

**Sebastian Linß**

**Ein Beitrag zur geometrischen Gestaltung und Optimierung  
prismatischer Festkörpergelenke in nachgiebigen  
Koppelmechanismen**

# **Berichte der Ilmenauer Mechanismentechnik (BIMT)**

Herausgegeben von

Prof. Lena Zentner

Fachgebiet Mechanismentechnik an der TU Ilmenau

**Band 4**

**Ein Beitrag zur geometrischen  
Gestaltung und Optimierung  
prismatischer Festkörpergelenke in  
nachgiebigen Koppelmechanismen**

Sebastian Linß



Universitätsverlag Ilmenau  
2015

# Impressum

## **Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 24. November 2014  
1. Gutachter: apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Lena Zentner  
(Technische Universität Ilmenau)  
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Emil Kolev  
(Fachhochschule Schmalkalden)  
3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Nenad D. Pavlović  
(Universität Niš)  
Tag der Verteidigung: 27. Mai 2015

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

### **Universitätsverlag Ilmenau**

Postfach 10 05 65

98684 Ilmenau

[www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag](http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag)

### **Herstellung und Auslieferung**

Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG

Am Hawerkamp 31

48155 Münster

[www.mv-verlag.de](http://www.mv-verlag.de)

**ISSN** 2194-9476 (Druckausgabe)

**ISBN** 978-3-86360-122-5 (Druckausgabe)

**URN** urn:nbn:de:gbv:ilm1-2015000283

---



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Mechanismentechnik der Fakultät für Maschinenbau an der Technischen Universität Ilmenau. Wesentliche Teile der Arbeit wurden im Rahmen eines von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Gemeinschaftsprojektes (Geschäftszeichen ZE 714/10-1) erarbeitet. Ich möchte mich bei der DFG und bei den Projektpartnern für die gute Zusammenarbeit bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Frau apl. Prof. Dr.-Ing. habil. Lena Zentner für die hervorragende wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit und die Ermöglichung der eigenständigen Forschung auf dem interessanten Gebiet der nachgiebigen Mechanismen und Festkörpergelenke. Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Emil Kolev von der Fachhochschule Schmalkalden sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Nenad D. Pavlović von der Universität Niš für ihre wertvollen Anregungen und die Übernahme der Gutachten.

Ferner danke ich allen Kolleginnen und Kollegen des Fachgebietes Mechanismentechnik für die kreative Zusammenarbeit. Hervorzuheben sind hier Dipl.-Ing. Stefan Griebel und Dipl.-Ing. Lars Hartmann. Den Kollegen Dr.-Ing. Torsten Erbe, Dr.-Ing. Tom Ströhla, Dr.-Ing. Stephan Husung, Dipl.-Ing. Andrija Milojević und M. Sc. Philipp Gräser danke ich für die fruchtbaren Diskussionen und zahlreichen kritischen Anmerkungen. Für die Bereitstellung von Messgeräten anderer Fachgebiete sowie die Unterstützung bei der Fertigung und messtechnischen Untersuchung bedanke ich mich bei Dipl.-Ing. Marko Heyne, Dipl.-Ing. (FH) Eberhard Hamatschek, Dipl.-Ing. Michael Bastick, Dipl.-Ing. Carl-Bernhard Nopper, Dr.-Ing. Veronika Geinitz und Dipl.-Ing. Peter Beyer. Ein großer Dank gilt auch allen Studierenden, die im Rahmen der von mir betreuten Abschlussarbeiten zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Nicht zuletzt bedanke ich mich ganz herzlich bei meiner Familie und vor allem bei meiner Freundin Antje für die immerwährende Unterstützung, die endlose Geduld und den wichtigen Rückhalt in der Zeit meiner Promotion.

Ilmenau, im August 2015

Sebastian Linß



## Kurzzusammenfassung

Zur Realisierung von Bewegungen mit hohen Anforderungen an die Präzision werden Starrkörpermechanismen zunehmend durch nachgiebige Mechanismen ersetzt, in denen die Beweglichkeit durch stoffgekoppelte Drehgelenke realisiert wird. In diesen nachgiebigen Koppelmechanismen kommen überwiegend prismatische Festkörpergelenke mit einfachen geometrischen Aussparungen zum Einsatz.

Im Gegensatz zu form- und kraftgekoppelten Gelenken ist der Auslenkwinkel eines Festkörpergelenkes begrenzt, wodurch der Bewegungsbereich des Mechanismus eingeschränkt wird. Zudem lässt sich mit einem Festkörpergelenk keine exakte relative Drehung zweier starrer Glieder realisieren, da grundsätzlich eine Drehachsenverlagerung stattfindet. Dadurch ergeben sich Bahnabweichungen des nachgiebigen Mechanismus im Vergleich zum Starrkörpermechanismus.

Wesentlicher Aspekt bei der Synthese eines nachgiebigen Koppelmechanismus ist die in dieser Arbeit untersuchte Phase der geometrischen Gestaltung und Optimierung der prismatischen Festkörpergelenke hinsichtlich geforderter Mechanismuseigenschaften. Hierzu erfolgt eine ganzheitliche, d. h. vom Gelenk auf den Mechanismus übertragbare Betrachtung. Für die durchgeführte Untersuchung von Einzelgelenken ist ein geeigneter Ansatz zur Drehachsenmodellierung von entscheidender Bedeutung. Die anschließende mehrkriterielle Optimierung der Gelenkkontur findet für ein Einzelgelenk und im Mechanismus statt.

Als Ergebnis der Arbeit wird eine allgemein anwendbare Synthesemethode nachgiebiger Koppelmechanismen abgeleitet, die ausgehend vom Starrkörpermechanismus eine gezielte Gestaltung sowie beschleunigte FEM-basierte Optimierung mit identischen oder unterschiedlichen Gelenken ermöglicht. Hiermit lassen sich der Bewegungsbereich vergrößern und die Bahngenauigkeit erhöhen.

Die Besonderheit der Synthesemethode besteht in der Berücksichtigung der Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke mit Standard- oder Polynomkonturen. Hierfür werden grundlegende Hinweise sowie drei neue Ansätze zur Bestimmung der geometrischen Parameter der Gelenkkontur und -abmessungen mittels Umsetzungstabelle, Kurventafel oder computergestützter Konturoptimierung vorgestellt.

Auf diese Weise gestaltete Mechanismen eignen sich besonders für die Präzisionstechnik. Das Potenzial der Synthesemethode wird am Beispiel einer nachgiebigen Schubkurbel zur Realisierung einer Punktgeradföhrung aufgezeigt.



## Abstract

For the realization of high precise motion, often compliant mechanisms are used instead of rigid-body mechanisms. In these solid-state mechanisms, the flexibility is achieved by material coherent revolute joints. In compliant linkage mechanisms, mostly prismatic flexure hinges with basic cut-out geometries are used.

In contrast to form- and force-closed joints the angular deflection of flexure hinges is limited. Thus, the motion range of the mechanism is limited too. In addition, no exact relative rotation of two rigid links is possible with a flexure hinge, as always a shift of its axis of rotation occurs. In turn, this leads to path deviations of the compliant mechanism compared to the rigid-body mechanism.

Regarding the required mechanism properties, the step of the geometric design of the prismatic flexure hinges is a key aspect in the synthesis of a compliant linkage mechanism, which is investigated in this thesis. Hence, a holistic consideration is carried out, which can be transferred from a hinge to a mechanism. For the investigation of a single flexure hinge a suitable approach for modeling the rotational axis is crucial. After this, the multi-criteria optimization of the hinge contour is investigated for a single hinge and in the mechanism.

Based on known rigid-body replacement approaches, this thesis presents a general method for the synthesis of compliant linkage mechanisms. The synthesis method allows a specific design and accelerated FEM-based optimization with identical or different hinges. This can be used to increase the motion range and to improve the path accuracy.

The contribution of the synthesis method results due to the consideration of the design of the prismatic flexure hinges with standard or polynomial contours. For this, basic hints and three new approaches for determining the geometric parameters of the hinge contour and dimensions using a look-up table, nomogram or computer-aided contour optimization are proposed.

Such designed mechanisms are particularly suitable for use in precision engineering. The potential of the synthesis method is exemplified for a compliant slider-crank mechanism for realizing a rectilinear guiding of a coupler point.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Einordnung des Themas . . . . .	2
1.2	Zielsetzung und Aufbau der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Systematik nachgiebiger Mechanismen und Klassifikation von Festkörpergelenken</b>	<b>7</b>
2.1	Begriffsbestimmung, Analyse und Synthese nachgiebiger Mechanismen . . . . .	8
2.2	Klassifikation von Festkörpergelenken zur Realisierung einer Drehbewegung . . .	20
2.3	Nachgiebige Koppelmechanismen in der Präzisionstechnik . . . . .	24
2.4	Forschungsbedarf bei der Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Bestehende Ansätze für die geometrische Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke</b>	<b>31</b>
3.1	Auslegung der Form der Aussparungsgeometrie . . . . .	31
3.2	Dimensionierung der geometrischen Gelenkparameter . . . . .	34
3.3	Geeignete Gelenkkonturen für die Analyse und Optimierung . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Analyse nachgiebiger Koppelmechanismen mit spannungsgünstigen Gelenkkonturen</b>	<b>37</b>
4.1	Bekannte Untersuchungen zum Einfluss der Gelenkkontur . . . . .	38
4.2	Bestimmung des zulässigen Auslenkwinkels halbkreisförmiger Festkörpergelenke .	38
4.3	Gestaltung der Gelenkkontur für ein minimales Spannungs-Auslenkungs-Verhältnis	40
4.3.1	Halbkreis- und Ellipsenkonturen . . . . .	41
4.3.2	Viertelkreiskonturen . . . . .	42
4.3.3	Polynomkonturen vierter Ordnung . . . . .	44
4.3.4	Polynomkonturen höherer Ordnung . . . . .	46
4.3.5	Spannungsoptimierte Freiformkonturen . . . . .	48
4.3.6	Konturvergleich . . . . .	49
4.3.7	Approximation von Polynomkonturen mittels Kreisbögen und Geraden . .	52
4.4	Festlegung von Struktur und Abmessungen der Starrkörpermechanismen . . . . .	53
4.4.1	Viergliedrige Geradföhrungsmechanismen nach ROBERTS und EVANS . . .	53
4.4.2	Höhergliedrige Greifermechanismen nach CHRISTEN und KEOSCHKERJAN	54
4.5	Entwurf und Simulation der nachgiebigen Mechanismen . . . . .	56
4.6	FEM-Analyse des Einflusses der Gelenkkontur auf die Mechanismuseigenschaften	58
4.7	Bewertung der Gelenkkonturen und Bedeutung der Drehachsenverlagerung . . . .	65

<b>5</b>	<b>Modellbasierte Untersuchung der Drehachsenverlagerung von Einzelgelenken</b>	<b>67</b>
5.1	Bekannte Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung . . . . .	67
5.2	Modellierung der Drehachse im verformten Zustand . . . . .	69
5.3	Einfluss des Modells auf die Drehachsenlage und -verlagerung . . . . .	72
5.4	Untersuchung der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft gegensätzlicher Gelenke	75
5.4.1	Analytische Berechnung der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft . .	76
5.4.2	Entwicklung eines Versuchsstandes und messtechnische Untersuchung . . .	78
5.4.3	Bestimmung der vorhandenen Abmessungen der Gelenkmuster . . . . .	80
5.4.4	FEM-Simulation der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft . . . . .	81
5.4.5	Ergebnisdiskussion . . . . .	82
5.5	FEM-Analyse des Einflusses der Gelenkkontur auf die Gelenkeigenschaften . . . .	84
5.6	Einfluss der Gelenkskalierung auf die Untersuchungskriterien . . . . .	87
5.7	Eignung des Drehachsenmodells und Bewertung der Gelenkkonturen . . . . .	89
<b>6</b>	<b>Mehrkriterielle Konturoptimierung mittels FEM und experimentelle Verifikation</b>	<b>91</b>
6.1	Separate Optimierung der Gelenkkontur eines Einzelgelenkes . . . . .	92
6.2	Direkte Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus . . . . .	94
6.2.1	Viergliedriger Mechanismus – gleichschenklige zentrische Schubkurbel . . .	94
6.2.2	Sechsgliedriger Mechanismus – Storchschnabelmechanismus . . . . .	100
6.2.3	Robustheitsanalyse der optimierten Gelenkkonturen . . . . .	104
6.2.4	Ergebnisdiskussion . . . . .	107
6.3	Messtechnische Untersuchung der nachgiebigen Schubkurbel . . . . .	108
6.3.1	FEM-Ergebnisse mit Berücksichtigung der Schwerkraft . . . . .	108
6.3.2	Messaufbau, computergestützte Bildauswertung und Durchführung . . . .	109
6.3.3	Ergebnisdiskussion . . . . .	113
6.3.4	Gegenkraftanalyse und Kompensation der Geradenabweichung . . . . .	116
6.4	Folgerungen für die mehrkriterielle Konturoptimierung . . . . .	117
<b>7</b>	<b>Synthesemethode nachgiebiger Koppelmechanismen</b>	<b>119</b>
7.1	Vorgehensweise bei der Synthese . . . . .	119
7.2	Gestaltungshinweise für prismatische Festkörpergelenke . . . . .	121
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>125</b>
<b>Anhang</b>		
<b>A</b>	<b>Literaturübersicht bekannter Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung</b>	<b>XVII</b>
<b>B</b>	<b>Weitere Ergebnisse zum Einfluss der Gelenkkontur auf die Gelenkeigenschaften</b>	<b>XXI</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>XXIII</b>



# Verwendete Symbole und Abkürzungen

## Symbole

Symbol	Beschreibung und Einheit
$a_0, \dots, a_n$	Koeffizienten einer Polynomfunktion mit dem Polynomgrad $n$
$a_{4\min}, a_{4\max}$	minimaler, maximaler Wert des Koeffizienten $a_4$
$a_B$	Bahnabweichung in $\mu\text{m}$ bzw. $\text{mm}$
$a_M$	Fehlergrenze (Typ B) in $\mu\text{m}$
$A_0, A, A'$	Drehgelenkpunkte der Kurbel
$A_B$	Bruchdehnung in %
$b$	Gelenkbreite/Mechanismusbreite in $\text{mm}$
$B_0, B, B'$	Drehgelenkpunkte der Schwinge/Koppel
$c_G$	Drehfederrate des Einzelgelenkes in $\text{N}/^\circ$ bzw. $\text{Nmm}/^\circ$
$c_M$	Steifigkeit des Mechanismus in $\text{N}/\text{mm}$
$C_0, C$	Drehgelenkpunkte
$D$	Punkt der Drehachse
$e$	kinematische Versetzung in $\text{mm}$
$E$	E-Modul in $\text{N}/\text{mm}^2$
$E_{\text{Gelenk}}$	E-Modul des Gelenksegmentes in $\text{N}/\text{mm}^2$
$E_{\text{Glied}}$	E-Modul des Gliedsegmentes in $\text{N}/\text{mm}^2$
$f$	Gelenkfreiheitsgrad
$f_\sigma$	Umrechnungsfaktor Zugdruckfestigkeit
$F$	Kraft in $\text{N}$
$F_1, F_y, F_{y_t}$	Querkraft, Querkraft in $y$ -Richtung, Querkraft bei Skalierung in $\text{N}$
$F_2$	Kraft eines Kräftepaars in $\text{N}$
$F_{\text{an}}$	Antriebskraft in $\text{N}$
$F_K$	Gegenkraft am Koppelpunkt in $\text{N}$
$F_{K_x}, F_{K_y}$	richtungsabhängige Gegenkraft am Koppelpunkt in $\text{N}$
$F_M$	Getriebefreiheitsgrad des Mechanismus
$g$	Erdbeschleunigung in $\text{m}/\text{s}^2$
$h$	minimale Gelenkhöhe/Stegdicke in $\text{mm}$
$h_G$	variable Gelenkhöhe in $\text{mm}$ (entspricht der Festkörpergelenkkontur)
$H$	maximale Gelenkhöhe/Gliedhöhe in $\text{mm}$
$i$	Gliedanzahl bzw. Indexvariable

$i_s, i_s^*$	Wegübersetzung des nachgiebigen Mechanismus, des Starrkörpermechanismus
$I_z$	äquatoriales Flächenträgheitsmoment in $\text{mm}^4$
$I_{z_{\text{Gelenk}}}$	äquatoriales Flächenträgheitsmoment des Gelenksegmentes in $\text{mm}^4$
$I_{z_{\text{Glied}}}$	äquatoriales Flächenträgheitsmoment des Gliedsegmentes in $\text{mm}^4$
$j$	Indexvariable
$k$	Erweiterungsfaktor
$K$	Koppelpunkt
$K_1, \dots, K_6$	Konstruktionspunkte entlang der Gelenkkontur
$K_B$	statischer Konstruktionsfaktor
$l$	Gelenklänge in mm
$l_{\text{ges}}$	Gesamtlänge des Festkörpergelenkes mit angrenzenden Gliedsegmenten in mm
$L$	Drehachsenabstand zweier Drehgelenke in mm
$m$	Masse in kg
$M_{bz}$	Biegemoment, parallel zur $z$ -Achse, in Nmm
$n$	Ordnung der Polynomfunktion/Polynomgrad
$n_{A_0}, n_A, n_B,$ $n_C, n_{A'}, n_{B'}$	Polynomgrad der Festkörpergelenke entsprechend den Drehgelenkpunkten
$n_M$	Anzahl der Messreihen
$n_{\text{opt}}$	optimaler Polynomgrad
$n_u$	Anzahl der Messunsicherheiten der Eingangsgrößen
$\Delta n$	Variation des Polynomgrades
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen ohne Null
$p$	Druck in mbar
$P$	Punkt
$P_1, P_2$	Punkte auf dem bewegten verformungssteifen Segment
$P_B, P_{B2}$	Punkte auf dem bewegten verformungssteifen Segment entlang der Biegelinie
$P_B^*, P_{B0}^*, P_{B2}^*$	Punkte des Starrkörpermodells
$P_M$	Momentanpol
$q$	natürliche Zahl
$r$	Radius der Eckenverrundung der Viertelkreiskontur in mm
$r_1, r_2$	Radien der längssymmetrischen Viertelkreiskontur in mm
$r_{\text{min}}, r_{\text{max}}$	minimaler, maximaler Rundungsradius der Viertelkreiskontur in mm
$r_x, r_y$	Halbradien der Ellipsenkontur in mm
$\Delta r$	Kreisbahnabweichung in mm
$R$	Radius der Halbkreiskontur in mm
$R_1, R_2$	Radien der vermessenen Gelenkmuster mit Halbkreiskontur in mm
$R_F$	Fräserradius in mm
$R_K$	Radius der approximierten Polynomkontur 16. Ordnung in mm
$R_{K1}, R_{K2}$	Radien der approximierten Polynomkontur 4. Ordnung in mm
$R_m$	Zugfestigkeit in $\text{N/mm}^2$
$R_{p0,2}$	Dehngrenze (Zugspannung bei bleibender Dehnung von 0,2%) in $\text{N/mm}^2$
$s$	Bogenlänge der Aussparungsgeometrie in mm

$s_{ab}, s_{ab}^*$	Abtriebsweg des nachgiebigen Mechanismus, des Starrkörpermechanismus in mm
$s_{an}, s_{an}^*$	Antriebsweg des nachgiebigen Mechanismus, des Starrkörpermechanismus in mm
$s_K, s_K^*$	Antriebsweg am Koppelpunkt $K$ in mm
$s_{max}$	Gesamtbogenlänge der Aussparungsgeometrie in mm
$s_M$	empirische Standardabweichung (Typ A) in $\mu\text{m}$
$s_n$	Koordinate der neutralen Faser der Stabachse in mm
$t$	Skalierungsfaktor
$u$	Messunsicherheit der Eingangsgröße in $\mu\text{m}$
$u_c$	kombinierte Messunsicherheit der Ausgangsgröße in $\mu\text{m}$
$u_i$	Messunsicherheit der Eingangsgröße $i$ in $\mu\text{m}$
$u_x, u_y$	Verschiebung eines Punktes in $x$ -Richtung, in $y$ -Richtung in mm
$U$	erweiterte Messunsicherheit in $\mu\text{m}$
$U_{rel}$	relative erweiterte Messunsicherheit
$v$	Durchbiegung in mm
$v_D, v_{Dt}$	Drehachsenverlagerung, Drehachsenverlagerung bei Skalierung in $\mu\text{m}$
$v_{DI}, \dots, v_{DIV}$	Drehachsenverlagerung entsprechend Drehachsenmodell I bis IV in $\mu\text{m}$
$w$	Schrittweite
$W$	Punkt des Wirkelementes
$W_{nm}$	nichtmechanische Energie in J
$x$	$x$ -Achse/Längsachse
$x_D, y_D$	Koordinaten der Drehachse in mm
$x_e$	$x$ -Achse, bezogen auf die Einspannung
$x_M, y_M$	Mittelpunktkoordinaten des Radius der Eckenverrundung in mm
$x_{PB}, y_{PB}$	Koordinaten des Punktes $B$ in mm
$x_{PM}, y_{PM}$	Koordinaten des Momentanpols in mm
$\Delta x, \Delta y$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung eines Punktes des nachgiebigen Mechanismus in mm
$\Delta x^*, \Delta y^*$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung eines Punktes des Starrkörpermechanismus in mm
$\Delta x_K, \Delta y_K$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung des Punktes $K$ des nachg. Mechanismus in mm
$\Delta x_K^*, \Delta y_K^*$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung des Punktes $K$ des Starrkörpermechanismus in mm
$\Delta x_{KF}$	Geradenabweichung des Punktes $K$ bei Gegenkraft in $\mu\text{m}$
$\Delta x_{Kmin},$	minimaler, maximaler Wert der Geradenabweichung des Koppelpunktes $K$ in $\mu\text{m}$
$\Delta x_{Kmax}$	
$\Delta \bar{x}_K$	Mittelwert der Geradenabweichung des Koppelpunktes $K$ in $\mu\text{m}$
$\Delta x_W, \Delta y_W$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung des Punktes $W$ des nachg. Mechanismus in mm
$\Delta x_W^*, \Delta y_W^*$	$x$ -Verschiebung, $y$ -Verschiebung des Punktes $W$ des Starrkörpermechanismus in mm
$y$	$y$ -Achse/transversale Hochachse
$y_e$	$y$ -Achse, bezogen auf die Einspannung
$z$	$z$ -Achse/transversale Drehachse
$z_e$	$z$ -Achse, bezogen auf die Einspannung
$\alpha, \alpha^*$	initiale Getriebeinstellung des nachg. Mechanismus, Starrkörpermechanismus in $^\circ$
$\beta, \beta^*$	Verdrehwinkel eines Gliedes des nachg. Mechanismus, Starrkörpermechanismus in $^\circ$
$\gamma, \gamma^*$	Verdrehwinkel eines Gliedes des nachg. Mechanismus, Starrkörpermechanismus in $^\circ$

$\varepsilon_V, \varepsilon_{V_t}$	VON-MISES-Vergleichsdehnung, VON-MISES-Vergleichsdehnung bei Skalierung in %
$\varepsilon_{V_{\min}}, \varepsilon_{V_{\max}}$	minimaler, maximaler Wert der VON-MISES-Vergleichsdehnung in %
$\varepsilon_{\text{zul}}$	zulässige Dehnung in %
$\kappa$	Krümmung des Stabes im unbelasteten Zustand in $\text{mm}^{-1}$
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\pi$	Kreiszahl
$\rho$	Dichte in $\text{g/cm}^3$
$\sigma_B$	Bruchfestigkeit in $\text{N/mm}^2$
$\sigma_{b\text{ zul}}$	zulässige Biegespannung in $\text{N/mm}^2$
$\sigma_V$	VON-MISES-Vergleichsspannung in $\text{N/mm}^2$
$\varphi, \varphi^*$	Auslenkwinkel der Festkörpergelenke, relativer Winkel der Drehgelenke in $^\circ$
$\varphi_{A_0}, \varphi_A, \varphi_B,$	Auslenkwinkel der Festkörpergelenke entsprechend den Drehgelenkpunkten in $^\circ$
$\varphi_C, \varphi_{A'}, \varphi_{B'}$	
$\varphi_{A_0}^*, \varphi_A^*, \varphi_B^*,$	Drehwinkel der Drehgelenke des Starrkörpermechanismus in $^\circ$
$\varphi_C^*, \varphi_{A'}^*, \varphi_{B'}^*$	
$\varphi_{zF}$	zulässiger Auslenkwinkel (FEM-Wert für eine Querkraft) in $^\circ$
$\varphi_{zM}$	zulässiger Auslenkwinkel (FEM-Wert für ein Moment) in $^\circ$
$\varphi_{zP}$	zulässiger Auslenkwinkel nach PAROS (berechnet mit Gleichung 4.4) in $^\circ$
$\varphi_{zT}$	zulässiger Auslenkwinkel nach TSEYTLIN (berechnet mit Gleichung 4.5) in $^\circ$
$\varphi_{\text{zul}}$	zulässiger Auslenkwinkel in $^\circ$

## Abkürzungen

Abkürzung	Beschreibung
ALHS	Advanced latin hypercube sampling
ARSM	Adaptive response surface method
CAD	Computer-aided design
CAO	Computer-aided optimization
CCD	Charge-coupled device
E-Modul	Elastizitätsmodul
FACT	Freedom and constraint topologies
FEM	Finitite-Elemente-Methode
GUM	Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement
IFTtoMM	International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science
MEMS	Mikroelektromechanische Systeme
PSK	Pseudostarrkörper
REM	Rasterelektronenmikroskop
RGB	RGB-Farbraum (Rot, Grün, Blau)
SMA	Shape memory alloy
VDI	Verein Deutscher Ingenieure

# 1 Einleitung

Zum Übertragen von Bewegungen und Kräften oder zum Führen von Punkten eines Gliedes werden in der Mechanismentechnik vornehmlich starre, also verformungssteife Körper eingesetzt. Dennoch hat bei der Entwicklung typischer *Starrkörpermechanismen*, wie Koppel- oder Kurvengetriebe, auch Nachgiebigkeit eine Bedeutung. Im hochdynamischen Bereich gibt es bspw. Einflüsse von Antriebs- und Bauteilelastizitäten auf die Abtriebsbewegung ungleichförmig übersetzender Mechanismen, weshalb deren Modellbildung zur Optimierung des Schwingungsverhaltens stattfindet [152, 204].

Zur Realisierung von translatorischen und rotatorischen Bewegungen mit hohen Anforderungen an die Präzision werden Starrkörpermechanismen mit form- oder kraftgekoppelten Gelenken häufig durch *nachgiebige Mechanismen* mit *Festkörpergelenken* ersetzt.

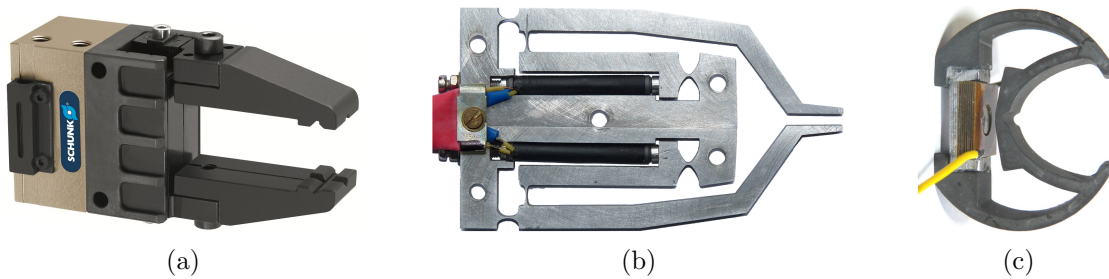
Laut der IFTOMM-Definition [132] ist *Nachgiebigkeit* ein

*“Maß für die Fähigkeit eines Körpers oder einer Struktur zur Deformation unter der Wirkung äußerer Kräfte (Reziprokwert der Steifigkeit).”*

Es ist diese Fähigkeit des “Nachgebens” durch zumeist elastische Verformung, die in nachgiebigen Mechanismen vordergründig zur gewünschten Beweglichkeit beiträgt.

Aufgrund ihrer Eigenschaften, wie Spiel-, Reibungs-, Verschleiß- und Montagefreiheit sowie der hohen Auflösung und Reproduzierbarkeit, sind nachgiebige Mechanismen für die Feinwerk- und Mikrotechnik prädestiniert. Aber auch für technische Anwendungen mit einem Bezug zum Menschen sind nachgiebige Mechanismen vorteilhaft. In der Medizintechnik, in Mensch-Maschine-Schnittstellen sowie in der Robotik sind sie Stand der Technik. Zahlreiche Beispiele bionischer Entwicklungen verdeutlichen zudem, dass Nachgiebigkeit als Konstruktionsprinzip der Natur in der Technik nicht nur eine Alternative zu starren Elementen bietet [158], sondern auch neue Anwendungen ermöglicht [87]. Mitunter ist die Nachgiebigkeit einzelner Glieder auch für herkömmliche Mechanismen funktionsrelevant, wie z. B. bei Bandgetrieben [225].

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf Präzisionsbewegungssystemen. Bei deren Entwicklung liegen Anforderungen an die erreichbare Positionierauflösung und -wiederholgenauigkeit im Mikro- oder Nanometerbereich vor [72]. Ermöglicht durch neue Werkstoffe und Fertigungsverfahren existiert zudem ein Trend zur Miniaturisierung feinmechanischer Strukturen [21, 22]. Bei mikromechanischen Systemen ergeben sich weitere Anforderungen an das Bewegungssystem, die mithilfe von Starrkörpermechanismen nur unter hohem konstruktivem Aufwand oder u. U. gar nicht realisierbar sind.



**Abbildung 1.1:** Beispiele mechanischer Greifer mit steigendem Integrationsgrad: (a) pneumatisch angetriebener Zwei-Finger-Parallelgreifer [303], (b) piezoelektrisch angetriebener nachgiebiger Parallelgreifer mit konzentrierter Nachgiebigkeit nach CHRISTEN [50], (c) elektromagnetisch angetriebener nachgiebiger Parallelgreifer mit einvulkanisierten Eisenpartikeln und verteilter Nachgiebigkeit nach JENTZSCH [140]

Bei einem konventionellen Bewegungssystem (siehe z. B. Abbildung 1.1a) bilden Antrieb, Mechanismus und Wirkelement separate Elemente. Im Gegensatz dazu stellt ein nachgiebiger Mechanismus oftmals ein funktionsintegriertes Bewegungssystem dar, bei dem eine Differenzierung von Mechanismus und Wirkelement (Abbildung 1.1b) bzw. zusätzlich vom Antrieb (Abbildung 1.1c) nicht mehr möglich ist [72].

Mit der Funktionsintegration des Bewegungssystems steigt auch die Bedeutung der ganzheitlichen Gestaltung nachgiebiger Strukturelemente. Dies spiegelt sich in zahlreichen internationalen sowie nationalen Forschungsarbeiten zu nachgiebigen Mechanismen wieder. Im Wesentlichen ist die Beeinflussung des Verformungsverhaltens durch geometrische Gestaltung, Werkstoffwahl oder eine Kombination von beidem Untersuchungsgegenstand. Dennoch ist der konstruktive Entwurf nachgiebiger Mechanismen nur unzureichend beschrieben. Konkrete Methoden zur Mechanismussynthese sowie Hinweise zur gezielten Gestaltung der Festkörpergelenkkontur sind nicht Stand des Wissens. Ferner existiert im Gegensatz zu den Starrkörpermechanismen keine einheitliche Systematik nachgiebiger Mechanismen sowie von Festkörpergelenken, die für die Lösung aktueller Entwicklungsaufgaben – unter Berücksichtigung der technischen Anwendungsbreite – eine grundlegende Voraussetzung ist.

Die Motivation dieser Arbeit bilden verschiedene Präzisionssysteme der TU Ilmenau (u. a. [20, 90, 213, 359]), bei denen ein Potenzial zur Vergrößerung des Bewegungsbereiches sowie zur Verbesserung des kinematischen Verhaltens durch Gestaltung der Festkörpergelenkkontur besteht. Das Ziel dieser Arbeit ist es, diesen Ansatz aufzugreifen und einen ersten Beitrag zur Gestaltung von optimierten Festkörpergelenken in nachgiebigen Mechanismen zu leisten.

## 1.1 Einordnung des Themas

Vollständige nachgiebige Mechanismen mit konzentrierter Nachgiebigkeit haben sich aufgrund ihrer Vorteile in vielen technischen Einsatzgebieten, insbesondere aber in der Präzisionstechnik, etabliert. In diesen sogenannten *nachgiebigen Koppelmechanismen* wird die Beweglichkeit nahezu ausschließlich durch stoffgekoppelte Drehgelenke, also Festkörpergelenke mit begrenzt-

tem Drehwinkel [193], realisiert. Die inhärenten Rückstellkräfte werden bei vielen Anwendungen unmittelbar genutzt. In Präzisionssystemen der Mikro-, Feinwerk- und Messtechnik werden überwiegend *prismatische Festkörpergelenke mit einfachen geometrischen Aussparungen* verwendet. Die Gelenkkontur wird dabei vornehmlich mit symmetrischen Aussparungsgeometrien basierend auf Halbkreisen oder Viertelkreisen und Geraden beschrieben.

Der Bewegungsbereich von Festkörpergelenken ist aufgrund der Stoffkopplung durch die zulässigen Spannungen begrenzt. Die geometrische Gestaltung einzelner prismatischer Festkörpergelenke hat daher ein möglichst kleines Verhältnis von Maximalspannung zur Auslenkung sowie eine benötigte Drehfederrate zum Ziel. Weiterhin findet während der Bewegung grundsätzlich eine Verlagerung der Gelenkdrehachse statt, wodurch das Bewegungsverhalten des Mechanismus beeinflusst wird.

Für separate Festkörpergelenke existieren wenige Untersuchungen zur Vergrößerung des Auslenkwinkels und der gleichzeitigen Verringerung der Drehachsenverlagerung. Dadurch entstehen zunehmend komplexere Festkörpergelenke (z. B. [78, 105, 210, 263]). Die mehrkriterielle Optimierung der Festkörpergelenkkontur einfacher Gelenke im Hinblick auf diese beiden gegensätzlichen Zielkriterien wird trotz steigender Anforderungen nicht systematisch erforscht. Dagegen wird in der Feinwerktechnik häufig die Drehgelenkzahl in der kinematischen Struktur erhöht (z. B. [14, 54, 133]), um den Auslenkwinkel einzelner Festkörpergelenke und damit die Bahnabweichung zwischen nachgiebigem Mechanismus und dem Starrkörper Vorbild zu verringern.

Bei Starrkörpermechanismen werden Struktur- und Maßsynthese in der Literatur ausführlich behandelt. Demgegenüber findet für nachgiebige Mechanismen keine ganzheitliche, d. h. vom Gelenk auf den Mechanismus übertragbare Synthese statt. Der Zusammenhang und die Auswirkung der Gestaltung *einzelner Festkörpergelenke* auf das Spannungs-, Verformungs- und v. a. Bewegungsverhalten des *gesamten Mechanismus* werden nur vereinzelt untersucht. Insbesondere der Einfluss der Drehachsenverlagerung einzelner Festkörpergelenke auf die Bahngenauigkeit des Mechanismus infolge unterschiedlicher Gelenkkonturen ist ungeklärt.

Ein bestehender Nachteil bei der Gestaltung von nachgiebigen Mechanismen ist deren schwierige Beschreibung mit analytischen Methoden. Da hierfür die Lösung nur unter bestimmten Umständen, wie bspw. der Annahme kleiner Verzerrungen, möglich ist, sind numerische Näherungsverfahren wie die Finite-Elemente-Methode (FEM) notwendig [79]. Eine FEM-basierte Gestaltung sowie mehrkriterielle Konturoptimierung ist prinzipiell durchführbar, jedoch ohne geeigneten Ansatz zur Modellierung der Drehachse unzureichend.

Im Hinblick auf präzisionstechnische Bewegungssysteme ist die Abhängigkeit der Bahngenauigkeit und des Bewegungsbereiches nachgiebiger Koppelmechanismen von den Gelenkabmessungen und insbesondere der Gelenkkontur unzureichend untersucht. Beide Einflussgrößen werden in dieser Arbeit als freie geometrische Parameter bei der Gestaltung und Optimierung von prismatischen Festkörpergelenken in nachgiebigen Koppelmechanismen berücksichtigt.

## 1.2 Zielsetzung und Aufbau der Arbeit

Die geometrische Gestaltung von einwertigen prismatischen Festkörpergelenken ist eine wichtige, bisher jedoch untergeordnet betrachtete Phase bei der Synthese von nachgiebigen Koppelmechanismen. Es existiert – auch aufgrund einer fehlenden Systematik nachgiebiger Mechanismen und geeigneter Festkörpergelenke – keine allgemein anwendbare Synthesemethode, die die zielabhängige Gestaltung und Optimierung der Gelenkkontur berücksichtigt.

Ziel dieser Arbeit ist es daher, basierend auf einer Systematisierung Grundlagen zur zweckgerichteten Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke zu erarbeiten, die vom Einzelgelenk auf den Mechanismus übertragbar sind und somit einen systematischen Entwurf sowie eine beschleunigte Optimierung eines nachgiebigen Koppelmechanismus ausgehend vom Starrkörpermechanismus erlauben. Hierfür ist die modellbasierte Ermittlung und Berücksichtigung der Drehachsenverlagerung der betrachteten Festkörpergelenke notwendig.

