

# Ilmenauer Beiträge zur Wirtschaftsinformatik

Herausgegeben von U. Bankhofer, V. Nissen,  
D. Stelzer und S. Straßburger

Volker Nissen

## **Ausgewählte Grundlagen der Fuzzy Set Theorie**

**2., korr. Auflage**

**Arbeitsbericht Nr. 2014-01, Februar 2014**



Technische Universität Ilmenau  
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften und Medien  
Institut für Wirtschaftsinformatik



## Gliederung

Abbildungsverzeichnis .....	iii
Tabellenverzeichnis .....	iv
Abkürzungsverzeichnis .....	iv
1 Das Konzept der Unschärfe .....	2
2 Fuzzy Sets (Unschärfe Mengen).....	3
3 Grundlegende Konzepte und Definitionen der Fuzzy Set Theorie.....	4
4 Operatoren auf unscharfen Mengen (Fuzzy-Operatoren).....	10
5 Anwendungsformen der Fuzzy Set Theorie .....	14
6 Linguistische Variablen und Unschärfe Relationen .....	16
7 Unschärfe Zahlen und Fuzzy-Arithmetik .....	20
8 Einsatzkriterien sowie Vor- und Nachteile unscharfer Modellierung .....	24
9 Fuzzy Control .....	26
10 Anwendungen von Fuzzy Control im Managementumfeld .....	29
11 Beispiel: fuzzy-regelbasiertes System zur Aufwandschätzung .....	32
11.1 Hintergrund und Motivation der Anwendung .....	32
11.2 Konzeption des wissensbasierten Fuzzy-Systems .....	34
11.3 Erfahrungen mit dem Fuzzy-System .....	41
Literaturverzeichnis .....	v

## Abbildungsverzeichnis

Bild 1: Formen der Unsicherheit .....	2
Bild 2: Graduelle Zugehörigkeiten in der Fuzzy Set Theorie .....	5
Bild 3: Repräsentation des vagen Konzeptes „hohe Außentemperatur“ .....	6
Bild 4: Beispiele geläufiger Formen von Zugehörigkeitsfunktionen .....	7
Bild 5: Beispielhafte Fuzzy Partition .....	8
Bild 6: Beispiel eines Fuzzy-Intervalls.....	9
Bild 7: Komplement einer unscharfen Menge.....	10
Bild 8: Durchschnitt und Vereinigung zweier unscharfer Mengen.....	11
Bild 9: Grundstruktur eines Fuzzy Expertensystems .....	15
Bild 10: Linguistische Variable.....	17
Bild 11: Unscharfe Zahl „ungefähr 4“ .....	20
Bild 12: Unscharfes Intervall „zwischen 4 und 6“ .....	21
Bild 13: Fuzzy-Addition, Fuzzy-Subtraktion und Multiplikation.....	23
Bild 14: Allgemeine Grundstruktur eines Fuzzy Controllers.....	27
Bild 15: Unscharfe Entscheidungslogik .....	28
Bild 16: Struktur des wissensbasierten Fuzzy Systems für die Aufwandschätzung .....	35
Bild 17: Vorgehensmodell beim Entwurf des Fuzzy-Systems zur Aufwandschätzung.....	36
Bild 18: Ausschnitt aus der Struktur des mehrstufigen Fuzzy-Reglers.....	37
Bild 19: Beispielhafter Ausschnitt der Regelbasis .....	38
Bild 20: Excel-Umgebung zur Aufwandschätzung für SCEM-Beratungsprojekte.....	40

## **Tabellenverzeichnis**

Tabelle 1: Vergleich Expertensysteme und wissensbasierter Fuzzy Control Systeme .....	30
Tabelle 2: Variablen des Fuzzy-Systems im Regler-Teil.....	39
Tabelle 3: Vergleich der Aufwandschätzung durch das Fuzzy-System und die Experten..	42

## **Abkürzungsverzeichnis**

DDE	Dynamic Data Exchange
FCM	Fuzzy Control Manager (Fuzzy Entwicklungswerkzeug)
IT	Informationstechnik
SCEM	Supply Chain Event Management

**Zusammenfassung:**

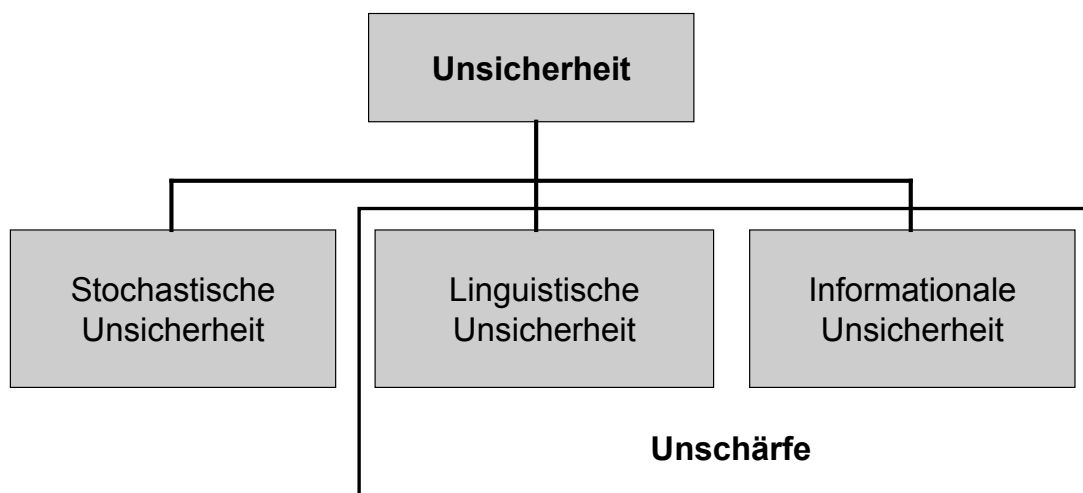
*Dieser Text gibt einen kurzen Überblick ausgewählter Elemente der Fuzzy Set Theorie. Eine umfassende Einführung in die Materie wird nicht angestrebt, doch sollen die für Studierende der Wirtschaftsinformatik und Betriebswirtschaftslehre wesentlichen Konzepte dargestellt werden. Hierzu zählen die grundlegenden Konzepte der unscharfen Menge, linguistischen Variablen, unscharfen Zahlen sowie beispielhafte Fuzzy-Operatoren. Ebenfalls behandelt wird der technische Einsatzbereich Fuzzy Control, weil Übertragungsmöglichkeiten dieser regelbasierten Fuzzy-Systeme auf betriebswirtschaftliche Einsatzgebiete bestehen, auf die ebenfalls kurz eingegangen wird. Auch generelle Anwendungsformen und Eigenschaften erfolgversprechender Einsatzbereiche für Fuzzy-Systeme sind überblickartig dargestellt.*

**Schlüsselwörter:** *Unschärfe, qualitative Informationen, unscharfe Menge, linguistische Variable, unscharfe Zahl, unscharfe Arithmetik, fuzzy control, fuzzy-regelbasierte Systeme*

## 1 Das Konzept der Unschärfe

Sogenannte „weiche Faktoren“, wie „Kundenzufriedenheit“, „Mitarbeiterbindung“ und „Produktimage“ sind in der Unternehmenspraxis sehr wichtig. Daneben haben auch qualitativ formulierte Expertenurteile sowie vage Angaben und unscharfe Zusammenhänge großen Einfluß, z.B. in Domänen wie der strategischen Planung, dem Wissensmanagement und Customer Relationship Management. Die adäquate computergestützte Verarbeitung solcher unscharfen Informationen ist jedoch schwierig und wird daher gern vernachlässigt oder unzulässig vereinfacht. Es fehlen oft nicht nur exakte Messmethoden, sondern auch die rechnerbasierte Repräsentation unscharfer Konzepte bereitet Probleme.

Unschärfe ist eine Form der Unsicherheit. Anders als bei der stochastischen Unsicherheit, bei der das Eintreten bestimmter Ereignisse mit Hilfe von Wahrscheinlichkeiten quantifiziert werden kann, entzieht sich Unschärfe dieser Form der Modellierung. Unschärfe kann selbst wiederum in verschiedene Formen differenziert werden, wie Bild 1 verdeutlicht.



**Bild 1: Formen der Unsicherheit (nach [ZALW1993, 5])**

„Informationale Unsicherheit“ tritt im Zusammenhang mit komplexen Phänomenen auf, die durch eine große Anzahl von Eigenschaften definiert sind. Die resultierende Informationsmenge ist für unser Kurzzeitgedächtnis zu groß, um gleichzeitig verarbeitet zu werden [ZALW1993, 5]. Das führt zur unbewussten Selektion wichtig erscheinender Informationen und der Bildung subjektiver Kategorien [Höne997, 31-32]. Ein Beispiel ist

der Begriff der Kreditwürdigkeit. Ein und dieselbe Person kann von verschiedenen Beurteilern hinsichtlich ihrer Kreditwürdigkeit unterschiedlich eingeschätzt werden, was letztlich auf die Komplexität der Realität und die Beschränktheit der menschlichen Informationsverarbeitung zurückzuführen ist.

Bei der linguistischen (oder lexikalischen) Unsicherheit liegt die Ursache in der mangelnden Präzision und undefiniertheit der menschlichen Sprache. Natürlichsprachliche Angaben sind meist ungenau und mehrdeutig (Beispiel: „hohe Umsatzsteigerung“). Eine Form der linguistischen Unsicherheit sind unscharfe Relationen. Unscharfe Relationen liegen dann vor, wenn mehrere Objekte in ein unscharfes Verhältnis zueinander gesetzt werden (Beispiel: A ist „viel größer“ als B.).

Linguistische Unsicherheit und unscharfe Relationen sind im täglichen Leben häufig anzutreffen und stellen die menschliche Informationsverarbeitung vor keine besonderen Probleme. Der Satz „Mitarbeiter A hat viel Projekterfahrung und ist daher fachlich weitaus kompetenter als Mitarbeiter B mit wenig Projekterfahrung.“ enthält sowohl eine unscharfe Relation als auch lexikalische Unsicherheit. Es bleibt unklar, was „viel“ und „wenig“ Projekterfahrung konkret bedeuten (lexikalische Unsicherheit). Außerdem bleibt unklar, was „weitaus kompetenter“ im einzelnen meint (unscharfe Relation). Trotzdem versteht man diesen Satz.

Im folgenden Abschnitt geht es um die Frage, wie sich Unschärfe mathematisch exakt modellieren und damit rechnergestützt verarbeiten lässt.

## 2 Fuzzy Sets (Unschärfe Mengen)

Seit Mitte der Sechziger Jahre wurde mit der Fuzzy Set Theorie [Zade1965] eine theoretische Basis entwickelt, um Unschärfe zu modellieren. Praktische Applikationen der Fuzzy Set Theorie sind heute im technisch-industriellen Anwendungsbereich gut etabliert. Dies gilt besonders für regelungstechnische Anwendungen, die unter dem Begriff „Fuzzy Control“ seit den grundlegenden Arbeiten von Mamdani [Mamd1975] und anderen Mitte der Siebziger Jahre eine weite Verbreitung gefunden haben.

Anwendungssysteme, die auf der Basis der Fuzzy Set Theorie entwickelt wurden (Fuzzy-Systeme), werden gegenüber herkömmlichen Systemen als strukturell einfacher, leichter zu handhaben und kostengünstiger im Betrieb bezeichnet. Ein weiterer Vorteil wird in der



größeren Realitätsnähe der komplexitätsreduzierenden, modelltechnischen Abbildung gesehen, da herkömmliche Modelle oftmals erhebliche Idealisierungen darstellen, die den praktischen Aussagewert ihrer Ergebnisse beeinträchtigen. Dem steht der Nachteil gegenüber, dass für die erzielten Lösungen bei Fuzzy-Systemen selten der Nachweis ihrer Optimalität erbracht werden kann, was unter praktischen Gesichtspunkten jedoch in den allermeisten Fällen vertretbar erscheint [ZALW1993, 11] [NaKr1997, 13 und 20].

Fuzzy-Systeme und Fuzzy-Methoden sollten nicht als „schlampig“ missverstanden werden. Sie stehen auf einer soliden mathematischen Grundlage. Modelle und Methoden, die Unschärfe bewusst und systematisch einbeziehen, können bezüglich relevanter Gütekriterien, wie Komplexitätsreduktion, Korrektheit, Vollständigkeit, Adäquatheit, Effizienz und Benutzerfreundlichkeit durchaus besser sein als „scharfe“ Modelle und Methoden, die ausschließlich auf präzisen Informationen beruhen [NaKr1998, 37-38].

Die Fuzzy Set-Theorie bietet somit eine vielversprechende Grundlage zur Ableitung von Methoden und Instrumenten für das Management qualitativer Informationen. Im Folgenden werden ausgewählte Grundlagen der Fuzzy Set-Theorie dargestellt. Für ausführlichere Darstellungen wird auf die Literatur verwiesen: [ZALW1993] [KGG11996] [Zimm2001] [Frie2006] [SSDe2006].

### 3 Grundlegende Konzepte und Definitionen der Fuzzy Set Theorie

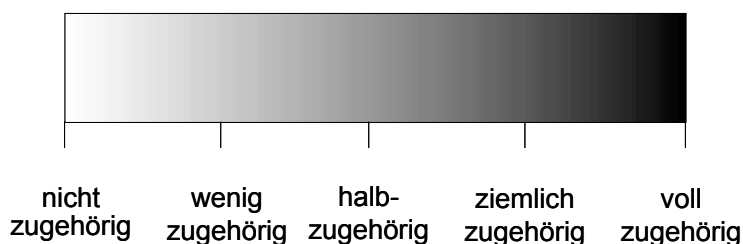
In der klassischen Mengentheorie gehört ein Element  $x$  aus einer Grundmenge  $X$  ( $x \in X$ ) entweder eindeutig zu einer Menge  $A$  oder es gehört eindeutig nicht zu  $A$ . Für viele reale Sachverhalte ist diese scharfe Trennung jedoch keine angemessene Repräsentation. Vielmehr lassen sich in der Realität auch graduell abgestufte Zugehörigkeiten beobachten. Beispielsweise erscheint es wenig sinnvoll, die Menge der körperlich „großen Männer“ präzise ab einer Größe von 1,90 m beginnen zu lassen, so dass jemand mit 1,87m nicht dazu gezählt würde. Andererseits ist offensichtlich, dass ein Mann von 1,87m eine größere Zugehörigkeit zur Menge der „großen Männer“ hat als ein anderer Mann, der nur 1,75m misst.

Die Fuzzy Set Theorie erlaubt die Darstellung solcher gradueller Zugehörigkeiten und spricht in diesem Zusammenhang von unscharfen Mengen, Fuzzy-Mengen oder *fuzzy sets*. Bild 2 veranschaulicht den Unterschied zur klassischen Menge noch einmal grafisch.

