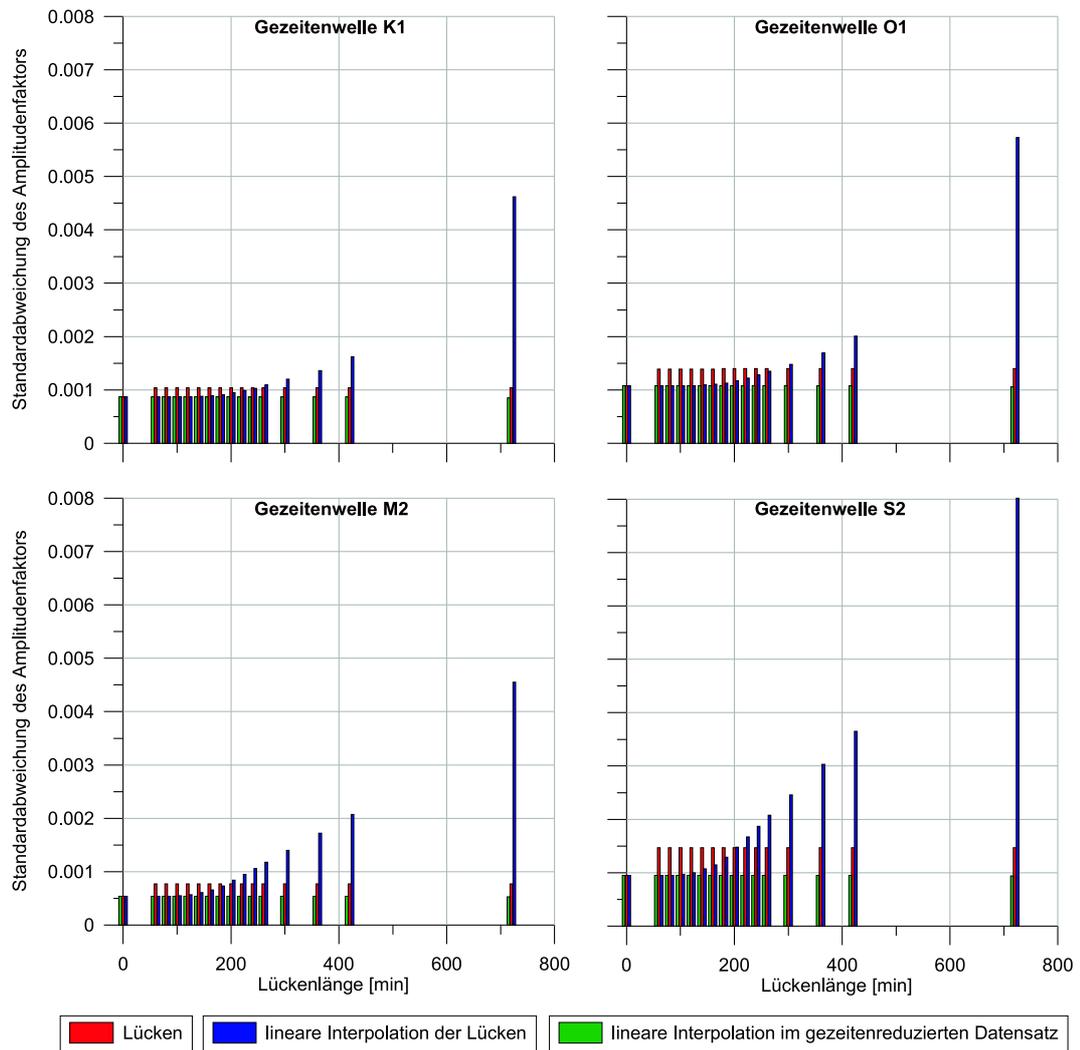
### 5.1.1 Interpolation von Datenlücken

Die Registrierung langer Zeitreihen ohne Lücken ist nahezu unmöglich (unter anderem wegen der Erdbeben). Bei der Datenanalyse sind Lücken aber unerwünscht. Die Interpolation von Lücken in Datensätzen darf jedoch keinen Einfluss auf die Analyseergebnisse haben. Aus diesem Grund wurde ein Test vorgenommen, um die maximale Länge einer Lücke zu bestimmen, die interpoliert werden darf.

Für die Untersuchung wurden die ET18 Daten vom 11.07.2007 bis 22.01.2008 (195 Tagen) verwendet. Die Zeitreihe hat keine Lücken. In den Datensatz wurden drei Lücken geschnitten und diese schrittweise von 60 Minuten auf 720 Minuten vergrößert. Für die Interpolation der Lücken kamen zwei unterschiedliche Methoden zum Einsatz. Eine Methode war, die Lücken durch lineare Interpolation zu schließen. Bei der anderen Methode wurde zuerst die Zeitreihe gezeitenreduziert und dann die Lücken durch lineare Interpolation geschlossen. Im Anschluss wurden die Gezeiten wieder addiert.

Die Berechnung der Gezeitenparameter wurde mit dem Programm *Analyze.exe* aus dem Programmpaket ETERNA 3.4 vorgenommen. In Abb. 5.2 sind die Standardabweichungen der Amplitudenfaktoren der Gezeitenwellen K1, O1, M2 und S2 über die Lückenlänge aufgetragen. Die Standardabweichungen der Amplitudenfaktoren der analysierten Datensätze mit den Lücken dienen als Referenzwerte. Wenn die Standardabweichungen für die Datensätze mit den interpolierten Lücken die Referenzwerte überschreiten oder deutlich unterschreiten, dann beeinflusst die Interpolation der Lücken das Analyseergebnis, und die maximale Länge einer Lücke, die interpoliert werden darf ist gefunden.

Das Ergebnis für die erste Interpolationsmethode ist, dass Lücken bis maximal 180 Minuten durch lineare Interpolation geschlossen werden dürfen. Bei der zweiten Interpolationsmethode dürfen Lücken in der gezeitenreduzierten Zeitreihe bis maximal 480 Minuten durch lineare Interpolation geschlossen werden.



**Abbildung 5.2:** Einfluss der Interpolation von Datenlücken auf die Amplitudenfaktoren der Gezeitenanalyse. Verwendet wurde die Registrierung des ET18 Gravimeters im Zeitraum vom 11.07.2007 bis 22.01.2008 (195 Tage).

### 5.1.2 Bearbeitung der Zeitreihen

Ziel der Datenbearbeitung ist, die Tagesdateien der Registrierungen zu Zeitreihen zusammenzufügen und diese von Störungen (Offsets, Spikes, Erdbeben oder Lücken) zu bereinigen, damit die weiteren Schritte der Analysen möglich sind.

Die registrierten Daten des ET18 Gravimeters und der parallelen Luftdruckmessungen sind zusammen in Tagesdateien mit einer Abtastrate von 10 Sekunden

gespeichert (Auflistung 5.1). In der ersten Spalte steht das Datum, in der zweiten die Uhrzeit, dann folgt das Messsignal in Volt (V) und in der letzten Spalte ist der Luftdruck in Hektopascal (hPa) zu finden. Der erste Arbeitsschritt besteht darin, die Schwerewerte von den Luftdruckdaten zu trennen und dabei das Gravimetersignal in Millivolt (mV) umzurechnen, weil in den Programmen für die Bearbeitung und Analyse der Zeitreihen nur drei Nachkommastellen beachtet werden. Im zweiten Schritt werden die Tagesdateien zu einer Zeitreihe zusammengefügt und im ETERNA-Format gespeichert. Das ETERNA-Format hat 14 Kopfzeilen, gefolgt von drei Spalten mit Datum, Uhrzeit und Messwerten im Format f10.3 (maximal 10 Zahlen, wovon 3 Nachkommastellen sind) und der Lückenkenung 99999.999 (Auflistung 5.2).

|            |          |          |           |          |
|------------|----------|----------|-----------|----------|
| 11.07.2007 | 09:17:00 | .0312500 | -3,032360 | 960,3949 |
| 11.07.2007 | 09:17:10 | .0312500 | -3,031775 | 960,424  |
| 11.07.2007 | 09:17:20 | .0312500 | -3,031388 | 960,4161 |
| 11.07.2007 | 09:17:30 | .0312500 | -3,031280 | 960,395  |
| 11.07.2007 | 09:17:40 | .0781250 | -3,031584 | 960,3909 |
| 11.07.2007 | 09:17:50 | .0468750 | -3,032073 | 960,4059 |
| 11.07.2007 | 09:18:00 | .0468750 | -3,032023 | 960,411  |
| 11.07.2007 | 09:18:10 | .0468750 | -3,031018 | 960,413  |

**Auflistung 5.1:** Teil des ET18 Datensatzes mit den relativen Schwerewerten in (mV) und den Luftdruckdaten in (hPa) vom 11.07.2007

Die Daten des SG werden für den unteren und oberen Sensor mit einer Abtastrate von einer Sekunde gespeichert (Auflistung 5.3). In der ersten Spalte steht das Datum, dann die Uhrzeit und dann die Werte des unteren und des oberen Sensors in Millivolt (mV). In dieser Arbeit wurde nur das Messsignal des unteren Sensors verwendet, weil die relevanten Informationsgehalte in den Registrierungen der beiden Sensoren gleich sind und für den Vergleich mit den ET18 Daten eine SG Zeitreihe ausreichend ist. Die Tagesdateien wurden zu einer Zeitreihe zusammengefügt und ebenfalls im ETERNA-Format (Auflistung 5.2) gespeichert.

```

File      :ET18g_070711-080717.roh.dat
Status   :Rohdaten
Start    :20070711 092200
End      :20080718 000450
Comment  :ET18 Schwerewerte (mV)
          Moxa, großer Seismometerraum

```

Remarks :

```

C*****
CHAN          1.000
77777777     .000
20070711 092200 -3032.360
20070711 092210 -3031.775
20070711 092220 -3031.388
20070711 092230 -3031.280
20070711 092240 -3031.584
20070711 092250 99999.999
20070711 092300 99999.999
20070711 092310 -3031.018
20070711 092320 -3029.596
20070711 092330 -3028.584

```

**Aufistung 5.2:** ETERNA-Format mit 14 Kopfzeilen und drei Spalten: Datum, Uhrzeit und Messwerte im Format f10.3 und der Lückenkenung 99999.999.

```

20070711    0 -709.156 -2892.234
20070711    1 -709.878 -2892.575
20070711    2 -710.311 -2892.191
20070711    3 -710.527 -2891.552
20070711    4 -711.002 -2891.505
20070711    5 -711.655 -2892.000
20070711    6 -711.552 -2891.866
20070711    7 -710.038 -2890.340
20070711    8 -708.006 -2888.502
20070711    9 -707.352 -2888.399
20070711   10 -708.983 -2890.705
20070711   11 -711.761 -2893.787
20070711   12 -713.539 -2895.240

```

**Aufistung 5.3:** Teil des SG Datensatzes mit dem Messsignal des unteren und oberen Sensors in (mV) vom 11.07.2007

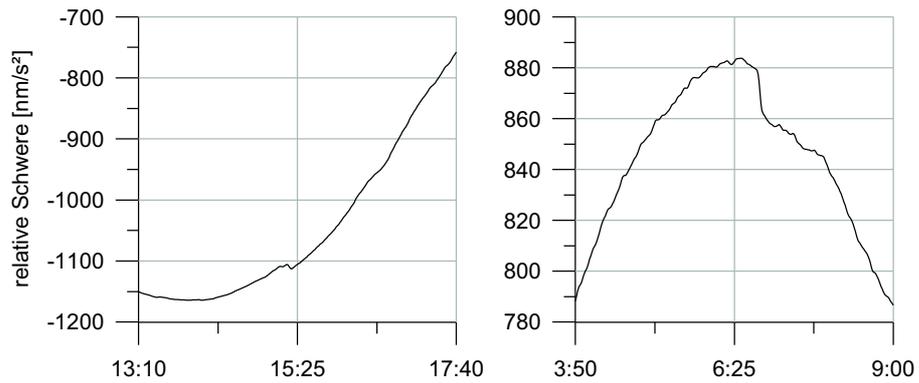
Das Messsignal des Luftdrucksensors aus dem SG-Raum ist in Millivolt mit einer Abtastrate von einer Sekunde in Tagesdateien gespeichert. Zuerst werden die Messwerte in Hektopascal (hPa) umgerechnet und wieder in Tagesfiles gespeichert (Auflistung 5.4). Im nächsten Schritt wird eine Zeitreihe erstellt und im ETERNA-Format (Auflistung 5.2) gespeichert.

|          |    |         |
|----------|----|---------|
| 20070711 | 0  | 969.700 |
| 20070711 | 1  | 969.695 |
| 20070711 | 2  | 969.706 |
| 20070711 | 3  | 969.704 |
| 20070711 | 4  | 969.698 |
| 20070711 | 5  | 969.693 |
| 20070711 | 6  | 969.693 |
| 20070711 | 7  | 969.703 |
| 20070711 | 8  | 969.702 |
| 20070711 | 9  | 969.713 |
| 20070711 | 10 | 969.712 |
| 20070711 | 11 | 969.709 |
| 20070711 | 12 | 969.705 |
| 20070711 | 13 | 969.688 |
| 20070711 | 14 | 969.693 |
| 20070711 | 15 | 969.709 |

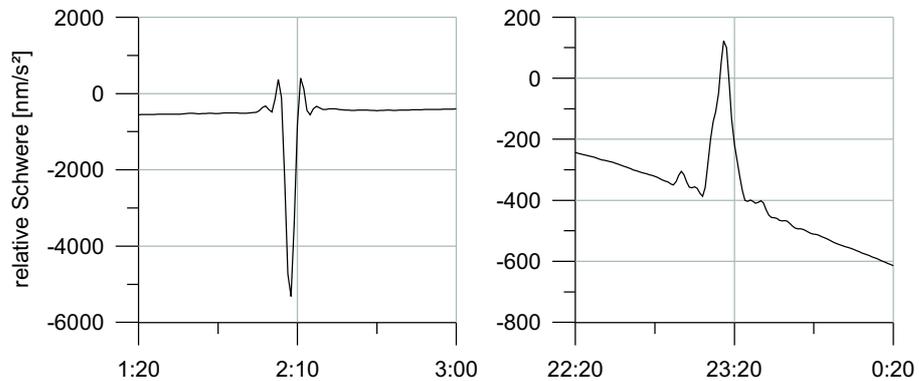
**Auflistung 5.4:** Teil des registrierten Datensatzes vom Luftdrucksensor im SG-Raum vom 11.07.2007

Nachdem die vier Datensätze (ET18, SG, Luftdruck im Gravimeter- und SG-Raum) im ETERNA-Format vorlagen, wurden diese mit dem Programm *PreAnalyse.exe* von Gebauer et al. (2007) bearbeitet. *PreAnalyse.exe* bietet eine graphische Oberfläche zum Anzeigen und Bearbeiten von Zeitreihen.

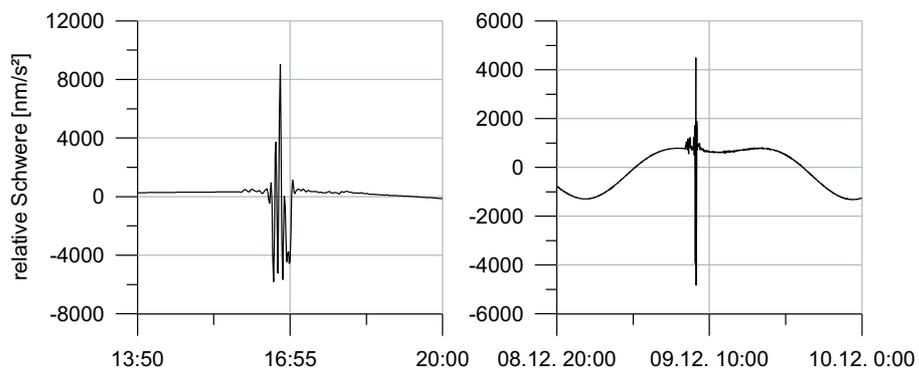
Zuerst wurden kleine Lücken bis maximal 2 Minuten Länge durch lineare Interpolation in den Zeitreihen geschlossen und dann auf eine Minute Abtastrate gefiltert. Im Anschluss wurden Offsets (Abb. 5.3), Spikes (Abb. 5.4) und Erdbeben (Abb. 5.5) entfernt. Mit den bereinigten Zeitreihen der zwei Gravimeter (Abb. 5.6) und den unveränderten Datensätzen der zwei Luftdrucksensoren (Abb. 5.7) konnten die Analysen durchgeführt werden.



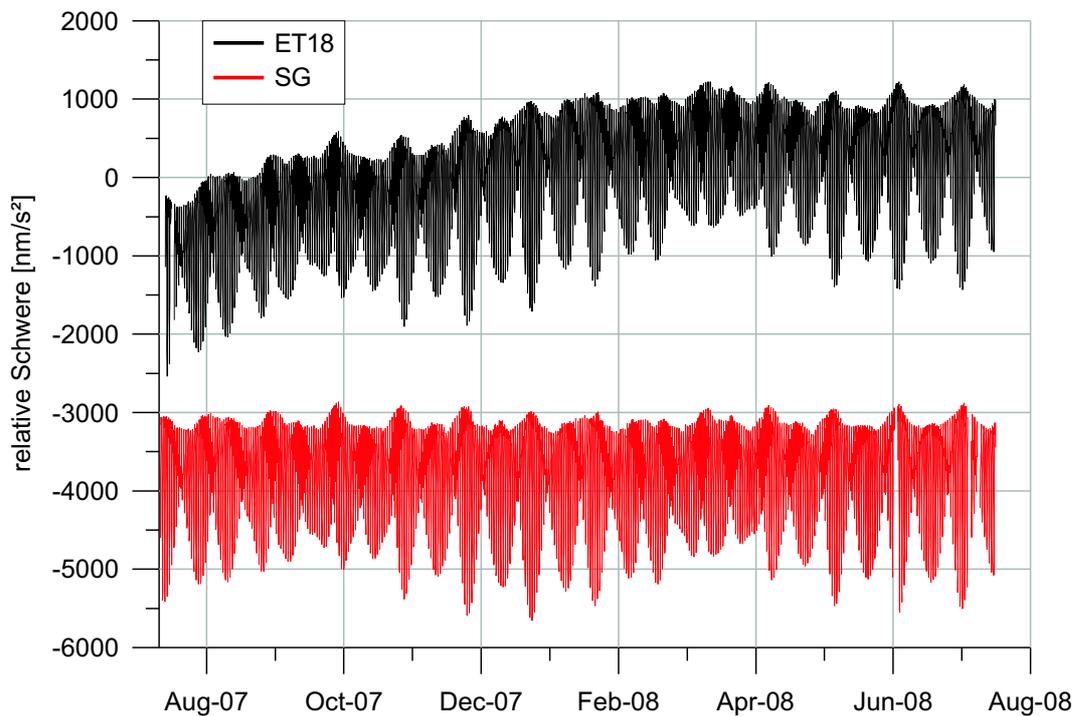
**Abbildung 5.3:** Offsets in der ET18 Zeitreihe, die durch die Bearbeitung entfernt wurden. Links am 16.07.2007 und rechts am 20.08.2007.



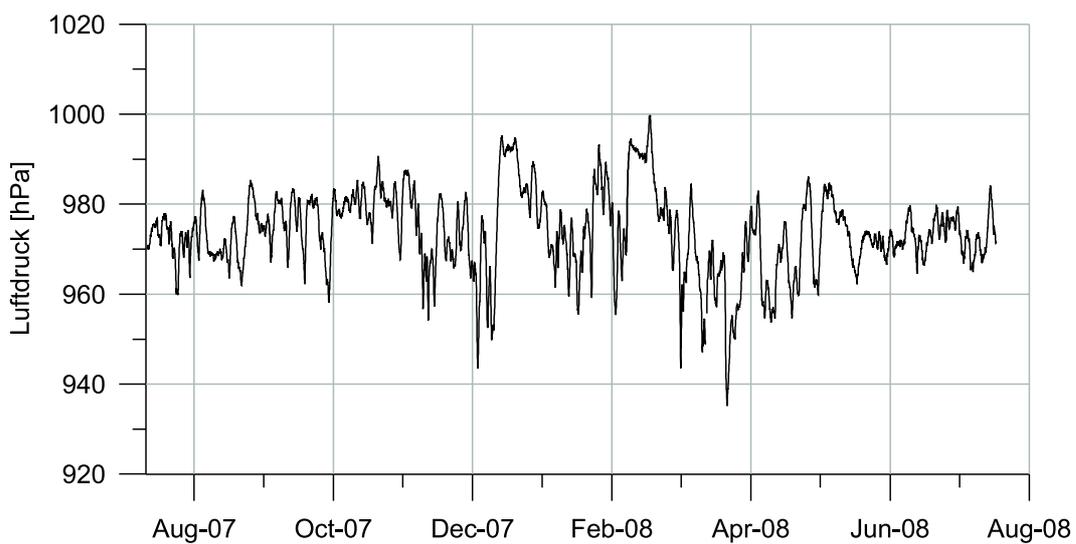
**Abbildung 5.4:** Spikes in der ET18 Zeitreihe, die durch die Bearbeitung entfernt wurden. Links am 20.07.2007 und rechts am 01.03.2008.



