

JENAER BEITRÄGE ZUR WIRTSCHAFTSFORSCHUNG

JENA CONTRIBUTIONS TO ECONOMIC RESEARCH



Fachhochschule Jena
University of Applied Sciences Jena
Fachbereich Betriebswirtschaft
Department of Business Administration

**Reversibilität und Irreversibilität –
Mathematische Untersuchungen
zum Zeitverhalten des
Produktlebenszyklus**

Jörg Herold
Bernd Ahrens

Jahrgang 2011 / Heft 5
ISSN 1861-2806
ISBN 3-939046-25-6

Reihentitel:

Praxisorientierte Allgemeine Betriebswirtschaftslehre

Herausgeber: Jörg Herold, Bernd Ahrens

Redaktion:

Gabriele Bliedtner

Fachhochschule Jena, Fachbereich Betriebswirtschaft

Carl-Zeiss-Promenade 2, 07745 Jena

Tel.: 03641.205 554, Fax: 03641.205 551

Erscheinungsort:

Jena

Reversibilität und Irreversibilität – Mathematische Untersuchungen zum Zeitverhalten des Produktlebenszyklus

von Prof. Dr. Jörg Herold und Prof. Dr. Bernd Ahrens

Zusammenfassung

Genauere Prognosen von Absatzmöglichkeiten und Marktpotenzialen für Innovationen können heute ein entscheidender Faktor sein, um sich auf dem Markt zu behaupten. Zur Sicherung des langfristigen Unternehmenserfolgs sind im Zeitablauf produkt- und sortimentspolitische Entscheidungen zu treffen. Erst im Zeitablauf wird aber sichtbar, ob sie richtig waren. Betriebswirtschaftlich sind solche irreversiblen Prozesse von großer Bedeutung, deren Umkehr nur indirekt erlaubt (dynamische Irreversibilität) oder sogar unmöglich (technische Irreversibilität) ist. Ohne diese Beschränkungen, spricht man von reversiblen Entscheidungen. Die Ausbreitung von Innovationen in der Literatur erklären lineare, exponentielle und logistische Modelle. Zur Bestimmung des Zeitverhaltens werden die Innovationsausbreitungen mathematisch in Hin- und Rückrichtung berechnet und klassifiziert. Die Simulation der Zeitumkehr erfolgt durch Änderung der Vorzeichen für den Innovationskoeffizienten (Antiwerbung) und Imitationskoeffizienten (negative Mundpropaganda) in den Diffusionsgleichungen. Im Ergebnis zeigt sich, dass logistische und exponentielle Diffusionsprozesse dynamisch irreversibel sind. Technische Irreversibilität tritt hingegen nur für logistische Ausbreitungsvorgänge auf.

Abstract

Accurate forecasts of sales opportunities and market potential for innovation can now be a crucial factor in order to compete in the market. To secure the long-term business success is over time and product-range policy decisions. Over time, this would not be identified whether they were correct. Economically such irreversible processes are of great importance, that reversal may only indirectly (dynamic irreversibility) or even impossible (technical irreversibility) is. Without these restrictions, it is called reversible decisions. The spread of innovations explained in the literature, linear, exponential and logistic models. To determine the time behavior of the innovation propagation are mathematically calculated in return direction and classified. The simulation time is reversed by changing the sign for the coefficient of innovation (anti-advertising) and imitation coefficients (negative word of mouth) in the diffusion equations. The results show that logistic and exponential diffusion processes are dynamic irreversible. Technical irreversibility occurs only for logistical propagation processes.

JEL-Klassifikation: C 53; D 91; E 27; M 31; M 37

Schlüsselwörter: Produktlebenszyklus; Innovationsmanagement; Dynamic

E-Mail-Adressen der Autoren: dr.j.herold@gmx.de; bernd.k.ahrens@web.de

1 Einleitung

Die Produktpolitik wird in der Literatur (Weis 2004, S. 221) als Herzstück des Marketings bezeichnet. Zur Sicherung des langfristigen Unternehmenserfolgs sind im Zeitablauf produkt- und sortimentspolitische Entscheidungen zu treffen, die u. a. auf der Theorie des Produktlebenszyklus basieren (Nieschlag et al. 2002, S. 120 ff.; Weis 2004, S. 233; Meffert 1991, S. 62 ff., 158 ff., 361). Diese Theorie orientiert sich an den natürlichen Prozessen und beschreibt das Erscheinen, Entwickeln und Vergehen eines Produktes auf dem Markt (Bierfelder 1994, S. 124). Der Entwicklungsweg des Produktes wird durch Mode-, Geschmacks- und Stilveränderungen, psychologische Veralterungen und technischen Fortschritt stark beeinflusst (Wöhe 2008, S. 421).

Genauere Kenntnisse der inneren und äußeren Unternehmenssituation und die Gesetzmäßigkeiten des Produktlebenszyklus ermöglichen die strategische Produktplanung (Stern 2010, S. 160 ff.), die in der Regel durch Entscheidungsspielräume zwischen Optimum und Scheitern gekennzeichnet ist (Röss 1994, S. 17–21). Die richtige Alternative zu treffen, ist häufig schwierig (Meffert 1991, S. 49), da die Prozesse neben deterministischen auch zufällige oder chaotische Eigenschaften besitzen (Herold 2010, S. 7 ff.). Erst im Zeitverlauf wird erkennbar, ob die ursprüngliche Entscheidung tatsächlich die richtige Entscheidung war oder ein Gegensteuern erforderlich wird (siehe Abbildung 1).

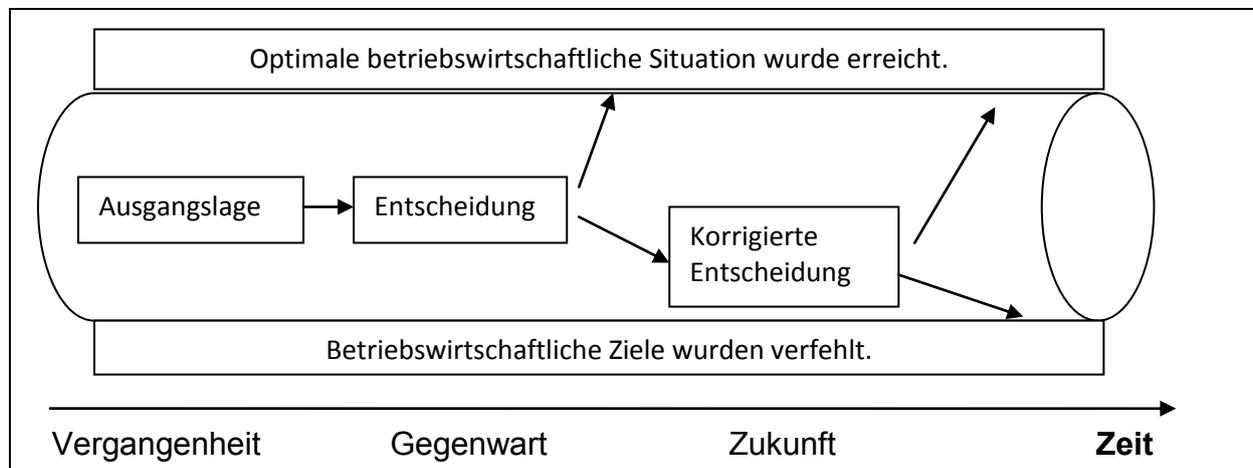


Abbildung 1: Zeitlicher Verlauf betriebswirtschaftlicher Entscheidungen

Betriebswirtschaftlich wird es problematisch, wenn andere Möglichkeiten attraktiver sind und der Umstieg mit Kosten, Zeitverlust verbunden oder unmöglich ist (Röss 1994, S. 20). Treten diese Beschränkungen beim Umstieg auf, spricht man von irreversiblen Entscheidungen, denen eine besondere Aufmerksamkeit zu widmen ist (Hule 2000, S. 13 ff.). In der Literatur werden in diesem Zusammenhang Fehlinvestitionen, „*sunk costs*“ (Pindyck 1991, S. 1110–1152) und die Hysterese (Cross 1993, S. 68) genannt. Caballero (1996, S. 641) schreibt, dass eine

Verdopplung der Unbestimmtheit für Investitionen die Rendite um 20 % herabsetzt. Irreversibilität kann aber auch einen positiven Nutzen für das Unternehmen und für die Kunden besitzen, wenn die getroffenen Entscheidungen positiv sind. Die Einführung von Normen und Typungen werden in diesem Zusammenhang von (Hule 2000, S. 21) genannt.

Ausgehend von den Naturwissenschaften werden im vorliegenden Artikel mathematische Untersuchungen zum Zeitverhalten der Diffusionsgleichungen für die Innovationsausbreitungen durchgeführt. Die Frage, ob diese reversibel oder irreversibel sind, wird beantwortet.

2 Begriffsbestimmungen von Reversibilität und Irreversibilität

Die Begriffe Reversibilität und Irreversibilität haben ihren wissenschaftlichen Ursprung in der Thermodynamik. Im Zusammenhang mit dem Carnotschen Kreisprozess werden Prozesse, die zeitlich vollständig umkehrbar (reversibel) bzw. nicht vollständig umkehrbar (irreversibel) sind, untersucht (Feynman et al. 1987, S. 621–634).

2.1 Reversibilität in den Naturwissenschaften und der Ökonomie

2.1.1 Naturwissenschaftlicher Ansatz

Ein reversibler Prozess ist vollständig und ohne weitere Änderungen der Systemumgebung umkehrbar (Duncan 1998, S. 413–414). Wird in den Grundgleichungen der klassischen Mechanik die Zeit umgekehrt ($t = -t$), läuft das Geschehen rückwärts (Weizsäcker 2002, S. 120). Die funktionale Darstellung der Reversibilität zeigt Gleichung 1. Die Funktion ist punktsymmetrisch und lässt die Zeitumkehr zu.

$f(t) = -f(-t)$	(1)
-----------------	-----

Weizsäcker (2002, S. 120) geht der Bedeutung der Zeitumkehr in den Gleichungen nach und stellt fest, dass sich tatsächlich nicht die Zeit, sondern der Prozess umkehrt. Der kausale Zusammenhang der Funktion zwischen Gegenwart und Zukunft bleibt bestehen (Weizsäcker 2002, S. 123). Die Prozesse laufen nicht in umgekehrter Reihenfolge ab, sondern die Funktionswerte $y = f(t)$ können ohne Verletzung der Naturgesetze wieder hergestellt werden (Weizsäcker 2002, S. 123).

Die Reversibilität soll anhand der geradlinigen gleichförmigen Bewegung demonstriert werden.

Ausgangsgleichung: $s(t) = v \cdot t$ mit Weg (s), Geschwindigkeit (v) und Zeit (t)

Einsetzen der Zeitumkehr $t = -t$

$$s(t) = -s(-t)$$

$$v \cdot t = -v \cdot (-t)$$

$$\underline{v \cdot t = v \cdot t} \quad \text{Beide Seiten sind gleich. Die Bewegung ist reversibel.}$$

Eine weitere mathematische Formulierung wendet die Ergebnisse der Thermodynamik an und erfolgt über die Berechnung des Ringintegrals der dazugehörigen Zustandsgröße (N). Beträgt die Summe der Integrale für die Hin- und Rückrichtung Null, ist der Prozess reversibel (Stroppe 1974, S. 162 ff.).

$$\oint dN = 0 \quad \text{oder} \quad \int_1^2 n(t) dt + \int_2^1 n(t) dt = 0; \quad \text{mit: } t = \text{Zeit} \quad (2)$$

2.1.2 Betriebswirtschaftlicher Ansatz

Hule (2000, S. 18 ff.) beschreibt betriebswirtschaftliche Reversibilität mit der Möglichkeit, einen ursprünglichen Zustand im Unternehmen in endlich langer Zeit durch Umkehrung des Prozesses wiederherzustellen. Elementarereignisse wie Ein- und Auszahlungen ohne Informationsaustausch (Junkermann 2006, S. 67, 101) oder die Einstellung des gesamtwirtschaftlichen Gleichgewichtes im IS-LM Modell (Hule 2000, S. 18 f.) sind reversibel.

