



Ilmenauer Schriften zur
Betriebswirtschaftslehre
1/2007

Graphische Verfahren zur
Maschinenbelegungsplanung:
Lösungsansätze für Probleme mit
zwei Aufträgen und mehrdimensionale
Erweiterungen

Rainer Souren, Kurt Gerlach

Institut für Betriebswirtschaftslehre der Fakultät für
Wirtschaftswissenschaften der Technischen Universität Ilmenau
www.tu-ilmenau.de/is-ww
ISSN 2192-4643
URN [urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200099](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200099)

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übertragung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches oder Teilen daraus, bleiben vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden.

© VERLAG proWiWi e. V., Ilmenau, 2007

Ilmenauer Schriften zur Betriebswirtschaftslehre
www.tu-ilmenau.de/is-ww

Herausgeber:

Univ.-Prof. Dr. sc. oec. Rolf Dintner, Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Katja Gelbrich,
Prof. Dr. rer. pol. David Müller, Univ.-Prof. Dr. rer. oec. habil. Ute Schmiel,
Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Rainer Souren

ISSN 1866-2145 (Druckausgabe)

ISSN 2192-4643 (Online)

ISBN 978-3-940882-00-4 (Druckausgabe)

URN urn:nbn:de:gbv:ilm1-2011200099

Ilmenauer Schriften zur
Betriebswirtschaftslehre
1/2007

Graphische Verfahren zur Maschinenbelegungsplanung:

Lösungsansätze für Probleme mit zwei Aufträgen und mehrdi-
mensionale Erweiterungen

Rainer Souren¹, Kurt Gerlach²

¹Univ.-Prof. Dr. rer. pol. habil. Rainer Souren,
Leiter des Fachgebiets Produktionswirtschaft/Industriebetriebslehre an der TU Ilmenau

²Cand. Dipl.-Ing. Kurt Gerlach, Student der Mechatronik an der TU Ilmenau

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung, Zielsetzung und Aufbau	1
1.2	Prämissen und Ausgangsbeispiel	2
2	Lösungsverfahren für Probleme mit 2 Aufträgen	4
2.1	Ausgangspunkt: Das graphische Verfahren von Akers	4
2.2	Erweiterungen und Varianten des Verfahrens	7
2.2.1	Vereinfachungen des Optimierungskriteriums	7
2.2.2	Das Verfahren von Hardgrave und Nemhauser	8
2.2.3	Das Diagonalverfahren von Mensch	9
3	Erweiterungen graphischer Verfahren auf Probleme mit mehr als zwei Aufträgen	12
3.1	3-dimensionale graphische Lösungsansätze	13
3.1.1	Visualisierung der Konfliktzonen	13
3.1.2	Anwendung des Verfahrens von Hardgrave/Nemhauser im 3-dimensionalen Fall	15
3.2	Dekomposition in 2-dimensionale Probleme	17
4	Ein Verfahren zur sukzessiven Einplanung mehrerer Aufträge	19
4.1	Verfahrensablauf	19
4.2	Kritische Würdigung	22
5	Resümee	24
	Anhang 1: Ablaufpläne der drei Wege in Abbildung 4	26
	Anhang 2: Beispiel für die ungünstige Lage einer Konfliktzone	27
	Literaturverzeichnis	28

1 Einleitung

1.1 Problemstellung, Zielsetzung und Aufbau

In Produktionsplanungs- und -steuerungssystemen (PPS-Systemen) bzw. Advanced Planning Systems (APS) ist die Maschinenbelegungsplanung der letzte Schritt der operativen Produktions(fein)planung. Ihre Aufgabe besteht darin, die Bearbeitungsreihenfolge der innerhalb der Planungsperiode zu fertigenden Aufträge auf den verschiedenen Maschinen bzw. Produktionsstellen festzulegen. Als Zielgrößen dieser Planung fungieren i. d. R. keine monetären Erfolgsgrößen, sondern Zeitziele wie etwa die Termintreue, die Gesamtdurchlaufzeit oder die Zykluszeit.

Die Maschinenbelegungsplanung gilt als eines der wichtigsten Anwendungsfelder von Zuordnungsproblemen, für die in Lehrbüchern des Operations Research zahlreiche Optimierungsverfahren vorgestellt werden. Wegen der hohen Komplexität werden realistische Probleme in der Praxis allerdings zumeist mittels Heuristiken gelöst, worunter insbesondere Prioritätsregelverfahren zu zählen sind.¹ Für Maschinenbelegungsprobleme mit lediglich zwei Aufträgen oder ein bzw. zwei Maschinen sind zudem vereinfachte Verfahren vorgeschlagen worden, die zulässige und oft auch optimale Lösungen generieren.² Zwar fehlt diesen Verfahren häufig die Praxisrelevanz; insbesondere die graphischen Verfahren besitzen aber den Vorteil, für eine didaktisch geschickte Vermittlung der Problemstellung und -lösung und damit den Einsatz in der universitären Ausbildung prädestiniert zu sein.

Ziel des vorliegenden Arbeitsberichts ist es, eine Gruppe graphischer Verfahren zur Lösung von Problemen mit 2 Aufträgen zu beschreiben und Ansatzpunkte für mehrdimensionale Erweiterungen aufzuzeigen. Zur besseren Veranschaulichung der Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Verfahren wird durchgehend ein einfaches Beispiel verwendet, das anfangs nur zwei Aufträge umfasst und schrittweise zu Mehr-Auftrags-Problemen erweitert wird.

In Abschnitt 1.2 werden neben diesem Ausgangsbeispiel einige Verfahrensprämissen und Darstellungskonventionen vorgestellt. Kapitel 2 beschreibt als Ausgangs-

¹ Vgl. Günther/Tempelmeier 2005, S. 224f.

² Vgl. zu einem umfassenden Überblick die Abschnitte 5.2 und 5.3 bei Domschke/Scholl/Voß 1997. Ein umfassender Überblick über Lösungsverfahren findet sich auch bei Siegel 1974, Kap. 3. Vgl. zu den hier beschriebenen graphischen Verfahren insbesondere S. 139ff.

punkt der Überlegungen das 2-dimensionale Verfahren nach Akers (1956), einige darauf aufbauende Ergänzungen und Abwandlungen anderer Autoren sowie das Diagonalverfahren von Mensch (1968). In Kapitel 3 werden dann einige Überlegungen zur Erweiterung der graphischen Verfahren auf drei und mehr Aufträge präsentiert. Kapitel 4 stellt schließlich ein sukzessives Verfahren vor, das einige Elemente der zuvor beschriebenen Ansätze mit einer eigenen Lösungsidee verbindet.

1.2 Prämissen und Ausgangsbeispiel

Kernelemente des Zuordnungsproblems der Maschinenbelegungsplanung sind einerseits die Aufträge und andererseits die Maschinen (synonym: Bearbeitungsstationen oder Stationen). Bezüglich dieser Elemente und ihrer Beziehungen werden in diesem Arbeitsbericht folgende **Verfahrensprämissen** vorausgesetzt:

- Aufträge und Maschinen bilden jeweils die kleinsten Einheiten der Zuordnungsplanung und werden nicht weiter untergliedert (etwa in Teillose oder einzelne Produktquantitäten als Teilaufträge bzw. einzelne Arbeitsschritte als Teilbearbeitungsvorgänge)
- sämtliche zu bearbeitenden Aufträge liegen zu Beginn des Planungszeitraums vor
- es gibt für jeden Bearbeitungstyp nur eine Maschine
- die Bearbeitungsdauer jedes Auftrags auf jeder Maschine ist bekannt und fix
- die Bearbeitungsreihenfolge, in der jeder Auftrag über die Maschinen gelangen muss, ist bekannt und fix; sie kann aber zwischen den Aufträgen variieren (**Job Shop-Problem**)
- eine Maschine kann immer nur einen Auftrag gleichzeitig bearbeiten
- ein Auftrag kann nicht gleichzeitig auf mehreren Maschinen bearbeitet werden
- Zielsetzung ist die Minimierung der **Zykluszeit**, d. h. der Zeitdauer zwischen dem Beginn der Bearbeitung und der Fertigstellung aller Aufträge³

³ Vgl. Domschke/Scholl/Voß 1997, S. 28.

Darstellungsprämissen

Die in diesem Arbeitsbericht beschriebenen graphischen Verfahren nutzen als Darstellungsform 2- bzw. 3-dimensionale kartesische Koordinatensysteme, auf deren Achsen die Bearbeitungszeiten und -reihenfolgen der einzelnen Aufträge auf den verschiedenen Maschinen aufgetragen werden. Die unterschiedlichen Maschinen werden fortlaufend mit Großbuchstaben (A, B, C, ...) bezeichnet. Aus Vereinfachungsfachungsgründen wird hier ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit unterstellt, dass die **Bearbeitungszeiten** aller Aufträge auf den einzelnen Maschinen sowie evtl. notwendige Wartezeiten der Aufträge stets **ganzzahlige Werte** annehmen. Für diesen Fall lassen sich die Bearbeitungsreihenfolge und -dauern zweier Aufträge wie folgt darstellen:

Ausgangsbeispiel

Auftrag 1 A B B C C D D C C C

Auftrag 2 E E B D D F F F F F

Im aufgeführten Beispiel muss Auftrag 1 zunächst eine Zeiteinheit (ZE) auf Maschine A, dann je zwei ZE auf Maschine B, C und D und abschließend erneut drei ZE auf Maschine C bearbeitet werden. Auftrag 2 muss zunächst zwei ZE auf Maschine E, dann eine ZE auf Maschine B, zwei ZE auf Maschine D und abschließend fünf ZE auf Maschine F gefertigt werden. Es sei betont, dass in diesem Ausgangsbeispiel wie auch in seinen Erweiterungen bewusst nur wenige Maschinen (im Beispiel B und D) beide (alle) Aufträge bearbeiten. Diese für praktische Fälle untypische Vereinfachung ist ausschließlich aus didaktischen Gründen vorgenommen worden, um die Analysen möglichst einfach zu halten. Die Gültigkeit der geschilderten Verfahren wird dadurch ebenso wenig eingeschränkt wie durch die Tatsache, dass beide Aufträge hier insgesamt gleich lang (jeweils 10 ZE) auf den Maschinen bearbeitet werden.