### Klassische Menge:



### Unscharfe Menge („Graustufen“ zulässig):

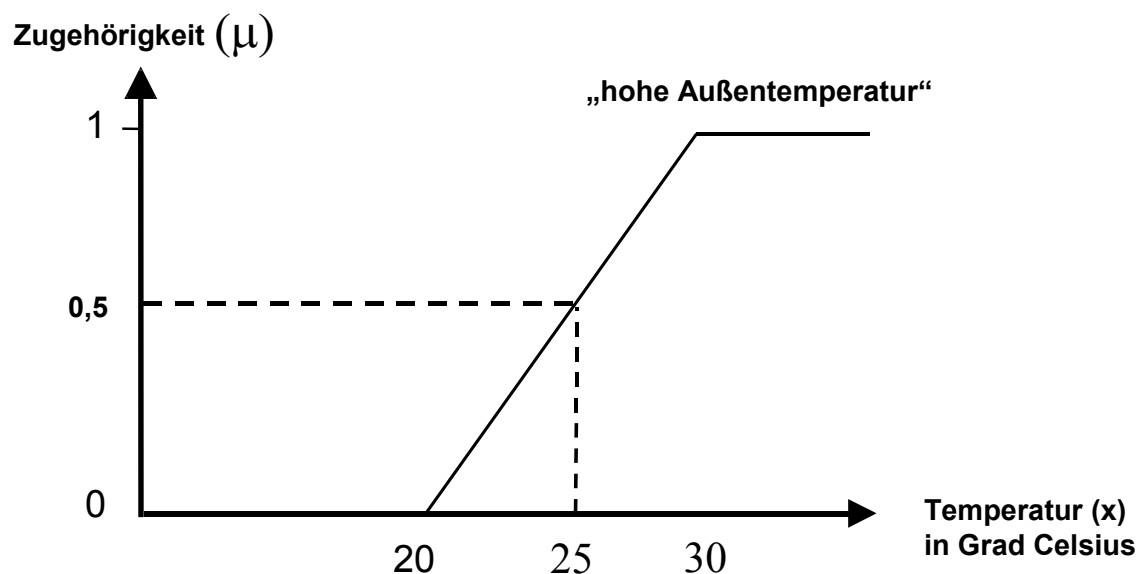


**Bild 2: Scharfe Abgrenzung in der klassischen Mengentheorie und graduelle Zugehörigkeiten in der Fuzzy Set Theorie**

Eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  ist dadurch gekennzeichnet, dass die Zugehörigkeit eines Elementes  $x$  zu  $\tilde{A}$  durch eine reelle Zahl angegeben werden kann, die in der Regel auf den Wertebereich  $[0, 1]$  (Einheitsintervall) normiert wird. Formal lässt sich eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  daher durch eine reellwertige Funktion  $\mu_{\tilde{A}}$  beschreiben:  $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ .

Eine solche Funktion wird als Zugehörigkeitsfunktion bezeichnet. Dabei besagt ein Wert  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$ , dass  $x$  nicht zu der unscharfen Menge  $\tilde{A}$  gehört, während ein Wert  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$  auf eine volle Zugehörigkeit hinweist. Werte im Intervall  $0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1$  zeigen eine partielle Zugehörigkeit von  $x$  zu  $\tilde{A}$  an. Die klassische (scharfe, nicht-fuzzy) Menge  $A$  ist dabei als spezielle unscharfe Menge interpretierbar, für die nur die Alternativen keine Zugehörigkeit oder volle Zugehörigkeit existieren.

Unscharfe Mengen sind gut geeignet, um vage Konzepte zu repräsentieren, wobei die Grundmenge sowohl kontinuierlich als auch diskret sein kann. Bild 3 veranschaulicht die Repräsentation des vagen Konzeptes „hohe Außentemperatur“, wobei hier die Grundmenge der möglichen Temperaturen kontinuierlich ist.

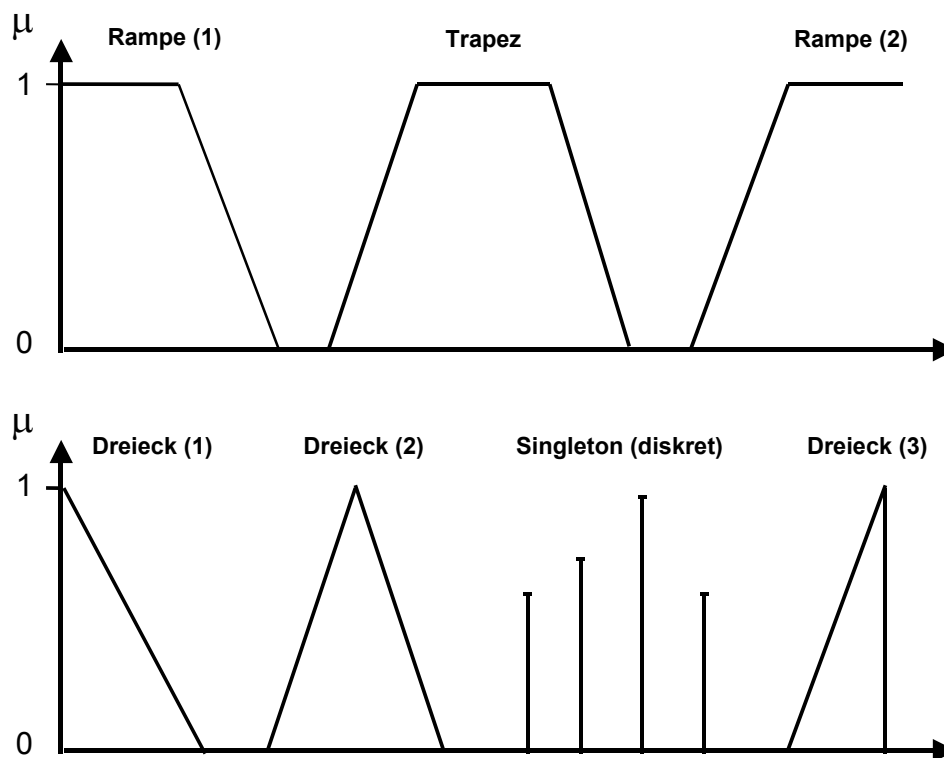


**Bild 3: Repräsentation des vagen Konzeptes „hohe Außentemperatur“ mittels einer unscharfen Menge**

Die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu(x)$  der unscharfen Menge „hohe Außentemperatur“ ist dabei wie folgt definiert:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 20 \\ \frac{x-20}{10} & \text{für } 20 \leq x \leq 30 \\ 1 & \text{für } x > 30 \end{cases}$$

Das Beispiel verdeutlicht bereits, dass die Modellierung vager Konzepte intersubjektiv variieren kann. So hätte ein Zentralafrikaner vermutlich die Zugehörigkeitsfunktion weiter rechtsverschoben gewählt. Ein Eskimo hätte sie dagegen wohl weiter linksverschoben definiert. Ganz allgemein hängt die Wahl von unscharfen Mengen zur Repräsentation vager Konzepte vom Kontext ab. Dabei können auch andere Formen von Zugehörigkeitsfunktionen als die in Bild 3 dargestellte Rampenfunktion zum Einsatz kommen. Bild 4 zeigt weitere beispielhafte Funktionsverläufe.



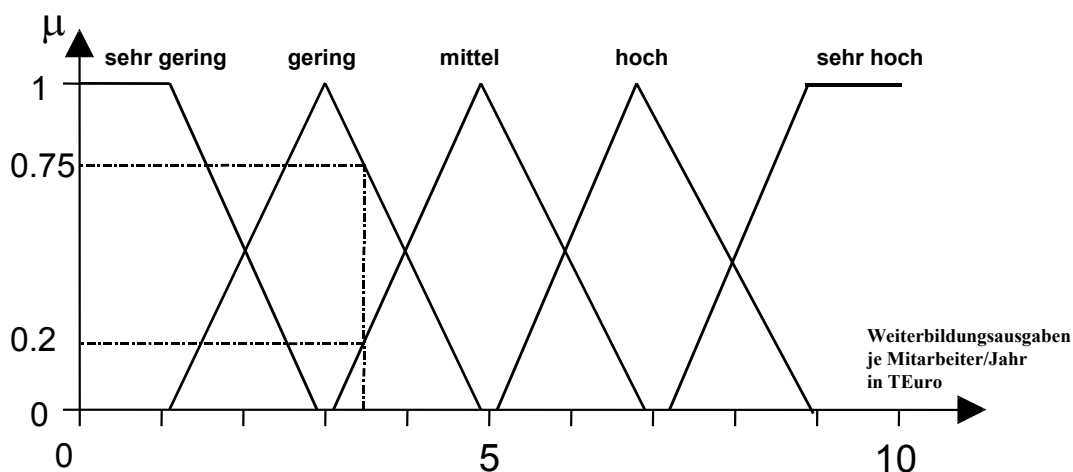
**Bild 4: Beispiele geläufiger Formen von Zugehörigkeitsfunktionen**

Die Gestaltung der Zugehörigkeitsfunktion muss sich vor allem an den Kriterien der Problemadäquatheit und Wirtschaftlichkeit der Modellierung orientieren. So eignen sich flexible, hochparameterisierte Funktionen besonders gut, um real vorhandene Unschärfe möglichst exakt abzubilden. Dadurch wird jedoch ein vergleichsweise hoher Modellierungsaufwand verursacht. Sind viele Zugehörigkeitsfunktionen zu berücksichtigen, ist daher eine allzu große Flexibilität bei den Funktionen oft nicht erwünscht, weil der erforderliche Modellierungsaufwand die Wirtschaftlichkeit der Modellierung infrage stellt.

Ist die Grundmenge diskret, so erfolgt die Darstellung einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  als Liste von 2-Tupeln. Jedes Tupel enthält ein Element der Grundmenge und seinen Zugehörigkeitswert zu  $\tilde{A}$ :

$$\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), \dots, (x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{A}}(x_n))\}, \quad \forall x \in X \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots n$$

Dabei werden allerdings nur Elemente mit streng positiven Zugehörigkeitswerten berücksichtigt.



**Bild 5: Beispielhafte Fuzzy Partition**

Im Allgemeinen werden mehrere unscharfe Mengen über derselben Grundmenge aufgespannt. Man bezeichnet dies als Fuzzy-Partition der Grundmenge. Häufig kombiniert man dabei Rampen- und Dreiecksfunktionen wie in Bild 5 dargestellt. In der Abbildung ist gut zu erkennen, dass derselbe Wert der Grundmenge gleichzeitig streng positive Zugehörigkeitswerte zu verschiedenen unscharfen Mengen haben kann. In diesem Fall gehört eine Summe an Weiterbildungsausgaben je Mitarbeiter und Jahr von 3.400,- Euro mit einem Zugehörigkeitswert von 0,75 noch zur Menge der geringen Ausgaben und mit einem Zugehörigkeitswert von 0,2 bereits zur unscharfen Menge der mittleren Ausgaben für Weiterbildung.

Im Folgenden sind einige wichtige Definitionen im Kontext unscharfer Mengen wiedergegeben:

Die stützende Menge (auch Support genannt)  $\text{supp}(\tilde{A})$  einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  ist die (scharfe) Menge aller Elemente  $x$  aus der Grundmenge  $X$  mit einem Zugehörigkeitswert größer als Null:

$$\text{supp}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

Die  $\alpha$ -Niveaumenge (auch  $\alpha$ -Schnitt) einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  ist die (scharfe) Menge aller Elemente  $x$  der Grundmenge  $X$  mit einem Zugehörigkeitswert von mindestens  $\alpha$ .

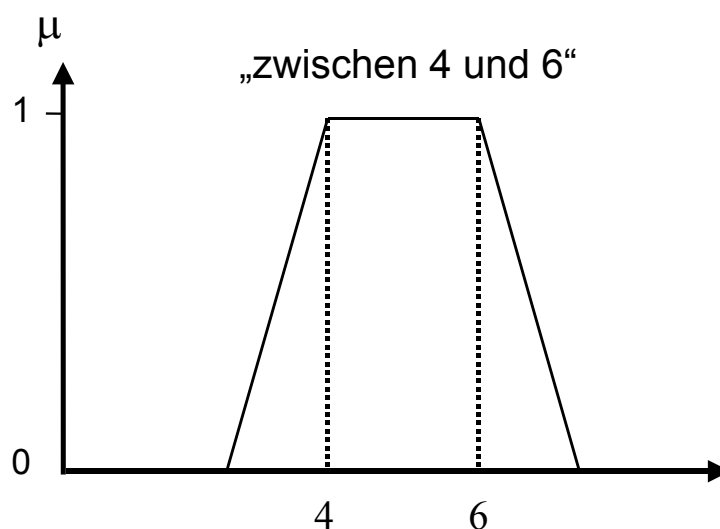
$$A_{\alpha}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Der Repräsentationssatz für unscharfe Mengen besagt, dass eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  durch ihre Niveaumengen  $A_\alpha(\tilde{A})$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) eindeutig charakterisiert ist. Dadurch lassen sich mathematische Operationen, wie zum Beispiel die Addition zweier *fuzzy sets*, niveaumweise durchführen. Das ist gegenüber der Darstellung unscharfer Mengen als Funktionen oft effizienter.

Der Kern  $A_1$  einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  ist die (scharfe) Menge aller Elemente  $x$  der Grundmenge  $X$  mit einem Zugehörigkeitsgrad von 1:

$$A_1(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) = 1\}$$

Ist der Kern einer unscharfen Menge ein gewöhnliches Intervall, so bezeichnet man diese unscharfe Menge auch als Fuzzy-Intervall. Ein Beispiel zeigt die unscharfe Menge „zwischen 4 und 6“ in Bild 6 (gestrichelt dargestellt).



**Bild 6: Beispiel eines Fuzzy-Intervalls**

Eine unscharfe Menge wird als „normal“ bezeichnet, wenn sie mindestens ein Element mit dem Zugehörigkeitsgrad 1 enthält. Eine unscharfe Menge wird als „fuzzy-konvex“ bezeichnet, wenn alle Niveaumengen konvex sind. Der Kern einer solchen unscharfen Menge ist ein gewöhnliches Intervall. Formal gilt für eine fuzzy-konvexe unscharfe Menge  $\tilde{A}$ :

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2))$$

$$\forall x_1, x_2 \in X \quad \forall \lambda \in [0, 1]$$

Eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  ist dann in einer zweiten unscharfen Menge  $\tilde{B}$  enthalten ( $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$ ), wenn gilt:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X$$

Zwei unscharfe Mengen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$  sind genau dann gleich, wenn gilt:

$$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X$$

#### 4 Operatoren auf unscharfen Mengen (Fuzzy-Operatoren)

Die grundlegenden Basisoperatoren der klassischen Mengentheorie Durchschnitt, Vereinigung und Komplementbildung lassen sich für unscharfe Mengen erweitern. Dabei existieren verschiedene Vorschläge für diese Erweiterung. Die nachfolgend dargestellten Operatoren gehen auf Zadeh [Zade1965] zurück.