**Abbildung 5.5:** Erdbeben in der ET18 Zeitreihe, die durch die Bearbeitung entfernt wurden. Links am 14.11.2007 und rechts vom 08.12.2007 bis 10.12.2007.



**Abbildung 5.6:** Zeitreihen des ET18 Gravimeters und des SG über den gesamten Registrierzeitraum von einem Jahr. In den kalibrierten Datensätzen wurden Offsets, Spikes und Erdbeben entfernt.

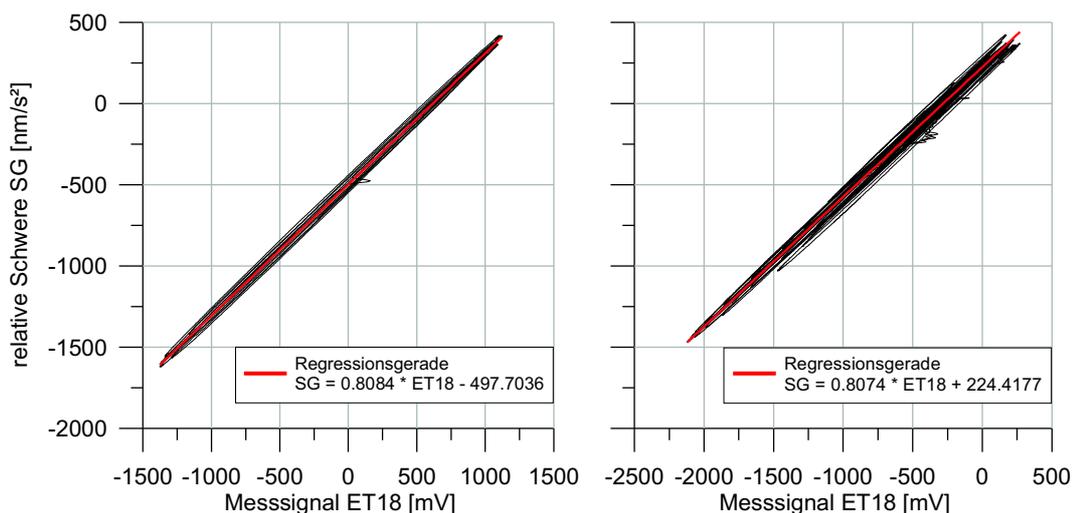


**Abbildung 5.7:** Zeitreihe des Luftdrucks im SG-Raum über den gesamten Registrierzeitraum von einem Jahr.

### 5.1.3 Kalibrierung der ET18 Daten

Bei der Kalibrierung werden die Daten der registrierten Einheit (mV) in die SI-Einheit der Schwerebeschleunigung ( $\frac{nm}{s^2}$ ) umgerechnet. Der Kalibrierfaktor für den unteren Sensor des SG ist mit  $-0.6065 \frac{nm/s^2}{mV}$  vom Hersteller vorgegeben und wurde durch parallele Absolutmessungen der Schwere mehrfach überprüft. Der Kalibrierfaktor des ET18 Gravimeters wurde mithilfe der kalibrierten SG Daten neu bestimmt.

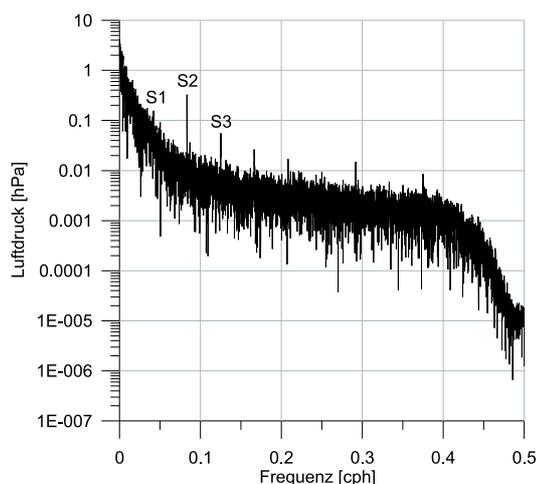
Für die Neu-Kalibrierung wurden die registrierten Zeitreihen der SG und ET18 Gravimeter auf eine Minute Abtastrate gefiltert (ohne Offstes, Spikes oder Erdbeben zu entfernen) und die SG Daten kalibriert. Für zwei Teilstücke (vom 22.10.2007 bis 13.11.2007 und vom 02.02.2008 bis 07.02.2008) wurden die SG Daten über den ET18 Daten abgetragen und durch lineare Regression der Kalibrierfaktor ermittelt (Abb. 5.8). Der Grund für die Wahl der Teilstücke sind maximale Gezeitenamplituden und keine Offsets, Spikes oder Erdbeben in den Zeiträumen. Der Kalibrierfaktor ergibt sich aus dem Mittelwert der Anstiege der zwei Regressionsgeraden mit  $0.8079 \frac{nm/s^2}{mV} \pm 0.8\%$ .



**Abbildung 5.8:** Neu-Kalibrierung der ET18 Daten mithilfe der kalibrierten SG Daten durch lineare Regression. Links die Daten im Zeitraum vom 22.10.2007 bis 13.11.2007 und rechts vom 02.02.2008 bis 07.02.2008.

### 5.1.4 Einfluss von Luftdruck- und Grundwasservariationen

Der Luftdruckeffekt in Schweredaten liegt nach Warburton und Goodkind (1977) bei  $3 \frac{nm}{mbar}$  oberhalb des Periodenbereiches der ganztägigen Gezeiten. Abb. 5.9 zeigt das Spektrum des Luftdrucks aus dem großen Seismometerraum der ein Jahr langen Zeitreihe. Zu sehen sind unter anderem Maxima an den atmosphärischen Gezeitenfrequenzen S1, S2 und S3.



**Abbildung 5.9:** Luftdruckspektrum der ein Jahr langen Registrierung im großen Seismometerraum mit den gekennzeichneten atmosphärischen Gezeitenfrequenzen S1, S2 und S3.

Die Untersuchung des Einflusses von Luftdruck- und Grundwasserschwankungen auf die Schwereregistrierungen im kurzperiodischen Gezeitenbereich wurde mithilfe der Gezeitenanalyse vorgenommen. Dafür wurden die bearbeiteten Zeitreihen vom ET18, SG, den Luftdrucksensoren im großen Seismometer- und SG-Raum und die Registrierung des Grundwasserstandes im SG-Raum im Zeitraum vom 30.09.1007 bis 15.01.2008 (108 Tage) verwendet. Mit den auf eine Stunde Abtastrate gefilterten Datensätzen wurden in verschiedenen Kombinationen, wie in Tabelle 5.1 angegeben, jeweils die Gezeitenparameter analysiert und die Gesamtstandardabweichungen der Analysen in  $(\frac{nm}{s^2})$  miteinander verglichen.

Das Ergebnis der Untersuchung ist, dass die Grundwasserschwankungen im Un-

tergrund einen sehr geringen Einfluss auf die Schwereregistrierungen haben und daher in den weiteren Analysen vernachlässigt wurde. In allen folgenden Gezeitenanalysen des ET18 Gravimeters und des SG wurde der Luftdruck als zusätzlicher Parameter mit angesetzt.

**Tabelle 5.1:** Einfluss von Luftdruck- und Grundwasservariationen auf die Schwereregistrierungen.

|      | Standardabweichungen in ( $\text{nm}/\text{s}^2$ ) der Gezeitenanalysen der ET18 und SG Daten mit den angesetzten meteorologischen Parametern: |           |             |                        |
|------|--|-----------|-------------|------------------------|
|      | keine  | Luftdruck | Grundwasser | Luftdruck, Grundwasser |
| ET18 | 5.491  | 4.561     | 5.452       | 4.557                  |
| SG   | 3.452  | 0.494     | 3.445       | 0.481                  |

## 5.2 Datenanalysen

### 5.2.1 Langperiodische Drift

Als langperiodische Driften werden hier alle Zeitreihenanteile mit einer Periode über 4 Wochen (entspricht den Frequenzen unter  $1.5 \cdot 10^{-3}$  cph) definiert.

Die bearbeiteten Zeitreihen der Gravimeter ET18 und SG wurden auf eine Stunde Abtastrate gefiltert und mit den Luftdruckdaten die Gezeitenparameter ermittelt. Mithilfe der Gezeitenparameter konnten wiederum Gezeiten für die Station Moxa berechnet werden. Durch Subtraktion der Gezeiten von den bearbeiteten ET18 und SG Daten ergaben sich die langperiodischen Driftanteile. In Abb. 5.10 enthalten die subtrahierten Gezeiten nur die Gezeitenparameter der dritteltägigen, halbtägigen und gantztägigen Gezeitenwellen. Deshalb sind auf der langperiodischen Drift die 14- und 28-tägigen Gezeiten zu sehen. In Abb. 5.11 wurden die 14- und 28-tägigen Gezeitenwellen ebenfalls eliminiert.

Die langperiodische instrumentelle Drift des ET18 Gravimeters variiert in einem Schwerebereich von  $1447 \frac{\text{nm}}{\text{s}^2}$  und die Werte des SG im Bereich von  $100 \frac{\text{nm}}{\text{s}^2}$  über den Registrierzeitraum von einem Jahr (Abb. 5.11). Durch lineare Regression konnte jeweils eine Gerade an die Driftkurven angepasst werden. Die Gleichungen

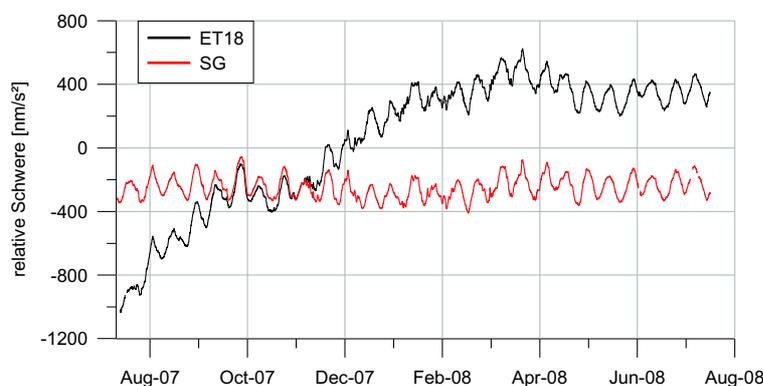
der Regressionsgeraden lauten:

$$\text{ET18: } g = 0.13295 \frac{\text{nm}/\text{s}^2}{\text{h}} \cdot t + 2725.663 \frac{\text{nm}}{\text{s}^2} \quad (5.1)$$

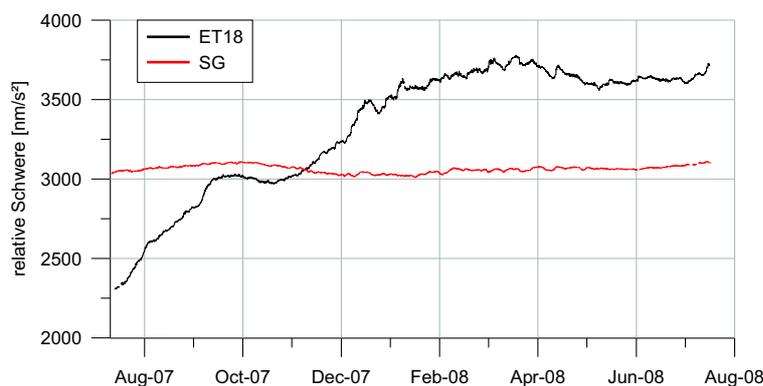
$$\text{SG: } g = -0.00015 \frac{\text{nm}/\text{s}^2}{\text{h}} \cdot t + 3063.593 \frac{\text{nm}}{\text{s}^2} . \quad (5.2)$$

Dabei ist  $g$  der Schwerewert in  $\frac{\text{nm}}{\text{s}^2}$  und  $t$  die Zeit in Stunden.

Der Anstieg des ET18 mit  $0.13295 \frac{\text{nm}/\text{s}^2}{\text{h}}$  spricht im Vergleich zu dem Wert des SG mit  $-0.00015 \frac{\text{nm}/\text{s}^2}{\text{h}}$  für eine deutliche langperiodische Drift in den Daten. Diese ist auch in den Abb. 5.10 und 5.11 zu sehen. Der geringe Wert für das SG zeigt, dass die Registrierung über lange Zeiträume stabil ist.



**Abbildung 5.10:** Langperiodische instrumentelle Drift des ET18 Gravimeters im Vergleich zu den stabilen SG Daten mit 14- und 28-tägigen Gezeiten.



**Abbildung 5.11:** Langperiodische instrumentelle Drift des ET18 Gravimeters im Vergleich zu den stabilen SG Daten, die aber noch die Polbewegung enthalten.

### 5.2.2 Erdgezeiten

Die Erdgezeiten stellen das größte Signal in den Schweredaten dar. Die hier analysierten Gezeitenwellen liegen im Periodenbereich zwischen 8 Stunden und 4 Wochen (im Spektralbereich zwischen 0.125 cph und  $1.5 \cdot 10^{-3}$  cph).

Die Gezeitenanalysen der 372 Tage langen Zeitreihen des ET18 Gravimeters und des SG wurden in zwei Schritten vorgenommen. In der ersten Analyse wurden die Gezeitenparameter der kurzperiodischen Gezeiten (dritteltägige, halbtägige und gantztägige Gezeiten), und in der zweiten Analyse die langperiodischen Gezeiten (14-tägige und 4-wöchige Gezeiten) berechnet. Vor der Bestimmung der kurzperiodischen Gezeitenparameter wurden die Zeireihenanteile mit Perioden über 30 Stunden, mit dem Filter N60M60M2 mit 167 Koeffizienten aus dem Programmpaket ETERNA 3.4, eliminiert. Für die Schätzung der langperiodischen Gezeitenparameter wurde von der ET18 Zeitreihe ein Polynom 5. Grades subtrahiert, um die langperiodische instrumentelle Drift zu reduzieren.

Die Ergebnisse der Analysen für die kurzperiodischen Gezeiten sind in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Die Mittelwerte der Rauschpegel in den gantztägigen, halbtägigen und dritteltägigen Frequenzbändern des ET18 Gravimeters sind etwa um einen Faktor von 4 bis 5 größer als die des SG. Die Amplitudenfaktoren  $H_i$  aus der Analyse der ET18 und SG Daten sind sehr ähnlich, jedoch sind die zugehörigen Standardabweichungen des ET18 um einen Faktor 4 größer als die Standardabweichungen der SG Werte. Die Phasendifferenzen  $\Delta\phi_i$  der ET18 Analyse weichen gering von den Werten des SG ab, und die Standardabweichungen sind 4 mal größer als die der Phasendifferenzen des SG. Die Regressionskoeffizienten für den Luftdruck aus der ET18 und SG Analyse sind ähnlich. Aus den Amplituden der Gezeitenwellen, den Amplitudenfaktoren und den Mittelwerten der Rauschpegel der einzelnen Frequenzbänder können die Signal-Rausch-Verhältnisse berechnet werden (nach Gleichung (4.22)). Tabelle 5.3 enthält die Signal-Rausch-Verhältnisse des ET18 Gravimeters und des SG für die einzelnen Gezeitenwellen. Der Ver-

gleich ergibt 4 bis 5 mal größere Signal-Rausch-Verhältnisse des SG bezogen auf die Werte des ET18 Gravimeters.

**Tabelle 5.2:** Ergebnisse der Gezeitenanalyse für das ET18 Gravimeter und SG über 372 Tage (11. Juli 2007 - 17. Juli 2008) mit Luftdruckreduktion; kurzperiodische Gezeiten.

|   |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
|---|----------|--|---------|----------------|---------|--|---------|----------------|---------|--------|
| Hartmann und Wenzel (1995) Gezeitenpotenzialkatalog<br>Wahr-Dehant-Zschau Erdmodell<br>Hann-Fenster für die Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate<br>Numerischer Filter von Wenzel N60M60M2 mit 167 Koeffizienten |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
| Mittelwerte der Rauschpegel in den Frequenzbändern  |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
| Frequenzband [cpd]  |          | ET18 [nm/s <sup>2</sup> ]                      |         |                |         | SG [nm/s <sup>2</sup> ]                        |         |                |         |        |
| 1.0   |          | 0.160824                                       |         |                |         | 0.041295                                       |         |                |         |        |
| 2.0   |          | 0.100527                                       |         |                |         | 0.020668                                       |         |                |         |        |
| 3.0   |          | 0.059063                                       |         |                |         | 0.011927                                       |         |                |         |        |
| Weißes Rauschen   |          | 0.047820                                       |         |                |         | 0.010679                                       |         |                |         |        |
| Berechnete Gezeitenparameter  |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
| Gezeitenwellen  |          | ET18   |         |                |         | SG   |         |                |         |        |
| von   | bis      | $H_i$  | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.   | $H_i$  | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.   |        |
| [cpd]   | [cpd]    |  |         | [°]            | [°]     |  |         | [°]            | [°]     |        |
| Q1  | 0.501370 | 0.911390                                       | 1.14531 | 0.00162        | 0.0858  | 0.0814   | 1.14595 | 0.00043        | -0.1377 | 0.0218 |
| O1  | 0.911391 | 0.947991                                       | 1.14776 | 0.00037        | 0.1459  | 0.0185   | 1.14880 | 0.00010        | 0.0760  | 0.0047 |
| M1  | 0.947992 | 0.981854                                       | 1.14648 | 0.00481        | -0.1948 | 0.2404   | 1.15341 | 0.00140        | 0.0490  | 0.0700 |
| P1  | 0.981855 | 0.998631                                       | 1.14912 | 0.00114        | 0.1114  | 0.0573   | 1.14946 | 0.00024        | 0.1814  | 0.0122 |
| K1  | 0.998632 | 1.023622                                       | 1.13581 | 0.00034        | 0.1677  | 0.0172   | 1.13653 | 0.00007        | 0.1851  | 0.0038 |
| J1  | 1.023623 | 1.057485                                       | 1.15854 | 0.00411        | 0.0599  | 0.2030   | 1.15774 | 0.00108        | 0.0485  | 0.0536 |
| OO1   | 1.057486 | 1.470243                                       | 1.14344 | 0.00542        | 0.5225  | 0.2719   | 1.15463 | 0.00153        | 0.0171  | 0.0760 |
| 2N2   | 1.470244 | 1.880264                                       | 1.16042 | 0.00550        | 1.9639  | 0.2713   | 1.16194 | 0.00123        | 2.1308  | 0.0604 |
| N2  | 1.880265 | 1.914128                                       | 1.17802 | 0.00125        | 1.8681  | 0.0610   | 1.17689 | 0.00027        | 1.8498  | 0.0130 |
| M2  | 1.914129 | 1.950419                                       | 1.18510 | 0.00028        | 1.5872  | 0.0134   | 1.18551 | 0.00006        | 1.4858  | 0.0028 |
| L2  | 1.950420 | 1.984282                                       | 1.21023 | 0.01356        | 1.7470  | 0.6418   | 1.21845 | 0.00298        | 1.0329  | 0.1400 |
| S2  | 1.984283 | 2.002736                                       | 1.18196 | 0.00067        | 0.1772  | 0.0329   | 1.18428 | 0.00011        | 0.2485  | 0.0056 |
| K2  | 2.002737 | 2.451943                                       | 1.18342 | 0.00192        | 0.4967  | 0.0931   | 1.18616 | 0.00033        | 0.4857  | 0.0162 |
| M3  | 2.451944 | 3.381478                                       | 1.07246 | 0.01217        | -1.3687 | 0.6504   | 1.07135 | 0.00249        | 0.0071  | 0.1334 |
| Regressionsfaktor für den Luftdruck   |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
|   |          | ET18   |         |                |         | SG   |         |                |         |        |
|   |          | $-3.122 \pm 0.032 \text{ (nm/s}^2\text{)/hPa}$ |         |                |         | $-3.325 \pm 0.006 \text{ (nm/s}^2\text{)/hPa}$ |         |                |         |        |
| Standardabweichung  |          |  |         |                |         |  |         |                |         |        |
|   |          | ET18 Gravimeter                                |         |                |         | SG   |         |                |         |        |
|   |          | $2.464 \text{ nm/s}^2$                         |         |                |         | $0.548 \text{ nm/s}^2$                         |         |                |         |        |

Die Ergebnisse der Analysen für die langperiodischen Gezeiten stehen in Tabelle 5.4. Die Amplitudenfaktoren der 14-tägigen und 4-wöchigen Gezeiten sind beim ET18 Gravimeter und SG ähnlich, aber die Standardabweichungen der Amplitudenfaktoren des ET18 sind 2 bis 3 mal höher als die des SG. Die Phasenverschiebungen des ET18 Gravimeters und des SG unterscheiden sich deutlich, aber die Standardabweichungen der Phasenverschiebungen des ET18 sind ebenfalls nur 2 bis 3 mal höher als die Werte des SG.