Graphische Darstellungsweise der Maschinenfolgen

Entsprechend der Modellierungsprämissen ganzzahliger Bearbeitungszeiten wird in den Diagrammen jede (ganze) Zeiteinheit auf den Achsen durch die Bezeichnung

jener Maschine gekennzeichnet, auf der der Auftrag in der Zeiteinheit bearbeitet wird. (Wird ein Auftrag auf keiner Maschine bearbeitet, so bleibt die entsprechende Zeiteinheit ungekennzeichnet.) Abbildung 1 zeigt das sich für obige Daten ergebende Koordinatensystem, in dem die Bearbeitungszeiten an den Achsen aufgetragen sind.

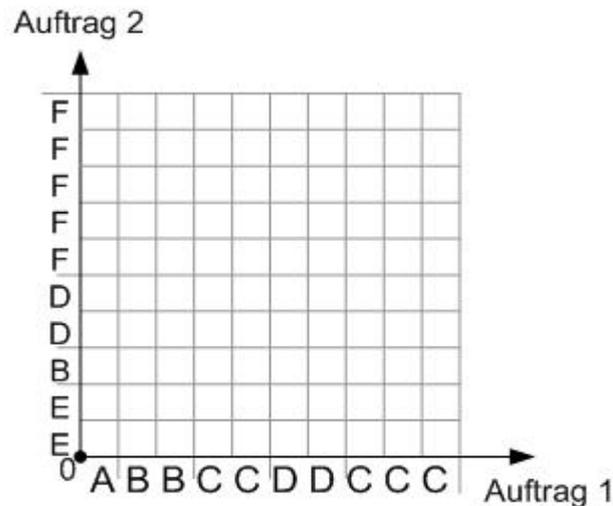


Abb. 1: Visualisierung des zeitlichen Bearbeitungsverlaufs zweier Aufträge auf den Koordinatenachsen

Ergänzend zu dieser Art der Visualisierung werden in diesem Arbeitsbericht auch (Maschinenfolge-) Gantt-Diagramme verwendet, in denen der Bearbeitungsstatus verschiedener Aufträge über einer gemeinsamen Zeitachse aufgetragen wird.

2 Lösungsverfahren für Probleme mit 2 Aufträgen

2.1 Ausgangspunkt: Das graphische Verfahren von Akers

Akers entwickelte 1956 ein graphisches Verfahren zur Maschinenbelegungsplanung,⁴ mit dessen Hilfe zulässige Maschinenbelegungspläne für zwei Aufträge mit beliebig vielen Bearbeitungsschritten ermittelt werden können.

⁴ Vgl. im Folgenden Akers 1956.

Das Verfahren basiert auf einem 2-dimensionalen Koordinatensystem, in dem an der Abszisse und Ordinate die Bearbeitungsschritte der beiden Aufträge mit den jeweiligen Bearbeitungszeiten aufgetragen sind.⁵ Innerhalb des Koordinatensystems werden nun zunächst alle Bereiche gekennzeichnet, bei denen an beiden Achsen die gleichen Arbeitsschritte anliegen. In Abbildung 2 sind diese als **Konfliktzonen** bezeichneten Bereiche für die Maschinen B und D rot markiert.

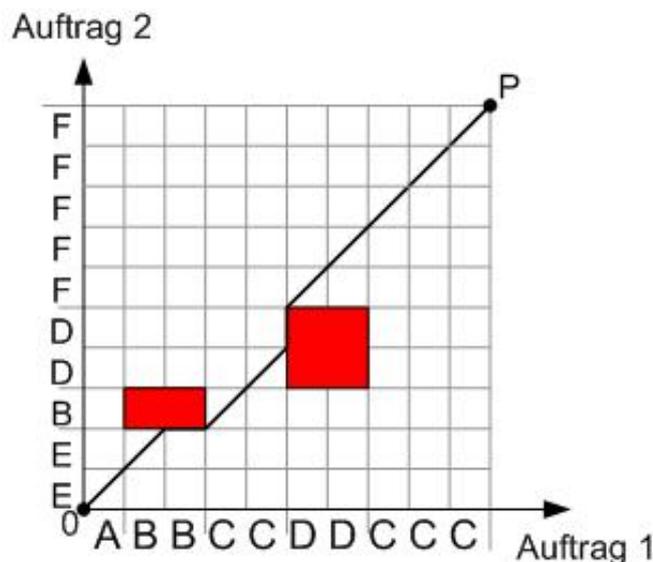


Abb. 2: Graphische Veranschaulichung des Akers-Verfahrens

Aufgabe des Planers ist es nun, den Ursprung (Punkt 0) mittels einer durchgezogenen und möglichst kurzen Linie mit dem Punkt P zu verbinden, der den Fertigstellungszeitpunkt beider Aufträge darstellt. Alle Segmente dieser Linie müssen horizontal nach rechts, vertikal nach oben oder im 45°-Winkel nach rechts oben verlaufen und dürfen die Konfliktzonen nicht schneiden. Ein 45°-Liniensegment entspricht der zeitgleichen Fertigung beider Aufträge, denn die auf den beiden Achsen abgetragenen Aufträge verändern beide ihren Bearbeitungsstatus. Bei horizontalem und vertikalem Vorschreiten wird dagegen nur jeweils ein Auftrag bearbeitet. Dies ist insbesondere immer dann der Fall, wenn Konfliktzonen umgangen werden müssen, d. h. ein Auftrag während der Bearbeitung des anderen wartet. Bei Erreichen von Punkt P sind beide Aufträge komplett bearbeitet.

⁵ Vgl. nochmals zur hier verwendeten Darstellungsweise der (ganzzahligen) Bearbeitungszeiten die Darstellungskonventionen in Abschnitt 1.2 sowie Abbildung 1.

Mit einem derart ermittelten Linienzug ist eine realisierbare Maschinenbelegung gefunden, die insbesondere die Prämisse erfüllt, dass eine Maschine immer nur einen Auftrag gleichzeitig bearbeiten kann. Zur besseren Veranschaulichung des Ergebnisses lässt sich der Linienzug in ein Maschinenfolge-Gantt überführen, in dem die Bearbeitungs- und Wartezeiten der beiden Aufträge über der Zeit aufgetragen sind (vgl. Abbildung 3). Die in den beiden Zeilen des Gantt-Diagramms dargestellte Maschinenbelegung durch die beiden Aufträge lässt sich ermitteln, indem der Linienzug aus Abbildung 2 in seiner horizontalen (Auftrag 1) bzw. vertikalen (Auftrag 2) Ausdehnung verfolgt wird. So zeigt der Linienzug, dass in den ersten fünf Zeiteinheiten der Auftrag 1 stets bearbeitet wird (auf den Maschinen A, B und C). Nach fünf Zeiteinheiten stößt der Linienzug an die zweite Konfliktzone, so dass der Auftrag 1 jetzt eine Zeiteinheit vor Maschine D warten muss (vertikales Liniensegment). Erst danach kann der Auftrag auf den Maschinen D und C fertig gestellt werden. Für Auftrag 2 gilt Entsprechendes, wobei hier bereits zum Zeitpunkt $t = 2$ eine Wartezeit von einer Zeiteinheit vor Maschine B eingeplant werden muss (horizontales Liniensegment).

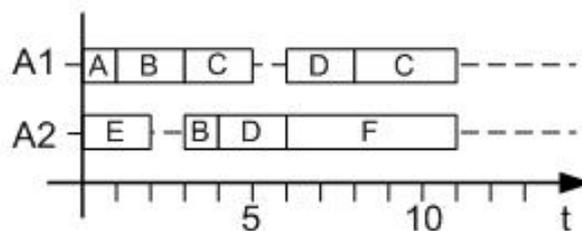


Abb. 3: Darstellung der ermittelten Lösung in einem Maschinenfolge-Gantt

Wie das Gantt-Diagramm zeigt, beträgt die Zykluszeit der gefundenen Lösung elf Zeiteinheiten. Sie lässt sich auch aus dem Akers-Diagramm ablesen, indem die Länge aller Liniensegmente addiert wird, da diese den Bearbeitungszeiten bzw. Wartezeiten an den Stationen entsprechen. Dabei wird jedes durchschrittene „Kästchen“ der diagonalen, horizontalen und vertikalen Liniensegmente unabhängig von der tatsächlichen Strecke jeweils als eine Zeiteinheit gezählt.⁶

Die mittels des graphischen Verfahrens von Akers gefundene Lösung repräsentiert einen möglichen Ablaufplan. Analog lassen sich noch weitere Ablaufpläne generie-

⁶ Ein diagonales Liniensegment ist in der Graphik zwar $\sqrt{2} = 1,41$ Streckeneinheiten lang, es repräsentiert aber genau wie ein horizontales oder vertikales Liniensegment genau eine Zeiteinheit.

ren, indem andere Wege im Akers-Diagramm eingeschlagen werden (etwa ein Weg, der links oberhalb der ersten Konfliktzone vorbeiführt). Das Akers-Verfahren dient somit zur Generierung zulässiger Ablaufpläne, die Auswahl eines optimalen Ablaufplans unterstützt es dagegen nicht. Akers gibt lediglich folgende Bestimmungsgleichung für das Optimierungskriterium minimale Zykluszeit (Z) an:⁷

$$\text{Min! } Z = \sum \text{Diagonale Segmente} + \sum \text{Horizontale Segmente} + \sum \text{Vertikale Segmente}$$

Zur Optimierung der Zykluszeit müssen alle zulässigen Ablaufpläne (Wege) enumerativ „durchgespielt“ werden.