2.2 Irreversibilität in den Naturwissenschaften und der Ökonomie

2.2.1 Naturwissenschaftlicher Ansatz

In der naturwissenschaftlichen Literatur werden die Definitionen der Irreversibilität von Clausius und Planck eingeführt (Feynman 1987, S. 618). Nach Clausius ist ein Prozess irreversibel, wenn er nicht spontan in umgekehrter Richtung ablaufen kann. Diese Ansätze gelten für geschlossene Systeme, bei denen die Umgebung ausgeschlossen wird. Sie lassen sich wie folgt abgrenzen:

- Die Umkehr des Prozesses verstößt gegen Naturgesetze (Weizsäcker 2002, S. 120 ff.). Beispielsweise wird sich ein Gemisch aus Wasserstoff und Sauerstoffatomen, das in einer chemischen Redoxreaktion zu Wasser reagierte, nicht wieder spontan in die Ausgangsbestandteile trennen (Klemm 1980, S. 31 ff.).

- Die Umkehr des Prozesses widerspricht zwar nicht den Naturgesetzen, sie ist aber im Auftreten unwahrscheinlich. In der Thermodynamik dient die Zeit zur Abschätzung der Wahrscheinlichkeit. Die Zeitspanne, in der ein Mol Gas sich eigenständig auf das halbe Volumen zusammenzieht beträgt ca. $10^{10^{17}}$ Jahre (vgl. Schreiter 2010, S. 31). Zum Vergleich: Das Leben auf der Erde existiert erst seit ca. 10^{17} Jahren.

Planck (1970, S. 109) erweiterte die Definition der Irreversibilität durch Einbeziehung der Systemumgebung. Irreversibilität liegt vor, wenn es keine Möglichkeit oder kein Verfahren gibt, einen Prozess auf irgendeine Art und Weise vollständig rückgängig zu machen, ohne gleichzeitig Veränderungen in der Systemumwelt zu hinterlassen. Wird ein irreversibler Prozess in Hin- und danach in Rückrichtung ausgeführt, entsteht für die dazugehörige Zustandsgröße eine Differenz. In der Thermodynamik wird die Zustandsgröße Entropie verwendet. So ist in einer realen Wärmekraftmaschine, in der ein Kreisprozess stattfindet, die Entropie für den Kreisprozess ungleich Null (Stroppe 1974, S. 162 ff.).

$$\oint \frac{dQ}{T} \neq 0 \text{ oder } \int_1^2 \frac{dQ}{T} + \int_2^1 \frac{dQ}{T} \neq 0 \text{ mit } \left(\frac{dQ}{T} \right) = \text{Entropie} \quad (3)$$

Um eine solche Wärmekraftmaschine in Betrieb zu halten, ist eine ständige Zufuhr von Brennstoff erforderlich. Die chemische Energie gleicht den Energieverlust durch Reibung aus. Im Ergebnis wird der Inhalt des Tanks aufgebraucht. Die fortdauernde reversible Bewegung wird durch den irreversiblen Vorgang des Verbrauchs von Brennstoff aufrechterhalten. Insgesamt ist der Vorgang irreversibel.

Ein weiterer Ansatz für die Irreversibilität ist die Pfadabhängigkeit oder Hysterese, die in der Literatur im Zusammenhang mit der Ummagnetisierung ferromagnetischer Materialien in einem wechselnden magnetischen Feld beschrieben wird. Das Auftreten der Hysterese zeigt ein Beharrungsvermögen der sogenannten „Weiss-Bezirke“ gegen Ummagnetisierung. Diese Remanenz deutet auf die Irreversibilität des Ummagnetisierungsprozesses hin (Ardenne et al. 2005, S. 342).

2.2.2 Betriebswirtschaftlicher Ansatz

Die im Kapitel 2.2.1 dargestellten physikalischen Ansätze wurden von Nicholas Georgescu-Roegen (1971, S. 196) auf die Ökonomie übertragen und werden als technische und dynamische Irreversibilität bezeichnet. Die Definitionen fasst Hule (2000, S. 21) wie folgt zusammen.

Die technische Irreversibilität beschreibt die Unmöglichkeit, einen ursprünglichen Systemzustand wiederherzustellen. Ist die Zeit für den Rückprozess länger andauernd oder sogar unendlich, wird dieser von Hule (2000, S. 21) als irreversibel eingeordnet. Folgende Beispiele werden in der Literatur aufgezählt:

- Insolvenz und Auflösung eines Unternehmens (Hule 2000, S. 21),
- Sunk Costs – Fehlinvestitionen führen zu Kosten, die nicht mehr ausgleichbar sind (Pindyck 1991, S. 1110–1152),
- Lernen und Erwerben von Erfahrungen, z. B. durch Marktforschung, zur Optimierung des Produktionsspektrums und der Vermarktungsstrategien (Ulrich et al. 1991, S. 105–113),
- Prozesse, des Aufbrauchs nicht erneuerbarer Ressourcen (Meadows et al. 2007, S. 86),
- Vernetzung von Unternehmen, die so neben Gütern auch Informationen austauschen (Luhmann 1984, S. 71 ff., 233),
- Selbstorganisation von Systemen und ihre Entwicklung zeigen durch die Eigenschaft der Emergenz qualitativ neue Eigenschaften (Laughlin 2009, S. 300 ff.; Monod 1971, S. 138).

Die dynamische Irreversibilität beschreibt die Unmöglichkeit, eine Systementwicklung rückgängig zu machen respektive den gleichen Weg (Pfad) zeitlich zurückzugehen und die Zeit umzukehren. Um den ursprünglichen Zustand wieder zu erreichen, muss ein anderer Weg gegangen werden, der weitere Veränderungen der Systemumgebung nach sich zieht. Folgende Beispiele werden in der Literatur aufgezählt:

- Habit Persistence: Kunden bewahren über lange Zeit ihre erworbenen Konsumgewohnheiten (Harden 2007, S. 387),
- Hysterese des Hin- und Rückprozesses (Cross 1993, S. 68)

Technische impliziert dynamische Irreversibilität (Hule 2000, S. 21,22).

3 Mathematische Untersuchungen zur Reversibilität bzw. Irreversibilität

3.1 Beweisführungen

Für die Beschreibung des Produktlebenszyklus werden das Modell der Meinungsführerschaft (Böcker 1996, S. 66 ff.), das Diffusionsmodell von Rogers (Rogers, 2003, S. 11 ff.) und die Gleichungen der linearen, exponentiellen und logistischen Diffusionsmodelle verwendet, wie sie z. B. Lewandowski (1974, S. 260 ff.) und Bass (1969, S. 215 ff.) darstellen. Auf Basis der Kapitel 2.1 und 2.2 werden diese Modelle und Gleichungen auf ihr Zeitverhalten geprüft. Die Zeitumkehr wird durch Umkehrung der Kommunikationswirkung simuliert. Hierzu werden die Vorzeichen der zugehörigen Koeffizienten umgekehrt.

3.1.1 Technische Reversibilität bzw. Irreversibilität

Für den Produktlebenszyklus und die Diffusion von Innovationen wird die Beweisführung auf folgenden Sachverhalten aufgebaut:

- Annahme und Aufgabe von Erfahrungen durch externe und interne Kommunikation (Ulrich et al. 1991, S. 105–113),
- die Rückkehrzeit eines irreversiblen Prozesses ist größer (oder unendlich lang) als die Dauer des ursprünglichen Ablaufs (Hule 2000, S. 21).

Zwei Methoden dienen zur Differenzierung:

Ringintegralmethode

Der Prozess wird unter Beachtung wirtschaftlicher Gesetze in Hin- und Rückrichtung ausgeführt und nach folgenden Kriterien unterschieden (N = Kundenzahl):

$$\text{Irreversibler Prozess: } \Delta N = \oint dN = \int_1^2 n(t) dt + \int_2^1 n(t) dt \neq 0$$

$$\text{Reversibler Prozess: } \Delta N = \oint dN = \int_1^2 n(t) dt + \int_2^1 n(t) dt = 0$$

Zeitmethode

Die Prozesszeiten für den Prozess (t_{hin}) und den Umkehrprozess ($t_{\text{rück}}$) werden ermittelt und wie folgt ausgewertet:

$$\text{Irreversibler Prozess: } t_{\text{hin}} \ll t_{\text{rück}} \text{ oder } \Delta t = (t_{\text{rück}} - t_{\text{hin}}) \gg 0$$

$$\text{Reversibler Prozess: } t_{\text{hin}} \cong t_{\text{rück}} \text{ oder } \Delta t = (t_{\text{rück}} - t_{\text{hin}}) \cong 0$$

3.1.2 Dynamische Reversibilität bzw. Irreversibilität

Für den Produktlebenszyklus und die Diffusion von Innovationen wird die Beweisführung auf folgenden Sachverhalten aufgebaut:

- Habit Persistence im Konsum (Hardes 2007, S. 387),
- Hysterese des Hin- und Rückprozesses (Cross 1993, S. 68),
- Punktsymmetrieuntersuchungen.

Zwei Methoden dienen zur Differenzierung:

Punktsymmetriemethode

Für die Berechnung der Kundenzahlentwicklungen werden auch Iterationsverfahren der Form $N_{t+1} = N_t + f(N)$ angewendet. Die Rekursionsfunktion $f(N)$ wird auf Punktsymmetrie untersucht. In Anlehnung an Gleichung 1 ergeben sich folgende Relationen:

Irreversible Prozesse: $f(N) \neq -f(-N)$

Reversible Prozesse: $f(N) = -f(-N)$

Pfadmethode

Die zeitlichen Entwicklungen der Kundenzahl werden für Kundengewinnung [(Hinprozess $N(t_a \rightarrow t_b)$)] und Kundenverlust [(Zeitumkehr $N(t_b \rightarrow t_a)$)] berechnet und anschließend miteinander verglichen.

Die Differenzierung erfolgt nach folgenden Kriterien:

Irreversible Prozesse: Die Verläufe von $N(t_a \rightarrow t_b)$ und $N(t_b \rightarrow t_a)$ sind unterschiedlich und nicht deckungsgleich.

Reversible Prozesse: Die Verläufe von $N(t_a \rightarrow t_b)$ und $N(t_b \rightarrow t_a)$ sind deckungsgleich.

Hystereseemethode

Kundenbeständigkeit und Kundentreue (Habit Persistence) bewirken ein Beharren der Marktteilnehmer auf getroffenen Entscheidungen. Auf dieser Basis werden die Wirkungen von positiver und negativer Kommunikation untersucht. Ist ein solches Beharren festzustellen, wird die Irreversibilität durch eine charakteristische Hysterese zwischen Kundenzahl und Kommunikationswirkung nachgewiesen (Hule 2000, S. 40–44).

3.2 Externe Einflüsse – Innovationsprozesse

3.2.1 Untersuchungsmodelle

Zur Modellentwicklung werden die linearen, exponentiellen Diffusionsgleichungen verwendet. Die Gruppe potenzieller Kunden (M) ist homogen, zeitunabhängig und wird in Kunden (Kunden N) und Nicht-Kunden ($M - N$) unterteilt (Lewandowski 1974, S.260 ff.) Homogenität bedeutet in diesem Sinne, dass alle Kunden mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf den Kommunikationseinfluss reagieren.