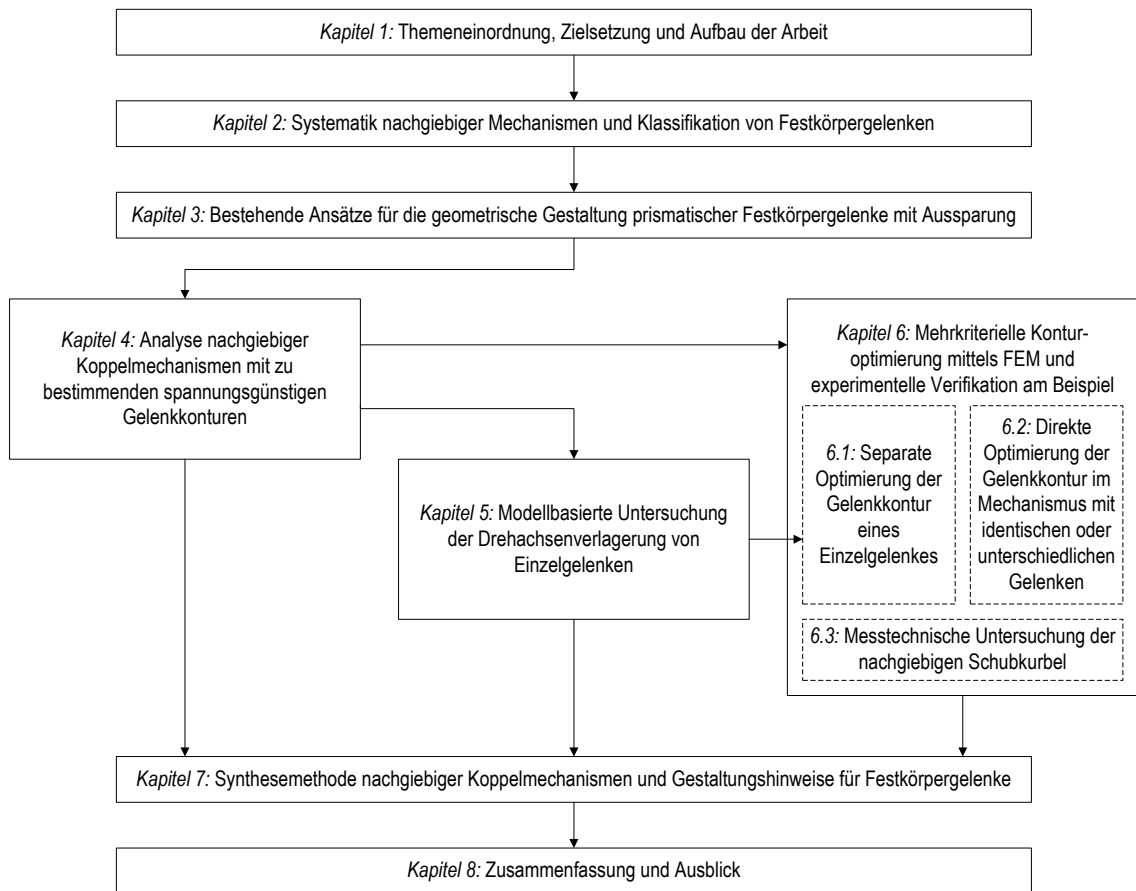
Anhand der Analyse sowie Optimierung von Einzelgelenken und von Beispielmechanismen sollen mittels analytischer, experimenteller und vorwiegend simulativer Methoden Gestaltungshinweise zur Realisierung eines gewünschten Verhaltens abgeleitet werden. Dabei konzentrieren sich die Untersuchungen in dieser Arbeit auf die Gestaltung der Gelenkmerkmale hinsichtlich folgender Eigenschaften bei vorgegebener Auslenkung:

- die *Festigkeit* von Gelenken bzw. Mechanismen (Spannungs- bzw. Dehnungsverhalten),
- die *Drehfederrate/Steifigkeit* von Gelenken bzw. Mechanismen (Verformungsverhalten),
- die *Bahngenauigkeit* von Gelenken bzw. Mechanismen (Bewegungsverhalten).

Basierend auf den Untersuchungen dieser Arbeit sollen neuartige Gestaltungsansätze zur Auslegung der grundlegenden Form der Aussparungsgeometrie sowie zur anschließenden Dimensionierung der Gelenkparameter – konkret der geometrischen Parameter der Gelenkkontur und -abmessungen – erstellt werden. Zusammenfassend sollen die Ansätze in den Ablauf der Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen eingeordnet werden. Hierfür ist zu klären:

- welche spannungsgünstigen Gelenkkonturen für Festkörpergelenke geeignet sind,
- welchen qualitativen und quantitativen Einfluss die Gelenkkontur und -abmessungen auf das Mechanismusverhalten haben,
- welcher Ansatz zur Modellierung und methodenübergreifenden Untersuchung der Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken geeignet ist,
- welcher Unterschied zwischen Gelenk- und Mechanismusverhalten besteht,
- welches Potenzial nicht vollständig symmetrische Festkörpergelenke bieten,
- welches Potenzial optimierte Polynomkonturen bieten und ob eine separate oder eine direkte Konturoptimierung im Mechanismus mit identischen oder unterschiedlichen Gelenken zweckmäßig ist,
- welche weiteren Parameter bei frühen und in dieser Arbeit untergeordnet betrachteten Synthesephasen (z. B. Mechanismuswahl, konstruktive Umsetzung) zu beachten sind.





**Abbildung 1.2:** Grundsätzlicher Aufbau der Arbeit

Der grundsätzliche Aufbau der Arbeit ist schematisch in Abbildung 1.2 dargestellt.

In Kapitel 2 erfolgt die Systematisierung von nachgiebigen Mechanismen und Festkörpergelenken. Es findet eine Begriffsklärung statt, um die in dieser Arbeit untersuchten Festkörpergelenke in einen Zusammenhang zur Analyse und Synthese nachgiebiger Mechanismen zu stellen. Anhand einer Klassifikation von Festkörpergelenken zur Realisierung einer nicht umlaufenden angenäherten Drehbewegung werden die betrachteten Festkörpergelenke mit geometrisch definierter Aussparung vergleichend eingeordnet. Da der Fokus dieser Arbeit auf Bewegungssystemen der Präzisionstechnik liegt, werden hierfür bestehende grundlegende Gestaltungsansätze systematisiert, um den Forschungsbedarf bei der Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke abzuleiten.

In Kapitel 3 werden bestehende Ansätze für die geometrische Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke mit Aussparung zusammengefasst. Die Gestaltung beinhaltet die Auslegung der Form der Aussparungsgeometrie sowie die Dimensionierung der Gelenkparameter. Bei der Parameterbestimmung im Hinblick auf günstige bzw. optimierte Gelenkkonturen kann zwischen diskreter Variation oder Optimierung unterschieden werden, wobei stets das robuste Design zu beachten ist.

In Kapitel 4 werden nachgiebige Koppelmechanismen mit spannungsgünstigen Gelenkkonturen analysiert. Zunächst werden geeignete Gelenkkonturen für ein minimales Spannungs-

Auslenkungs-Verhältnis einzelner Gelenke mithilfe verschiedener Methoden ermittelt. Anschließend erfolgt die FEM-basierte Untersuchung des Spannungs-, Verformungs- und Bewegungsverhaltens an vier ausgewählten Mechanismen mit identischen Gelenkkonturen.

In Kapitel 5 findet die modellbasierte Untersuchung der Drehachsenverlagerung betrachteter Festkörpergelenke statt, um ein geeignetes Modell zur Berücksichtigung der Verlagerung für die mehrkriterielle Optimierung von Einzelgelenken in Kapitel 6 zu bestimmen. Die Modellabsicherung erfolgt für gegensätzliche Gelenkkonturen durch den Vergleich von analytischen, messtechnischen und simulativen Untersuchungsergebnissen. Zudem wird der Einfluss einer Variation von Gelenkkontur sowie -abmessungen simulativ ermittelt, um das Spannungs-, Verformungs- und Bewegungsverhalten von Einzelgelenken mit den Mechanismusergebnissen aus Kapitel 4 zu vergleichen.

In Kapitel 6 wird die separate Optimierung der Gelenkkontur eines Einzelgelenkes mit der direkten Optimierung im nachgiebigen Mechanismus hinsichtlich der Anwendbarkeit bei der Synthese verglichen. Als neuer Beitrag werden längssymmetrische Gelenke, die Kombination unterschiedlicher Gelenke im selben Mechanismus sowie verschiedene Vorgaben von Zielkriterien und Nebenbedingungen untersucht. Die Konturoptimierung im Mechanismus findet für zwei nachgiebige Mechanismen zur Realisierung einer exakten Punktgeradführung statt. Am Beispiel von drei gleichschenkligen zentrischen Schubkurbeln werden die Geradführungseigenschaften messtechnisch untersucht, um die Eignung optimierter Polynomkonturen im Vergleich zu üblichen Halb- und Viertelkreiskonturen experimentell zu überprüfen. Die Koppelpunktbahn wird dabei mittels CCD-Kamera durch computergestützte Bildauswertung für mehrere Lagen bestimmt.

In Kapitel 7 wird die Synthesemethode nachgiebiger Koppelmechanismen mit einwertigen rotatorischen Festkörpergelenken zusammengefasst. Basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit werden neuartige Gestaltungshinweise für prismatische Festkörpergelenke abgeleitet. Für die praktische Anwendung werden drei Ansätze zur Gestaltung nachgiebiger Koppelmechanismen mit identischen oder unterschiedlichen Gelenken vorgestellt.

Abgeschlossen wird die Arbeit in Kapitel 8 mit einer Zusammenfassung der erreichten Ergebnisse sowie einem Ausblick, der als Anregung für weiterführende Forschungsarbeiten dient.

## 2 Systematik nachgiebiger Mechanismen und Klassifikation von Festkörpergelenken

Nachgiebige Mechanismen mit Festkörpergelenken werden häufig in Antriebs- und Positioniersystemen mit hohen Anforderungen an die Präzision des Bewegungssystems sowie bei speziellen Umgebungsbedingungen eingesetzt. Wichtige Eigenschaften sind [52]:

- Positioniergenauigkeit im Mikro- oder Submikrometerbereich,
- Verringerung der Bauteilanzahl durch Funktionsintegration,
- Gestaltung montagearmer oder gar montagefreier Bewegungssysteme,
- Miniaturisierung von Bauteilen,
- Spiel-, Reibungs-, Verschleiß- und Wartungsfreiheit sowie Reinraumtauglichkeit.

Bezogen auf den gesamten Mechanismus sind folgende Eigenschaften besonders hervorzuheben: Nachgiebige Mechanismen sind unübertroffen in der Realisierung von hohen Übersetzungen und haben ein hochreproduzierbares kinematisches Verhalten. Aufgrund der Vorteile resultiert ein breites technisches Anwendungsspektrum nachgiebiger Mechanismen. Mit der Feinwerk-, der Mikro- sowie der Messtechnik lassen sich drei Haupteinsatzgebiete der in dieser Arbeit betrachteten einwertigen prismatischen Festkörpergelenke nennen.

Zu nachgiebigen Mechanismen existieren grundlegende Ausarbeitungen (u. a. [50, 124, 125, 389]). Außerdem erfolgen die anwendungsbezogene Entwicklung von Mechanismen oder die spezifische Gestaltung einzelner Festkörpergelenke. Forschungsbedarf besteht im Hinblick auf den Nachteil des begrenzten Bewegungsbereiches nachgiebiger Mechanismen. Zudem wurden die Bahnabweichung zwischen nachgiebigem Mechanismus und Starrkörpermechanismus sowie die weitere Verbesserung des Bewegungsverhaltens durch Optimierung der Gelenkkontur bisher nicht systematisch untersucht.

Trotz der Erforschung nachgiebiger Mechanismen seit Anfang der Neunzigerjahre und der zunehmenden Bedeutung in den letzten Jahren sind Bestrebungen zur Entwicklung einer allgemeinen Systematik zur Lösung getriebetechnischer Aufgabenstellungen mithilfe nachgiebiger Mechanismen unter Berücksichtigung der verwendeten Gelenke gering. Ferner ist eine Begriffsvielfalt entstanden, die durch nicht zu vermeidende unterschiedliche Sichtweisen der aus den verschiedensten technischen Bereichen stammenden Entwickler verstärkt wird. Daher erfolgt in diesem Kapitel basierend auf einer Begriffsklärung die Systematisierung von nachgiebigen Mechanismen sowie die Klassifizierung von Festkörpergelenken zur Erzeugung einer nicht umlaufenden angenäherten Drehbewegung. Außerdem werden die präzisionstechnischen Anforderungen als Kriterien für die Gestaltung nachgiebiger Koppelmechanismen präzisiert.

## 2.1 Begriffsbestimmung, Analyse und Synthese nachgiebiger Mechanismen

Laut der VDI-Richtlinie 2127 [348] ist ein *Getriebe* eine

“Einrichtung zum Umformen oder Übertragen von Bewegungen und Kräften und damit von Energie. Ein Getriebe besteht aus wenigstens drei gegeneinander beweglichen Gliedern.”

Die Begriffe *Getriebe* und *Mechanismus* werden in Deutschland häufig als Synonyme betrachtet. Als Grund für eine unterschiedliche Verwendung ist einzig die Betonung der typischen Getriebefunktion, Übertragung oder Führung, erkennbar [348]. Da in dieser Arbeit insbesondere das kinematische Verhalten Untersuchungsgegenstand ist, wird im Zusammenhang mit der Führungsfunktion der Begriff *Mechanismus* verwendet.

### Bezeichnung, Aufbau und Anwendung nachgiebiger Mechanismen

Entscheidend bei der Klassifizierung eines Mechanismus ist die Art der Paarung der Gelenkelemente, bei der prinzipiell zwischen einer formschlüssigen, kraftschlüssigen oder stoffschlüssigen Kopplung unterschieden werden kann [50]. Bezugnehmend auf die Bestimmung des Begriffes *Glied*, das in der Getriebetechnik als starrer Körper betrachtet wird [203, 348], kann ein konventioneller *Koppelmechanismus* als Starrkörpermechanismus aufgefasst werden [51]. Ein *Starrkörpermechanismus* erhält seine Beweglichkeit ausschließlich durch die relative Lageänderung von vier oder mehr starren, gelenkig verbundenen Gliedern [352]. Er besteht demnach aus kraft- oder formgekoppelten Gelenken, die in der Regel reibungsbehaftet sind.

Dagegen wird die Beweglichkeit eines *nachgiebigen Mechanismus* durch die Nachgiebigkeit und die damit einhergehende Verformung seiner Strukturabschnitte bestimmt (Tabelle 2.1).

**Tabelle 2.1:** Einteilung von nachgiebigen Mechanismen anhand des strukturellen Aufbaus am Beispiel eines Geradföhrungsmechanismus (in Anlehnung an [107])

Mechanismus	vollständiger nachgiebiger Mechanismus	hybrider nachgiebiger Mechanismus
mit konzentrierter Nachgiebigkeit		
mit verteilter Nachgiebigkeit		

Bei einem nachgiebigen Mechanismus ist mindestens ein Gelenk stoffgekoppelt, wodurch sich zwei Arten nachgiebiger Mechanismen ergeben [389]:

**Vollständige nachgiebige Mechanismen** bestehen nur aus reibungs- und spielfreien stoffgekoppelten Gelenken. Deshalb ist die Beweglichkeit dieser Mechanismen ausschließlich durch die Nachgiebigkeit ihrer Strukturabschnitte bestimmt. In der Präzisionstechnik sind vollständige nachgiebige Mechanismen mit konzentrierter Nachgiebigkeit, wie bspw. der Mikrogreifer nach ZUBIR [402], von besonderem Interesse. So lässt sich im Vergleich zum Klemmechanismus mit verteilter Nachgiebigkeit nach SAUTER [295] eine höhere Bahngenaugigkeit realisieren. Weiterhin können für spezielle Anforderungen vollständige nachgiebige Mechanismen mit einer Kombination aus konzentrierter und verteilter Nachgiebigkeit von Vorteil sein (z. B. [3, 65, 310]).

**Hybride nachgiebige Mechanismen** bestehen neben stoffgekoppelten Gelenken aus weiteren Elementpaarungen. Deshalb ist die Beweglichkeit dieser Mechanismen primär durch die Nachgiebigkeit ihrer Strukturabschnitte und sekundär auch durch reibungsbehaftete Gelenke bestimmt. Hybride nachgiebige Mechanismen lassen sich ebenfalls anhand der Nachgiebigkeitsverteilung charakterisieren. Beispiele hierfür sind der Zangenmechanismus mit konzentrierter Nachgiebigkeit nach HOWELL [124] oder der mikromechanische Schalter mit verteilter Nachgiebigkeit nach JENSEN [137].

Die neben der Bezeichnung *nachgiebiger Mechanismus* [23, 50] bestehende Begriffsvielfalt wird durch den synonymen Gebrauch von u. a. *Nachgiebigkeitsmechanismus* [226, 227], *Festkörpermechanismus* [207, 288], *Festkörperkinematik* [229], *monolithischer Mechanismus* [37], *Einkörperstruktur* [49, 50], *Compliantstruktur* [223] oder *elastisches Getriebe* [243] verdeutlicht. Entsprechend der beschriebenen funktionsrelevanten Eigenschaft der Nachgiebigkeit und in Anlehnung an den englischen Begriff *compliant mechanism* [121] wird in dieser Arbeit die Bezeichnung *nachgiebiger Mechanismus* verwendet.

Gemäß der Definition eines Mechanismus ist die Unterscheidung zwischen einem *nachgiebigen Mechanismus* und einer *nachgiebigen Struktur* zweckabhängig. Bei einer nachgiebigen Struktur findet vergleichbar mit einer Feder ausschließlich eine Energiespeicherung statt [124]. Die ursprüngliche Mechanismusdefinition muss dahingehend eingeschränkt werden, dass bei einem nachgiebigen Mechanismus die Angabe der Anzahl der als starr angenommenen Glieder von einem Abstraktionsschritt abhängt (siehe Abbildung 2.2 und Abbildung 2.3).

Neben der geometrischen Gestaltung haben die Werkstoffeigenschaften einen Einfluss auf die Nachgiebigkeit und damit das Bewegungsverhalten. Infolge dessen existieren zwei grundlegende Entwicklungsziele nachgiebiger Mechanismen. In Präzisionssystemen wird die benötigte Verformung durch elastisches Materialverhalten realisiert und ist meist auf bestimmte Gelenkbereiche konzentriert. Für technische und biomedizinische Assistenzsysteme werden auf der Basis von Silikonelastomeren nachgiebige Mechanismen mit integriertem fluidmechanischem Antrieb entwickelt. Deren komplexe Bewegungscharakteristik wird erst durch das hyperelastische Materialverhalten ermöglicht [392]. Neben der Dehnung werden weitere Verformungsprinzipien wie bspw. Entfaltung zur Realisierung großer Hübe genutzt (u. a. [7, 179]).

Weiterhin lassen sich mithilfe aktiver Materialien nachgiebige Mechanismen mit inhärenter Sensorik und Aktorik ([126, 144, 222, 274]), richtungsabhängiger Verformung basierend auf anisotropem Werkstoffverhalten ([226]) oder hoher Adaptivität ([271, 335]) realisieren. Für *Soft Robotics*-Aufgaben werden flexible Kontinuumsroboter für medizinische minimalinvasive Eingriffe ([33, 207]) oder universelle apedale Lokomotionssysteme ([155]) entwickelt.

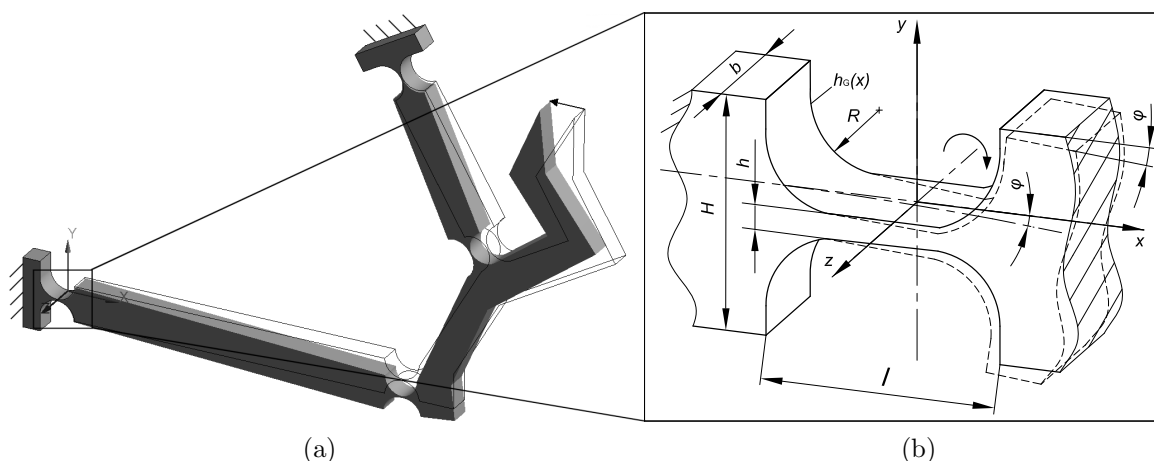
## Charakterisierung und Ordnung von Festkörpergelenken

Der Begriff *stoffschlüssiges Gelenk* wird in der Literatur oft mehrdeutig oder unbestimmt verwendet. Infolge einer Konkretisierung der Ursache der Bewegungsfähigkeit eines nachgiebigen Mechanismus ist laut der IFTOMM [132] ein *stoffschlüssiges Gelenk*

*“ein Gelenk in dem zwei benachbarte Glieder bzw. Gliedsegmente stofflich miteinander verbunden sind und ihre relative Beweglichkeit durch Nachgiebigkeit der Verbindung ermöglicht wird.”*

Neben dieser Wortverwendung [49, 135, 279, 383] sind zahlreiche synonyme Begriffe wie *stoffkohärentes Gelenk* [23], *stoffpaariges Gelenk* [81, 234], *Stoffgelenk* [7], *Festkörpergelenk* [143, 147, 298, 351], *Filmgelenk* [160, 360] bzw. *Filmscharnier* [237], *Federgelenk* [109, 153, 349, 368], *Federaufhängung* [201] oder *elastisches Gelenk* [330] gebräuchlich.

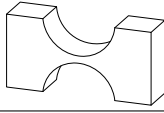
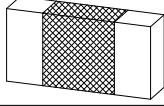
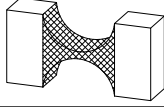
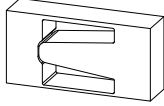
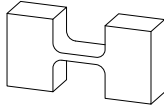
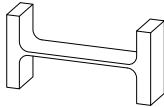
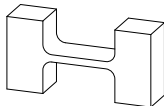
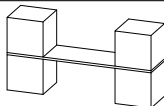
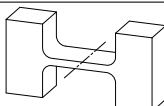
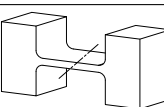
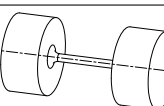
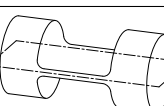
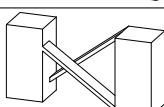

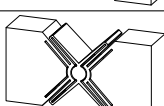
Der allgemeine Begriff *stoffgekoppeltes Gelenk* ist unabhängig vom Gelenkaufbau bzw. durchgeführten Montageschritten [49]. Dagegen kann die Bezeichnung *stoffschlüssiges Gelenk* unterschiedlich gedeutet werden. Da nicht der Stoffschluss sondern die Verbindung benachbarter Gelenkelemente zu einem Festkörper – dem nachgiebigen Mechanismus – ein charakteristisches Merkmal darstellt, wird für die in dieser Arbeit untersuchten Gelenke die Bezeichnung *Festkörpergelenk* verwendet (Abbildung 2.1).



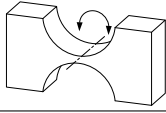
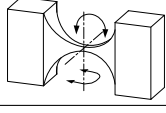
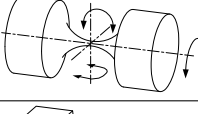
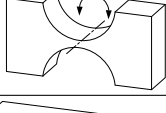
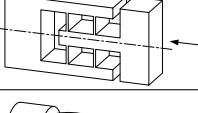
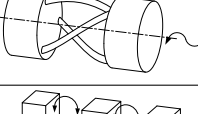
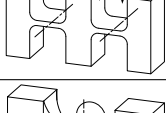
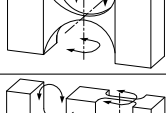
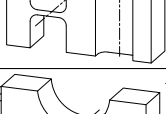
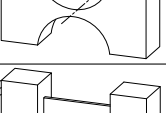
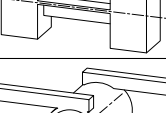
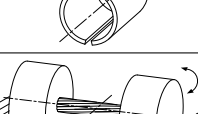
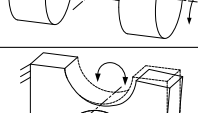
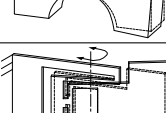
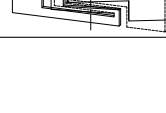
**Abbildung 2.1:** Untersuchungsgegenstand der Arbeit: (a) nachgiebiger Mechanismus mit vier Festkörpergelenken in ursprünglicher (Rahmenlinie) und ausgelenkter Lage (graue Füllung), (b) Detail eines Einzelgelenkes mit geometrischen Parametern<sup>1</sup> ( $x$  – Längsachse,  $y$  – transversale Hochachse,  $z$  – transversale Drehachse)

<sup>1</sup>Wie bei der Prinzipdarstellung in der Mechanismentechnik üblich, ist die ursprüngliche Lage mit einer Volllinie und die ausgelenkte Lage als weitere Getriebebestellung mit einer Strichlinie dargestellt.

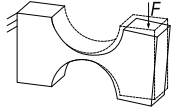
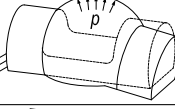
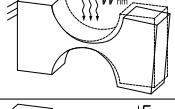
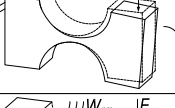
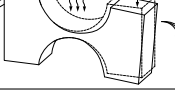
**Tabelle 2.2:** Ordnung von Festkörpergelenken anhand verschiedener Gelenkmerkmale (Bezeichnung der Koordinatensystemachsen siehe Abbildung 2.1)

Ordnungskriterium	Kategorie	Subkategorie	Beispiel	Literatur
Ursache der Bewegungsfähigkeit (als Voraussetzung für relative Bewegung)	Nachgiebigkeit	Variation der Geometrie		typische Verwendung
		Variation des Werkstoffes		[28, 86, 224, 258, 345]
		Mischform		[25, 81, 164, 387]
	Nachgiebigkeit und Kraft- od. Formpaarung			[9, 23, 27, 38, 361]
Nachgiebigkeitsverteilung (s. Abbildung 2.3)	konzentriert			typische Verwendung
	verteilt			[6, 97, 129]
Gelenkaufbau/ Fertigung	monolithisch (einteilig)			typische Verwendung
	nicht monolithisch (mehrteilig)			[5, 70, 98, 201, 302, 368]
Körpergeometrie	prismatisch (bzgl. $xy$ -Ebene)	gerade		typische Verwendung
		schief		
	nicht prismatisch (bzgl. $xy$ -Ebene)	rotations-symmetrisch		[68, 198, 232, 279]
		flächen-symmetrisch		[106, 198, 233, 279]
		asymmetrisch		[20, 153, 397]
Gelenkkomplexität	gering			typische Verwendung
	hoch			[78, 104, 105, 267, 398]

**Tabelle 2.3:** Ordnung von Festkörpergelenken anhand verschiedener Gelenkeigenschaften (Bezeichnung der Koordinatensystemachsen siehe Abbildung 2.1)

Ordnungskriterium	Kategorie	Subkategorie	Beispiel	Literatur
Gelenkfreiheitsgrad $f$	$f = 1$			typische Verwendung
	$f = 2$			[189, 240, 250]
	$f \geq 3$			[314, 66, 67, 198, 242]
Form der relativen Bewegung (für $f = 1$ )	Rotation			typische Verwendung
	Translation			[49, 336]
	Schraubung			[88, 93, 94, 205, 349]
Raumlage der Gelenkachsen (für $f \geq 2$ )	eben			[241]
	sphärisch			[189, 194, 314]
	räumlich			[240, 250, 322, 314]
Beanspruchungsart (für rotatorische Bewegungen)	biegebeansprucht			typische Verwendung
	torsionsbeansprucht	Stabachse parallel zur $x$ -Achse		[314, 336, 349]
		Stabachse parallel zur $z$ -Achse		[35, 84, 284, 314, 336]
	biege- und torsionsbeansprucht			[68, 109, 198, 242, 324, 349]
Lage der Drehachse prismatischer Festkörpergelenke (für $f = 1$ )	Drehachse normal zur $xy$ -Ebene (planares Gelenk)			typische Verwendung
	Drehachse parallel zur $xy$ -Ebene (ortho-planares Gelenk)			[75, 165, 206, 362, 363]



Ordnungskriterium	Kategorie	Subkategorie	Beispiel	Literatur
Funktionelle Integration	passives Gelenk (Bewegung infolge eingprägter Kräfte)			typische Verwendung
	aktives Gelenk (Bewegung infolge lokal. Energiewandlung)	nichtaktiver Werkstoff		[8, 24, 57, 321, 383, 385, 386]
		aktiver Werkstoff		[11, 129, 144, 228]
Veränderlichkeit der Nachgiebigkeit	konstant			typische Verwendung
	variabel			[11, 94, 383]

In Analogie zur Ordnung von Starrkörpermechanismen (z. B. [353]) lassen sich auch Festkörpergelenke für nachgiebige Mechanismen anhand zahlreicher Kriterien systematisieren (Tabelle 2.2 bzw. Tabelle 2.3). Die gezeigte Ordnung erfolgt getrennt nach Gelenkmerkmalen und -eigenschaften.<sup>2</sup> Aufgrund der Drehachsenverlagerung kann die Angabe der Eigenschaften Gelenkfreiheitsgrad und Form der relativen Bewegung nur idealisiert erfolgen. Bei den Untersuchungen in der Literatur stehen typische Festkörpergelenke im Fokus, während unkonventionelle Gelenke Potenzial hinsichtlich neuartiger Lösungen bieten.

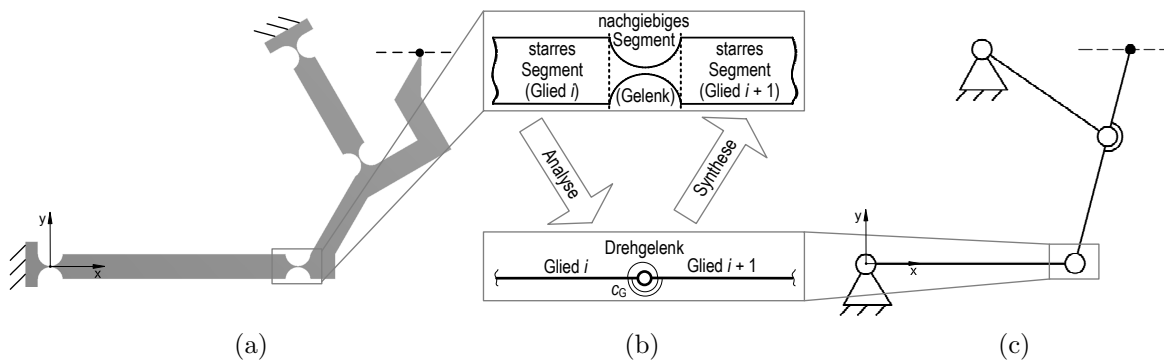
Die Untersuchungen in dieser Arbeit sind auf Festkörpergelenke beschränkt, die als biegebeanspruchte, planare und passive Gelenke mit konstanter Nachgiebigkeit den Zweck der Realisierung einer angenäherten ebenen Drehbewegung erfüllen. Hierfür werden monolithische und gerad-prismatische Festkörpergelenke mit geometrischer Aussparung betrachtet, die eine konzentrierte Nachgiebigkeitsverteilung sowie geringe Komplexität aufweisen. Moderne Fertigungstechnologien ermöglichen die Herstellung auch für nahezu beliebige Aussparungen.

## Analyse nachgiebiger Mechanismen

Bei der Analyse von nachgiebigen Mechanismen mit Festkörpergelenken konzentrierter Nachgiebigkeit ist die Abstraktion von Segmenten mit verminderter Biegesteifigkeit als Gelenke und von verformungssteifen Segmenten als starre Glieder prinzipiell möglich [50, 97, 274, 351]. Damit kann entsprechend der Gliedanzahl auch die Zuordnung als Mechanismus im Sinne der genannten Definition erfolgen.

In den meisten Anwendungsfällen findet eine, nur für kleine Auslenkungen gültige Annäherung der Festkörpergelenke als ideale Drehgelenke im Gelenkmittelpunkt statt [34, 121, 278]. Die entstehenden Rückstellkräfte werden durch Federsteifigkeiten mit Drehfedern modelliert.

<sup>2</sup>Die Unterscheidung von Merkmalen und Eigenschaften erfolgt in Anlehnung an ERBE [72]. Auf Festkörpergelenke übertragen, bestimmen die direkt durch den Entwickler beeinflussbaren Gelenkmerkmale das Verhalten, also die Gelenkeigenschaften.



**Abbildung 2.2:** Analyse und Synthese eines viergliedrigen nachgiebigen Koppelmechanismus mithilfe des Starrkörpermodells am Beispiel einer Geradführungsaufgabe: (a) nachgiebiger Mechanismus, (b) Festkörpergelenk/Erstzadrehgelenk, (c) Starrkörpermechanismus

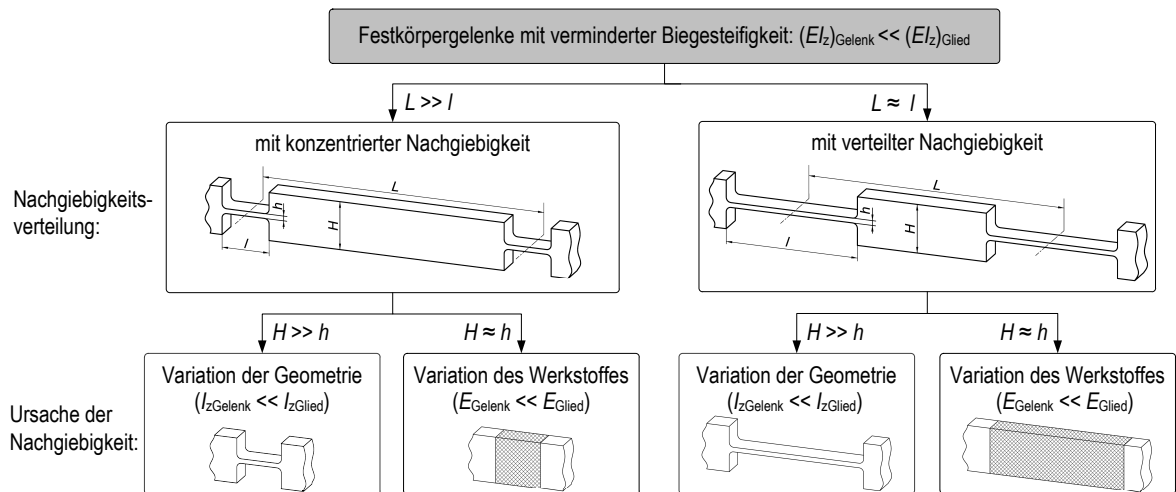
Diese kinematische Beschreibung eines nachgiebigen Mechanismus mithilfe des sogenannten Pseudostarrkörpermodells (PSK-Modell) ist in Abbildung 2.2 für die beiden Grundaufgaben der Mechanistenteknik – die Analyse und die Synthese – am Beispiel eines Führungsmechanismus dargestellt.

In Abhängigkeit von der Nachgiebigkeitsverteilung lassen sich nicht in jedem Fall eindeutig Glieder und Gelenke differenzieren, da die der Beweglichkeit des Mechanismus zugrundeliegende Verformung nicht lokal begrenzt, sondern im überwiegenden Teil oder mitunter im gesamten Mechanismus stattfindet. Dies erschwert eine eindeutige Zuordnung als Mechanismus anhand der Struktur (Analyse eines Starrkörpermechanismus ausgehend vom nachgiebigen Mechanismus). Dennoch ist die Funktion als Mechanismus auch bei nachgiebigen Mechanismen mit verteilter Nachgiebigkeit gegeben (Synthese eines nachgiebigen Mechanismus für eine bestimmte Bewegungs- oder Übertragungsaufgabe). In der Feinwerktechnik bspw. sind derartige Mechanismen als Festkörper- oder Federführungen auf Basis von Blattfedern seit vielen Jahrzehnten Stand der Technik (u. a. [201, 244, 302]). Neuere Untersuchungen sind v. a. auf topologieoptimierte Mechanismen konzentriert (u. a. [80, 271, 356]).

Die Unterscheidung von konzentrierter und verteilter Nachgiebigkeit findet zumeist erfahrungsbasiert und ohne eindeutige Entscheidungsgrundlage statt. Für die Einteilung existieren grobe Orientierungswerte auf Basis der Dimension der Gelenklänge im Vergleich zu der des Mechanismus [384]. Darüber hinausgehend werden geometrische Verhältnisse, wie z. B. das der Gelenklänge zur minimalen Gelenkhöhe [51, 175], eingeführt.

Bestehende Ansätze zur Einteilung beziehen sich lediglich auf die geometrische Gestaltung eines separaten Gelenkes, ohne Längen und Querschnitte angrenzender Gliedsegmente einzubeziehen. Dadurch bleibt die Relation zum gesamten nachgiebigen Mechanismus unberücksichtigt. Weiterhin ist ungeklärt, ob die Realisierung eines Mechanismus mit konzentrierter oder verteilter Nachgiebigkeit ausschließlich durch Variation des Werkstoffes möglich ist.

In Abbildung 2.3 ist ein erweiterter Ansatz zur Beurteilung der Nachgiebigkeitsverteilung von Festkörpergelenken in Relation zum Gesamtmechanismus dargestellt. Hierfür findet der Vergleich der Gelenklänge  $l$  mit dem Drehachsenabstand  $L$  zweier Gelenke statt.



**Abbildung 2.3:** Einteilung von Festkörpergelenken mit verminderter Biegesteifigkeit anhand der Nachgiebigkeitsverteilung<sup>3</sup> und Ursache der Nachgiebigkeit

In dieser Arbeit werden rotatorische Festkörpergelenke konstanter Breite betrachtet, die eine deutlich verminderte Biegesteifigkeit gegenüber angrenzenden Gliedern aufweisen. Ein *nachgiebiger Koppelmechanismus* [227] besteht vornehmlich aus Gelenken mit konzentrierter Nachgiebigkeit und erhält seine Bezeichnung in Analogie zum Starrkörpervorbild. Konzentrierte Nachgiebigkeitsverteilung kann durch geometrische Gestaltung (Variation des Flächenträgheitsmomentes  $I_z$ ) oder Werkstoffwahl (Variation des E-Moduls  $E$ ) erreicht werden. Die vorkommende Mischform (Variation von  $I_z$  und  $E$ ) ist in der Abbildung nicht dargestellt.

In der Präzisionstechnik spielt die Gestaltung durch Variation der Geometrie eine vordergründige Rolle. Zur Realisierung nachgiebiger Koppelmechanismen mit prismatischen Festkörpergelenken sind zwei Bedingungen für die grundsätzlichen Abmessungen entscheidend:

- der Drehachsenabstand  $L$  ist wesentlich größer als die Gelenklängen  $l$  sowie
- die Gliedhöhe  $H$  ist wesentlich größer als die minimale Gelenk- bzw. Steghöhe  $h$ .

Die Auswirkung der Festkörpergelenkkontur auf das Mechanismusverhalten ist bisher in diesem Zusammenhang unberücksichtigt. Somit stellt die in dieser Arbeit vorgenommene Untersuchung des Bewegungsverhaltens nachgiebiger Mechanismen in Abhängigkeit von der Kontur einzelner Gelenke einen neuen Forschungsansatz dar. Es ist dabei zu untersuchen, ob eine Klassifizierung prinzipieller Aussparungsgeometrien entsprechend der Genauigkeit der gewünschten Bewegung vorgenommen werden kann.