2.2 Erweiterungen und Varianten des Verfahrens

2.2.1 Vereinfachungen des Optimierungskriteriums

Aufbauend auf der Bestimmungsgleichung für das Optimierungskriterium nach Akers verdeutlicht Szwarc, dass es zur Optimierung des grafischen Verfahrens von Akers ausreicht, die Wartezeiten des Auftrags mit der geringeren Gesamtbearbeitungszeit zu minimieren.⁸ Für die Darstellung verlangt Szwarc, den arbeitsaufwändigeren Auftrag auf der Abszisse und den weniger aufwändigen Auftrag auf der Ordinate abzutragen. Er zeigt dann, dass die Summe aller diagonalen und horizontalen Schritte der Gesamtbearbeitungszeit des aufwändigeren Auftrags entspricht und demgemäß konstant ist:

$$\sum \text{Diagonale Segmente} + \sum \text{Horizontale Segmente} = \text{const.}$$

Da Konstanten für eine Optimierung irrelevant sind, folgert Szwarc, dass die Minimierung der Wartezeiten des kürzeren Auftrags als Optimierungskriterium ausreichend ist:

⁷ Vgl. Akers 1956, S. 244.

⁸ Vgl. Szwarc 1960, S. 782f.

$$\begin{aligned} & \text{Optimierungskriterium nach Akers} \\ \text{Min!} & \left(\sum \text{Diagonale Segmente} + \sum \text{Horizontale Segmente} + \sum \text{Vertikale Segmente} \right) = \\ & \underbrace{\left(\sum \text{Diagonale Segmente} + \sum \text{Horizontale Segmente} \right)}_{= \text{const.}} + \text{Min!} \underbrace{\sum \text{Vertikale Segmente}}_{\substack{\text{Optimierungskriterium} \\ \text{nach Szwarc}}} \end{aligned}$$

Daraus folgt die vereinfachte Bestimmungsgleichung zur Optimierung:⁹

$$\text{Min!} \sum \text{Vertikale Segmente}$$

2.2.2 Das Verfahren von Hardgrave und Nemhauser

Hardgrave und Nemhauser zeigen, dass zur Bestimmung eines zykluszeitminimalen Ablaufplans nicht alle denkbaren Wege im Akers-Diagramm verfolgt werden müssen. Die Suche nach einem optimalen Ablaufplan lässt sich vielmehr durch Anwendung des folgenden Algorithmus einschränken (vgl. nachfolgend Abbildung 4):¹⁰

1. Vom Punkt 0 wird diagonal vorgegangen, bis eine Konfliktzone erreicht wird (beispielsweise an der unteren horizontalen Seite bei Punkt P1 in Abbildung 4, analoge Überlegungen lassen sich für die Berührung einer Konfliktzone am linken Rand anstellen)
2. Im Berührungspunkt mit der Konfliktzone (im Beispiel P1) wird der Weg in zwei Wege aufgespalten:
 - a. Horizontal bis zur rechten unteren Ecke der Konfliktzone
 - b. Diagonal zurück zur Verlängerung der linken Kante (Punkt P2) und von dort aus vertikal zum linken oberen Punkt der Konfliktzone.

⁹ Analog lässt sich auch die Summe der horizontalen Segmente als zu minimierendes Kriterium verwenden, denn die Summe der **diagonalen** und **vertikalen** Segmente entspricht der **Gesamtbearbeitungszeit** des auf der **Ordinate** aufgetragenen Auftrags und ist demgemäß ebenfalls konstant. Gleichsam folgt aus der Tatsache, dass die Gesamtbearbeitungszeiten beider Aufträge konstant sind und diagonale Segmente einen Fortschritt beider Aufträge kennzeichnen, dass die Differenz zwischen der Anzahl horizontaler Segmente und der Anzahl vertikaler Segmente stets gleich ist.

¹⁰ Vgl. Hardgrave/Nemhauser 1963, S. 892ff. Siegel weist darauf hin, dass es sich bei dem Verfahren „um eine graphische Version des Verfahrens von GIFFLER/THOMPSON handelt“ (Siegel 1974, S. 144), vgl. hierzu ausführlich Giffler/Thompson 1960 sowie Siegel 1974, S. 118ff.

3. Von diesen beiden Punkten aus wird wieder ab Schritt 1 vorgegangen, wobei die Punkte als Startpunkte der weiterführenden Wege angesehen werden.
4. Wird der Rand des umgebenden Rechtecks erreicht, d. h. ist einer der beiden Aufträge vollständig abgearbeitet (Punkte P3 bzw. P4 in Abbildung 4), wird der Kante zum Zielpunkt P gefolgt.
5. Bei allen so entstandenen Wegen wird gemäß dem Akers-Verfahren die Anzahl der benötigten Schritte und somit die jeweilige Zykluszeit bestimmt (in Abbildung 4 sind diese Werte in Klammern angegeben, und der blau markierte Weg 2 ist demgemäß optimal)¹¹.

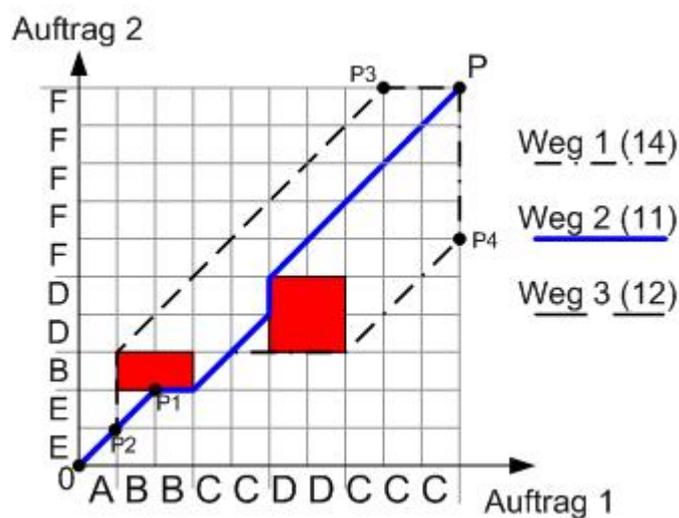


Abb. 4: Zielgerichtete Bestimmung möglicher Wege im Akers-Diagramm

2.2.3 Das Diagonalverfahren von Mensch

Wie alle bisher vorgestellten Verfahren beruht auch das von Mensch 1968 entwickelte Verfahren¹² auf einem 2-dimensionalen Koordinatensystem, bei dem die beiden Aufträge jeweils auf einer Achse aufgetragen sind. Zudem werden (zunächst) auch die Konfliktzonen wie im Akers-Verfahren eingezeichnet. Der zentrale Unterschied besteht in der Ermittlung zulässiger Lösungswege: Während das Akers-Verfahren Wege „an den Konfliktzonen vorbei“ sucht, die möglichst viele diagonale Segmente

¹¹ Die Ablaufpläne der drei Wege sind im Anhang 1 als Maschinenfolgepläne dargestellt.

¹² Vgl. Mensch 1968, S. 89ff.

beinhalten, aber auch vertikale oder horizontale Segmente zulassen, ist im Diagonalverfahren von Mensch die 45°-Linie als fixer Bestandteil vorgegeben. Ein Vorschreiten auf dieser Linie ist dann allerdings nur möglich, wenn die Konfliktzonen „aus der Diagonalen“ verschoben und somit die Wartezeiten für die Aufträge explizit auf den Achsen eingetragen werden. Die Wartezeiten der beiden Aufträge stellen sich demgemäß nicht als vertikale (Auftrag 1) oder horizontale (Auftrag 2) Wegstücke dar, sondern können direkt an der jeweiligen Achse abgelesen werden. Abbildung 5 verdeutlicht die Vorgehensweise anhand des Ausgangsbeispiels.

In Abbildung 5 ist links oben die Ausgangslage dargestellt, bei der die Diagonale die erste Konfliktzone schneidet. Demgemäß muss die Konfliktzone verschoben werden: Entweder wird für Auftrag 2 vor Maschine B eine ZE Wartezeit eingefügt (siehe Abbildung 5, Mitte links) oder für Auftrag 1 werden vor Maschine B zwei ZE Wartezeit eingefügt (siehe Abbildung 5, oben rechts). Erster Weg erscheint zwar wegen der geringeren Wartezeit zunächst besser, weist aber den Nachteil auf, dass die Diagonale im weiteren Verlauf auch die zweite Konfliktzone schneidet. Analog zur oben beschriebenen Vorgehensweise muss diese Konfliktzone dann zusätzlich verschoben werden und zwar entweder nach oben oder nach rechts (vgl. Abbildung 5, unten links bzw. Mitte rechts).

Mithin sind im Beispiel durch Anwendung des Diagonalverfahrens die gleichen drei Ablaufpläne entstanden wie durch das Verfahren von Hardgrave/Nemhauser¹³, und das Diagonalverfahren kann demgemäß als analoges Optimierungsverfahren eingesetzt werden. Dies verwundert nicht, wenden beide Verfahren doch inhaltlich dieselbe Logik an, die sich nur durch unterschiedliche geometrische Operationen im Koordinatensystem offenbart. Während beim Verfahren nach Hardgrave/Nemhauser die Ausdehnung der beiden Achsen fixiert ist und sich die Belegungsentscheidung zwischen zwei Aufträgen an einer Maschine durch Wahl von horizontalen oder vertikalen Liniensegmenten ergibt, ist beim Diagonalverfahren von Mensch die Linie (Diagonale) fixiert, und die Belegungsentscheidung offenbart sich durch die Verschieberichtung der Konfliktzonen und die Ausweitung der Achsenbezeichnungen um Wartezeiten.

¹³ Vgl. Abschnitt 2.2.2 sowie Anhang 1. Der in Abbildung 5 oben rechts dargestellte Lösungsweg entspricht dem Ablaufplan 3 im Anhang 1, der in der Mitte rechts dargestellte dem Ablaufplan 2 und der unten links dargestellte dem Ablaufplan 1.