Das Komplement  $C\tilde{A}$  einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  ist definiert durch folgende Zugehörigkeitsfunktion:

$$\mu_{C\tilde{A}}(x) = \{1 - \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$$

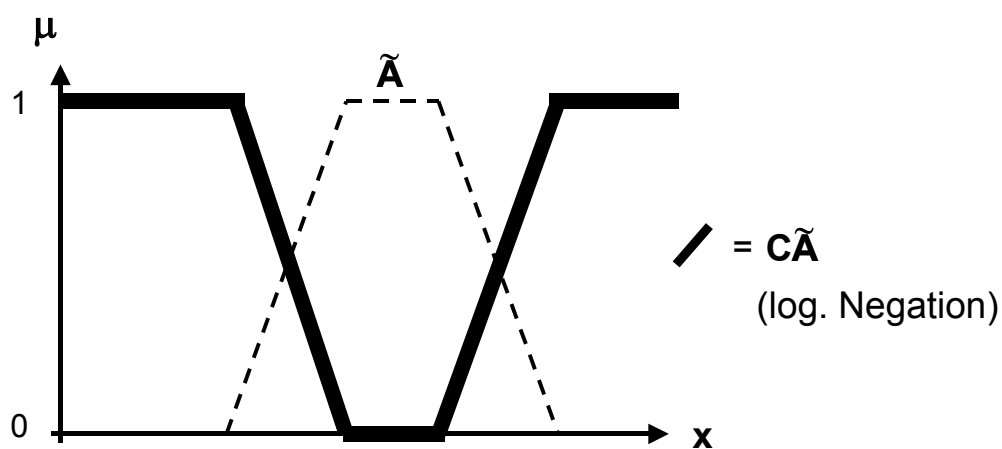


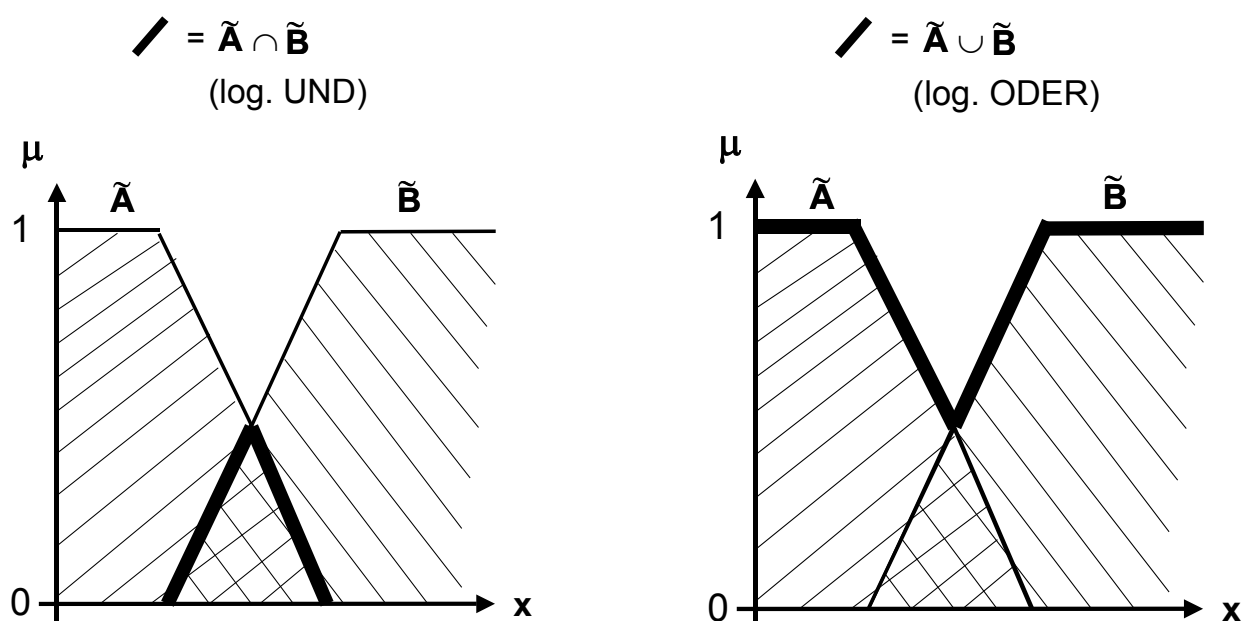
Bild 7: Komplement einer unscharfen Menge

Der Durchschnitt zweier unscharfer Mengen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$  ist definiert durch folgende Zugehörigkeitsfunktion:

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \mid x \in X\} \quad (\text{Minimum-Operator})$$

Die Vereinigung zweier unscharfer Mengen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$  ist definiert durch folgende Zugehörigkeitsfunktion:

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \mid x \in X\} \quad (\text{Maximum-Operator})$$



**Bild 8: Durchschnitt und Vereinigung zweier unscharfer Mengen**

Neben diesen Operatoren sind im Laufe der Zeit eine Vielzahl anderer definiert worden, die man grob in drei Gruppen unterteilen kann:

- Operatoren zur Durchschnittsbildung (sogenannte t-Normen)
- Operatoren zur Vereinigung (sogenannte t-Conormen oder s-Normen)
- mittelnde (oder kompensatorische) Operatoren

Eine t-Norm ist eine Funktion  $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  für die gilt [NaKr1997, 8]:

- (1)  $a \leq b$  und  $c \leq d \rightarrow T(a,b) \leq T(c,d)$  (Monotonie)
- (2)  $T(a,b) = T(b,a)$  (Kommutativität)
- (3)  $T(a, T(b,c)) = T(T(a,b), c)$  (Assoziativität)
- (4)  $T(a,1) = a$  (Eins als neutrales Element)



Eine t-Conorm (oder s-Norm) ist eine Funktion  $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ , die ebenfalls den Bedingungen (1) bis (3) genügt, jedoch wird zusätzlich gefordert:

$$(4) \quad T(a,0) = a \quad (\text{Null als neutrales Element})$$

Weder t-Normen noch t-Conormen berücksichtigen kompensatorische Effekte, was die Nachbildung des menschlichen Entscheidungsverhaltens mit diesen Operatoren in bestimmten Situationen erschwert. Sucht man beispielsweise bei der Besetzung einer Mitarbeiterstelle nach einem erfahrenen, aber gleichzeitig nicht zu teuren Bewerber, so wird üblicherweise eine bessere Ausprägung der einen Eigenschaft eine schlechtere Ausprägung der anderen Eigenschaft bis zu einem gewissen Grade kompensieren. Für diese Form der Verknüpfung unscharfer Mengen wurden verschiedene mittelnde (oder kompensatorische) Operatoren entwickelt.

Einer der bekanntesten ist der  $\gamma$ -Operator von Zimmermann und Zysno [Zimm2001], der folgendermaßen definiert ist:

$$\mu_{comp}(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x), \gamma) = \left\{ (\mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x))^{1-\gamma} \cdot (\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - (\mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x))^\gamma) \mid x \in X, \gamma \in [0,1] \right\}$$

Dieser Operator ist im Gegensatz zu den oben beschriebenen Operatoren von Zadeh parameterisiert und lässt sich daher dem Anwendungsfall individuell anpassen. Dabei bildet der Parameter  $\gamma$  den sogenannten Kompensationsgrad, wobei die Extremwerte  $\gamma = 0$  für „keine Kompensation“ (also keine Kompromissbereitschaft) und  $\gamma = 1$  für „volle Kompensation“ (also volle Kompromissbereitschaft) stehen.

Ein weiterer bekannter mittelnder Operator, der jedoch nicht parameterisiert ist, bildet das arithmetische Mittel zweier unscharfer Mengen und ist wie folgt definiert:

$$\mu_{\frac{\tilde{A}+\tilde{B}}{2}}(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)) = \left\{ \frac{1}{2}(\mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x)) \mid x \in X \right\}$$

Angesichts der Vielzahl der mittlerweile entwickelten Operatoren auf unscharfen Mengen stellt sich die Frage, nach welchen Kriterien in praktischen Anwendungen konkrete Operatoren ausgewählt werden sollten. Die nachfolgende Aufstellung fasst hierzu einige Empfehlungen zusammen [ZALW1993, 24-27] [MMSW1993, 46-49]:

### Axiomatische Eigenschaften:

Diese Eigenschaften besagen etwas über die Erfüllung oder Nichterfüllung algebraischer Gesetze und können rein mathematisch für jeden Operator hergeleitet werden. Sie sind grundsätzlich anwendungsneutral, können aber dennoch praktisch relevant sein. Zu diesen Kriterien gehören beispielsweise Kommutativität, Monotonie, Assoziativität, Stetigkeit und Stabilität.

### Rechnerische Effizienz:

Wegen ihrer unterschiedlichen Komplexität können verschiedene Operatoren zu sehr unterschiedlichem Rechenaufwand bei ihrer Implementierung auf EDV-Systemen führen. Das ist vor allem für Echtzeit-Anwendungen von Bedeutung.

### Modellierungsaufwand und Adaptionfähigkeit:

Parameterisierte Operatoren (wie der  $\gamma$ -Operator) verursachen einen höheren Modellierungsaufwand als nicht parameterisierte Operatoren (wie der Minimum-Operator). Sie bieten dafür gleichzeitig aber eine bessere Adaptionfähigkeit und dadurch mehr Flexibilität in praktischen Anwendungen. Damit wächst die Chance, real vorhandene Unschärfe adäquat modelltechnisch abzubilden. Hieran zeigt sich, dass bei der Auswahl von Operatoren *trade-offs* zwischen verschiedenen Entscheidungskriterien unvermeidlich sind und die Art der Aufgabenstellung zu berücksichtigen ist.

### Reale Angemessenheit und empirische Relevanz:

Modelle sollen die Anwendungssituation nach Maßgabe der verfolgten Zielsetzung angemessen repräsentieren. Diese generelle Forderung muss auch bei der Auswahl und Parameterisierung von Fuzzy-Operatoren berücksichtigt werden. Es hat sich beispielsweise empirisch gezeigt, dass für die Nachbildung des menschlichen Entscheidungsverhaltens in vielen Situationen kompensatorische Operatoren besser geeignet sind als t-Normen oder t-Conormen. Allerdings liegen für viele Operatoren bislang keine umfangreichen empirischen Untersuchungen vor.

Zum Aspekt der realen Angemessenheit soll hier auch gezählt werden, dass der Operator für das jeweilige Skalenniveau der Zugehörigkeitsfunktionen passend ist. Menschliches Wissen liegt oft lediglich nominal (oder ordinal) skaliert vor. In einer solchen Situation ist der Minimum-Operator beispielsweise anwendbar, jedoch keine Produkt-Operatoren.

### Aggregationseigenschaften:

Bei der Aggregation von unscharfen Mengen erzeugen einige Operatoren tendenziell breitere Ergebnismengen als andere. Abhängig von der Anwendungssituation kann dieses Verhalten unerwünscht sein. Auch die Anzahl der kombinierten unscharfen Mengen wirkt sich bei verschiedenen Operatoren unterschiedlich auf die Zugehörigkeitsfunktion der aggregierten Ebene aus.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass es keine unter allen Anwendungsbedingungen überlegenen Operatoren gibt. Stets müssen bei der Auswahl der jeweilige Anwendungskontext und die Ziele der Modellierung berücksichtigt werden.

## **5 Anwendungsformen der Fuzzy Set Theorie**

Eine weit verbreitete, wenn auch grobe Differenzierung trennt in zwei Hauptformen von praktischen Anwendungen der Fuzzy Set Theorie [ZALW1993, 37-56]:

- algorithmische Ansätze und
- wissensbasierte Ansätze.

Algorithmische Ansätze gehen von einer Transformation des realen Problems in ein mathematisches Modell aus, das dann mit geeigneten Verfahren einer Lösung zugeführt wird. Typische Beispiele dieser Anwendungsform sind Fuzzy Lineare Programmierung, Fuzzy Clusteranalyse und Fuzzy Netzplantechnik.

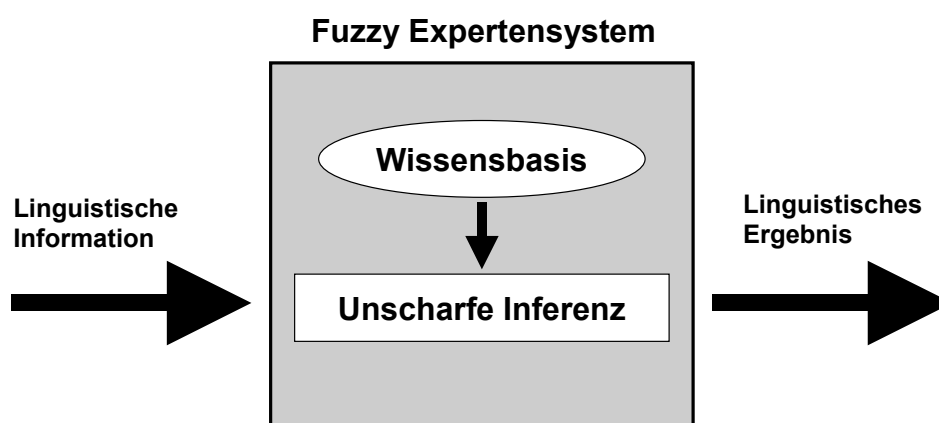
Um bei der Modellierung möglichst wenig Informationsverlust gegenüber der in der realen Anwendungssituation vorliegenden Unschärfe zu erleiden, wird ein unscharfes mathematisches Modell gebildet, für das jedoch häufig keine effizienten Lösungsverfahren existieren. Da für viele bekannte Modelltypen im klassischen (nicht fuzzy) Anwendungsfall effiziente Lösungsverfahren bekannt sind, wird das unscharfe Modell oft in ein scharfes Ersatzmodell transformiert. Auf dieses können dann die bekannten Lösungsverfahren angewendet werden.

Existiert kein algorithmischer Lösungsansatz oder ist dieser nicht effizient, so versucht man menschliches Wissen in geeigneter Form bei der Lösungssuche einzubeziehen. Man spricht daher von wissensbasierten Ansätzen. Unscharfe Mengen werden dabei eingesetzt, um das Wissen und die Lösungsstrategien von Experten möglichst inhaltserhaltend formal

repräsentieren und damit letztlich EDV-technisch verarbeiten zu können. Typische Beispiele wissensbasierter Fuzzy-Ansätze sind Fuzzy Control und Fuzzy Expertensysteme.

Fuzzy Control [Mamd1975] beschäftigt sich mit der Regelung technischer Systeme und stellt den frühesten und bis heute erfolgreichsten Anwendungsbereich der Fuzzy Set Theorie dar. Erfolgreiche Anwendungen, etwa bei der technisch schwierigen Regelung von Zementöfen oder der Steuerung fahrerloser U-Bahnen, gibt es seit den Siebziger Jahren. Im Kern wird dabei das Wissen von Experten über die Kontrolle eines technischen Prozesses in Form von Regeln modelliert und zur automatischen Prozessüberwachung eingesetzt. Dabei werden scharfe Messgrößen aus dem Prozess über ein unscharfes Inferenzverfahren unter Nutzung dieser Expertenregeln in scharfe Stellgrößen für den Prozess umgewandelt. Auf Fuzzy Control wird später noch ausführlicher eingegangen.

Fuzzy Expertensysteme stellen Erweiterungen der klassischen Expertensysteme<sup>1</sup> dar, mit denen das Ziel einer möglichst inhaltserhaltenden Wissensverarbeitung verfolgt wird. Die Grundstruktur eines Fuzzy Expertensystems ist in Bild 9 wiedergegeben.<sup>2</sup>



**Bild 9: Grundstruktur eines Fuzzy Expertensystems  
(in Anlehnung an [ZALW1993, 50])**

Es bestehen viele Ähnlichkeiten zu Fuzzy Control Systemen (Fuzzy Controllern, unscharfen Reglern), jedoch auch manche Unterschiede:

- Fuzzy Controller verarbeiten scharfe Eingangsgrößen und liefern als Ergebnis scharfe Stellwerte. Bei Fuzzy Expertensystemen kann die Eingabe in linguistischer Form vorliegen und das Ergebnis sollte möglichst in quasi-natürlichsprachlicher Form ausgegeben werden, um die Benutzerfreundlichkeit zu erhöhen.

<sup>1</sup> Für eine Einführung in das Gebiet der (klassischen) Expertensysteme siehe zum Beispiel [Kurb1992].

<sup>2</sup> Eine ausführlichere Diskussion von Fuzzy Expertensystemen findet man in [ZALW1993, 50-55].

- Fuzzy Controller dienen (in herkömmlicher Sicht) typischerweise zur Regelung technischer Prozesse (Beispiele sind Zementöfen, Kläranlagen, großchemische Reaktionen). Fuzzy Expertensysteme haben dagegen ein größeres potenzielles Einsatzspektrum.
- Fuzzy Control Systeme sind stets regelbasiert, während bei Fuzzy Expertensystemen auch andere Wissensrepräsentationsformen zum Einsatz kommen.
- Die Größe der Wissensbasis eines Fuzzy Expertensystems wird im Durchschnitt höher sein als bei Fuzzy Controllern, die vielfach in Echtzeitumgebungen zum Einsatz kommen und daher meist mit nur wenigen Expertenregeln arbeiten.
- Die Validierung des Wissens in einem Fuzzy Control System ist einfacher, weil das System an einem laufenden technischen Prozess (oder dessen Modell) kalibriert werden kann.