Da das Gelenk- bzw. Mechanismusverhalten neben dessen Geometrie und Werkstoff auch vom Angriffspunkt sowie der Art und Größe angreifender Lasten abhängt, ist eine Unterscheidung der Nachgiebigkeitsverteilung ausschließlich anhand des strukturellen Aufbaus für den allgemeinen Fall nicht möglich. Deswegen werden bei der Analyse von Festkörpergelenken ausgehend vom verformten Zustand oftmals außermittige Ersatzdrehgelenkpunkte bestimmt (u. a. [274, 279, 299, 388]). Alternativ wird die Bewegung eines vorliegenden Mechanismus mithilfe kontinuumsmechanischer Modelle analytisch oder numerisch beschrieben (u. a. [79, 316, 401]).

<sup>3</sup>Der Fall  $L < l$  ritt nicht auf, da der Drehachsenabstand immer größer als zwei halbe Gelenklängen ist.

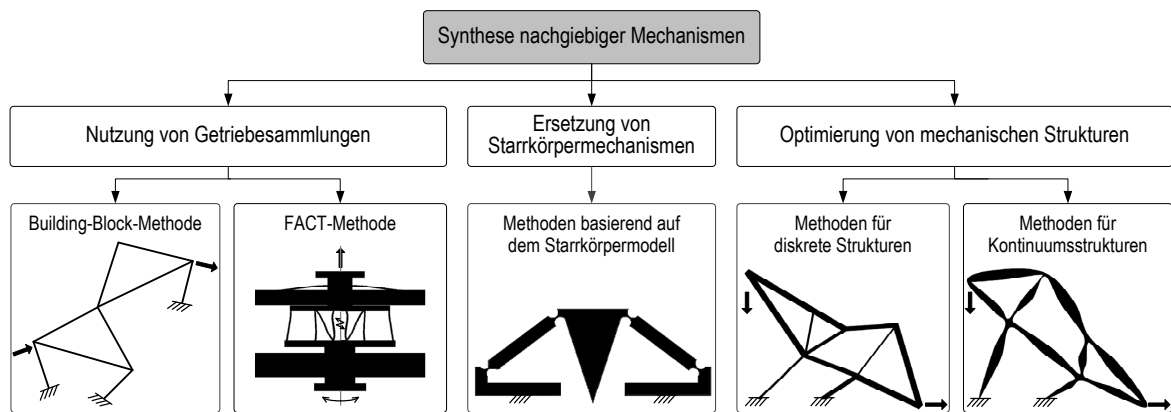
## Synthese nachgiebiger Mechanismen

Bei der Synthese von Starrkörpermechanismen wird prinzipiell zwischen der Konkretisierung einer geeigneten kinematischen Struktur (Struktursynthese) und der Ermittlung notwendiger kinematischer Abmessungen (Maßsynthese) zur Erfüllung einer Bewegungsaufgabe unterschieden. Anschließend erfolgt die beanspruchungsgerechte konstruktive Gestaltung der Glieder und Gelenke in Abhängigkeit der zu übertragenden Kräfte [353]. Das bedeutet, dass mit dem Begriff Synthese bei konventionellen Mechanismen nur die Findung und Bemessung der kinematischen Struktur bezeichnet wird.

Diese sequentielle Vorgehensweise von Synthese und konstruktiver Gestaltung ist aufgrund ihres monolithischen Aufbaus nicht unmittelbar auf nachgiebige Mechanismen übertragbar [50]. Der Syntheseprozess ist bei nachgiebigen Mechanismen dahingehend zu erweitern, dass als Resultat sowohl die kinematische Struktur und Abmessungen als auch die konstruktive Gestalt der Glieder und Gelenke bestimmt sind. Da neben einer Bewegungsaufgabe meist auch eine bestimmte Kraft-Verformungs-Charakteristik realisiert werden soll, müssen bei der Synthese nachgiebiger Mechanismen die kinematischen und kinetischen Eigenschaften zusammen berücksichtigt werden [227]. Gleichzeitig ist eine Betrachtung der Festigkeitseigenschaften erforderlich, infolge dieser Gestaltänderungen notwendig werden können, die wiederum Einfluss auf die elastische Verformung und damit auch die Form der Bewegung haben.

Aus der Analyse des Standes der Forschung ergeben sich drei grundsätzliche Vorgehensweisen bei der Synthese von nachgiebigen Mechanismen (Abbildung 2.4).

**Die Nutzung von Getriebesammlungen** ist ein junger Ansatz und geht von der gewünschten Funktion des nachgiebigen Mechanismus aus, um eine geeignete Struktur aus einem bestehenden Datensatz auszuwählen. Hierfür gibt es überblicksartige Sammlungen nachgiebiger Mechanismen auf Grundlage von zwei speziellen Methoden: Die *Building-Block*-Methode eignet sich vorwiegend für große Verformungen, während die *FACT*-Methode bei kleinen Verformungen in Präzisionssystemen zum Einsatz kommt [125]. Umfassende Bibliotheken mit leicht zugänglichen Informationen sind nicht bekannt. Die *Building-Block*-Methode nutzt Mechanismen mit bekannten kinematischen und kinetischen Grundfunktionen, um eine gewünschte komplexere Funktion durch Kombination mehrerer Grundtopologien zu ermöglichen (u. a. [13, 89, 150, 163]). Die infolge dieser modularen Bauweise resultierenden Mechanismen haben eine verteilte Nachgiebigkeit und ähneln diskreten Balkenstrukturen infolge einer Optimierung. Nur vereinzelt werden verschiedene Festkörpergelenktypen berücksichtigt (siehe [377, 399]). Basierend auf der Schraubentheorie werden bei der *FACT*-Methode (*freedom and constraint topologies*) ausgehend von den gewünschten Bewegungsfreiheiten des Mechanismus die dafür notwendigen Bewegungsunfreiheiten betrachtet, um anhand dieser funktionserfüllende Strukturen aus einem bestehenden Katalog auszuwählen [112, 114]. Im Hinblick auf eine Kompensation parasitärer Bewegungen werden die serielle [110], parallele [113] oder hybride Verschaltung [111] verschiedener Mechanismen mit meist verteilter Nachgiebigkeit vorgeschlagen.



**Abbildung 2.4:** Ansätze und Methoden bei der Synthese nachgiebiger Mechanismen mit typischen Beispielmechanismen; von links nach rechts dargestellt für steigenden Syntheseaufwand (Bilder nach [82, 114, 150, 258])

Die Nutzung von Getriebeansammlungen ist auf bestimmte Aufgabenstellungen begrenzt und hängt vom Umfang der gesammelten Mechanismen ab. Zusätzlich müssen die vorhandenen Eigenschaften überprüft und die Gestalt bei Bedarf für die konkrete Anwendung modifiziert werden, um geforderte Eigenschaften zu realisieren.

**Die Ersetzung von Starrkörpermechanismen** ist der am längsten bestehende Syntheseansatz nachgiebiger Mechanismen, bei dem konventionelle kraft- oder formgekoppelte Gelenke durch Festkörpergelenke verschiedener Art ersetzt werden. Ausgehend von einem Starrkörpermechanismus, welcher bereits eine günstige Struktur sowie kinematische Abmessungen besitzt, erfolgt die konstruktive Gestaltung der Glieder und Gelenke im nachgiebigen Mechanismus mithilfe analytischer oder numerischer Methoden. Dabei ist ein iterativer Prozess zwischen Synthese und Analyse notwendig, um eine geeignete Lösung hinsichtlich der betrachteten Ziele zu erreichen.

Für die Analyse und Modellbildung der Festkörpergelenke mit verschiedener Längenausprägung werden idealisierte Starrkörpermodelle (u. a. [121, 169, 402]) angewendet. Zudem existieren erweiterte PSK-Modelle basierend auf variablen Balkenlängen oder einer unterschiedlichen Diskretisierung mit einem Drehgelenk (u. a. [56, 123, 129, 266]), zwei Drehgelenken ([74, 380]) sowie mehr als zwei Drehgelenken ([46, 318]). Vereinzelt wird der iterative Syntheseprozess in einem Modell berücksichtigt (siehe [39]). Dennoch sind diese Modelle im Hinblick auf die Synthese nicht verallgemeinerbar.

**Bei der Optimierung mechanischer Strukturen** werden verschiedene Verfahren und Suchstrategien zur optimalen Erfüllung gegebener Zielfunktionen und Nebenbedingungen mit einem nachgiebigen Mechanismus angewendet. Im Vergleich zur Dimensionierung und Form- bzw. Gestaltoptimierung ist die Topologieoptimierung die flexibelste und häufigste Art der Optimierung mechanischer Strukturen [96]. Die Topologieoptimierung beschreibt computergestützte Verfahren, die die räumliche Verteilung des Materials einer Struktur durch Anlagerung oder Entfernung optimieren. Ausgehend von der notwendigen Funktion entstehen für einen gegebenen Designraum in Abhängigkeit der Ein- und Ausgangsparameter optimale Lösungen mit nicht festgelegter Struktur.

Es werden überwiegend Mechanismen mit spezieller Wegübersetzung oder Kraftcharakteristik entwickelt. Die resultierenden nachgiebigen Mechanismen besitzen meist eine verteilte Nachgiebigkeit. Sie können in diskrete fachwerkartige Balkenstrukturen (u. a. [108, 141, 282, 335]) und Kontinuumsstrukturen mit beliebiger dreidimensionaler Geometrie (u. a. [3, 80, 142, 311]) unterschieden werden. Kommt es bei den Letzteren zu punktförmigen Einschnürungen werden diese vereinzelt durch bekannte Festkörpergelenke ersetzt. In einem zweiten Optimierungsschritt entstehen damit nachgiebige Mechanismen mit verteilter und konzentrierter Nachgiebigkeit (u. a. [15, 65, 173, 310]). Für den Syntheseansatz der direkten Optimalsynthese sind keine Struktur- und Maßsynthese und auch keine weitere Anpassung der konstruktiven Gestalt des resultierenden nachgiebigen Mechanismus notwendig. Als Nachteile sind eine schwierige Verallgemeinerung der genutzten und teilweise sehr unterschiedlichen Optimierungsstrategien für beliebige Bewegungsaufgaben sowie die fehlende Systematik für den unerfahrenen Anwender zu nennen. Außerdem sind die entstehenden, oftmals unnatürlichen Formen abhängig von den verwendeten Verfahren, Einstellungen (z. B. Netz) sowie angenommenen Startpunkten.

Durch den Vergleich der drei Synthesevarianten lässt sich schlussfolgern, dass die Wahl des Ansatzes und der Methode den strukturellen Aufbau und die Nachgiebigkeitsverteilung des Mechanismus bestimmt (vgl. Tabelle 2.1). Während sich die Optimierung mechanischer Strukturen und die Nutzung von Getriebesammlungen vorwiegend für vollständige nachgiebige Mechanismen eignet, können mithilfe der Ersetzung von Starrkörpermechanismen zusätzlich hybride Mechanismen entwickelt werden. Zudem ist es beim letztgenannten Ansatz möglich, neben Drehgelenken auch Schubgelenke im nachgiebigen Mechanismus zu betrachten. Dazu werden in der Literatur meist gestellfeste Schubgelenke untersucht (u. a. [262, 277, 330, 334]).

Der Ansatz der Ersetzung von Starrkörpermechanismen ist hinsichtlich der erreichbaren Bahngenaugkeit besonders geeignet. Die Bewegungseigenschaften des Starrkörper Vorbildes können mithilfe von konzentrierter Nachgiebigkeit am genauesten abgebildet werden [259]. Dagegen lässt sich mit topologieoptimierten Strukturen ein gewünschtes Verformungsverhalten, z. B. eine spezielle Steifigkeitscharakteristik, besser realisieren [253].

Zusammengefasst bietet der auf dem Starrkörpermodell basierende Ansatz im Hinblick auf die domänen- und skalenübergreifende Entwicklung hochpräziser nachgiebiger Mechanismen das größte Potenzial. Hierfür ist die Weiterentwicklung der Synthesemethode unter Einbeziehung optimierter Gelenkkonturen notwendig, um das gewünschte Bewegungs-, Verformungs- und Spannungsverhalten mit dem nachgiebigen Koppelmechanismus optimal zu erfüllen.

## **Herausforderungen bei der Untersuchung nachgiebiger Mechanismen**

Bei der Analyse nachgiebiger Mechanismen liegt der Schwerpunkt auf Untersuchungen zur Weiterentwicklung des PSK-Modells, um eine möglichst exakte kinematische Beschreibung mit einem Starrkörpermechanismus zu erreichen:

- Die Einführung verschiedener Methoden für Korrekturbalkenlängen (u. a. [46, 380, 388]) erschwert eine allgemeingültige vereinfachte Synthese ausgehend vom Starrkörpermechanismus, da hierfür schon ein nachgiebiger Mechanismus bekannt sein muss.
- Durch die Ersetzung eines mit einer Kraft belasteten Balkengelenkes durch ein Gelenk mit vergrößerter Länge unter Momentenbelastung wird die Modellbildung für große Verformungen verbessert [327].
- Vereinzelt werden kinematische und kinetostatische Analysen in einem Modell integriert, um die Auswirkung des Bewegungs- auf das Verformungsverhalten und umgekehrt zu berücksichtigen [350].
- Basierend auf einer inversen FEM wird ein neuer Designansatz vorgestellt, mit dem ausgehend von der Analyse der notwendigen verformten Struktur auf die benötigte unverformte Ausgangsstruktur geschlossen werden kann [2].

Oftmals findet eine Mechanismusanpassung für ein spezielles Verformungsverhalten statt:

- Das statische Verformungsverhalten<sup>4</sup> nachgiebiger Mechanismen kann anhand der Kraft-Weg-Kennlinie charakterisiert werden. Bei stabilem Verhalten werden Mechanismen mit Vorspannung untersucht, um eine konstante (u. a. [249, 325]) oder möglichst geringe (u. a. [71, 70]) Antriebskraft und damit einen hohen Wirkungsgrad bzw. einen Schwerkraftausgleich zu realisieren.
- Weiterhin kann instabiles Durchschlagverhalten – als Sonderfall der Beeinflussung des statischen Verformungsverhaltens ohne Vorspannung – vorteilhaft genutzt werden, wie Untersuchungen zu bistabilen (u. a. [139, 286, 297]) oder multistabilen (u. a. [45, 355]) nachgiebigen Mechanismen zeigen.
- Durch die Einführung eines zusätzlichen Reibkontaktes, der erst während der Belastung entsteht, kann die Rastpolbahn allgemein bewegter Glieder von hybriden nachgiebigen Mechanismen gezielt beeinflusst werden [230, 236].
- Selten werden hochgenaue vollständige nachgiebige Mechanismen mit strukturinhärenter Aktorik und Sensorik entwickelt, wobei der Funktionsintegration bisher ausschließlich Mechanismen mit verteilter Nachgiebigkeit zu Grunde liegen (u. a. [11, 144, 228]).

Vereinzelt werden allgemeine Nachteile nachgiebiger Mechanismen untersucht:

- Die Methode zur Freiheitsgradbestimmung mit der GRÜBLERSchen Zwangsgleichung muss für nachgiebige Mechanismen angepasst und unter Einbeziehung gewollter Bewegungsmöglichkeiten infolge der Nachgiebigkeit erweitert werden [102, 122, 283].
- Da ebene vollständige nachgiebige Mechanismen nicht umlauffähig sind, erfolgen Analyse und Synthese bei vorgegebener Bewegungsaufgabe für eine konkrete Lage, wobei unterschiedlichen Lagen kombiniert werden können. In räumlichen hybriden nachgiebigen Mechanismen kann Umlauffähigkeit auch trotz mehrerer prismatischer Festkörpergelenke erreicht werden [249, 324].

<sup>4</sup>Die Einteilung des Verformungsverhaltens erfolgt durch ZENTNER [390, 391] basierend auf einer quasistatischen Betrachtung.

- Räumliche nachgiebige Mechanismen können ebenfalls durch sogenannte ortho-planare Mechanismen realisiert werden. Deren prismatischer Körper ist in einer Ebene fertigbar, während die Bewegung aus der Ebene heraus stattfindet [125, 362]. Ortho-planare nachgiebige Mechanismen werden hauptsächlich für MEMS entwickelt (z. B. [206]).
- Mithilfe systemtheoretischer Methoden kann eine Reduzierung der Komplexität numerischer Modelle erreicht werden [290], wodurch die Entwicklung nachgiebiger Mechanismen insbesondere für dynamische Systeme vereinfacht wird.

Neben den dargestellten grundlegenden Syntheseansätzen existieren keine detaillierten Gestaltungshinweise, die die Festkörpergelenkkontur mit einbeziehen und so eine zielgerichtete Entwicklung optimaler nachgiebiger Koppelmechanismen nach bestimmten Kriterien ermöglichen. Bei der Synthese mittels der Ersetzung von Starrkörpermechanismen besteht Forschungsbedarf, da die Drehachsenverlagerung einzelner Gelenke und der Kontureinfluss auf das gewünschte Verhalten des Mechanismus nicht ausreichend untersucht sind. Zusätzliche Ein- und Ausgangsparameter werden nur vereinzelt untersucht:

- Die infolge der konstruktiven Umsetzung neu entstehenden Gestaltparameter, z. B. die Gelenkorientierung, werden bis auf eine Ausnahme ([231]) nicht untersucht.
- Die Bewegungsform eingesetzter Aktoren und die Realisierung einer Kurbel (Betrag und Angriffspunkt von Kräften) werden untergeordnet betrachtet ([254, 351]).
- Häufig wird die Synthese für den Leerlauf durchgeföhrt. Mitunter werden verschiedene Gegenkräfte am Abtriebsglied betrachtet ([256, 257]), um den Wirkungsgrad anhand einer Energiebetrachtung zu bestimmen.

## 2.2 Klassifikation von Festkörpergelenken zur Realisierung einer Drehbewegung

Zur Erhöhung der Genauigkeit von monolithischen Bewegungssystemen werden in der Literatur verschiedene Klassen passiver Festkörpergelenke zur Realisierung einer nicht umlaufenden angenäherten Drehbewegung beschrieben (Tabelle 2.4 und Tabelle 2.5).<sup>5</sup>

Grundlage der qualitativen Charakterisierung der Gelenkklassen sind vorhandene Werte in der aufgeführten Literatur. Die Bewertungen der Eigenschaften in den Tabellen stellen Orientierungswerte für Gelenke mit vergleichbarer Gelenklänge  $l$  sowie minimaler Gelenkhöhe  $h$  dar. Die meisten Festkörpergelenke können durch geometrische Gestaltung hinsichtlich gewünschter Eigenschaften weiter optimiert werden. Für die vorgestellte Klassifikation werden ausschließlich vollständig symmetrische Festkörpergelenke betrachtet. Durch die Einführung asymmetrischer Varianten kann die Drehachsenverlagerung minimiert oder vollständig kompensiert werden, wie z. B. beim längssymmetrischen Kreuzfedergelenk [153, 201].

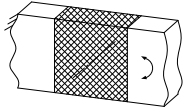

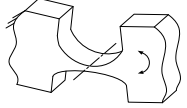
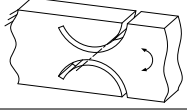

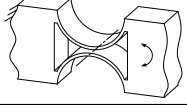
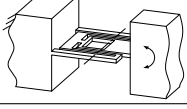
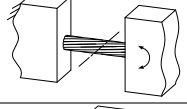
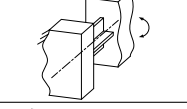
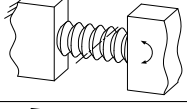
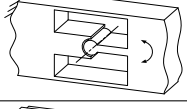
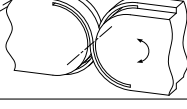
<sup>5</sup>In den Tabellen zur Klassifikation sind auch Gelenke mit  $f > 1$  aufgeführt.



**Tabelle 2.4:** Klassifikation von Festkörpergelenken für eine Drehbewegung (+ sehr oft, 0 oft, - vereinzelt, x trifft zu, 1 sehr gut, 2 gut, 3 befriedigend), Teil I

Klasse/Unterklasse	Beispiel	Häufigkeit/Verwendung	Merkmale					Eigenschaften bzgl.					Literatur		
			konstante Steghöhe	prismatisches Gelenk	prismat. Mechanismus	identische Gliedebenen	Auslenkbarkeit/-winkel	Bahngenaugigkeit	Nachgiebigkeit, Rot. um z	Steifigkeit, parasit. Beweg.	Herstellbarkeit	Modellierbarkeit		Einsatz im Mechanismus	
I Blattfedergelenk	a) Blattfedergelenk, allgemeines		+	x	x	x	x	2	3	1	3	1	1	1	u. a. [5, 119, 201, 209, 244, 285, 302, 328, 368]
	b) Blattfedergelenk, vorgekrümmtes		-	x	x	x	x	2	3	1	3	1	1	2	[9, 84, 91, 161, 164, 315]
	c) Blattfedergelenk, gefaltetes		-	x	x	x	x	1	3	2	2	2	3	3	[38, 76]
	d) Blattfedergelenk, gewundenes		-	x	x			1	3	2	2	2	2	3	[349]
II Kreuzfedergelenk	a) Kreuzfedergelenk, allgemeines		+	x			x	2	3	1	3	2	2	2	u. a. [95, 138, 153, 201, 209, 338, 368, 381, 397]
	b) Kreuzfedergelenk, vorgekrümmtes		-	x			x	2	3	1	3	2	2	3	[29, 31, 201]
	c) Kreuzfedergelenk, versteiftes		-				x	2	3	2	3	3	3	3	[32]
	d) Kreuzfedergelenk, prismatisches		0	x	x	x	x	2	2	2	1	1	2	2	u. a. [18, 47, 69, 92, 97, 145, 270, 294, 300]
	e) Kreuzfedergelenk, prismatisches seriell kaskadiertes		-	x				1	1	1	1	3	3	3	[32, 210]
III Trapezfederg.	a) Trapezfedergelenk, allgemeines		0	x	x	x	x	2	3	2	2	1	2	2	[30, 31, 185, 264, 265, 269, 398]
	b) Trapezfedergelenk, kaskadiertes		0		x	x	x	1	1	1	1	3	3	2	[32, 78, 101, 105, 263, 267, 268, 398]
IV	Speichenradgelenk, mit Innendrehachse		0		x			2	1	2	2	2	3	3	u. a. [19, 36, 38, 81, 83, 120, 151, 162, 378]

**Tabelle 2.5:** Klassifikation von Festkörpergelenken für eine Drehbewegung (+ sehr oft, 0 oft, - vereinzelt, x trifft zu, 1 sehr gut, 2 gut, 3 befriedigend), Teil II

Klasse/Unterklasse	Beispiel	Häufigkeit/Verwendung	Merkmale					Eigenschaften bzgl.					Literatur			
			konstante Steghöhe	prismatisches Gelenk	prismat. Mechanismus	identische Gliedebenen	Auslenkbarkeit/-winkel	Bahngenaugigkeit	Nachgiebigkeit, Rot. um z	Steifigkeit, parasit. Beweg.	Herstellbarkeit	Modellierbarkeit		Einsatz im Mechanismus		
V	Elastomerfedergelenk		-	x	x	x	x	1	3	1	3	3	1	2	[27, 28, 81, 258]	
VI Festkörpergelenk mit Aussparung	a) Festkörpergelenk, mit Aussparung		+		x	x	x	3	2	3	1	1	1	1	u. a. [50, 102, 193, 250, 314, 339, 349, 382]	
	b) Festkörpergelenk, mit Aussparung, vorgekrümmt		-		x	x	x	3	2	3	1	1	2	2	[187, 196]	
	c) Festkörpergelenk, mit Aussparung, winkelbegrenzt		-		x	x	x	3	2	3	1	1	1	2	[149, 156, 166, 248]	
	d) Festkörpergelenk, mit Aussparung, kaskadiert		-		x	x	x	2	2	3	1	1	2	3	[118, 200, 305, 314]	
	e) Festkörpergelenk, mit Aussparung, blattfederartig		-	x	x	x	x	2	2	2	2	1	2	2	[201, 379]	
VII	Festkörpergelenk, ortho-planares		-	x	x		x	1	2	2	3	2	3	3	[75, 165, 206, 362, 363]	
VIII	Fasergelenk		-	x				x	2	3	2	2	3	3	[242, 243]	
IX	Drehstabgelenk		-		x				2	1	1	1	3	2	3	[32, 84, 109, 275, 315, 336, 349]
X	Faltenbalggelenk		-					x	1	3	1	3	3	3	[289]	
XI Bandgelenk	a) Bandgelenk, mit zusätzlichem Gleitgelenk		-	x	x	x	x		2	1	2	1	2	2	3	[9, 28, 209, 287]
	b) Bandgelenk, mit zusätzlichem Gleitwälgelenk		-	x				x	2	2	2	3	3	3	3	[23, 38, 230, 361]

Die prismatischen Merkmale bezogen auf das Gelenk und den Mechanismus sind wichtige Kriterien im Hinblick auf den Herstellungsaufwand sowie die Kombination mehrerer Gelenke im Mechanismus. Im Gegensatz zu einer identischen Funktionsebene führen planparallele Gliedebenen zu erhöhtem Bauraum. Da komplexe Gelenke mit modernen Fertigungstechnologien aus einem Stück oder mittels additiver Verfahren fertigbar sind, werden bei der Klassifikation nur monolithische Festkörpergelenke betrachtet.

Entsprechend der Häufigkeit lassen sich die drei typischen Klassen, Blattfedergelenk (Ia), Kreuzfedergelenk (IIa) und Festkörpergelenk mit Aussparung (VIa), unterscheiden, anhand dieser weitere Unterklassen ableitbar sind. Infolge besonderer geometrischer Anpassung entsteht eine Gestaltvielfalt verschiedener Festkörpergelenke mithilfe folgender Maßnahmen:

- Durch eine spannungslose Vorkrümmung kann eine erhöhte rotatorische Nachgiebigkeit bei gleichzeitig vergrößertem Parameterraum erreicht werden, z. B. Ib und VIb. Hierdurch entsteht eine Vorzugsrichtung der Drehbewegung in Krümmungsrichtung.
- Durch das Prinzip der Faltung und durch serielle Anordnung bzw. Kaskadierung lässt sich der Auslenkwinkel der Festkörpergelenke vergrößern, z. B. Ic, Iie und VIId.
- Durch serielle Kaskadierung lässt sich infolge von Kompensationsbewegungen die Bahngenauigkeit erhöhen, z. B. seriell kaskadiertes prismatisches Kreuzfedergelenk (Iie).
- Durch parallele Kaskadierung kann eine Steifigkeitserhöhung erreicht werden, z. B. parallel erweitertes Kreuzfedergelenk (Iic).
- Durch mehrfache serielle bzw. parallele Kaskadierung einer Gelenkkategorie (IIIb) oder Kombination verschiedener Gelenkkategorien (VIe) entstehen komplexe Festkörpergelenke, die bestimmte Eigenschaften in besonderem Maße erfüllen.
- Bei Festkörpergelenken mit körperlich definierter Innendrehachse wird eine erhöhte Bahngenauigkeit auf Kosten eines größeren Bauraumes infolge planparalleler Gliedebenen erreicht, z. B. IV<sup>6</sup> und IX.
- Bandgelenke mit zusätzlichem Gleit- oder Gleitwälzgelenk stellen eine Sonderform dar, da hier die Eigenschaften von reibungsfreien und reibungsbehafteten Gelenken kombiniert werden, z. B. XIa und XIb.

Abhängig von der Komplexität, lassen sich die Begriffe Gelenk oder Mechanismus mitunter nicht eindeutig unterscheiden. Bei Festkörpergelenken mit geringer Komplexität ist eine Gelenkfunktion stets abstrahierbar. Dagegen ist bei komplexen Gelenken eine Charakterisierung als nachgiebiges Gelenk oder als nachgiebiger Mechanismus (dann wiederum bestehend aus mehreren einfachen Gelenken) möglich. Das heißt, eine Unterscheidung einzig anhand der Struktur ist nicht möglich, sondern hängt vom Zweck ab. Ein separat verwendetes komplexes Festkörpergelenk (z. B. IIIb) kann auch als Mechanismus zur Realisierung einer Drehbewegung angesehen werden. Werden mehrere dieser komplexen Drehgelenke mithilfe starrer Glieder zu einem Mechanismus gekoppelt erfüllen sie hingegen eine Gelenkfunktion.

<sup>6</sup>Speichenradgelenke mit geringer Breite werden unter axialer Belastung auch als Membranfederführungen eingesetzt (u. a. [314, 326, 343]).

Dieses *Hierarchisierungsproblem* tritt v. a. bei Festkörpergelenken der Klassen IIIb, IV und VII auf, die in der Literatur als Mechanismen oder als Gelenkelemente dieser klassifiziert werden [125]. Undifferenziert wird vereinzelt von einem *nachgiebigen System* gesprochen [229]. Bei anderen Gelenken, wie bspw. dem Trapezfedergelenk (IIIa), spielt außerdem die Nachgiebigkeitsverteilung eine entscheidende Rolle. Werden hier anstatt der beiden Blattfedern mit verteilter Nachgiebigkeit vier konzentrierte Gelenkbereiche verwendet, ist offensichtlich ein viergliedriger Mechanismus charakterisierbar [269, 301, 399]. Beim Ansatz in [97] wird für den Einsatz komplexer Drehgelenke, die die Vorteile von verteilter und konzentrierter Nachgiebigkeit vereinen, die Bezeichnung *selektive Nachgiebigkeit* eingeführt. Die Hierarchisierung kann so weit gehen, dass ausgehend vom einfachen Speichenradgelenk komplette winkelbegrenzte Umlaufrädergetriebe aus einem Festkörper entstehen (siehe [38]).

Im Hinblick auf den Einsatz in nachgiebigen Koppelmechanismen steht in dieser Arbeit die Gelenkfunktion im Vordergrund. Deshalb werden auch komplexe Gelenke als Festkörpergelenke klassifiziert.

Aufgrund der häufigsten Verwendung bei dennoch nicht ausreichend erfolgter Analyse des Einflusses der Gestaltung der Gelenkkontur stehen in dieser Arbeit prismatische Festkörpergelenke der Klasse VIa im Fokus. Diese eignen sich infolge ihrer geringen Komplexität besonders für den Einsatz in höhergliedrigen Mechanismen. Verbunden mit der Möglichkeit der gezielten Einstellung des mechanischen Verhaltens bieten sie bisher nicht genutztes Optimierungspotenzial.

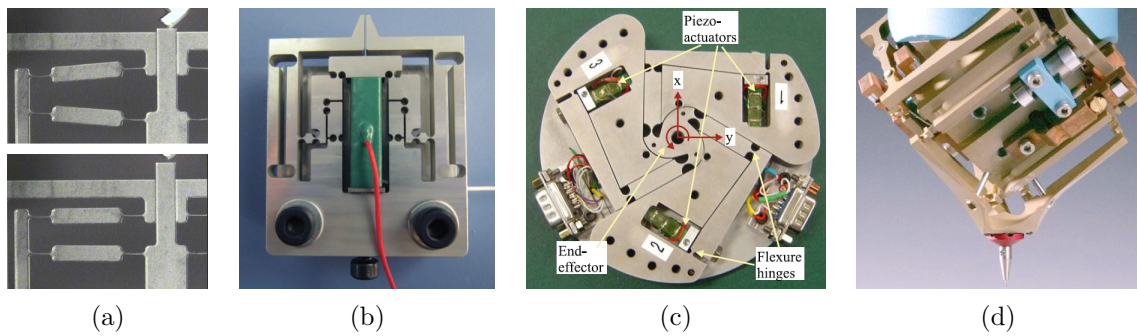
## 2.3 Nachgiebige Koppelmechanismen in der Präzisionstechnik

In diesem Abschnitt werden präzisionstechnische Anforderungen an die in dieser Arbeit betrachteten Mechanismen präzisiert. Außerdem werden typische Maßnahmen zur Erhöhung der Bahngenauigkeit genannt, um das Potenzial einer ganzheitlichen Betrachtung nachgiebiger Koppelmechanismen mit optimierten prismatischen Festkörpergelenken zu verdeutlichen.

### Anwendungsbeispiele und Anforderungen

Nachgiebige Koppelmechanismen mit prismatischen Festkörpergelenken werden vornehmlich in der Feinwerk-, Mikro- und Messtechnik eingesetzt. Typische Beispiele für die skalenübergreifende Anwendung sind in Abbildung 2.5 aufgeführt.

Zudem eignen sich nachgiebige Koppelmechanismen für den Einsatz unter speziellen Umgebungsbedingungen, bspw. für Reinraum-, Vakuum- und Weltraumanwendungen (u. a. [78, 105]). Ein weiterer Einsatzbereich hochpräziser nachgiebiger Mechanismen mit steigender Bedeutung ist in der computergestützten Medizintechnik, bspw. bei minimalinvasiven Operationen, zu sehen (u. a. [33, 288, 312]).



**Abbildung 2.5:** Anwendungsbeispiele von Festkörpergelenken in monolithischen Präzisionssystemen: **(a)** mikrotechnischer Wegsensor mit einer Gelenklänge unter 1 mm [12], **(b)** Parallelgreifer zur Mikromanipulation [320], **(c)** Verstellvorrichtung zur Mikropositionierung von Proben in einem REM [375], **(d)** ultrapräziser Tastkopf einer 3D-Koordinatenmessmaschine [215]

In der Präzisionstechnik (z. B. Halbleitertechnologie, Lithografie, Optik) liegen die Anforderungen an die Bahngenauigkeit von translatorischen und rotatorischen Bewegungen in der Größenordnung von Nanometern bzw. Bruchteilen von Winkelsekunden. Diese Bewegungen lassen sich oftmals nur durch den monolithischen Aufbau erfüllen. Weitere maßgebliche Anforderungen an Präzisionssysteme sind:

- eine hohe Auflösung und Reproduzierbarkeit,
- ein großer Bewegungsbereich und
- eine geringe Komplexität.

Daraus ergeben sich die in dieser Arbeit vordergründig betrachteten Gestaltungsziele bei der Entwicklung prismatischer Festkörpergelenke für nachgiebige Koppelmechanismen. Folgende Kriterien werden für einen vorgegebenen Antriebsweg bzw. -winkel untersucht:

- Die *Festigkeit*, die anhand der resultierenden Maximalspannung  $\sigma_V$  im Vergleich zur zulässigen Spannung  $\sigma_{b\text{zul}}$  bei statischer Belastung unter Beachtung der räumlichen Verteilung beurteilt wird.<sup>7</sup>
- Die *Steifigkeit*  $c_M = F_{\text{an}}/s_{\text{an}}$ , die durch das Kraft-Weg-Verhalten bei Auslenkung charakterisiert wird.
- Die *Bahngenauigkeit*, die durch die Abweichung  $a_B$  der Ist- (nachgiebiger Mechanismus) von der Soll-Bahnkurve (Starrkörpermechanismus) eines Punktes charakterisiert wird.
- Die *Wegübersetzung*<sup>8</sup>  $i_s = |s_{\text{an}}/s_{\text{ab}}|$ , die bei translatorischer Antriebsgröße das Verhältnis von Eingangsweg (Betätigungsweg) zu Ausgangsweg (Funktionsweg) darstellt. Demnach bedeutet eine Wegübersetzung kleiner Eins eine Wegvergrößerung.

Weitere, im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtete Kriterien sind das dynamische Verhalten und das Ermüdungsverhalten (Lebensdauer) der eingesetzten Gelenke. Vereinzelt werden thermische Einflüsse und spezielle Effekte wie elastische Nachwirkungen untersucht.

<sup>7</sup>Alternativ kann der *Bewegungsbereich*, definiert als realisierbare Auslenkung bis zum Erreichen zulässiger Spannungen, betrachtet werden.

<sup>8</sup>In der Feinwerktechnik wird diese Größe nach KRAUSE [159] auch als *Feinfühligkeit* bezeichnet.

## Typische Werkstoffe für Festkörpergelenke

Als Werkstoffe für Festkörpergelenke kommen neben Einsatz- und Federstählen v. a. hochfeste Metalllegierungen (z. B. Aluminium, Bronze), Halbmetalle (z. B. Silizium) oder Kunststoffe zum Einsatz. Eine Auswahl üblicher Werkstoffe und ihrer relevanten Kennwerte ist in Tabelle 2.6 aufgeführt.

Als Alternative zu Metallen werden Gläser und Keramiken (u. a. [130, 146, 276]), Photoresiste (u. a. [34, 126]) oder in speziellen Applikationen neuartige Materialien wie Formgedächtnislegierungen (u. a. [279]) verwendet. Mit anisotropen Werkstoffen lässt sich das Spannungs- und Verformungsverhalten gezielt anpassen (siehe [226]).

Auf dem Gebiet der Kunststofftechnik steht die Nutzung von Festkörpergelenken mit kleinen Auslenkwinkeln im Vordergrund (u. a. [115, 143, 330]). Außerdem erfolgen die dehnungsbezogene Auslegung thermoplastischer Filmgelenke (u. a. [160, 237, 291, 337]) oder die Untersuchung von Elastomergelenken (u. a. [28, 81, 258]) zur Realisierung großer Drehbewegungen.

Bei der Auslenkung eines Festkörpergelenkes darf die zulässige mechanische Spannung nicht überschritten werden, um die Bauteilfestigkeit zu gewährleisten. Ein oftmals genutzter Richtwert für den vereinfachten Festigkeitsnachweis von Werkstoffen mit nicht ausgeprägter Streckgrenze ist die Dehngrenze  $R_{p0,2}$ , die bei einer plastischen Dehnung von 0,2% bestimmt wird.

**Tabelle 2.6:** Auswahl an mechanischen Kennwerten typischer Festkörpergelenkwerkstoffe (Werte entnommen aus [60, 77, 93, 213, 304]<sup>9</sup> und mit \* versehene Werte berechnet nach Gleichung 2.2 bzw. Gleichung 2.3)

Einordnung	Einsatzstahl		Federstahl		Aluminiumleg.		Thermoplaste		Halbmet.
	17Cr3	15Ni Cr13	46Si7	61SiCr7	AlZn5 Mg3Cu	AlZn5,5 MgCu	PA 6	PMMA	
Werkstoff									Silizium
Bezeichnung	1.7016	1.5752	1.5024	1.7108	EN AW 7022	EN AW 7075	Ultra- mid	Plexi- glas	einkris- tallin
Dichte $\rho$ in $\text{g/cm}^3$	7,85	7,85	7,45	7,43	2,79	2,80	1,14	1,18	2,33
E-Modul $E$ in $\text{N/mm}^2$	210000	210000	210000	210000	70000	72000	2600	3300	130000
Zugfestigkeit $R_m$ in $\text{N/mm}^2$	700	920	1400	1550	450	540	70	85	500
Dehngrenze $R_{p0,2}$ in $\text{N/mm}^2$	450	785	1250	1400	370	486	-	-	-
zul. Spannung $\sigma_{b\text{zul}}$ in $\text{N/mm}^2$	490*	644*	980*	1085*	315*	378*	49*	60*	350*
Bruchdehnung $A_B$ in %	11,0	10,0	7,0	5,5	8,0	7,0	-	-	-
zul. Dehnung $\varepsilon_{\text{zul}}$ in %	0,23*	0,31*	0,47*	0,52*	0,45*	0,53*	1,88*	1,80*	0,27*
Querkontraktionszahl $\nu$	0,30	0,30	0,30	0,30	0,33	0,33	0,30	0,30	0,18

<sup>9</sup>Bei Bereichsangaben ist der niedrigste Wert angegeben.