Die Spektren der Residuen (beobachtetes Signal minus Gezeitenmodell) für die kurzperiodischen Gezeiten (Abb. 5.12) enthalten noch Informationen in den Gezeitenbändern unter  $0.3 \frac{nm}{s^2}$  für das ET18 Gravimeter und unter  $0.1 \frac{nm}{s^2}$  für das SG. Die Residuenspektren für die kurz- und langperiodischen Gezeiten von ET18 und SG (Abb. 5.13) unterscheiden sich im tieffrequenten Bereich um den Faktor 2 zwischen den SG und ET18 Amplituden. Im hochfrequenten Bereich liegt der Rauschpegel des ET18 Gravimeters um den Faktor 6 höher als der des SG. Der Grund dafür ist die Subtraktion eines Polynoms 5. Grades von den ET18 Daten vor der Gezeitenanalyse.

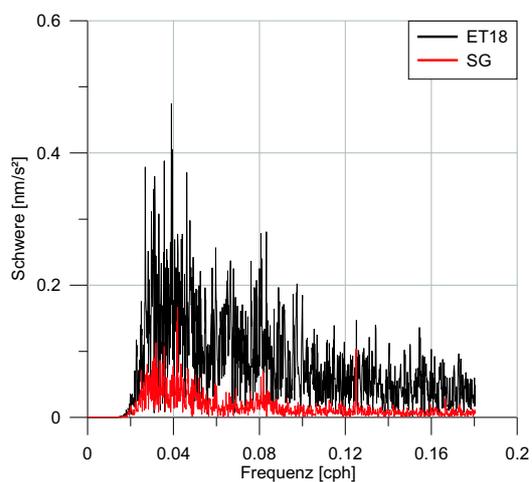
**Tabelle 5.3:** Signal-Rausch-Verhältnisse der kurzperiodischen Gezeiten für das ET18 und SG.

| Welle | ET18 | SG    |
|-------|------|-------|
| Q1    | 416  | 1620  |
| O1    | 2175 | 8480  |
| M1    | 171  | 669   |
| P1    | 1013 | 3947  |
| K1    | 3026 | 11794 |
| J1    | 173  | 672   |
| OO1   | 93   | 367   |
| 2N2   | 107  | 520   |
| N2    | 678  | 3296  |
| M2    | 3564 | 17342 |
| L2    | 103  | 504   |
| S2    | 1654 | 8059  |
| K2    | 450  | 2193  |
| M3    | 68   | 339   |

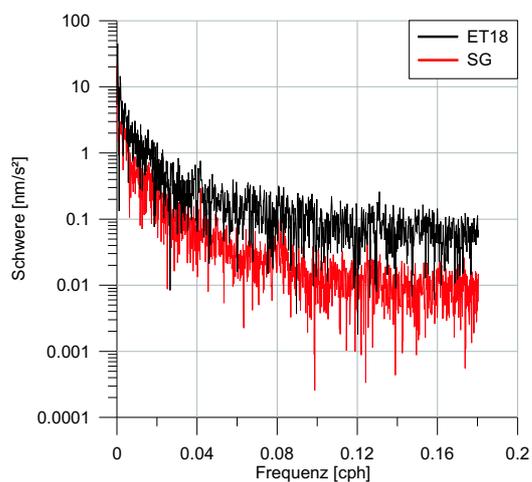
Für die Untersuchungen der Variationen der Gezeitenparameter über die ein Jahr langen Registrierungen wurden jeweils Teilstücke von zwei Monaten Länge, welche sich um einen Monat überlappen, analysiert. Bei den Gezeitenanalysen wurde der Luftdruck als Parameter mit angesetzt. Die Amplitudenfaktoren mit den zugehörigen Standardabweichungen für die Gezeitenwellen K1, O1, M2 und S2 sind in Abb. 5.14 dargestellt. Für das ET18 Gravimeter schwanken die Amplitudenfaktoren im Mittel um  $\pm 0.003$  und für das SG um  $\pm 0.001$ .

**Tabelle 5.4:** Ergebnisse der Gezeitenanalyse für das ET18 Gravimeter und SG über 372 Tage (11. Juli 2007 - 17. Juli 2008) mit Luftdruckreduktion; langperiodische Gezeiten.

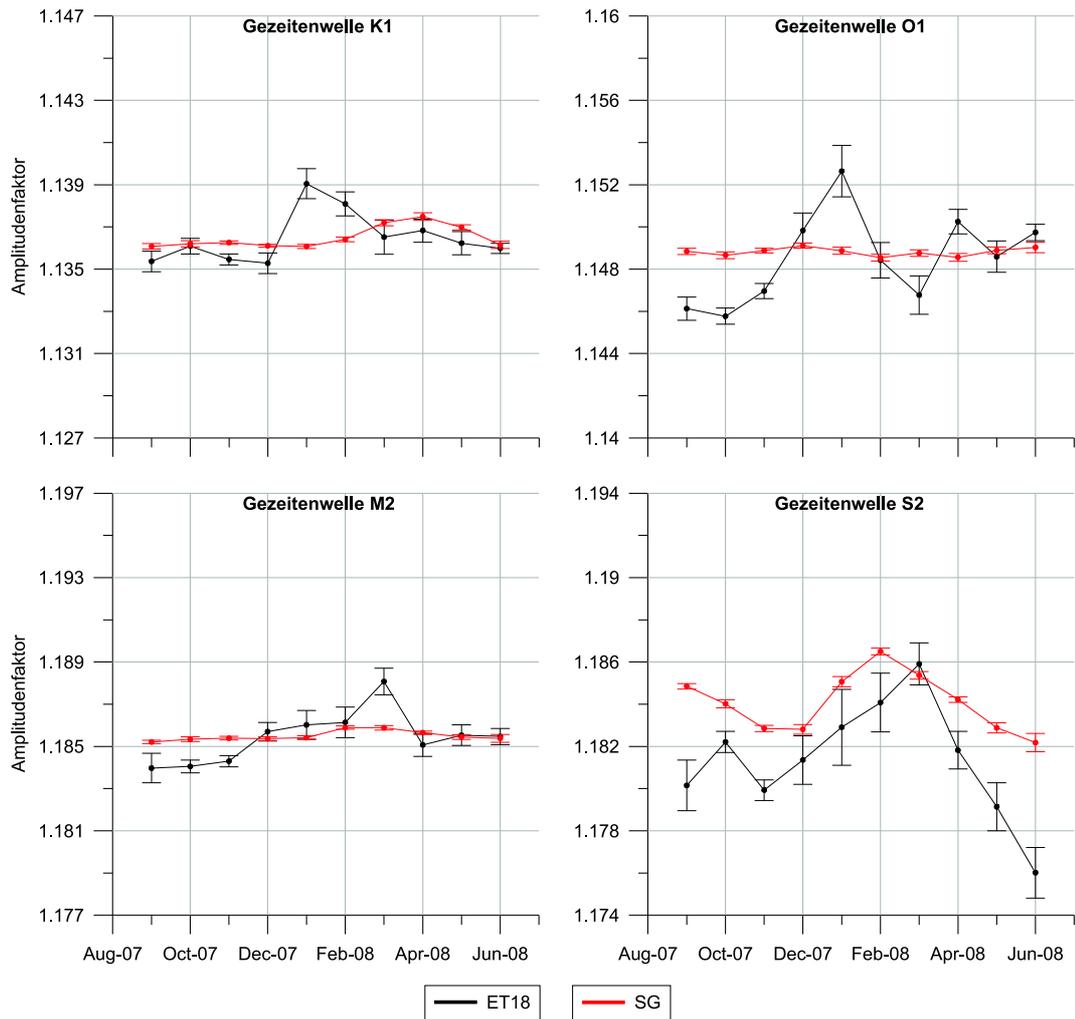
| Hartmann und Wenzel (1995) Gezeitenpotenzialkatalog<br>Wahr-Dehant-Zschau Erdmodell |          |          |                          |         |                |          |                          |         |                |         |
|---|----------|----------|--------------------------|---------|----------------|----------|--------------------------|---------|----------------|---------|
| Berechnete Gezeitenparameter  |          |          |                          |         |                |          |                          |         |                |         |
| Gezeitenwellen  |          |          | ET18                     |         |                |          | SG                       |         |                |         |
| von   | bis      |          | $H_i$                    | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.    | $H_i$                    | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.   |
| [cpd]   | [cpd]    |          |                          |         | [°]            | [°]      |                          |         | [°]            | [°]     |
| SSA   | 0.004108 | 0.020884 | 0.97642                  | 1.96087 | 115.4636       | 114.7184 | 0.93337                  | 0.76037 | -8.9440        | 46.3791 |
| MM  | 0.020885 | 0.054747 | 1.28946                  | 0.27231 | 7.5807         | 11.9513  | 1.10352                  | 0.10576 | 4.2527         | 5.4017  |
| MF  | 0.054748 | 0.091348 | 1.14087                  | 0.04764 | 3.4666         | 2.4352   | 1.12155                  | 0.01833 | -0.9949        | 0.9601  |
| MTM   | 0.091349 | 0.501369 | 0.95843                  | 0.15779 | -7.5803        | 9.4076   | 1.14692                  | 0.06116 | 3.4588         | 3.0473  |
| Standardabweichung  |          |          |                          |         |                |          |                          |         |                |         |
|   |          |          | ET18                     |         |                |          | SG                       |         |                |         |
|   |          |          | 49.026 nm/s <sup>2</sup> |         |                |          | 16.525 nm/s <sup>2</sup> |         |                |         |



**Abbildung 5.12:** Spektren der Residuen für die kurzperiodischen Gezeiten des ET18 Gravimeters und des SG.



**Abbildung 5.13:** Spektren der Residuen der kurz- und langperiodischen Gezeiten des ET18 Gravimeters und des SG.



**Abbildung 5.14:** Variation der Amplitudenfaktoren über 10 Monate des ET18 Gravimeters und des SG.

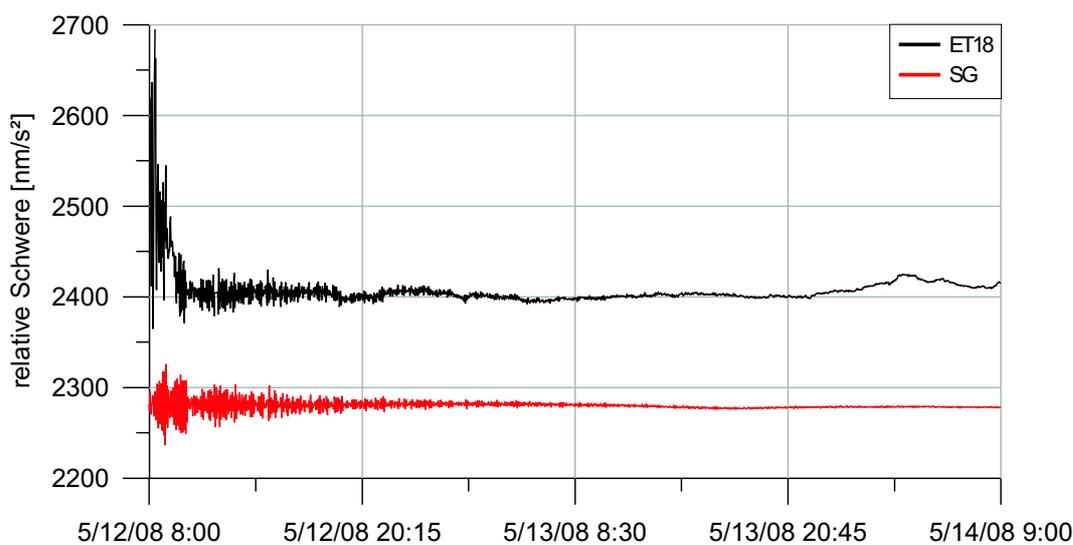
### 5.2.3 Erdeigenschaften

Für die Berechnung wurden die kalibrierten Datensätze von ET18 Gravimeter und SG mit einer Abtastrate von einer Minute gezeiten- und luftdruckreduziert. Die Berechnung der Erdeigenschaften erfolgte für drei starke Erdbeben (Daten aus dem Erdbebenkatalog USGS NEIC):

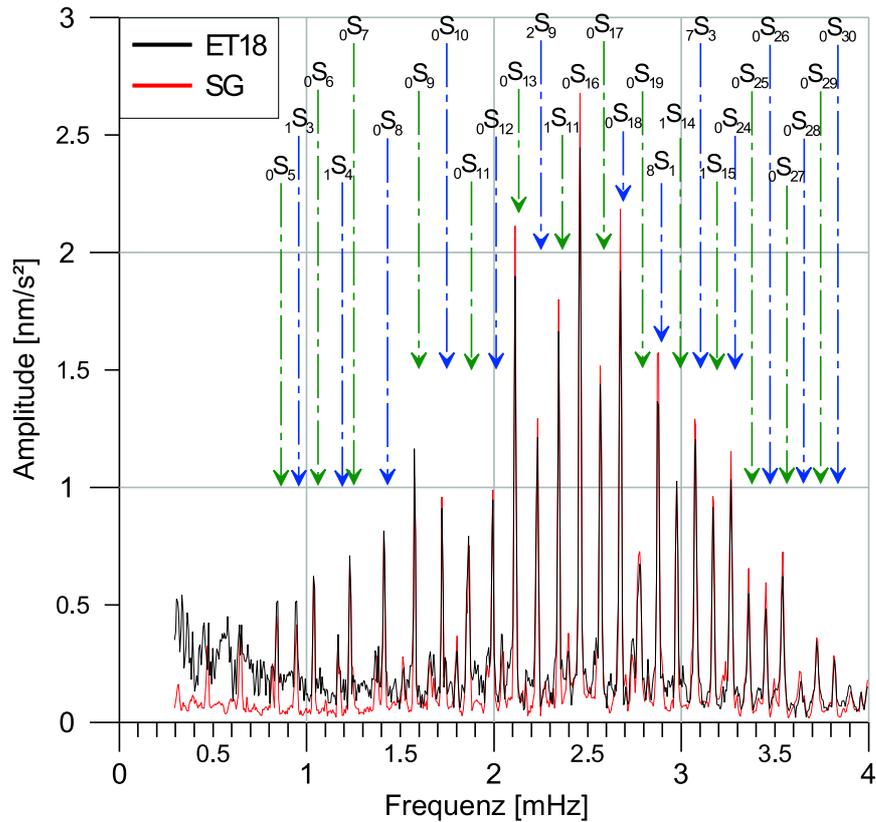
- vor der Küste Zentralperus am 15.08.2007 mit einer Magnitude von 8.0
- südliches Sumatra am 13.09.2007 mit einer Magnitude von 8.5
- östliches Sichuan (China) am 12.05.2008 mit einer Magnitude von 7.9

Die Zeitreihen haben eine Länge von 49 Stunden wie in Abb. 5.15 für das China-Beben zu sehen ist. Für jede Zeitreihe wurde ein Amplitudenspektrum zwischen 0.3 mHz und 4 mHz berechnet (entspricht dem Periodenbereich von 250 Sekunden bis 54 Minuten). Die drei Amplitudenspektren des ET18 Gravimeters und des SG wurden gestapelt, um das Signal-Rausch-Verhältnis zu verbessern. Zum Schluss wurden den Amplitudenmaxima die sphäroidalen Moden zugeordnet (Frequenzen der S-Moden aus Masters und Widmer (1995)). Abb. 5.16 zeigt die Ergebnisse der gestapelten Amplitudenspektren und die 28 identifizierten S-Moden.

Der Vergleich des ET18 Spektrums mit dem SG Spektrum ergibt einen höheren Rauschpegel der ET18 Daten im Bereich von 0.3 mHz bis 1.5 mHz und etwas geringer Amplituden im gesamten Spektrum. Dennoch haben beide Spektren den gleichen Informationsgehalt.



**Abbildung 5.15:** Erdeigenschwingungen in den ET18 und SG Daten nach dem großen China-Erdbeben. Die Zeitreihen sind gezeiten- und luftdruckreduziert.



**Abbildung 5.16:** Erdeigenschwingungen der ET18 und SG Daten nach drei großen Erdbeben.

### 5.3 Diskussion der Ergebnisse

Für das ET18 Gravimeter und das SG wurden die Zeitreihen über 372 Tage (11. Juli 2007 - 17. Juli 2008) bearbeitet, analysiert und verglichen.

Die Kalibrierung der ET18 Daten mithilfe der kalibrierten SG Daten ergab einen Kalibrierfaktor von  $0.8079 \frac{\text{nm/s}^2}{\text{mV}} \pm 0.8\%$ . Dieser Faktor liegt im gleichen Bereich wie die Werte, die zwischen 1985 und 1997 auf der vertikalen Eichlinie in Hannover bestimmt worden waren (Tabelle 3.1).

Der Vergleich der ET18 Zeitreihe mit der des SG wurde in drei Frequenzbereichen vorgenommen: im tieffrequenten Bereich ( $< 1.5 \cdot 10^{-3}$  cph), im hochfrequenten Bereich ( $> 0.125$  cph) und im Gezeitenbereich dazwischen. In Abb. 5.17 (links) sind die Frequenzspektren des ET18 Gravimeters und des SG über den gesam-

ten Frequenzbereich, zwischen fast 0 cph und der Nyquist-Frequenz von 0.5 cph, dargestellt. Auf der rechten Seite von Abb. 5.17 ist die Übertragungsfunktion des SG zum ET18 Gravimeter dargestellt. Diese Funktion ist der Quotient aus den Amplituden des ET18 Spektrums und den Amplituden des SG Spektrums.

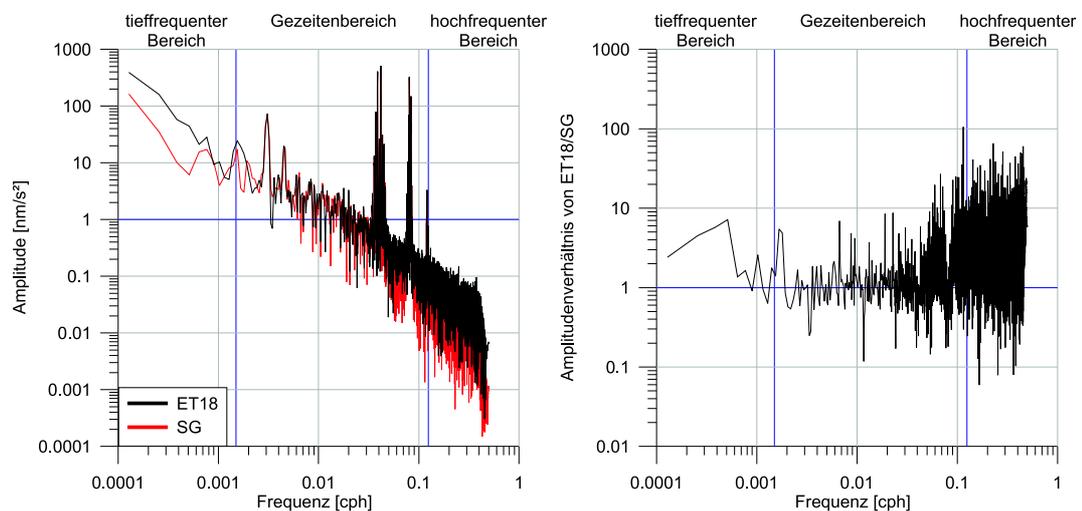
Im tieffrequenten Bereich ist in den Daten des ET18 Gravimeters eine deutliche instrumentelle Drift, die  $1447 \frac{nm}{s^2}$  über ein Jahr überstreicht, im Vergleich zu den SG Daten zu sehen. Dennoch gehört das ET18 Gravimeter zu den driftärmsten Federgravimetern. Zum Beispiel hat nach [Asch et al. \(1985a\)](#) die 430 Tage lange Zeitreihe des Askania Gravimeters GS-15 222 eine Drift über  $14000 \frac{nm}{s^2}$  und über 11 Jahre überstreicht diese einen Schwerebereich von  $240000 \frac{nm}{s^2}$  ([Asch et al., 1985b](#)). Die Zeitreihe des ET26 Gravimeters überstreicht dagegen einen Bereich von  $6000 \frac{nm}{s^2}$  über 2 Jahre ([Araszkiewicz und Bogusz, 2009](#)).