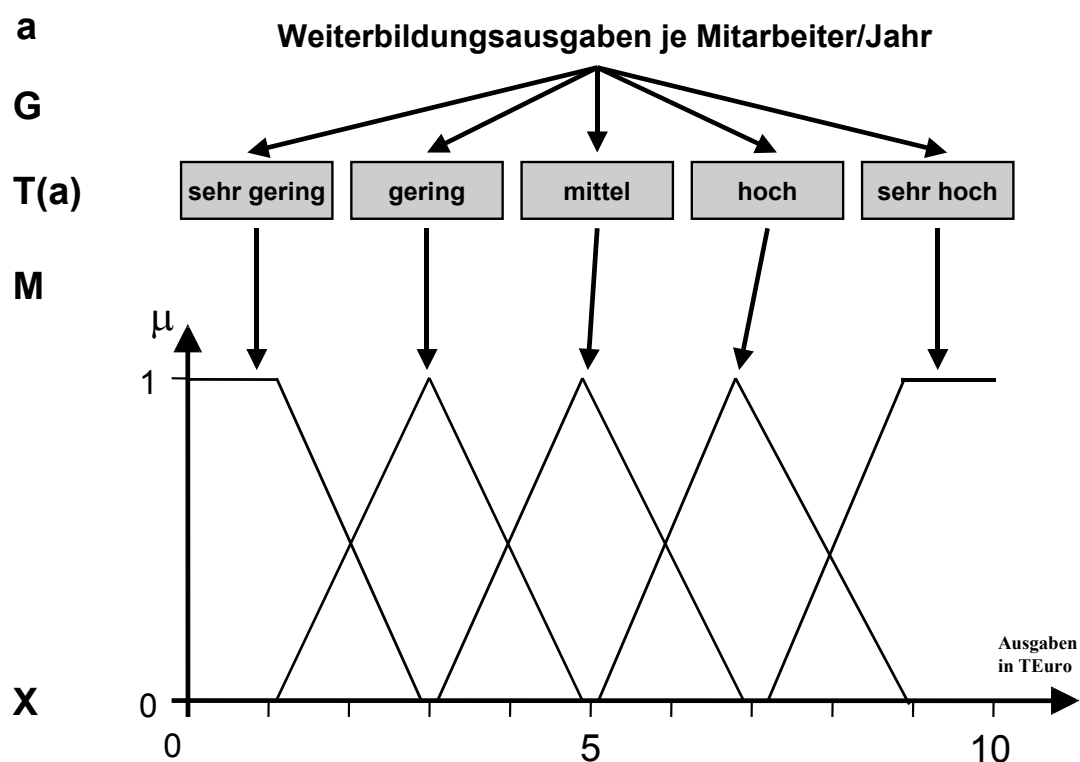
Ganz allgemein ist der Entwicklungsstand im Sinne der praktischen Einsetzbarkeit von Fuzzy Expertensystemen noch nicht so weit fortgeschritten wie im Bereich Fuzzy Control, der als seit längerem gut etabliert gelten kann. Das hängt vor allem mit der größeren Komplexität bei Fuzzy Expertensystemen zusammen. Dennoch können Fuzzy Controller als einfache Form von Fuzzy Expertensystemen aufgefasst werden.

Neben diesen Anwendungsformen der Fuzzy Set Theorie existieren noch weitere, wie etwa unscharfe Programmiersprachen und das Fuzzy Information Retrieval, die sich den oben genannten Ansätzen nicht direkt zuordnen lassen.

## 6 Linguistische Variablen und Unscharfe Relationen

Die natürliche Sprache enthält viele unscharfe Begriffe. Menschen können diese im allgemeinen aufgrund ihrer Erfahrung ohne Probleme interpretieren. Der Satz „Bei niedrigen Außentemperaturen muss man sich warm anziehen.“ enthält beispielsweise den unscharfen Ausdruck „niedrig“. Dennoch erschließt sich jedem die Bedeutung des Satzes problemlos. Komplizierter ist die formale Darstellung und Verarbeitung linguistischer Unsicherheit. Hierzu entwickelte Zadeh [Zade1975a,b] [Zade1976] das Konzept der linguistischen Variable, welches im Kontext wissensbasierter Fuzzy-Ansätze von besonderer Bedeutung ist. Dadurch lassen sich natürlichsprachliche Ausdrücke mit ihrer inhärenten Unschärfe angemessen durch unscharfe Mengen repräsentieren.

Nach Zadehs ursprünglicher Vorstellung lässt sich eine linguistische Variable anhand eines Fünf-Tupels  $(a, T(a), X, G, M)$  charakterisieren. Dabei ist  $a$  der Name der linguistischen Variablen und  $T(a)$  die Menge der linguistischen Terme dieser Variablen. Ein linguistischer Term ist eine unscharfe Menge über dem Grundbereich  $X$ .  $G$  ist eine syntaktische Regel, mit der, ausgehend von atomaren linguistischen Termen (beispielsweise „gering“ und „hoch“) und Modifikatoren (beispielsweise „sehr“) zusammengesetzte linguistische Terme (wie etwa „sehr gering“ und „sehr hoch“) erzeugt werden können.  $M$  ist eine semantische Regel, die jedem linguistischen Term eine bestimmte Bedeutung zuordnet. Bild 10 verdeutlicht diese Zusammenhänge an einem Beispiel grafisch.



**Bild 10: Linguistische Variable „Durchschnittliche Weiterbildungsausgaben je Mitarbeiter/Jahr“**

Zadehs Vorstellung, linguistische Werte könnten durch eine Grammatik automatisch erzeugt werden, ist nicht unproblematisch. Vereinfachend soll daher an dieser Stelle unter einer linguistischen Variablen eine spezielle Variable verstanden werden, deren Ausprägungen linguistische Terme sind. Dabei sind diese Terme als unscharfe Mengen über einer Grundmenge definiert.

In einem engen Zusammenhang mit dem Konzept der linguistischen Variablen steht die Problematik, eine betrachtete unscharfe Menge näherungsweise umgangssprachlich zu interpretieren. Dies wird als linguistische Approximation bezeichnet und spielt beispielsweise bei der Transformation der Ergebnisse eines Fuzzy Expertensystems in eine für den Nutzer verständliche Ausgabe eine Rolle. Hierzu müssen zunächst die relevanten linguistischen Variablen mit ihren zugehörigen Termen definiert werden.<sup>3</sup>

Die Ergebnisse des Fuzzy-Systems sollen später möglichst adäquat in Terme der linguistischen Variablen, die den System-Output repräsentieren, übersetzt werden. Für die linguistische Approximation sind wiederum unterschiedliche Ansätze vorgeschlagen worden [MMSW1993, 67-68] [ZALW1993, 53].

Bei der Methode des „Best Fit“ wird die Ähnlichkeit zwischen der betrachteten unscharfen Menge und jedem *fuzzy set* in der Menge der vorab definierten linguistischen Terme ermittelt. Die linguistisch beste Annäherung bildet jener Term mit der geringsten Euklidischen Distanz<sup>4</sup> zur betrachteten unscharfen Menge. Dabei ist die Euklidische Distanz zweier unscharfer Mengen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$  über der Grundmenge  $X$  definiert als:

$$D_E(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\sum_{x \in X} (\mu_{\tilde{A}}(x) - \mu_{\tilde{B}}(x))^2}$$

Die Betrachtung der Euklidischen Distanz ist als Methode der linguistischen Approximation dann geeignet, wenn die Menge der linguistischen Terme relativ klein ist.<sup>5</sup>

Unscharfe Relationen (Fuzzy-Relationen) sind, wie linguistische Variablen, bei der Repräsentation von natürlichsprachlichen Informationen und menschlichem Wissen besonders bedeutsam. In Fuzzy Controllern ist beispielsweise die Abhängigkeit der Stellgröße von den Eingangsgrößen durch eine unscharfe Relation beschrieben.

Generell drücken Relationen Beziehungen zwischen den Elementen von Systemen aus. Bei scharfen Relationen besteht eine solche Beziehung entweder ganz oder sie besteht nicht. Demgegenüber wird bei unscharfen Relationen der Grad der Beziehung mittels Zugehörigkeitsfunktionen beschrieben.

<sup>3</sup> Dies sollte so geschehen, dass die linguistischen Terme der Sprachverwendung des Benutzers eines solchen Systems möglichst gut entsprechen.

<sup>4</sup> Andere Distanzmaße sind möglich.

<sup>5</sup> Zu weiteren Methoden der linguistischen Approximation siehe [[MMSW1993, 68].

Gegeben seien zwei Mengen  $X$  und  $Y$ . Dann lässt sich eine unscharfe Relation als die unscharfe Menge des Kreuzproduktes definieren [KGK11996, 78]:

$$\tilde{R} : X \times Y \rightarrow [0,1]$$

Anschaulich lässt sich dies für zwei eindimensionale, diskrete, scharf definierte Grundmengen anhand einer Relationenmatrix darstellen. Diese enthält zu jedem Paar von Elementen  $(x, y) \in X \times Y$  die korrespondierenden Zugehörigkeitswerte  $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$ . Beispielsweise könnte man die Projekterfahrung von Personen in einem bestimmten Anwendungsfeld vergleichen anhand der absolvierten, einschlägigen Projektstage in diesem Thema. Dann könnte die Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Relation „hat größere einschlägige Projekterfahrung als“ definiert sein als:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq y \\ \frac{x-y}{0,5y} & \text{für } y < x \leq 1,5y \\ 1 & \text{für } x \geq 1,5y \end{cases}$$

Für den konkreten Beispielfall von 3 Personen  $X = Y = \{a, b, c\}$  sei die Projekterfahrung wie folgt gegeben:

- a 80 Tage
- b 100 Tage
- c 140 Tage

Dann sieht die Relationenmatrix der unscharfen Relation „hat größere einschlägige Projekterfahrung als“ folgendermaßen aus:

	$y$	$a$	$b$	$c$
$x$				
$a$		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$b$		<b>0,5</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$c$		<b>1</b>	<b>0,8</b>	<b>0</b>



Während hier eindimensionale, scharf definierte Mengen betrachtet wurden, lassen sich unscharfe Relationen auch zwischen unscharfen Mengen definieren, worauf hier aber nicht genauer eingegangen werden soll.<sup>6</sup>

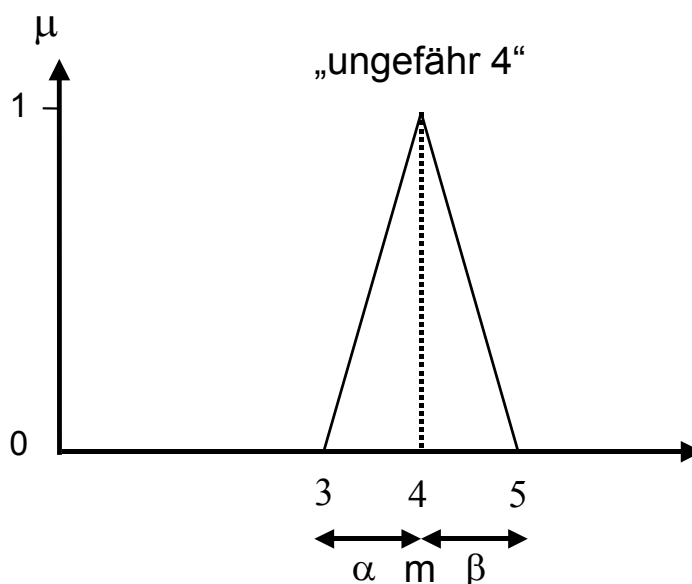
## 7 Unscharfe Zahlen und Fuzzy-Arithmetik

Während linguistische Variablen und unscharfe Relationen im Bereich der wissensbasierten Fuzzy-Ansätze besonders bedeutsam sind, spielt das Konzept der unscharfen Zahlen für algebraische Operationen mit unscharfen Mengen eine wichtige Rolle [MMSW1993, 49-62].

Eine unscharfe Zahl ist formal definiert als eine konvexe unscharfe Menge über der Grundmenge der reellen Zahlen  $\mathfrak{R}$ , wobei zusätzlich folgende Eigenschaften gefordert werden:

- (1) Es existiert genau ein  $x^* \in \mathfrak{R}$  mit  $\mu_{\tilde{A}}(x^*) = 1$
- (2)  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  ist stetig

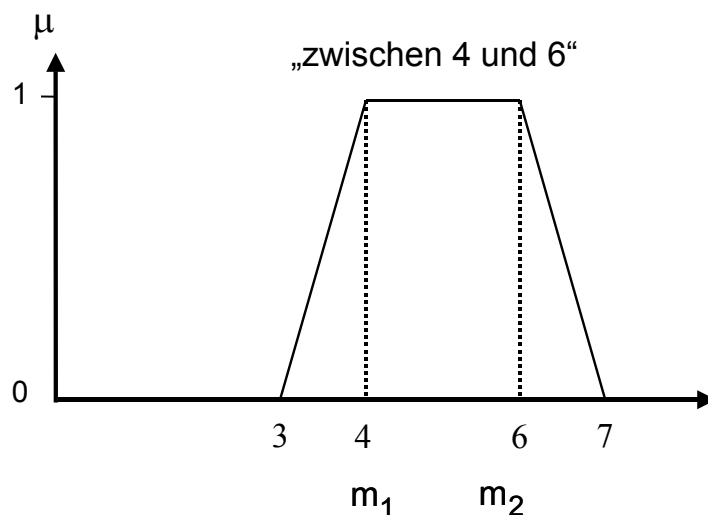
Bild 11 veranschaulicht eine beispielhafte Modellierung der unscharfen Zahl „ungefähr 4“.



**Bild 11: Unscharfe Zahl „ungefähr 4“**

<sup>6</sup> Siehe bei Interesse hierzu z.B. [KGK11996].

Einer unscharfen Zahl ähnlich ist das Konzept des unscharfen Intervalls. Hierbei gilt der Zugehörigkeitswert  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$  für ein ganzes Intervall  $[x_1, x_2]$  aus der Grundmenge  $\mathfrak{R}$ . Jede unscharfe Zahl kann daher als Sonderfall eines unscharfen Intervalls aufgefasst werden, bei dem das Intervall aus nur einem Element besteht. Bild 12 verdeutlicht das Konzept des unscharfen Intervalls an einem Beispiel.



**Bild 12: Unscharfes Intervall „zwischen 4 und 6“**

Unscharfe Zahlen und Intervalle dienen im Rahmen der Fuzzy-Arithmetik dazu, mathematische Operationen mit unscharfen Mengen auszuführen. Die Fuzzy-Arithmetik beruht dabei auf Zadehs Erweiterungsprinzip [Zade1965, 346-347], mit dem herkömmliche mathematische Konzepte für unscharfe Mengen generalisiert werden können. Hier sollen beispielhaft die Addition und Subtraktion von zwei unscharfen Zahlen sowie die Multiplikation einer unscharfen Zahl mit einer scharfen Zahl betrachtet werden. Analoge Überlegungen gelten aber auch für die anderen Grundrechenarten sowie für unscharfe Intervalle.