Für den statischen Sicherheitsnachweis von Federwerkstoffen ist die notwendige Festigkeit  $\sigma_B$  gegen Bruch

$$\sigma_B = \frac{f_\sigma \cdot R_m}{K_B} \quad (2.1)$$

zu berücksichtigen. Bei der vorliegenden Biegebeanspruchung entspricht  $\sigma_B$  der Biegeelastizitätsgrenze [235]. Zur Auslegung von biegebeanspruchten Festkörpergelenken kann die zulässige Spannung  $\sigma_{b\text{zul}}$  wie folgt bestimmt werden [214, 279]:

$$\sigma_{b\text{zul}} = 0,7 \cdot R_m. \quad (2.2)$$

Dadurch ergibt sich die zulässige elastische Dehnung:

$$\varepsilon_{\text{zul}} = \frac{\sigma_{b\text{zul}}}{E}. \quad (2.3)$$

Der maximale Auslenkwinkel  $\varphi$  der Festkörpergelenke ist proportional zur zulässigen Dehnung (siehe Abschnitt 4.2), weshalb für  $\varepsilon_{\text{zul}}$  ein möglichst großer Wert anzustreben ist. Da Kunststoffe nur bedingt für präzisionstechnische Anwendungen geeignet sind (z. B. aufgrund von Temperaturabhängigkeit, Alterung oder Ausgasung), werden für die in dieser Arbeit untersuchten Festkörpergelenke hochfeste Aluminiumlegierungen, wie z. B. EN AW 7075, betrachtet.

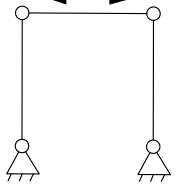
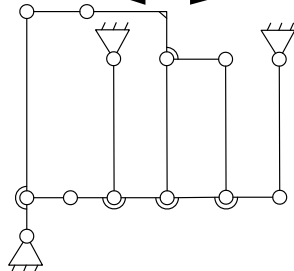
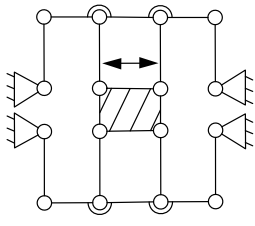
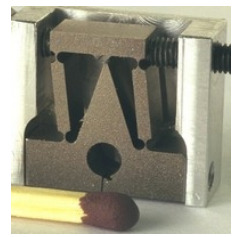
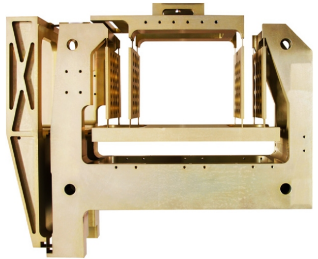
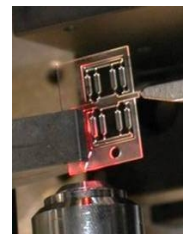
## Maßnahmen zur Erhöhung der Bahngenauigkeit

Die gezielte geometrische Gestaltung von Präzisionssystemen findet vereinzelt, anwendungsbezogen und ohne vereinheitlichte Gestaltungshinweise statt. Gleichwohl lassen sich anhand der Literatur die folgenden drei bestehenden Ansätze zur Gestaltung von nachgiebigen Koppelmechanismen mit prismatischen Festkörpergelenken zusammenfassen:

- Die prismatischen Festkörpergelenke werden mit einfachen Standardkonturen (v. a. Halbkreis- oder Viertelkreis-<sup>10</sup>) gestaltet, wobei jedes Gelenk im Mechanismus in der Regel eine identische Kontur besitzt.
- Ausgehend vom Starrkörpervorbild wird oftmals die Anzahl der Festkörpergelenke im Mechanismus erhöht, um bessere Bahn- und Positioniergenauigkeiten zu realisieren (Tabelle 2.7).
- Für Spezialanwendungen, wie z. B. in der Luft- und Raumfahrttechnik, findet eine Erhöhung der Gelenkkomplexität v. a. bei einzelnen Festkörpergelenken oder in nachgiebigen Mechanismen mit wenigen Gelenken statt.

<sup>10</sup>Die Bezeichnung Viertelkreis-<sup>10</sup> wird in dieser Arbeit für rechteckförmige Gelenkkonturen verwendet, deren Ecken eine viertelkreisförmige Verrundung aufweisen (siehe Tabelle 3.1 und Unterabschnitt 4.3.2).

**Tabelle 2.7:** Verdeutlichung des Ansatzes zur Erhöhung der Anzahl der Festkörpergelenke in nachgiebigen Koppelmechanismen am Beispiel einer Ebenengeradführung

Prinzip	Parallelkurbel	höhergliedriger Mechanismus mit einer Doppelparallelkurbel	symmetrische Doppelparallelkurbel
kinematisches Schema/Starrkörpermechanismus			
Gliedanzahl	4	10	11
Gelenkzahl	4	13	16
Beispiel	monolithische Parallelkurbel aus SMA-Gelenken [10]	Monolithischer Geradführungsmechanismus mit Anwendung in einer Präzisionswaage [55]	mikrotechnischer Geradführungsmechanismus mit hoher Präzision [12]
nachgiebiger Mechanismus			

Weiterhin sind statt der geometrischen Gestaltung des vorhandenen mechanischen Systems häufig folgende zusätzliche Maßnahmen zur Erhöhung der Bahnengenauigkeit nachgiebiger Koppelmechanismen zu beobachten:

- rechnerische Korrektur bei bekanntem Bewegungsverhalten,
- Verwendung parallelkinematischer Strukturen (die außerdem vorteilhaft sind, da Antriebe nur in gestellfesten Festkörpergelenken benötigt werden [288]),
- Anwendung von Kompensationsmaßnahmen zur Fehlerreduzierung oder -vermeidung – realisiert durch serielle (u. a. [4, 399]) oder parallele (u. a. [257, 272, 307]) Verschaltung desselben Mechanismus oder durch eine Freiheitsgradreduzierung infolge der Kopplung mit einem zweiten Mechanismus entsprechend dem *Master-Slave-Prinzip* (siehe [54, 101, 285]),
- Implementierung einer Positionsregelung in den vorhandenen nachgiebigen Mechanismus mithilfe von Sensorik und Aktorik (u. a. [143, 171, 202]).

Diese Maßnahmen sind jedoch mit einem erhöhten Modellierungs-, Material- und Fertigungsaufwand oder vergrößertem Bauraum verbunden.



## 2.4 Forschungsbedarf bei der Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke

Nachgiebige Koppelmechanismen sind nachgiebige Mechanismen mit konzentrierter Nachgiebigkeitsverteilung. Sie werden vornehmlich basierend auf dem Syntheseansatz der Ersetzung von Starrkörpermechanismen entwickelt. In den meist monolithisch aufgebauten nachgiebigen Mechanismen kommen überwiegend einwertige rotatorische Festkörpergelenke zum Einsatz.

Aufgrund der Stoffkopplung lässt sich keine umlaufende sowie exakte Drehbewegung einzelner Festkörpergelenke realisieren. Dadurch ergeben sich Bahnabweichungen des nachgiebigen Mechanismus. Bezogen auf die Gesamtbewegung, liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit deshalb auf dem Vergleich des vorhandenen Bewegungsverhaltens des nachgiebigen Mechanismus mit dem gewünschten Bewegungsverhalten des Starrkörpermechanismus.

Trotz einer Vielzahl geeigneter Festkörpergelenkklassen zur Realisierung einer nicht umlaufenden angenäherten Drehbewegung werden überwiegend prismatische Festkörpergelenke mit meist kreisförmigen Aussparungen eingesetzt, ohne dass eine Gestaltung oder Optimierung der Festkörpergelenke erfolgt. Um die Anforderungen an Positioniergenauigkeit und Bewegungsbereich dennoch zu erfüllen, werden in der Präzisionstechnik oft Maßnahmen wie rechnerische Korrektur oder konstruktive Kompensation (z. B. Erhöhung der Gelenkzahl) angewendet. Bahnabweichungen, die aufgrund der Umsetzung des nachgiebigen Mechanismus resultieren, werden in der Literatur nicht untersucht. Das kinematische Verhalten ist im Vergleich zum Starrkörpermodell unzureichend beschrieben und muss bisher durch Modellbildung vorhergesagt oder durch messtechnische Untersuchungen erfasst werden.

Zur gezielten Gestaltung der Festkörpergelenkkontur hinsichtlich geforderter Eigenschaften des Mechanismus existieren wenige Untersuchungen. Dies betrifft insbesondere den Einfluss der Gelenkkontur auf das Spannungs-, Verformungs- und Bewegungsverhalten des Mechanismus. Außerdem wird die systematische Verwendung unterschiedlicher Gelenkkonturen im selben Mechanismus in der Literatur nicht untersucht. Bei der konstruktiven Umsetzung entstehen weitere, bisher nicht berücksichtigte geometrische Parameter, wie bspw. die Gelenkanordnung bzw. -orientierung oder die Antriebsintegration. Dadurch resultiert ein großer Lösungsraum bei der Gestaltung und Optimierung nachgiebiger Koppelmechanismen.

Zusammengefasst bieten prismatische Festkörpergelenke mit geometrisch definierten Aussparungen ein nicht genutztes Optimierungspotenzial im Hinblick auf die zunächst als gegensätzlich anzunehmenden Gestaltungsziele Festigkeit und Bahngenauigkeit. Weitere Kriterien, wie bspw. eine für eine geringe Schwingungsanfälligkeit benötigte hohe Steifigkeit, sind bei dem vorliegenden mehrkriteriellen Optimierungsproblem ergänzbar. Zudem ist eine leicht anwendbare Modellbildung und übertragbare Nutzung der Ergebnisse zu erwarten, um unter Einbeziehung der Gelenkkontur allgemeine Gestaltungshinweise für die Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen abzuleiten. Hierfür ist es notwendig, das Bewegungsverhalten von Einzelgelenken und Mechanismen hinsichtlich der aufgeführten Kriterien zu analysieren.

Die Untersuchungen in dieser Arbeit sind auf die günstige bzw. optimale Gestaltung von aus Metall gefertigten makroskopischen Festkörpergelenken für den Einsatz in nachgiebigen Koppelmechanismen konzentriert. Prismatische Festkörpergelenke sind aufgrund ihrer vergleichsweise geringen Komplexität einfach herstellbar und damit für viele Einsatzbereiche der Präzisionstechnik geeignet. Als Werkstoff ist eine hochfeste Metalllegierung mit hoher zulässiger Dehnung wie bspw. Aluminium EN AW 7075 zweckmäßig. Da sich durch dreidimensionale Kombination der betrachteten einwertigen Festkörpergelenke auf einfache Weise beliebige räumliche Mechanismen realisieren lassen, sind die Untersuchungen auf ebene nachgiebige Koppelmechanismen beschränkt.

## 3 Bestehende Ansätze für die geometrische Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke

Dieses Kapitel enthält einen Überblick über bekannte Untersuchungen zur Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke, um daraus Schlussfolgerungen für deren Optimierung in dieser Arbeit zu ziehen.

Die betrachtete Festkörpergelenkkontur entsteht durch monolithische Fertigung für eine zuvor definierte Aussparungsgeometrie und ist mit der veränderlichen Gelenkhöhe  $h_G(x)$  beschreibbar. Bei der geometrischen Gestaltung lassen sich zwei Teilschritte unterscheiden:

- Auslegung der grundlegenden Form der Aussparungsgeometrie sowie
- Dimensionierung der geometrischen Gelenkparameter.

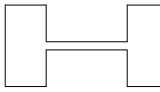

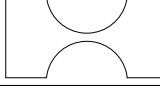



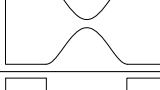


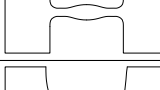

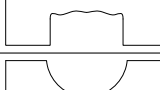
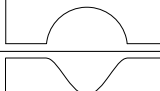
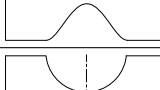
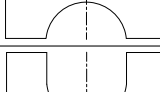
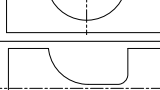
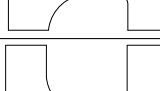

Entscheidend bei der Bewertung von Festkörpergelenken mit verschiedenen Aussparungsgeometrien ist die Wahl des Vergleichskriteriums für die Geometrieparameter (z. B. vergleichbare Gelenkabmessungen oder Flächeninhalte der Aussparungen) sowie die Art der Randbedingung. In der Literatur werden kraftgesteuert – infolge desselben Betrages der aufgebrachten Kraft oder des Momentes – oft unterschiedliche Auslenkwinkel erreicht. Vereinzelt werden geometrisch verschiedene Gelenke mit unterschiedlicher Gelenklänge bei sonst identischen Abmessungen verglichen (z. B. [43, 148, 347]). Hierdurch lässt sich die Spannungskonzentration in der Kerbe reduzieren. Jedoch ändert sich auch die Nachgiebigkeitsverteilung des Gelenkes bezogen auf den Mechanismus (vgl. Definition in Abschnitt 2.1), weshalb die untersuchten Eigenschaften nicht eindeutig auf eine Variation der Aussparungsgeometrie rückführbar sind.

Daher werden in dieser Arbeit Festkörpergelenke mit identischer Nachgiebigkeitsverteilung betrachtet. Da insbesondere die Abhängigkeit des Bewegungsverhaltens des nachgiebigen Mechanismus von der Gelenkkontur in Bezug zum Starrkörpermechanismus untersucht werden soll, werden die Festkörpergelenke für einen diskreten Auslenkwinkel miteinander verglichen.

### 3.1 Auslegung der Form der Aussparungsgeometrie

Die geometrische Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke findet durch eine Veränderung der Gelenkkontur statt. Neben der Festlegung der geometrischen Form der Aussparung sind die Ausprägung des Konturüberganges und der -symmetrie weitere Gestaltmerkmale des Gelenkes, die Einfluss auf die gewünschten Eigenschaften haben (Tabelle 3.1).

**Tabelle 3.1:** Gestaltungsansätze zur Auslegung der Form der Aussparungsgeometrie

Merkmal	Kategorie	Subkategorie	Beispiel	Literatur
Aussparungs- geometrie	elementare Geometrien	Rechteck		u. a. [99, 103, 190, 260, 328, 329, 366]
		Eckenverrundung/ Viertelkreis (Rad. $r$ )		u. a. [93, 199, 218, 300, 329, 366, 382]
		Kreis/Halbkreis (Radius $R$ )		u. a. [193, 250, 314, 339, 349, 367, 371]
		Ellipse		u. a. [40, 41, 191, 313, 333, 339, 395]
		Parabel		[44, 64, 73, 128, 191, 192, 340]
		Hyperbel		[44, 73, 167, 192, 238, 340, 372]
		Zykloide		[14, 332]
		verschiedene Kombinationen		[43, 188, 194, 195, 197, 331]
	spezielle mathematische Funktionen	Polynomfkt. 3. und höherer Ordnung		[246]
		Splinefunktion		[26, 50, 382]
		Sonstige (Bézier-, Winkel-, Exp.-Fkt.)		[59, 102, 168, 346, 347, 357]
	beliebige Freiformgeometrie			[296, 400]
	Konturüber- gang zum Gliedsegment	unterschiedlicher Anstieg		
identischer Anstieg				[168, 332]
Kontur- symmetrie	symmetrisch			typische Verwendung
	transversal- symmetrisch			u. a. [160, 194, 195, 291, 308, 330, 396]
	längssymmetrisch			[42, 174, 188, 194, 339, 357]
	asymmetrisch			[160, 194, 237]

In der Regel wird die variable Gelenkhöhe mithilfe von vordefinierten Geometrieelementen beschrieben, wie z. B. Geraden, kreisförmigen und elliptischen Kurven oder kombinierten Elementen. Selten werden spezielle mathematische Funktionen verwendet, die infolge einer höheren Parameteranzahl feinere Formänderungen und damit einen größeren Lösungsraum ermöglichen. Polynome und Splines bieten zusätzlich die Möglichkeit, die minimale Gelenkhöhe  $h$  außermittig zu gestalten und dadurch die Spannungsverteilung zu verbessern [50]. Die Gestaltung mit undefinierten Freiformgeometrien auf Grundlage der beliebigen Lageanpassung von Konstruktionspunkten und anschließenden stückweisen polynomialen Interpolation (siehe Unterabschnitt 4.3.5) findet nur vereinzelt statt.

Ferner werden Festkörpergelenke mit Hinterschneidung untersucht, die u. a. bei kreisförmigen Aussparungen entstehen, deren Pfad größer als ein Halbkreis ist (z. B. [300, 306, 394]). Mitunter werden geometrisch komplexe Hinterschneidungen vorgeschlagen (z. B. [50, 149]).

Während im Allgemeinen symmetrische Festkörpergelenke untersucht werden, existieren wenige Untersuchungen zu transversalsymmetrischen Gelenken. Letztere Gelenke kommen bspw. in messtechnischen Verformungskörpern zum Einsatz (z. B. [213]). Längssymmetrische Gelenke werden vereinzelt in der Technik eingesetzt und in Patenten vorgeschlagen (z. B. [166, 322]). Eine systematische Untersuchung im Hinblick auf die Bahngenauigkeit findet nicht statt. Vor allem für Kreuzfedergelenke ist jedoch bekannt, dass sich durch Längssymmetrie ein besseres kinematisches Verhalten – bis hin zum idealen Drehgelenk ohne Verlagerung der Drehachse – realisieren lässt [153, 201, 397]. Daher erfolgt in Kapitel 6 die Konturoptimierung auf Basis längssymmetrischer Festkörpergelenke mit Aussparung.<sup>11</sup> Vollständig asymmetrische Festkörpergelenke werden mitunter für Filmgelenke vorgeschlagen.

Die in Tabelle 3.1 aufgeführten Untersuchungen finden stets für Einzelgelenke mithilfe analytischer, numerischer, experimenteller oder empirischer Methoden im Hinblick auf verschiedene Gestaltungsziele statt. Aufgrund unterschiedlicher Modellannahmen und Randbedingungen resultieren z. T. widersprüchliche Ergebnisse. Dennoch lassen sich anhand der Literatur qualitative Zusammenhänge unabhängig von den Gelenkabmessungen zusammenfassen:

- Spitze Kerben oder Knicke innerhalb der Gelenkhöhe sind zu vermeiden, da hierdurch erhöhte Spannungen entstehen. Kerbformzahlen zur Beurteilung der Spannungskonzentration für unterschiedliche Geometrien sind weiterführender Literatur (u. a. [238, 273]) zu entnehmen.
- Hinsichtlich einer niedrigen Spannung sowie einer hohen Nachgiebigkeit existiert folgende Ordnung<sup>12</sup> geeigneter Aussparungsgeometrien [65, 167, 174, 192, 340]: 1. Viertelkreis, 2. Ellipse, 3. Halbkreis, 4. Parabel, 5. Hyperbel.
- Hinsichtlich einer hohen Bahngenauigkeit existiert folgende Ordnung geeigneter Aussparungsgeometrien [65, 73, 174, 192, 340]: 1. Hyperbel, 2. Parabel, 3. Halbkreis, 4. Ellipse, 5. Viertelkreis. Im Vergleich zu Halbkreisen lässt sich u. U. auch mit Zykloiden eine höhere Genauigkeit erzielen [332].

<sup>11</sup>Für die Konturoptimierung im Hinblick auf eine geringe Bahnabweichung wird ein Modell zur Ermittlung der Drehachsenverlagerung benötigt (siehe Kapitel 5).

<sup>12</sup>Die am besten geeignete Aussparungsgeometrie ist als erstes angegeben.

## 3.2 Dimensionierung der geometrischen Gelenkparameter

Bei der Dimensionierung der geometrischen Parameter entstehen entsprechend dem Aufwand durch den Gestaltenden vornehmlich Standardkonturen (infolge einer Auswahl) und selten günstige Konturen (Variantenstudie) oder optimierte Konturen (Optimierung). Weitere Einflüsse, wie die Robustheit der gefundenen Konturen, werden vereinzelt untersucht.

### Untersuchungen zur diskreten Variation

Basierend auf Variantenstudien von Einzelgelenken mit definierter Aussparungsgeometrie können folgende prinzipielle Abhängigkeiten der Zielkriterien von den Gelenkabmessungen angegeben werden [279, 314, 382]:

- die Bahngenauigkeit sinkt mit zunehmender minimaler Gelenkhöhe  $h$  und
- die Maximalspannung sowie die Steifigkeit erhöhen sich mit zunehmender Höhe  $h$ .

Im Hinblick auf eine allgemeingültige Anwendbarkeit bei der Gestaltung werden für bestimmte Verhältnisse der Gelenkparameter diskrete Werte oder Bereiche vorgeschlagen. Dies betrifft vornehmlich Viertelkreiskonturen mit einem günstigen Spannungs-Auslenkungs-Verhältnis:

- Verhältnis des Rundungsradius zur minimalen Gelenkhöhe:  $r/h > 0,3$  [337],  $r/h = 0,64$  [366],  $r/h = 0,7$  [300],  $r/h = 1$  [329],  $r/h = 2$  [93] und  $r/h > 2$  [102];
- Verhältnis des Rundungsradius zur Gelenklänge:  $r/l = 0,1$  [220], unter Bezug auf [300].

Für Gelenke mit Kreiskonturen wird die Einhaltung folgender Verhältnisse empfohlen:

- Verhältnis des Kreisradius zur minimalen Gelenkhöhe:  $R/h > 5$  [100],
- Verhältnis der minimalen Gelenkhöhe zur Gliedhöhe:  $h/H < 0,3$  [281].

In den genannten Arbeiten wurde  $r/h$  für verschiedene Werte von  $h$  sowie der Nachgiebigkeitsverteilung bestimmt, wodurch unterschiedliche Empfehlungen resultieren. Die abweichenden Angaben für dieses Verhältnis verdeutlichen die Schwierigkeit bei der Formulierung von vereinfachten Gestaltungshinweisen für alle Parameterkonstellationen.

### Untersuchungen zur Optimierung

Im Gegensatz zur Variation finden die bestehenden Untersuchungen zur Optimierung der Festkörpergelenkkontur oft auch anwendungsbezogen im Mechanismus statt (Tabelle 3.2). Zur Lösung des mehrkriteriellen Optimierungsproblems kommen entweder deterministische oder stochastische Methoden zum Einsatz, die numerisch umgesetzt werden. In Abhängigkeit von der Anzahl der Zielkriterien und des Vorhandenseins von Nebenbedingungen lassen sich bei der nichtlinearen Optimierung prinzipiell folgende Verfahren unterscheiden [96]:

- Verfahren basierend auf ableitungsfreien Methoden (z. B. Nelder-Mead-Simplexmeth.),
- Verfahren basierend auf gradientenbasierten Methoden (z. B. Quasi-Newton-Methode),

- globale Approximationsverfahren (z. B. adaptive Antwortflächen),
- naturanaloge und weitere Verfahren zur globalen Optimierung (z. B. evolutionäre Algorithmen, Teilchenschwarmoptimierung), CAO-Verfahren oder Topologieoptimierung.

Die optimierten Konturen werden auf Basis verschiedener Aussparungsgeometrien für unterschiedliche Lastfälle, Zielkriterien und Methoden gewonnen. Es werden selten asymmetrische Gelenke und keine Polynomfunktionen berücksichtigt. Globale Antwortflächenverfahren werden nicht angewendet. Bei der Einzelgelenkoptimierung wird die Bahngenaugkeit bzw. Drehachsenverlagerung (siehe Abschnitt 5.2) meist als Nebenbedingung betrachtet.

**Tabelle 3.2:** Untersuchungen zur Optimierung der Festkörpergelenkkontur eines Einzelgelenkes oder im Mechanismus (x trifft zu, (x) trifft als Nebenbedingung zu)

Literatur	Gegenstand		Form der Aussparungsgeometrie							Symmetrie		Gelenkrandbed.			Zielkriterien/ Nebenbedingung				Optim.-verfahren					
	Einzelgelenk	Mechanismus	Kreis/Halbkreis	Ellipse	Parabel	spez. Eckenverrundung	Polynomfunktion	Splinefunktion	Bézierkurve	Freiform/Punktanpass.	symmetrisch	transv.-/längssymmetr.	Moment	Kraft	Verschiebung/Winkel	Spannung	Auslenkung	Steifigkeit	Bahngenaugkeit	Wegübersetzung	Simplex	gradientenbasiert	Antwortflächen	naturanalog/Sonstige
[26]	x						x			x		x			(x)	x		(x)			x			
[41]	x			x						x		x			x	x		x						x
[59]	x					x				x		x			x	(x)					x			
[128]	x				x					x		x	x			x		(x)						
[136]		x	x							x					x	x								
[170]		x	x							x									x					x
[172]		x	x							x							x		x		x			
[251]		x	x							x								x		x	x			
[293]		x	x							x					(x)			x			x			
[296]	x									x	x	x			x									x
[319]		x	x									x			(x)		x							
[323]		x	x							x							x					x		
[347]	x									x				x	(x)		x					x		
[369]		x	x							x							x		(x)					x
[376]	x		x							x					(x)		x					x		
[382]	x					x		x		x	x		x		x			(x)				x		
[400]	x									x	x			x		x	x							x

Es lässt sich zusammenfassen, dass der Vergleich von separat optimierten Gelenkkonturen mit direkt im Mechanismus optimierten Gelenkkonturen bisher nicht erfolgt ist. Ferner ist das Potenzial von Polynomkonturen nicht untersucht.

### Untersuchungen zur Robustheit

Prinzipiell lassen sich Abweichungen vom erwarteten Bewegungsverhalten nachgiebiger Koppelemechanismen auf die drei Fehlerarten geometrische Toleranzen infolge der Fertigung, Tem-

peraturschwankungen und Schwerkrafteinwirkung zurückführen [240]. Hinzu kommen Montageeinflüsse bei monolithischen Festkörpergelenken [5, 302]. Um den Einfluss auf die Bahngenauigkeit und Spannung zu bestimmen, wird das *robuste Design* (siehe 6.2.3) von Festkörpergelenken ausschließlich für einfache Rechteck- und Halbkreisconturen – entweder am Einzelgelenk (u. a. [131, 308, 309]) oder anwendungsbezogen (u. a. [240, 251, 292, 365]) – untersucht:

- Der Einfluss von geometrischen Toleranzen auf die Zielkriterien ist bei der minimalen Gelenkhöhe  $h$  am größten [131, 292, 308].
- Es resultieren Gliedlängenunterschiede bezogen auf den Starrkörpermechanismus [239].
- Durch eine Reduzierung des E-Moduls  $E$  kann die minimale Gelenkhöhe  $h$  vergrößert werden, wodurch hierfür größere Toleranzen zulässig sind [351].
- Neben den untersuchten geometrischen Toleranzen haben auch thermische Effekte einen mitunter nicht zu vernachlässigenden Einfluss [240].
- Im Fall von verteilter Nachgiebigkeit sind die Einflüsse geometrischer und anderer Toleranzen geringer als bei konzentrierter Nachgiebigkeit [5].

### 3.3 Geeignete Gelenkkonturen für die Analyse und Optimierung

Zur Beschreibung der Gelenkkontur prismatischer Festkörpergelenke existiert eine Vielfalt an Aussparungsgeometrien, wobei vornehmlich einfache Geometrien basierend auf elementaren mathematischen Funktionen untersucht werden. Für Einzelgelenke lässt sich anhand der Literatur feststellen, dass spannungsgünstige Gelenkkonturen mit einer hohen rotatorischen Nachgiebigkeit die größten Kreisbahnabweichungen verursachen. Von den Gelenkabmessungen haben hauptsächlich die Parameter  $l$  und  $h$  einen Einfluss auf die Gelenkeigenschaften.

Im Hinblick auf die gezielte Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke bestehen grundsätzliche Ergebnisse v. a. für Viertelkreisconturen. Der Einfluss separat optimierter Gelenkkonturen auf die Mechanismuseigenschaften ist ungeklärt. Eine Optimierung nachgiebiger Koppelmechanismen, die die Gelenkkontur einbezieht, erfolgt nur vereinzelt, für geometrisch stark beschränkte Aussparungsgeometrien und aufgrund der mehrkriteriellen Problemstellung nicht systematisch. Durch die Einführung von Asymmetrien ist eine Verbesserung der Bahngenauigkeit v. a. mit bisher nicht untersuchten längssymmetrischen Festkörpergelenken zu erwarten. Anhand der Untersuchungen zu geometrischen Toleranzen wird deutlich, dass die Robustheit optimierter Gelenkkonturen für den praktischen Einsatz geprüft werden muss.

Polynomfunktionen mit einer höheren Ordnung als zwei sind nicht Stand der Forschung. Gleichwohl versprechen sie bei vergleichbar einfacher Konturmodellierung vielfältige Gestaltungsmöglichkeiten und damit Optimierungspotenzial. In Abhängigkeit des Polynomgrades sowie der Koeffizienten sind beliebige komplexe Kurven realisierbar und auch elementare Geometrien approximierbar. Neben der Bestimmung günstiger und optimierter Polynomkonturen für Einzelgelenke ist deren Eignung für den Einsatz im Mechanismus zu untersuchen.



## 4 Analyse nachgiebiger Koppelmechanismen mit spannungsgünstigen Gelenkkonturen

Um Gestaltungshinweise für die Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen unter Einbeziehung der Festkörpergelenkkontur zu entwickeln, werden in diesem Kapitel die Auswirkungen von spannungsgünstigen Gelenkkonturen auf die Mechanismuseigenschaften untersucht. Die Analyse erfolgt mithilfe der FEM-Software *ANSYS 14.5*. Zunächst werden spannungsgünstige Gelenkkonturen bestimmt und miteinander verglichen. Als Referenzkonturen dienen Gelenke mit halbkreisförmigen und elliptischen Aussparungsgeometrien.

Basierend auf dem Syntheseansatz der Ersetzung von Starrkörpermechanismen finden die weiteren Untersuchungen exemplarisch für vier ausgewählte Mechanismen statt, die eine unterschiedliche Glied- und Gelenkzahl besitzen. Es werden ebene nachgiebige Koppelmechanismen mit prismatischen Festkörpergelenken für die Annahmen idealer Geometrien und linear elastisches Materialverhalten betrachtet. Um den Kontureinfluss auf die Mechanismuseigenschaften zu analysieren, werden neben der Aussparungsgeometrie auch die beiden maßgeblichen Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  (siehe Abbildung 4.2) variiert.<sup>13</sup>

Die Untersuchungen einzelner Festkörpergelenke werden für den gleichen Auslenkwinkel durchgeführt. Als Auswertegröße wird die maximale Spannung bzw. Dehnung<sup>14</sup> gewählt, die sich im verformten Zustand ergibt. Da die Untersuchungen eines betrachteten nachgiebigen Mechanismus für den gleichen Antriebsweg stattfinden (siehe z. B. Abbildung 4.19), ist auch der Auslenkwinkel desselben Gelenkes im Mechanismus stets vergleichbar.<sup>15</sup> Bei einem Festkörpergelenk, das in einem nachgiebigen Koppelmechanismus belastet wird, kann eine Überlagerung verschiedener Beanspruchungsarten auftreten, wie z. B. Zug/Druck und Biegung.

Zur Ermittlung der Bauteilfestigkeit bei zusammengesetzten Beanspruchungen wird mithilfe von Festigkeitshypothesen häufig eine Vergleichsspannung ( $\sigma_V$ ) bestimmt. Diese wird mit der im Zugversuch ermittelten, zulässigen Spannung ( $\sigma_{b,zul}$ ) eines genormten Prüfkörpers verglichen. Für den allgemeinen Fall ist die VON-MISES-Vergleichsspannung basierend auf der Gestaltänderungsenergiehypothese eine geeignete Auswertegröße [235], die in dieser Arbeit mithilfe von FEM-Simulationen bestimmt wird.

<sup>13</sup>Im Folgenden werden  $l$  und  $h$  auf die unveränderliche Gesamthöhe bzw. vorzugebende Gliedhöhe  $H$  bezogen. Somit lassen sich die Gelenkabmessungen als dimensionslose Parameter untersuchen.

<sup>14</sup>Da Spannungen und Dehnungen für linear elastisches Materialverhalten proportional zueinander sind, wird in dieser Arbeit die materialunabhängige Größe der Dehnung zur Ergebnisdarstellung verwendet.

<sup>15</sup>Entsprechend der kinematischen Struktur und den Abmessungen können die Drehwinkel verschiedener Gelenke eines Mechanismus jedoch unterschiedlich sein.

## 4.1 Bekannte Untersuchungen zum Einfluss der Gelenkkontur

In der Literatur werden oft nachgiebige Geradföhrungsmechanismen untersucht. Im Hinblick auf den realisierbaren Bewegungsbereich der Linearbewegung werden die Vorteile prismatischer Festkörpergelenke mit großer Gelenklänge beschrieben (s. [53, 208, 258]). Zudem existieren Untersuchungen, die den Kontureinfluss auf das Bewegungsverhalten für eine Variation der Gelenkabhmessungen betrachten (s. [256, 259, 262, 272]). Dabei werden verschiedene vier- und höhergliedrige Mechanismen zur Realisierung einer angenäherten oder exakten Gerade auf der Basis von Kreis- oder Rechteckkonturen für unterschiedliche  $l$  und  $h$  untersucht. Beschrieben ist weiterhin, dass sich der Bewegungsbereich und die Bahnngenauigkeit nachgiebiger Mechanismen durch die Verwendung komplexer Festkörpergelenke gezielt anpassen lässt (s. [48, 69, 221, 399]). Ferner wird in [282] festgestellt, dass sich die Geradenabhweichung u. U. durch hybride Mechanismen verbessern lässt. Systematische Studien zum Einfluss der Variation der Gelenkkontur auf die Bahnngenauigkeit des Mechanismus sind nicht bekannt.

Die Realisierung einer präzisen Bewegung ist in der Literatur auch bei der Gestaltung von nachgiebigen Greifern ein Zielkriterium (s. [14, 245, 402]). Zu makroskopischen Greifern für die Mikropositionierung gibt es bis auf wenige Ausnahmen (s. [15, 280]) keine Erkenntnisse zum Kontureinfluss auf die Föhrungs- und Übertragungseigenschaften.

Mit der Begründung einer geringen Kreisbahnabhweichung bei Einzelgelenken werden in nachgiebigen Positioniersystemen (u. a. [219, 277, 334]) oder Greifern (u. a. [17, 63, 320]) vorzugsweise Halbkreiskonturen gewählt, die dann mit einem großen Verhältnis  $h/H$  gestaltet werden. Die Eignung dieser dicken Festkörpergelenke im Hinblick auf die Bahnngenauigkeit nachgiebiger Mechanismen ist v. a. bei kurzen Gelenklängen  $l$  weitgehend ungeklärt. Für Geradföhrungsmechanismen wird erwähnt, dass Halbkreis- gegenüber Rechteckkonturen nachteilig sein können [255]. Für den Fall konzentrierter Nachgiebigkeit ist zudem bekannt, dass auch weiterentwickelte PSK-Modelle für große Verformungen präzisionstechnischen Anforderungen nicht genügen [216]. Insofern ist die Berücksichtigung und systematische Analyse des Einflusses der Gelenkkontur in nachgiebigen Koppelmechanismen notwendig [143, 350].

## 4.2 Bestimmung des zulässigen Auslenkwinkels halbkreisförmiger Festkörpergelenke

Beim Einsatz von Festkörpergelenken im nachgiebigen Mechanismus darf jedes Gelenk nur bis zum Erreichen der zulässigen Dehnung ausgelenkt werden. Da die Maximaldehnung bei der üblichen kreisförmigen Aussparungsgeometrie vergleichbar hoch ist, wird der zulässige Auslenkwinkel  $\varphi_{zul}$  am Festkörpergelenk mit Halbkreiskontur bestimmt.

Basierend auf analytischen Betrachtungen werden in der Literatur verschiedene Bemessungsgleichungen für  $\varphi_{zul}$  in Abhängigkeit des Verhältnisses von Steghöhe  $h$  zum Kreisradius  $R$  bei Belastung mit dem Moment  $\vec{M}_{bz}$  angegeben. Im vorliegenden Fall werden die untersuchten Gelenkabhmessungen für die Anwendung im Koppelmechanismus mit  $R = 5 \text{ mm}$ ,  $h = 0,3 \text{ mm}$

und  $l = H = 2R$  festgelegt (siehe Abschnitt 6.3). Laut YONG [373] ergeben sich, bei demselben kleinen Verhältnis  $h/R = 0,06$ , die geringsten Abweichungen zum simulativ ermittelten FEM-Wert mit der vereinfachten Gleichung 4.1 nach PAROS [250]

$$\varphi_{zP} = \frac{9 \pi \sqrt{R}}{2 E b h^{\frac{5}{2}}} \cdot M_{bz} \quad (4.1)$$

sowie der Gleichung 4.2 nach TSEYTLIN [339]

$$\varphi_{zT} = \frac{4 \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{0,1986 \cdot 2R}{h}} \right)}{E b \left( \frac{h}{2} \right)^2} \cdot M_{bz}. \quad (4.2)$$

Die Abweichungen liegen innerhalb von 5 % bzw. 6 % [373].