Das Modell für den Innovationsprozess in Abbildung 2 beschreibt den Kundenzuwachs vom Zeitpunkt $t_0 = 0$, ab dem die potenziellen Kunden über die Innovation informiert werden. Für das lineare Diffusionsmodell ist die Zahl der potenziellen Kunden unbegrenzt, für das exponentielle hingegen begrenzt.

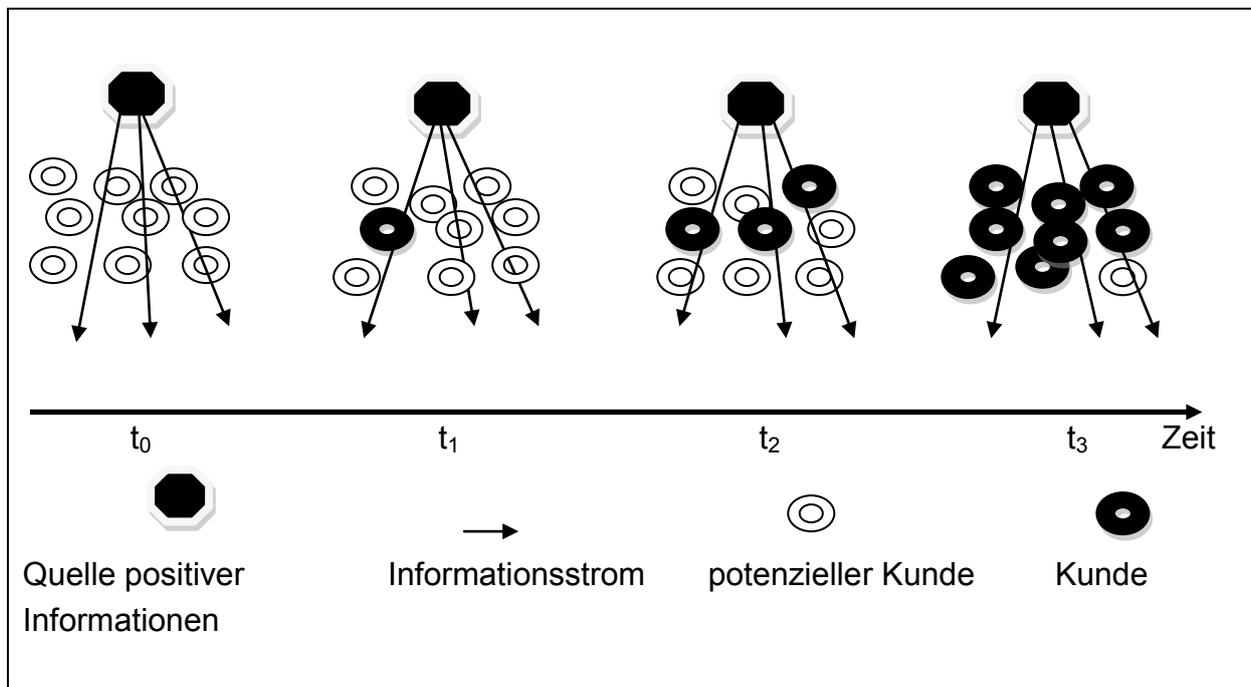


Abbildung 2: Adoption von Innovationen durch den Einfluss positiver Kommunikation im Verlauf der Zeit

In Abbildung 3 läuft die Zeit im Modell für den Innovationsprozess rückwärts. Der zugehörige reale Prozess ist der Kundenverlust durch negative Werbung. Er wird für die mathematische Simulation der Zeitumkehr genutzt. Ausgehend von der Kundenzahl zum Zeitpunkt t_3 des ersten Modells, wird der Kundenverlust durch negative externe Kommunikation dargestellt. Für die Berechnungen wird von einem begrenzten Marktpotenzial ausgegangen. Der Prozess startet bei t_3 und endet bei t_0 .

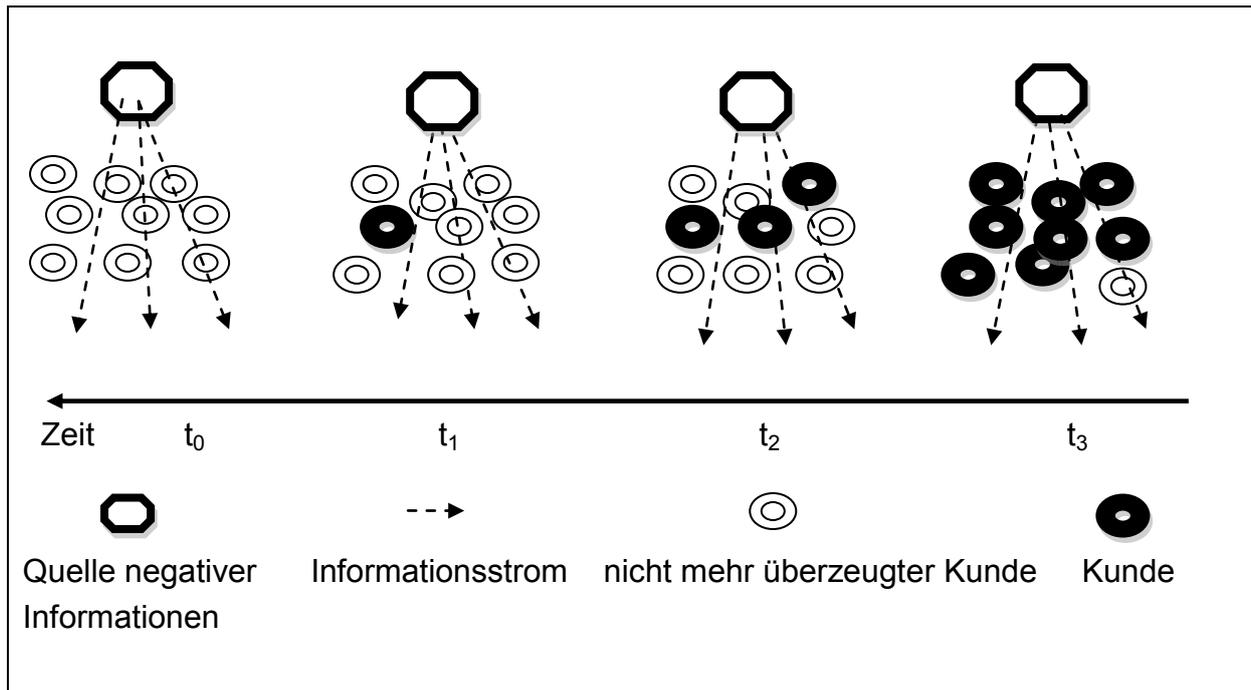


Abbildung 3: Modell zur mathematischen Untersuchung der Auswirkungen der Zeitumkehr auf die Adoption von Innovationen

3.2.2 Lineares Diffusionsmodell

3.2.2.1 Mathematische Beschreibungen

Das lineare Wachstum wird mit folgenden Differenzialgleichungen beschrieben:

$$\frac{dN(t)}{dt} = p \text{ oder } dN(t) = p dt \quad (4)$$

p = Innovationskoeffizient

N = Kundenzahl

Für die Beweisführung des Zeitverhaltens müssen die Differenzialgleichungen in Hin- und Rückrichtung gelöst werden.

Die Zeit im Modell für den Innovationsprozess läuft vorwärts:

Die Differenzialgleichung (4) wird als bestimmtes Integral für wachsende Kundenzahlen und in positiver Zeitrichtung gelöst.

$$\int_a^b dN = \int_0^{t(a \rightarrow b)} p dt ; \text{ Lösung } (b - a) = pt$$

Die Prozesszeit von $a \rightarrow b$ beträgt:

$$t(a \rightarrow b) = \frac{(b - a)}{p}$$

Die Zeit im Modell für den Innovationsprozess läuft rückwärts:

Die Differenzialgleichung (4) wird als bestimmtes Integral für fallende Kundenzahlen und für Zeitumkehr gelöst.

$$\int_b^a dN = \int_{t(b \rightarrow a)}^0 p dt ; \text{ Lösung: } N = (a - b) = p * (-t)$$

Die Prozesszeit von $b \rightarrow a$ beträgt:

$$t(b \rightarrow a) = -\frac{(a - b)}{p} = \frac{(b - a)}{p}$$

3.2.2.2 Die Bestimmung des Zeitverhaltens

Ringintegralmethode

Zur Feststellung des Zeitverhaltens wird das Ringintegral berechnet.

$$\Delta N = \oint dN = \int_a^b dN + \int_b^a dN$$

$$\Delta N = N(b \rightarrow a) + N(a \rightarrow b) = (b - a) + (a - b) = 0$$

Das Ergebnis des Ringintegrals ist Null, damit kann der lineare Diffusionsprozess so zurückgeführt werden, dass keine Änderung der Zustandsgröße im System zurückbleibt. Bei Zeitumkehr kann der Ausgangszustand, die Zahl der ursprünglichen Kunden, wieder erreicht werden. Der Prozess ist technisch reversibel.

Zeitmethode

Als Nächstes wird die Rückkehrzeit für den Fall berechnet, dass der Adoptionsprozess zum Zeitpunkt t_b gestoppt wird und die Zahl der Kunden durch negative Informationen wieder auf den Ausgangszustand zurückgeht.

$$\Delta t = t(b \rightarrow a) - t(a \rightarrow b) = \frac{(b - a)}{p} - \frac{(b - a)}{p} = 0$$

Die Hin- und Rückzeiten sind gleich. Der Prozess benötigt gleich lange Zeiten, bis er wieder den Ausgangszustand erreicht. Aus dem Ergebnis $\Delta t = 0$ ist die technische Reversibilität des linearen Diffusionsprozesses abzuleiten.

Punktsymmetriemethode

Die Rekursionsvorschrift für die Entwicklungen der Kundenzahlen nach der iterativen Methode lautet:

$$N_{t+1} = p + (N_t + N_0)$$

Damit ergibt sich: Die Rekursionsfunktion für das Folgeelement ist keine Funktion von N : $f(N) = p = \text{konstant}$.

Beweisführung: $f(N) = -f(-N)$
 $\underline{p = p}$

Beide Seiten der Gleichung ergeben denselben Betrag. Der Prozess ist dynamisch reversibel.

Pfadmethode

Für quantitative Aussagen wird die lineare Differenzialgleichung (4) als unbestimmtes Integral gelöst und die zeitlichen Entwicklungen der Kundengewinnung und des Kundenverlustes ermittelt.

Kundengewinnung: $N(t) = N(0) + pt$

Kundenverlust: $N(t) = N(\text{max}) - pt$

Für die Berechnungen siehe (Abbildung 4) wurden folgende Werte verwendet:

- Anfangskundenzahl $N(0) = a = 0$,
- Innovationskoeffizient $p_{\text{hin}} = 0,15$,
- $N(\text{max}) = \text{Maximalzahl der gewonnenen Kunden und}$
- Kundenverlustkoeffizient $p_{\text{rück}} = -p_{\text{hin}} = -0,15$.

Abbildung 4 zeigt, dass die Funktionsgraphen für die beiden Berechnungsrichtungen deckungsgleich sind. Der Betrag der Veränderungsrate von Kundenzahlen durch positive externe und negative Kommunikation ist gleich. Der Prozess ist dynamisch reversibel, da er auf dem gleichen Weg zurückgeführt werden kann.