Um beliebige Zugehörigkeitsfunktionen darzustellen und algebraische Operationen mit unscharfen Zahlen effizient ausführen zu können, wird im allgemeinen die auf Dubois und Prade zurückgehende LR-Repräsentation verwendet [DuPr1980, 53-54]. Diese Form der Darstellung einer unscharfen Zahl nutzt zwei Referenzfunktionen L (für die linke Seite) und R (für die rechte Seite):

$$L, R: \mathfrak{R}^+ \rightarrow [0, 1]$$

die folgenden Bedingungen genügen müssen (hier formuliert für L):

- (1) L und R sind monoton fallend
- (2)  $L(0) = 1$
- (3)  $L(x) < 1 \quad \forall x > 0$
- (4)  $L(x) > 0 \quad \forall x < 1$
- (5)  $L(1) = 0$  oder  $[L(x) > 0 \quad \forall x \text{ und } L(+\infty_A) = 0]$

Eine unscharfe Zahl  $\tilde{Z}$  in LR-Repräsentation ist dann mit zwei streng positiven reellen Zahlen  $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}^+$  formal definiert als:

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & x \leq m \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right) & x > m \end{cases}$$

Dabei ist  $m$  ebenfalls eine reelle Zahl und wird als Gipfelpunkt der unscharfen Zahl  $\tilde{Z}$  bezeichnet, während  $\alpha$  die linke und  $\beta$  die rechte Schwankungsbreite repräsentieren. Bei einer beidseitigen Schwankungsbreite von Null liegt eine scharfe Zahl (mit dem Wert  $m$ ) als Sonderfall einer unscharfen Zahl vor. Die symbolische Darstellung einer unscharfen Zahl  $\tilde{Z}$  in LR-Repräsentation lautet:

$$\tilde{Z} := (m, \alpha, \beta)_{LR}$$

Korrespondierend ist ein unscharfes Intervall  $\tilde{M}$  in LR-Repräsentation mit den Parametern  $m_1, m_2 \in \mathfrak{R}$  und  $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}^+$  formal definiert als:

$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m_1-x}{\alpha}\right) & x \leq m_1 \\ 1 & m_1 < x < m_2 \\ R\left(\frac{x-m_2}{\beta}\right) & x > m_2 \end{cases}$$

und wird symbolisch dargestellt:  $\tilde{M} (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$

Bei zwei unscharfen Zahlen  $\tilde{A} := (m, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} := (n, \gamma, \delta)_{LR}$  sind die unscharfe Addition ( $\oplus$ ) und Subtraktion ( $\ominus$ ) wie folgt definiert:

$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \oplus (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m + n, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR}$$

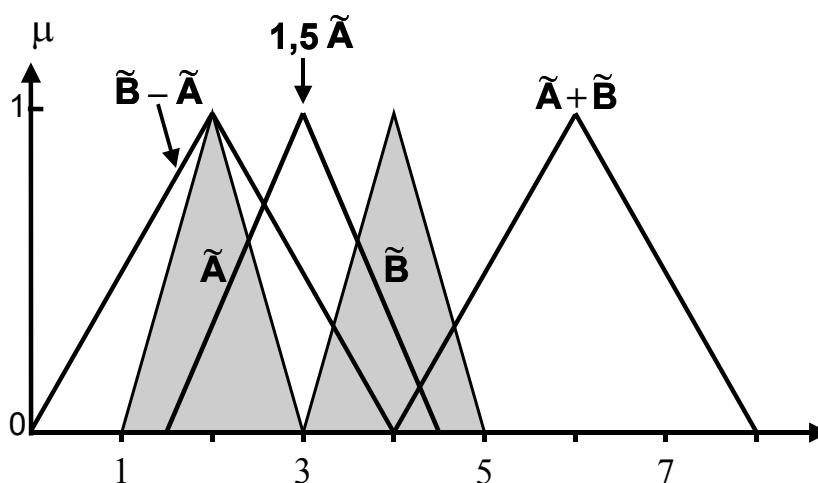
$$(m, \alpha, \beta)_{LR} \ominus (n, \gamma, \delta)_{RL} = (m - n, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR}$$

Die Multiplikation von  $\tilde{A} := (m, \alpha, \beta)_{LR}$  mit der scharfen Zahl  $\lambda \in \mathfrak{R}$  ergibt:

$$\lambda \odot (m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{LR} \quad \text{für } \lambda \geq 0$$

$$\lambda \odot (m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, -\lambda \beta, -\lambda \alpha)_{RL} \quad \text{für } \lambda < 0$$

Typischerweise verwendet man aus Gründen der numerischen Effizienz für unscharfe Zahlen Dreiecksfunktionen und für unscharfe Intervalle Trapezfunktionen als Zugehörigkeitsfunktionen. In Bild 13 sind die hier erläuterten arithmetischen Operationen beispielhaft visualisiert.



**Bild 13: Fuzzy-Addition, Fuzzy-Subtraktion  
und Multiplikation von  $\tilde{A}$  mit der scharfen Zahl  $\lambda = 1,5$**

Zwei alternative Vorgehensweisen zur Verwendung von unscharfen Zahlen und Intervallen in arithmetischen Berechnungen beruhen zum einen auf der Verwendung von Umkehrfunktionen und zum anderen auf der niveaweisen Durchführung der

Berechnungen mit Hilfe der Repräsentation von unscharfen Mengen durch ihre Niveaumengen. Für weitere Einzelheiten wird auf die weiterführende Literatur verwiesen.<sup>7</sup>

## 8 Einsatzkriterien sowie Vor- und Nachteile unscharfer Modellierung

In betriebswirtschaftlichen Anwendungen können Fuzzy-Systeme dort sinnvoll eingesetzt werden, wo

- eine konventionelle zweiwertige (scharfe) mathematische Abbildung zu übermäßig komplexen Modellen führen würde, oder
- real vorhandene Unschärfe (beispielsweise vage Konzepte, unscharfe Ziele, qualitative Expertenregeln) es unmöglich macht, die Realität mit konventioneller Modellierung adäquat zu beschreiben.

Nicht geeignet ist die Fuzzy Set Theorie dagegen, um das Phänomen der Zufälligkeit abzubilden, wofür Wahrscheinlichkeiten das richtige Mittel darstellen. Zugehörigkeitsfunktionen sollten nicht mit Wahrscheinlichkeitsdichten verwechselt werden.

Nauck und Kruse verweisen darauf, dass alle mit Fuzzy-Methoden erzielten industriellen Problemlösungen auch mit klassischen (zweiwertigen) Ansätzen hätten erreicht werden können. Die Hauptvorteile von Fuzzy-Methoden sehen sie in der einfacheren Modellierung und den vergleichsweise niedrigen Kosten. Fuzzy-Methoden seien gut geeignet, um bei begrenzten Ressourcen und unvollständiger Information in kurzer Zeit zu brauchbaren, approximativen Lösungen zu kommen. Außerdem werde Anwendern so die Scheu genommen, komplizierte Aufgabenstellungen anzugehen [NaKr1997, 13 und 20].

In ökonomischen Fragestellungen sind häufig eine Vielzahl von Einflussgrößen und komplexe Beziehungen zu berücksichtigen. Rommelfanger sieht daher in der Fuzzy Set Theorie ein geeignetes Instrumentarium, um einfachere Modelle zu erreichen, indem anstelle des gesamten Entscheidungsprozesses lediglich die Vorgehensweise ausgewiesener Experten modelliert wird [Romm1997, 175-176]. Dieser Vorschlag korrespondiert zu den oben beschriebenen wissensbasierten Fuzzy-Systemen.

---

<sup>7</sup> Zur Verwendung von Umkehrfunktionen siehe zum Beispiel [Jenß1997]. Die Verwendung von Niveaumengen in arithmetischen Operationen beschreiben beispielsweise [KGK11996].

Zimmermann et al. warnen davor, die Fuzzy Set Theorie als einen „Stein der Weisen“ zu betrachten [ZALW1993, 211]. Sie sehen jedoch Vorteile bei den Entwicklungszeiten und –kosten für Fuzzy-Produkte. Auch für die inhaltserhaltende Verarbeitung von Wissen in EDV-Systemen gibt es Vorzüge bei wissensbasierten Fuzzy-Ansätzen.

Im algorithmischen Bereich bietet die Fuzzy Set Theorie die Chance, Modelle realitätsnäher zu gestalten und durch parameterisierte Operatoren und Zugehörigkeitsfunktionen wechselnden Bedingungen anzupassen. Die Vielzahl verfügbarer Fuzzy-Operatoren macht es allerdings schwer, im konkreten Anwendungsfall die richtige Auswahl zu treffen und die Parameterisierung von Operatoren und Zugehörigkeitsfunktionen so zu wählen, dass die Modellierungsziele erreicht werden.

Erfreulicherweise hat sich besonders bei regelbasierten Fuzzy Controllern in der Praxis immer wieder gezeigt, dass diese gegenüber unterschiedlichen Konfigurationen vor allem hinsichtlich der Zugehörigkeitsfunktionen, aber auch bezüglich fehlender Vollständigkeit und Widerspruchsfreiheit der Regelbasis recht robust sind. Eine relativ gute Ausgangskonfiguration kann daher meist schon nach kurzer Zeit erreicht werden, wenn auch die Optimierung danach recht zeitaufwendig sein kann.

Nachteilig ist hingegen, dass für die meisten Fuzzy-Operatoren nur geringe Erfahrungen in realen Anwendungskontexten vorliegen. Es ist generell äußerst schwierig, die Auswahl und Parameterisierung von Operatoren und Zugehörigkeitsfunktionen empirisch abzusichern. Daneben ist der gegenüber klassischen, dichotomen Systemen erhöhte Informationsverarbeitungsaufwand zu sehen, der dadurch entsteht, dass bei Fuzzy Systemen anstelle scharfer Zahlen nun Zugehörigkeitsfunktionen treten [ZALW1993, 213]. Hier muss vor allem bei Echtzeitanwendungen immer auch ein Augenmerk auf die rechnerische Effizienz der gewählten Operatoren gelegt werden.

Schließlich ist bei der Entscheidung für oder gegen einen Fuzzy-Ansatz noch zu berücksichtigen, dass vor allem im Bereich wissensbasierter Systeme Fuzzy-Lösungen einen heuristischen Charakter haben, also Optimalität und Stabilität nicht gewährleistet sind. Viele praktische Erfahrungen, vor allem auf dem Gebiet des Fuzzy Control, belegen jedoch die hohe Qualität und das gutmütige Verhalten regelbasierter Fuzzy-Systeme auch in Ausnahmesituationen, die bei konventionellen, dichotomen Lösungen zum Ausfall des Gesamtsystems führen würden.

Zusammenfassend können folgende generelle Aspekte erfolgversprechender Anwendungsbereiche für Fuzzy-Ansätze festgehalten werden:

- Traditionelle, auf einem dichotomen Konzept beruhende Modelle bleiben wegen ihrer übermäßigen Komplexität intransparent und daraus resultierende Entscheidungen deshalb nicht nachvollziehbar.
- Die Aufgabenstellung ist mit konventionellen Methoden nur mit unverhältnismäßig hohem Aufwand lösbar.
- Vor dem Hintergrund begrenzter Ressourcen und unvollständiger Information sind in kurzer Zeit brauchbare, approximative Lösungen gefordert.
- Real vorhandene Unschärfe, etwa in den Daten, Restriktionen oder Zielsetzungen, soll adäquat repräsentiert werden.
- Erprobtes Erfahrungswissen steht zur Verfügung.

Die wichtigsten Vorteile der Fuzzy Set Theorie liegen dann

- in größerer Realitätsnähe bei gleichzeitig geringerer Komplexität und dadurch hoher Transparenz der Modelle,
- Zeitvorteilen und dadurch häufig auch Kostenvorteilen in der Entwicklung von Fuzzy-Lösungen,
- der Möglichkeit, menschliches Wissen adäquat zu modellieren und bedeutungserhaltend auf EDV-Systemen zu verarbeiten, sowie
- einem häufig auch in Extremsituationen robusten Systemverhalten.

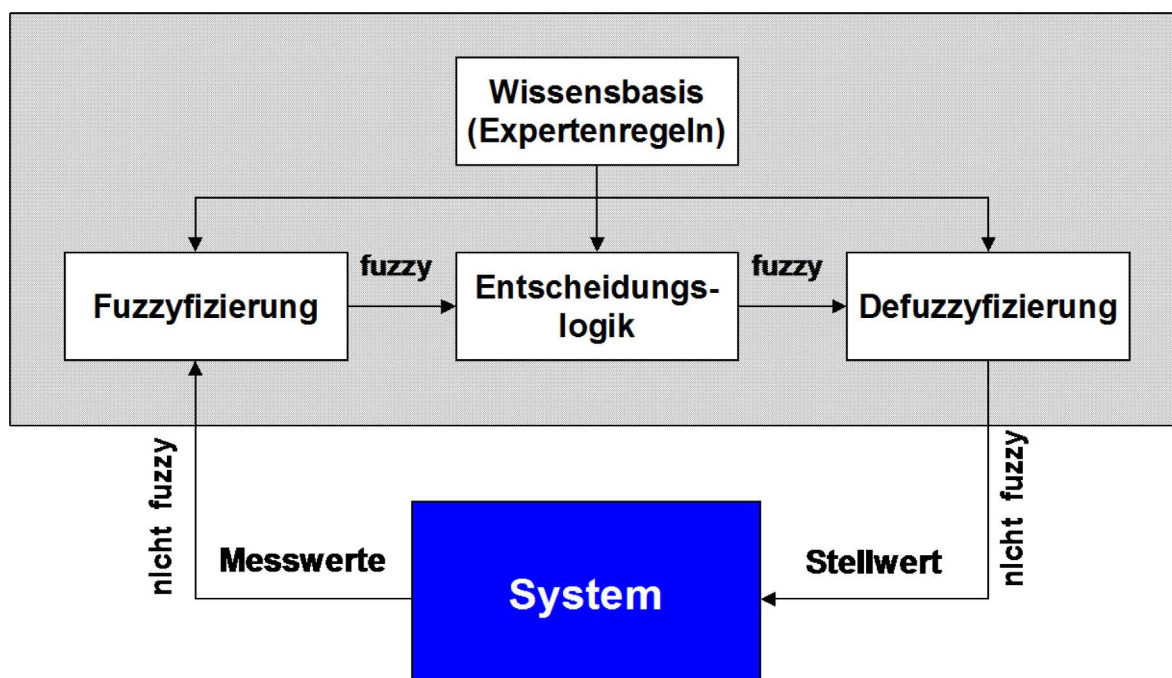
## 9 Fuzzy Control

Fuzzy Controller (= unscharfe Regler) sind regelungstechnische Anwendungssysteme und gehören, anders als algorithmische Ansätze wie beispielsweise Fuzzy Lineare Programmierung, zu den wissensbasierten Systemen. Bei wissensbasierten Fuzzy-Systemen benutzt man unscharfe Mengen primär zur inhaltserhaltenden, formalen Abbildung von menschlichem Wissen. Dabei wird versucht, einen fehlenden oder ineffizienten algorithmischen Lösungsansatz durch die Verwendung menschlichen Wissens zu ersetzen.

Fuzzy Control ist der älteste und immer noch wichtigste Anwendungsbereich der Fuzzy Set Theorie. Die Grundidee besteht darin, das oft nur mit qualitativen, unscharfen Formulierungen ausdrückbare Handlungswissen erfahrender Prozessoperatoren über einen

komplexen, nicht-linearen technischen Prozess abzubilden. Das Ziel ist, den Prozessablauf anschließend automatisiert überwachen und, wo notwendig, korrigieren zu können.

Aus mathematischer Sicht können Fuzzy Controller als Interpolationssysteme aufgefasst werden, die eine wissensbasierte Form der unscharfen Funktionsapproximation realisieren [NaKr1998, 44-46]. Das Handlungswissen des Prozessoperators ist dabei in Form von Wenn-Dann-Regeln in der Regelbasis des Fuzzy Controllers abgelegt. Der Schlussfolgerungsmechanismus eines Fuzzy Controllers beruht auf einem Feedforward-Mechanismus, wobei gleichzeitig alle zu den Messwerten (=Eingabedaten) passenden Regeln aktiviert werden. Bild 14 zeigt die Grundstruktur eines Fuzzy Controllers.