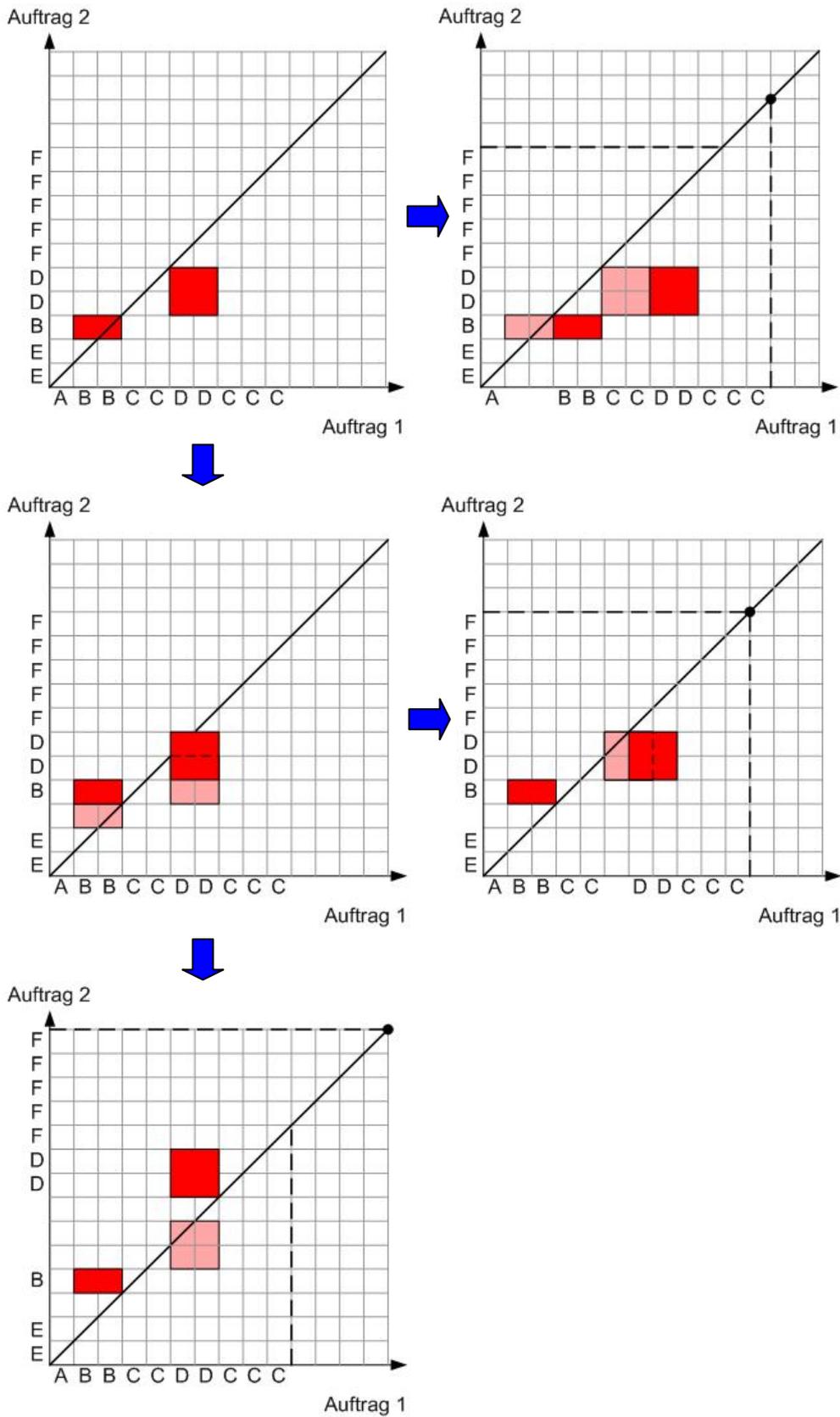


Abb. 5: Anwendung des Diagonalverfahrens von Mensch

Ein Vorteil des Diagonalverfahrens ist es, dass bei der Übersetzung des Lösungswegs in ein Gantt-Diagramm unmittelbar die Bearbeitungs- **und** Wartezeiten auf den Achsen abgelesen werden können. Zudem lässt sich auch die Zykluszeit sofort ermitteln, indem nach dem letzten Bearbeitungsschritt der beiden Aufträge je eine vertikale (Auftrag 1) und horizontale (Auftrag 2) Linie bis zur Diagonalen gezogen werden (vgl. die gestrichelten Linien in Abbildung 5). Die Zykluszeit entspricht dann der Streckenlänge auf der Diagonalen bis zum weiter entfernten Schnittpunkt.¹⁴

Nachteilig wirkt sich allerdings die Tatsache aus, dass die verschiedenen Lösungswege nicht (oder nur sehr unübersichtlich) in ein Diagramm eingezeichnet werden können und somit zur Ermittlung aller sinnvollen Ablaufpläne eine große Anzahl verschiedener Diagramme notwendig ist.¹⁵ Dem Versuch, zu Beginn des Diagonalverfahrens „auf den ersten Blick“ eine günstige Lösung zu generieren, steht zudem entgegen, dass Konfliktzonen, die anfänglich nicht von der Diagonalen geschnitten werden (und somit anscheinend kein Problem darstellen), durch Einfügen von Wartezeiten auf die Diagonale gelangen können (vgl. Abbildung 5).

3 Erweiterungen graphischer Verfahren auf Probleme mit mehr als zwei Aufträgen

Eine Ausweitung der 2-dimensionalen graphischen Verfahren auf mehrdimensionale Probleme ist nur dann sinnvoll, wenn es gelingt, die erhöhte Komplexität ohne große Einbußen der Anschaulichkeit zu berücksichtigen. Graphische Lösungen in 3-dimensionalen Koordinatensystemen sind zwar denkbar, stoßen aber, wie Abschnitt 3.1 verdeutlicht, schnell an ihre Grenzen. Erfolgversprechender sind dagegen Ansätze, die 3- und mehrdimensionale Probleme in mehrere 2-dimensionale Probleme zerlegen. Abschnitt 3.2 zeigt die Vorzüge solcher Lösungswege, aber auch ihre Schwachpunkte auf.

Das in Kapitel 2 verwendete Beispiel wird ergänzt um einen dritten Auftrag, dessen Bearbeitungszeiten und -reihenfolge nachfolgend aufgelistet sind:

¹⁴ Als Maßeinheit wird dabei analog zum Akers-Verfahren für jedes diagonal durchschrittene „Zeitkästchen“ eine ZE berechnet.

¹⁵ Vgl. Siegel 1974, S. 147.

3.1 3-dimensionale graphische Lösungsansätze

3.1.1 Visualisierung der Konfliktzonen

Eine Ausweitung der Verfahren von Akers und Mensch auf 3 Aufträge ist möglich, indem der dritte Auftrag als dritte Koordinatenachse visualisiert wird und somit der 3-dimensionale Lösungsraum in Abbildung 6 entsteht. Auf den Außenflächen des Lösungsraums sind die Konfliktzonen rot eingezeichnet, die sich aus der Kombination je zweier Aufträge ergeben (so entsprechen die Konfliktzonen auf der Bodenfläche denen der Aufträge 1 und 2, vgl. die Abbildungen 1, 2 oder 4).

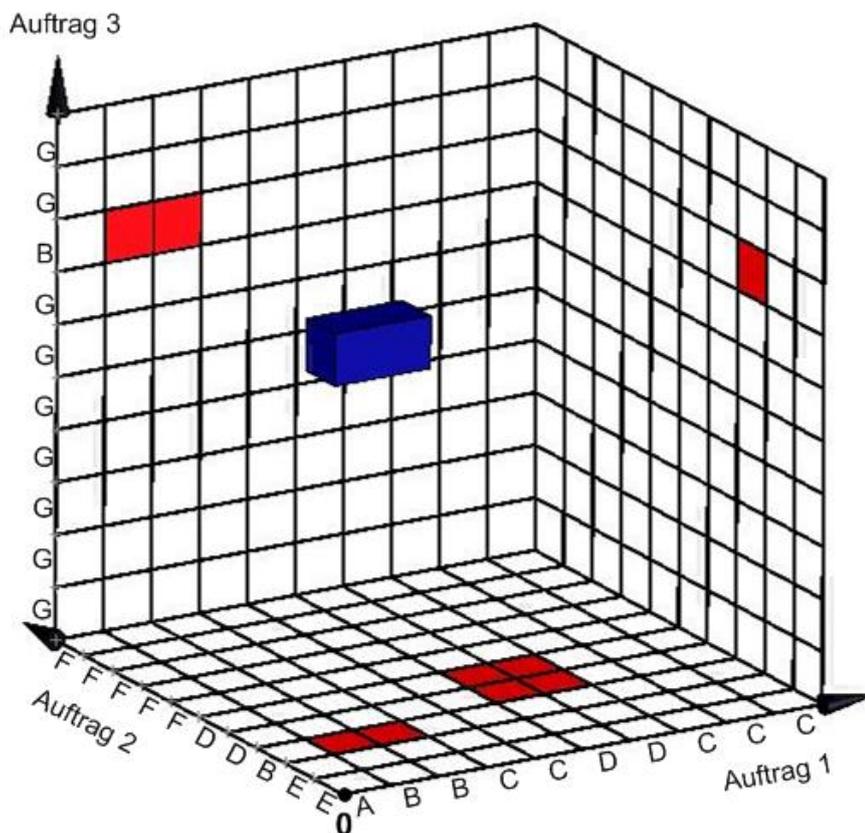


Abb. 6: 3-dimensionaler Lösungsraum

Eine parallele Einplanung der drei Aufträge erfordert nun aber keine Bewegung auf den Außenflächen, sondern **innerhalb** des Lösungsraums. Demgemäß stellt sich die Frage, wie die Konfliktzonen innerhalb des Lösungsraums einzuzichnen sind. In Abbildung 6 ist hierzu zunächst jener Quader blau eingezeichnet, in dessen Inneren

alle drei Aufträge gleichzeitig bearbeitet würden. Dass hierdurch jedoch nicht alle Konfliktbereiche dargestellt sind, wird schon alleine dadurch deutlich, dass die zwischen den beiden Aufträgen 1 und 2 bestehende Konfliktzone der Maschine D nur auf der Bodenfläche aufgetragen ist und nicht innerhalb des Lösungsraums relevant wird.