Im Gezeitenbereich ist der Informationsgehalt bis zu Perioden von 14 Tagen ( $> 3 \cdot 10^{-3}$  cph) in beiden Gravimeterdatensätzen gleich. Die Amplitudenfaktoren des ET18 Gravimeters und des SG weichen um  $\pm 0.003$  und die Phasendifferenzen um etwa  $\pm 0.7^\circ$  voneinander ab. Die Standardabweichungen der Gezeitenparameter des ET18 Gravimeters sind 3 bis 4 mal größer als die des SG und die Signal-Rausch-Verhältnisse der Gezeitenwellen sind beim SG 2 mal höher als die des ET18. In [Wenzel et al. \(1991\)](#) sind die kurzperiodischen Gezeitenparameter für das ET19 Gravimeter aus dem Schwarzwaldobservatorium (BFO) in Schiltach über einen analysierten Zeitraum von 121 Tagen angegeben. Die Unterschiede zwischen den Gezeitenparametern der ET18 und ET19 Analyse sind in den Amplitudenfaktoren  $\pm 0.009$  und in den Phasendifferenzen etwa  $\pm 0.2^\circ$ . Die Mittelwerte der Rauschpegel in den Frequenzbändern (1 cpd, 2 cpd und 3 cpd) sind beim ET18 doppelt so hoch wie die des ET19 Gravimeters. Der Vergleich der Gezeitenparameter des SG aus Moxa für die kurzperiodischen Gezeiten mit früheren Arbeiten von [Kroner et al. \(2002b\)](#) und [Kroner et al. \(2004\)](#) ergibt, dass die Amplitudenfaktoren um  $\pm 0.002$  und die Phasenverschiebungen um  $\pm 0.06^\circ$  voneinander abweichen. In den Gezeitenwellen ab der Periode von 14 Tagen ist

der Einfluss der instrumentellen Drift in den Standardabweichungen der Gezeitenparameter des ET18 Gravimeters sichtbar.

Im hochfrequenten Bereich sind die Informationsgehalte im ET18 und SG Spektrum zwischen 0.3 mHz und 4 mHz gleich, trotz höherem Rauschpegel zwischen 0.3 mHz und 1.5 mHz und etwas geringeren Amplitudenwerten in den ET18 Daten. Das Analyseergebnis von drei starken Erdbeben waren 28 registrierte sphäroide Moden im ET18 und SG Spektrum.

Der Vergleich der 57 Tage langen Zeitreihe des ET19 Gravimeters mit der des SG-102 aus dem BFO in Schiltach (Richter et al., 1995) ergab ebenfalls einen doppelt so hohen Rauschpegel des ET19 Gravimeters bezogen auf das SG-102. Auch die Analyse der 6 Jahre langen Zeitreihe eines L&R Gravimeters (vergleichbar dem ET19 Gravimeter) am Südpol mit der 3 Jahre langen Zeitreihe des SG in Bad Homburg ergab einen Faktor von 2 bis 3 in den Standardabweichungen der Gezeitenparameter und den Rauschpegeln in den kurz- und langperiodischen Gezeiten (Zürn et al., 1991). Diese Daten bestätigen damit die hier erzielten Ergebnisse.



**Abbildung 5.17:** Frequenzspektren des ET18 Gravimeters und des SG von den Zeitreihen über ein Jahr (links) und die Übertragungsfunktion vom SG zum ET18 Gravimeter (rechts).



## 6 Das ET18 Gravimeter im SG-Raum

Am 17.07.2008 wurde das ET18 Gravimeter im Geodynamischen Observatorium Moxa vom großen Seismometerraum in den SG-Raum versetzt. Ziel des Umbaus war, den Einfluss der unterschiedlichen Registrierbedingungen in den zwei Räumen auf die ET18 Daten zu untersuchen. Der große Seismometerraum wird für Tests von Instrumenten genutzt, und daher öfter begangen. Damit verbunden ist das Öffnen und Schließen der Tür, was Luftdruckwellen erzeugt. Außerdem schwankt die Raumtemperatur im Jahr um etwa  $\pm 4$  °C. Der SG-Raum wird nur für Wartungen und Reparaturen am SG betreten und die Raumtemperatur wird konstant auf 19 °C gehalten.

Die bearbeiteten und analysierten Zeitreihen des ET18 Gravimeters, des SG und des Luftdrucksensors im SG-Raum sind 215 Tage lang (17.07.2008 - 16.02.2009).

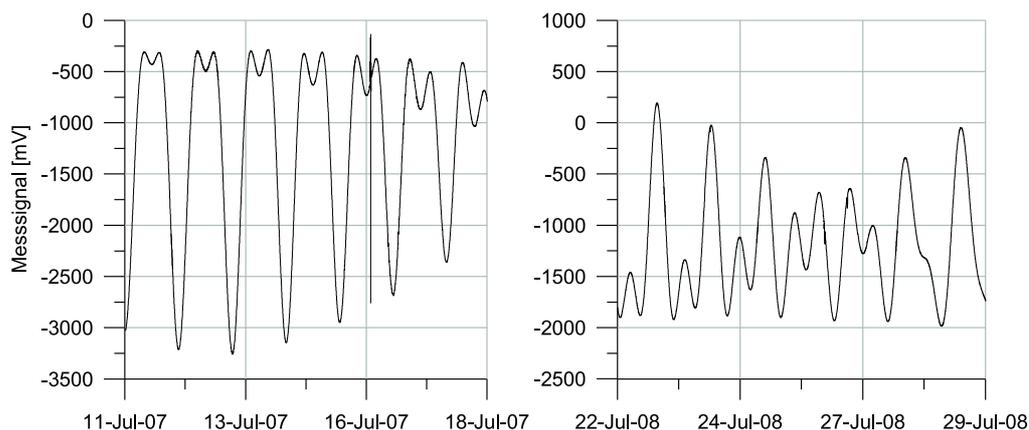
### 6.1 Datenaufbereitung

Die Datenaufbereitung wurde wie im Kapitel 5.1.2 mit *PreAnalyse.exe* vorgenommen. In den gezeiten- und luftdruckreduzierten Zeitreihen wurden Offsets, Spikes und Erdbeben entfernt und Lücken bis maximal 480 Minuten durch lineare Interpolation geschlossen und im Anschluss die Gezeiten und der Luftdruck wieder addiert.

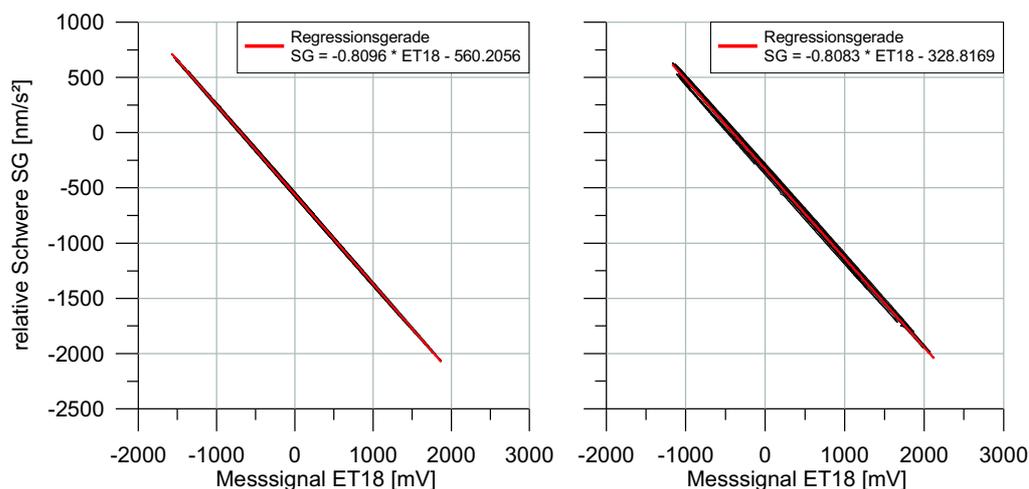
#### 6.1.1 Neu-Kalibrierung der ET18 Daten

Beim graphischen Darstellen der Rohdaten vom ET18 Gravimeter ist aufgefallen, dass sich die Registrierung von der aus dem großen Seismometerraum unterscheidet (Abb. 6.1). Daraufhin wurde der Kalibrierfaktor für die ET18 Daten nach dem gleichen Prinzip wie in Kapitel 5.1.3 neu bestimmt. Die für die lineare Interpolation verwendeten Zeitreihen gehen vom 10.12.2008 bis 16.12.2008 und vom 06.01.2009 bis 14.01.2009 (Abb. 6.2). Der gemittelte Kalibrierfaktor ergibt sich mit  $-0.8090 \frac{nm/s^2}{mV} \pm 0.2\%$ .

Beim Vergleich mit dem Kalibrierfaktor ( $0.8079 \frac{nm/s^2}{mV} \pm 0.8\%$ ) aus dem großen Seismometerraum fällt auf, dass sich der Betrag des Faktors nicht geändert hat, sondern nur das Vorzeichen. Der Grund für die Änderung des Vorzeichens ist die Vertauschung der Kabel beim wieder Anschließen des Gravimeters an die externe Kontrolleinheit im SG-Raum.



**Abbildung 6.1:** Rohdaten des ET18 Gravimeters aus dem großen Seismometerraum (links) und dem SG-Raum (rechts) über 7 Tage. Auffällig ist, dass die Maxima der ganztägigen und halbtägigen Gezeiten in der Registrierung aus dem großen Seismometerraum zu Minima in den Daten aus dem SG-Raum geworden sind.

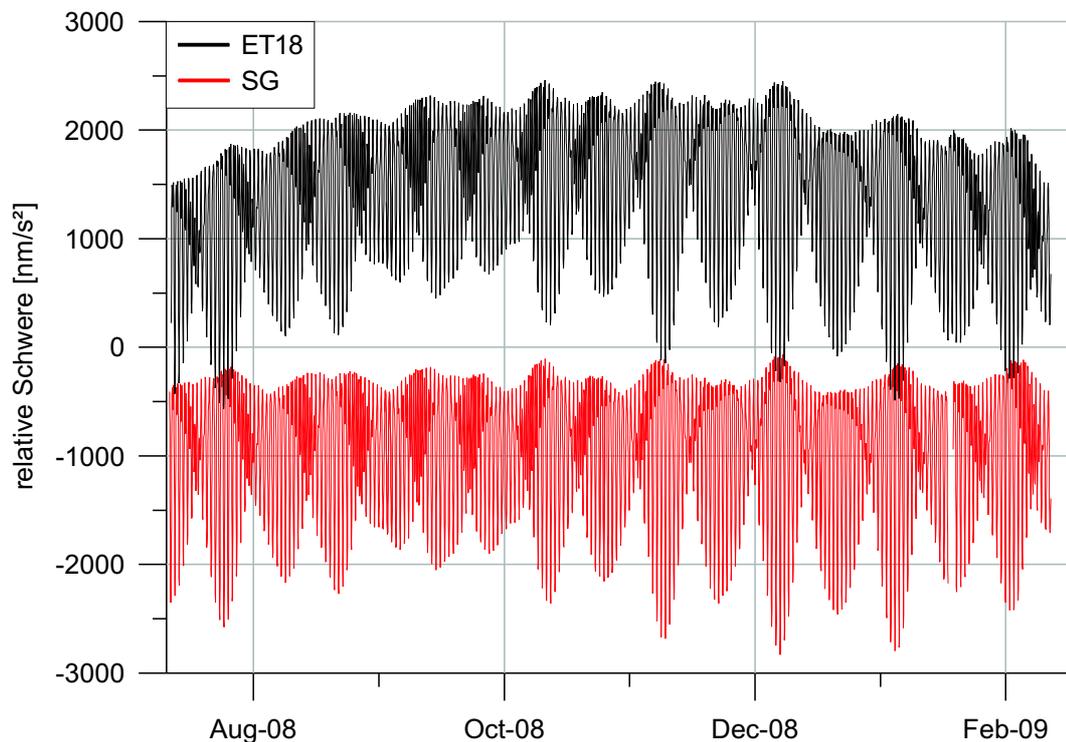


**Abbildung 6.2:** Neu-Kalibrierung der ET18 Daten mit kalibrierten SG Daten durch lineare Regression. Links die Daten im Zeitraum vom 10.12.2008 bis 16.12.2008 und rechts vom 06.01.2009 bis 14.01.2009.

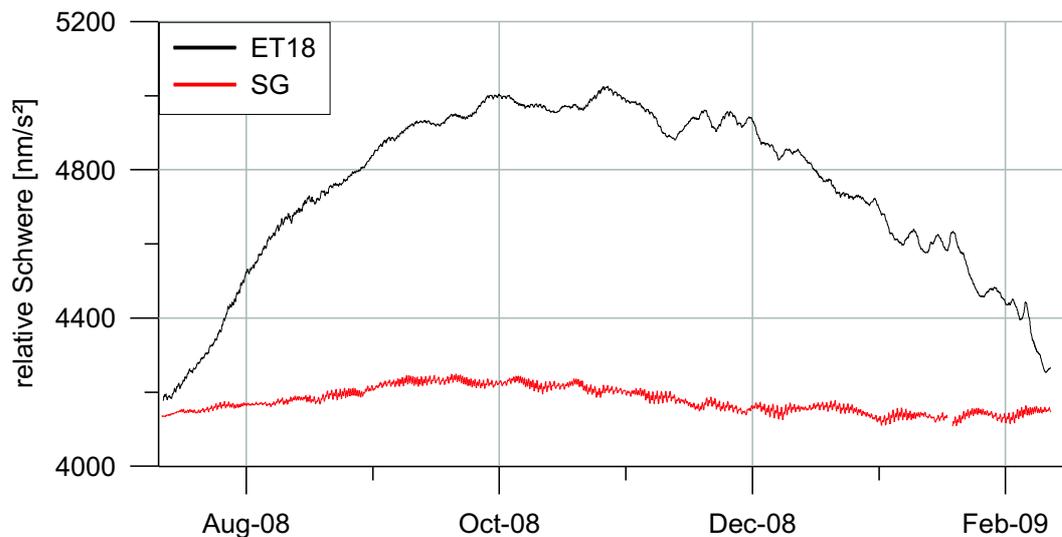
## 6.2 Datenanalysen

### 6.2.1 Langperiodische Drift

Die langperiodische Drift, mit Signalperioden über 4 Wochen, wurde aus den bearbeiteten Zeitreihen des ET18 Gravimeters und des SG (Abb. 6.3) wie in Kapitel 5.2.1 bestimmt. In Abb. 6.4 sind die langperiodischen Variationen des ET18 und SG dargestellt. Die relativen Schwerewerte des ET18 überdecken einen Bereich von  $847 \frac{nm}{s^2}$ , wohingegen die Werte des SG nur  $141 \frac{nm}{s^2}$  überdecken. Der Vergleich der Driften über die 7 Monate mit den Driften der ein Jahr langen Zeitreihen aus Kapitel 5.2.1 (ET18:  $1447 \frac{nm}{s^2}$ ; SG:  $100 \frac{nm}{s^2}$ ) ergibt ähnliche Werte.



**Abbildung 6.3:** Zeitreihen des ET18 Gravimeter und SG über 215 Tage. Während dieser Zeit stand das ET18 ebenfalls im SG-Raum, direkt neben dem supraleitenden Gravimeter.



**Abbildung 6.4:** Langperiodische Drifte in der Zeitreihe des ET18 Gravimeters und die Polbewegung in den SG Daten über 215 Tage.

### 6.2.2 Erdgezeiten

Für den Vergleich der Gezeitenparameter der ET18 Registrierungen aus den zwei Räumen wurde die Zeitreihe aus dem großen Seismometerraum auf die gleiche Länge wie die Zeitreihe aus dem SG-Raum gekürzt (215 Tage). Dabei wurde auch darauf geachtet, dass die Zeitreihen die gleichen Monate überdecken, um saisonale Effekte in den Analyseergebnissen ausschließen zu können. Die Ergebnisse der Gezeitenanalysen sind in Tabelle 6.1 angegeben. Die Mittelwerte der Rauschpegel in den dritteltägigen, halbtägigen und ganztägigen Frequenzbändern und die Standardabweichungen der Amplitudenfaktoren der Gezeiten sind in den Daten aus dem großen Seismometerraum doppelt so hoch wie die aus dem SG-Raum.

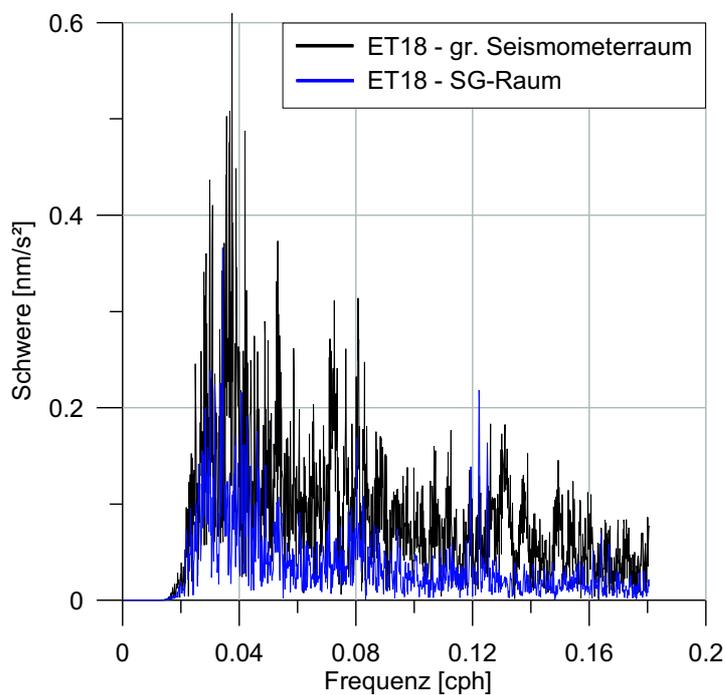
In Tabelle 6.2 stehen die berechneten Signal-Rausch-Verhältnisse für die kurzperiodischen Gezeiten. Der Vergleich der ET18 Daten zeigt, dass die Signal-Rausch-Verhältnisse aus dem großen Seismometerraum halb so groß sind, wie die aus dem SG-Raum. Das Spektrum der Residuen für die kurzperiodischen Gezeiten (Abb. 6.5) bestätigt ebenfalls den Faktor von 2 in den Rauschpegeln in den ET18 Daten zwischen dem großen Seismometerraum und dem SG-Raum.