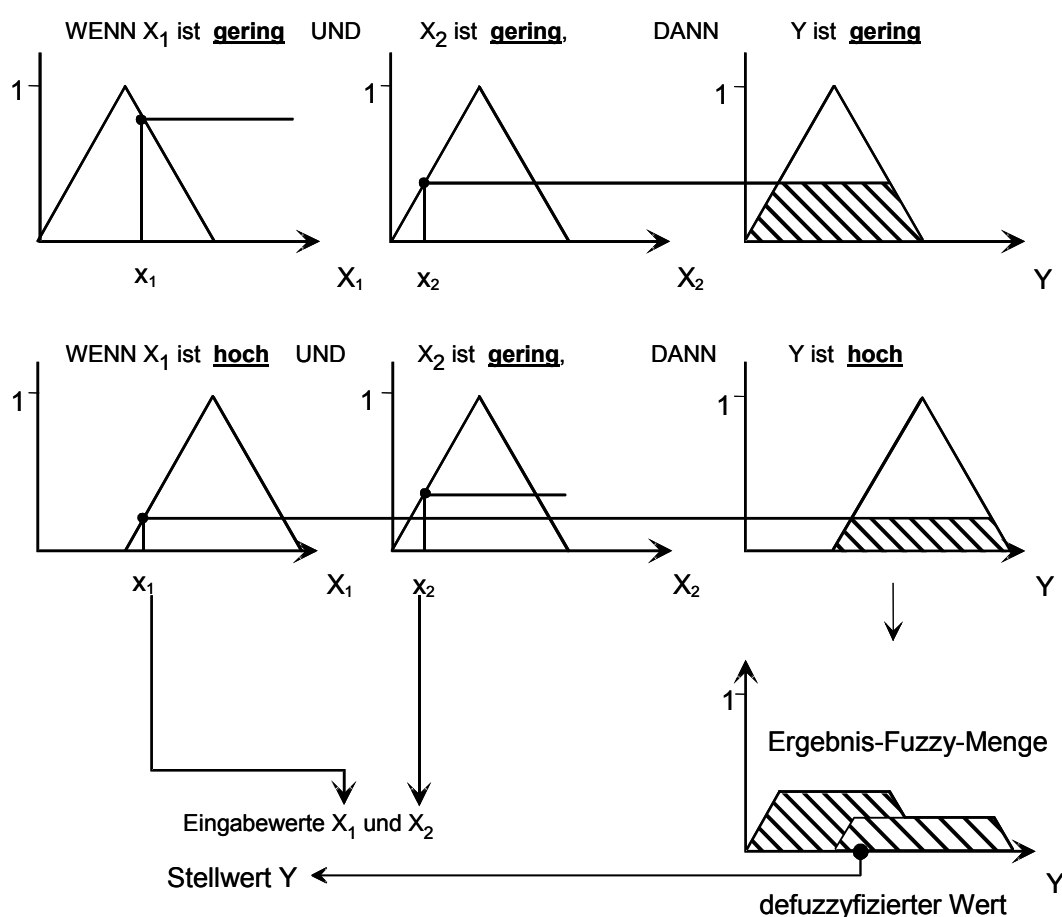


**Bild 14: Allgemeine Grundstruktur eines Fuzzy Controllers**

Eingangs- und Ausgangswerte des Fuzzy Controllers sind im allgemeinen scharf (= präzise, nicht fuzzy), während die Entscheidungslogik unscharf realisiert ist. Bild 15 verdeutlicht dies am Beispiel von zwei Eingangs- und einer Ausgangsvariablen. Ihre jeweiligen Attribute sind durch Regeln, bestehend aus einem Prämissen- und einem Konklusionsteil, miteinander verbunden. Die Regeln enthalten sprachliche Begriffe wie „gering“, „mittel“ und „hoch“, die als linguistische Terme mit Hilfe von unscharfen Mengen, hier in Form von Dreiecks-Funktionen, modelliert sind.



Im Fuzzy Controller werden die scharfen Eingangswerte zunächst fuzzyfiziert, das heisst auf unscharfe Mengen abgebildet. Dabei wird die Kompatibilität der Regelprämissen mit den Fakten (Messwerten) ermittelt. Das Ergebnis ist jeweils eine reelle Zahl aus dem Intervall  $[0,1]$ . Die einzelnen Kompatibilitätsmaße jeder Regelprämissen werden anschließend zu einer Gesamtkompatibilität aggregiert. Das Ergebnis kann mit einem Konfidenzfaktor zwischen Null und Eins gewichtet werden, die das Vertrauen des Experten in diese Regel ausdrückt. Im Unterschied zu normalen Expertensystemen, wo die Regelprämissen entweder ganz erfüllt sind oder nicht, wird in einem regelbasierten Fuzzy-Controller eine Regel bereits dann aktiviert, wenn ihre Prämisse in einem Ausmaß größer Null erfüllt ist. Dabei kann gleichzeitig mehr als eine Regel aktiv sein. Es können auch Regeln mit gleicher Prämisse, aber unterschiedlicher Konklusion gleichzeitig aktiv sein.



**Bild 15: Unscharfe Entscheidungslogik (Beispiel zur Max-Min-Inferenz mit Flächenschwerpunktmethode der Defuzzifizierung)**

Mit einem Inferenzverfahren werden dann die Attribute der Ein- und Ausgangsvariablen der Regeln einander zugeordnet. Für den Einsatz als Inferenz-Operator wird oft der Minimum-Operator oder das algebraische Produkt herangezogen, so dass die Schlussfolgerung einer Regel höchstens zu dem Grad erfüllt sein kann, wie ihre Vorbedingung. Durch Akkumulation der Teilergebnisse wird schließlich das Gesamtergebnis ermittelt. Als Akkumulationsoperator wird meist eine t-Conorm, wie der Maximum-Operator, verwendet. Bei einer Kombination mit dem Minimum als Inferenz-Operator spricht man von Max-Min-Inferenz, bei einer Kombination mit dem algebraischen Produkt von Max-Prod-Inferenz.<sup>8</sup> Um einen scharfen Stellwert zu erhalten, muss im letzten Schritt eine Defuzzifizierung vorgenommen werden, wobei die Flächenschwerpunktmethode ein gängiges Verfahren darstellt.

Während Fuzzy Control-Anwendungen lange auf den technischen Bereich beschränkt waren, beschäftigt man sich seit etwa Mitte der Neunziger Jahre auch vereinzelt mit betriebswirtschaftlichen Einsatzmöglichkeiten von Fuzzy Controllern.

## 10 Anwendungen von Fuzzy Control im Managementumfeld

Aus einer abstrakten Sicht werden Fuzzy Controller eingesetzt, um menschliches Wissen über komplexe, nicht-lineare Prozesse in transparenter, formaler Weise zu modellieren, so dass die automatische Ausführung möglich ist. Während der 80er und 90er Jahre gab es bereits intensive Bemühungen, menschliches Fachwissen in meist regelbasierten sogenannten „Expertensystemen“ zu modellieren und einzusetzen. Trotz unbestreitbarer Erfolge litten die Expertensysteme unter einer Reihe von Schwachstellen, die ihren praktischen Wert minderten. Dazu gehörte vor allem das Phänomen einer steil abfallenden Qualität der systemgenerierten Schlussfolgerungen an den Grenzen des eigenen Kompetenzbereiches („brittleness“). Bei der Erhebung des Expertenwissens musste außerdem auf eine möglichst vollständige und widerspruchsfreie Regelbasis geachtet werden, um sinnvolle Ergebnisse erzielen zu können.

Fuzzy Controller sind ebenfalls wissensbasierte Systeme, weisen aber einige Unterschiede zu den klassischen Expertensystemen auf, wie Tabelle 1 verdeutlicht. Praktische Vorteile

---

<sup>8</sup> Für eine Diskussion der Vor- und Nachteile der Max-Min- beziehungsweise Max-Prod-Strategie siehe [Romm1997, 187].

in der Umsetzung liegen v.a. in der einfacheren Struktur von Fuzzy Controllern bei gleichzeitig robusterem Systemverhalten.

<b>Klassisches Expertensystem</b>	<b>Wissensbasiertes Fuzzy Control System</b>
enthält Expertenwissen in Regelform	enthält Expertenwissen in Regelform
möglichst vollständige Regelbasis, widerspruchsfrei	keine Notwendigkeit für Vollständigkeit oder Widerspruchsfreiheit der Regeln
tendenziell grosse, komplexe Regelbasis	Wissen eher in kleinen Regelbasen, wobei mehrere eventuell hierarchisch verbunden werden
Schlussfolgerungsmechanismus: Feedforward + Backtracking	Schlussfolgerungsmechanismus: Feedforward, simultane Aktivierung und Auswertung von Regeln
Gefahr von „brittleness“ mit unerwarteten Systemausgaben	weitgehend robustes Systemverhalten, auch in Ausnahmesituationen
Erklärungskomponente vorhanden	bisher nur rudimentäre Erklärungsfähigkeiten, aber grundsätzlich können Erklärungskomponenten geschaffen werden

**Tabelle 1: Vergleich klassischer Expertensysteme und wissensbasierter Fuzzy Control Systeme**

Potenzielle Anwendungsbereiche für regelbasierte Systeme nach dem Vorbild von Fuzzy Control liegen im betriebswirtschaftlichen Anwendungsfeld dort wo:

- analytische Modelle unmöglich oder nur mit unververtretbarem Aufwand zu erstellen sind bzw. die Akzeptanz für deren Ergebnisse nicht gegeben ist,
- qualitatives Expertenwissen von Bedeutung ist,
- menschliches Fachwissen über die Anwendungsdomäne verfügbar ist.

Auf Basis dieser Kriterien eignen sich viele Managementbereiche grundsätzlich für den Einsatz fuzzy-regelbasierter Systeme. Beispiele unserer eigenen Forschungsgruppe betrafen die folgenden Anwendungen:

- wetterabhängige Produktionsplanung in einer Großbäckerei [HeHö1997],
- unscharfe Analyse von Unternehmensbilanzen [Leis1999],

- Modellierung einer Unternehmensstrategie mit der Fuzzy Balanced Scorecard [Niss2006],
- Berücksichtigung qualitativer Informationen im Simulationsmodell eines Unternehmensplanspiels [TiNi1998] [Tiet1999] [NiAn2007].

Die Struktur des fuzzy-regelbasierten Systems ist auch bei Managementanwendungen grundsätzlich äquivalent zu dem in Bild 14 dargestellten Fuzzy Controller. Wiederum enthält die Regelbasis Expertenwissen, das in Form von Wenn-Dann-Regeln Auskunft über wesentliche Zusammenhänge zwischen den Variablen des Anwendungsfeldes gibt. Allerdings sind einige Unterschiede zu Fuzzy Control Anwendungen zu beachten:

- Bei Fuzzy Control Anwendungen werden in kurzen Intervallen wiederholt Messwerte des technischen Prozesses ermittelt und ausgewertet, um die Stellgröße gezielt zu manipulieren. Im betriebswirtschaftlichen Anwendungsfeld wird dagegen der Zyklus aus Eingabe, regelbasierter Verarbeitung, Ausgabe im allgemeinen nur einmal durchlaufen. Daher kommt dem einzelnen Ergebnis eine deutlich größere Bedeutung zu. Es kann nicht durch anschließende Control-Zyklen korrigiert werden.<sup>9</sup>
- Die Regelmenge ist in betriebswirtschaftlichen Anwendungen meist komplexer, da das relevante Expertenwissen sich nicht in lediglich fünf bis zehn Regeln zusammenfassen lässt. Um die von Expertensystemen her bekannten Probleme mit großen Regelbasen zu vermeiden, wird die Applikation häufig als hierarchischer Fuzzy Controller modelliert, wobei verschiedene, kleine Regelbasen individuelle Teilprobleme lösen. Das Gesamtergebnis entsteht dann als hierarchische Kaskade von Zwischenergebnissen. Hierbei besteht grundsätzlich das Problem des „spread of fuzzyness“, also einer sukzessiv steigenden Breite der unscharfen Ergebnismengen, die eine sinnvolle Interpretation erschwert.
- Der Prozess des Systementwurfs ist somit komplexer als im technischen Bereich von Fuzzy Control. Ausserdem kann es deutlich schwerer sein, in der Designphase die Qualität des regelbasierten Systems zu ermitteln. Häufig muss man sich hier auf Expertenurteile verlassen.
- Eine echte Automatisierung der Entscheidungsfindung ist bei Managementanwendungen aus Akzeptanzgründen in der Regel unerwünscht. Es geht vielmehr um Entscheidungsunterstützung.
- Die Eingangsdaten des Fuzzy Systems sind meist quantitativ, wie bei technischen Fuzzy Controllern. Allerdings ist es im betriebswirtschaftlichen Bereich häufig wünschenswert, die Systemausgaben zusätzlich auch in qualitativer Form zu erhalten, wobei alle streng positiven Zugehörigkeitswerte für unscharfe Mengen der

---

<sup>9</sup> Allerdings kann man mit fuzzy-regelbasierten Systemen Managementsimulationen durchführen. Siehe hierzu [Niss2006].

Ausgabegrößen angegeben werden. Dadurch erhält man wertvolle Informationen zum Entscheidungsrisiko.

- Um die Akzeptanz für fuzzy-regelbasierte Systeme zur betriebswirtschaftlichen Entscheidungsunterstützung zu erhöhen, wäre eine Erklärungskomponente wünschenswert, die dem Entscheider erläutert, wie das System zu einem bestimmten Resultat gelangt ist. Dies ist grundsätzlich möglich, heute allerdings noch kaum realisiert.<sup>10</sup>

Im Vergleich zu technischen Anwendungen ist die Umsetzung der Fuzzy Set-Theorie in betriebswirtschaftlichen Aufgabenstellungen generell noch nicht weit fortgeschritten. Im Folgenden ist eine beispielhafte Anwendung aus dem Kontext der Unternehmensberatung beschrieben [Niss2003].

## **11 Beispiel: fuzzy-regelbasiertes System zur Aufwandschätzung von Beratungsprojekten**

### 11.1 Hintergrund und Motivation der Anwendung

Beratungsunternehmen sind generell dadurch gekennzeichnet, dass

- eine verhältnismäßig hohe Fluktuation von Beratern gegeben ist,
- die Mitarbeiter oft an verschiedenen Standorten räumlich verteilt sind
- und in vielen Bereichen das Fachwissen rasch veraltet.

Daher kommt den Aufgaben der Wissenssicherung und raschen Wissensverteilung eine große Bedeutung im Rahmen des operativen Wissensmanagements zu. Eine Möglichkeit stellt die Speicherung von Fachwissen in regelbasierten Anwendungssystemen dar, mit denen dann weitgehend automatisiert Aufgaben erledigt werden können, die normalerweise einen (teuren) Experten erfordern würden.

Die Abschätzung des zu erwartenden Beratungsaufwandes ist eine wiederkehrende und nicht-triviale Aufgabe im Beratungsgeschäft im Rahmen der Angebotsabgabe für Kundenprojekte. Je nach Komplexität des zu schätzenden Projektes ist oft beträchtliches Erfahrungswissen notwendig, da eine Vielzahl von Einflussfaktoren adäquat berücksichtigt

werden müssen. Gleichzeitig ist der Zeitaufwand für die Aufwandschätzung nicht zu vernachlässigen, vor allem, da im hier betrachteten IT-Beratungsgeschäft die Größe der Projekte tendenziell abnimmt. Dadurch müssen Aufwandsschätzungen im Rahmen von Angeboten inzwischen immer häufiger durchgeführt werden.

Hilfsmittel für die Aufwandschätzung sind demnach attraktiv. Ein Ziel bei der Entwicklung eines wissensbasierten Systems für die Aufwandschätzung besteht darin, durch weitgehende Automatisierung den Schätzprozess zu beschleunigen (Wissensnutzung). Zweitens soll das Erfahrungswissen einzelner Berater im System abgebildet (Wissenssicherung) und so für andere Berater nutzbar gemacht werden (Wissensverteilung). Außerdem wird darauf abgezielt, eine gewisse Standardisierung des Schätzprozesses und Qualitätssicherung bezüglich des Schätzergebnisses zu erreichen (Wissensnutzung). Weniger erfahrenen Beratern soll ein Werkzeug an die Hand gegeben werden, das den Schätzprozess systematisiert, so dass keine Einflussgrößen vergessen werden. Dies ist umso bedeutsamer, als Aufwandschätzungen von Beratungsklienten meist als definitive Größen angesehen werden, die im Projekt später nur in besonders begründeten Fällen überschritten werden können.