Die durch den blauen Quader dargestellte Konfliktzone visualisiert die gleichzeitige Bearbeitung **aller drei** Aufträge auf Maschine B. Die eigentliche Intention der Konfliktzonen, nämlich das Verbot einer gleichzeitigen Bearbeitung **zweier** Aufträge darzustellen, wird in Abbildung 6 nicht ausreichend berücksichtigt und der Planungszusammenhang somit nicht richtig abgebildet.¹⁶ Um auch die Konflikte zweier Aufträge darzustellen, müssen vielmehr noch zusätzliche „Balken“ als Konfliktfelder eingezeichnet werden (vgl. Abbildung 7).¹⁷

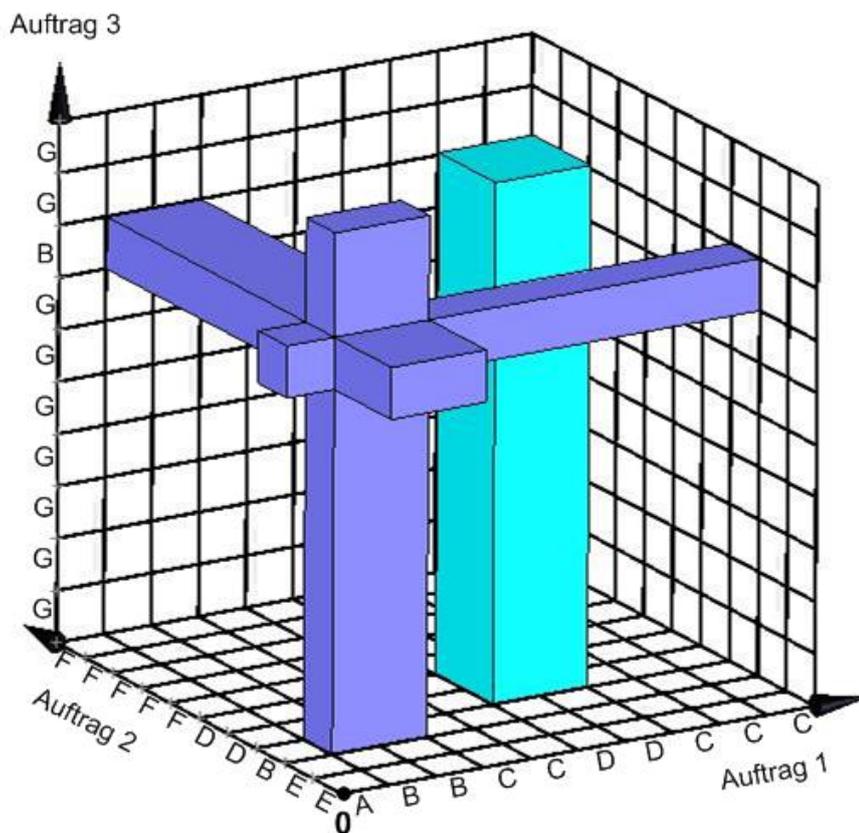


Abb. 7: Vollständige Konfliktbereiche im Beispiel

¹⁶ Die Darstellung der Konfliktzone als Quader spiegelt nur dann den Planungszusammenhang richtig wider, wenn für jeden Bearbeitungsschritt je 2 Maschinen gleichen Typs vorhanden sind.

¹⁷ Vgl. Hardgrave/Nemhauser 1963, S. 898.

3.1.2 Anwendung des Verfahrens von Hardgrave/Nemhauser im 3-dimensionalen Fall

In ihrem Beitrag wenden Hardgrave und Nemhauser ihr Verfahren auch auf Probleme mit mehr als zwei Aufträgen an. Auch wenn sie ihre Überlegungen dabei auf Koordinatensysteme mit beliebig vielen Dimensionen ausweiten,¹⁸ lässt sich eine graphisch nachvollziehbare Lösung allenfalls im 3-dimensionalen Fall finden. Dies sei nachfolgend anhand des – bewusst einfach gehaltenen – Beispiels aus dem vorigen Abschnitt verdeutlicht (vgl. Abbildung 8).

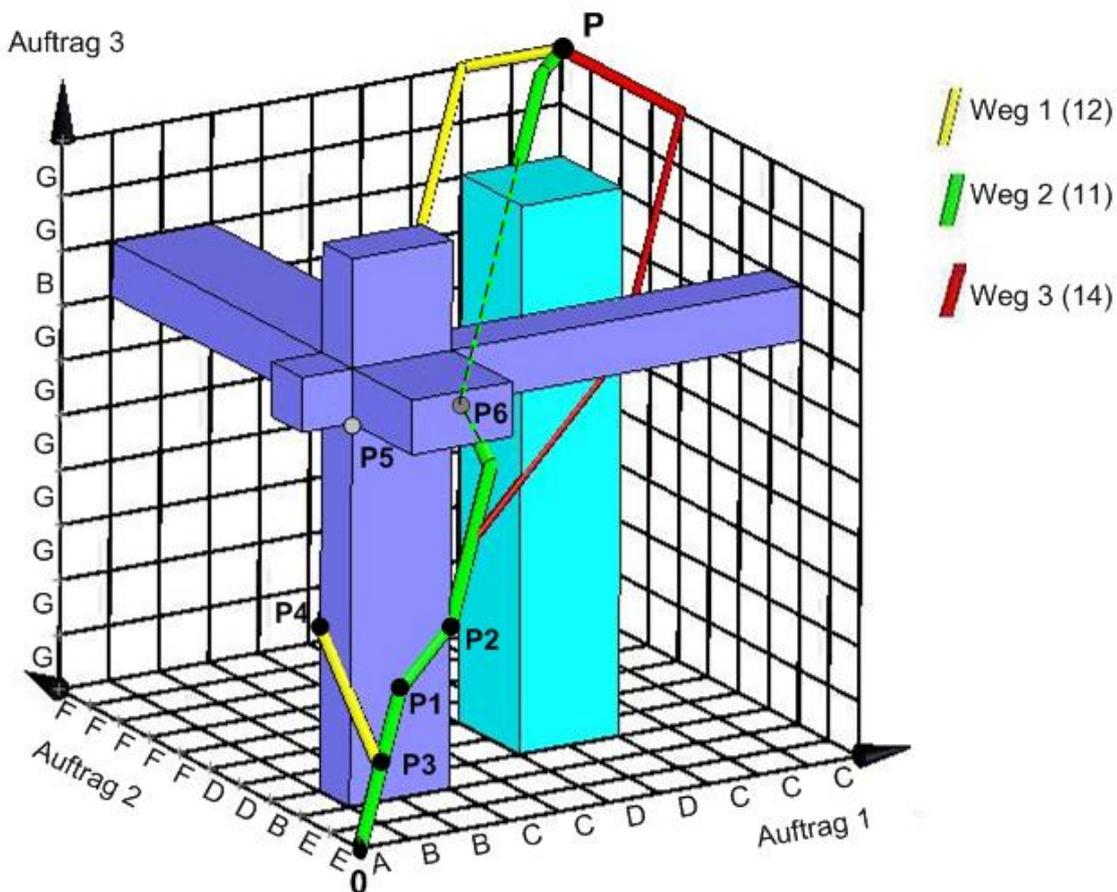


Abb. 8: Generierung von Ablaufplänen im 3-dimensionalen Lösungsraum

Der von Hardgrave und Nemhauser beschriebene Lösungsalgorithmus (vgl. Abschnitt 2.2.2) lässt sich auch für den 3-dimensionalen Fall verwenden, muss aller-

¹⁸ Vgl. Hardgrave/Nemhauser 1963, S. 897f.

dings auf die höhere Komplexität angepasst werden. Er wird hier wiederum nur für ein Beispiel näher beschrieben (zentrale Änderungen gegenüber dem 2-dimensionalen Fall sind fett hervorgehoben):

1. Vom Punkt 0 wird **entlang aller drei Dimensionen, d. h. raumdiagonal** vorgegangen, bis eine Konfliktzone erreicht wird (beispielsweise an der vorderen Seite der Konfliktzone bei Punkt P1 in Abbildung 8, analoge Überlegungen lassen sich für die Berührung einer Konfliktzone am linken oder unteren Rand anstellen)
2. Im Berührungspunkt mit der Konfliktzone (im Beispiel P1) wird der Weg in zwei alternative Wege aufgespalten:
 - a. **Flächendiagonal** bis zur vorderen rechten Kante der Konfliktzone (Punkt P2)
 - b. **Raumdiagonal** zurück zur Verlängerung der linken Fläche (Punkt P3) und von dort aus **flächendiagonal** zur hinteren linken Kante der Konfliktzone (Punkt P4).
3. Von diesen beiden Punkten aus wird wieder ab Schritt 1 vorgegangen, wobei die Punkte als Startpunkte der weiterführenden Wege angesehen werden.
4. Wird der Rand des umgebenden Quaders erreicht, d. h. ist einer der drei Aufträge vollständig abgearbeitet, wird der Seite **flächendiagonal** bis zur nächsten Kante und dann entlang der letzten Dimension gerade zum Zielpunkt P gefolgt.
5. Bei allen so entstandenen Wegen wird gemäß dem Akers-Verfahren die Anzahl der benötigten Schritte und somit die jeweilige Zykluszeit bestimmt.

Die Vorgehensweise muss überdies immer dann abgewandelt werden, wenn ein Punkt erreicht wird, der einen Konflikt aller drei Aufträge offenbart, wie dies etwa im Punkt P5 in Abbildung 8 der Fall wäre. In diesem Fall muss sich der Planer in Schritt 2 nicht zwischen dem Bearbeitungsbeginn zweier Aufträge, sondern sogar zwischen allen drei Aufträgen entscheiden. Dementsprechend kann an diesem Punkt der Weg auch nur in einer Dimension fortgesetzt werden. Gleichsam muss auch der Schritt 4 entsprechend angepasst werden, wenn auf der Begrenzungsfläche nochmals ein Konflikt zwischen den beiden noch nicht fertig gestellten Aufträgen auftritt. Auch hier

muss der Planer sich dann für einen Auftrag entscheiden und kann sich demgemäß nur in einer Dimension weiterbewegen.