Unter Berücksichtigung des zulässigen Momentes für ein halbkreisförmiges Festkörpergelenk

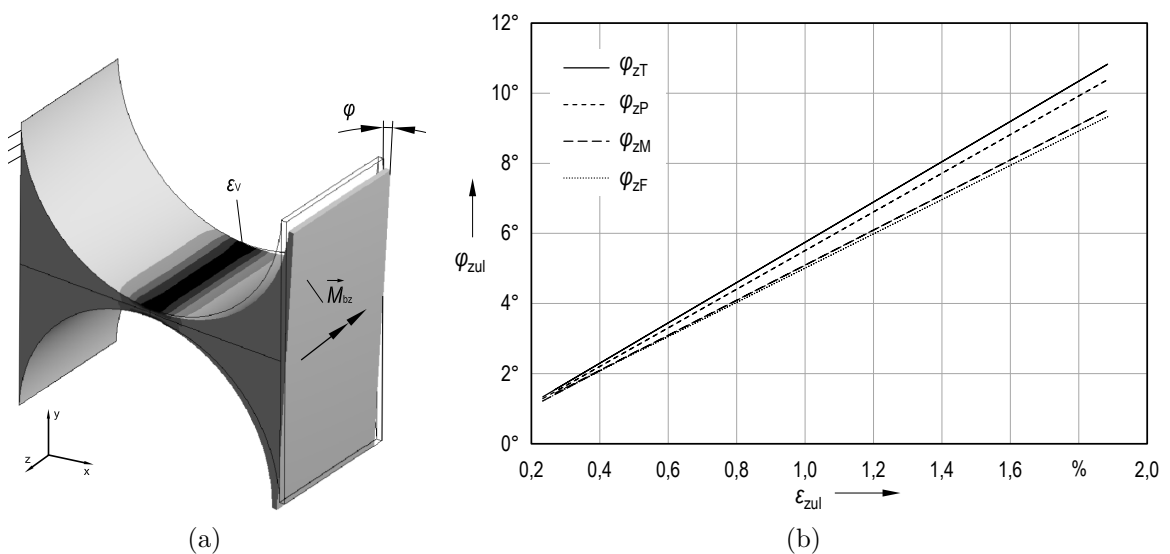
$$M_{bz} = \frac{b h^2}{6} \cdot \sigma_{bzul} \quad (4.3)$$

entsprechend der VDI-Richtlinie 2252 [349] ergeben sich mit Gleichung 2.3 die zulässigen Auslenkwinkel:

$$\varphi_{zP} = \frac{3 \pi \sqrt{R}}{4 \sqrt{h}} \cdot \varepsilon_{zul}, \quad (4.4)$$

$$\varphi_{zT} = \frac{8 \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{0,1986 \cdot 2R}{h}} \right)}{3} \cdot \varepsilon_{zul}. \quad (4.5)$$

Die analytischen Ergebnisse für  $\varphi_{zul}$  werden mit simulativ ermittelten FEM-Werten für unterschiedliche zulässige Dehnungen verglichen (Abbildung 4.1).



**Abbildung 4.1:** Zulässiger Auslenkwinkel halbkreisförmiger Festkörpergelenke mit  $R = 5$  mm und  $h = 0,3$  mm: (a) FEM-Analyse der Vergleichsdehnung bei Momentenbelastung mit Darstellung des unverformten Zustandes, (b) Vergleich des zulässigen Auslenkwinkels in Abhängigkeit der zulässigen Vergleichsdehnung

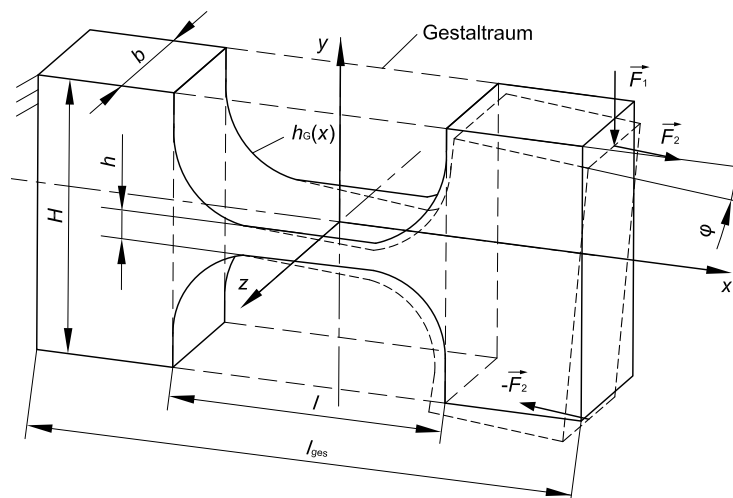
Um den Einfluss der Art der Belastung mit einzubeziehen, wird bei der FEM-Simulation in zwei getrennten Untersuchungen ein reines Moment  $\vec{M}_{bz}$  (ergibt  $\varphi_{zM}$ ) und eine Querkraft  $\vec{F}_y$  (ergibt  $\varphi_{zF}$ ) am freien Gelenkende betrachtet. Zur simulativen Ermittlung der Winkelwerte für verschiedene Werkstoffe (vgl. Tabelle 2.6) ist die Belastung solange schrittweise zu erhöhen, bis die Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  der zulässigen Dehnung  $\varepsilon_{zul}$  entspricht.

Für den zulässigen Auslenkwinkel  $\varphi_{zul}$  eines Festkörpergelenkes mit Halbkreiskontur besteht ein linearer Zusammenhang zur zulässigen Dehnung  $\varepsilon_{zul}$  des Werkstoffes. Die analytischen und simulativen Ergebnisse weichen für typische Metalle weniger als 10% voneinander ab. Der berechnete Auslenkwinkel  $\varphi_{zT}$  ist stets größer als  $\varphi_{zP}$ , wodurch sich eine geringfügig größere Abweichung ergibt. Daher kann der vergleichbar einfache Ansatz von PAROS bei der Winkelbestimmung und Gestaltung von nachgiebigen Koppelmechanismen verwendet werden. Der Einfluss der Art der Belastung ist bei der FEM-Berechnung des zulässigen Auslenkwinkels im betrachteten Winkelbereich vernachlässigbar klein.

Da in dieser Arbeit der für Federwerkstoffe übliche vereinfachte Festigkeitsnachweis anhand der Dehngrenze ( $\sigma_{bzul} = R_{p0,2}$ , [214]) berücksichtigt wird, ergibt sich für den gewählten Aluminiumwerkstoff EN AW 7075 eine kritische Dehnung von  $\varepsilon_{zul} \approx 0,7\%$ . Nach Gleichung 4.4 und mit den genannten Gelenkabmessungen darf der Auslenkwinkel für Halbkreisconturen somit maximal  $\varphi_{zul} \approx 4^\circ$  betragen.

### 4.3 Gestaltung der Gelenkkontur für ein minimales Spannungs-Auslenkungs-Verhältnis

Ziel der Untersuchungen in diesem Abschnitt ist die spannungsgünstige Gestaltung der Festkörpergelenkkontur  $h_G(x)$  eines einseitig fest eingespannten Einzelgelenkes bei identischer Auslenkung (Abbildung 4.2).



**Abbildung 4.2:** Darstellung des Einzelgelenkes mit dem Gestaltraum für  $h_G(x)$  in unausgelenkter und ausgelenkter Lage infolge verschiedener Belastungen am freien Gelenkende (Querkraft  $\vec{F}_1 = \vec{F}_y$  oder reines Moment durch  $\{\vec{F}_2, -\vec{F}_2\}$ )

Eine vorgegebene Belastung am freien Gelenkende führt infolge einer Querkraft oder infolge eines Momentes zu einer Biegebeanspruchung. Die Ergebniskonturen werden FEM-basiert und ergänzend mithilfe von analytischen Methoden ermittelt.

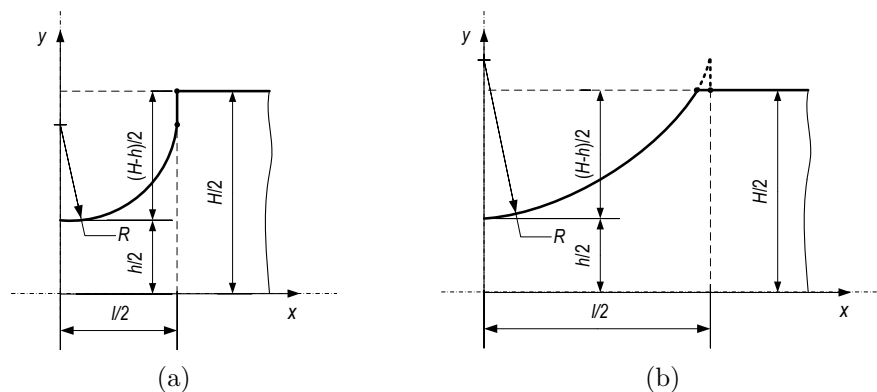
Bei der Modellbildung und Simulation eines einzelnen Festkörpergelenkes ist zu beachten, dass in Abhängigkeit der Aussparungsgeometrie auch eine Verformung des Anschlussquerschnittes stattfindet [371, 393]. Die hieraus resultierende Dehnung ist bei der FEM-Analyse zu berücksichtigen. Deswegen wird das Gelenk (Gelenklänge  $l$ ) zusammen mit Teilen der beidseitig angrenzenden Gliedsegmente (Gesamtlänge  $l_{\text{ges}}$ ) modelliert.

Aus der Literatur ist bekannt, dass die Anwendbarkeit des ebenen Spannungs- oder Verzerungszustandes bei einer zweidimensionalen Analyse von Festkörpergelenken vom geometrischen Dickenverhältnis  $h/H$  abhängt [393]. Außerdem resultieren bei einer 2D-Simulation unterschiedliche optimale Ergebniskonturen, je nachdem ob hierfür ein Halb- oder Viertelmodell des Gelenkes verwendet wird [366]. Zudem kann in einem Festkörpergelenk aufgrund von Kerbwirkung eine Querkontraktion auftreten, die bei der Auswertung von Spannungen zu Randeffekten führt. Daher ist ein dreidimensionales FEM-Modell zu bevorzugen [395].

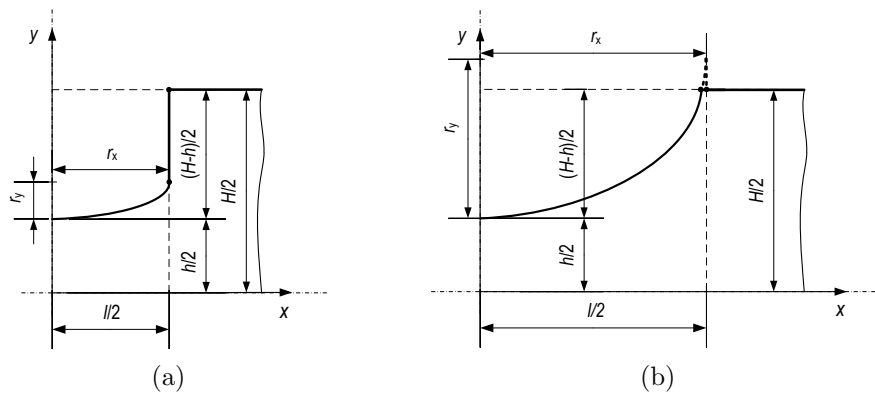
Aus den genannten Gründen finden die FEM-basierten Untersuchungen in dieser Arbeit dreidimensional mit dem kompletten Festkörpergelenk sowie seinen angrenzenden Gliedsegmenten statt. Bei den FEM-Simulationen werden große Verformungen infolge nichtlinearer Geometrieigenschaften berücksichtigt. Weitere Annahmen für die Modellbildung sind linear elastisches Materialverhalten und eine vergleichbare Diskretisierung bei der Vernetzung.

### 4.3.1 Halbkreis- und Ellipsenkonturen

Für Festkörpergelenkkonturen werden häufig Halbkreise verwendet. Im Vergleich zu Halbkreisconturen stellen Ellipsenkonturen einen Kompromiss zwischen niedriger Spannung und hoher Bahngenauigkeit dar [191, 339]. Daher werden als Referenzkonturen Gelenke mit halbkreisförmiger Aussparungsgeometrie (Radius  $R = l/2$ ) sowie elliptischer Aussparungsgeometrie (Halbradien  $r_x = l/2$  und  $r_y = l/4$ ) untersucht. Der prinzipielle Aufbau der für die Simulation genutzten CAD-Modelle wird in Abbildung 4.3 und Abbildung 4.4 verdeutlicht.



**Abbildung 4.3:** Viertelmodell der Halbkreiscontur mit  $R = l/2$  (nicht maßstäblich): (a) für  $l < H - h$ , (b) für  $l > H - h$

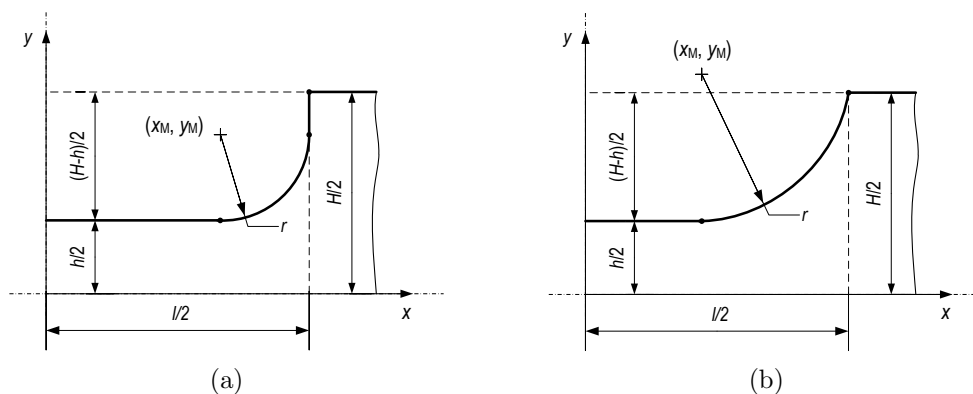


**Abbildung 4.4:** Viertelmodell der Ellipsenkontur mit  $r_x = l/2$  und  $r_y = l/4$  (nicht maßstäblich): (a) für  $l < 2(H - h)$ , (b) für  $l > 2(H - h)$

In Abhängigkeit des Verhältnisses  $l/(H - h)$  bei Halbkreisconturen bzw.  $l/2(H - h)$  bei Ellipsenkonturen resultieren je zwei Fälle zur Beschreibung der Festkörpergelenkkontur, die bei der Erstellung eines parametrisierten CAD-Modells unterschieden werden müssen. Für kurze Gelenke sind ein vollständiger Halbkreis bzw. eine halbe Ellipse zu modellieren, deren Kreisbögen tangential in die zusätzlich benötigte vertikale Linie übergehen (Abbildung 4.3a und Abbildung 4.4a). Für lange Gelenke entspricht die Gelenkkontur keinem vollständigen Halbkreis bzw. keiner halben Ellipse, weshalb eine weitere, im Vergleich zur Gelenklänge kurze horizontale Linie vorhanden ist (Abbildung 4.3b und Abbildung 4.4b).

### 4.3.2 Viertelkreiskonturen

Ziel der in diesem Unterabschnitt durchgeführten FEM-Simulation von Viertelkreiskonturen ist die Bestimmung eines spannungsoptimalen Rundungsradius  $r$  für unterschiedliche Gelenkabmessungen. Dazu wird eine Variantenstudie für eine Änderung der Gelenklänge  $l$  (bei konstantem Verhältnis  $h/H$ ) sowie der minimalen Gelenkhöhe  $h$  (bei konstantem Verhältnis  $l/H$ ) exemplarisch für den grundlegenden Lastfall der Querkraft  $\vec{F}_y$  durchgeführt. Abhängig vom Wert des verwendeten Radius werden zwei verschiedene CAD-Modelle berücksichtigt (Abbildung 4.5).



**Abbildung 4.5:** Viertelmodell der Viertelkreiskontur mit dem Radius  $r$  der Eckenverrundung (nicht maßstäblich): (a) für  $r < (H - h)/2$ , (b) für  $r \geq (H - h)/2$

Für kurze Gelenke gehen die Kreisbögen stets tangential in die zwei angrenzenden Linien über (Abbildung 4.5a). Für lange Gelenke existiert nur ein tangentialer Übergang (Abbildung 4.5b). Die Koordinaten des Mittelpunktes  $(x_M, y_M)$  ergeben sich wie folgt:

$$x_M = \frac{l}{2} - r, \quad y_M = \frac{h}{2} + r \quad \text{für } r < \frac{(H-h)}{2}, \quad (4.6)$$

$$x_M = \frac{l}{2} - \sqrt{r^2 - \left(r - \frac{H}{2} + \frac{h}{2}\right)^2}, \quad y_M = \frac{h}{2} + r \quad \text{für } r \geq \frac{(H-h)}{2}. \quad (4.7)$$

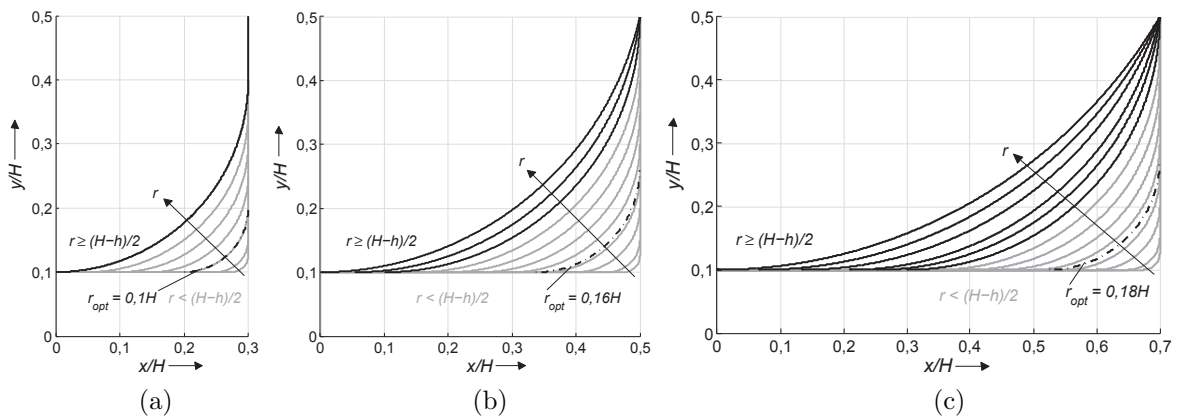
Der Auslenkwinkel kann bei der Untersuchung von Festkörpergelenken nicht explizit vorgegeben werden. Um dennoch einen vergleichbaren Auslenkwinkel zu erreichen, wird die richtungstreue Kraft  $\vec{F}_y$  in der Simulation verschiebungsgesteuert in Form einer Kantenverschiebung  $u_y = -0,05H$  an der Stelle  $x = l_{\text{ges}}/2 = 2,5H$  realisiert. Die Verschiebung  $u_x$  der Kante ist freigegeben. Hierdurch ergibt sich der Auslenkwinkel  $\varphi = 1,2^\circ$ .<sup>16</sup> Die notwendige Kraft kann bei der Ergebnisauswertung ermittelt werden.

Der Einfluss der Gelenklänge und der minimalen Gelenkhöhe auf den spannungsoptimalen Rundungsradius ist in Abbildung 4.6 für drei Beispielkonturen dargestellt. Die Untersuchung wurde für folgende Wertebereiche durchgeführt [183]:

- Variation des Rundungsradius  $r$  von  $r_{\min} = 0,025H$  bis

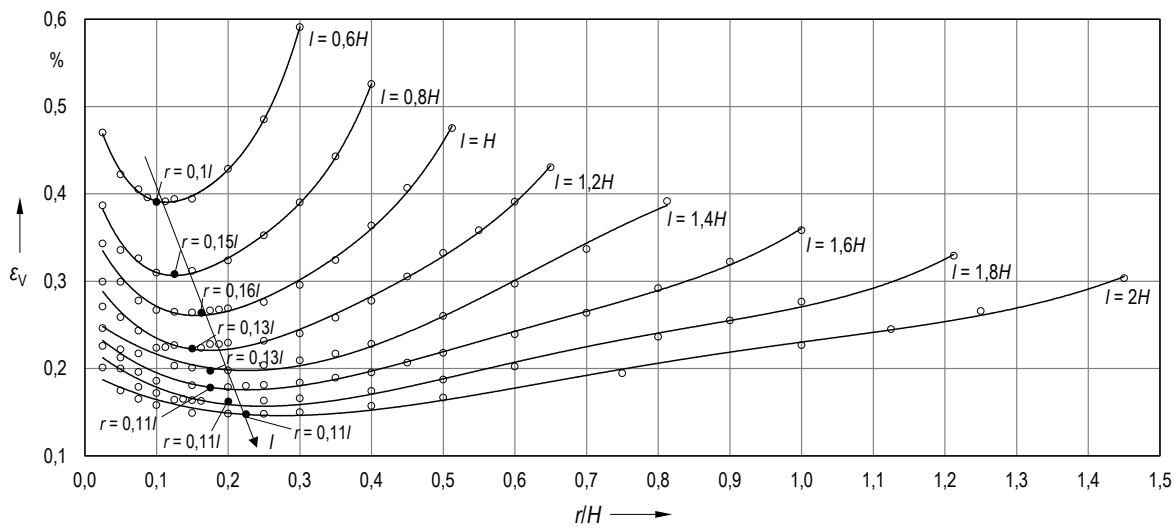
$$r_{\max} = \frac{(H-h)^2 + l^2}{4(H-h)}, \quad (4.8)$$

- Variation der Gelenklänge  $l$  im Bereich von  $0,6H$  bis  $2H$  bei einer minimalen Gelenkhöhe  $h = 0,2H$  und
- Variation der minimalen Gelenkhöhe  $h$  im Bereich von  $0,025H$  bis  $0,25H$  bei einer Gelenklänge  $l = H$ .



**Abbildung 4.6:** Spannungsoptimaler Radius  $r$  der Eckenverrundung in Abhängigkeit von der Gelenklänge  $l$  für  $h = 0,2H$  (optimale Kontur ist markiert, Darstellung eines Gelenkviertels basierend auf [183]): (a)  $l = 0,6H$ , (b)  $l = H$ , (c)  $l = 1,4H$

<sup>16</sup>In Abhängigkeit von den Parametern der Gelenkkontur ergeben sich marginal abweichende Auslenkwinkel, die auf den angegebenen Wert gerundet sind.



**Abbildung 4.7:** FEM-Ergebnisse zur Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  für eine Variation des Rundungsradius  $r$  in Abhängigkeit der Gelenklänge  $l$  für  $h = 0,2H$  und  $\varphi = 1,2^\circ$  (optimaler Rundungsradius ist markiert, eigene Darstellung basierend auf [183])

Abhängig vom Rundungsradius ergeben sich für unterschiedliche Gelenklängen verschiedene maximale Werte der Vergleichsdehnung (Abbildung 4.7), die für den gewählten Auslenkwinkel unterhalb der in Abschnitt 4.2 ermittelten zulässigen Dehnung liegen. Ein sehr kleiner Radius bewirkt aufgrund einer diskontinuierlichen Konturänderung eine Spannungskonzentration in den entstehenden Ecken. Auch ein großer Radius führt abhängig von der Gelenklänge zu einem deutlichen Spannungsanstieg. Für die untersuchte minimale Gelenkhöhe kann ein auf die Gelenklänge bezogener spannungsoptimaler Radius  $r$  im Bereich von  $0,1l$  bis  $0,16l$  festgestellt werden. Die Abhängigkeit des optimalen Rundungsradius von der minimalen Gelenkhöhe ist vernachlässigbar gering (weitere Details hierzu siehe [183]).

Für den Vergleich verschiedener Gelenkkonturen in Unterabschnitt 4.3.6 wird die spannungsgünstig verrundete Kontur mit  $r = 0,1l$  gewählt, da dieses Verhältnis auch in der Literatur bestätigt wird (siehe [220, 300]).

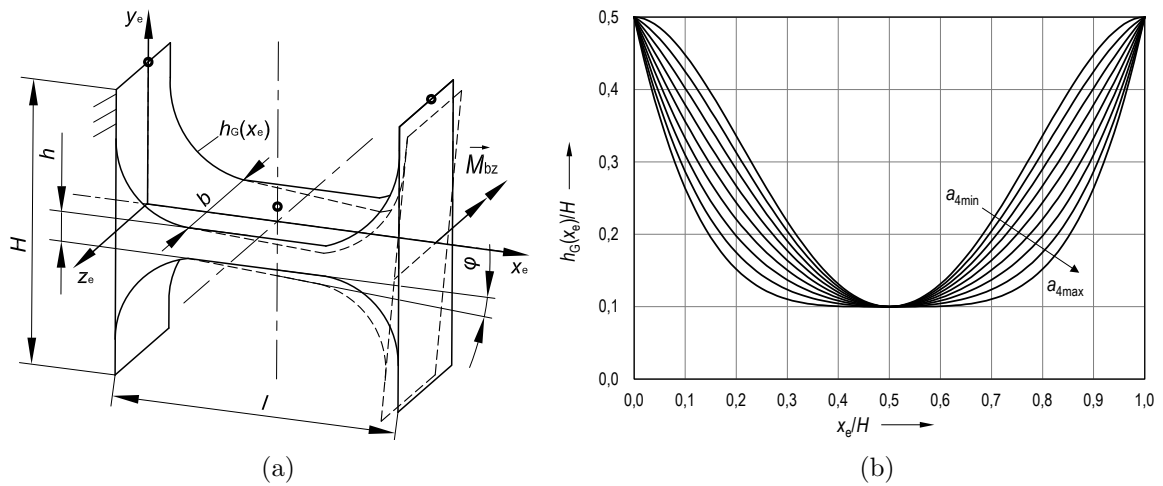
### 4.3.3 Polynomkonturen vierter Ordnung

Wie in Kapitel 3 beschrieben, sind Polynomkonturen gut für die gezielte Gestaltung der Festkörpergelenkkontur geeignet. Deshalb werden in diesem Unterabschnitt Festkörpergelenke auf Basis einer Polynomfunktion untersucht. Die Koeffizienten der Polynomfunktion sollen für eine maximale Auslenkung analytisch bestimmt werden, wobei hierfür ausschließlich die Gelenklänge  $l = l_{\text{ges}}$  betrachtet wird (Abbildung 4.8a).

Die variable Festkörpergelenkhöhe  $h_G(x_e)$  eines bei  $x_e = 0$  fest eingespannten Gelenkes lässt sich im Intervall  $x_e \in [0, l]$  mittels einer Polynomfunktion der Ordnung  $n$  beschreiben:

$$h_G(x_e) = a_0 + a_1 x_e + a_2 x_e^2 + a_3 x_e^3 + \dots + a_n x_e^n. \quad (4.9)$$





**Abbildung 4.8:** Untersuchtes Gelenksegment mit Polynomfunktion 4. Ordnung: **(a)** Modell und Parameter, **(b)** exemplarische Darstellung der resultierenden Kurvenschar  $h_G(x_e)$  eines halben Gelenkes in Abhängigkeit des Koeffizienten  $a_4$  im Bereich von  $a_{4\min}$  bis  $a_{4\max}$  für  $l = H$  und  $h = 0,2H$  (basierend auf [178])

Für eine Polynomfunktion 4. Ordnung erlauben die vier geometrischen Randbedingungen

$$h_G(x_e = 0) = \frac{H}{2}, \quad (4.10)$$

$$h_G\left(x_e = \frac{l}{2}\right) = \frac{h}{2}, \quad (4.11)$$

$$h'_G\left(x_e = \frac{l}{2}\right) = 0, \quad (4.12)$$

$$h_G(x_e = l) = \frac{H}{2}, \quad (4.13)$$

die Ermittlung der Koeffizienten  $a_0$  bis  $a_3$  in Abhängigkeit des fünften Koeffizienten  $a_4$ :

$$a_0 = \frac{H}{2}, \quad (4.14)$$

$$a_1 = -\frac{2(H-h)}{l} - \frac{a_4 l^3}{4}, \quad (4.15)$$

$$a_2 = \frac{2(H-h)}{l^2} + \frac{5a_4 l^2}{4}, \quad (4.16)$$

$$a_3 = -2a_4 l. \quad (4.17)$$

Für den Fall der reinen Biegung – also der Annahme eines bzgl.  $x_e$  konstanten Momentes  $\vec{M}_{bz}$  infolge des Kräftepaars  $\{\vec{F}_2, -\vec{F}_2\}$  – und bei Anwendung der linearen Balkentheorie kann die Durchbiegung  $v$  am Gelenkende mit Hilfe der Verformungsgleichung berechnet werden, die nur noch eine Funktion der Höhe  $h_G(x_e, a_4)$  ist:

$$v(x_e, a_4) = \frac{M_{bz}}{E} \int_0^l \int_0^l \frac{1}{I_z(x_e, a_4)} dx_e^2 = \frac{3 M_{bz}}{2 E b} \int_0^l \int_0^l \frac{1}{h_G(x_e, a_4)^3} dx_e^2. \quad (4.18)$$

Der maximale Auslenkwinkel ergibt sich am Gelenkende ( $x_e = l$ ) und ist eine Funktion des Koeffizienten  $a_4$ :

$$\varphi(l, a_4) = v'(l, a_4) \longrightarrow \max. \quad (4.19)$$

Zur Bestimmung von  $a_4$  werden mit dem Konturanstieg an beiden Gelenkenden zwei weitere Bedingungen eingeführt:

$$h'_G(x_e = 0) \leq 0, \quad (4.20)$$

$$h'_G(x_e = l) \geq 0. \quad (4.21)$$

Es kann gezeigt werden, dass es einen Wertebereich für den Koeffizienten  $a_4$  gibt, sodass nur ein Extrempunkt im betrachteten Intervall vorhanden ist und damit das globale Minimum an der Stelle  $x_e = l/2$  liegt (Untersuchungen hierzu wurden vom Autor in [178] durchgeführt):

$$a_{4 \min} \leq a_4 \leq a_{4 \max} \quad \text{mit} \quad a_{4 \min} = -\frac{8(H-h)}{l^4}, \quad a_{4 \max} = \frac{8(H-h)}{l^4}. \quad (4.22)$$

In Abhängigkeit von  $a_4$  ergibt sich für diesen Bereich die dargestellte Kurvenschar (Abbildung 4.8b), wobei  $\varphi$  stets für  $a_4 = a_{4 \max}$  am größten ist. Mit  $a_{4 \max}$  resultiert die Polynomfunktion 4. Ordnung wie folgt:

$$h_G(x_e) = \frac{H}{2} - \frac{4(H-h)}{l} x_e + \frac{12(H-h)}{l^2} x_e^2 - \frac{16(H-h)}{l^3} x_e^3 + \frac{8(H-h)}{l^4} x_e^4. \quad (4.23)$$

Durch Umformung von Gleichung 4.23 und bezogen auf den Gelenkmittelpunkt ( $x = x_e + l/2$ ) ergibt sich folgende biquadratische Polynomfunktion zur Beschreibung einer Gelenkhälfte:

$$h_G(x) = \frac{h}{2} + \frac{8(H-h)}{l^4} x^4. \quad (4.24)$$

Es handelt sich um eine symmetrische Polynomfunktion, für die gilt:

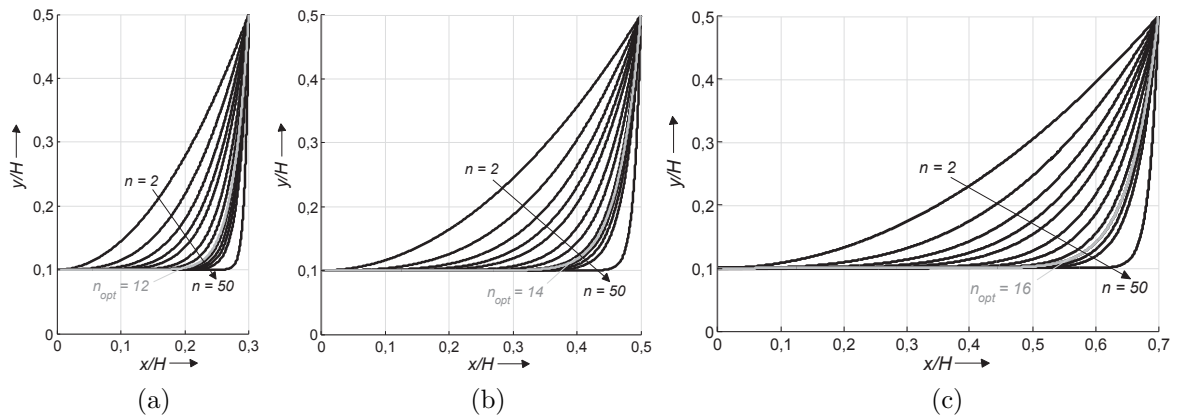
$$h_G(-x) = h_G(x). \quad (4.25)$$

Die Polynomfunktion 4. Ordnung nach Gleichung 4.24 wird für den Vergleich verschiedener Gelenkkonturen in Unterabschnitt 4.3.6 verwendet. Die Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  können dabei beliebig variiert werden.

#### 4.3.4 Polynomkonturen höherer Ordnung

Ziel der Untersuchung in diesem Unterabschnitt ist die Bestimmung des Einflusses des Polynomgrades  $n$  auf die resultierende Spannung bzw. Dehnung von Festkörpergelenken mit Polynomkontur. Zur allgemeinen Beschreibung einer Gelenkhälfte lässt sich die Polynomfunktion 4. Ordnung (Gleichung 4.24) für einen geradzahigen Grad  $n$  wie folgt ausdrücken:

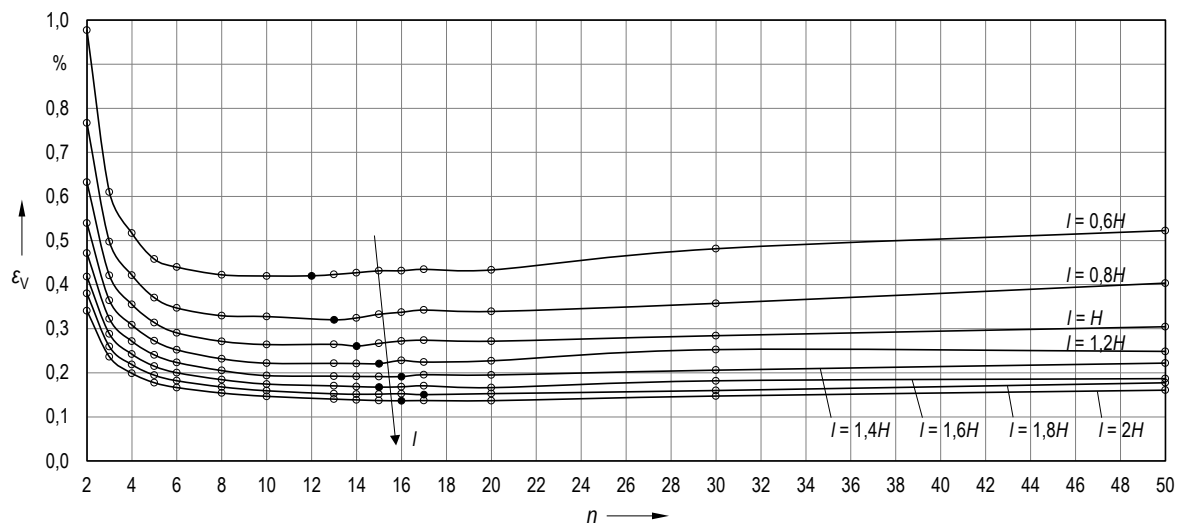
$$h_G(x) = \frac{h}{2} + \frac{\left(\frac{H-h}{2}\right)}{\left(\frac{l}{2}\right)^n} x^n, \quad n \in \mathbb{N} \mid \exists q \in \mathbb{N} : n = 2q. \quad (4.26)$$



**Abbildung 4.9:** Spannungsoptimaler Polynomgrad  $n$  in Abhängigkeit von der Gelenklänge  $l$  für  $h = 0,2H$  (optimale Kontur ist markiert, Darstellung eines Gelenkviertels basierend auf [183]): (a)  $l = 0,6H$ , (b)  $l = H$ , (c)  $l = 1,4H$

Die im Unterabschnitt 4.3.3 verwendeten geometrischen Bedingungen sind auch in diesem Fall erfüllt, wodurch vergleichbare Polynomkonturen gewährleistet sind. Durch die Erstellung eines Gelenkviertels und anschließende Spiegelung lassen sich zudem ungerade  $n$  untersuchen. Mithilfe einer FEM-basierten Variantenstudie von  $n = 2$  bis  $n = 50$  wird der hinsichtlich der geringsten Vergleichsdehnung optimale Polynomgrad in Abhängigkeit von der Gelenklänge ermittelt (Abbildung 4.9 und Abbildung 4.10). Die Untersuchung findet für den gleichen Auslenkwinkel  $\varphi = 1,2^\circ$  statt, wobei der Lastfall einer Querkraft  $\vec{F}_y$  (realisiert über die Verschiebung  $u_y = -0,05H$  an der Stelle  $x = l_{\text{ges}}/2 = 2,5H$ ) berücksichtigt wird.

Ausgehend von einer quadratischen Funktion bewirkt eine Erhöhung von  $n$  eine Abflachung der Funktion und damit eine Annäherung an Viertelkreiskonturen mit kleinen Radien. Niedrige Polynomgrade  $n$  bewirken eine Zunahme der maximalen Dehnung (Abbildung 4.10). Aber auch sehr hohe  $n$ -Werte führen zu einer Dehnungszunahme, v. a. bei kurzen Gelenken.



**Abbildung 4.10:** FEM-Ergebnisse zur Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  für eine Variation des Polynomgrades  $n$  in Abhängigkeit von der Gelenklänge  $l$  für  $h = 0,2H$  und  $\varphi = 1,2^\circ$  (optimaler Polynomgrad ist markiert)<sup>17</sup>

<sup>17</sup>Im Diagramm sind auch Ergebnisse für Polynomkonturen mit ungeradem  $n$  dargestellt. Diese sind im CAD-Modell durch Erstellung eines Gelenkviertels für  $x \geq 0$  sowie Spiegelung bzgl. der  $y$ -Achse realisierbar.

Zudem ergeben sich für verschiedene Gelenklängen unterschiedliche Dehnungsniveaus. Für die betrachtete Steghöhe  $h = 0,2H$  existiert abhängig von  $l$  ein Polynomgrad für ein minimales Verhältnis der Dehnung bezogen auf den Auslenkwinkel. Der optimale Polynomgrad liegt für die durchgeführten Untersuchungen im Bereich von  $n = 12$  bis  $n = 17$ . Im erweiterten Bereich von  $n = 10$  bis  $n = 20$  unterscheiden sich die Dehnungswerte nur geringfügig.