Aus Sicht des Wissensmanagements werden mit einem solchen System also drei Ziele verfolgt: Wissenssicherung, Wissensverteilung und Wissensnutzung.

Für die Entwicklung eines wissensbasierten Fuzzy-Systems zur Aufwandschätzung wurde der Bereich Supply Chain Event Management (SCEM) als Anwendung ausgewählt. Dafür waren zwei Gründe ausschlaggebend. Erstens ist die Anzahl der Einflussfaktoren auf den Projektumfang beim SCEM noch überschaubar, was für eine Pilotrealisierung günstig ist. Zweitens gab es zum fraglichen Zeitpunkt (2002) nur sehr wenige Experten, die Erfahrungen mit der Aufwandschätzung für SCEM-Projekte hatten, da es sich noch um eine vergleichsweise neue Thematik handelte. Der Druck, dieses Wissen zu sichern und zu multiplizieren, war daher besonders hoch. Allerdings bestand der Nachteil, dass die Ergebnisse von Systemen zur Aufwandschätzung im SCEM noch nicht mit einer langen Historie von Beispielprojekten kalibriert werden konnten. Vielmehr war der Vergleich mit manuellen Schätzungen erfahrener Berater zum Zeitpunkt der Entwicklung die beste Möglichkeit, um automatisch erzeugte Systemergebnisse zu beurteilen.

---

<sup>10</sup> Für ein Beispiel siehe [Kuhl1996].

Kernaufgabe des Supply Chain Event Management, als Bestandteil des Supply Chain Management, ist die kurzfristige Überwachung und Koordination der Aktivitäten zahlreicher Partner in einem Logistiknetzwerk.<sup>11</sup> Grundlegende Voraussetzung für proaktives Handeln ist dabei die zeitnahe Verfügbarkeit relevanter Informationen, die als „Ereignisse“ (Events) an das IT-gestützte SCEM-System übermittelt und dort erfasst, überwacht und bewertet werden. Ein entscheidender Nutzen des SCEM liegt darin, flexibel hinterlegen zu können, welche Ereignisse wann als Ausnahmen betrachtet werden müssen und wie diese im Rahmen eines individuell konfigurierbaren und regelbasierten Workflows zu behandeln sind. Die Prozessüberwachung erfolgt dann automatisiert und entlastet dadurch den Disponenten.

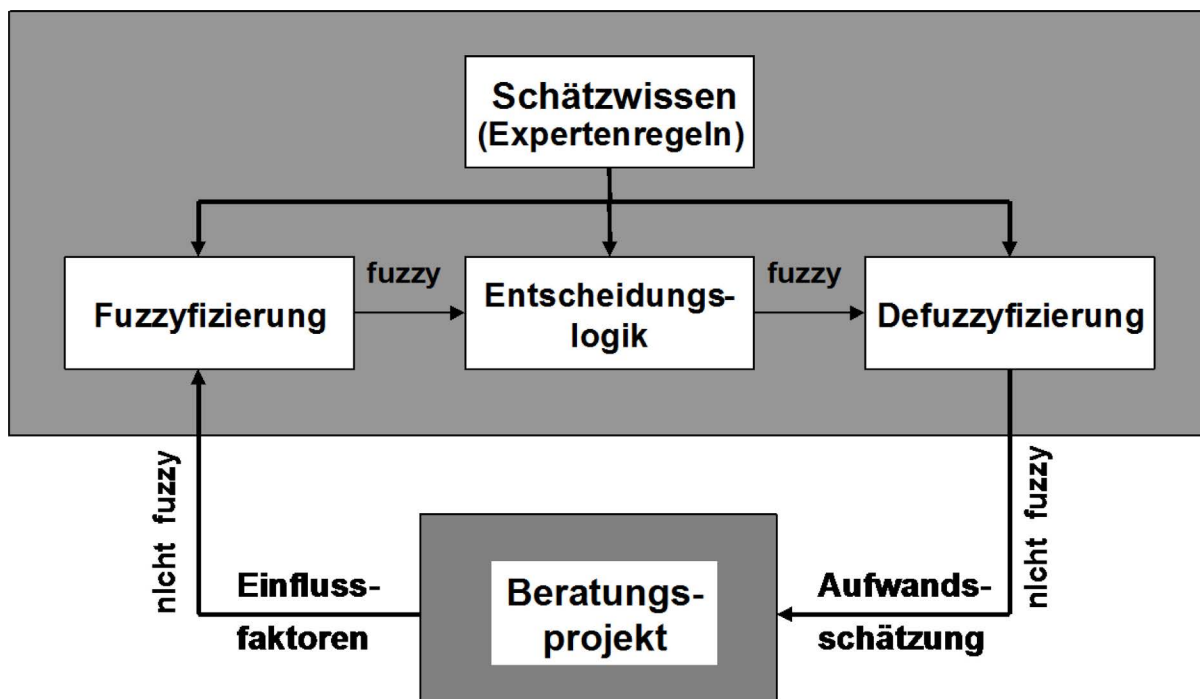
## 11.2 Konzeption des wissensbasierten Fuzzy-Systems

Die Struktur des Systems ist herkömmlichen Fuzzy Control Anwendungen aus dem technischen Sektor entlehnt, wie Bild 16 verdeutlicht. Allerdings sind folgende Unterschiede festzuhalten:

- Das betrachtete System ist kein technischer Prozess, sondern es handelt sich hierbei um das Beratungsprojekt, dessen Aufwand geschätzt werden soll.
- Die Expertenregeln in der Wissensbasis drücken Fachwissen über Zusammenhänge von Einflussfaktoren im Projekt und zu erwartenden Aufwänden aus.
- Die Messung der Eingangsgrößen bezieht sich auf die Bestimmung der Ausprägungen dieser aufwandsdeterminierenden Einflussfaktoren. Wie in herkömmlichen Fuzzy Control Systemen lagen die Eingaben in quantitativer Form vor, wobei in wenigen Fällen qualitative Informationen mit Hilfe von Ersatzgrößen quantifizierbar gemacht wurden.
- Die „Stellgröße“ ist der geschätzte Projektaufwand.
- Im Gegensatz zu technischen Fuzzy Control Anwendungen wird der Regelkreis aus Messung der Eingangsgrößen und Ermittlung der Ausgangsgröße nur einmal durchlaufen.

---

<sup>11</sup> Vgl. zum Thema Supply Chain Event Management [Niss2002].

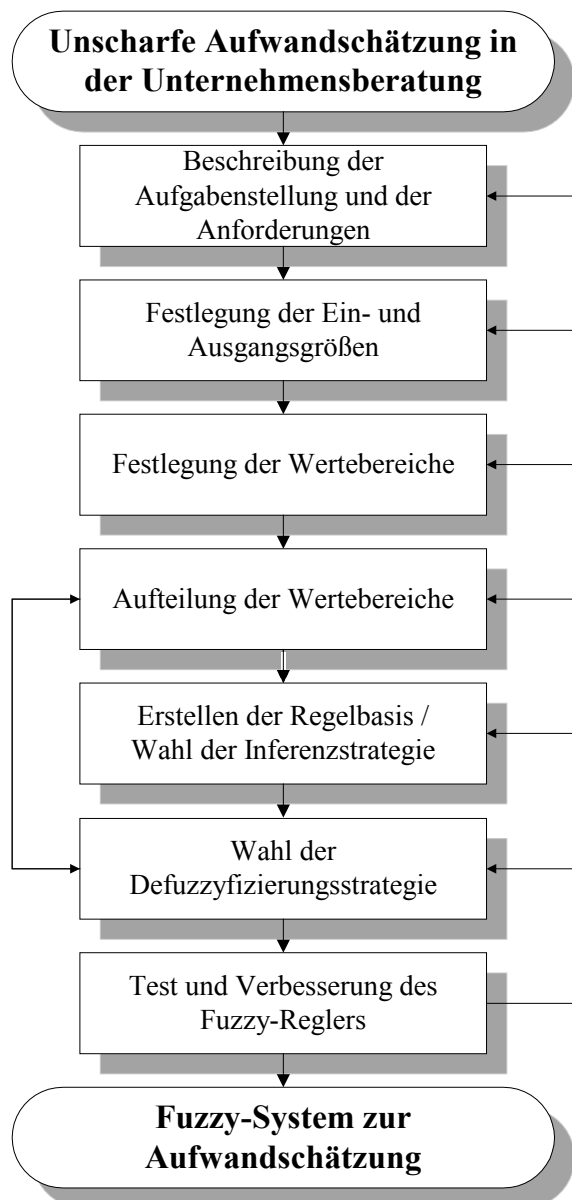


**Bild 16: Struktur des wissensbasierten Fuzzy Systems für die Aufwandschätzung nach dem Vorbild technischer Fuzzy Control Anwendungen**

Das gewählte Vorgehen beim Entwurf dieses Fuzzy-Systems ist in Bild 17 im Überblick dargestellt. An dieser Stelle soll nur auf ausgewählte Aspekte näher eingegangen werden.

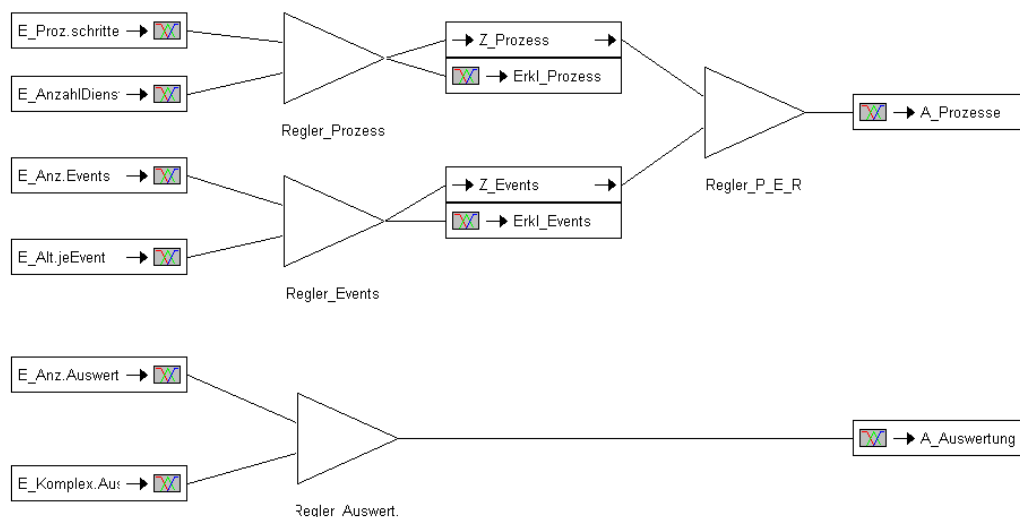
Die Aufwandschätzung im Beratungsangebot gliedert sich entsprechend den Projektphasen grob in „Konzeption“ sowie „Realisierung und Go Live“. Die weiteren Erläuterungen konzentrieren sich auf die Phase „Konzeption“. Die Vorgehensweise in der Phase „Realisierung und Go Live“ ist jedoch analog und kann daher an dieser Stelle vernachlässigt werden.





**Bild 17: Vorgehensmodell beim Entwurf des Fuzzy-Systems zur Aufwandschätzung**

Das System hat die Form eines mehrstufigen (hierarchischen) Fuzzy-Reglers. Bild 18 zeigt daraus einen Ausschnitt. Er verdeutlicht einige der Eingangs-, Zwischen- und Ausgangsgrößen (in vereinfachter Form) zur Schätzung der Aufwände für die Projektphase „Konzeption“.



**Bild 18: Ausschnitt aus der Struktur des mehrstufigen Fuzzy-Reglers im Bereich der Aufwandschätzung für die Phase „Konzeption“ mit Eingangs-, Zwischen- und Ausgangsgrößen**

Für die Abschätzung dieser Projektphase berücksichtigt das wissensbasierte Fuzzy-System die in Tabelle 2 wiedergegebenen Eingangs-, Zwischen- und Ausgangsgrößen.<sup>12</sup> Die Hierarchisierung in mehrere Ebenen durch Zwischenvariablen erleichtert die Formulierung einer geeigneten Regelbasis und macht das Gesamtsystem kompakter. Zwischenvariablen kommen immer dann zum Einsatz, wenn mehrere Regelmengen hintereinandergeschaltet werden sollen. Zu spezifizieren sind dabei nur die Anzahl und Bezeichnungen von Attributen, die von der vorhergehenden Regelmenge als Ausgangsattribute und von der nachfolgenden Regelmenge als Eingangsattribute betrachtet werden. Eine Veränderung der Fuzzywerte oder gar eine Fuzzyifizierung oder Defuzzyifizierung der Daten erfolgt bei den Zwischenvariablen nicht, so daß hier die Wahl von Intervallgrenzen und Auflösung irrelevant ist. Auch die Zugehörigkeitsfunktionen dienen lediglich zur Visualisierung der jeweiligen Fuzzywerte.

Die linguistischen Terme der Ausgangsvariablen sind als Singletons modelliert, weil dadurch das Finetuning des Fuzzy-Systems erleichtert wird, ohne inhaltliche Abstriche machen zu müssen. Bei den Eingangsgrößen zu betriebswirtschaftlichen Auswertungen

<sup>12</sup> Die hier dargestellte Form des Fuzzy-Systems ist aus Vertraulichkeitsgründen in einigen Punkten eine Vereinfachung des tatsächlichen Systems. Die Vereinfachungen lassen jedoch die grundsätzliche Systemstruktur unangetastet.

(Reports), Schnittstellen, Oberflächen und Berechtigungen sind vom Benutzer Werte zur Komplexität des jeweiligen Projektspektes einzugeben. Diese Lösung ist zwar suboptimal, da sie ein gewisses, wenn auch geringes, Vorwissen über den Anwendungsbereich beim Benutzer voraussetzt. Besser wäre es, wenn diese Werte aus scharfen Eingaben über Regeln im System hergeleitet würden, analog zur Komplexität der betrachteten Prozesse bzw. Ereignisse. Das konnte jedoch zum damaligen Zeitpunkt nicht realisiert werden.

Einen Ausschnitt der Regelbasis des Systems zeigt Bild 19. Sie wurde auf Basis von Expertenwissen realisiert. Eine beispielhafte Regel (Zeile 2) lautet:

*Wenn die Anzahl der zu überwachenden Prozessschritte GERING ist  
Und die Anzahl der einzubindenden Logistikdienstleister ist MITTEL,  
Dann ist die Komplexität des SCEM-Prozesses GERING  
(mit einer Konfidenz von 0,7).*

Nr.	E_Proz.schritte	E_AnzahlDienstl	Op.	W	Z_Prozess	Erkl_Prozess	Grad
1	gering	gering	UND		gering	gering	0.000
2	gering	mittel	UND	0.700	gering	gering	0.000
3	gering	hoch	UND		mittel	mittel	0.000
4	mittel	gering	UND	0.500	gering	gering	0.388
5	mittel	mittel	UND		mittel	mittel	0.224
6	mittel	hoch	UND	0.700	mittel	mittel	0.000
7	hoch	gering	UND	0.500	mittel	mittel	0.035
8	hoch	mittel	UND	0.700	hoch	hoch	0.047
9	hoch	hoch	UND		hoch	hoch	0.000

**Bild 19: Beispielhafter Ausschnitt der Regelbasis**

Die Regelbasis des regelbasierten Fuzzy-Systems muss weder vollständig noch widerspruchsfrei sein, obwohl die Qualität des Schätzergebnisses natürlich von der Qualität der implementierten Expertenregeln abhängt. Außerdem können Regeln gewichtet werden, um das Vertrauen des Experten in diese Regeln auszudrücken. Die Gewichtung hat Bedeutung im Rahmen des unscharfen Inferenzprozesses. Im Bereich der Inferenz und Defuzzifizierungsstrategie wurden die gängigen Standards verwendet: Max-Min-Inferenz und Flächenschwerpunktmethod.