**Tabelle 6.1:** Gezeitenanalysen der kurzperiodischen Gezeiten über die 215 Tage langen Zeitreihen vom ET18 Gravimeter aus dem großen Seismometerraum und dem SG-Raum.

|   |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
|---|----------|----------|---|---------|----------------|--------|---|---------|----------------|--------|
| Hartmann und Wenzel (1995) Gezeitenpotenzialkatalog<br>Wahr-Dehant-Zschau Erdmodell<br>Hann-Fenster für die Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate<br>Numerischer Filter von Wenzel N60M60M2 mit 167 Koeffizienten |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
| Mittelwerte der Rauschpegel in den Frequenzbändern  |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
| Frequenzband [cpd]  |          |          | großer Seismometerraum [nm/s <sup>2</sup> ] |         |                |        | SG-Raum [nm/s <sup>2</sup> ]              |         |                |        |
| 1.0   |          |          | 0.186387                                    |         |                |        | 0.091189                                  |         |                |        |
| 2.0   |          |          | 0.112543                                    |         |                |        | 0.045625                                  |         |                |        |
| 3.0   |          |          | 0.081081                                    |         |                |        | 0.035448                                  |         |                |        |
| Weißes Rauschen   |          |          | 0.057053                                    |         |                |        | 0.028135                                  |         |                |        |
| Berechnete Gezeitenparameter  |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
| Gezeitenwellen  |          |          | großer Seismometerraum                      |         |                |        | SG-Raum                                   |         |                |        |
| von   | bis      |          | $H_i$                                       | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.  | $H_i$                                     | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.  |
| [cpd]   | [cpd]    |          |   |         | [°]            | [°]    |   |         | [°]            | [°]    |
| Q1  | 0.501370 | 0.911390 | 1.14991                                     | 0.00187 | 0.1946         | 0.0932 | 1.14659                                   | 0.00096 | -0.2070        | 0.0487 |
| O1  | 0.911391 | 0.947991 | 1.14697                                     | 0.00043 | 0.1535         | 0.0215 | 1.14886                                   | 0.00021 | 0.1024         | 0.0106 |
| M1  | 0.947992 | 0.981854 | 1.15155                                     | 0.00502 | -0.1035        | 0.2496 | 1.14581                                   | 0.00556 | 0.0932         | 0.2782 |
| P1  | 0.981855 | 0.998631 | 1.14953                                     | 0.00119 | 0.1365         | 0.0594 | 1.14951                                   | 0.00058 | 0.0803         | 0.0290 |
| K1  | 0.998632 | 1.023622 | 1.13582                                     | 0.00036 | 0.1864         | 0.0180 | 1.13676                                   | 0.00018 | 0.1995         | 0.0090 |
| J1  | 1.023623 | 1.057485 | 1.15281                                     | 0.00483 | -0.2658        | 0.2400 | 1.15828                                   | 0.00238 | 0.0112         | 0.1181 |
| OO1   | 1.057486 | 1.470243 | 1.14267                                     | 0.00606 | 0.2890         | 0.3036 | 1.15408                                   | 0.00393 | 0.0741         | 0.1949 |
| 2N2   | 1.470244 | 1.880264 | 1.17889                                     | 0.00624 | 1.8460         | 0.3031 | 1.15544                                   | 0.00262 | 1.8809         | 0.1301 |
| N2  | 1.880265 | 1.914128 | 1.17728                                     | 0.00142 | 1.7975         | 0.0692 | 1.17632                                   | 0.00058 | 1.9074         | 0.0281 |
| M2  | 1.914129 | 1.950419 | 1.18450                                     | 0.00031 | 1.5872         | 0.0151 | 1.18554                                   | 0.00013 | 1.5188         | 0.0060 |
| L2  | 1.950420 | 1.984282 | 1.20817                                     | 0.01625 | 0.6894         | 0.7705 | 1.21800                                   | 0.00566 | 1.7805         | 0.2665 |
| S2  | 1.984283 | 2.002736 | 1.18163                                     | 0.00068 | 0.2508         | 0.0331 | 1.18438                                   | 0.00028 | 0.2415         | 0.0136 |
| K2  | 2.002737 | 2.451943 | 1.18305                                     | 0.00192 | 0.4950         | 0.0932 | 1.19109                                   | 0.00083 | 0.4933         | 0.0397 |
| M3  | 2.451944 | 3.381478 | 1.07497                                     | 0.01691 | -0.0804        | 0.9012 | 1.06772                                   | 0.00727 | 0.2257         | 0.3902 |
| Regressionsfaktor für den Luftdruck   |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
|   |          |          | großer Seismometerraum                      |         |                |        | SG-Raum                                   |         |                |        |
|   |          |          | -3.180 ± 0.035 (nm/s <sup>2</sup> )/hPa     |         |                |        | -3.43470 ± 0.022 (nm/s <sup>2</sup> )/hPa |         |                |        |
| Standardabweichung  |          |          |   |         |                |        |   |         |                |        |
|   |          |          | großer Seismometerraum                      |         |                |        | SG-Raum                                   |         |                |        |
|   |          |          | 2.209 nm/s <sup>2</sup>                     |         |                |        | 1.120 nm/s <sup>2</sup>                   |         |                |        |

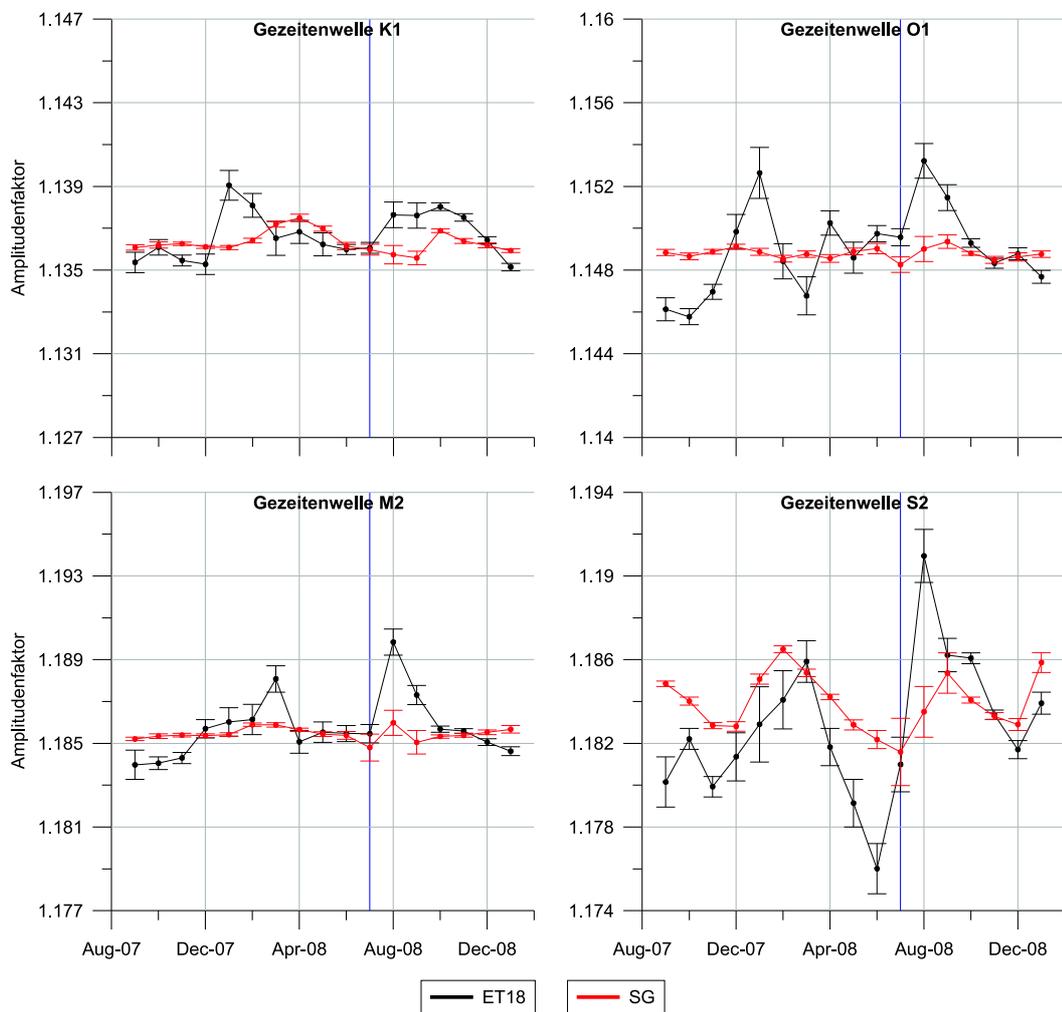
**Tabelle 6.2:** Signal-Rausch-Verhältnisse der ET18 Daten aus dem großen Seismometerraum und dem SG-Raum; kurzperiodische Gezeiten.

| Welle | großer Seismometerraum | SG-Raum |
|-------|------------------------|---------|
| Q1    | 360                    | 734     |
| O1    | 1876                   | 3840    |
| M1    | 148                    | 301     |
| P1    | 875                    | 1788    |
| K1    | 2611                   | 5342    |
| J1    | 148                    | 304     |
| OO1   | 80                     | 166     |
| 2N2   | 97                     | 234     |
| N2    | 606                    | 1492    |
| M2    | 3182                   | 7856    |
| L2    | 92                     | 228     |
| S2    | 1477                   | 3651    |
| K2    | 402                    | 998     |
| M3    | 50                     | 114     |



**Abbildung 6.5:** Spektren der Residuen der kurzperiodischen Gezeiten des ET18 Gravimeters aus dem großen Seismometerraum und dem SG-Raum. Die zwei analysierten Zeitreihen haben eine Länge von 215 Tagen.

Für die Untersuchung der Variation der Amplitudenfaktoren wurden jeweils Zeitreihen von zwei Monaten Länge, welche sich um einen Monat überlappen, analysiert. Bei den Gezeitenanalysen wurde der Luftdruck mit angesetzt. Abb. 6.6 zeigt die Amplitudenfaktoren mit den zugehörigen Standardabweichungen für die Gezeitenwellen K1, O1, M2 und S2 über 17 Monate. Die senkrechte blaue Linie markiert den Monat, in dem das ET18 Gravimeter in den SG-Raum umgestellt wurde. Eine Veränderung der Variation der Amplitudenfaktoren vom großen Seismometerraum zum SG-Raum ist in den Daten nicht zu sehen.

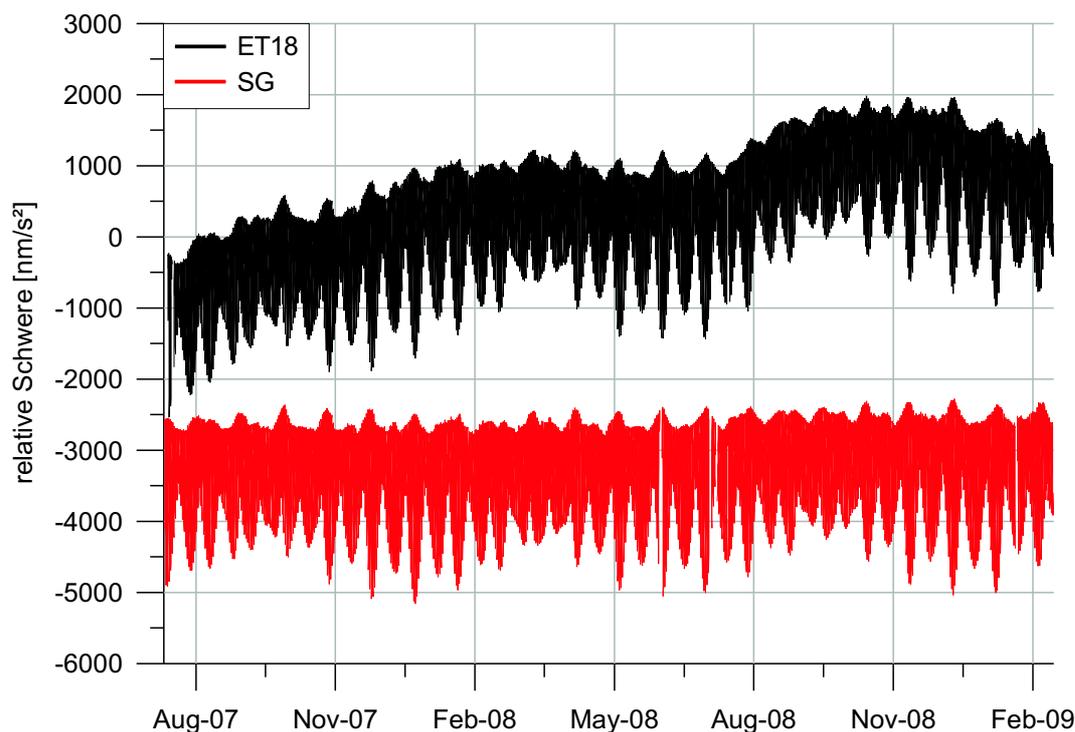


**Abbildung 6.6:** Variation der Amplitudenfaktoren über 17 Monate des ET18 Gravimeters und des SG. Die senkrechte blaue Linie markiert den Monat, in dem das ET18 Gravimeter vom großen Seismometerraum in den SG-Raum umgestellt wurde.

### 6.2.3 Erdkernresonanzeffekt

Für die Untersuchung des Erdkernresonanzeffektes durch den Resonanzeffekt in den ganztägigen Amplitudenfaktoren der Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$  wurden die Zeitreihen des ET18 Gravimeters und des SG über den gesamten Registrierzeitraum von 587 Tage verwendet (Abb. 6.7). Für die Gezeitenanalyse wurden die Zeitreihen mit dem 167 Koeffizienten Filter gefiltert, der alle Signale mit Perioden über 30 Stunden eliminiert. Die Gezeitenparameter (nicht ozeangezeitenauflast-reduziert) sind in Tabelle 6.3 aufgelistet. Eine große Abweichung der Amplitudenfaktoren tritt in der Welle  $\psi_1$  auf.

In Tabelle 6.4 sind die Signal-Rausch-Verhältnisse der vier Gezeitenwellen für das ET18 Gravimeter und das SG aufgelistet. Die Verhältnisse des SG sind doppelt so groß wie die des ET18.



**Abbildung 6.7:** Zeitreihen des ET18 Gravimeters und des SG über den gesamten Registrierzeitraum von 587 Tagen (11. Juli 2007 - 16. Februar 2009).

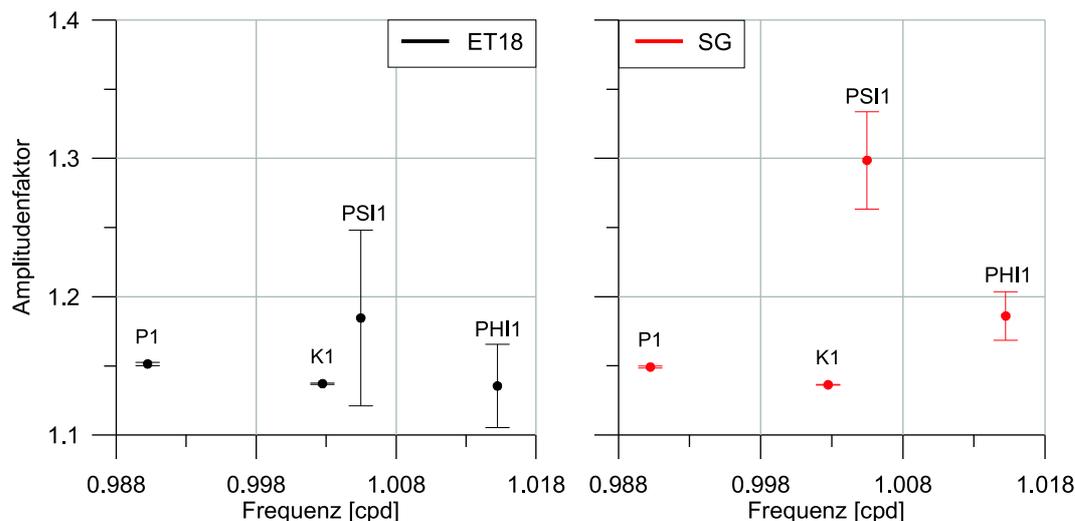
**Tabelle 6.3:** Ergebnisse der Gezeitenanalyse für das ET18 Gravimeter und das SG über 587 Tage (11. Juli 2007 - 16. Februar 2009) mit Luftdruckreduktion.

|   |          |          |                           |         |                |        |                         |         |                |        |
|---|----------|----------|---------------------------|---------|----------------|--------|-------------------------|---------|----------------|--------|
| Hartmann und Wenzel (1995) Gezeitenpotenzialkatalog<br>Wahr-Dehant-Zschau Erdmodell<br>Hann-Fenster für die Anpassung nach der Methode der kleinsten Quadrate<br>Numerischer Filter von Wenzel N60M60M2 mit 167 Koeffizienten |          |          |                           |         |                |        |                         |         |                |        |
| Mittelwert des Rauschpegels in dem Frequenzband   |          |          |                           |         |                |        |                         |         |                |        |
| Frequenzband [cpd]  |          |          | ET18 [nm/s <sup>2</sup> ] |         |                |        | SG [nm/s <sup>2</sup> ] |         |                |        |
| 1.0   |          |          | 0.163396                  |         |                |        | 0.099635                |         |                |        |
| Berechnete Gezeitenparameter  |          |          |                           |         |                |        |                         |         |                |        |
| Gezeitenwellen  |          |          | ET18                      |         |                |        | SG                      |         |                |        |
| von   | bis      |          | $H_i$                     | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.  | $H_i$                   | Stdv.   | $\Delta\phi_i$ | Stdv.  |
| [cpd]   | [cpd]    |          |                           |         | [°]            | [°]    |                         |         | [°]            | [°]    |
| P1  | 0.981855 | 0.998631 | 1.15136                   | 0.00122 | 0.2451         | 0.0606 | 1.14908                 | 0.00071 | 0.0992         | 0.0356 |
| K1  | 1.001370 | 1.004107 | 1.13714                   | 0.00050 | 0.1687         | 0.0253 | 1.13626                 | 0.00027 | 0.0655         | 0.0135 |
| PSI1  | 1.004108 | 1.006845 | 1.18457                   | 0.06355 | -1.1853        | 3.0736 | 1.29849                 | 0.03527 | -0.4568        | 1.3477 |
| PHI1  | 1.006846 | 1.023622 | 1.13547                   | 0.03009 | 1.3521         | 1.5156 | 1.18598                 | 0.01761 | -3.1685        | 0.8496 |
| Standardabweichung  |          |          |                           |         |                |        |                         |         |                |        |
|   |          |          | ET18                      |         |                |        | SG                      |         |                |        |
|   |          |          | 2.785 nm/s <sup>2</sup>   |         |                |        | 2.946 nm/s <sup>2</sup> |         |                |        |

In Abb. 6.8 sind die Amplitudenfaktoren mit den zugehörigen Standardabweichungen der vier Gezeitenwellen von beiden Gravimetern dargestellt. In den Amplitudenfaktoren deutet sich bei beiden Gravimetern der Erdkernresonanzeffekt an. Jedoch sind die Standardabweichungen des ET18 Gravimeters für die Wellen  $\psi_1$  und  $\phi_1$  so groß, dass der Resonanzeffekt nur schwer erkennbar ist.

**Tabelle 6.4:** Signal-Rausch-Verhältnisse der Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$  für das ET18 Gravimeter und das SG.

| Welle    | ET18 | SG   |
|----------|------|------|
| P1       | 999  | 1635 |
| K1       | 2982 | 4887 |
| $\psi_1$ | 24   | 50   |
| $\phi_1$ | 42   | 73   |



**Abbildung 6.8:** Darstellung der Amplitudenfaktoren und die zugehörigen Standardabweichungen der vier Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$  für das ET18 Gravimeter (links) und das SG (rechts).

### 6.3 Diskussion der Ergebnisse

Das Umstellen des ET18 Gravimeters vom großen Seismometerraum in den SG-Raum ermöglichte die Untersuchung der unterschiedlichen Registrierbedingungen in den zwei Räumen auf die Schweredaten. Die besseren Bedingungen im SG-Raum hatten keinen Einfluss auf die langperiodische Drift. Der Mittelwert des Rauschpegels für die kurzperiodischen Gezeitenwellen wurde um den Faktor 2 kleiner und damit verdoppelten sich die Signal-Rausch-Verhältnisse.

Durch das Zusammenfügen der 372 Tage langen Zeitreihe aus dem großen Seismometerraum und der 215 Tage langen Zeitreihe aus dem SG-Raum konnte der Erdkernresonanzeffekt in den Gezeitenwellen P1, K1,  $\psi_1$  und  $\phi_1$  untersucht werden. Das Ergebnis ist, dass sowohl in den Daten des ET18 Gravimeters, als auch in den des SG der Effekt in den Amplitudenfaktoren zu sehen ist. Jedoch sind die Standardabweichungen für das ET18 so groß, dass sich der Erdkernresonanzeffekt nicht eindeutig lokalisieren lässt.