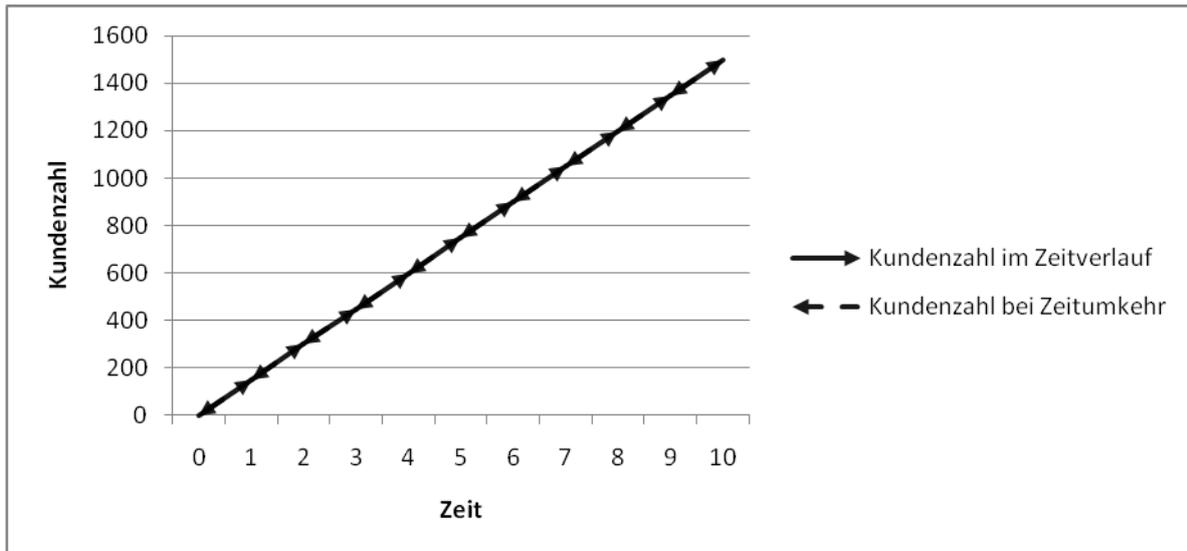


Abbildung 4: Entwicklung der Kundenzahl als Funktion der Zeit für ein lineares Wachsen und Vergehen

3.2.3 Exponentielles Diffusionsmodell

3.2.3.1 Mathematische Beschreibungen

Das exponentielle Wachstum wird mit folgenden Differenzialgleichungen beschrieben:

$$\frac{dN(t)}{dt} = p(M - N(t)) \quad \text{oder} \quad \frac{dN}{(M - N)} = p dt \quad (5)$$

p = Innovationskoeffizient

M = Marktpotenzial oder Zahl der potenziellen Kunden

N = Kundenzahl (Adoptoren)

Für die Beweisführung des Zeitverhaltens muss die Differenzialgleichung in beiden Zeitrichtungen gelöst werden.

Die Zeit im Modell für den Innovationsprozess läuft vorwärts:

Die Differenzialgleichung (5) wird als bestimmtes Integral für wachsende Kundenzahlen und in positiver Zeitrichtung gelöst.

$$\int_a^b \frac{dN}{(M - N)} = \int_0^{t(a \rightarrow b)} p dt \quad ; \quad \text{Lösung} - (\ln(M - b) - \ln(M - a)) = p * t$$

Die Prozesszeit von $a \rightarrow b$ beträgt:

$$t(a \rightarrow b) = \left(-\frac{1}{p} (\ln(M-b) - \ln(M-a)) \right) = \frac{1}{p} \frac{\ln(M-a)}{\ln(M-b)}$$

Die Zeit im Modell für den Innovationsprozess läuft rückwärts:

Die Differenzialgleichung (5) wird als bestimmtes Integral für fallende Kundenzahlen und für Zeitumkehr gelöst.

$$\int_b^a \frac{dN}{(M-N)} = \int_{t(b \rightarrow a)}^0 p dt ; \text{ Lösung } - (\ln(M-a) - \ln(M-b)) = p * (-t)$$

Die Prozesszeit von $b \rightarrow a$ beträgt:

$$t(b \rightarrow a) = \left(\frac{1}{p} (\ln(M-b) - \ln(M-a)) \right) = \frac{1}{p} \frac{\ln(M-b)}{\ln(M-a)}$$

3.2.3.2 Bestimmung des Zeitverhaltens

Ringintegralmethode

Zur Feststellung des Zeitverhaltens werden beide Integralwege addiert und das Ergebnis des Ringintegrals ermittelt.

$$\Delta N = \oint \frac{dN}{(M-N)} = \int_a^b \frac{dN}{(M-N)} + \int_b^a \frac{dN}{(M-N)}$$

$$\Delta N = N(b \rightarrow a) + N(a \rightarrow b) = \left(\frac{\ln(M-b)}{\ln(M-a)} + \frac{\ln(M-a)}{\ln(M-b)} \right) > 0; a, b < M$$

Das Ringintegral ist größer Null. Wird der exponentielle Diffusionsprozess zurückgeführt, werden im System Veränderungen zurückbleiben. Bei der Zeitumkehr ergibt sich für die gleiche Zeitdifferenz eine höhere Zahl verbleibender Kunden als im Ausgangsprozess. Der Prozess ist technisch irreversibel.

Zeitmethode

Die Rückkehrzeit ist für den Fall zu berechnen, dass der Adoptionsprozess zu einer endlichen Zeit gestoppt wird und die Zahl der Kunden durch negative Informationen auf die Ausgangszahl zurückgeht. Für die Bedingung $b > 0$ zum Zeitpunkt t_b ergibt sich:

$$\Delta t = \lim_{a \rightarrow N} [t(b \rightarrow a)] = \lim_{a \rightarrow N} \left[\frac{1}{p} (\ln(M - b) - \ln(M - a)) \right] = \infty$$

Der Prozess benötigt unendlich lange Zeit, bis er wieder den Ursprungszustand erreicht. Damit ist die Wahrscheinlichkeit der vollständigen zeitlichen Umkehr ausgeschlossen. Der Prozess ist technisch irreversibel.

Punktsymmetriemethode

Die Rekursionsvorschrift für die Entwicklungen der Kundenzahlen nach der iterativen Methode lautet: $N_{t+1} = p \cdot (M - N_t) + N_t$

Damit ergibt sich die Rekursionsfunktion für das Folgeelement: $f(N) = p \cdot (M - N)$

Beweisführung:

$$\begin{aligned} f(N) &\neq -f(-N) \\ p \cdot (M - N) &\neq -p \cdot (M + N) \\ p \cdot M - p \cdot N &\neq -p \cdot M - p \cdot N \end{aligned}$$

Beide Seiten der Gleichung ergeben verschiedene Beträge. Der Prozess ist dynamisch irreversibel.

Pfadmethode

Für quantitative Aussagen wird die Differenzialgleichung (5) als unbestimmtes Integral gelöst und die zeitlichen Entwicklungen der Kundengewinnung und des Kundenverlustes ermittelt.

Kundengewinnung: $N(t) = M \cdot (1 - e^{-t \cdot p(\text{hin})})$

Kundenverlust: $N(t) = N(\text{max}) \cdot e^{t \cdot p(\text{rück})}$

Die Zeitumkehr wird durch die Änderung des Vorzeichens beim externen Koeffizienten p bewirkt. Für die Berechnungen der Kurven in Abbildung 5 wurden folgende Parameter verwendet:

- Marktpotenzial $M = 10\,000$,
- Innovationskoeffizient $p_{\text{hin}} = 0,15$,

- $N(\max)$ = Maximalzahl der gewonnenen Kunden und
- Kundenverlustkoeffizient $p_{\text{rück}} = - p_{\text{hin}} = - 0,15$.

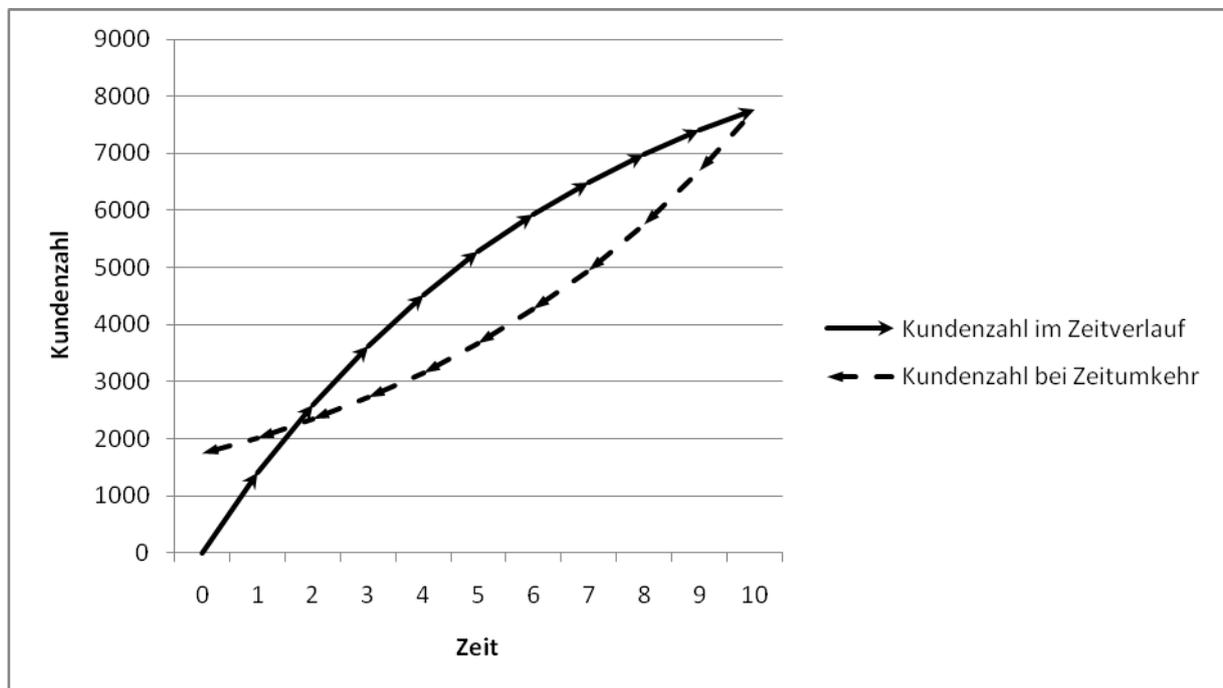


Abbildung 5: Entwicklung der Kundenzahl als Funktion der Zeit für ein exponentielles Wachstum und Vergehen, für $p(t) = p(-t)$

Abbildung 5 zeigt, dass der Kundenzuwachs durch die positive externe Kommunikation anfänglich hoch ist und sich mit wachsender Zeit durch das Ausschöpfen des Kundenpotenzials verringert. Der Kundenverlust durch einen negativen Informationsstrom ist anfänglich höher als zu einem späteren Zeitpunkt. Die Kurvenverläufe sind folglich unterschiedlich. Weiterhin wird sichtbar, dass für die Zeitumkehr der ursprüngliche Zustand der Kundenzahl zum Startpunkt $t = 1$ für die Berechnung bei der Zeitumkehr einen höheren Wert ergibt und die Kurve sich asymptotisch der ursprünglichen Kundenzahl nähert. Der Prozess verläuft auf verschiedenen Pfaden und ist somit dynamisch irreversibel.

In der Abbildung 6 werden Berechnungen der Kundenzahlentwicklungen für einen hohen Innovationskoeffizienten mit folgenden Parametern dargestellt:

- Marktpotenzial $M = 10\ 000$,
- Innovationskoeffizient $p_{\text{hin}} = 15$ und
- Kundenverlustkoeffizient $p_{\text{rück}} = - 15$.