<b>Variable</b>	<b>Charakter</b>	<b>Ausprägungen</b>	<b>Intervall</b>	<b>Kurvenform</b>
Anzahl Prozessschritte	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 30	Dreieck
Anzahl Dienstleister	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 10	Dreieck
Komplexität Prozess	Zwischengröße	Gering, mittel, hoch	ohne Bedeutung	Singleton
Anzahl Events	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 50	Dreieck
Anzahl Alternat. je Event ( $\emptyset$ )	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 5	Dreieck
Komplexität Events	Zwischengröße	Gering, mittel, hoch	ohne Bedeutung	Singleton
Anzahl Auswertungen	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	0 - 20	Dreieck
Komplexität der Auswert. ( $\emptyset$ )	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 3	Dreieck
Anzahl Schnittstellen	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	0 - 10	Dreieck
Komplexität der Schnittstellen ( $\emptyset$ )	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 3	Dreieck
Schnittstelle	Zwischengröße	Gering, mittel, hoch	ohne Bedeutung	Singleton
Anzahl der Oberflächen	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	0 - 10	Dreieck
Komplexität der Oberflächen ( $\emptyset$ )	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 3	Dreieck
Oberflächen	Zwischengröße	Gering, mittel, hoch	ohne Bedeutung	Singleton
Anzahl Userrollen	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	0 - 10	Dreieck
Komplexität Userrollen ( $\emptyset$ )	Eingangsgröße	Gering, mittel, hoch	1 - 3	Dreieck
Aufwand Prozesse / Events / Regeln	Ausgangsgröße	Gering, mittel, hoch	keine Angabe	Singleton
Aufwand Auswertungen	Ausgangsgröße	Gering, mittel, hoch	keine Angabe	Singleton
Aufwand Entwicklung	Ausgangsgröße	Gering, mittel, hoch	keine Angabe	Singleton
Aufwand Berechtigungen	Ausgangsgröße	Gering, mittel, hoch	keine Angabe	Singleton

**Tabelle 2: Variablen des Fuzzy-Systems im Regler-Teil zur Schätzung des Konzeptionsaufwandes (vereinfacht)**

Die Umsetzung des fuzzy-regelbasierten Systems erfolgte mit dem Werkzeug Fuzzy Control Manager™ (FCM) der Transfertech GmbH, Braunschweig. Der FCM stellt eine interaktive grafische Oberfläche zum Entwurf von Fuzzy-Reglern zur Verfügung, mit der Variablen, Attribute, Zugehörigkeitsfunktionen und Regeln spezifiziert werden können. Als Benutzer-Frontend wurde aufgrund seiner weiten Verbreitung und leichten Bedienung Microsoft Excel gewählt.

Die Implementierung versteckt alle Details des Fuzzy-Systems vor dem Benutzer. Dadurch können Berater die Aufwandschätzung von Projekten in der vertrauten Excel-Umgebung vornehmen, ohne Wissen über das Werkzeug FCM besitzen zu müssen.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
		Input für FCM	Kommentar	Aufwand	Preis je Stunde [EUR]	Preis je Tag	Umsatz	Erklärung	
1	<b>Konzeption</b>								
2	Anzahl Events	25	Konzept Prozess	22,1176		0	0	Events	49,804
3	Durchschn. Anz. Regelaltern. je Event	2,5				0	0		
4	Anzahl Schritte des zu track. Prozess	16				0	0	Prozess	23,922
5	Anzahl Dienstleister	3				0	0		
6									
7	Anzahl Auswertungen	10	Konzept Auswertungen	6,19608		0	0		
8	Komplexität Auswertungen	1				0	0		
9						0	0		
10	Anzahl Schnittstellen	0	Konzept Entwicklung	0		0	0	Schnittstellen	0
11	Komplexität Schnittstellen	1				0	0		
12	Anzahl Oberflächen	0				0	0	Oberflächen	0
13	Komplexität Oberflächen	1				0	0		
14									
15									
16									
17	Anzahl Rollen	0	Konzept Berechtigungen	0		0	0		
18	Komplexität Rollen	1				0	0		
19						0	0		
20	Zwischensumme			28,31368		0	0		
21						0	0		
22	<b>Sizing</b>			2					
23	<b>Prototyp</b>			10					
24	<b>Doku Fachkonzept</b>			0,1					
25	Zwischensumme			43,31368					
26	<b>Projektmanagement</b>			0,1					
27									
28	<b>Summe Konzeption</b>			47			0		

**Bild 20: Excel-Umgebung zur Aufwandschätzung für SCEM-Beratungsprojekte<sup>13</sup>**

Bild 20 verdeutlicht den Aufbau der Excel-Umgebung für die Aufwandschätzung. Der Benutzer liefert in den Zeilen 2 bis 18 der Spalte B Angaben zu den in Spalte A stehenden Teilaspekten der SCEM-Konzeptionsphase. Diese Angaben werden über eine DDE-Schnittstelle an das Fuzzy-System übergeben. Dort findet eine Fuzzyifizierung der

<sup>13</sup> Vereinfachte Darstellung. Die Anbindung an den FCM erfolgt in den Spalten B, D und I. Wiedergegeben sind aus Vertraulichkeitsgründen nichtrepräsentative Beispieldaten.

Eingaben statt. Anschließend wird das in der Regelbasis gespeicherte Expertenwissen genutzt, um mittels unscharfer Inferenz die erforderlichen Beratungsaufwände in Personentagen für das Projekt zu ermitteln. Diese zunächst unscharfen Ausgabewerte werden defuzzifiziert und nach Excel exportiert. Sie werden dem Benutzer in Spalte D des Excel-Arbeitsblattes angezeigt.

Gleichzeitig werden die FCM-berechneten Aufwände in Excel um Aufwandskomponenten, wie beispielweise den Aufwand für das Projektmanagement, ergänzt, die separat festzulegen sind oder sich prozentual aus den anderen Aufwänden ableiten und daher nicht im FCM ermittelt werden. Die Excel-Spalten E bis G dienen der Umsatzplanung. Spalte I gibt als Orientierungshilfe (nützlich vor allem in der Entwicklungsphase des Fuzzy-Systems) noch die errechneten Werte der in Spalte H genannten Zwischenvariablen aus.

### 11.3 Erfahrungen mit dem Fuzzy-System

Für fünf Beispielprojekte unterschiedlicher Größe aus der Beratungspraxis eines Unternehmens wurden die Einflussgrößen des Aufwandes in das Fuzzy-System eingegeben und die Ergebnisse mit den Schätzungen erfahrener SCEM-Berater verglichen, die zur Grundlage des jeweiligen Angebotes geworden waren.

Tabelle 3 zeigt die Abweichungen im Überblick und verdeutlicht, dass die Ergebnisse des Fuzzy-Systems sich im Durchschnitt, bei Gleichgewichtung aller Projekte, relativ nah an den Schätzungen der Experten bewegen. Eine absolute Abweichung von 7,4% gegenüber den Expertenschätzungen kann aus praktischer Sicht bereits als tolerierbar angesehen werden.<sup>14</sup> Interessanterweise ergeben sich die größten Abweichungen von 13,3% und 10% bei den beiden kleinsten Projekten, während die Abweichungen der größeren Projekte mit 2,1%, 5,7% und 5,9% niedriger liegen. Dies verdeutlicht, dass hinsichtlich der Skalierung des Fuzzy-Systems im Bereich niedriger Schätzwerte noch Verbesserungsbedarf besteht. Summiert man die geschätzten Tage über alle fünf Projekte, so unterschätzt das Fuzzy-System den Gesamtaufwand jedoch nur um 3,1%.

---

<sup>14</sup> In vielen Projekten rechnen die Projektleiter intern mit einem Sicherheitspuffer von 10% auf das Gesamtbudget, der letztlich die Schätzunsicherheiten widerspiegelt

<b><u>Mittlere</u> absolute Abweichung Fuzzy- System zu Experten</b>	<b><u>Minimale</u> absolute Abweichung Fuzzy- System zu Experten</b>	<b><u>Maximale</u> absolute Abweichung Fuzzy- System zu Experten</b>
<b>7,4 %</b>	<b>2,1 %</b>	<b>13,3 %</b>

**Tabelle 3: Vergleich der Aufwandschätzung durch das Fuzzy-System und die Experten, anhand von fünf Beispielfällen aus der Unternehmenspraxis**

Die Ziele der Systementwicklung, also

- Konservierung und Verteilung des Erfahrungswissens einzelner Experten und dadurch Verringerung des Risikos von Know how-Verlusten aufgrund von Mitarbeiter-Fluktuation (Wissenssicherung, Wissensverteilung),
- beschleunigte Aufwandschätzung, Standardisierung des Schätzprozesses und Qualitätssicherung bezüglich der Schätzergebnisse (Wissensnutzung),

lassen sich durch ein regelbasiertes Fuzzy-System grundsätzlich erreichen. Eine erste Systemlösung war mit dem Werkzeug FCM relativ schnell zu realisieren. Das weitere Optimieren des Systems gestaltete sich dagegen aufwendig, da die kombinatorische Vielfalt möglicher Systemeinstellungen sehr groß ist. Hierzu gehören die Anpassung von Wertebereichen, Form und Lage der Zugehörigkeitsfunktionen, Regelbasis, Regelgewichtungen und Defuzzifizierungsmethode.

Die hier entwickelte Vorgehensweise zur Unterstützung der Aufwandschätzung im SCEM lässt sich direkt auf andere Beratungsthemen übertragen.

## Literaturverzeichnis

- [DuPr1980] Dubois, D.; Prade, H. : Fuzzy Sets and Systems – Theory and Applications, New York et al. : Academic Press, 1980.
- [Frie2006] Friedrich, A.: Logik und Fuzzy-Logik: eine leicht verständliche Einführung mit Beispielen aus Technik und Wirtschaft, 2. Aufl., Renningen: expert-Verlag, 2006.
- [HeHö1997] Helmeke, J.; Hönerloh, A.: Wetterabhängige Produktionsplanung in einem Konditoreibetrieb. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.; Nissen, V. (eds.): Fuzzy Set Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen, München: Vahlen 1997, 143 – 153.
- [Höne1997] Hönerloh, A.: Unscharfe Simulation in der Betriebswirtschaft: Modellbildung und Simulation auf Basis der Fuzzy Set-Theorie, Göttingen: Unitext, 1997.
- [Jenß1997] Jenßen, A.: Kapitalwert-Berechnung mit unscharfen Zahlen. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.; Nissen, V. (Hrsg.): Fuzzy Set Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen, München: Vahlen, 1997, 245 – 259.
- [KGK11996] Kruse, R.; Gebhardt, J.; Klawonn, F.: Fuzzy-Systeme, 2. Aufl., Stuttgart: Teubner, 1996.
- [Kuhl1996] Kuhl, J.: Angepaßte Fuzzy-Regelungssysteme. Entwicklung und Einsatz bei ausgewählten betriebswirtschaftlichen Problemstellungen, Göttingen: Unitext, 1996.
- [Kurb1992] Kurbel, K.: Entwicklung und Einsatz von Expertensystemen: Eine anwendungsorientierte Einführung in wissensbasierte Systeme, 2. Aufl., Berlin und Heidelberg: Springer, 1992.
- [Leis1999] Leisewitz, M.-C.: Leisewitz, M.-C.: Das Problem der Unschärfe in der Unternehmensbewertung: Ein Fuzzy-Expertensystem zur Findung des Grenzpreises bei Unternehmenskäufen, Göttingen: Unitext, 1999.
- [Mamd1975] Mamdani, E.H.; Assilian, S.: An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. In: Int. Journal of Man Machine Studies 7 (1975), 1 – 13.



- [MMSW1993] Mayer, A.; Mechler, B.; Schlindwein, A.; Wolke, R.: Fuzzy Logic: Einführung und Leitfaden zur praktischen Anwendung, Bonn u.a.: Addison-Wesley, 1993.
- [NaKr1997] Nauck, D. und Kruse, R.: Fuzzy-Systeme und Soft Computing. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.; Nissen, V. (eds.): Fuzzy Set Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen, München: Vahlen 1997, 3 – 21.
- [NaKr1998] Nauck, D. und Kruse, R.: Fuzzy-Systeme und Neuro-Fuzzy-Systeme. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.; Leisewitz, M.-C.; Nissen, V.; Tietze, M. (Hrsg.): Betriebswirtschaftliche Anwendungen des Soft Computing. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 1998, S. 35 – 54.
- [NiAn2007] Nissen, V.; Ananidze, G.: Modelling Qualitative Information in a Management Simulation Game. In: Waldmann, K.-H.; Stocker, U.M. (Hrsg.): Operations Research Proceedings 2006, Berlin u.a.: Springer, 2007, 389 – 394.
- [Niss2002] Nissen, V.: Supply Chain Event Management. In Wirtschaftsinformatik 44 (2002) 5, 477-480.
- [Niss2003] Nissen, V.: Wissenskonservierung mittels eines fuzzy-regelbasierten Systems für die Aufwandsplanung von Beratungsprojekten. In: Zeitschrift für Planung & Unternehmenssteuerung, 14 (2003) 3, 243 – 258.
- [Niss2006] Nissen, V.: Modelling Corporate Strategy with the Fuzzy Balanced Scorecard. In: Hüllermeier, E.; Kruse, R.; Nürnberger, A.; Strackeljan, J. (Hrsg.): Proceedings Symposium on Fuzzy Systems in Computer Science FSCS 2006, Magdeburg, 2006, 121 – 138.
- [Romm1997] Rommelfanger, H.J.: Regelbasierte Entscheidungsunterstützung mit Fuzzy-Logik. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.; Nissen, V. (Hrsg.): Fuzzy Set Theorie in betriebswirtschaftlichen Anwendungen, München: Vahlen, 1997, 175 – 189
- [SSDe2006] Sivanandam, S.N.; Sumathi, S.; Deepa, N.: Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB, Berlin et al.: Springer, 2006.
- [TiNi1998] Tietze, M.; Nissen, V.: Unscharfe Modellierung im PC-basierten Fuzzy Unternehmensplanspiel FUPS. In: Biethahn, J.; Hönerloh, A.; Kuhl, J.;

- Leisewitz, M.-C.; Nissen, V.; Tietze, M. (Hrsg.): Betriebswirtschaftliche Anwendungen des Softcomputing, Wiesbaden: Vieweg, 1998, 341 – 354.
- [Tiet1999] Tietze, M.: Einsatzmöglichkeiten der Fuzzy Set-Theorie zur Modellierung von Unschärfe in Planspielen, Göttingen: Unitext, 1999.
- [Zade1965] Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets. In: Information and Control 8 (1965), 338 – 353.
- [Zade1975a] Zadeh, L.A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning I. In: Information Sciences 8 (1975), 199 – 249.
- [Zade1975b] Zadeh, L.A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning II. In: Information Sciences 8 (1975), 301 – 357
- [Zade1976] Zadeh, L.A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning I. In: Information Sciences 9 (1976), 43 – 80.
- [ZALW1993] Zimmermann, H.-J.; Angstenberger, J.; Lieven, K.; Weber, R. (Hrsg.): Fuzzy Technologien: Prinzipien, Werkzeuge, Potentiale, Düsseldorf: VDI, 1993.
- [Zimm2001] Zimmermann, H.-J.: Fuzzy Set Theory – and Its Applications, 4. ed., Boston: Kluwer, 2001.