Das abschließende Ergebnis ist, dass beim Einsatz des ET18 Gravimeters in ande-

ren Stationen auf die Registrierbedingungen (Variationen von Luftdruck, Temperatur und das Rauschen des Messraums) geachtet werden sollte. Dies ist besonders wichtig bei dem Ziel, Signale mit kleinen Amplituden registrieren zu wollen.



## 7 Zusammenfassung

Der Vergleich der Parallelregistrierungen des ET18 Gravimeters und des SG im Geodynamischen Observatorium über 372 Tage hat gezeigt, dass die Informationsgehalte in den beiden Zeitreihen im Periodenbereich zwischen 250 Sekunden und 14 Tagen gleich sind. Signale mit Perioden über 14 Tage werden in den ET18 Daten von der instrumentellen Drift überlagert. Dagegen ist die Zeitreihe des SG über den gesamten Zeitraum stabil.

Mit dem anschließenden Umstellen des ET18 Gravimeters vom großen Seismometerraum in den SG-Raum konnte der Einfluss der unterschiedlichen Registrierbedingungen in den zwei Räumen auf die ET18 Daten untersucht werden. Durch die Analyse der 215 Tage langen Zeitreihe und dem Vergleich mit den Ergebnissen aus dem großen Seismometerraum ergab sich, dass die Registrierbedingungen (Variationen von Luftdruck, Raumtemperatur und das Rauschen des Messraums) einen deutlichen Einfluss auf die Daten, insbesondere auf den Rauschpegel und das Signal-Rausch-Verhältnis, haben.



## Danksagung

Ich bin kein Mensch vieler Worte,  
daher wird die Danksagung eine von der kurzen Sorte.  
Beginnen möchte ich mit meinen Betreuern  
Herrn Prof. Gerhard Jentzsch und PD Dr. Thomas Jahr  
die mir mit Rat und Tat zur Seite standen,  
dafür möchte ich mich bei Ihnen bedanken.

Frau Dr. Adelheid Weise  
sende ich laut und auch leise Dankesgrüße  
für die Hilfe bei der Gezeitenanalyse.

Danken will ich auch dem Rest der Truppe,  
gemeint ist natürlich die Geophysik Arbeitsgruppe.  
Die Zusammenarbeit mit euch war prima,  
dank dem guten Arbeitsklima.

Ich möchte noch all jenen gedenken  
die mir ihre Zeit schenkten  
meine Arbeit Korrektur zu lesen,  
es ist bestimmt nicht immer leicht gewesen.  
Da mir die Rechtschreibung ein Graus,  
dank euch ist der Spuk nun aus.

Natürlich darf die Familie nicht zu kurz kommen,  
eure stete Unterstützung hab ich wohlwollend wahrgenommen.

## DANKSAGUNG

---

All meinen Freunden gebührt Dank,  
dass ich mit Speis und Trank  
bei euch Abwechslung und Erholung fand.

Zum Schluss bin ich noch zu Dank verpflichtet  
jenen, die diese Danksagung hergerichtet.  
Dass sie an Reim und Witz nicht krankt  
Anja und Sabine, habt vielen Dank!

## Literatur

- Araszkiewicz, A., Bogusz, J. (2009): *Application of wavelet technique to the Earth tides observations analyses.*, Journal of Geodynamics (eingereicht).
- Asch, G. (1981): *Theoretische und experimentelle Vorarbeiten zur Errichtung eines Gezeitengravimeterprofils in Skandinavien.* unveröffentlichte Diplomarbeit FU Berlin (Deutschland), 57 Seiten.
- Asch, G., Elstner, C., Jentzsch, G., Plag, H. P. (1985a): *On the estimation of significant periodic and aperiodic gravity variations in the time series of neighbouring stations - Part 1: Tidal Signals.* Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Symposium on Earth Tides, Madrid, Spain, 239 - 250.
- Asch, G., Elstner, C., Jentzsch, G., Plag, H. P. (1985b): *On the estimation of significant periodic and aperiodic gravity variations in the time series of neighbouring stations - Part 2: Non-Tidal Signals.* Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Symposium on Earth Tides, Madrid, Spain, 251 - 262.
- Asch, G., Jahr, Th., Jentzsch, G., Kiviniemi, A., Kääriäinen, J. (1987): *Measurement of gravity tides along the 'Blue Road Geotraverse' in Fennoscandia.* Publ. Finnish Geodetic Inst., 107, 57 Seiten.
- Asch, G. (1988): *Die Registrierung langperiodischer Signale mit geophysikalischen Sensoren hoher Dynamik.* Berliner Geowiss. Abh., Reihe B, Band 15, Verlag von Dietrich Reimer in Berlin, 87 Seiten.
- Buttkus, B. (1991): *Spektralanalyse und Filtertheorie in der angewandten Geophysik.* Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 650 Seiten.
- Chojnicki, T. (1973): *Ein Verfahren zur Erdzeitenanalyse in Anlehnung an das Prinzip der kleinsten Quadrate.* Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn, Nr. 15, 59 Seiten.

- Crossley, D., Hinderer, J. (1995): *Global Geodynamics Project - GGP: Status report 1994*. Proc. of the Second IAG Workshop on Non-Tidal Gravity Changes: Intercomparison between absolute and superconducting gravimeters, Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Seismologie, Luxemburg 11, 244 - 274.
- Crossley, D., Hinderer, J., Casula, G., Francis, O., Hsu, H.T., Imanishi, Y., Jentzsch, G., Kääriäinen, J., Merriam, J., Meurers, B., Neumeyer, J., Richter, B., Shibuya, K., Sato, T., van Dam, T. (1999): *Network of superconducting gravimeters benefits a number of disciplines*. EOS Transactions, Vol. 80, No. 11, 121 - 126.
- Crossley, D. (2004): *Preface to the Global Geodynamics Project*. Journal of Geodynamics, 38, 225 - 236.
- Dehant, V. (1987): *Tidal parameters for an inelastic earth*. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 49, 97 - 116.
- Dierks, O. (2001): *Optimierung der Gezeitenanalyse mit Daten eines „Dual Sphere“ Supraleitgravimeters*. unveröffentlichte Diplomarbeit Universität Hannover (Deutschland), 112 Seiten.
- Gebauer, A., Jahr, Th., Jentzsch, G. (2007): *Recording and interpretation/analysis of tilt signals with five ASKANIA borehole tiltmeters at the KTB*. Review of Scientific Instruments 78, 054501-1 - 054501-6.
- GWR Instruments, inc. (1998): *Superconducting Gravimeters. Descriptions and specifications*. <http://www.gwrinstruments.com/>
- Hamming, R. W. (1987): *Digitale Filter*. VCH Verlagsgesellschaft Weinheim, 277 Seiten.
- Hartmann, T., Wenzel, H. G. (1995): *Catalogue HW95 of the tide generating potential*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 123, 9278 - 9301.

- Hegewald, A., Jentzsch, G., Jahr, Th. (2009): *Comparison of the LaCoste & Romberg gravimeter ET18 with the superconducting gravimeter CD-034 at the Geodynamic Observatory Moxa (Germany)*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres (eingereicht).
- Harrison, J. C. (1985): *Earth tides*. Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York, 419 Seiten.
- Hinderer, J., Crossley, D. (2000): *Time variations in gravity and inferences on the Earth's structure and dynamics*. Surveys in Geophysics 21, 1 - 45.
- Jahr, Th. (1984): *Kalibrierung und Vergleich von Erdzeitengravimetern als Vorbereitung zur Auswertung der Gezeitenregistrierungen entlang des Profils Blaue Strasse in Skandinavien*. unveröffentlichte Diplomarbeit FU Berlin (Deutschland), 126 Seiten.
- Jahr, Th. (1989a): *Tidal loading in the shelf area around Denmark*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 105, 7485 - 7494.
- Jahr, Th. (1989b): *Gezeitengravimetrie in Dänemark*. Berliner Geowiss. Abh., Reihe B, Band 16, FU - TU - TFH Berlin, 137 Seiten.
- Jentzsch, G. (1983): *A gravity tidal profile along the blue road geotraverse - aims of research and present state of the project*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 89, 5737 - 5741.
- Jentzsch, G., Ramatschi, M., Madsen, F. (1995): *Tidal gravity measurements on Greenland*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 122, 9239 - 9248.
- Jentzsch, G. (1986): *Auflastzeiten in Fennoskandien*. Habilitationsschrift, Berliner Geowiss. Abh., Reihe B, Band 13, Verlag von Dietrich Reimer, Berlin, 184 Seiten.

- Jentzsch, G., Knudsen, P., Ramatschi, M. (2000): *Ocean tidal loading affecting precise geodetic observations on Greenland: Error account of surface deformations by tidal gravity measurements*. Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy, Volume 25, Issue 4, 401-407.
- Jentzsch, G., Jahr, Th., Letz, H., Gebauer, A. (2005): *Die Eigenschwingungen nach dem Sumatra-Erdbeben vom 26.12.2004 - Beobachtet mit fünf ASKANIA-Bohrloch-Neigungsmessern an der KTB*. DGG Mitteilungen 1/2005, S. 12 - 13.
- Kasch, N. (2006): *Strukturgeologische Betrachtungen im nordwestlichen Teilabschnitt des Ziegenrück-Synklinoriums bei Moxa*. unveröffentlichte Diplomarbeit Universität Jena (Deutschland), 118 Seiten.
- Klinge, K. D., Teupser, C. (1988): *Fortschritte in der Observatoriumspraxis der Station Moxa*. Gerlands Beitr. Geophys. 97, S. 229 - 242.
- Kroner, C. (2002a): *Zeitliche Variationen des Erdschwerefeldes und ihre Beobachtungen mit einem supraleitenden Gravimeter im Geodynamischen Observatorium Moxa*. Habilitationsschrift, Jenaer Geowissenschaftliche Schriften, Heft 2, 149 Seiten.
- Kroner, C., Jahr, Th., Jentzsch, G. (2002b): *Comparison of results obtained with a dual sensor superconducting gravimeter*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 135, 10617 - 10620.
- Kroner, C., Jahr, Th., Jentzsch, G. (2004): *Results from 44 months of observations with a superconducting gravimeter at Moxa/Germany*. Journal of Geodynamics 38, 263 - 280.
- Kroner, C., Jahr, Th., Naujoks, M., Weise, A. (2007): *Hydrological signals in gravity - foe or friend?* Springer Verlag Berlin Heidelberg, International Association of Geodesy Symposia Vol. 130, Dynamic Planet, 504 - 510.

- LaCoste und Romberg (1975): *Manual des ET18 (mit mechanischer Rückkopplung)*.
- Larson, J. V. (1968): *A cross correlation study of the noise performance of electrostatically controlled LaCoste and Romberg gravimeters*. Dissertation University of Maryland (USA), 138 Seiten.
- Masters, T. G., Widmer, R. (1995): *Free oscillations: Frequencies and attenuations*. Global Earth Physics, A Handbook of Physical Constants, Ed. T. J. Ahrens, AGU, Washington DC (USA), 104 - 125.
- Melchior, P. (1983): *The tides of the planet Earth*. Pergamon Press, Oxford, 455 Seiten.
- Melzer, J. (1989): *Analyse und Vergleich des hochfrequenten Signalanteils in den Gezeitenregistrierungen des Gravimeters LCR ET18*. unveröffentlichte Diplomarbeit Universität Berlin (Deutschland), 175 Seiten.
- Peterson, J. (1993): *Observations and modelling of seismic background noise*. Open-File Report, U.S. Department of Interior, Geological Survey, Albuquerque, New Mexico, 93 - 332.
- Ramatschi, M. (1992): *Test und Kalibrierung des Erdgezeitengravimeters LaCoste & Romberg ET18*. unveröffentlichte Diplomarbeit Universität TU Clausthal (Deutschland), 74 Seiten.
- Ramatschi, M., Liebing, M. and Jentzsch, G. (1993): *Instrumental tests and calibration of the gravimeter LCR ET18*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 115, 8472 - 8477.
- Ramatschi, M. (1998): *Untersuchungen von Vertikalbewegungen durch Meeresgezeitenauflasten an Referenzstationen auf Grönland*. Dissertation TU Clausthal (Deutschland), 120 Seiten.

- Richter, B., Wenzel, H. G., Zürn, W., Klopping, F. (1995): *From Chandler wobble to free oscillations: comparison of cryogenic gravimeters and other instruments in a wide period range*. Physics of the Earth and Planetary Interiors 91, 131 - 148.
- Rosat, S., Hinderer, J., Crossley, D., Boy, J. P. (2004): *Performance of superconducting gravimeters from long-period seismology to tides*. Journal of Geodynamics 38, 461 - 476.
- Schulze, C. (1998): *Kleinräumige geophysikalische Untersuchungen im Bereich des seismologischen Observatoriums Moxa*. unveröffentlichte Diplomarbeit Universität TU Clausthal (Deutschland), 95 Seiten.
- Torge, W. (1989): *Gravimetry*. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin, 465 Seiten.
- Warburton, R. J., Goodkind, J. M. (1977): *The influence of barometric-pressure variations on gravity*. Geophys. J. R. astr. Soc. 48, 281 - 292.
- Weise, A. (1992): *Neigungsmessungen in der Geodynamik - Ergebnisse von der 3-Komponenten-Station Metsähovi*. Dissertation TU Clausthal (Deutschland), 180 Seiten.
- Weise, A., Jentzsch, G., Kiviniemi, A., Kääriäinen, J. (1999): *Comparison of long-period tilt measurements: results from the two clinometric stations Metsähovi and Lohja, Finland*. Journal of Geodynamics 27, 237 - 257.
- Wenzel, H. G. (1976): *Zur Genauigkeit von gravimetrischen Erdzeitenbeobachtungen*. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photometrie und Kartographie an der TU Hannover Nr. 67, Dissertation TU Hannover (Deutschland), 170 Seiten.

- Wenzel, H. G. (1978): *Schwerefeld - Messungen - Eichung des LaCoste & Romberg Gravimeters ET18*. Arbeitsbericht zum Forschungsvorhaben Schwerezeiten, Berichtszeitraum 01.12.1975 - 30.06.1977 (unveröffentlicht).
- Wenzel, H. G., Zürn, W., Baker, T. F. (1991): *In situ calibration of LaCoste-Romberg Earth tide gravity meter ET19 at BFO Schiltach*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 109, 7849 - 7863.
- Wenzel, H. G. (1996): *The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 124, 9425 - 9439.
- Wenzel, H. G. (1997a): *Tide-Generating Potential for the Earth*. Springer Verlag Berlin, Tidal Phenomena (Lecture Notes in Earth Sciences), 9 - 26.
- Wenzel, H. G. (1997b): *Analysis of Earth Tide Observations*. Springer Verlag Berlin, Tidal Phenomena (Lecture Notes in Earth Sciences), 59 - 75.
- Yaramanci, U. (1978): *A unified approach to signal analysis in earth tides*. Dissertation am Institut of Oceanographic Sciences Bidston Observatory Birkenhead (England), 292 Seiten.
- Zürn, W., Wenzel, H. G., Laske, G. (1991): *High quality data from LaCoste-Romberg gravimeters with electrostatic feedback: a challenge for superconducting gravimeters*. Bulletin d'Information des Marées Terrestres 110, 7940 - 7952.
- Zürn, W., Widmer-Schmidrig, R. (2002): *Globale Eigenschwingungen der Erde*. Physik Journal 1, No. 10, 49 - 55.



# A Protokoll zur Kalibrierung der Elektronik des ET18 Gravimeters am 16.03.2007 im Geodynamischen Observatorium Moxa

## A.1 Aufgaben

Für die Kalibrierung des Erdzeitengravimeters ET18 müssen mehrere Arbeitsschritte durchgeführt werden.

Zuerst wird der **NUP**, das heißt der neigungsunempfindlichste Punkt des Gravimeters, bestimmt.

Nach der Horizontierung des Gravimeters wird der **Elektronikabgleich** vorgenommen. Dafür sieht der Hersteller mehrere Schritte vor. Das Ziel ist, drei Nullpunkte in Übereinstimmung zu bringen: den geometrischen Nullpunkt (an dem der Beam in der Mitte zwischen den zwei Kondensatorplatten liegt), den elektronischen Nullpunkt (bei dem die Rückkopplungsspannung null ist) und die Readingline (zeigt die Beamposition an) muss bei 3.6 Skt liegen.

Zum Schluss wird der **Linearitätstest** durchgeführt. Damit wird die Nichtlinearität des Gravimeters (die unter 1% liegen muss) und der Umrechnungsfaktor zwischen Änderungen des Messsignals in (mV) und Spindelumdrehungen ermittelt.

## A.2 Versuchsdurchführung und Auswertung

### A.2.1 NUP-Test

Hierbei wird der Punkt gesucht, an dem das Gravimeter horizontal steht. Eine Neigung des Gravimeters hätte zur Folge, dass die Messrichtung nicht parallel zum Schwerevektor steht. Damit würde ein kleinerer Schwerewert am Gravimeteraufstellort registriert.

Zur Bestimmung des NUP werden die zwei Libellen *Long Level* (liegt parallel zum Beam) und *Cross Level* (liegt senkrecht zum Beam) nacheinander in verschiedene Positionen gebracht. Dabei wird jeweils eine Libelle verstellt und die

andere konstant gehalten, was durch die Höhenverstellung der drei Gravimeterfüße möglich ist. Zu jeder Libellenposition wird die Ausgangsspannung notiert (eigentliches Messsignal als Ausgangsspannung des Integrators).

Anschließend wird das Messsignal gezeitenkorrigiert und in einem Diagramm (korrigiertes Messsignal über Libellenposition) aufgetragen. Der NUP ergibt sich aus dem Scheitelpunkt der an die Werte angepassten Parabel.

### NUP-Test für die *Long Level* Libelle

In Tabelle A.1 sind die Messwerte vom NUP-Test der *Long Level* Richtung angegeben. Notiert wurden jeweils die Zeit in UT, die Libellenposition in (Skt) und das Messsignal in (V). Die Gezeitenberechnung für Moxa erfolgte mit dem Programm PREDICT (Version 3.31) aus dem Programmpaket ETERNA 3.3 von [Wenzel \(1996\)](#). Die Gezeitenwerte liegen dabei in der Einheit Nanometer pro Quadratsekunde ( $\text{nm}/\text{s}^2$ ) vor. Um die Einheit des Messsignals (mV) zu erhalten wird folgender Zusammenhang genutzt:

$$1 \text{ nm}/\text{s}^2 \equiv 0.1 \mu\text{Gal} \quad (\text{A.1})$$

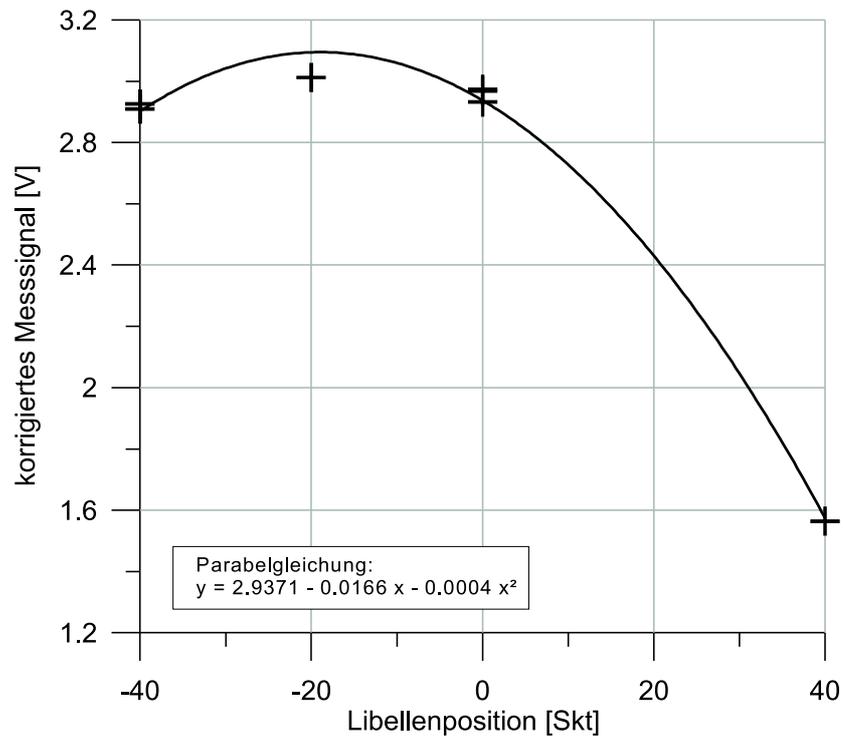
$$0.1 \mu\text{Gal} \approx 1 \text{ mV} . \quad (\text{A.2})$$

**Tabelle A.1:** Messwerte vom NUP-Test der *Long Level* Richtung und gezeitenkorrigiertes Messsignal.

| Zeit (UT) | Libellenposition [Skt] | Messsignal [V] | Gezeiten [mV] | Gezeitenkorr. Messsignal [V] |
|-----------|------------------------|----------------|---------------|------------------------------|
| 08:42     | 0                      | 2.73           | 238           | 2.97                         |
| 08:44     | 40                     | 1.33           | 234           | 1.56                         |
| 08:45     | 0                      | 2.70           | 232           | 2.93                         |
| 08:48     | -40                    | 2.70           | 226           | 2.93                         |
| 08:50     | 0                      | 2.75           | 223           | 2.97                         |
| 08:56     | -20                    | 2.80           | 212           | 3.01                         |
| 08:58     | -40                    | 2.70           | 209           | 2.91                         |

In Abb. A.1 sind die gezeitenkorrigierten Messsignale über den Libellenpositionen abgetragen. Durch Regressionsrechnung ergibt sich folgende Parabelgleichung:

$$y = -0.0004x^2 - 0.0166x + 2.9371 . \quad (\text{A.3})$$



**Abbildung A.1:** Berechnung des NUP für die *Long Level* Richtung als Scheitelpunkt der angepassten Parabel an die Messwerte.