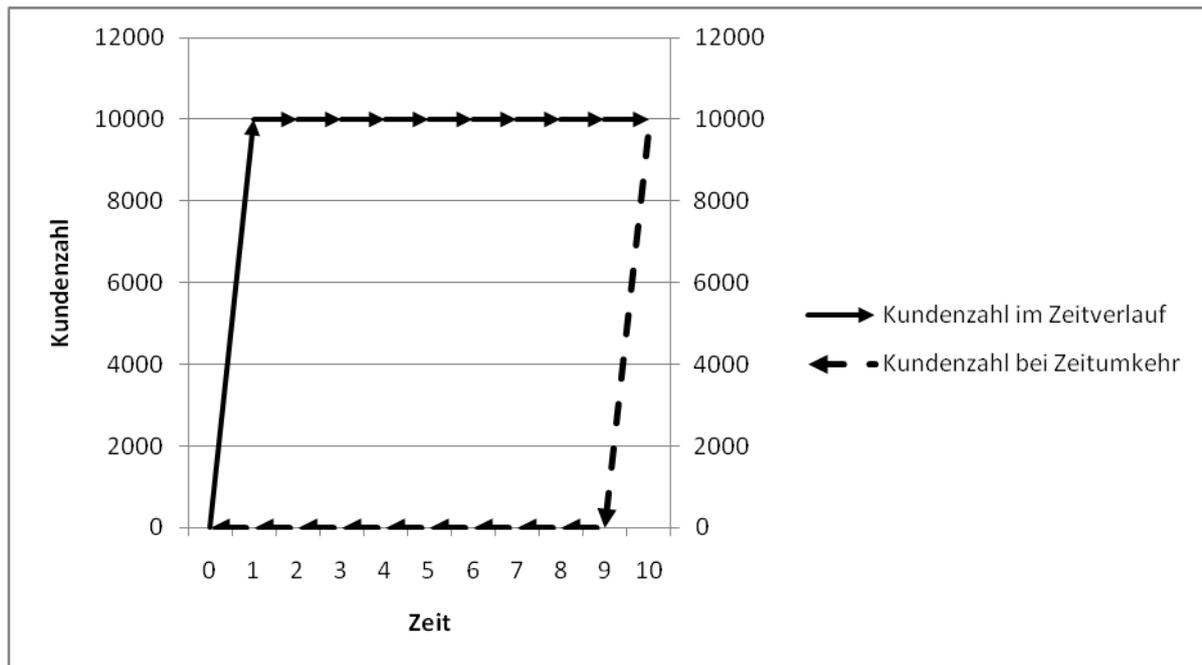


Abbildung 6: Entwicklung der Kundenzahl als Funktion der Zeit für ein exponentielles Wachstum und Vergehen, für $p(t) = p(-t)$

Es entsteht eine Hysterese, die die Unmöglichkeit der Prozess- oder Pfadumkehr zeigt. Die Hysterese ist ebenfalls ein Merkmal der dynamischen Irreversibilität (Hule 2000, S. 39 ff.).

3.3 Interne Einflüsse – Imitationsprozess

3.3.1 Untersuchungsmodelle

Zur Modellentwicklung werden die logistischen Gleichungen (Lewandowski 1974, S. 260 ff.) und das Konzept der Meinungsführerschaft (Böcker 1996, S. 66 ff.) verwendet. Die Berechnungen erfolgen unter der Annahme einer homogenen zeitunabhängigen Gruppe potenzieller Kunden (M), die in Kunden (N) und Nicht-Kunden ($M - N$) aufgeteilt wird.

Im Modell für den Imitationsprozess in Abbildung 7 werden die Meinungsführer zum Zeitpunkt t_0 über die Innovation informiert und verbreiten sie. Im Ergebnis entsteht im Zeitablauf von t_0 und t_3 der Kundenzuwachs. Im Modell der Meinungsführerschaft erfolgt die interne Kommunikation im sozialen Netz durch Mundpropaganda, wobei die Kunden die Neuerung mit gleicher Wahrscheinlichkeit übernehmen sollen (Böcker 1996, S. 66 ff.). Für die Berechnungen wird von einer begrenzten Zahl von Kunden ausgegangen.

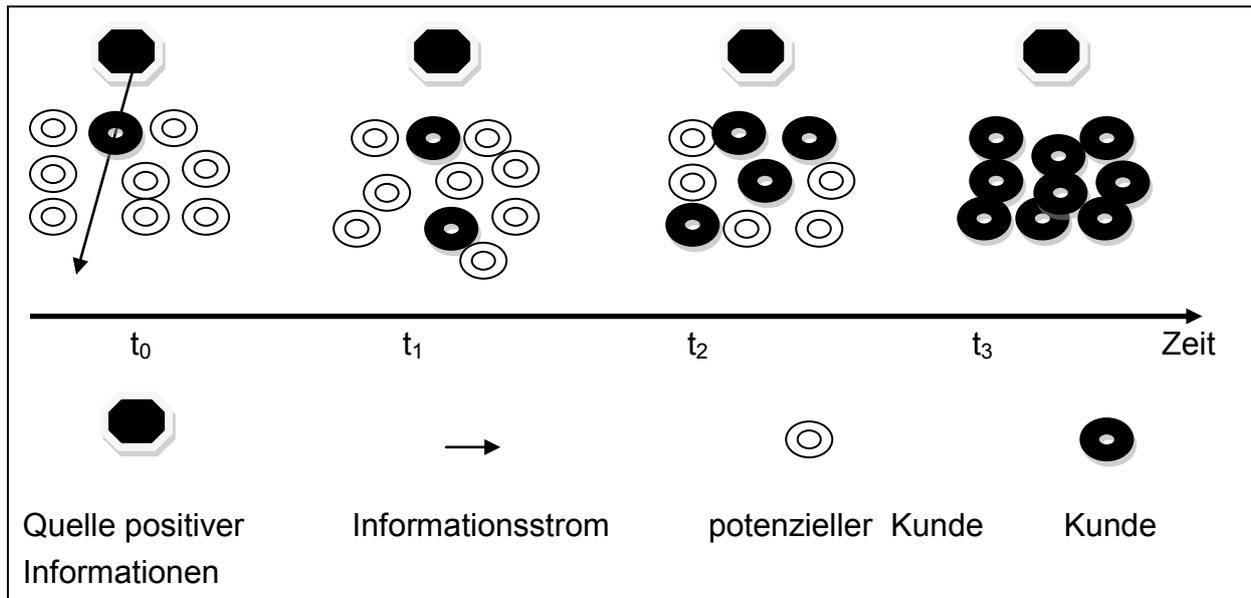


Abbildung 7: Adoption von Innovationen durch den Einfluss von positiver Kommunikation im Verlauf der Zeit

In Abbildung 8 läuft die Zeit im Modell für den Innovationsprozess rückwärts. Während des dazugehörigen realen Prozesses entsteht der Kundenverlust durch negative Mundpropaganda. Ausgehend von der Kundenzahl zum Zeitpunkt t_3 des dritten Modells wird der Kundenverlust durch negative interne Kommunikation dargestellt. Für die Berechnungen wird von einem begrenzten Marktpotenzial ausgegangen. Der Prozess startet bei t_3 und endet bei t_0 .

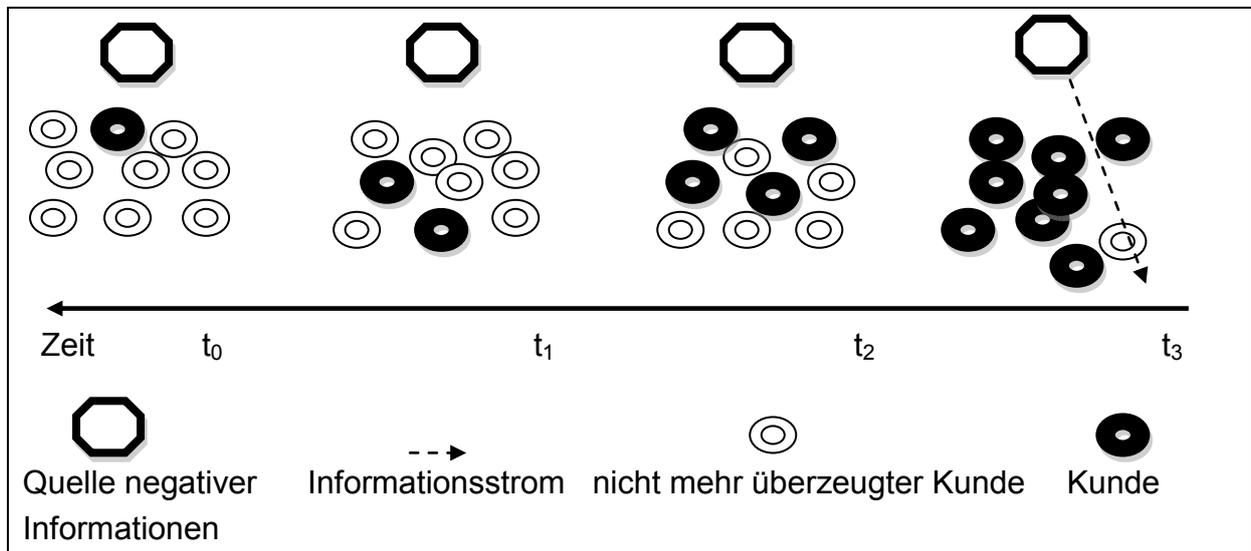


Abbildung 8: Modell zur mathematischen Untersuchung der Auswirkungen der Zeitumkehr auf die Adoption von Innovationen

3.3.2 Logistisches Diffusionsmodell

3.3.2.1 Mathematische Beschreibung

Das logistische Wachstum wird mit folgender Differenzialgleichung beschrieben:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \alpha * N(t) * (M - N(t)) \quad \text{oder} \quad \frac{dN}{N * (M - N)} = \alpha dt \quad (6)$$

mit: $\alpha = \frac{p}{M}$

q = Imitationskoeffizient

α = normierter Imitationskoeffizient

M = Marktpotenzial oder Zahl der potenziellen Kunden

N = Kundenzahl

Die Differenzialgleichungen werden in beiden Zeitrichtungen gelöst.

Die Zeit im Modell für den Imitationsprozess läuft vorwärts:

Die Differenzialgleichung (6) wird als bestimmtes Integral für wachsende Kundenzahlen und in positiver Zeitrichtung gelöst.

$$\int_a^b \frac{dN}{N * (M - N)} = \int_0^{t(a \rightarrow b)} \alpha dt ; \text{Lösung } (M * (\ln b - \ln a) + a - b) = \alpha * t$$

Die Prozesszeit von $a \rightarrow b$ beträgt:

$$t(a \rightarrow b) = \left(\frac{1}{\alpha} \left(a - b + M * \ln \frac{b}{a} \right) \right)$$

Die Zeit im Modell für den Imitationsprozess läuft rückwärts:

Die Differenzialgleichung (6) wird als bestimmtes Integral für fallende Kundenzahlen und für die Zeitumkehr gelöst.

$$\int_b^a \frac{dN}{N * (M - N)} = \int_{t(b \rightarrow a)}^0 \alpha dt ; \text{Lösung } (M * (\ln a - \ln b) + b - a) = \alpha * (-t)$$

Die Prozesszeit von $a \rightarrow b$ beträgt:

$$t(b \rightarrow a) = \left(-\frac{1}{\alpha} \left(b - a + M * \ln \frac{a}{b} \right) \right) = \frac{1}{\alpha} \left(a - b + M * \ln \frac{b}{a} \right)$$

3.3.2.2 Bestimmung des Zeitverhaltens

Ringintegralmethode

Zur Feststellung des Zeitverhaltens werden beide Integralwege addiert und das Ergebnis des Ringintegrals ermittelt.

$$\Delta N = \oint \frac{dN}{N * (M - N)} = \int_a^b \frac{dN}{N * (M - N)} + \int_b^a \frac{dN}{N * (M - N)}$$

$$\Delta N = (M * (\ln b - \ln a) + a - b) + (M * (\ln a - \ln b) + b - a) = 0$$

Das Ergebnis des Ringintegrals ist Null, damit kann der logistische Diffusionsprozess vollständig und ohne Systemveränderungen zurückgeführt werden. Bei der Zeitumkehr wird der Ausgangszustand, die Zahl der ursprünglichen Kunden, wieder erreicht. Der Prozess ist technisch reversibel.