Die hier nur exemplarisch verdeutlichte Vorgehensweise für den 3-dimensionalen Fall macht deutlich, dass die graphische Lösung bereits ein hohes räumliches Denkvermögen erfordert. Insbesondere die Tatsache, dass die Lösungswege häufig hinter den Konfliktzonen verlaufen (vgl. Punkt P6 in Abbildung 8), lässt die Darstellung schnell sehr unübersichtlich werden. Hier vermag ein beliebig drehbares Computermodell die Arbeit des Planers zwar noch zu erleichtern. Oft dürften jedoch auch wesentlich mehr Konfliktzonen vorhanden sein,¹⁹ so dass wegen der starken räumlichen Ausweitung einzelner Konfliktzonen („Konfliktbalken“) unabhängig vom Betrachtungswinkel nicht mehr „ins Innere“ des Lösungsraums geschaut werden kann. Die Bestimmung von Lösungswegen im 3-dimensionalen Lösungsraum ist dann (fast) unmöglich.

3.2 Dekomposition in 2-dimensionale Probleme

Wie die Ausführungen des vorigen Abschnitts verdeutlicht haben, stoßen graphische Lösungsverfahren in 3-dimensionalen Koordinatensystemen schnell an Grenzen, die sich aus der fehlenden Visualisierbarkeit ergeben. Für Probleme mit mehr als drei Aufträgen schließt sich eine analoge graphische Lösung des Gesamtproblems sogar vollkommen aus. Für 3- und mehrdimensionale Fälle besteht jedoch die Möglichkeit, das Gesamtproblem in mehrere 2-Auftrags-Probleme zu zerlegen, diese zu lösen und anschließend eine Gesamtlösung zu entwickeln.

So zerlegt Szwarc das n -dimensionale Problem derart in $n(n-1)/2$ zweidimensionale Teilprobleme, dass er jeden Auftrag mit jedem anderen Auftrag kombiniert.²⁰ Die daraus entstehenden Teilprobleme können mit den in Kapitel 2 beschriebenen Verfahren gelöst werden. Aus den Lösungen kann dann für jedes 2-dimensionale Problem die Reihenfolge bestimmt werden, in der die beiden Aufträge auf den Maschinen ge-

¹⁹ Vgl. zu einem nur unwesentlich komplexeren, aber bereits sehr unübersichtlichen Fall die Abbildung in Anhang 2.

²⁰ Vgl. Szwarc 1960, S. 786ff., sowie ergänzend Siegel 1974, S. 150ff. Siegel schlägt mit dem sog. GABBA-Verfahren eine andere Form der Aufspaltung in 2-dimensionale Koordinatensysteme vor, bei der die Abhängigkeiten zwischen den $n(n-1)/2$ Diagrammen bei der Konstruktion des Lösungswegs berücksichtigt werden. Da dieses Verfahren parallel in den verschiedenen Koordinatensystemen „arbeitet“ und insofern keine „echte“ Dekomposition vorliegt, wird es mit steigender Anzahl an Aufträgen schnell unübersichtlich.

fertigt werden (Auftragsfolgen). Die Auftragsfolgen müssen anschließend über alle Aufträge zur gesamten Auftragsfolge für die Maschine kombiniert werden. Aus Abbildung 9 lassen sich etwa anhand des schwarzen Linienzugs für die von allen Aufträgen benötigte Maschine B die Auftragsfolgen 1→2, 2→3 und 1→3 ableiten,²¹ woraus letztlich die gesamte Auftragsfolge 1→2→3 resultiert.

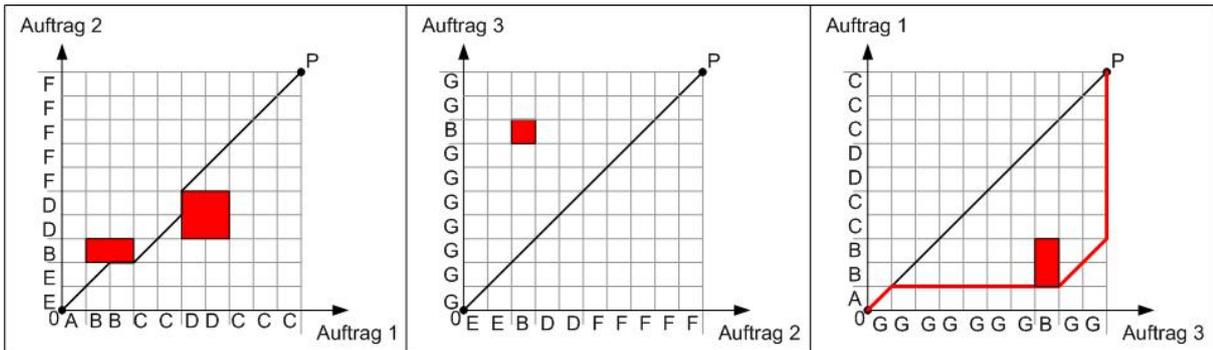


Abb. 9: Planung der drei Teilprobleme

Mittels dieser Auftragsfolgen lassen sich die Gantt-Diagramme mit den notwendigen Wartezeiten erstellen, indem die Maschinenfolge-Ganttten für alle Aufträge parallel konstruiert werden. Sobald eine Maschine zum ersten Mal im Gantt-Diagramm einzuplanen ist, muss geprüft werden, ob der diese Maschine benötigende Auftrag bearbeitet werden kann oder entsprechend der festgelegten Auftragsfolge zunächst ein anderer Auftrag bearbeitet werden muss. In diesem Fall muss für den ursprünglichen Auftrag so viel Wartezeit eingeplant werden, dass die vorgegebene Reihenfolge eingehalten werden kann.

Der wesentliche Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, dass die Ergebnisse der sukzessiven Planung der 2-dimensionalen Probleme nicht immer zu einer gültigen Gesamtlösung zusammengeführt werden können. Würde etwa bei der Planung von Auftrag 3 und Auftrag 1 (Abbildung 9, rechts) statt des schwarzen der rote Linienzug gewählt, so ergibt sich nach wie vor eine gültige Teillösung. Es ließe sich aber keine gültige Gesamtlösung bilden, denn die Auftragsfolgen 1→2, 2→3 und 3→1 wider-

²¹ Die Reihenfolge, in der die Aufträge über die Maschine gelangen, lässt sich direkt aus den Koordinatensystemen ablesen: Verläuft der Linienzug unterhalb der Konfliktzone der Maschine, so wird zunächst der Auftrag bearbeitet, der auf der Abszisse aufgetragen wird, verläuft er oberhalb, dann wird zunächst der auf der Ordinate abgetragene Auftrag bearbeitet.

sprechen sich. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine gültige Lösung gefunden wird, sinkt mit der Anzahl einzuplanender Aufträge und der damit verbundenen steigenden Anzahl von Teilproblemen. Zur Lösung von n -Auftrags-Problemen sind $\binom{n}{2} = n(n-1)/2$ Diagramme notwendig. Von den $2^{\exp\left(\frac{n}{2}\right)}$ möglichen Lösungskombinationen sind aber nur $n!$ Lösungen widerspruchsfrei.²²

4 Ein Verfahren zur sukzessiven Einplanung mehrerer Aufträge

Im Folgenden wird ein sukzessives Verfahren vorgestellt, das 3- und mehrdimensionale Planungsprobleme lösen kann und stets zu einer gültigen Lösung führt. Es vereint einige Grundideen der in den Kapiteln 2 und 3 vorgestellten Verfahren und beruht im Kern auf einer sukzessiven Lösung mehrerer Probleme mittels 2-dimensionaler Verfahren. Im Anschluss wird dieses Verfahren kritisch analysiert und den anderen Verfahren gegenübergestellt.

4.1 Verfahrensablauf

Auf Basis des im vorigen Abschnitt vorgestellten 3-Auftrags-Problems wird das Verfahren nachfolgend vorgestellt. Um die Anwendbarkeit des Verfahrens für Probleme mit mehr als drei Aufträgen zu verdeutlichen, wird das Beispiel um folgenden vierten Auftrag erweitert:

Auftrag 4 F B C C F A A

1. Das n -dimensionale Problem wird zunächst auf zwei beliebige Aufträge reduziert. Diese werden mit dem Akers-Verfahren oder einem der darauf aufbauenden 2-dimensionalen Verfahren gelöst. (Im Beispiel werden die Aufträge in der Reihenfolge ihrer Auftragsnummern eingeplant. Demgemäß wird zunächst ein Ablaufplan für die Aufträge 1 und 2 ermittelt, vgl. Abbildung 10, oben.)

²² Vgl. Siegel 1974, S. 151, sowie ergänzend die allgemeinen Aussagen zur Komplexität des Verfahrens bei Szwarc 1960, S. 786ff.

2. Der gemäß Schritt 1 entwickelte Ablaufplan wird in einen Maschinenfolgegantt überführt (vgl. Abbildung 10, unten).
3. Die im Maschinenfolgegantt dargestellten Bearbeitungs- und Wartezeiten der Aufträge werden auf der Abszisse eines neuen Koordinatensystems abgetragen. Auf der Ordinate wird der nächste zu verplanende Auftrag abgetragen. Als Konfliktzonen werden nun die zeitlichen Überschneidungen des neu einzuplanenden Auftrags zu allen auf der Abszisse aufgetragenen Aufträgen eingezeichnet (vgl. Abbildung 11) und anschließend analog zum Verfahren von Aker (oder darauf aufbauender Verfahren) ein neuer Ablaufplan entwickelt, der nun auch den neu eingeplanten Auftrag beinhaltet.
4. Die Schritte 2 und 3 werden solange wiederholt, bis alle Aufträge eingeplant sind.