Für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit wird der spannungsgünstige Polynomgrad  $n = 16$  gewählt, um auch lange Festkörpergelenke zu berücksichtigen. Damit ergibt sich folgende Polynomfunktion höherer Ordnung zur Beschreibung einer Gelenkhälfte:

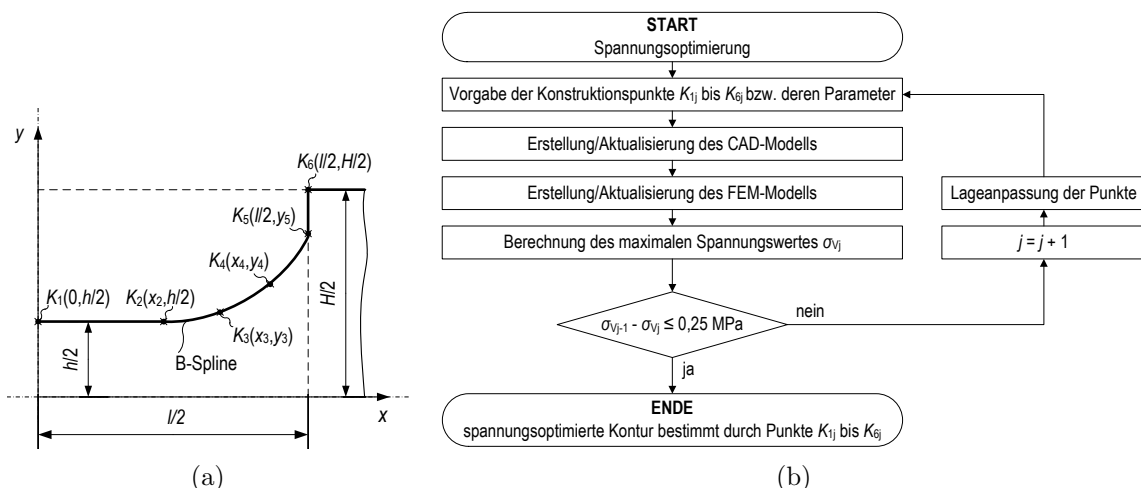
$$h_G(x) = \frac{h}{2} + \frac{32768(H-h)}{l^{16}} x^{16}. \quad (4.27)$$

### 4.3.5 Spannungsoptimierte Freiformkonturen

Um die vorgeschlagenen, auf Variantenstudien basierenden Viertelkreis- und Polynomkonturen mit speziell optimierten Freiformkonturen vergleichen zu können, findet in diesem Unterabschnitt eine Optimierung der Gelenkkontur mithilfe der FEM statt. Zielkriterium ist die Minimierung der Vergleichsspannung bei vorgegebener Auslenkung am Gelenkende.

Im Hinblick auf spannungsoptimierte Konturen erfolgt bei bekannten Untersuchungen in der Literatur eine kraftgesteuerte Minimierung der Bauteilspannung durch Vorgabe des Betrages der Belastung (u. a. [212, 296]). Mithilfe der CAO-Methode und der Umsetzung der Wachstumsregel entstehen so durch Materialanlagerung oft optimierte Formen mit erhöhter Steifigkeit, um dem Axiom der konstanten Spannung gerecht zu werden.

Dagegen findet die Optimierung in dieser Arbeit verschiebungsgesteuert durch Vorgabe der Auslenkung statt, wodurch sich andere optimierte Konturen ergeben. Betrachtet werden Festkörpergelenke für eine Kantenverschiebung in negative  $y$ -Richtung bei freigegebener  $x$ -Verschiebung. Die Optimierung wird exemplarisch für die minimale Gelenkhöhe  $h = 0,2H$  und die beiden Gelenklängen  $l = 0,5H$  sowie  $l = H$  durchgeführt.



**Abbildung 4.11:** Untersuchung spannungsoptimierter Freiformkonturen: (a) Viertelmodell mit Konstruktionpunkten, (b) Programmablaufplan der Optimierung

Für die Optimierung auf Basis einer Freiformgeometrie wurde in [354] vom Autor betreut eine abgewandelte CAO-Methode umgesetzt. Hierbei erfolgt eine Lageanpassung der  $x$ - und  $y$ - Koordinaten der vier veränderlichen Konstruktionspunkte  $K_2$  bis  $K_5$  (Abbildung 4.11).

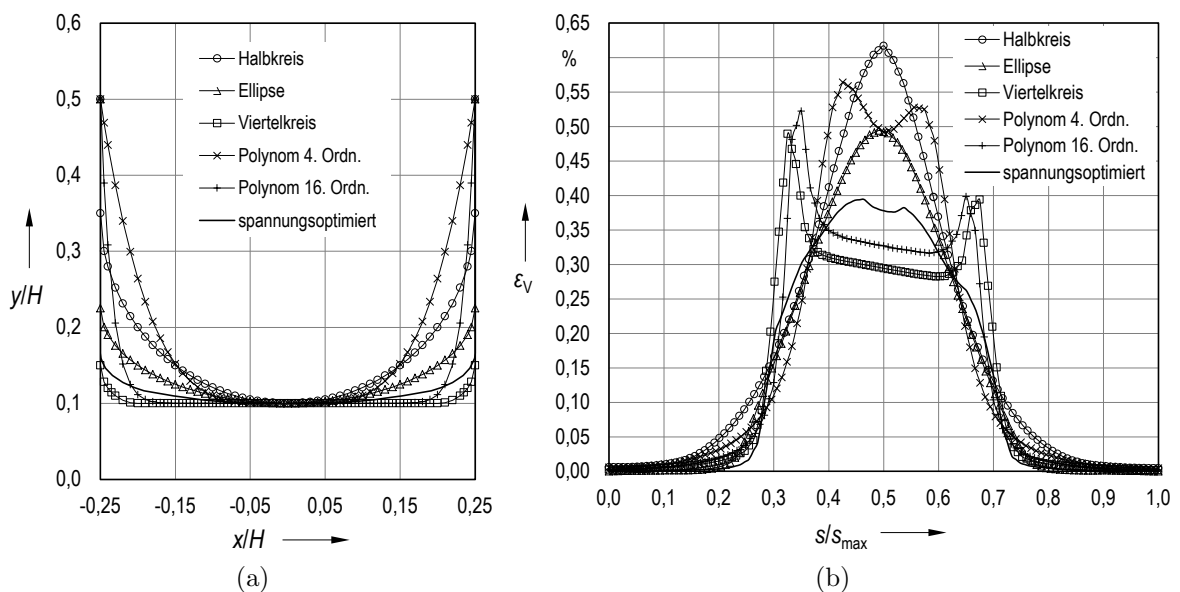
Durch die Verbindung der vier Konstruktionspunkte mit einem stückweise polynomialen B-Spline, die zusätzliche tangenzenstetige Verbindung mit zwei angrenzenden Linien und die anschließende Extrudierung entsteht ein Viertel des Festkörpergelenkes. Entsprechend dem symmetrischen Aufbau resultiert das parametrisierte CAD-Gesamtmodell des Gelenkes durch zweimalige Spiegelung entlang der  $x$ - und  $y$ -Achse. Außerdem ist im Modell zusätzlich die Gesamtlänge  $l_{\text{ges}}$  der angrenzenden Gliedsegmente zu berücksichtigen (vgl. Abbildung 4.2).

Nach der Modellerstellung erfolgt jeweils mittels einer FEM-Simulation die Berechnung der maximalen Vergleichsspannung, die als Auswertekriterium dient. Die Punktlagen werden in vorgegebenen Grenzen ausgehend von den Startwerten solange in bestimmten Schrittweiten variiert (weitere Details hierzu siehe [354]), bis nur noch eine geringfügige Reduzierung des Neuberechneten Spannungswertes gegenüber dem alten Wert eintritt. Nach Erfüllung des Abbruchkriteriums ist die spannungsoptimierte Freiformkontur bestimmt.

Die für den Konturvergleich resultierenden spannungsoptimierten Freiformkonturen sind für die beiden untersuchten Gelenklängen in Abbildung 4.12a und Abbildung 4.13a dargestellt.

### 4.3.6 Konturvergleich

Bei dem in diesem Unterabschnitt durchgeführten Konturvergleich werden die beiden Referenzkonturen (Unterabschnitt 4.3.1) und die vier ermittelten Gelenkkonturen (Unterabschnitt 4.3.2 bis 4.3.5) im Hinblick auf die resultierende Vergleichsdehnung sowie die Steifigkeit mit Hilfe einer FEM-Simulation untersucht.

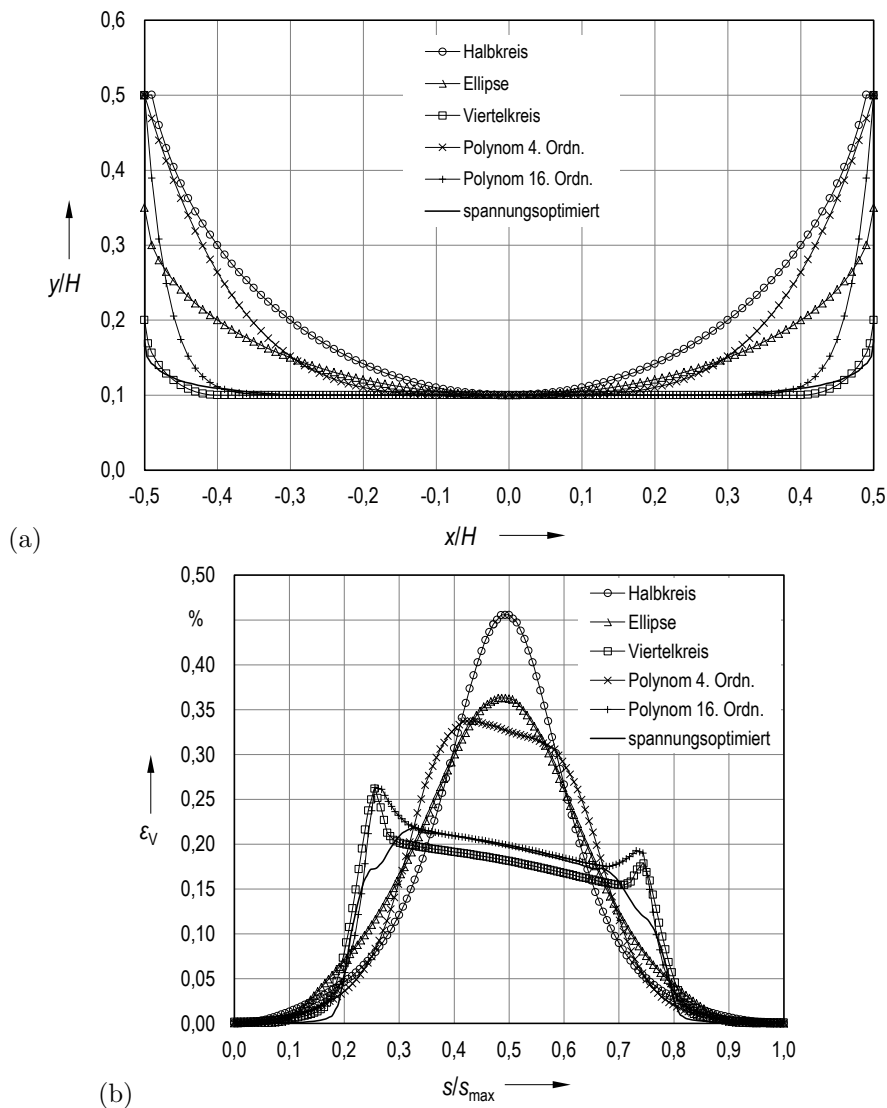


**Abbildung 4.12:** Simulativer Vergleich der Gelenkkonturen für  $l = 0,5H$  und  $h = 0,2H$ :  
 (a) Darstellung der sechs untersuchten Konturen (Gelenkhälfte), (b) Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  der Bogenlängenposition  $s$  bezogen auf  $s_{\text{max}}$  ( $\varphi = 1,2^\circ$ )

Wie in Abschnitt 5.5 gezeigt, hat die Variation des Lastfalls und von  $l_{\text{ges}}$  keinen Einfluss auf das qualitative sowie quantitative Spannungs- und Verformungsverhalten bei identischem Auslenkwinkel. Deshalb findet die Untersuchung bei gleichem Auslenkwinkel  $\varphi = 1,2^\circ$  exemplarisch für den Lastfall einer Querkraft  $\vec{F}_y$  statt, die über die Kantenverschiebung  $u_y = -0,05H$  an der Stelle  $x = l_{\text{ges}}/2 = 2,5H$  realisiert wird (vgl. Abbildung 4.2).

Die sechs untersuchten Gelenkkonturen des Einzelgelenkes sowie die FEM-Ergebnisse zur Dehnung sind für zwei unterschiedliche Gelenklängen in Abbildung 4.12 und Abbildung 4.13 dargestellt.

Wird nur der Maximalwert der Dehnung betrachtet ist ersichtlich, dass mit den spannungsoptimierten Freiformkonturen eine deutliche Reduzierung der Dehnung bzw. analog der Spannung erreicht werden kann (Tabelle 4.1). Aber auch spannungsgünstig verrundete Viertelkreiskonturen und Polynomkonturen 16. Ordnung weisen, verglichen mit der ungünstigsten Halbkreiscontur, ein geringes Dehnungsniveau auf.



**Abbildung 4.13:** Simulativer Vergleich der Gelenkkonturen für  $l = H$  und  $h = 0,2H$ : (a) Darstellung der sechs untersuchten Konturen (Gelenkhälfte), (b) Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  der Bogenlängenposition  $s$  bezogen auf  $s_{\text{max}}$  ( $\varphi = 1,2^\circ$ )

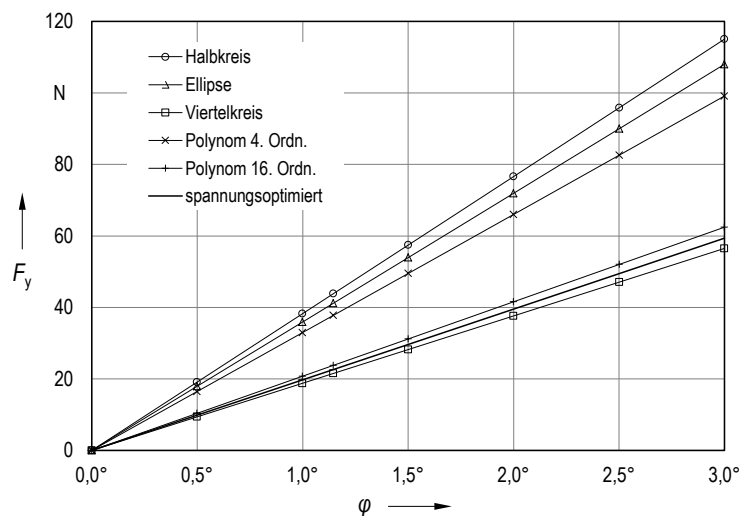
**Tabelle 4.1:** FEM-Ergebnisse des Konturvergleichs für die maximale Vergleichsdehnung

Gelenkkontur	$l = 0,5H$		$l = H$	
	$\varepsilon_V$ in %	entspricht	$\varepsilon_V$ in %	entspricht
Halbkreis ( $R = l/2$ )	0,62	100 %	0,46	100 %
Ellipsenkontur ( $r_x = 2r_y = l/2$ )	0,49	79 %	0,36	78 %
Viertelkreiskontur ( $r = 0,1l$ )	0,49	79 %	0,26	57 %
Polynomkontur 4. Ordn., Gleichung 4.24	0,56	90 %	0,34	74 %
Polynomkontur 16. Ordn., Gleichung 4.27	0,52	84 %	0,26	57 %
spannungsoptimierte Freiformkontur	0,39	63 %	0,22	48 %

Neben dem Maximalwert ist auch die Verteilung der Dehnung entlang des Pfades  $s$  der Gelenkkontur  $h_G(x)$  ein zu beachtendes Kriterium (Abbildung 4.12b und Abbildung 4.13b). Die Auswertung der Dehnungsverteilung erfolgt durch den Bezug der Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  auf das Verhältnis der betrachteten Bogenlängenposition zur Gesamtbogenlänge  $s/s_{\max}$  der jeweiligen Aussparungsgeometrie.<sup>18</sup>

Es ist ersichtlich, dass die spannungsoptimierten Freiformkonturen zu einer Homogenisierung des Spannungs- bzw. Dehnungsverlaufes über die gesamte Bogenlänge führen. Dies bestätigt, dass der Maximalwert durch Berücksichtigung des Axioms der konstanten Spannung für einen großen Bereich – im Unterschied zur Literatur (siehe [212, 296]) auch bei vorgegebenem Auslenkwinkel – deutlich gesenkt werden kann. Alle anderen Gelenkkonturen weisen entweder globale (Halbkreis) oder unterschiedlich stark ausgeprägte, lokale Dehnungsspitzen (z. B. Viertelkreiskontur) auf. Der asymmetrische Kurvenverlauf bei den spannungsgünstigen Gelenkkonturen zeigt, dass sich der Ort des Maximalwertes umso mehr von der Gelenkmitte ( $s/s_{\max} = 0,5$ ) in Richtung Einspannungsseite ( $s/s_{\max} = 0$ ) verlagert, je geringer die Kerbwirkung ist. Damit sinkt auch der Wert der maximalen Dehnung erheblich.

Der Kontureinfluss auf die Steifigkeit bzw. Drehfederrate  $c_G$  eines einzelnen Festkörpergelenkes kann anhand der Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinie beurteilt werden (Abbildung 4.14).

**Abbildung 4.14:** FEM-Ergebnisse der Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien für die Gelenkkonturen ( $l = H = 10$  mm,  $h = 0,2H$ ,  $b = 0,6H$  und Aluminium EN AW 7075)

<sup>18</sup>Die Bogenlängenposition  $s/s_{\max} = 0$  entspricht der Einspannungsseite des Gelenkes bei  $x = -l/2$ .

Die Drehfederrate lässt sich vereinfacht als Differenzenquotient ausdrücken:

$$c_G = \frac{\Delta F_y}{\Delta \varphi}. \quad (4.28)$$

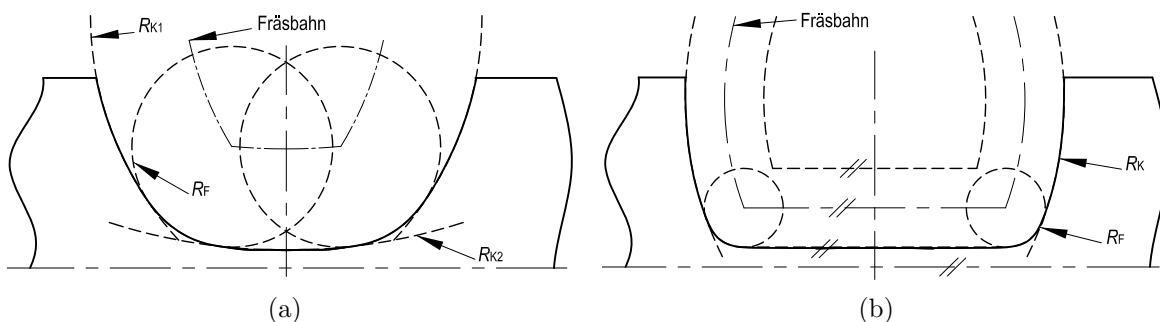
Durch die im betrachteten Winkelbereich linearen Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien ergibt sich für alle Gelenkkonturen eine konstante Drehfederrate. Für den untersuchten Fall besitzen Halbkreisconturen die größte und Viertelkreisconturen die geringste Drehfederrate.

Speziell optimierte Freiformkonturen sind prinzipiell für einzelne Festkörpergelenke geeignet. Ein bedeutender Nachteil spannungsoptimierter Freiformkonturen ist jedoch, dass diese für jeden Fall diskret vorgegebener Gelenkabmessungen und geänderter Randbedingungen neu bestimmt werden müssen. Dadurch erhöht sich der Aufwand für eine Parametrisierung des Simulationsmodells deutlich. Außerdem ist die Eignung separat optimierter Freiformkonturen für den Einsatz im Mechanismus ungeklärt. Hier bieten die untersuchten Polynomkonturen (durch Anpassung des Polynomgrades  $n$ ) sowie Viertelkreisconturen (durch Anpassung des Rundungsradius  $r$ ) bei geringerem Modellierungsaufwand ein vergleichbares Optimierungspotenzial (vgl. Abbildung 4.13b). Zudem unterscheidet sich die Drehfederrate nur geringfügig. Daher werden spannungsoptimierte Freiformkonturen in der weiteren Arbeit nicht untersucht.

#### 4.3.7 Approximation von Polynomkonturen mittels Kreisbögen und Geraden

Eine häufige Frage ist die Herstellbarkeit komplexer, nicht ausschließlich auf Kreisen basierender Gelenkkonturen mithilfe einfacher Fertigungsverfahren mit ausreichender Genauigkeitsabweichung im Hinblick auf die Gelenkeigenschaften. Ziel der folgenden Betrachtung ist es deshalb, die untersuchten Polynomkonturen (Unterabschnitt 4.3.3 und 4.3.4) durch die Nutzung von Kreisbögen und Geraden so zu approximieren, dass diese spanend bspw. durch Fräsen fertigbar sind. Der Einfluss der Approximation wird an der ermittelten Polynomkontur 4. Ordnung (Gleichung 4.24) und 16. Ordnung (Gleichung 4.27) untersucht (Abbildung 4.15).

Der Radius  $R_F$  ist der größtmögliche Radius des eingesetzten Fräswerkzeuges. Durch die Fertigung entlang der Fräsbahn ergibt sich mit  $R_F$  die Einhüllende der Bearbeitungskurve, die der approximierten Gelenkkontur entspricht. Somit lässt sich die Polynomkontur 4. Ordnung



**Abbildung 4.15:** Überlagerte Darstellung von originaler und approximierter Polynomkontur basierend auf [178] ( $l = H$ ,  $h = 0,1H$ ): (a) 4. Ordnung ( $R_F = 0,25l$ ,  $R_{K1} = 0,87l$ ,  $R_{K2} = 1,53l$ ), (b) 16. Ordnung ( $R_F = 0,1l$ ,  $R_K = 0,93l$ )



geometrisch durch drei Kreise ( $R_F$ ,  $R_{K1}$  und  $R_{K2}$ ) approximieren, während die Polynomkontur 16. Ordnung mit zwei Kreisen ( $R_F$  und  $R_K$ ) und einer Gerade beschreibbar ist.

Anhand des Vergleiches von Einzelgelenken mit originalen und approximierten Polynomkonturen wird vom Autor in weiterführenden Untersuchungen (siehe [177, 183]) nachgewiesen, dass die Approximation komplexer Gelenkkonturen hinsichtlich Bahngenauigkeit sowie Drehfederrate in sehr guter Näherung zulässig ist. Außerdem ist der Einfluss der Approximation auf die Dehnung gering (weitere Details hierzu siehe [178]), weshalb die Polynomkonturen spanend fertigbar sind.

Für makroskopische Festkörpergelenke in der Präzisionstechnik ist die Drahterosion das meist verbreitete Fertigungsverfahren [317]. Aufgrund des im Vergleich zu den Gelenkabmessungen und Krümmungsradien geringen Drahtdurchmessers lassen sich komplexe Gelenkkonturen mit ausreichender Genauigkeit fertigen [193], weshalb hier keine Approximation nötig ist.

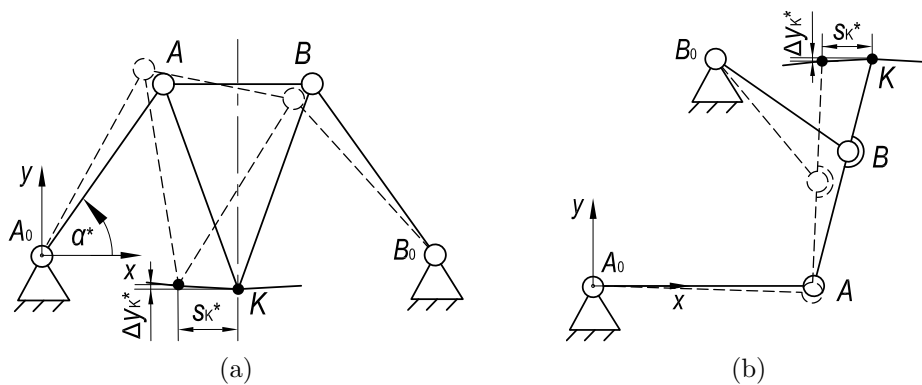
Unabhängig vom Fertigungsverfahren ist bei der Gestaltung von Festkörpergelenken die Robustheit optimierter Gelenkkonturen hinsichtlich der betrachteten Zielkriterien zu überprüfen. Im Hinblick auf die Herstellbarkeit ist im Gegensatz zur Form der Aussparungsgeometrie v. a. die minimale Gelenkhöhe  $h$  ein limitierender Parameter. Mitunter findet zur weiteren Reduzierung von  $h$  ein nachgeschalteter Ätzprozess statt [234].

## 4.4 Festlegung von Struktur und Abmessungen der Starrkörpermechanismen

Für die FEM-Analyse der ermittelten spannungsgünstigen Gelenkkonturen in nachgiebigen Koppelmechanismen werden zunächst geeignete Mechanismen aus der Literatur ausgewählt. Es werden vier Starrkörpermechanismen mit Führungsfunktion untersucht, bei denen im Hinblick auf den präzisionstechnischen Einsatz eine hohe Bahngenauigkeit im Vordergrund steht. Betrachtet werden vom Autor je zwei Mechanismen zur Realisierung einer Punktgeradföhrung [180] sowie zum parallelen Greifen eines Objektes [181]. Durch Simulation des Bewegungsverhaltens mit der Getriebeentwurf-Software *SAM 6.1* werden für jeden Starrkörpermechanismus günstige kinematische Abmessungen, die Getriebebestellung für den Entwurf des nachgiebigen Mechanismus sowie die Soll-Bahnkurven betrachteter Punkte bestimmt.

### 4.4.1 Viergliedrige Geradföhrungsmechanismen nach Roberts und Evans

Zur Realisierung einer Punktgeradföhrung können prinzipiell Starrkörpermechanismen mit einer angenäherten oder exakten Gerade unterschieden werden. Mit den Lenkergeradföhrungen der Vierdrehgelenkkette lässt sich ausschließlich eine angenäherte Geradföhrung eines Koppelpunktes  $K$  realisieren. Anhand des von WAZAN [358] durchgeföhrten Vergleiches der Geradenabweichung und des benötigten Bauraumes für eine vorgegebene Geradföhrungslänge erweisen sich die zwei Mechanismen nach ROBERTS und EVANS als besonders geeignet (Abbildung 4.16). Der Getriebefreiheitsgrad beträgt in beiden Fällen  $F_M = 1$ .



**Abbildung 4.16:** Starrkörpermodelle der viergliedrigen Geradföhrungsmechanismen (nicht maßstäblich): **(a)** nach ROBERTS, **(b)** nach EVANS (je vier Drehgelenke)

Dem kinematischen Schema der symmetrischen Doppelschwinge (ROBERTS-Lenker) bzw. totalen asymmetrischen Doppelschwinge (EVANS-Lenker) entsprechend, ermöglichen diese Lenkergeradföhrungen bei Einhaltung geometrisch günstiger kinematischer Abmessungen eine Geradenabweichung im Mikrometerbereich (Tabelle 4.2).

**Tabelle 4.2:** Kinematische Abmessungen, Ausgangslage und Geradföhrungsfehler der vom Autor in [180] untersuchten viergliedrigen Geradföhrungsmechanismen

Mechanismus nach	$\overline{A_0A}$ in mm	$\overline{AB}$ in mm	$\overline{B_0B}$ in mm	$\overline{BK}$ in mm	$\overline{A_0B_0}$ in mm	$\alpha^*$ in °	$s_K^*$ in mm	$\Delta y_K^*$ in $\mu\text{m}$
ROBERTS	66,6	56,6	66,6	73,6	165,7	35,0	-10,0	-25,2
EVANS	100,0	50,0	50,0	50,0	132,3	0	-10,0	-55,7

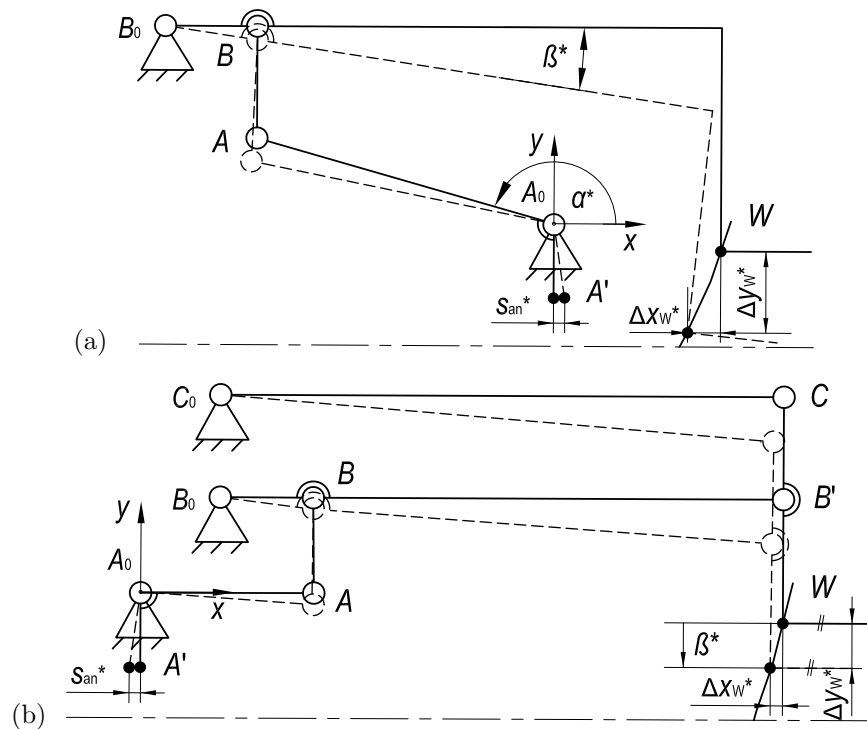
Die Getriebebestellung des Starrkörpermechanismus, die als Ausgangslage für den Entwurf des nachgiebigen Mechanismus (siehe Abschnitt 4.5) verwendet wird, lässt sich durch den Winkel  $\alpha^*$  der Kurbel bezogen auf die  $x$ -Achse ausdrücken.<sup>19</sup> Die Kurbellänge entspricht dem Abstand  $\overline{A_0A}$ . Nach Festlegung der kinematischen Abmessungen sowie der Ausgangslage kann unter Vorgabe des Führungsweges  $s_K^* = \Delta x_K^*$  in negative  $x$ -Richtung der resultierende Geradföhrungsfehler des Starrkörpermechanismus  $\Delta y_K^*$  für die neue Lage bestimmt werden. Der Antrieb erfolgt am Koppelpunkt  $K$ , wobei die Bewegung in  $y$ -Richtung freigegeben ist.

#### 4.4.2 Höhergliedrige Greifermechanismen nach Christen und Keoschkerjan

Im Gegensatz zur Punktgeradföhrung im Unterabschnitt 4.4.1 werden in diesem Unterabschnitt Mechanismen zur Realisierung einer Ebenenföhrung mit angenäherter oder exakter Parallelbewegung untersucht. Hierfür werden zwei Greifermechanismen mit unterschiedlicher kinematischer Kette gewählt (Abbildung 4.17). Die Greifer entstehen durch parallele Anordnung identischer Greiferhälften mit dem Freiheitsgrad  $F_M = 1$ .

Aufgrund der Struktur einer Kurbelschwinge als Greiferhälfte lässt sich mit dem siebengliedrigen Greifer nach CHRISTEN [50] (acht Drehgelenke) eine angenäherte parallele Greifbewegung realisieren. Die Güte der Greifbewegung ist von der gewählten Wegübersetzung abhängig.

<sup>19</sup>Die Parameter des Starrkörpermechanismus sind in dieser Arbeit mit einem Stern gekennzeichnet.



**Abbildung 4.17:** Starrkörpermodelle der höhergliedigen Greifermechanismen (nicht maßstäblich, Greiferhälfte): (a) nach CHRISTEN (acht Drehgelenke), (b) nach KEOSCHKERJAN (14 Drehgelenke)

Im Vergleich hierzu ermöglicht der elfgliedrige Greifer nach KEOSCHKERJAN [146] (14 Drehgelenke) eine exakte parallele Greifbewegung der beiden geführten Gliedebenen der Wirkelemente. Diese wird jeweils durch eine Kreisschiebung der Koppel einer Parallelkurbel erreicht. Aufgrund der Kreisschiebung findet eine kleine  $x$ -Bewegung und somit keine ideale Ebenengeradführung statt. Die kinematischen Abmessungen der Greifermechanismen sowie die bewegungsgeometrischen Größen für die Ausgangslage  $\alpha^*$  sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

**Tabelle 4.3:** Kinematische Abmessungen, Ausgangslage und bewegungsgeometrische Größen der vom Autor in [181] untersuchten höhergliedigen Greifermechanismen

Mechanismus nach	CHRISTEN	KEOSCHKERJAN
$\overline{A_0A}$ in mm	73,3	50,0
$\overline{A_0A'}$ in mm	12,0	25,0
$\overline{AB}$ in mm	25,0	29,0
$\overline{B_0B}$ in mm	15,5	20,0
$\overline{A_0B_0}$ in mm	93,8	41,7
$\overline{BW}$ in mm	123,8	242,0
$\overline{A_0W}$ in mm	45,8	287,7
$\overline{C_0C}$ in mm	-	206,0
$\overline{CB'}$ in mm	-	29,0
$\alpha^*$ in $^\circ$	175,3	0
$\beta^*$ in $^\circ$	6,8	0
$\Delta x_W^*$ ; $\Delta y_W^*$ in mm	-5,2; -15,5	-0,1; -6,2
$s_{an}^*$ ; $s_{ab}^*$ in mm	0,3; 16,3	-0,3; 6,2
$i_s^*$	$\frac{1}{54,8} = 0,02$	$\frac{1}{20,6} = 0,05$

Der Schließvorgang findet durch Vorgabe eines Antriebsweges  $s_{\text{an}}^*$  am Kurbelpunkt  $A'$  in positive bzw. negative  $x$ -Richtung statt. Für den Starrkörpermechanismus kann die resultierende Lage des Punktes  $W$  auf dem Wirkelement und hiermit der Abtriebsweg

$$s_{\text{ab}}^* = \sqrt{(\Delta x_{\text{W}}^{*2} + \Delta y_{\text{W}}^{*2})} \quad (4.29)$$

bestimmt werden. Dadurch resultiert die Wegübersetzung wie folgt:

$$i_{\text{s}}^* = \left| \frac{s_{\text{an}}^*}{s_{\text{ab}}^*} \right|. \quad (4.30)$$

Im Hinblick auf die Realisierung der beiden Antriebe mittels Piezoelementen ist der Antriebsweg bezogen auf die Mechanismusabmessungen klein gewählt. Infolge der geringen Wegübersetzung resultiert eine deutliche Bewegungsvergrößerung.

## 4.5 Entwurf und Simulation der nachgiebigen Mechanismen

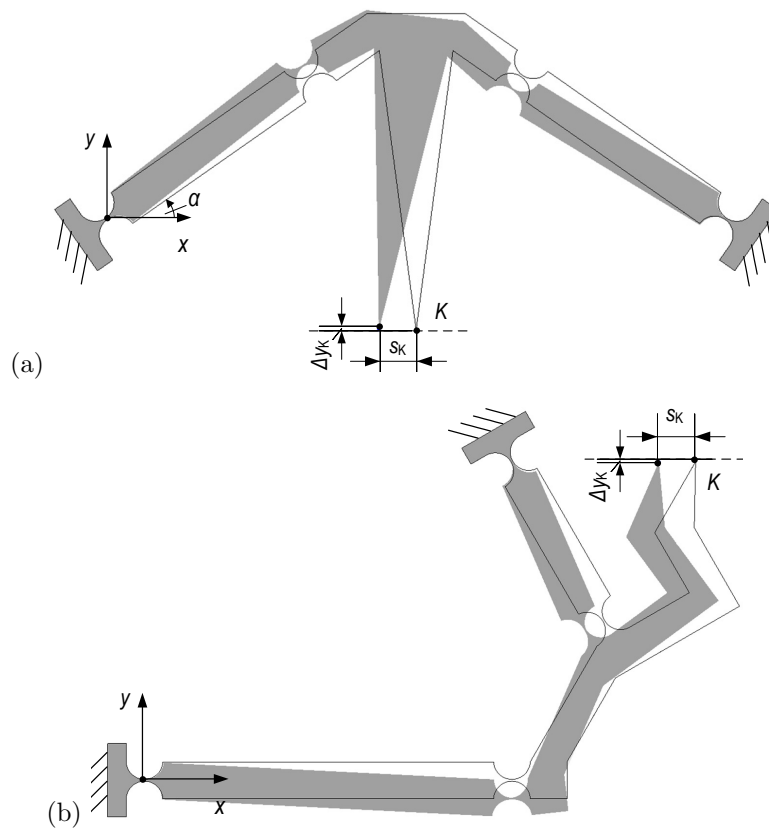
Die vier nachgiebigen Koppelmechanismen werden basierend auf der Synthesemethode der Ersetzung von Starrkörpermechanismen (vgl. Abschnitt 2.1) entworfen. Mit den in Abschnitt 4.4 festgelegten kinematischen Abmessungen erfolgt der Entwurf der Geradführungs- und Greifermechanismen für die gewählte Getriebestellung  $\alpha = \alpha^*$  jeweils als monolithischer Mechanismus in einem CAD- bzw. FEM-Modell (Abbildung 4.18 und Abbildung 4.19) [180, 181]. Dabei entsprechen die Mittelpunkte aller Festkörpergelenke den Koordinaten der Drehgelenkpunkte des Starrkörpermechanismus. Die Festkörpergelenke eines Mechanismus besitzen identische Gelenkkonturen.

Der Einfluss der Variation der Gelenkkontur und -abmessungen wird mithilfe von FEM-Simulationen untersucht. Für jeden Mechanismus ergeben sich die Untersuchungsschritte:

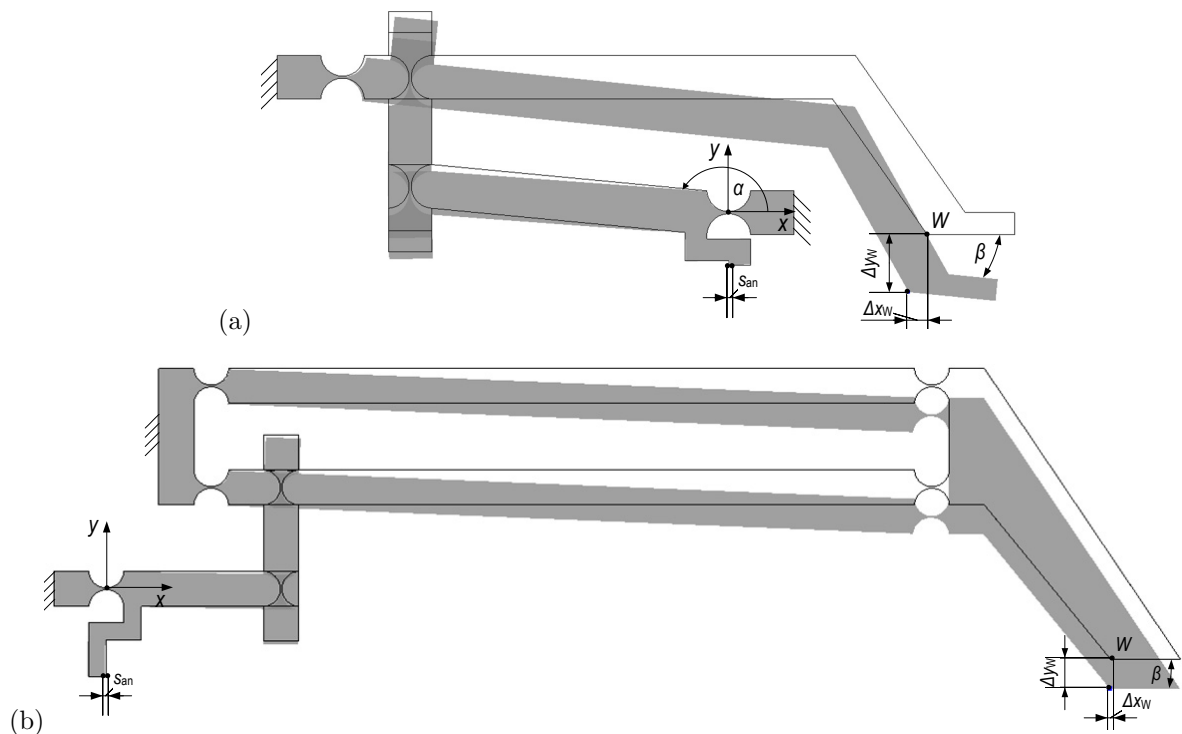
- konstruktiver Entwurf des nachgiebigen Mechanismus mit identischen Gelenken,
- Erstellung eines parametrisierten CAD-Modells<sup>20</sup>, das die Variation der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  sowie der Gelenkkontur  $h_{\text{G}}$  mit dem FEM-Modell ermöglicht,
- Erstellung des FEM-Modells mit den Randbedingungen für die Einspannungen und den Antriebsweg  $s_{\text{K}}$  bzw.  $s_{\text{an}}$ ,
- FEM-Simulation des nachgiebigen Mechanismus und Analyse der Auswertegrößen.