Zeitmethode

Als nächstes wird die Rückkehrzeit für den Fall berechnet, dass der Adoptionsprozess zum Zeitpunkt t_b gestoppt wird und die Zahl der Kunden durch negative Informationen wieder auf den Ausgangszustand zurückgeht.

$$\Delta t = t(a \rightarrow b) - t(b \rightarrow a) = \frac{1}{\alpha} \left(a - b + M * \ln \frac{b}{a} \right) - \frac{1}{\alpha} \left(a - b + M * \ln \frac{b}{a} \right)$$

$$\Delta t = 0$$

Die Zeitdauer ist für Hin- und Rückprozesse gleich groß. Aus dem Ergebnis $\Delta t = 0$ ist die technische Reversibilität des logistischen Diffusionsprozesses abzuleiten.

Punktsymmetriemethode

Die Rekursionsvorschrift für die Entwicklungen der Kundenzahlen nach der iterativen Methode lautet: $N_{t+1} = \alpha * N_t * (M - N_t) + N_t$

Damit ergibt sich die Rekursionsfunktion für das Folgeelement: $f(N) = \alpha * N * (M - N)$

Beweisführung:

$$f(N) \neq -f(-N)$$

$$\alpha * N * (M - N) \neq -(\alpha * (-N) * (M + (-N)))$$

$$\alpha * N * M - \alpha * N^2 \neq \alpha * N * M + \alpha * N^2$$

Die zwei Seiten der Gleichung ergeben verschiedene Beträge. Der Prozess ist dynamisch irreversibel.

Pfadmethode

Für quantitative Aussagen wird die exponentielle Differenzialgleichung (6) als unbestimmtes Integral gelöst und die zeitlichen Entwicklungen der Kundengewinnung und des Kundenverlustes ermittelt.

Kundengewinnung:
$$N(t) = \frac{M}{1 + e^{(c-t \cdot q(\text{hin}))}}$$

mit $c = \ln \frac{M-a}{M}$; $A(0) = a =$ Anfangszahl der Meinungsführer bei $t = 0$

Kundenverlust:
$$N(t) = N(\text{max}) * \left(1 - \frac{1}{1 + e^{(d+t \cdot q(\text{rück}))}}\right)$$

mit $d = \ln \frac{N(\text{max}) - b}{N(\text{max})}$; $b =$ Anfangszahl der Meinungsführer bei $t(\text{max})$

Die Zeitumkehr wird durch die Änderung des Vorzeichens des Imitationskoeffizienten (Mundpropaganda) p bewirkt. Für die Berechnungen der Kurven in Abbildung 9 wurden folgende Parameter verwendet:

- Anfangszahl der Meinungsführer $N(0) = a = 10$,
- Marktpotenzial $M = 10\,000$,
- $N(\text{max}) =$ Maximalzahl der gewonnenen Kunden,
- Imitationskoeffizient $q_{\text{hin}} = 0,8$ und
- Imitationskoeffizient bei Kundenverlust $q_{\text{rück}} = -0,8$.

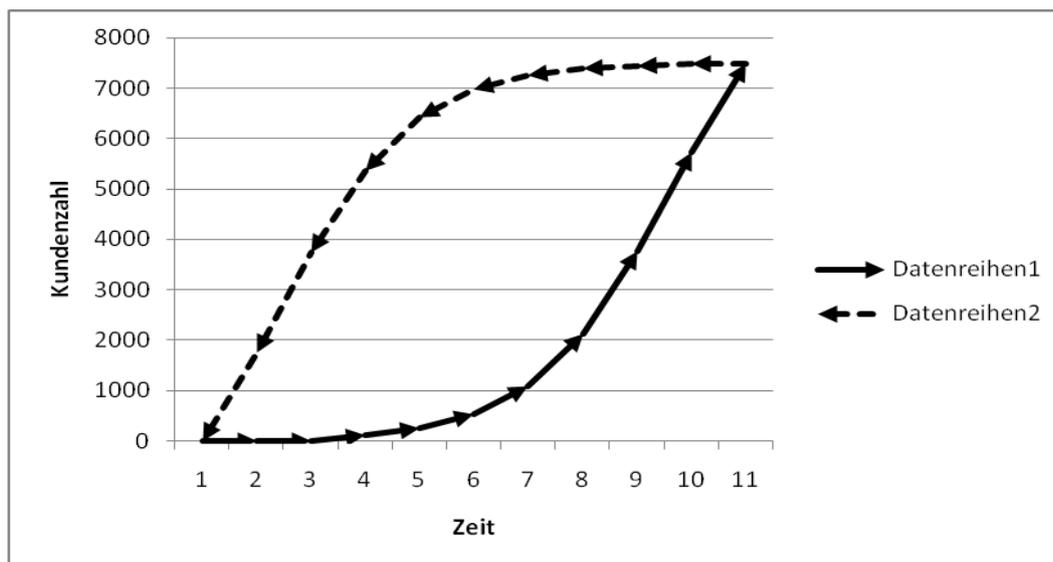


Abbildung 9: Entwicklung der Kundenzahl als Funktion der Zeit für ein logistisches Wachstum und Vergehen, für $q(t) = 0,8$ und $q(-t) = -0,8$

Abbildung 9 zeigt, dass der Kundenzuwachs durch positiven internen Informationsaustausch, z. B. Mundpropaganda, anfänglich hoch ist und sich mit wachsender Zeit durch das Ausschöpfen des Kundenpotenzials verringert. Der Kundenverlust durch einen negativen Informationsaustausch steigt ebenfalls im Zeitverlauf. Es entsteht eine zeitliche Asymmetrie und damit eine Pfadabhängigkeit. Der logistische Diffusionsprozess ist dynamisch irreversibel.

3.3.3 Irreversibilität nach der Hysterese methode

Kundenbeständigkeit und Kundentreue (Habit Persistence) bewirken ein zeitliches Beharren der Marktteilnehmer auf getroffenen Entscheidungen. In Anlehnung an Hule (2000, S. 40–44) zeigt Abbildung 10 die Entwicklungen der Kundenzahlen für positive und negative Kommunikation unter dem Einfluss der Kundenbeständigkeit.

Die unterstellten Bedingungen für die Berechnungen sind:

- Nach der positiven Wirkung der Werbung bleiben die Kunden dem Unternehmen treu.
- Durch Gegenwerbung wird die Kundentreue aufgehoben.

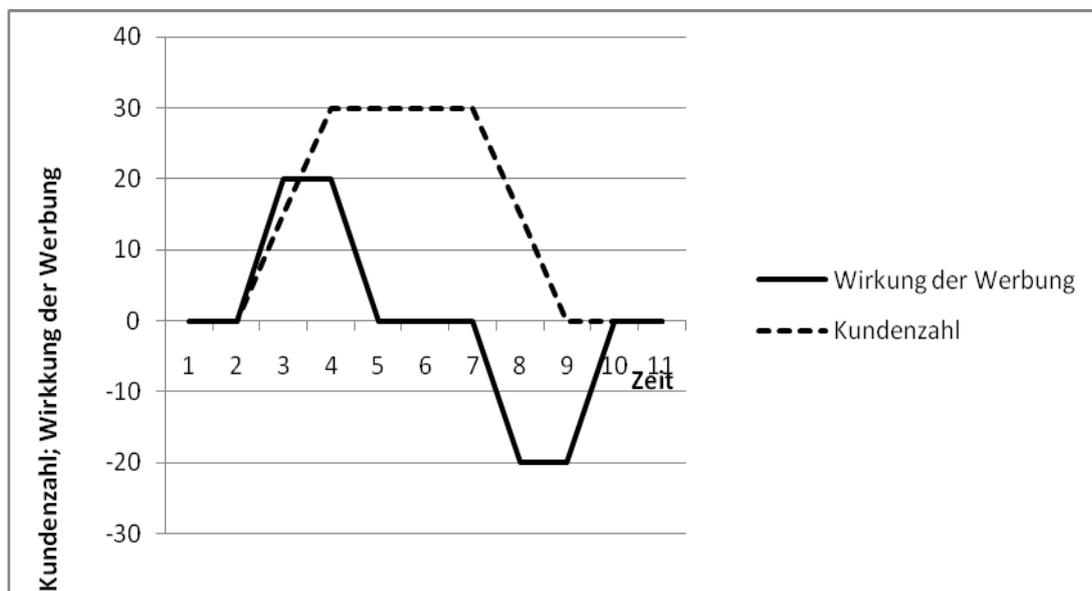


Abbildung 10: Einfluss positiver und anschließend negativer Wirkung auf die Kundenzahl für die Markteigenschaft „Habit Persistence“

Stellt man die Kundenzahl und die Wirkung der Werbung dar (siehe Abbildung 11), entsteht eine Hysteresekurve.

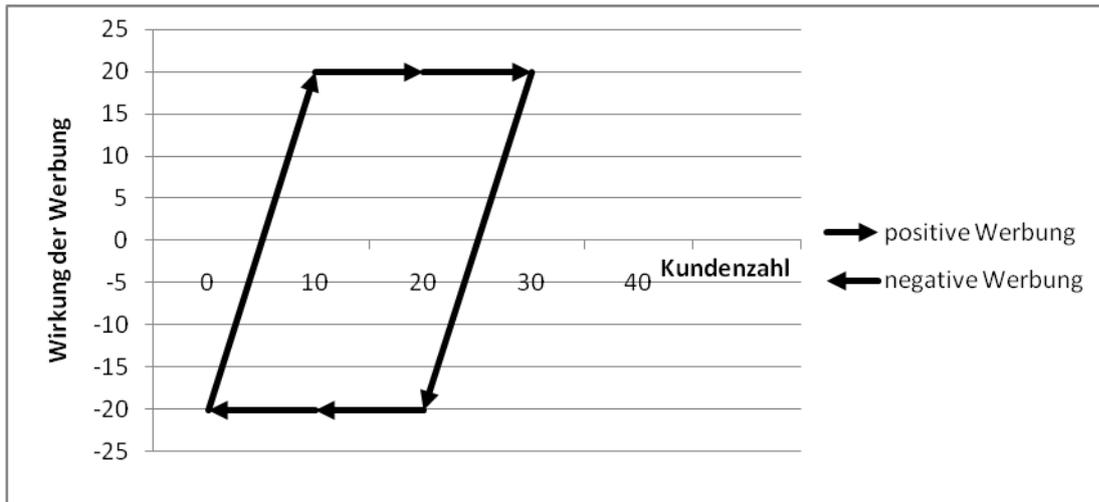


Abbildung 11: Hystereseurve von Kundenzahl und Wirkung der Werbung durch die Markteigenschaft „Habit Persistence“

Habit Persistence bewirkt eine dynamische Irreversibilität der Diffusion von Innovationen.