Der NUP des Gravimeters für die *Long Level* Richtung ergibt sich wie folgt: die Parabelgleichung wird einmal nach  $x$  differenziert, dann null gesetzt und nach  $x$  (Libellenposition für den NUP) aufgelöst.

$$y = -0.0004x^2 - 0.0166x + 2.9371 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{dy}{dx} = -0.0008x - 0.0166 = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$x = -20.8 \text{ Skt} . \quad (\text{A.6})$$

Für  $y$  (gezeitenkorrigiertes Messsignal am NUP) ergibt sich:

$$y = -0.0004 \cdot (-20.8)^2 - 0.0166 \cdot (-20.8) + 2.9371 = 3.1 \text{ V} . \quad (\text{A.7})$$

Somit liegt der NUP bei einer Libellenposition von etwa -20 Skt. Damit wurde die Libelle für die *Long Level* Richtung mithilfe der Justierschraube BALANCE (BAL) von -20 Skt auf 0 Skt korrigiert.

NUP-Test für die *Cross Level* Libelle

In Tabelle A.2 sind die Messwerte vom NUP-Test der *Cross Level* Richtung und die gezeitenkorrigierten Messsignale angegeben.

In Abb. A.2 sind die gezeitenkorrigierten Messsignale über den Libellenpositionen aufgetragen. Durch Regressionsrechnung ergibt sich folgende Parabelgleichung:

$$y = -0.0002x^2 + 0.0004x + 2.985 . \tag{A.8}$$

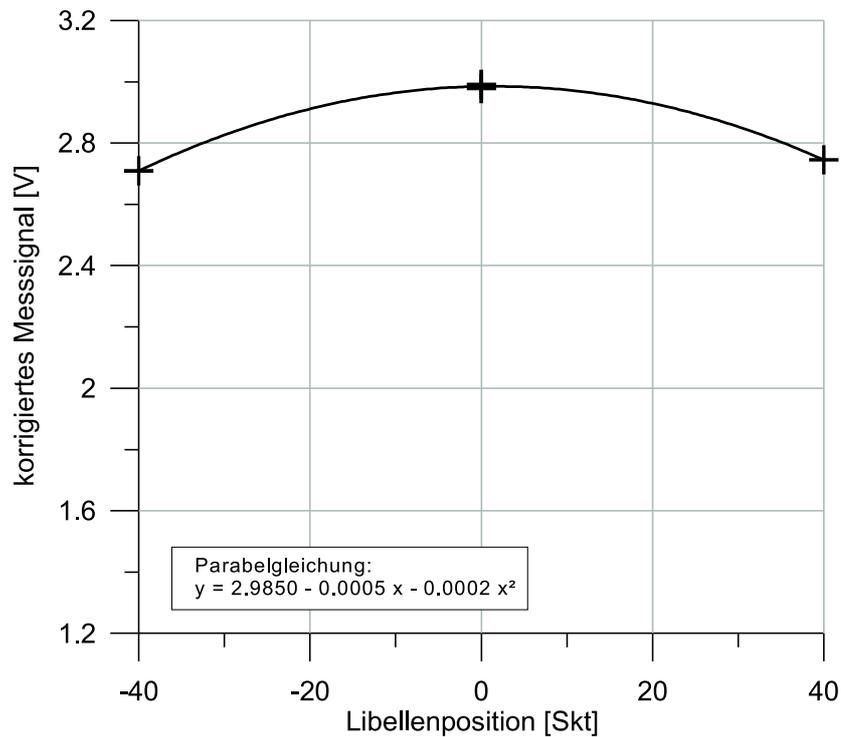
Für den NUP des Gravimeters für die *Cross Level* Richtung gilt:

$$y = -0.0002x^2 + 0.0004x + 2.985 \tag{A.9}$$

$$x = 1 \text{ Skt} . \tag{A.10}$$

**Tabelle A.2:** Messwerte vom NUP-Test der *Cross Level* Richtung und gezeitenkorrigiertes Messsignal.

| Zeit (UT) | Libellenposition [Skt] | Messsignal [V] | Gezeiten [mV] | Gezeitenkorr. Messsignal [V] |
|-----------|------------------------|----------------|---------------|------------------------------|
| 09:05     | 0                      | 2.78           | 198           | 2.98                         |
| 09:07     | 40                     | 2.55           | 195           | 2.75                         |
| 09:09     | 0                      | 2.80           | 192           | 2.99                         |
| 09:11     | -40                    | 2.52           | 189           | 2.71                         |



**Abbildung A.2:** Berechnung des NUP für die *Cross Level* Richtung als Scheitelpunkt der angepassten Parabel an die Messwerte.

Für  $y$  (gezeitenkorrigiertes Messsignal am NUP) ergibt sich:

$$y = -0.0002 \cdot 1^2 + 0.0004 \cdot 1 + 2.985 = 2.98 \text{ V} . \quad (\text{A.11})$$

Somit ist die Libelle für die *Cross Level* Richtung in der NUP Position. Eine Korrektur der Libellenposition ist nicht nötig.

Auch bei der Durchführung des NUP-Tests in Moxa wurde die Position der *Cross Level* Libelle nicht verändert.

### A.2.2 Elektronikabgleich

Darauf folgend wurde der mechanische Nullpunkt mit dem elektronischen Nullpunkt in Übereinstimmung gebracht. Dazu wurden die einzelnen, vom Hersteller vorgesehenen Schritte abgearbeitet.

### Demodulator Offset

Zuerst werden die vorgegebenen Schaltereinstellungen vorgenommen. Diese bewirken, dass am Demodulator und auch am Integrator (entscheidend für den zweiten Arbeitsschritt) die Eingangssignale null sind. Wird nun mit einem Digitalvoltmeter (DVM) an der Buchse DEMOD OUTPUT eine Restspannung registriert, so handelt es sich um einen Offset, der durch das Potentiometer DEMOD TRIM auf Platine 1 auf 0 V zurückgesetzt werden kann.

Der Offset des Demodulators betrug beim Überprüfen 0.017 V im verwendeten Messbereich von 2 V. Mithilfe des Potentiometers wurde dieser Offset auf 0 V korrigiert.

### Integrator Offset

Das Ausgangssignal des Integrators kann an der Buchse TIDE mit einem DVM abgegriffen werden. Falls ein Offset vorhanden ist, kann dieser ebenfalls mit einem Potentiometer auf Platine 1 beseitigt werden.

Beim Kontrollieren des Integratorsignals im 2 V Messbereich betrug der Output an der TIDE Buchse 0 V. Somit war eine Korrektur des Offsets nicht erforderlich.

### Drive Level

An der Buchse DRIVE LEVEL kann mit einem DVM die Amplitude der Wechselspannung, welche die zwei äußeren Kondensatorplatten versorgt, überprüft werden. Nach den Herstellerangaben sollte diese 2.5 V betragen.

Im 20 V Messbereich wurde an der DRIVE LEVEL Buchse eine Spannung von 2.49 V gemessen. Damit war eine Verbesserung nicht notwendig.

### Quadratur Correction

In diesem Arbeitsschritt wird ein Zweistrahloszilloskop an die Buchsen OSC REF und QUAD CORR angeschlossen. Dabei wird an dem OSC REF Ausgang die

Referenzfrequenz eines Oszillators abgegriffen, der für die phasenempfindliche Gleichrichtung des Gravimetersignals im Demodulator notwendig ist. Am QUAD CORR Ausgang kann die Korrekturspannung des Demodulators kontrolliert werden. Diese sollte bei den gegebenen Einstellungen null sein.

Bei der Durchführung der Quadratur Correction hatte das QUAD CORR Signal eine doppelte Amplitude von 0.3 V. Zum Verstellen dieser Spannung sollte ein Potentiometer auf der Platine 1 dienen. Veränderungen am Potentiometer führten zur Phasenverschiebung, aber nicht zur Amplitudenverstellung des Signals. Also wurden der OSC REF und der QUAD CORR Output gleichphasig eingestellt, und das QUAD CORR Signal mit einer doppelten Amplitude von 0.3 V belassen.

#### AC Signal

Dabei handelt es sich um das Eingangssignal für den Demodulator, das durch Umstecken des Zweistrahloszilloskops von QUAD CORR auf AC SIGNAL auf dem Bildschirm kontrolliert werden kann. Durch Arretieren und Entarretieren des Beams wird dieser von Anschlag zu Anschlag bewegt. Dabei darf das AC Signal keine Sättigungen an den Kurvenextrema zeigen.

Bei der Überprüfung des AC Signals waren keine Sättigungseffekte an den Kurvenextrema zu erkennen.

#### Drive Offset

Mit einem DVM wird an der Buchse DRIVE OFFSET die Spannung abgelesen. Diese sollte bei 4.4 V liegen, weil dann die Nichtlinearität der Rückkopplungsspannung für die äußeren zwei Kondensatorplatten zur Schwereänderung am geringsten ist.

An der DRIVE OFFSET Buchse wurden 4.38 V gemessen. Dieser Wert liegt im gewünschten Bereich.

### Buffered Seismic

In diesem Arbeitsschritt wird der Beam in die Mittelposition zwischen den zwei äußeren Kondensatorplatten gebracht. Dazu wird am Ausgang BUFFERED SEISMIC ein DVM angeschlossen und dann die Spindel des Gravimeters so verstellt, dass das DVM 0 V anzeigt. Dabei sollten die Gezeitenänderungen relativ gering (kleiner 10  $\mu\text{Gal}$  in der Stunde) sein.

Die Gezeitenänderungen betragen zur Zeit der Durchführung (Beginn: 10:40 UT) ca. 1  $\mu\text{Gal}$  pro 10 Minuten. Damit die Spannung an der BUFFERED SEISMIC Buchse 0 V anzeigte, wurde die Spindel auf 63951 Skt verstellt.

### Demodulator Output

Das Zweistrahloszilloskop wird mit den Ausgängen OSC REF und DEMOD OUTPUT verbunden. Diese zwei Signale sollten keine Phasenverschiebung zeigen. Falls das nicht der Fall ist, kann das DEMOD OUTPUT Signal durch Drehen am Potentiometer FREQ auf Platine 1 korrigiert werden. Wenn Veränderungen in diesem Schritt nötig sind, muss im Anschluss die Spannung an der QUAD CORR Buchse überprüft werden (sollte 0 V anzeigen), da sich diese zwei Einstellungen gegenseitig beeinflussen.

Bei der Überprüfung mit dem Zweistrahloszilloskop musste eine Phasenkorrektur des DEMOD OUTPUT Signals vorgenommen werden. Danach wurde die QUAD CORR Spannung mit dem entsprechenden Potentiometer auf 0 V zurückgesetzt.

### Test Mode

Jetzt werden die bis hierher vorgenommenen Einstellungen kontrolliert. Nach Umstellen der Schalter für die normale Gezeitenregistrierung muss die Spannung am BUFFERED SEISMIC Ausgang weiterhin 0 V anzeigen und die Readingline (gibt Position des Beams zwischen den zwei Kondensatorplatten an) muss bei 3.6 Skt stehen. Ist die BUFFERED SEISMIC Spannung nicht bei 0 V, muss

mithilfe der Spindel nachkorrigiert werden, wobei sich die Readingline nicht verändern darf. Falls das doch der Fall ist, müssen das Gravimeter geöffnet und die Kondensatorplatten verstellt werden.

Nachdem die angegebenen Schalterstellungen vorgenommen waren, stand das BUFFERED SEISMIC Signal nicht mehr bei 0 V. Daraufhin wurde die Gravimeterskala von 63951 Skt auf 63730 Skt verstellt, sodass am BUFFERED SEISMIC Ausgang das DVM wieder 0 V anzeigte. Die Readingline lag nach der Veränderung immer noch bei 3.6 Skt.

Damit können alle bis hierher vorgenommenen Einstellungen an der Gravimeterelektronik als erfolgreich abgeschlossen betrachtet werden, weil nun der mechanische und elektronische Nullpunkt übereinstimmen.

### A.2.3 Linearitätstest

Hierbei wird die Linearität zwischen der Gravimeterausgangsspannung in (V) und der Schwereänderung untersucht. Liegt die Nichtlinearität unter 1%, dann waren alle Einstellungen an der Elektronik des Erdzeitengravimeters ET18 richtig und die Kalibrierung ist abgeschlossen.

Zur Ermittlung der Nichtlinearität wird zuerst mithilfe der Spindel die Gravimeterskala so eingestellt, dass die Ausgangsspannung des Gravimeters in etwa 0 V anzeigt. Diese war bei einer Spindelstellung von 63920 Skt erreicht.

Danach wird die Spindel einmal oberhalb (Position 1) und einmal unterhalb (Position 2) der Nullzählerstellung um 8000 Skt (entspricht etwa  $8 \frac{\mu m}{s^2}$ ) verstellt und die zugehörigen Messsignale vom Gravimeter registriert. Der Vorgang sollte mindestens einmal wiederholt werden, wobei die jeweilige Skalenposition immer von der gleichen Richtung angefahren werden muss, um nicht durch den toten Gang des Spindelgetriebes Messungenauigkeiten zu erhalten. Im Anschluss wurde aus den gezeiten- und driftkorrigierten Messsignalen die Nichtlinearität berechnet.

In Tabelle A.3 sind die Messwerte Zeit, Spindelstellung und Messsignal, die be-

rechneten Gezeiten und das gezeiten- und driftkorrigierte Messsignal angegeben. Zur Berechnung der Nichtlinearität wurden zuerst die korrigierten Messsignale zur jeweiligen Spindelstellung gemittelt:

$$\text{Spindelstellung 71920 Skt: } \frac{-7.74 \text{ V} + (-7.73 \text{ V})}{2} = -7.735 \text{ V} = U_1 \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Spindelstellung 55920 Skt: } \frac{7.59 \text{ V} + 7.63 \text{ V}}{2} = 7.61 \text{ V} = U_2 . \quad (\text{A.13})$$

Über folgende Formel wird die Nichtlinearität  $NL$  bestimmt:

$$NL = \frac{|U_1| - |U_2|}{|U_1| + |U_2|} = \frac{0.125 \text{ V}}{15.345 \text{ V}} = 0.0081 . \quad (\text{A.14})$$

Damit ergibt sich eine Nichtlinearität von 0.81%.

Der Umrechnungsfaktor  $UF$  zwischen dem elektrischen Messsignal und den Spindelumdrehungen ist

$$UF = \frac{|U_1| + |U_2|}{CU_1 - CU_2} = \frac{15.345 \text{ V}}{16000 \text{ Umdrehungen}} = 0.959 \frac{mV}{\text{Umdrehung}} \quad (\text{A.15})$$

mit der Spindelposition  $CU$ .

**Tabelle A.3:** Messwerte vom Linearitätstest mit gezeiten- und driftkorrigiertem Messsignal

| Zeit (UT) | Spindelstellung [Skt] | Messsignal [V] | Gezeiten [mV] | Gezeitenkorr. Messsignal [V] | Driftkorr. Messsignal [V] |
|-----------|-----------------------|----------------|---------------|------------------------------|---------------------------|
| 11:11     | 63920                 | -0.12          | 200           | -0.32                        | 0                         |
| 11:19     | 71920                 | -7.85          | 212           | -8.06                        | -7.74                     |
| 11:27     | 63920                 | -0.11          | 225           | -0.34                        | 0                         |
| 11:35     | 55920                 | 7.51           | 239           | 7.27                         | 7.59                      |
| 11:43     | 63920                 | -0.08          | 254           | -0.33                        | 0                         |
| 11:52     | 71920                 | -7.78          | 272           | -8.05                        | -7.73                     |
| 12:00     | 63920                 | -0.04          | 288           | -0.33                        | 0                         |
| 12:11     | 55920                 | 7.62           | 311           | 7.31                         | 7.63                      |
| 12:21     | 63920                 | 0              | 333           | -0.33                        | 0                         |

### A.3 Ergebnisse und Diskussion

Die Kalibrierung der Gravimetelelektronik hat zu folgenden Ergebnissen geführt:

Die Nichtlinearität des Erdzeitengravimeters ET18 liegt bei 0.81%, bei einem verwendeten *Drive Level* von 2.49 V und einem *Drive Offset* von 4.37 V.

Der Umrechnungsfaktor zwischen Messsignaländerung und Spindelumdrehung beträgt 0.959 mV/Umdrehung.

Die Kalibrierung der Elektronik wurde am 16.03.2007 ohne Komplikationen erfolgreich durchgeführt und abgeschlossen.



## B Programmcode diskrete Fourieranalyse

Das Programm *FourierAnalysis.exe* wurde in *Microsoft Visual Studio 2005* in der Sprache *C#* geschrieben. Mit dem Programm wird das Spektrum einer Zeitreihe durch den Algorithmus der diskreten Fourieranalyse berechnet. Die Messwerte müssen im ETERNA-Format (Auflistung B.1) vorliegen. Die berechneten Werten für die Frequenzen, Fourier Koeffizienten, Amplituden, Phasen und Amplitudenquadrate werden in einer Textdatei gespeichert.

```

File      :ET18g_070711-080717.roh.dat
Status    :Rohdaten
Start     :20070711 092200
End       :20080718 000450
Comment   :ET18 Schwerewerte (mV)
           Moxa, Gravimeterraum

Remarks  :

C*****
CHAN      1.000
77777777 .000
20070711 092200 -3032.360
20070711 092210 -3031.775
20070711 092220 -3031.388
20070711 092230 -3031.280
20070711 092240 -3031.584
20070711 092250 99999.999
20070711 092300 99999.999
20070711 092310 -3031.018
20070711 092320 -3029.596
20070711 092330 -3028.584

```

**Auflistung B.1:** ETERNA-Format mit 14 Kopfzeilen und drei Spalten mit Datum, Uhrzeit und den Messwerten im Format f10.3 und der Lückenkenung 99999.999.