Beim Entwurf des nachgiebigen Mechanismus sind Annahmen für die Gestaltmerkmale zu treffen, um vergleichbare Ergebnisse für eine bestimmte Vorgehensweise zu erhalten. In dieser Arbeit werden ebene Mechanismen mit Rechteckquerschnitt der Glieder und Gelenke betrachtet. Außerdem wird die Gelenkorientierung bei allen Mechanismen so gewählt, dass die Längsachsen der Festkörpergelenke parallel zur Kurbel bzw. Schwinge sind.

<sup>20</sup>In Abhängigkeit von  $l$  und  $h$  sind für Halbkreis, Ellipsen- und Viertelkreiskontur unterschiedliche Modelle zu erstellen, die eine automatisierte Modellanpassung erlauben (vgl. Unterabschnitt 4.3.1 und 4.3.2).



**Abbildung 4.18:** FEM-Modell der Geradführungsmechanismen mit verformtem Zustand (Halbkreis Kontur für  $l = H$  und  $h = 0,05H$ ): (a) Mechanismus nach ROBERTS, (b) Mechanismus nach EVANS (je vier Drehgelenke)



**Abbildung 4.19:** FEM-Modell der Greifermechanismen mit verformtem Zustand (Halbkreis Kontur für  $l = H$  und  $h = 0,05H$ ): (a) Mechanismus nach CHRISTEN (acht Drehgelenke), (b) Mechanismus nach KEOSCHKERJAN (14 Drehgelenke)

Aus konstruktiven Gründen und aufgrund des begrenzten Bauraumes, der eine Vergrößerung der Gelenklänge beschränken würde, sind die Koppeln  $\overline{AB}$  bei den Greifermechanismen in einer parallelen Funktionsebene realisiert. Für diese Koppelglieder entsprechen die Längsachsen der Festkörpergelenke der Koppelrichtung. Die Untersuchungen finden für den Aluminiumwerkstoff EN AW 7075 statt.

Die gestellfesten Festkörpergelenke sind auch im FEM-Modell fest eingespannt, indem alle drei Verschiebungen einer Einspannfläche verhindert werden. Der lineare Antriebsweg wird mit den Verschiebungen  $s_K = s_K^*$  am Koppelpunkt  $K$  bzw.  $s_{an} = s_{an}^*$  am Kurbelpunkt  $A'$  parallel zur  $x$ -Richtung realisiert. Die  $y$ -Verschiebung ist jeweils freigegeben und resultiert aus dem Mechanismus. Nach erfolgter FEM-Berechnung in mehreren Lastschritten können die Untersuchungskriterien ausgewertet werden.

## 4.6 FEM-Analyse des Einflusses der Gelenkkontur auf die Mechanismuseigenschaften

Um den Einfluss der Festkörpergelenkkontur auf die Mechanismuseigenschaften in Abhängigkeit von den Gelenkabmessungen zu untersuchen, wird in diesem Abschnitt für die vier betrachteten Mechanismen eine Variantenstudie mittels FEM-Simulationen durchgeführt. Für die Untersuchungen werden exemplarisch eine unveränderliche Gelenkbreite  $b = 0,6H$  und Gliedhöhe  $H = 10$  mm festgelegt. Die Gelenkkontur sowie -abmessungen werden diskret variiert:

- fünf verschiedene Gelenkkonturen: Halbkreiscontur ( $R = l/2$ ), Ellipsencontur ( $r_x = 2r_y = l/2$ ), spannungsgünstige Viertelkreiscontur ( $r = 0,1l$ ), Polynomcontur 4. Ordnung (Gleichung 4.24), Polynomcontur 16. Ordnung (Gleichung 4.27),
- drei verschiedene Gelenklängen:  $l = H/2$ ,  $l = H$ ,  $l = 2H$  und
- drei verschiedene minimale Gelenkhöhen:  $h = 0,03H$ ,  $h = 0,05H$ ,  $h = 0,1H$ .

Hieraus ergeben sich 45 Varianten für jeden untersuchten Mechanismus. Zur Bewertung der Mechanismuseigenschaften werden folgende Größen bestimmt:

- die maximale Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  im Mechanismus,
- die Mechanismussteifigkeit

$$c_M = \frac{F_{an}}{s_K} \quad \text{bzw.} \quad c_M = \frac{F_{an}}{s_{an}}, \quad (4.31)$$

- die Bahnabweichung der Geradföhrungsmechanismen

$$a_B = |\Delta y_K^* - \Delta y_K| \quad (4.32)$$

bzw. der Greifermechanismen

$$a_B = \sqrt{(\Delta x_W^* - \Delta x_W)^2 + (\Delta y_W^* - \Delta y_W)^2}. \quad (4.33)$$

Bei den Greifern wird zusätzlich das Verhältnis der Wegübersetzungen des nachgiebigen Mechanismus und des Starrkörpermechanismus  $i_s/i_s^*$  betrachtet. Zudem wird das Verhältnis der Verdrehwinkel des Wirkelementes  $\beta^*/\beta$  im Hinblick auf ein paralleles Greifen ausgewertet.

### Spannungs-/Dehnungsverhalten – Auswertung der Maximaldehnung

Die FEM-Ergebnisse der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  sind für die Geradföhrungs- und Greifermechanismen in Abbildung 4.20 dargestellt.<sup>21</sup> Es wird deutlich, dass die Festkörpergelenkkontur neben den Gelenkabhessungen einen großen Einfluss auf das Dehnungsverhalten und damit die Festigkeit bei vorgegebenem Antriebsweg hat. Das heißt, auch der maximale Bewegungsbereich des Mechanismus bis zum Erreichen der zulässigen Dehnung wird von diesen geometrischen Gelenkparametern bestimmt. Unabhängig vom Mechanismustyp sind für die vier betrachteten Mechanismen folgende Zusammenhänge zu beobachten [182, 184]:

- Die maximale Dehnung tritt für einen Mechanismus stets im Festkörpergelenk mit dem größten Auslenkwinkel auf.
- Die Maximaldehnung steigt mit kleiner werdendem Verhältnis  $l/H$  (kürzere Gelenke) sowie mit größer werdendem Verhältnis  $h/H$  (dickere Gelenke).<sup>22</sup>
- Bei den Greifermechanismen sinkt die Maximaldehnung mit steigender Gelenkzahl in der kinematischen Struktur deutlich, während das qualitative Verhalten erhalten bleibt (vgl. Abbildung 4.20c und d).
- Der Einfluss der Konturvariation ist meist größer als die Auswirkung der betrachteten Änderung der Gelenkabhessungen  $l$  und  $h$ . Die Variation von  $l$  und  $h$  hat einen vergleichbaren Effekt.
- Halbkreisconturen verursachen unabhängig von anderen Variationen die höchsten Dehnungswerte, Ellipsenconturen sowie Polynomconturen 4. Ordnung föhren zu mittleren Dehnungen und Viertelkreisconturen sowie Polynomconturen 16. Ordnung ermöglichen die geringsten Dehnungswerte.

Die ermittelten Viertelkreis- und Polynomconturen höherer Ordnung sind folglich besonders günstig im Hinblick auf die Gewährleistung der Festigkeit der betrachteten nachgiebigen Koppelmechanismen mit erhöhtem Sicherheitsfaktor. Demgegenüber weisen Mechanismen mit Halbkreisconturen unter den verglichenen Varianten stets hohe Dehnungswerte auf, weshalb diese typischen Gelenkconturen nachteilig sind.

<sup>21</sup>Die Diagramme besitzen für einen betrachteten Mechanismus stets die gleiche Skalierung, um den quantitativen Einfluss der Variation von Gelenkcontur und -abhessungen hervorzuheben. Außerdem sind Datenpunkte einer Gelenkcontur linear verbunden, um den Verlauf gemeinsamer Punkte zu veranschaulichen.

<sup>22</sup>Bei beiden Greifern findet für kurze und dicke Gelenke ( $l = 0,5H$  und  $h = 0,1H$ ) ein Spannungseintrag auch in der Antriebskurbel statt, wodurch die Maximaldehnung in den Gelenken nicht weiter steigt.

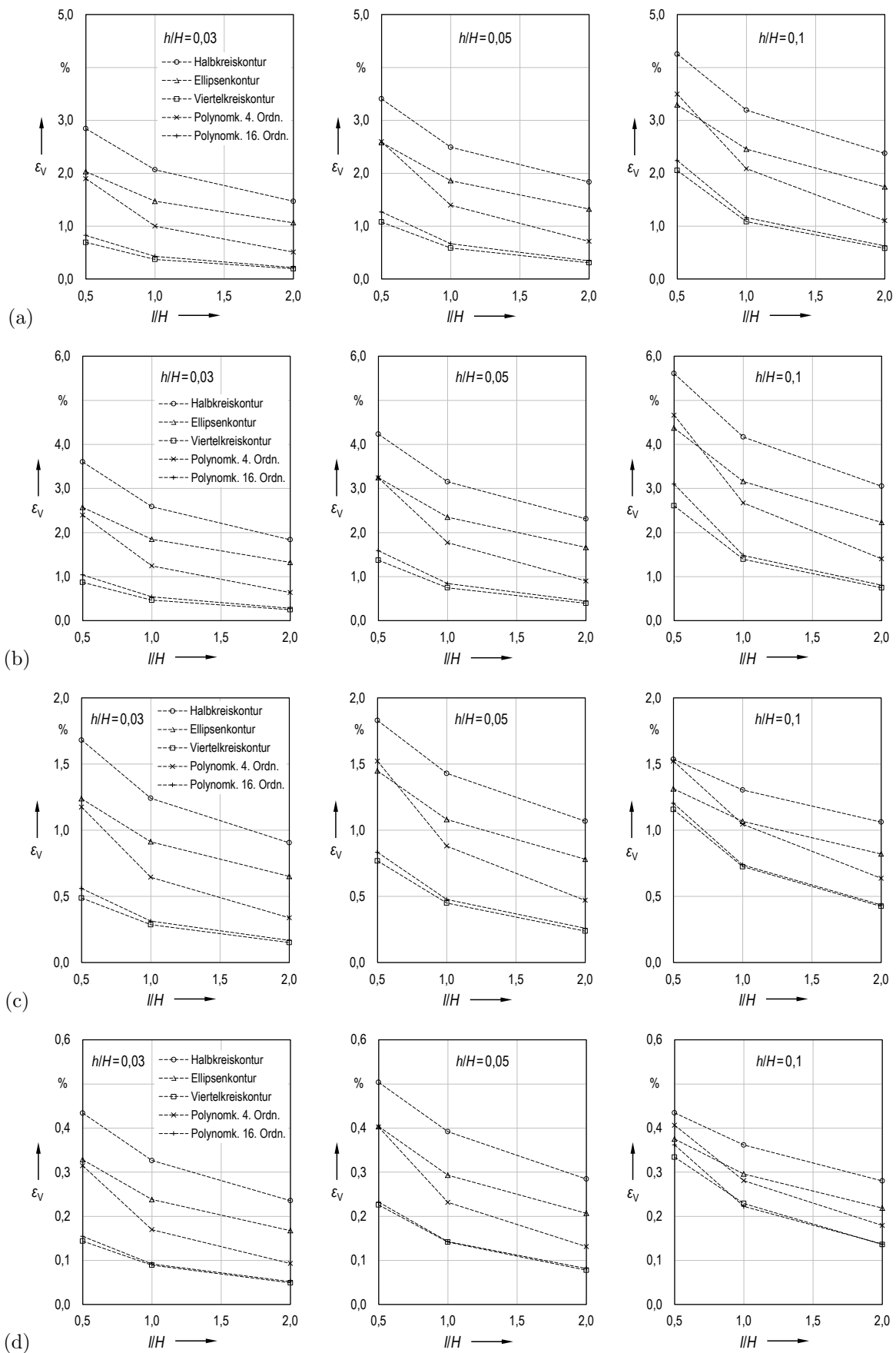


Abbildung 4.20: FEM-Ergebnisse [182] zur maximalen Vergleichsdehnung des Mechanismus nach: (a) ROBERTS, (b) EVANS, (c) CHRISTEN, (d) KEOSCHKERJAN



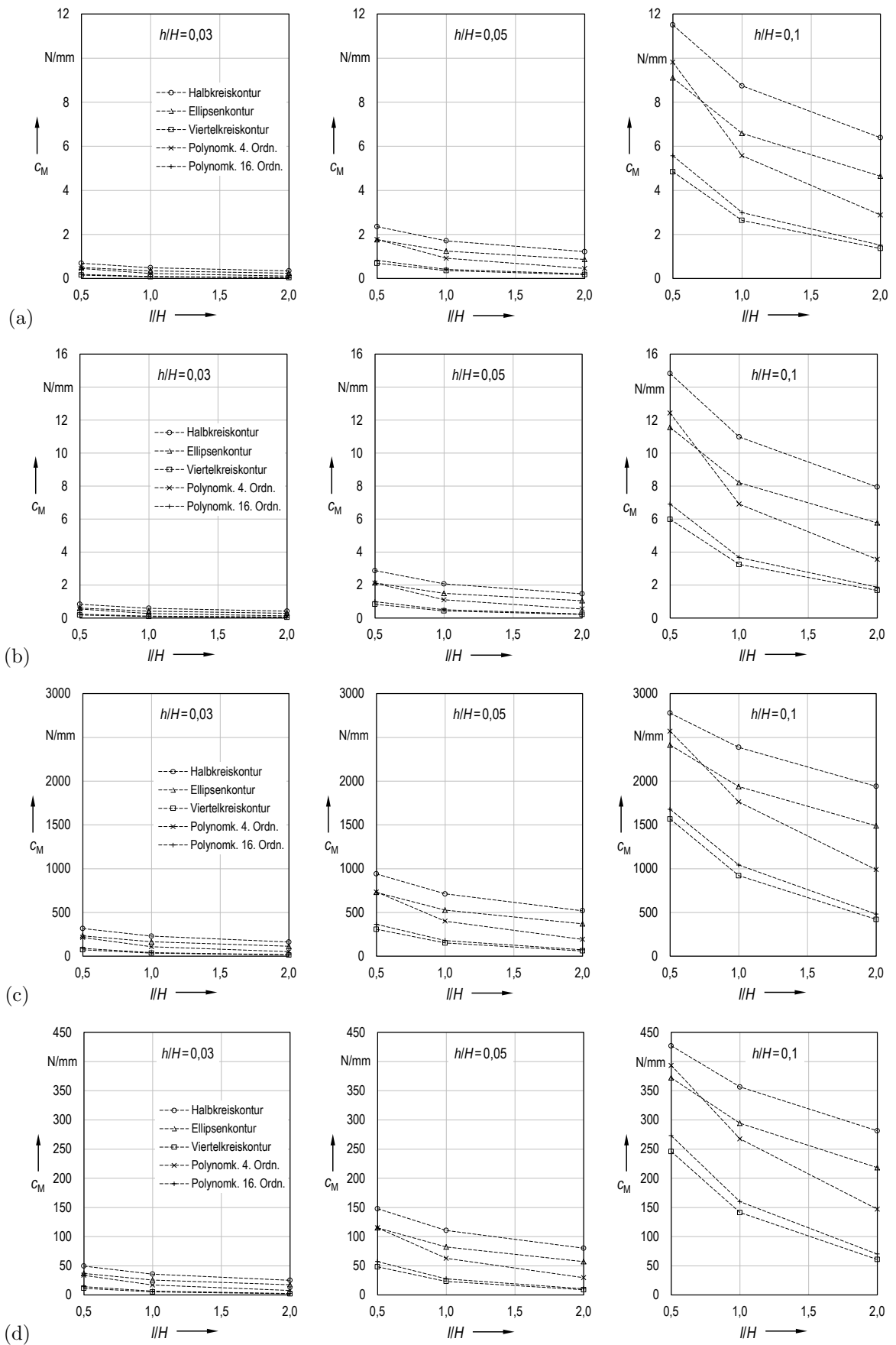


Abbildung 4.21: FEM-Ergebnisse [182] zur Steifigkeit des Mechanismus nach: (a) ROBERTS, (b) EVANS, (c) CHRISTEN, (d) KEOSCHKERJAN

## Verformungsverhalten – Auswertung der Steifigkeit

Auch das grundlegende Verformungsverhalten der untersuchten Mechanismen ist unabhängig vom Mechanismustyp und somit vergleichbar mit dem Dehnungsverhalten (Abbildung 4.21). Durch eine Variation der geometrischen Parameter der Festkörpergelenke wird die nach Gleichung 4.31 bestimmte Steifigkeit  $c_M$  der vier betrachteten Mechanismen folgendermaßen beeinflusst [182, 184]:

- Eine Verkleinerung von  $l/H$  und eine Vergrößerung von  $h/H$  führen jeweils zu einer vergrößerten Steifigkeit, wobei der Einfluss der Variation von  $h$  gegenüber  $l$  überwiegt. Für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) ist der Einfluss der Variation von  $l$  minimal.
- Der Einfluss der Konturvariation ist vergleichbar mit dem Einfluss der Variation von  $h$ .
- Viertelkreis- und Polynomkonturen 16. Ordnung ergeben stets die größte Nachgiebigkeit, während mit Halbkreisconturen die größten Steifigkeiten resultieren.

## Bewegungsverhalten – Auswertung der Bahnabweichung, Wegübersetzung und Verdrehung

Bei der Bewertung des Bewegungsverhaltens der nachgiebigen Mechanismen werden alle FEM-basiert ermittelten Größen auf die kinematischen Größen der Starrkörpermechanismen bezogen. Demnach wird die Bahnabweichung  $a_B$  als Abstand der Ist- von der Soll-lage der betrachteten Punkte  $K$  (Gleichung 4.32) bzw.  $W$  (Gleichung 4.33) berücksichtigt (Abbildung 4.22).

Im Gegensatz zum Spannungs- und Verformungsverhalten muss das Bewegungsverhalten differenziert betrachtet werden. Um im Vergleich zum Starrkörpermechanismus für jeden Fall der gewählten Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  eine präzise Bewegung zu realisieren, ist keine der fünf betrachteten Festkörpergelenkkonturen besonders geeignet. Die Bahnabweichung hängt von mehreren geometrischen Parametern des Festkörpergelenkes gleichermaßen ab, wobei für die vier betrachteten Mechanismen folgende Zusammenhänge existieren [182, 184]:

- Die Gelenkkontur und -abmessungen haben einen großen Einfluss auf die Bahnabweichung.
- Der Einfluss der Variation von  $l/H$  und von  $h/H$  hängt von der Gelenkkontur und auch von  $h$  bzw.  $l$  ab. Für geringe ( $h = 0,03H$ ) und mittlere ( $h = 0,05H$ ) minimale Gelenkhöhen überwiegt der Einfluss der Variation von  $l$  gegenüber der Variation von  $h$ .
- Der Einfluss der Konturvariation ist vergleichbar mit dem einer Längenänderung. Für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) steigt der Einfluss der Konturvariation mit zunehmender Gelenklänge deutlich.
- Das qualitative Verhalten ist bei beiden Greifern identisch und damit unabhängig von der Gelenkzahl sowie vom Maximalwert der Bahnabweichung (vgl. Abbildung 4.22c und d). Bei gleichem Antriebsweg sinkt der Absolutwert der Bahnabweichung mit steigender Gelenkzahl.

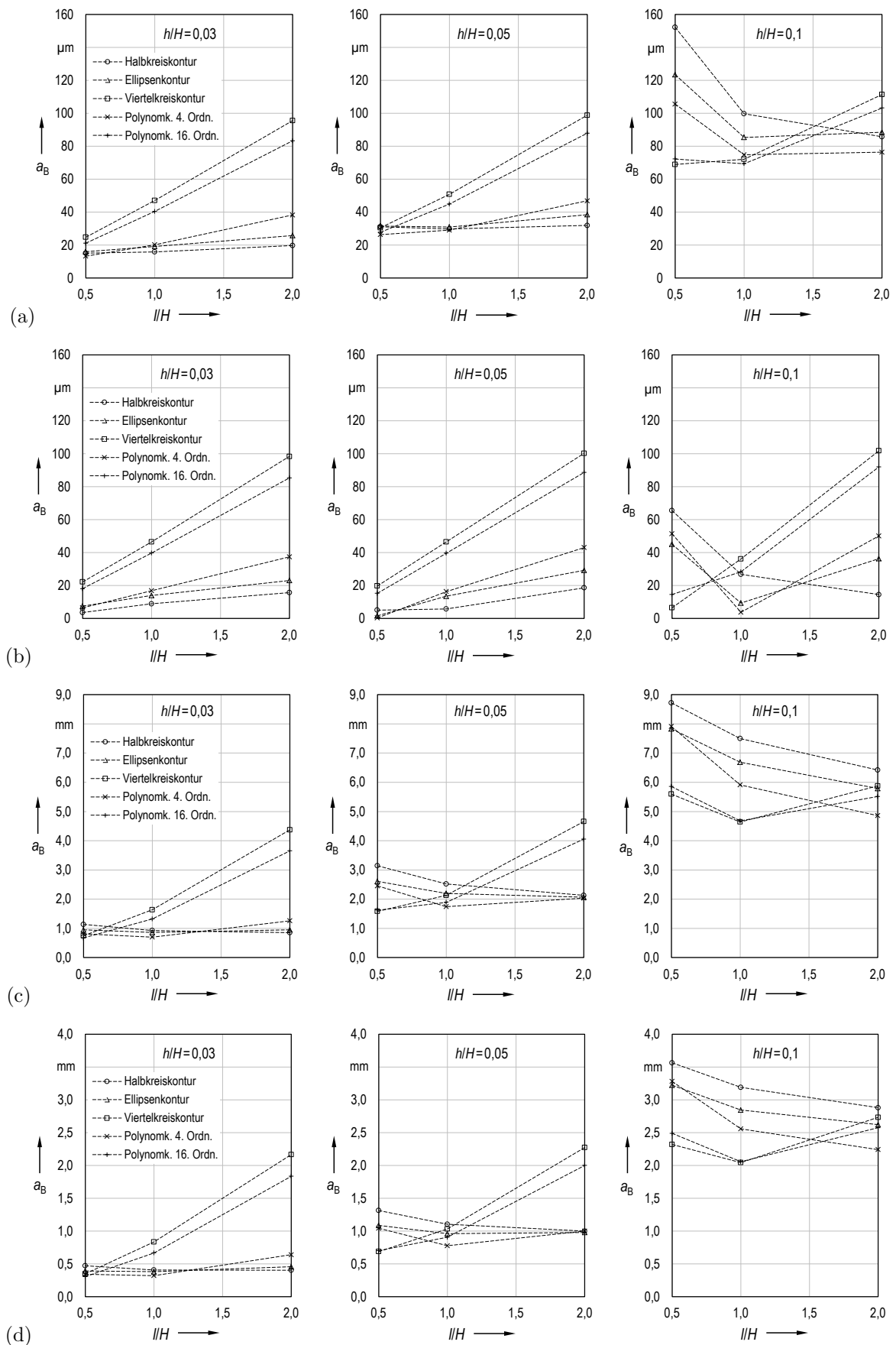


Abbildung 4.22: Ergebnisse [182] zur Bahnabweichung des Mechanismus nach: (a) ROBERTS, (b) EVANS, (c) CHRISTEN, (d) KEOSCHKERJAN

- Für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) sind Halbkreis- sowie Ellipsen- und Polynomkonturen 4. Ordnung hinsichtlich einer geringen Bahnabweichung gut geeignet. Für dünne und kurze Gelenke ( $l = H/2$ ) lässt sich zudem auch mit Viertelkreis- und Polynomkonturen 16. Ordnung eine vergleichbar geringe Abweichungen realisieren.

Für beide Greifer ist das qualitative Verhalten des Verhältnisses der Wegübersetzungen  $i_s/i_s^*$  identisch zu dem der Bahnabweichung (Abbildung 4.23). Die Güte der Wegübersetzung ist direkt von der Bahngenauigkeit und damit von der Festkörpergelenkkontur abhängig.

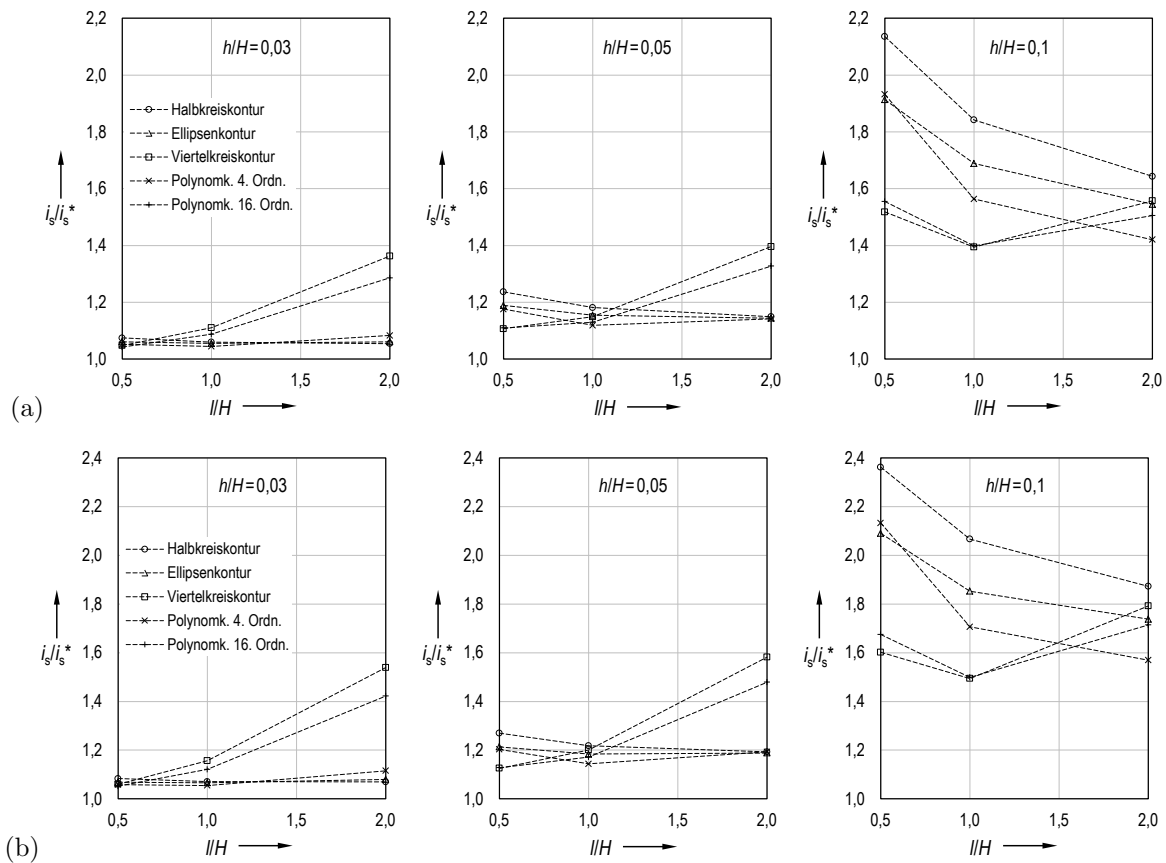


Abbildung 4.23: Ergebnisse zum Wegübersetzungsverhältnis des Mechanismus nach: (a) CHRISTEN, (b) KEOSCHKERJAN

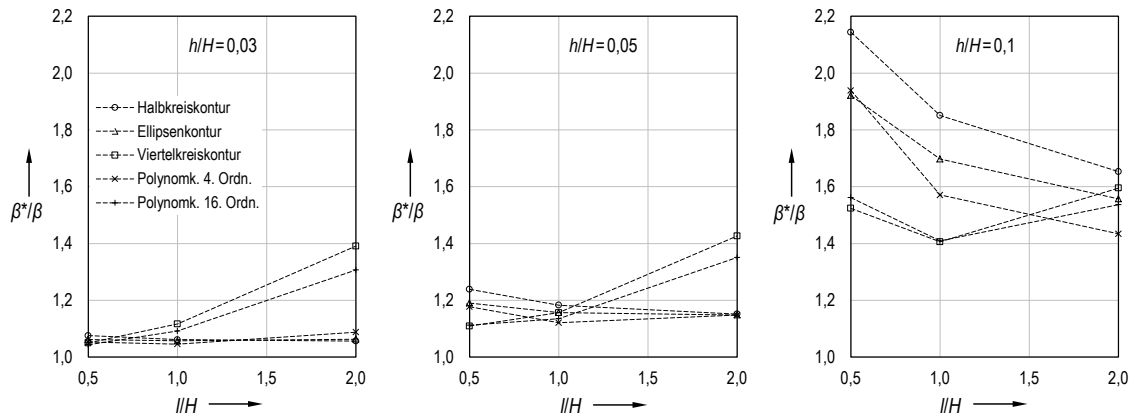


Abbildung 4.24: Ergebnisse zum Winkelverhältnis des Mechanismus nach CHRISTEN

Ebenso verhält es sich mit dem Verhältnis des Verdrehwinkels des Wirkelementes  $\beta^*/\beta$  beim nachgiebigen Greifer nach CHRISTEN (Abbildung 4.24). Das qualitative Verhalten ist identisch zu dem der Bahnabweichung. Der maximal auftretende Verdrehwinkel beim nachgiebigen Greifer nach KEOSCHKERJAN ist mit  $\beta = 0,005^\circ$  vernachlässigbar klein, obwohl eine deutliche Bahnabweichung von mehreren Millimetern vorhanden ist. In diesem Fall findet somit wie beim Starrkörpervorbild eine parallele Greifbewegung statt.

Für die betrachteten Gelenkkonturen und -abmessungen resultiert ein qualitativ unterschiedliches Bewegungsverhalten der nachgiebigen Koppelmechanismen. Daher ist eine gesonderte Einzelgelenkuntersuchung dieser Gestaltparameter im Hinblick auf die Bahnabweichung bzw. gleichbedeutend die Drehachsenverlagerung notwendig (siehe Kapitel 5).

Bei einem Starrkörpermechanismus sind die kinematischen Eigenschaften durch Festlegung der Struktur und Abmessungen fest vorgegeben. Dagegen kann bei einem nachgiebigen Mechanismus das Bewegungsverhalten durch gezielte Gestaltung der Festkörpergelenkkontur weiter angepasst werden. Dadurch lässt sich mit nachgiebigen Mechanismen u. U. eine höhere Bahn Genauigkeit oder exakte Geradföhrung realisieren (weitere Details hierzu siehe [180, 181]).<sup>23</sup>

## 4.7 Bewertung der Gelenkkonturen und Bedeutung der Drehachsenverlagerung

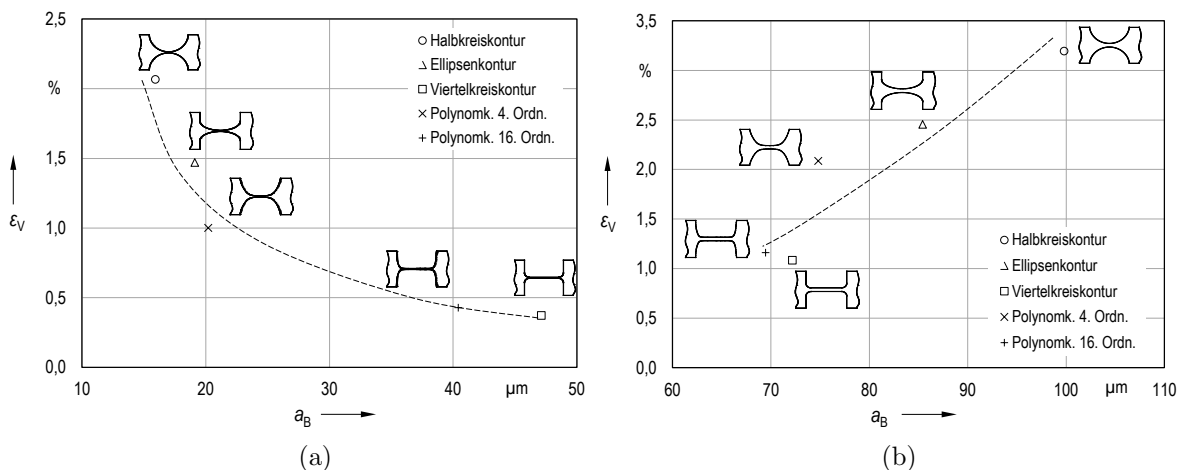
Für einzelne Festkörpergelenke lassen sich Gelenkkonturen für ein minimales Spannungs-Auslenkungs-Verhältnis bestimmen. Anhand des Vergleiches von Standardkonturen, neuartigen Polynomkonturen sowie spannungsoptimierten Freiformkonturen lässt sich feststellen, dass hierfür insbesondere Viertelkreiskonturen mit einem Verhältnis  $r = 0,1l$  sowie Polynomkonturen 16. Ordnung geeignet sind.

Infolge der FEM-basierten Analyse von vier ausgewählten nachgiebigen Koppelmechanismen mit identischen Gelenkkonturen ergeben sich neue Erkenntnisse zum Einfluss der Gelenkkontur sowie der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  auf die Mechanismuseigenschaften.

Für das Spannungs- und Verformungsverhalten kann bereits anhand der vier untersuchten Mechanismen ein grundsätzliches Verhalten beobachtet werden. Die speziell verrundeten Viertelkreiskonturen und Polynomkonturen 16. Ordnung erweisen sich auch beim Einsatz im Mechanismus als besonders spannungsgünstig. Zudem resultiert eine hohe Nachgiebigkeit.

Für das Bewegungsverhalten lässt sich feststellen, dass die Gelenkkontur einen Einfluss auf die Bahnabweichung hat, der jedoch nicht verallgemeinerbar ist. Gleichbedeutende Einflussparameter sind  $l$  und  $h$ . Günstige Gelenkkonturen sind nur bei dünnen Gelenken ( $h = 0,03H$ ) identifizierbar. Bei kurzen und dicken Gelenken ( $l = H/2$  und  $h = 0,1H$ ) föhren dagegen Halbkreiskonturen – die mit der Begründung einer hohen Genauigkeit in der Literatur überwiegend verwendet werden – zu den größten Bahnabweichungen der nachgiebigen Mechanismen.

<sup>23</sup>In dieser Arbeit steht die Bahnabweichung des nachgiebigen Mechanismus in Bezug zur Solllage des Starrkörpermechanismus im Vordergrund. Daher wird die weitere Anpassung oder Optimierung der Bahnkurve für eine bestimmte Bewegungsaufgabe nicht betrachtet.



**Abbildung 4.25:** FEM-Analyse von Vergleichsdehnung und Bahnabweichung des ROBERTS-Mechanismus ( $l = H$ ,  $s_K = -10 \text{ mm}$ ): (a)  $h = 0,03H$ , (b)  $h = 0,1H$

Des Weiteren wird anhand der vier untersuchten Mechanismen erstmals gezeigt, dass der Einfluss der Variation der Gelenkkontur auf das Bewegungsverhalten auch bei höhergliedrigen Mechanismen relevant ist. Da die Bahnabweichung des nachgiebigen Mechanismus durch serielle Verschaltung der Gelenke potenziell verstärkt wird, ist die Größenordnung der Drehachsenverlagerung einzelner Festkörpergelenke für die Präzisionstechnik von Bedeutung. Aus den genannten Gründen ist die Kenntnis der Drehachsenlage einzelner Festkörpergelenke notwendig, um hiermit modellbasierte Untersuchungen zur Abhängigkeit der Drehachsenverlagerung von der Gelenkkontur und den -abmessungen durchzuführen.

Bei der gemeinsamen Betrachtung beider Gestaltungsziele wird für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) deutlich, dass Polynomkonturen 4. Ordnung geeignet sind, um eine geringe Bahnabweichung sowie eine moderate maximale Dehnung zu realisieren (Abbildung 4.25a). Ferner zeigt sich für dicke Gelenke ( $h = 0,1H$ ), dass Maximaldehnung und Bahnabweichung nicht immer gegensätzliche Zielkriterien sind (Abbildung 4.25b). Entgegen dem für eine Optimierung typischen Kurvenverlauf (Abbildung 4.25a) ist im letztgenannten Fall die Verbesserung eines Zielkriteriums bei gleichzeitiger Verbesserung des anderen Zielkriteriums möglich.

Für den Entwurf der nachgiebigen Mechanismen wurden Annahmen für die Gelenkorientierung und Koppelgeometrie getroffen. Weiterführende eigene Untersuchungen (siehe [180]) zu diesen zusätzlichen geometrischen Parametern zeigen, dass sie keinen Einfluss auf das qualitative Spannungs- und Verformungsverhalten haben.

Zusammenfassend betrachtet stellt die Gestaltung nachgiebiger Koppelmechanismen ein mehrkriterielles Optimierungsproblem dar. Im Hinblick auf die Anwendung und das Potenzial für die Konturoptimierung wird in diesem Kapitel die Eignung von neuartigen, einfach zu modellierenden und variablen Polynomkonturen bestätigt. Im Folgenden ist zu untersuchen, ob eine Einzelgelenkoptimierung oder Optimierung im Mechanismus zweckmäßig ist. Eine wichtige Voraussetzung für die Untersuchung und Optimierung von einzelnen Festkörpergelenken ist ein geeigneter Ansatz zur Drehachsenmodellierung.