4 Simulationen unter Einbeziehung der Dynamischen Systemtheorie

Die Verbindung der semilogistischen Diffusionsgleichung in iterativer Form mit der dynamischen Systemtheorie ermöglicht komplexere Untersuchungen (Herold et al. 2011, S. 3 ff.). Für die Berechnungen des Produktlebenszyklus werden Wirkungs- und Simulationsdiagramme (siehe Abbildung 12) verwendet, die auf den exponentiellen und logistischen Diffusionsgleichungen (5) und (6) beruhen (vgl. Beispielkatalog von Ventena Systems, Inc. 2009).

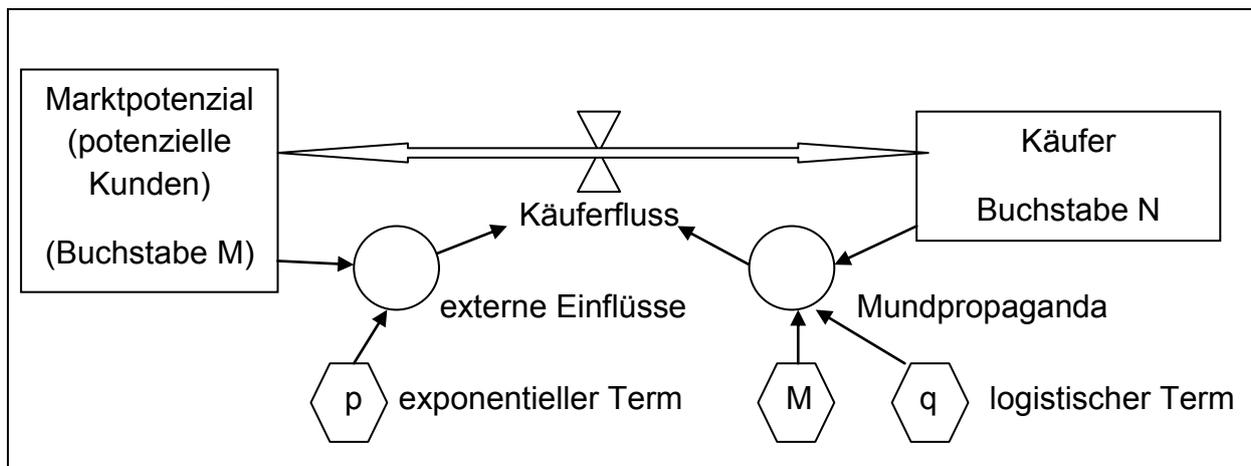


Abbildung 12: Das dynamische System zur Untersuchung des zeitlichen Verhaltens der Produktlebenszyklen (vgl. Ventena Systems, Inc. 2009)

Die semilogistische Diffusionsgleichung lautet (Weiber 1993, S. 36):

$$n_t = p * (M - N_{t-1}) + q * N_{t-1} / M * (M - N_{t-1}) \text{ und } N_t = N_{t-1} + n_t \quad (7)$$

$p * (M - A_{t-1})$ = exponentieller Term

$q * N_{t-1} / M * (M - N_{t-1})$ = logistischer Term

M = Marktpotenzial oder Zahl der potenziellen Kunden

p = Koeffizient der externen Einflüsse (Innovationskoeffizient)

q = Koeffizient der internen Einflüsse bei den Käufern (Imitationskoeffizient)

t = Rechenschritt oder Zeitintervall

N_t = kumulierte Käuferzahl

n_t = Neukäufer im Intervall (t - (t-1))

Das semilogistische Modell besteht aus dem exponentiellen Term für den Innovationsprozess und dem logistischen Term für den Imitationsprozess.

4.1 Simulation positiver und anschließend negativer Werbung

Um die Einflüsse des Imitationsprozesses mathematisch zu eliminieren, wird q gleich Null gesetzt. Die Zahl der Neukäufer berechnet sich durch die Gleichung:

$$n_t = p * (M - N_{t-1})$$

Es werden folgende Werte verwendet:

- Startwert $N_0 = 0$; für die Integralmethode wurde der Buchstabe a verwendet,
- Marktpotenzial $M = 10\,000$,
- Zeitspanne $t = 0$ bis $t = 10$: $p = 0,15$,
- a) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $p = -0,15$,
- b) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $p = -0,3$ und
- c) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $p = -0,45$.

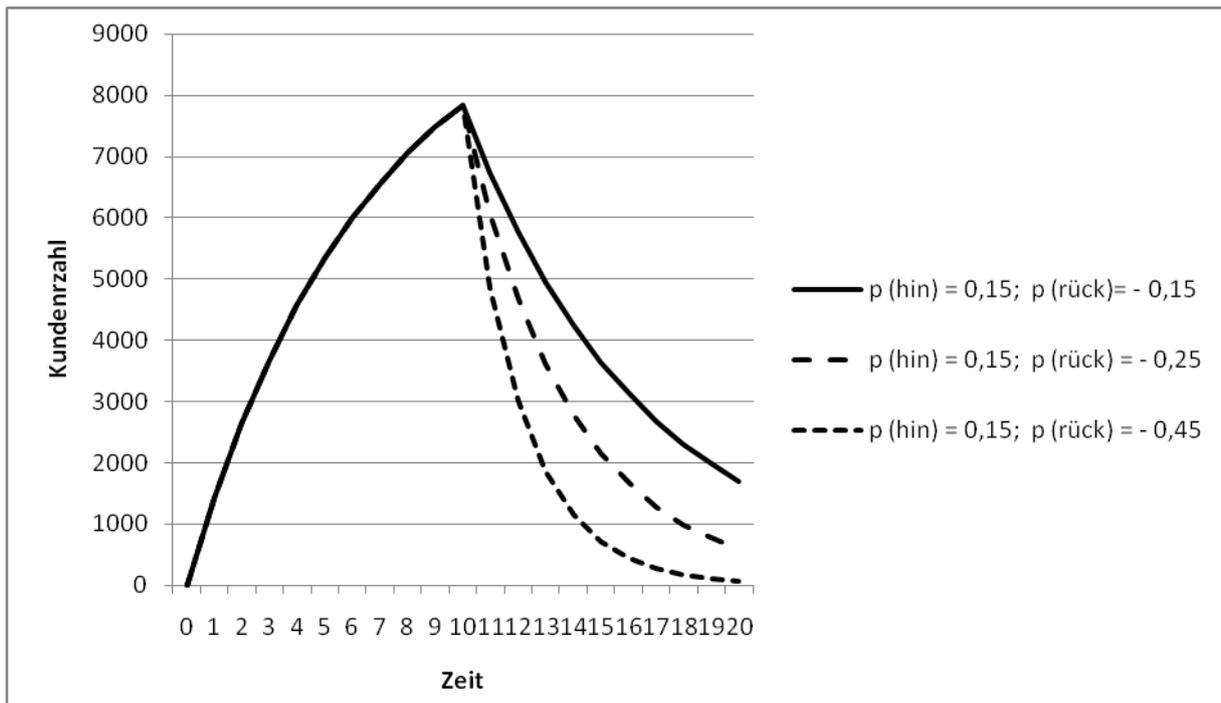


Abbildung 13: Entwicklung der Kundenanzahl als Funktion der Zeit für das Wachstum und Vergehen durch positive und unterschiedlich starke negative Werbung

Abbildung 13 zeigt im Zeitbereich von $\Delta t = 10$ die Entwicklung der Käuferzahl durch positive Werbung. Erst für eine dreifach höhere Gegenwerbung gehen die Kunden in der gleichen Zeitspanne von $\Delta t = 10$ verloren. Die primäre positive Werbung ist im Vergleich zur Gegenwerbung nachhaltiger. Das Ergebnis entsteht durch die Irreversibilität des Prozesses und ist betriebswirtschaftlich positiv zu beurteilen.

4.2 Simulation positiver und anschließend negativer Mundpropaganda

Für die Untersuchungen werden die externen Einflüsse durch Nullsetzen von p ausgeschlossen. Der Käuferzufluss berechnet sich: $n_t = q \cdot N_{t-1} / M \cdot (M - N_{t-1})$

Es werden folgende Werte verwendet:

- Startwert $N_0 = 10$; für die Integralmethode wurde der Buchstabe a verwendet,
- Marktpotenzial $M = 10\,000$,
- Zeitspanne $t = 0$ bis $t = 10$: $q = 1,0$,
- a) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $q = -1,0$,
- b) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $q = -1,5$ und
- c) Zeitspanne $t = 10$ bis $t = 20$: $q = -2,0$.

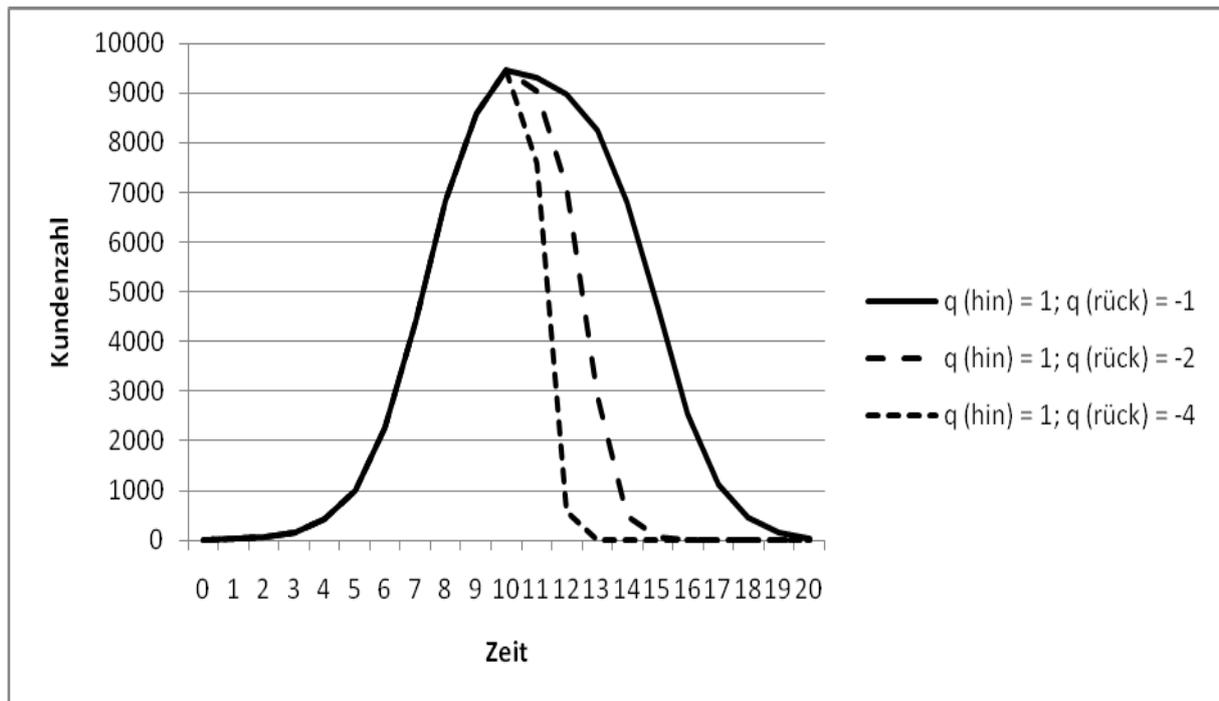


Abbildung 14: Entwicklung der Kundenzahl als Funktion der Zeit für das Wachstum und Vergehen durch positive und unterschiedlich starke negative Mundpropaganda

Abbildung 14 zeigt die Entwicklung der Käuferzahl durch positive und anschließend negative Mundpropaganda. Sind diese betragsmäßig gleich ($q(\text{hin}) = q(\text{rück})$), gehen in der Zeitspanne, in der sie gewonnen wurden, die Kunden auch wieder verloren. Eine Erfahrung aus dem Marketing lautet, dass negative Mundpropaganda eine wesentlich stärkere Wirkung hat. In der Steuerberatung geht man von einem Faktor drei bis vier aus (Hübner et al. 2004, S. 104). Der Kundenstamm ist somit im Regelfall schneller verloren als aufgebaut. Im Beispiel gehen bei einer vierfach höheren Wirkung der negativen Mundpropaganda die Kunden etwa dreimal so schnell verloren wie gewonnen. Trotz des überwiegend reversiblen Verhaltens muss der logistische Prozess betriebswirtschaftlich kritisch betrachtet werden, da durch die Reversibilität keine Nachhaltigkeit des Kundenstamms entsteht.