Die Inputparameter des Programms sind: die Messwerte *measuredValues*, die damit verbundene Anzahl der Werte *N*, die Lückenkenung *gap*, die Abtastrate *sra*-

*te* (die auch aus der Zeitinformation aus der Inputdatei berechnet werden kann) und ein Faktor *T* für die Ausgabe der gewählten Frequenzeinheit. Der folgende Quellcode enthält die Berechnung der Fourier Koeffizienten und die dafür nötigen Teilrechnungen für die Bestimmung des Mittelwertes, des Korrekturfaktors bei der Anwendung einer Fensterfunktion und die Fensterfunktionen.

```
1 double[] measuredValues;
2 long N;
3 double gap;
4 TimeSpan srate;
5 double T;
6
7 //-----
8 // Berechnung der Frequenzen, Fourier Koeffizienten, Amplituden,
9 // Phasen und Power Werten
10 //-----
11 double startF = 0d; //Startfrequenz
12 double Fny = 0d; //Endfrequenz (Nyquist Frequenz)
13 long startFi = 0; //Startindex
14 long endFi = 0; //Endindex
15
16 Fny = 1d / (2d * srate.TotalSeconds);
17 startFi = (long)(startF * srate.TotalSeconds * (double)N);
18 endFi = (long)(endF * srate.TotalSeconds * (double)N);
19
20 double dF = 1d / ((double)N); //Schrittweite der Frequenz
21 long NF = endFi - startFi; //Anzahl der Frequenzwerte
22 double dAng = 2d * Math.PI / (double)N; //Schrittweite des Winkels
23 double ang = (double)startFi * dAng; //Anfangswinkel
24
25 double[] Ak = new double[NF + 1]; //Fourier Koeff. der cos-Terme
26 double[] Bk = new double[NF + 1]; //Fourier Koeff. der sin-Terme
27 double[] F = new double[NF + 1]; //Frequenzqerte
28 double[] Ampl = new double[NF + 1]; //Amplitudenwerte
29 double[] Ph = new double[NF + 1]; //Phasenwerte
30 double[] Pow = new double[NF + 1]; //Powerwerte
31
32 double average = averageCalc(); //Mittelwert der Messwerte
33 double fac = factor(); //Korrekturfaktor
34 double[] tmpWork = workArray(); //Werte für Fourieranalyse
35
36 for (long k = 0; k <= NF; k++)
37 {
38 double cos = Math.Cos(ang);
```

```

39 double sin = Math.Sin(ang);
40
41 double A = 0d;
42 double B = 0d;
43
44 for (long i = 0; i < N; i++)
45 {
46     double tmpA = A;
47     double tmpB = B;
48     long index = (N - 1) - i;
49
50     A = cos * tmpA - sin * tmpB + tmpWork[index];
51     B = sin * tmpA + cos * tmpB;
52 }
53 F[k] = (double)(startFi + k) * dF * T / (srate.TotalSeconds);
54 Ak[k] = A * 2d / (double)N;
55 Bk[k] = B * 2d / (double)N;
56 Ampl1[k] = Math.Sqrt(Math.Pow(Ak[k], 2) + Math.Pow(Bk[k], 2));
57 Ph1[k] = Math.Atan2(-Bk[k], Ak[k]);
58 Pow1[k] = Math.Pow(Ak[k], 2) + Math.Pow(Bk[k], 2);
59
60 ang += dAng;
61 }
62
63 //-----
64 // Berechnung Werte für Fourieranalyse
65 //-----
66 private double[] workArray()
67 {
68     for (int i = 0; i < N; i++)
69         tmpWork[i] = ((fac * tmpWork[i]) - average) * window((double)(i));
70
71     return tmpWork;
72 }
73
74 //-----
75 // Berechnung des Mittelwertes der Messwerte,
76 // dabei werden Lücken in der Messreihe ignoriert
77 //-----
78 public double averageCalc()
79 {
80     double sum = 0d; //Messwertsumme
81     long k = 0; //Anzahl Messwerte (ohne Lücken)
82     double av = 0d; //Mittelwert
83

```

```
84 for (long i = 0; i < N; i++)
85 {
86     if (measuredValues[startTi + i] != gap)
87     {
88         sum += measuredValues[startTi + i];
89         k++;
90     }
91 }
92 av = sum / ((double)k);
93
94 return av;
95 }
96
97 //-----
98 // Berechnung des Korrekturfaktors für die Fensteranwendung
99 //-----
100 private double factor()
101 {
102     double fac = 1d; //Korrekturfaktor
103     double win = 1d; //Werte der Fensterfunktion
104     double a = 0d; //Parameter für Gauss Fenster
105
106     a = Convert.ToDouble(txtGaussParameter.Text);
107
108     if (rbttBarlett.Checked)
109         fac = 2d;
110     else if (rbttTukeyHann.Checked)
111         fac = 2d;
112     else if (rbttHamming.Checked)
113     {
114         for (double i = 0; i < (double)N; i++)
115         {
116             win = 0.54d + 0.46d * Math.Cos(2d * Math.PI *
117                 ((i / ((double)N - 1d)) - 0.5d));
118             fac += win;
119         }
120         fac = ((double)N - 1d) / fac;
121     }
122     else if (rbttGauss.Checked)
123     {
124         for (double i = 0; i < (double)N; i++)
125         {
126             win = Math.Exp(-0.5d * Math.Pow(2d * a *
127                 ((i / ((double)N - 1d)) - 0.5d), 2d));
128             fac += win;
```

```
129     }
130     fac = ((double)N - 1d) / fac;
131 }
132 return fac;
133 }
134
135 //-----
136 // Berechnung der Werte der Fensterfunktion
137 //-----
138 private double window(double i)
139 {
140     double win = 1d;           //Werte der Fensterfunktion
141     double imax = (double)N - 1d; //maximaler Index
142     double a = 0d;           //Parameter für Gauss Fenster
143
144     a = Convert.ToDouble(txtGaussParameter.Text);
145
146     if (rbttBarlett.Checked)
147         win = 1d - Math.Abs((2d * i / imax) - 1d);
148     else if (rbttTukeyHann.Checked)
149         win = 0.5d + 0.5d * Math.Cos(2d * Math.PI * ((i / imax) - 0.5d));
150     else if (rbttHamming.Checked)
151         win = 0.54d + 0.46d * Math.Cos(2d * Math.PI * ((i / imax) - 0.5d));
152     else if (rbttGauss.Checked)
153         win = Math.Exp(-0.5d * Math.Pow(2d * a * ((i / imax) - 0.5d), 2d));
154
155     return win;
156 }
```



## C Herleitung des Gezeitenpotenzials für die Erde

Die wirkende Gezeitenkraft auf der Erde wird durch die Zentrifugalkraft und die Gravitationskraft verursacht. Betrachtet man ein Zweikörperproblem aus Erde und gezeitenerzeugendem Himmelskörper (z. B. Mond oder Sonne), so entsteht die Zentrifugalkraft durch die Rotation der Erde um den gemeinsamen Massenschwerpunkt des Systems (Baryzentrum). Die Gravitationskraft wirkt in Richtung der Verbindungslinie zwischen Beobachtungspunkt auf der Erde und Massenschwerpunkt des Himmelskörpers (der als Punktmasse, bei dem die gesamte Masse im Schwerpunkt sitzt, betrachtet wird). Im Erdmittelpunkt heben sich Zentrifugalkraft ( $\vec{F}_b$ ) und Gravitationskraft ( $\vec{F}_g$ ) auf:

$$\vec{F}_b = \vec{F}_g \quad (\text{C.1})$$

$$M_E \cdot \vec{a}_b = G \frac{M_E \cdot M_H}{d^2} \cdot \frac{\vec{d}}{d} . \quad (\text{C.2})$$

Dabei ist  $d$  der Abstand zwischen Beobachtungspunkt auf der Erde und Massenschwerpunkt des Himmelskörpers,  $G$  die Newton'sche Gravitationskonstante,  $\vec{a}_b$  die Zentrifugalbeschleunigung,  $M_E$  die Masse der Erde und  $M_H$  die Masse des Himmelskörpers.

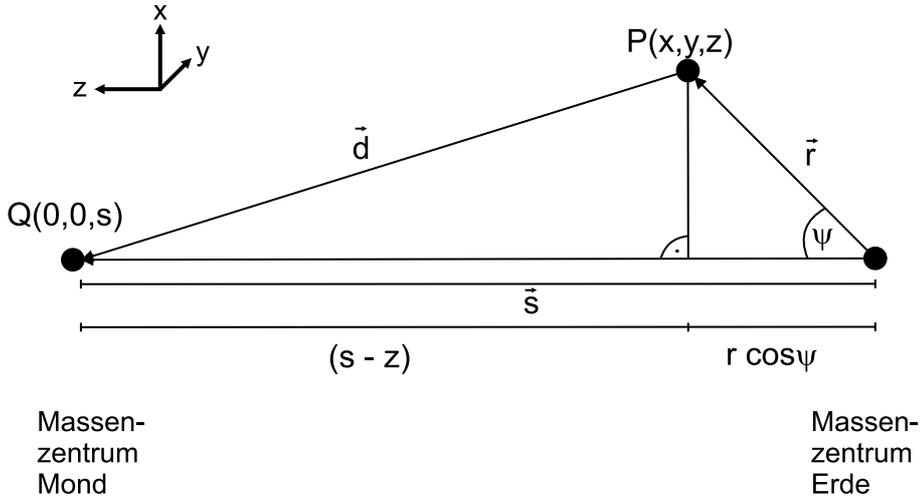
Für den Erdmittelpunkt ergeben sich mit den Bezeichnungen aus Abb. C.1 folgende Gleichungen für die Zentrifugalbeschleunigung und die Gravitationsbeschleunigung. Das verwendete rechtwinklige Koordinatensystem hat seinen Ursprung im Erdmittelpunkt und die z-Achse zeigt in Richtung Schwerpunkt des Himmelskörpers.

$$-\vec{a}_b = GM_H \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\vec{s}}{s} \quad (\text{C.3})$$

$$\vec{a}_g = GM_H \frac{1}{d^2} \cdot \frac{\vec{d}}{d} . \quad (\text{C.4})$$

Aus der Vektoraddition ergibt sich für die Gezeitenbeschleunigung  $\vec{b}$ :

$$\vec{b} = \vec{a}_g - \vec{a}_b = GM_H \left( \frac{1}{d^2} \cdot \frac{\vec{d}}{d} - \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\vec{s}}{s} \right) . \quad (\text{C.5})$$



**Abbildung C.1:** Verwendete Größen zur Herleitung des Gezeitenpotenzials für die Erde (Wenzel, 1997a).

Zur Berechnung der Erdgezeiten wird anstelle der vektoriellen Gezeitenbeschleunigung  $\vec{b}$  das skalare Gezeitenpotenzial  $V$  benutzt:

$$\vec{b} = \text{grad } V = \frac{\partial V}{\partial \vec{r}} = \left( \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right) . \quad (\text{C.6})$$

Die Bedingung, damit das Gezeitenpotenzial im Erdinneren null wird ( $V(0) = 0$ ), ist mit folgender Gleichung bei  $d = s$  erfüllt:

$$V = GM_H \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{s} \right) . \quad (\text{C.7})$$

Zur Kontrolle wird der Gradient von  $V$  gebildet. Das Ergebnis sollte mit der rechten Seite von Gleichung (C.5) übereinstimmen. Die Strecke  $d$  zwischen den Punkten P und Q berechnet sich nach Abb. C.1 wie folgt:

$$\vec{d} = \vec{s} - \vec{r} = (0, 0, s) - (x, y, z) = (-x, -y, (s - z)) \quad (\text{C.8})$$

$$d^2 = x^2 + y^2 + (s - z)^2 . \quad (\text{C.9})$$

Setzt man Gleichung (C.9) in (C.7) ein und beachtet, dass  $s$  konstant ist, dann

ergibt sich für die Gezeitenbeschleunigung:

$$\vec{b} = \text{grad } V = \text{grad} \left[ GM_H \frac{1}{(x^2 + y^2 + (s - z)^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (\text{C.10})$$

$$= GM_H \frac{1}{d^3} (-x, -y, (s - z)) \quad (\text{C.11})$$

$$= GM_H \frac{1}{d^2} \cdot \frac{\vec{d}}{d} . \quad (\text{C.12})$$

Vergleicht man nun (C.12) mit der rechten Seite von Gleichung (C.5), dann fällt auf, dass der in z-Richtung weisende Term  $-GM_H \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\vec{s}}{s}$  für die Zentrifugalbeschleunigung fehlt. Addiert man zum Gezeitenpotenzial aus (C.7) den Term  $V_b = -GM \frac{1}{s^2} z$  und ersetzt  $z$  durch  $z = r \cos \psi$  (Abb. C.1), dann berechnet sich das Gezeitenpotenzial für die Erde nach folgender Gleichung:

$$V = GM_H \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{s} - \frac{r \cos \psi}{s^2} \right) . \quad (\text{C.13})$$

Da die Größen  $r$  und  $d$  von der Lage des Beobachtungspunktes auf der Erde abhängen, wird zuerst  $d$  mithilfe des Cosinussatzes umgeschrieben.

$$d^2 = r^2 + s^2 - 2rs \cos \psi \quad (\text{C.14})$$

$$d = s \sqrt{\left(\frac{r}{s}\right)^2 + 1 - 2\frac{r}{s} \cos \psi} . \quad (\text{C.15})$$

Weil  $\frac{r}{s} \ll 1$  ist, lässt sich der Ausdruck für  $d$  in eine Potenzreihe mit Legendre Polynomen 1. Art entwickeln. Dabei wird die allgemeine Gleichung für die erzeugende Funktion der Legendre Polynome  $P_n(x)$  mit  $-1 \leq x \leq 1$  genutzt:

$$(1 - 2xz + z^2)^{\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) z^n . \quad (\text{C.16})$$

Die Legendre Polynome  $P_n(x)$  1. Art sind die einzigen linear unabhängigen Lösungen der Legendreschen Differentialgleichung und können durch die Rodrigues-Formel berechnet werden:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \cdot \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n . \quad (\text{C.17})$$

Bildet man den reziproken Wert von  $d$  in (C.15) und wendet den Zusammenhang aus Gleichung (C.16) darauf an, dann erhält man für  $\frac{1}{d}$ :

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{s} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \psi) \left(\frac{r}{s}\right)^n . \quad (\text{C.18})$$

Für das Gezeitenpotenzial  $V$  in (C.13) ergibt sich nach Einsetzen von (C.18):

$$V = \frac{GM_H}{s} \left( \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \psi) \left(\frac{r}{s}\right)^n - 1 - \frac{r}{s} \cos \psi \right) . \quad (\text{C.19})$$

Die Gleichung (C.19) lässt sich vereinfachen, wenn die Legendre Polynome für den 0. und 1. Grad nach der Gleichung (C.17) berechnet und eingesetzt werden. Die Legendre Polynome für  $n = 0$  und  $n = 1$  lauten

$$P_0(\cos \psi) = 1 \quad (\text{C.20})$$

$$P_1(\cos \psi) = \cos \psi \quad (\text{C.21})$$

und für das Gezeitenpotenzial  $V$  folgt aus (C.19) mit (C.20) und (C.21):

$$V = \frac{GM_H}{s} \sum_{n=2}^{\infty} P_n(\cos \psi) \left(\frac{r}{s}\right)^n . \quad (\text{C.22})$$

Der Quotient  $\frac{r}{s}$  beträgt für den Mond  $1.6 \cdot 10^{-2}$  und für die Sonne  $4 \cdot 10^{-5}$ . Damit konvergiert die Reihe in Gleichung (C.22) sehr schnell und für die Berechnung des Gezeitenpotenzials werden in den heutigen Gezeitenpotenzialkatalogen (z. B. der Katalog HW95 nach [Hartmann und Wenzel \(1995\)](#)) für den Mond  $n = 6$ , für die Sonne  $n = 3$  und für die Planeten  $n = 2$  verwendet.

Nach Gleichung (C.22) wird das Gezeitenpotenzial  $V$  durch die Legendre Polynome 1. Art (zonale Kugelfunktionen,  $P_n(x) = P_n^0(x)$ ) beschrieben. Das Gezeitenpotenzial der Erde hat aber nicht nur rein zonale Anteile, sondern auch tesserale Anteile. Durch Überlagerung der zonalen und tesseralen Anteile ergibt sich eine sektorielle Einteilung der Gezeitenpotenzialfläche der Erde (Abb. C.2). Zur mathematischen Beschreibung der tesseral oder sektoriell unterteilten Kugelflächen

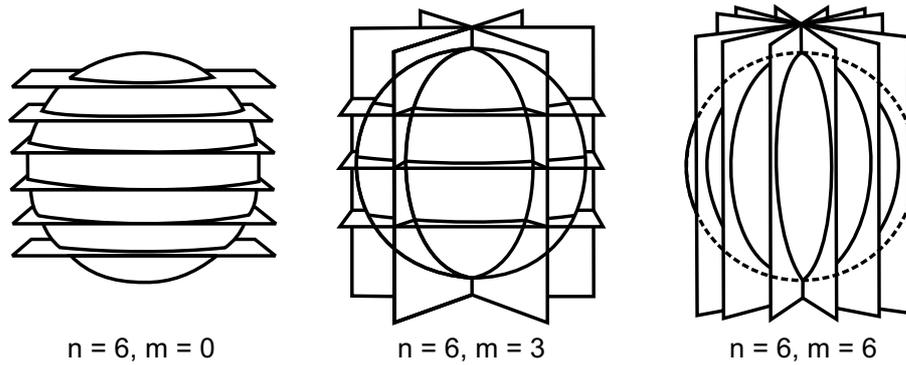
werden aus den Legendre Polynomen 1. Art aus Gleichung (C.17) die zugeordneten Legendre Polynome  $P_{n,m}(x)$  mit  $m \leq n$  abgeleitet. Sie stellen die Lösungen der zugeordneten Legendreschen Differentialgleichung dar:

$$P_{n,m}(x) = (-1)^m (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) . \quad (\text{C.23})$$

Mit dem Normierungsfaktor nach Schmidt ergeben sich aus (C.23) die vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynome  $P_n^m(x)$  mit  $0 \leq m \leq n$

$$P_n^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \sqrt{(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} (2-\delta_{m,0})} . \quad (\text{C.24})$$

Dabei ist  $\delta_{m,0}$  das Kronecker-Symbol.



**Abbildung C.2:** Darstellung der zugeordneten Legendre Polynome nach Torge (1989). Links: zonal, Mitte: sektoriell, Rechts: tesseral.

Für die Gleichungen (C.16), (C.17), (C.23) und (C.24) gilt für die Anwendung auf die Erde  $x = \cos \psi$ . Zur einfacheren Berechnung des Gezeitenpotenzials wird der Zenitwinkel  $\psi$  des Himmelskörpers durch die geozentrischen sphärischen Koordinaten der Station und des Himmelskörpers ausgedrückt. Die Umformung wird mithilfe des Seiten-Cosinussatz im sphärischen Dreieck (Abb. C.3) durchgeführt. Als Referenzmeridian dient dabei der Längengreis durch Greenwich.

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \theta_b + \sin \theta \sin \theta_b \cos(\lambda - \lambda_b) \quad (\text{C.25})$$

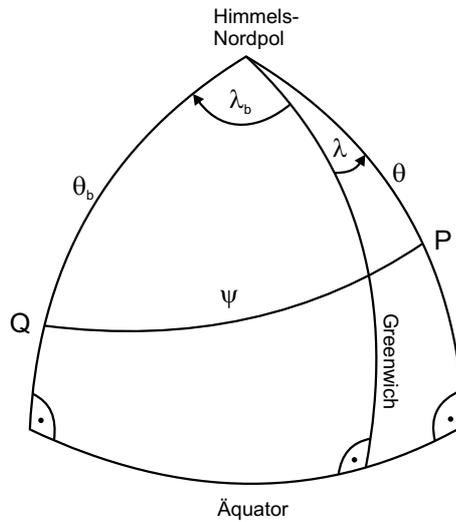
mit der Co-Breite der Station  $\theta$ , dem Winkelabstand der Station  $\lambda$  bezogen auf den Meridian durch Greenwich, dem Winkelabstand des Himmelskörpers zum Himmelsnordpol  $\theta_b$  und dem Stundenwinkel des Himmelskörpers  $\lambda_b$ .

Mit (C.25) können die Legendre Polynome  $P_n(\cos \psi)$  durch die vollständig normierten zugeordneten Legendre Polynome wie folgt berechnet werden:

$$P_n(\cos \psi) = \frac{1}{(2n + 1)} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \cdot P_n^m(\cos \theta_b) \cdot \cos(m\lambda - m\lambda_b). \quad (\text{C.26})$$

Für  $P_1(\cos \psi)$  ergibt sich aus (C.26) mit (C.17) und (C.24) die Gleichung (C.25). Das Gezeitenpotenzial  $V$  aus Gleichung (C.22) berechnet sich nun mit (C.26) wie folgt:

$$V = \frac{GM_H}{s} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r}{s}\right)^n \frac{1}{(2n + 1)} \sum_{m=0}^n P_n^m(\cos \theta) \cdot P_n^m(\cos \theta_b) \cdot \cos(m\lambda - m\lambda_b). \quad (\text{C.27})$$



**Abbildung C.3:** Verwendete Größen im sphärischen Himmelsdreieck nach [Wenzel \(1976\)](#). Dabei steht Q für den Himmelskörper und P für die Station auf der Erde.