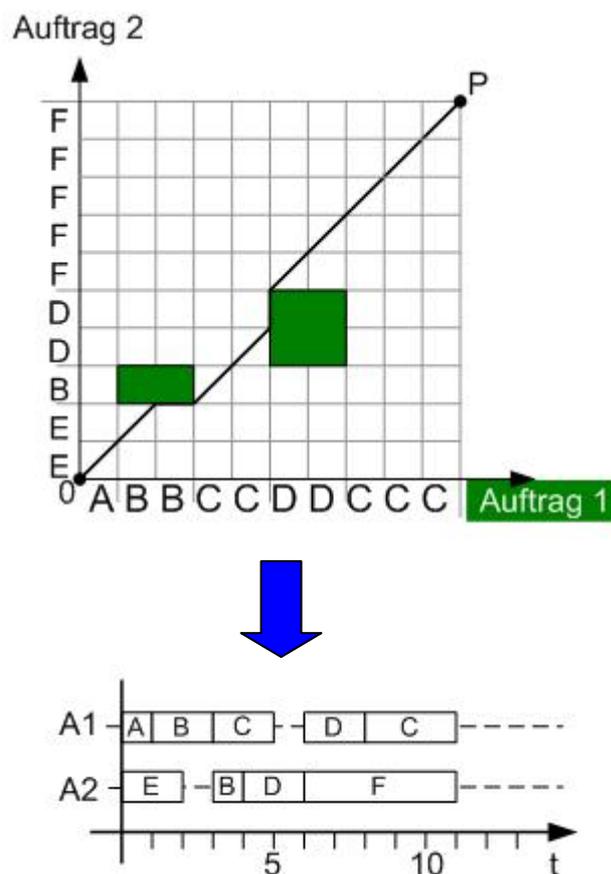


Abb. 10: Ermittlung des Ablaufplans für die Aufträge 1 und 2

Wie der obere Teil von Abbildung 12 verdeutlicht, können bei der Einplanung eines zusätzlichen Auftrags (hier Auftrag 4) mehrere Konfliktzonen innerhalb einer Spalte liegen. Denn innerhalb der durch die Spalte repräsentierten Zeiteinheit kann der zusätzliche Auftrag von den bereits eingeplanten Aufträgen an der Bearbeitung auf unterschiedlichen Maschinen gehindert werden. Dabei kann es auch passieren, dass die durch unterschiedliche Aufträge begründeten Konfliktzonen direkt übereinander liegen. Um eine Fehlinterpretation als „verschmolzene“ Konfliktzone zu vermeiden, ist es notwendig, die einzelnen Konfliktzonen separat zu kennzeichnen. (Sinnvollerweise sollten sie durch unterschiedliche Farben oder Schraffuren kenntlich gemacht werden.) Denn nur so bleiben Wege zwischen zwei Konfliktzonen erkennbar, die ohne Verletzung der Prämissen beschritten werden dürfen (vgl. den Weg zwischen den Konfliktzonen der Maschinen C und F im oberen Teil der Abbildung 12).

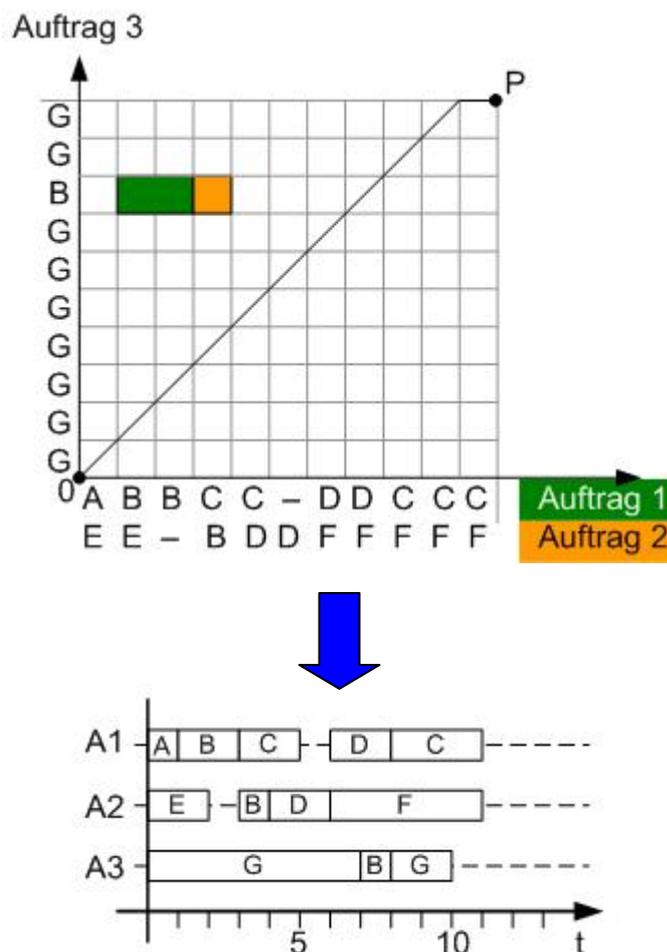


Abb. 11: Sukzessive Einplanung von Auftrag 3

Der untere Teil der Abbildung 12 verdeutlicht abschließend das Ergebnis der exemplarischen Anwendung des Verfahrens in einem Maschinenfolgegantt.

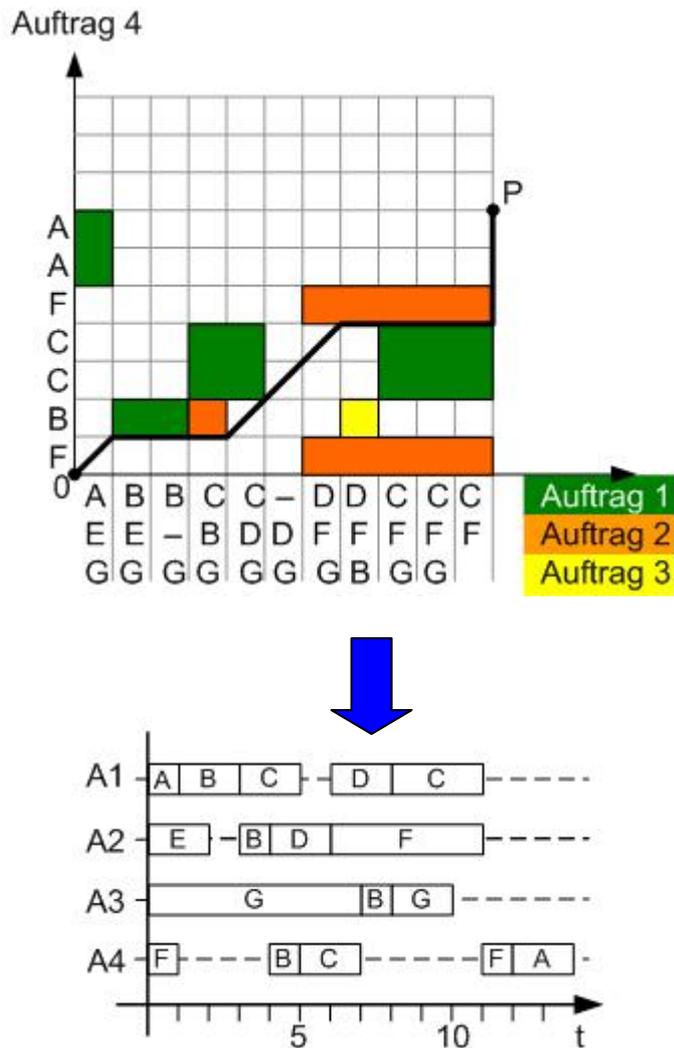


Abb. 12: Sukzessive Einplanung von Auftrag 4

4.2 Kritische Würdigung

Das hier vorgestellte Verfahren weist eine Reihe von Analogien zu anderen Verfahren auf, die hier zunächst kurz angesprochen werden sollen:

1. Das graphische Lösungsprinzip entspricht dem des Verfahrens von Akers, das sich durch ein möglichst zieladäquates Umgehen der Konfliktzonen äußert.

2. Die Dekomposition n-dimensionaler Probleme in 2-dimensionale Probleme ähnelt dem Verfahren von Szwarc. Im Gegensatz dazu benötigt es allerdings nicht $n(n-1)/2$, sondern nur $n-1$ Planungsschritte, da die Aufträge sukzessiv eingeplant werden und somit kein paarweiser Vergleich aller Aufträge erfolgt.
3. Das explizite Einzeichnen von Wartezeiten auf der Abszisse ähnelt dem Diagonalverfahren von Mensch.

Zentraler Vorteil des Verfahrens ist, dass es mehrdimensionale Probleme übersichtlich graphisch lösen kann und dabei – anders als das Verfahren von Szwarc – immer eine gültige Lösung hervorbringt. Wegen der geringen Anzahl notwendiger Verfahrensschritte kommt es zudem relativ schnell zu einer Lösung. Ein weiterer Vorteil besteht darin, dass aufgrund des sukzessiven Charakters des Verfahrens auch nachträglich in das Produktionssystem gelangende Aufträge eingeplant werden können.

Im sukzessiven Charakter des Verfahrens besteht aber zugleich auch sein größter Schwachpunkt. Denn selbst wenn bei der sukzessiven Einplanung einzelner Aufträge durch Vergleich aller enumerativ ermittelten Teillösungen (etwa mit Hilfe des Verfahrens von Hardgrave und Nemhauser) ein optimales Ergebnis für das Teilproblem erzielt werden kann, wird durch die sukzessive Einplanung der Aufträge das Gesamtoptimum nur zufällig erreicht. Mit Sicherheit lässt sich das Gesamtoptimum nur erreichen, wenn alle möglichen Einplanungsreihenfolgen der Aufträge „durchgespielt“ werden. Dies führt aber unweigerlich zu einer Komplexitätssteigerung, die eine Optimierung für größere Probleme unmöglich erscheinen lässt.