5 Fazit

Im Rahmen des vorliegenden Beitrags wurden mathematische Untersuchungen zur Reversibilität bzw. Irreversibilität der Absatzfunktionen des Produktlebenszyklus durchgeführt und Schlussfolgerungen auf produkt- und sortimentspolitische Entscheidungen diskutiert. Im Mittelpunkt standen die linearen, exponentiellen und logistischen Diffusionsmodelle zur Ausbreitung von Innovationen. Für die Unterscheidungen in technische bzw. dynamische Umkehrbarkeit der Prozesse wurden die Ringintegral-, und Zeitmethode bzw. die Pfad-, Hysterese- und Punktsymmetriemethode angewandt. Auf Basis des semilogistischen Diffusionsmodells von Rogers, der Absatzfunktionen von Bass und des Programms für Dynamic Systems „Vensim PLE“ und Excel konnten die unterschiedlichen Zeitverhalten von Produktlebenszyklen qualitativ und quantitativ bestimmt werden.

Es ergaben sich folgende Resultate:

- Die lineare Diffusion ist technisch reversibel. Wird der Prozess der Kundengewinnung ohne Zeitverzögerung umgekehrt, ist er auch dynamisch reversibel.
- Die exponentielle Diffusionsgleichung ist technisch und dynamisch irreversibel. Der Kundengewinn geht durch negative externe Kommunikation, z. B. Negativwerbung, erst nach sehr langer Zeitspanne verloren. Die Kundenverluste sind zunächst höher als der Gewinn in der Endphase, was zu einer zeitlichen Hysterese führt.
- Die logistische Diffusion ist technisch reversibel. Die Reversibilität bedeutet, dass durch positive Mundpropaganda gewonnene Kunden durch negative genauso schnell und vollständig verloren gehen. Die negative Wirkung der internen Kommunikation muss betriebswirtschaftlich als kritisch eingeschätzt werden. Der Kundenverlust ist in der Anfangsphase kleiner als der Kundengewinn in der Endphase. Die Raten kehren sich im Laufe der Prozesse um. Der Prozess ist dynamisch irreversibel.
- Unabhängig vom Diffusionsmodell bewirkt die Kundenbeständigkeit (Habit Persistence) eine dynamische Irreversibilität.

Literaturverzeichnis

Ardenne, Manfred von, Musiul, Gerhard, Klemradt, Uwe (2005), Effekte der Physik und ihre Anwendungen: Verlag Harry Deutsch, Frankfurt am Main, 3. Auflage.

Bass, Frank M. (1969), A new product growth for model consumer durables: Management Science 15: S. 215–227.

Böcker, Franz (1996), Marketing: Lucius & Lucius Verlagsgesellschaft Stuttgart, 6. Auflage.

Caballero, Ricardo J., Pindyck, Robert, S. (1996), Uncertainty, Investment and Industry Evolution, International Economic Review Vol. 37 (3).

Goergescu-Roegen, Nicholas (1971), The Entropy Law and the Economic Process: Harvard University Press, Cambridge, MA.

Duncan, Tom (1998), Advanced Physics: John Murray (Publisher) Ltd. Fourth Edition.

Feynman, Richard P., Leighton, Robert P., Sands, Matthew (1987), Vorlesungen über Physik Band 1: Verlag Oldenbourg München, Wien.

Hübner, Klaus, Hübner, Gunther (2004), Abenteuer Steuerberatung: Deubner-Verlag, Köln.

Herold, Jörg, Völker, Lutz (2010), Zufall und Notwendigkeit – Untersuchungen zur mathematischen Modellierung des Produktlebenszyklus: Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 2 (2010), Fachbereich BW, Fachhochschule Jena.

Herold, Jörg, Polzin, Kerstin (2011), Zeitvarianz und Zeitinvarianz – Mathematische Untersuchungen zum Zeitverhalten des Produktlebenszyklus: Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1 (2011), Fachbereich BW, Fachhochschule Jena.

Hardes, Heinz-Dieter, Uhly, Alexandra (2007), Grundzüge der Volkswirtschaftslehre: Verlag Oldenbourg München, Wien, 9. Auflage.

Hule, Richard (2000), Irreversibilität in der Ökonomie, Verlag Peter Lang, Frankfurt am Main.

Laughlin, Robert B. (2009), Abschied von der Weltformel, Verlag Piper München.

Lewandowski, Rudolf (1974), Prognose- und Informationssysteme: Verlag Walter de Gruyter Berlin, Band 1.

Luhmann, Niklas (1984), Soziale Systeme: Suhrkamp-Verlag Frankfurt a. M.

Monod, Jacques (1971), Zufall und Notwendigkeit, Verlag Piper München, 2. Auflage.

Junkermann, Thomas (2006), Die ökonomische Zeit im Rahmen der Alternativen Wirtschaftstheorie, Der Andere Verlag, Tönning, Lübeck und Marburg.

Klemm, Wilhelm, Hoppe, Rudolf, (1980), Anorganische Chemie: Verlag Walter de Gruyter Berlin, 16. Auflage.

Meadows, Donella, Randers, Jorgen, Meadows, Dennis (2007), Grenzen des Wachstums – Das 30 Jahre Update: Hirzel-Verlag Stuttgart 2. Auflage.

Pindyck, Robert (1991), Irreversibility, Uncertainty and Investment: Journal of Economic Literature (29), S. 1110–1152.

Planck, Max (1970), Vorträge und Erinnerungen: Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 8. Auflage.

Rogers, Everett M. (2003), Diffusion of Innovations: New York u. a., 5. Auflage.

Simon, Hermann,(1997), Hysteresis in Marketing: Sloan Management Review 38 (3), S. 39–49.

Schreiter, Walter (2010), Chemische Thermodynamik: Verlag Walter de Gruyter Berlin.

Stern, Thomas, Jaberg, Helmut (2010), Erfolgreiches Innovationsmanagement: Gabler-Verlag Wiesbaden, 4. Auflage.

Stoppe, Heribert (1974), Physik: Fachbuchverlag Leipzig.

Ulrich, Hans, Probst, Gilbert, J. B. (1993), Anleitung zum ganzheitlichen Denken und Handeln:Verlag Paul Haupt Bern, 3. Auflage.

Ventena Systems, Inc. (2009), Vensim PLE: <http://www.vensim.com/index.html>, 10.04.2011.

Weiber, Rolf (1993), Chaos: Das Ende der klassischen Diffusionsmodellierung?: Marketing ZfP 1, S. 35–46.

Weizsäcker, Carl F. von (2002), Aufbau der Physik: Deutscher Taschenbuchverlag München, 4. Auflage.

Wöhe, Günter, Döring Ulrich (2008), Einführung in die allgemeine Betriebswirtschaft: Verlag Vahlen, 23. Auflage.

Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung

Jahrgang 2011

Herold, J., Ahrens, B., 2011, Reversibilität und Irreversibilität – Mathematische Untersuchungen zum Zeitverhalten des Produktlebenszyklus, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 5/2011, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Stoetzer, M., Pfeil, S., Kaps, K., Sauer, T., 2011, Regional dispersion of cooperation activities as success factor of innovation oriented SME, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 4/2011, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Kaps, K., Pfeil, S., Sauer, T., Stoetzer, M., 2011, Innovationsbedingte Beschäftigungs- und Umsatzeffekte bei Unternehmen im Raum Jena, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 3/2011, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Kaps, K., Pfeil, S., Sauer, T., Stoetzer, M., 2011, Innovationskooperationen und Wissenstransfer von Unternehmen im Raum Jena, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 2/2011, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Herold, J., Polzin, K., 2011, Zeitvarianz und Zeitinvarianz – Mathematische Untersuchungen zum Zeitverhalten des Produktlebenszyklus, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1/2011, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Jahrgang 2010

Kaps, K., Pfeil, S., Sauer, T., Stoetzer, M., 2010, Strategische Ausrichtung und Innovationstätigkeit von KMU im Raum Jena, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 3/2010, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Herold, J., Völker, L., 2010, Zufall und Notwendigkeit - Untersuchungen zur mathematischen Modellierung des Produktlebenszyklus, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 2/2010, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Schwartz, M., Hornyh, C., 2010, Informal networking - An overview of the literature and an agenda for future research, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1/2010, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Jahrgang 2007

Stoetzer, M.-W., Krähmer, C., 2007, Regionale Nachfrageeffekte der Hochschulen – Methodische Probleme und Ergebnisse empirischer Untersuchungen für die Bundesrepublik Deutschland, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 6/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Bösch, M., Heinig, R., 2007, Der Verkauf von Non Performing Loans durch deutsche Kreditinstitute - Betriebswirtschaftliche Notwendigkeit versus rechtliche Zulässigkeit -, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 5/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Stoetzer, M., Sauer, T., Gerlach, A., 2007, Spatial Localization on Knowledge-Transfer Channels and Face-to-Face Contacts: A Survey on the Jena University-Industry Linkages, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 4/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Sauer, T., Stoetzer, M., Gerlach, A., 2007, Forms and regional distribution of knowledge transfer by German universities. A representative case study for Jena, Thuringia, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 3/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Bösch, M., 2007, Aktienanlagen im Zusammenhang mit dem § 80 Abs. 1 SGB IV. Die Folgen des Verbots von Aktienanlagen für gesetzliche Krankenversicherungen und der Wahlfreiheit zur Bildung von Pensionsrückstellungen, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 2/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

von Pöllnitz, Holger, 2007, Patentschutz in der Volksrepublik China aus der Sicht eines deutschen Technologieunternehmens, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1/2007, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Jahrgang 2006

Halm, K., 2006, Die neue Ordnung am europäischen Himmel: Eine Analyse des Markteintritts der Low-Cost Carrier in den europäischen Luftverkehrsmarkt, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 5/2006, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Schwartz, M., 2006, Die Learning Economy aus Netzwerkperspektive:

Mechanismen und Probleme; Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 4/2006, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Welsch, J., 2006, Dynamik der Arbeitslosigkeit – Eine vergleichende Analyse auf der Ebene ausgewählter Arbeitsagenturbezirke, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 3/2006, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Clasing, M., 2006, CO₂-Emissionshandel – Auswirkungen auf die deutsche Energiewirtschaft, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 2/2006, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Watzka, K., 2006, JETT-M - Jenaer Entrepreneur Test & Training Modul - Ein Assessment-Center für Unternehmensgründer, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1/2006, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.

Jahrgang 2005

Gerlach, A.; Sauer, T., Stoetzer, M., 2005, Formen und regionale Verteilung des Wissenstransfers von Hochschulen – Eine repräsentative Fallstudie für Jena, Jenaer Beiträge zur Wirtschaftsforschung Heft 1/2005, Fachbereich Betriebswirtschaft, Fachhochschule Jena.