Die Güte des Verfahrens hängt demgemäß von einer möglichst zieladäquaten Einplanungsreihenfolge der Aufträge ab. Der Versuch, eine solche Reihenfolge festzulegen, scheitert allerdings oft daran, dass der kausale Zusammenhang zwischen Reihenfolge und Zielerreichung nur unzureichend bestimmt werden kann. Dies gilt vor allem für das in diesem Arbeitsbericht verwendete Ziel der Zykluszeitminimierung. Dagegen lassen sich für das Ziel der Termintreue mit den Schlupfzeiten gute Prioritätskennzahlen bestimmen, die u. U. noch mit der Wichtigkeit des Auftraggebers gewichtet werden können. Darüber hinaus können auch andere Prioritätsregeln, wie etwa die längste Gesamtbearbeitungszeit zur Festlegung der Einplanungsreihenfolge herangezogen werden.

Falls es dem Planer gelingt, den Aufträgen eine Priorität zuzuordnen, erscheint es zweckmäßig – aber nicht unbedingt notwendig –, zunächst die wichtigen und dann die weniger wichtigen Aufträge einzuplanen. Diese Vorgehensweise korrespondiert mit einer weiteren heuristischen Regel, die nicht die Einplanungsreihenfolge betrifft, sondern für das Auffinden zieladäquater Lösungswege innerhalb eines Lösungsschritts relevant ist:

Vertikale Liniensegmente im Lösungsweg sollten umso mehr vermieden werden, je weiter vorangeschritten die Einplanung ist.

Denn jedes vertikale Liniensegment bedeutet eine Wartezeit für **alle** auf der Abszisse aufgetragenen (bereits eingeplanten) Aufträge und bedingt somit eine zeitliche Verzögerung mehrerer Aufträge. Demgemäß weisen vertikale Liniensegmente von Einplanungsschritt zu Einplanungsschritt einen immer höheren negativen Einfluss auf die Gesamtdurchlaufzeit der Aufträge und damit häufig auch auf die Zykluszeit auf.

5 Resümee

In diesem Arbeitsbericht wurden wichtige Vertreter graphischer Verfahren zur Lösung von Problemen der Maschinenbelegungsplanung vorgestellt, die wenige Aufträge umfassen und insofern vorrangig zur didaktischen Erläuterung der Problemstellung herangezogen werden. Ausgehend vom Akers-Verfahren wurde ein Verfahren von Hardgrave/Nemhauser vorgestellt, das die Anzahl zu untersuchender Lösungswege stark reduziert. Mit dem Diagonalverfahren von Mensch wurde zudem ein Verfahren beschrieben, das zwar eine gänzlich andere graphische Planungslogik besitzt, aber in seiner Grundidee starke Ähnlichkeiten zu den Verfahren von Akers bzw. Hardgrave/Nemhauser aufweist.

Anschließend wurde untersucht, inwieweit sich v. a. das Verfahren von Akers sowie seine Erweiterung durch Hardgrave/Nemhauser auch auf mehrdimensionale Probleme, d. h. Probleme mit mehr als zwei Aufträgen, ausweiten lassen. Bereits für den 3-dimensionalen Fall zeigt sich, dass das graphische Auffinden gültiger und erst recht guter Lösungen wegen der undurchsichtigen Lösungsräume schon für einfachste Beispiele kaum möglich ist. Als Lösungsalternative bietet sich die von Szwarc vorgeschlagene Dekomposition des 3-dimensionalen Problems in drei 2-dimensionale

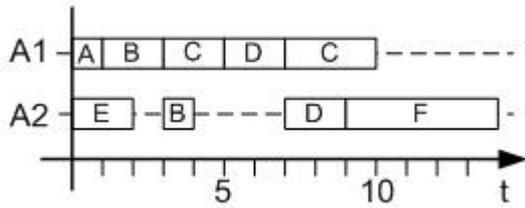
Probleme an, die dann auf Basis des einfachen Akers-Verfahrens gelöst werden können. Allerdings führt das Zusammenfügen der Teillösungen nicht immer zu einer zulässigen Gesamtlösung. Überdies scheitert eine Ausweitung auf höher dimensionierte Probleme zusätzlich an der schnell ansteigenden Anzahl von Teilproblemen, da jeder Auftrag mit jedem anderen Auftrag zusammen geplant werden muss.

Als Alternative wurde daher ein eigenes Verfahren entwickelt, das in seiner Planungslogik auf dem Verfahren von Akers beruht. Es sieht ebenfalls eine Dekomposition in Lösungsschritte mit 2-dimensionalen Koordinatensystemen vor, benötigt allerdings wesentlich weniger Verfahrensschritte. Die grundsätzliche Idee besteht darin, die Aufträge sukzessive nacheinander einzuplanen, wobei auf der Abszisse die Bearbeitungs- und Wartezeiten aller bereits eingeplanten Aufträge aufgetragen werden. Durch die parallele Berücksichtigung mehrerer Aufträge auf der Abszisse entsteht zwar eine Vielzahl an Konfliktzonen. Dies schränkt das grundlegende Prinzip der Lösungsfindung jedoch nicht ein, so dass stets eine gültige Lösung ermittelt werden kann.

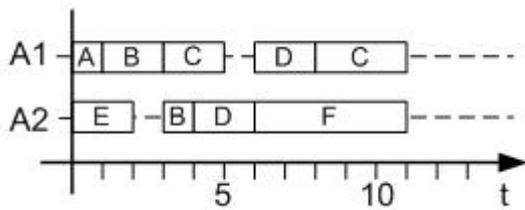
Damit gelingt es, das grundlegende Prinzip des Verfahrens von Akers auf mehrdimensionale Probleme zu übertragen und dabei sowohl eine hohe Anschaulichkeit als auch einen nur geringfügig höheren Lösungsaufwand zu gewährleisten. Der sukzessive Ablauf des Verfahrens führt allerdings unweigerlich dazu, dass die optimale Lösung mit diesem Verfahren nicht oder nur sehr umständlich ermittelt werden kann. Dieser Nachteil wiegt allerdings weniger schwer, weil zum einen auch die anderen Verfahren nur sehr eingeschränkt, nämlich durch mehr oder minder geschickt eingeschränkte Enumeration, optimale Lösungen hervorbringen. Zum anderen besteht der wesentliche Zweck aller Verfahren nicht in der Optimierung realer Probleme, sondern in der didaktischen Veranschaulichung der Problemstellung und möglicher Lösungs-ideen.

Anhang 1: Ablaufpläne der drei Wege in Abbildung 4

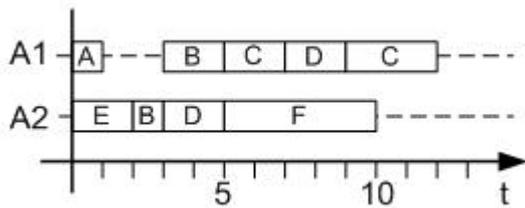
Maschinenfolgegantt Weg 1



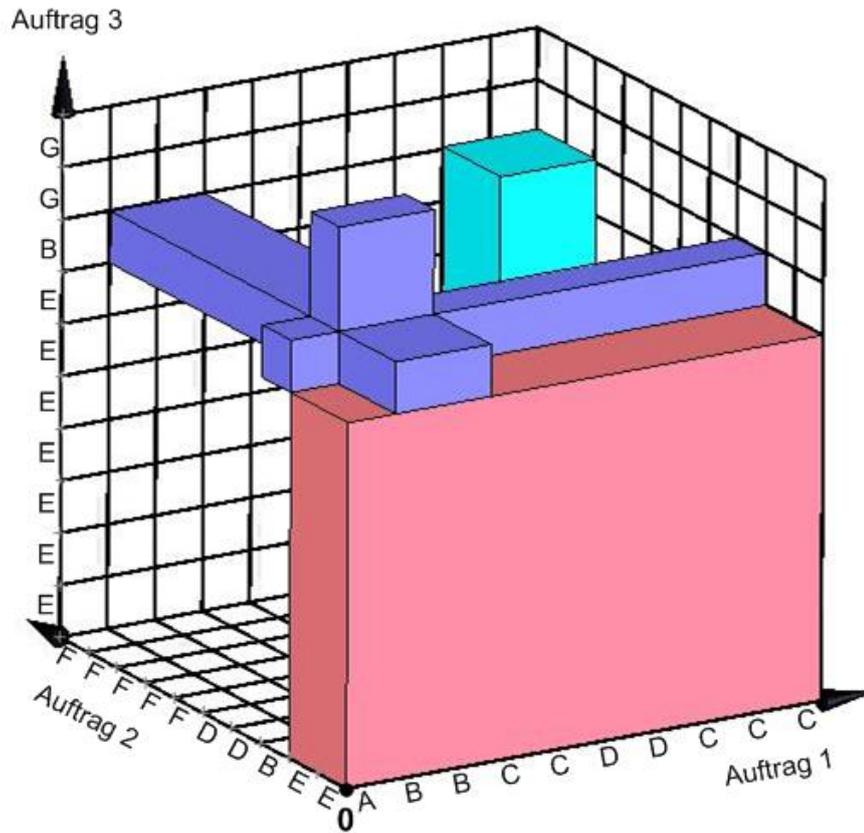
Maschinenfolgegantt Weg 2



Maschinenfolgegantt Weg 3



Anhang 2: Beispiel für die ungünstige Lage einer Konfliktzone



Literaturverzeichnis

Akers, S.B.: A graphical approach to production scheduling problems, in: Operations Research (4) 1956, S. 244-245.

Domschke, W./Scholl, A./Voß, S.: Produktionsplanung, 2. Auflage, Berlin et al. 1997.

Giffler, B./Thompson, G.L.: Algorithm for solving production-scheduling problems, in: Operations Research (8) 1960, S. 487-503.

Günther, H.-O./Tempelmeier, H.: Produktion und Logistik, 6. Auflage, Berlin et al. 2005.

Hardgrave, W.W./Nemhauser, G.L.: A geometric model and a graphical algorithm for a sequencing problem, in: Operations Research (11) 1963, S. 889-900.

Mensch, G.: Ablaufplanung, Köln/Opladen 1968.

Szwarc, W: Solution of the Akers-Friedman scheduling problem, in: Operations Research (8) 1960, S. 782-787.

Siegel, T.: Optimale Maschinenbelegungsplanung, Berlin 1974.