## 5 Modellbasierte Untersuchung der Drehachsenverlagerung von Einzelgelenken

Aufgrund der Stoffkopplung tritt bei der Auslenkung eines rotatorischen Festkörpergelenkes eine Abweichung von der als ideal angenommenen Kreisbahn auf, deren Ursache die Verlagerung der Drehachse ist. Die Drehachsenverlagerung einzelner Gelenke bestimmt das Bewegungsverhalten des nachgiebigen Mechanismus, weshalb sie ein relevantes Untersuchungs- und Optimierungskriterium darstellt. Zur Beschreibung der Drehachsenverlagerung eines Festkörpergelenkes existieren in der Literatur verschiedene Modelle, die bisher nicht systematisch untersucht und verglichen wurden. Ziele der Untersuchungen in diesem Kapitel sind die vereinheitlichte Bewertung bekannter Drehachsenmodelle, die Festlegung eines geeigneten Modells sowie die modellbasierte Ermittlung der Drehachsenlage und -verlagerung in Abhängigkeit betrachteter Einflussparameter.

Auf Basis des festgelegten Drehachsenmodells wird die Drehachsenverlagerung ausgehend vom verformten Zustand des Festkörpergelenkes mithilfe analytischer, messtechnischer und simulativer Methoden ermittelt. Hierfür werden exemplarisch gegensätzliche Halb- und Viertelkreiskonturen betrachtet. Zusätzlich zur Drehachsenverlagerung wird die Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinie von zwei Gelenkmustern mit unterschiedlicher minimaler Gelenkhöhe für jede Gelenkkontur bestimmt. Anhand des Vergleiches der Ergebnisse für die unterschiedlichen Methoden wird das erstellte FEM-Modell verifiziert.

Anschließend erfolgt die FEM-Simulation der fünf in Abschnitt 4.6 betrachteten Gelenkkonturen, um den Einfluss einer Variation der Gelenkkontur sowie -abmessungen  $l$  und  $h$  auf das Bewegungs-, Spannungs- und Verformungsverhalten zu untersuchen. Dadurch kann das Verhalten von Einzelgelenken mit dem Mechanismusverhalten aus Kapitel 4 verglichen werden. Um den Einfluss der Art der Gelenkbelastung auf die drei Gestaltungsziele zu überprüfen, finden die Untersuchungen für die beiden prinzipiellen Lastfälle Einzelkraft und Moment an je zwei verschiedenen Positionen der Gelenklängsachse statt.

### 5.1 Bekannte Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung

Die Untersuchung der Drehachsenverlagerung einzelner Festkörpergelenke findet in der Literatur für unterschiedliche Gelenkklassen statt (Tabelle A.1 und Tabelle A.2), wobei die Ansätze zur Beschreibung der Drehachse von anderen Festkörpergelenken prinzipiell übertragbar sind. Bei Festkörpergelenken mit gegenständlicher Drehachse, wie bspw. bei Speichenradgelenken

(vgl. Tabelle 2.4, IV), kann die Drehachsenverlagerung direkt bestimmt werden. Dies ist bei den übrigen Gelenkklassen nicht möglich, weshalb die Untersuchung indirekt und somit modellbasiert erfolgen muss.

Je nachdem, ob die Drehachsenverlagerung basierend auf Verformungsgrößen oder Bahnkurven bestimmt wird, lassen sich bei der modellbasierten Ermittlung der Drehachse kinetostatische und kinematische Ansätze unterscheiden (siehe Abbildung 5.2). Unter den aufgeführten Ansätzen stellt der Momentanpol stets die kinematisch exakte Lage der Drehachse dar.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Festkörpergelenke mit Aussparung existieren wenige Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung. Häufiger sind Blatt- oder Kreuzfedergelenke Untersuchungsgegenstand. Die Ergebnisse resultieren selten aus der Anwendung analytischer, messtechnischer und simulativer Methoden. Ein Vergleich verschiedener Drehachsenmodelle findet bei Festkörpergelenken mit Aussparung bis auf eine Ausnahme (siehe [279]) nicht statt. Verschiedene Lastfälle und Gelenkkonturen werden vereinzelt untersucht.

Für die Verschiebung des Mittelpunktes einfacher Gelenkkonturen existieren Berechnungsgleichungen bei gegebenen Gelenkabmessungen und Belastungen basierend auf der nichtlinearen Stabstatik (u. a. [128, 168, 193]). Für andere Drehachsenmodelle werden derartige Gleichungen lediglich für Rechteckkonturen angegeben (s. [63]). Zudem werden für Halb- und Viertelkreiskonturen auf FEM-Simulationen basierende, empirische Gleichungen zur Berechnung der Verschiebung am Gelenkende bzw. der Drehachsenverlagerung vorgeschlagen (s. [218, 371]). Die Anwendung für den allgemeinen Fall ist aufgrund spezieller Annahmen limitiert.

Anhand bekannter Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung lässt sich zusammenfassen:

- Die Drehachsenverlagerung hat eine Vorzugsrichtung, die mit der Krafrichtung der Belastung prinzipiell übereinstimmt [63, 81].
- Für den Ansatz *Momentanpolannäherung* (siehe Abbildung 5.2) überwiegt die Drehachsenverlagerung für Halbkreiskonturen bei Momentenbelastung in Längsrichtung ( $x$ ) und bei Querkraftbelastung in Querrichtung ( $y$ ) [248].
- Für den Ansatz *Mittelpunktverschiebung* überwiegt unabhängig vom Lastfall stets die Drehachsenverlagerung in  $y$ -Richtung [168].
- Der Betrag der Drehachsenverlagerung ist für den Ansatz *Mittelpunktmitführung* und *Momentanpolannäherung* vergleichbar. In beiden Fällen führt eine Erhöhung von  $h$  und  $l$  zu einer Vergrößerung der Drehachsenverlagerung [279].
- Die Drehachsenverlagerung ist umso geringer, je genauer der Ort der maximalen Spannung mit der idealen Drehachsenposition in der Gelenkmitte zusammenfällt [370].

Das heißt, zusätzlich zu den Parametern Gelenkkontur, -abmessungen und Lastfall hat das Drehachsenmodell einen Einfluss auf Richtung, Betrag sowie Anstieg der Drehachsenverlagerung. Die Modellierung der Drehachse sowie der Einfluss des Modells auf die genannten Ergebnisgrößen sind in der Literatur nicht ausreichend untersucht. Beides wird in diesem Kapitel betrachtet, um ein geeignetes Drehachsenmodell für die Analyse und Optimierung der Gelenkkontur einzelner Festkörpergelenke zu bestimmen.



## 5.2 Modellierung der Drehachse im verformten Zustand

Ein Festkörpergelenk kann kinematisch durch Abrollen der körperfesten Gangpolbahn auf der raumfesten Rastpolbahn beschrieben werden (Abbildung 5.1).

Der Momentanpol  $P_M$  ist die momentane Drehachse des allgemein bewegten verformungssteifen Segmentes bei Auslenkung des Festkörpergelenkes um den Winkel  $\varphi$ . Ausgehend von der Lage eines beliebigen Punktes  $P'_B$  auf dem bewegten Segment können nach WUEST [368] die Momentanpolkoordinaten von  $P'_M$  und hiermit die Rastpolbahn berechnet werden [279]:

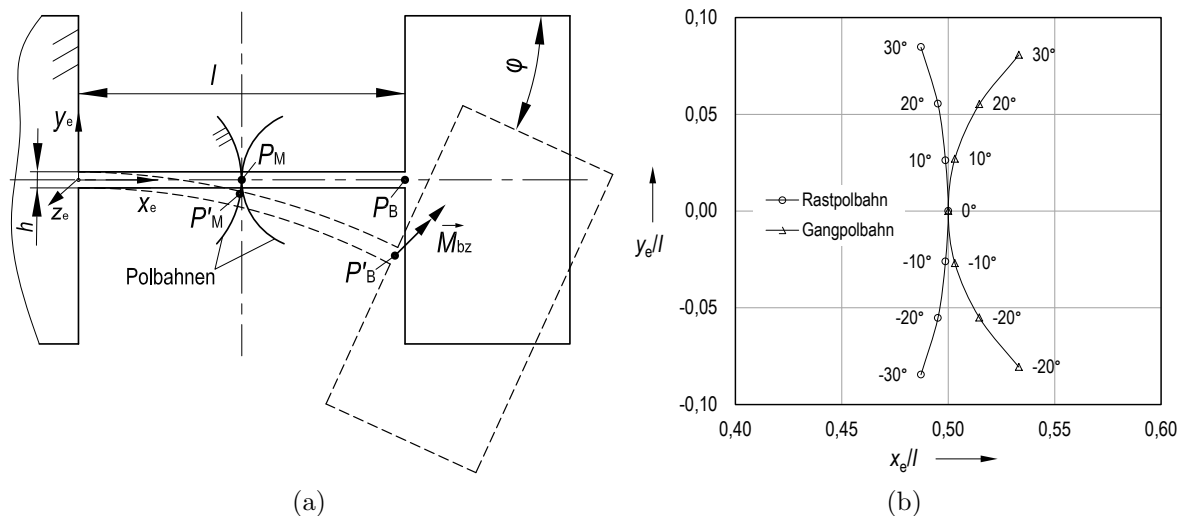
$$x_{P'_M} = x_{P'_B} - \frac{dy_{P'_B}}{d\varphi}, \quad y_{P'_M} = y_{P'_B} + \frac{dx_{P'_B}}{d\varphi}. \quad (5.1)$$

Für ein Blattfedergelenk (als Sonderfall des Festkörpergelenkes mit rechteckförmiger Aussparung) resultieren die Momentanpolkoordinaten bei gegebener Momentenbelastung durch Einsetzen der Bahnkoordinaten von  $P'_B$  wie folgt:

$$x_{P'_M} = \frac{l}{\varphi^2}(1 - \cos \varphi), \quad y_{P'_M} = \frac{l}{\varphi^2}(\varphi - \sin \varphi). \quad (5.2)$$

Jede Bahnkurve eines körperfesten Punktes hat einen anderen momentanen Krümmungsmittelpunkt, der sich vom Momentanpol unterscheidet. Für den Fall des Blattfedergelenkes kann der Krümmungsmittelpunkt berechnet werden [368]. Da der Momentanpol im Gegensatz zum Krümmungsmittelpunkt die exakte Drehachsenlage darstellt, wird das von HORIE vorgeschlagene Drehachsenmodell (Abstand zum Krümmungsmittelpunkt der Bahnkurve des Kraftangriffspunktes [118]) in dieser Arbeit nicht weiter untersucht.

Der Momentanpolansatz von WUEST ist im Hinblick auf die Gelenkkontur und den Lastfall eingeschränkt. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Gelenkabmessung  $h$  nicht berücksichtigt wird, obwohl eine Variation von  $h$  einen Einfluss auf die Drehachsenverlagerung hat [279].

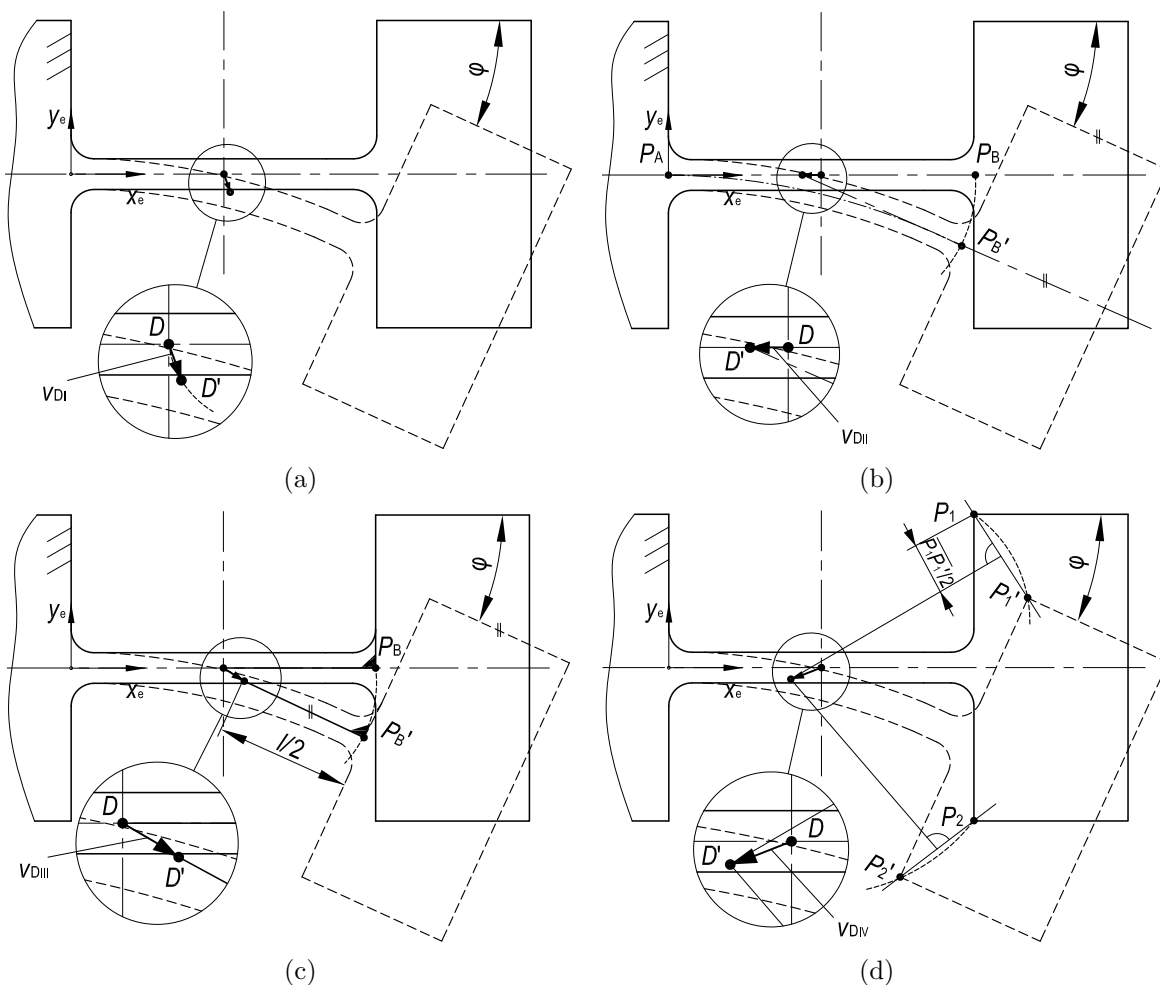


**Abbildung 5.1:** Kinematisches Ersatzmodell eines Festkörpergelenkes mit Rechteckkontur bei Momentenbelastung (in Anlehnung an [368]): (a) Gelenk im unverformten und verformten Zustand, (b) Rast- und Gangpolbahn für Winkel bis  $\varphi = \pm 30^\circ$

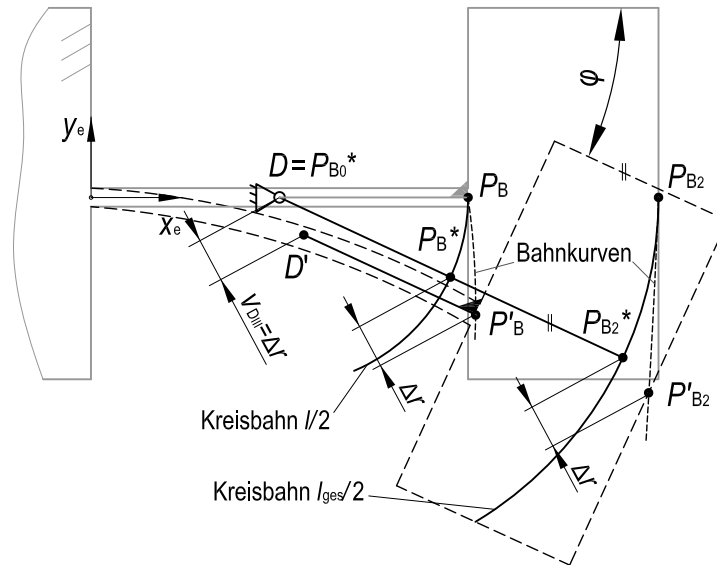
Außerdem lässt sich der Momentanpol bei der vorliegenden quasistatischen Betrachtung von Festkörpergelenken mit unterschiedlicher Gelenkkontur nicht mehr allgemeingültig für verschiedene Randbedingungen angeben. Daher ist die Drehachsenlage ausgehend vom verformten Zustand des Gelenkes modellbasiert zu ermitteln (Abbildung 5.2).

In dieser Arbeit werden vier Ansätze zur Modellierung der Drehachsenlage  $D'$  bezogen auf die als ideal angenommene Lage  $D$  in der Gelenkmitte ( $x_e = l/2$ ,  $y_e = 0$ ) untersucht:

- Ansatz I – *Mittelpunktverschiebung*: Abstand zur verformten Lage des Gelenkmittelpunktes (Abbildung 5.2a),
- Ansatz II – *Tangentenschnittpunkt*: Abstand zum Schnittpunkt der zwei Biegelinietangenten in den Punkten  $P_A = P'_A$  und  $P'_B$  (Abbildung 5.2b),
- Ansatz III – *Mittelpunktmitführung*: Abstand zum mitgeführten Mittelpunkt, der fest mit dem bewegten verformungssteifen Segment verbunden ist (Abbildung 5.2c),
- Ansatz IV – *Momentanpolannäherung*: Abstand zum geometrisch angenäherten Momentanpol des bewegten verformungssteifen Segmentes (Abbildung 5.2d).



**Abbildung 5.2:** Untersuchte Ansätze zur Modellierung der Drehachsenlage (eigene Darstellung basierend auf [176]): (a) I *Mittelpunktverschiebung*, (b) II *Tangentenschnittpunkt*, (c) III *Mittelpunktmitführung*, (d) IV *Momentanpolannäherung*



**Abbildung 5.3:** Übereinstimmung des Drehachsenmodells III (*Mittelpunktmitführung*) zur Ermittlung Drehachsenverlagerung mit dem Starrkörpermodell zur Ermittlung der Kreisbahnabweichung

Voraussetzung für die modellbasierte Ermittlung der Drehachsenlage ist die Kenntnis des verformten Zustandes des Festkörpergelenkes. Der verformte Zustand kann mithilfe analytischer, messtechnischer oder simulativer Methoden erfasst werden. Die Lage der Drehachse lässt sich anschließend wie folgt ermitteln:

- unmittelbare Bestimmung (I *Mittelpunktverschiebung*),
- Berechnung anhand der Punktkoordinaten und des Auslenkwinkels der Biegelinie (II *Tangentenschnittpunkt* und III *Mittelpunktmitführung*),
- Berechnung anhand der Lageänderung von zwei Punkten auf dem bewegten Segment (IV *Momentanpolannäherung*).

Der Abstand zwischen der Drehachsenlage  $D$  und  $D'$  entspricht der Drehachsenverlagerung  $v_D = \overline{DD'}$ . Die Lage des Momentanpols lässt sich mit dem angewendeten geometrischen Verfahren nur näherungsweise für kleine Winkeländerungen bestimmen.

Für die Bewertung des Bewegungsverhaltens eines Festkörpergelenkes ist auch die Kreisbahnabweichung  $\Delta r$  geeignet. Es kann gezeigt werden, dass die mit dem Ansatz III (*Mittelpunktmitführung*) ermittelte Drehachsenverlagerung  $v_{D_{III}}$  und die Kreisbahnabweichung  $\Delta r$  für eine betrachtete Auslenkung  $\varphi$  stets identisch sind (Abbildung 5.3). Die kinematische Abweichung  $\Delta r$  zwischen der Lage eines beliebigen Punktes  $P'_B$  auf dem bewegten Segment und der idealen Kreisbahnlage dieses Punktes  $P_B^*$  (mit dem Krümmungsmittelpunkt  $P_{B_0}^* = D = l/2$ ) lässt sich mit dem von HOWELL [121] eingeführten PSK-Modell bestimmen.

Die Kreisbahnabweichung  $\Delta r$  entspricht stets der absoluten Drehachsenverlagerung bezogen auf die Ausgangslage  $D$ . Im Vergleich dazu können mithilfe des Drehachsenmodells III (*Mittelpunktmitführung*) auch mehrere relative Lageänderungen nacheinander, wie bspw.  $\overline{D'D''}$ , unmittelbar erfasst werden. Deshalb stellt das Drehachsenmodell der *Mittelpunktmitführung* eine Erweiterung des Starrkörpermodells dar.

### 5.3 Einfluss des Modells auf die Drehachsenlage und -verlagerung

In diesem Abschnitt wird der Einfluss des Drehachsenmodells auf die Drehachsenlage und -verlagerung bei Auslenkung eines Festkörpergelenkes mit gegensätzlichen Halb- und Viertelkreiskonturen ( $l = H = 10 \text{ mm}$ ,  $h = 0,2H$ ) mittels FEM-Simulationen untersucht.

Die Bahnkurven der Drehachse sind für die untersuchten Drehachsenmodelle I bis IV bei Belastung mit einem Moment (Abbildung 5.4) und mit einer Einzelkraft (Abbildung 5.5 [154, 176]) für eine Auslenkung bis  $\varphi = -5^\circ$  dargestellt.<sup>24</sup> Da die Drehachsenverlagerung mit zunehmender minimaler Gelenkhöhe steigt (vgl. Abschnitt 5.1), sind die Ergebnisse für große Gelenkdicken ( $h = 0,2H$ ) aufgeführt, um den Modelleinfluss zu verdeutlichen. Das Moment  $\vec{M}_{bz}$  und die Einzelkraft  $\vec{F}_y$  wirken jeweils im Punkt  $P_B$  in negative  $z$ - bzw.  $y$ -Richtung.

Da der Auslenkwinkel bei einem Festkörpergelenk nicht diskret vorgegeben werden kann, wurde die Lastrandbedingung in der FEM-Simulation schrittweise bis zum Erreichen des Maximalwinkels erhöht. Der resultierende Auslenkwinkel lässt sich dabei anhand der Lage von zwei Punkten auf dem bewegten verformungssteifen Segment auswerten.

Der Einfluss des Drehachsenmodells auf den Betrag der Drehachsenverlagerung wird am Beispiel der Viertelkreiskontur betrachtet. Die Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel-Kennlinien sind für die beiden Lastfälle Moment  $\vec{M}_{bz}$  und Einzelkraft  $\vec{F}_y$  in Abbildung 5.6 dargestellt. Mit der ermittelten Drehachsenbahn lässt sich der Betrag der Drehachsenverlagerung  $v_D$  anhand der Koordinaten des Punktes  $D$  bzw.  $D'$  wie folgt berechnen:

$$v_D = \sqrt{\left(x_{D'} - \frac{l}{2}\right)^2 + y_{D'}^2}. \quad (5.3)$$

Anhand der Ergebnisse ist ein deutlicher Einfluss des Drehachsenmodells, des Lastfalls und der Gelenkkontur auf die absolute Drehachsenlage sowie Betrag und Richtung der Drehachsenverlagerung erkennbar. Zu beachten ist die geringe Größenordnung der Drehachsenverlagerung im Mikrometerbereich im Vergleich zu den gewählten Gelenkabmessungen im Millimeterbereich. Der Zusammenhang des Betrages der Drehachsenverlagerung vom Auslenkwinkel ist für den betrachteten Winkelbereich modellunabhängig nahezu linear.

Hinsichtlich des Einfluss des Drehachsenmodells auf die Drehachsenlage und -verlagerung lässt sich für die durchgeführten Untersuchungen Folgendes zusammenfassen:

- Zum Ansatz I: Beim Ansatz der *Mittelpunktverschiebung* wird lediglich die  $x$ - und  $y$ -Verschiebung eines Punktes des verformten Segmentes betrachtet, weshalb kein Rückschluss auf die Lage und damit Bahnkurven des bewegten verformungssteifen Segmentes möglich ist. Die  $y$ -Verlagerung überwiegt stets gegenüber der  $x$ -Verlagerung.
- Zum Ansatz II: Mit dem Ansatz des *Tangentschnittpunktes* resultiert die Drehachsenverlagerung ausschließlich entlang der  $x$ -Achse, weshalb die  $y$ -Verlagerung Null ist. Dadurch ergibt sich lastfallunabhängig stets eine geringe Verlagerung.

<sup>24</sup>Im Fall der *Momentanpolannäherung* ergibt sich modellbedingt eine sprunghafte Änderung der Datenpunkte. Deshalb ist hierfür eine Regressionskennlinie auf Basis einer Polynomfunktion 2. Ordnung eingezeichnet.

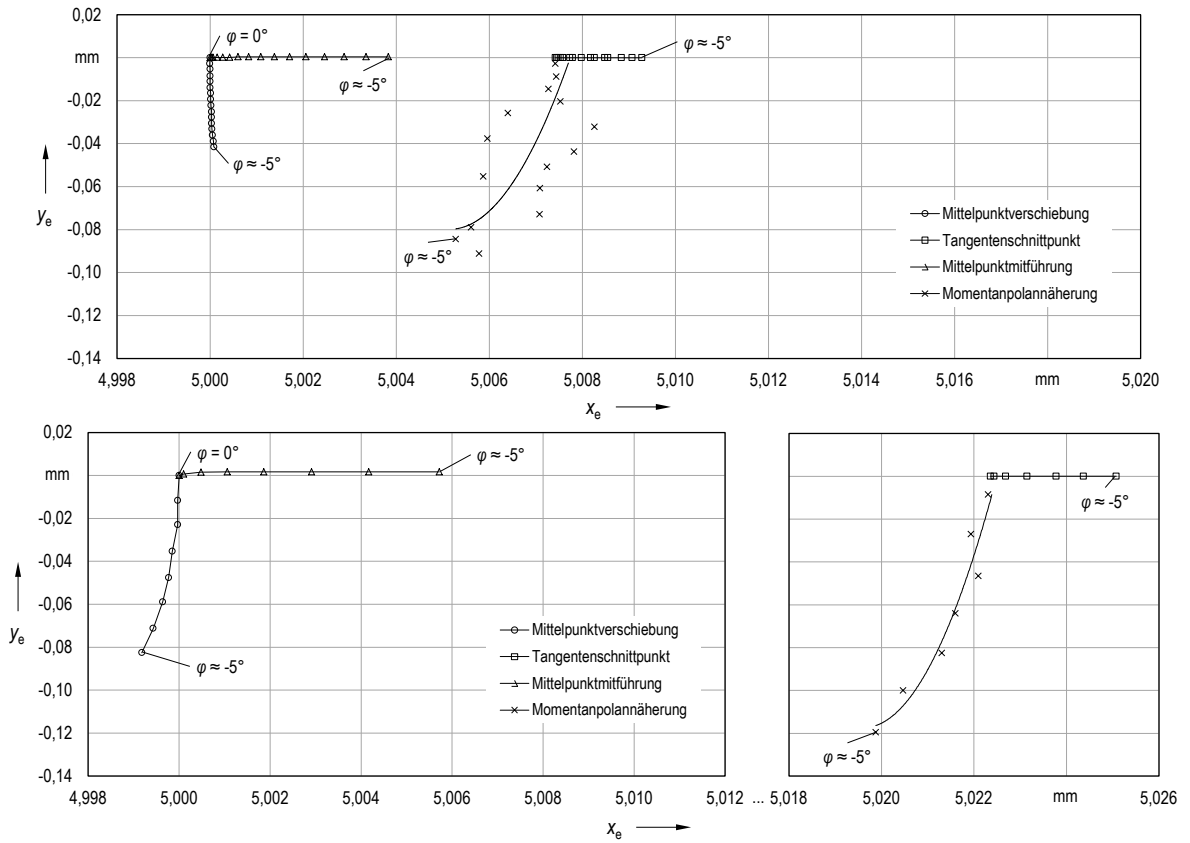


Abbildung 5.4: Drehachsenbahnen für ein Moment  $\vec{M}_{bz}$ : (o.) Halb-, (u.) Viertelkreiskontur

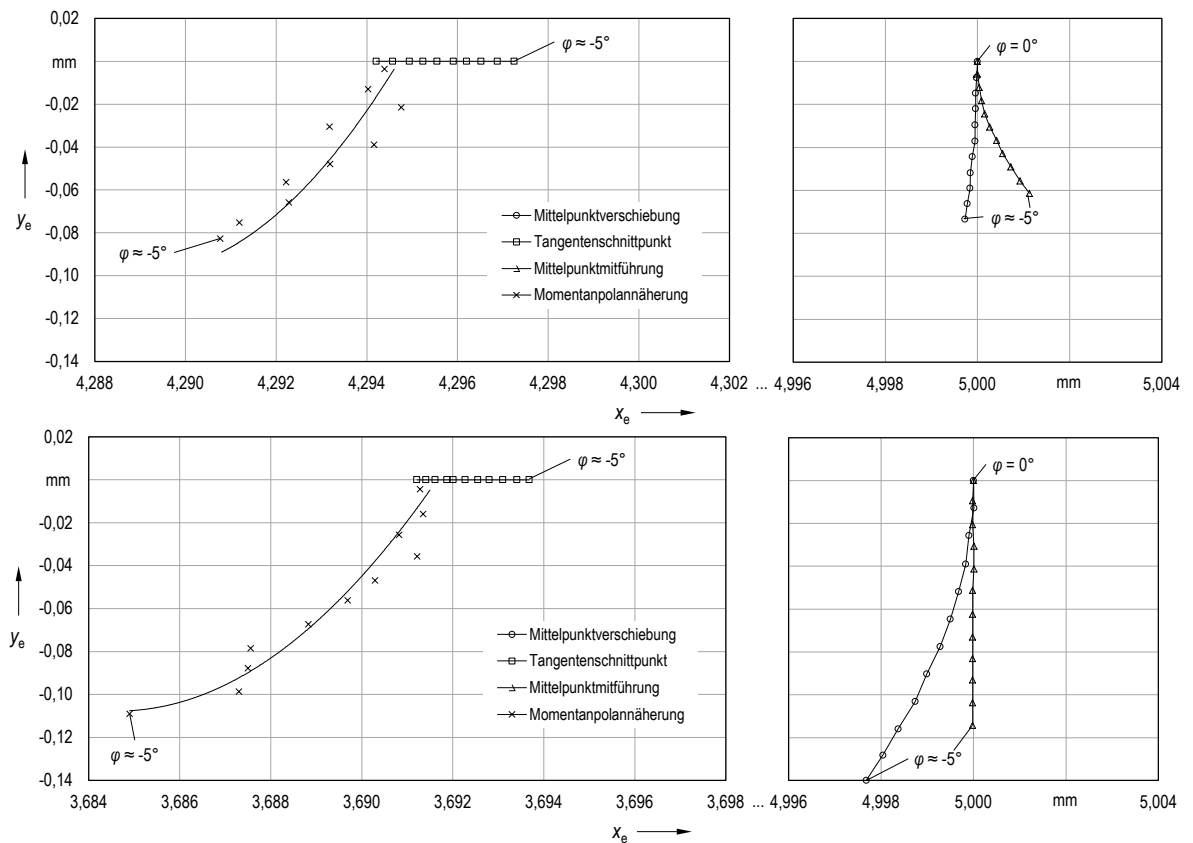
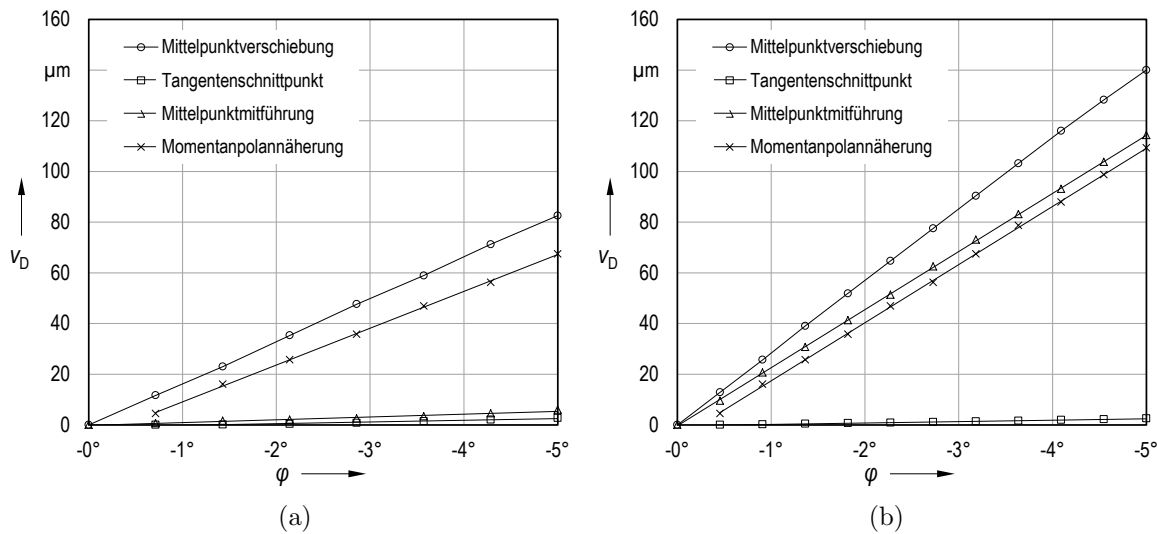


Abbildung 5.5: Drehachsenbahnen für eine Einzelkraft  $\vec{F}_y$ : (o.) Halb-, (u.) Viertelkreiskontur



**Abbildung 5.6:** Betrag der nach verschiedenen Modellen ermittelten Drehachsenverlagerung<sup>25</sup> in Abhängigkeit vom Auslenkwinkel am Beispiel der Viertelkreiscontur ( $l = H = 10 \text{ mm}$ ,  $h = 0,2H$ ): (a) Moment  $\vec{M}_{bz}$ , (b) Einzelkraft  $\vec{F}_y$

- Zum Ansatz III: Der Ansatz der *Mittelpunktmittführung* erlaubt ausgehend von der Lage des bewegten Segmentes die Erfassung der Drehachsenverlagerung in  $x$ - und  $y$ -Richtung, wobei die Vorzugsrichtung und damit der Betrag vornehmlich vom Lastfall abhängen.
- Zum Ansatz IV: Aufgrund der Nutzung des geometrischen Ersatzverfahrens ergeben sich beim Ansatz der *Momentanpolannäherung* sprunghafte Änderungen der Drehachsenlage<sup>26</sup>, wobei die  $y$ -Verlagerung insgesamt überwiegt.

Bei der Bewertung der Drehachsenmodelle im Hinblick auf deren Eignung für die Konturoptimierung ist insbesondere die Anfangslage der Drehachse für  $\varphi = 0^\circ$  ein Kriterium. Die Anfangslage kann bei den Modellen *Tangentschnittpunkt* und *Momentanpolannäherung* modellbedingt nicht angegeben werden. Zudem tritt in beiden Fällen für den ersten Lastschritt eine im Vergleich zum Absolutwert wesentlich größere  $x$ -Abweichung von der idealen Anfangslage ( $x_e = l/2$ ) auf, wobei Richtung und Größe des Effektes vom Lastfall abhängen. Für das Momentanpolmodell wird dieser Versatzeffekt in [248, 279] bestätigt.

Auffällig ist, dass der  $x$ -Versatz für beide Modelle näherungsweise identisch ist. Der  $x$ -Versatz wird zusätzlich von der Startschrittweite beeinflusst, die im theoretischen Fall infinitesimal ist. Der Verlauf der Drehachsenbahnen beider Modelle widerspricht dem erwarteten Verlauf der Rastpolbahn, die ihre Anfangslage im Gelenkmittelpunkt hat (vgl. Abbildung 5.1). Für den aussagekräftigen Vergleich des Betrages der Drehachsenverlagerung für alle Modelle muss der Versatz vom  $x$ -Wert der Drehachsenverlagerung abgezogen werden (vgl. Abbildung 5.6).

Ein weiteres Kriterium bei der Modellbewertung ist die Eignung für die Umsetzung der Drehachsenmodelle mit analytischen, messtechnischen und simulativen Untersuchungsmethoden.

<sup>25</sup>Für den Winkel  $\varphi = 0^\circ$  kann der Wert der Drehachsenverlagerung bei den Modellen *Tangentschnittpunkt* und *Momentanpolannäherung* modellbedingt nicht angegeben werden.

<sup>26</sup>In eigenen Untersuchungen (siehe [154]) wird nachgewiesen, dass auch infolge deutlich reduzierter Schrittweiten kein monotonen Verhalten der Momentanpolkurve erreicht wird.

Das Modell *Mittelpunktverschiebung* ist für die messtechnische Untersuchung nur bedingt geeignet, da die korrekte Definition des Mittelpunktes metrologisch aufwändig ist und zudem von den geometrischen Fertigungstoleranzen der Gelenkkontur abhängt. Die Annahme der infinitesimalen Startauslenkung, die für die Modelle *Tangentenschnittpunkt* und *Momentanpolannäherung* benötigt wird, lässt sich analytisch und mithilfe der FEM näherungsweise nachbilden. Für die messtechnische Untersuchung sind diese beiden Modelle jedoch ungeeignet, da ihr Bahnkurvenbeginn vom ersten Messwert abhängt und eine infinitesimale Startauslenkung im Versuchsstand nicht mit der benötigten Auflösung realisierbar ist.

Im Hinblick auf die messtechnische Untersuchung und Umsetzung für die FEM-Simulation erweist sich das Drehachsenmodell der *Mittelpunktmitführung* als besonders geeignet. Die Ergebnisse für dieses Modell bestätigen erstmals für Viertelkreiskonturen, dass die Drehachsenverlagerung bei Momentenbelastung in Längsrichtung bzw. bei Querkraftbelastung in Querrichtung überwiegt. Das Modell ist weiterhin geeignet, um neben dem Einfluss des Lastfalls insbesondere das qualitativ und quantitativ unterschiedliche Verhalten der Drehachsenbahn für gegensätzliche Gelenkkonturen abzubilden. Aus den genannten Gründen wird für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit der Ansatz III der *Mittelpunktmitführung* gewählt, der zur Modellierung der Drehachsenlage und -verlagerung zweckmäßig ist.

## 5.4 Untersuchung der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft gegensätzlicher Gelenke

In diesem Abschnitt findet die Verifikation des FEM-Modells basierend auf dem Drehachsenmodell der *Mittelpunktmitführung* exemplarisch für Festkörpergelenke mit gegensätzlicher Halb- und Viertelkreiskontur statt. Hierzu werden die Simulationsergebnisse mit analytischen Berechnungen und Messergebnissen verglichen. Zusätzlich zur Drehachsenverlagerung wird die Auslenkkraft untersucht.

Gegenstand der Untersuchungen sind Gelenke der Länge  $l = H = 10 \text{ mm}$  und Breite  $b = 0,6H$  aus dem Aluminiumwerkstoff EN AW 7075. Sowohl im FEM-Modell als auch bei den gefertigten Gelenkmustern werden die beiden angrenzenden verformungssteifen Gliedsegmente mit  $l_{\text{ges}} = 5H$  berücksichtigt (vgl. Abbildung 4.2). Die Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel und die Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien werden im Folgenden für vier unterschiedliche Gelenkmuster untersucht:

- Halbkreiskontur mit  $R = l/2$  sowie spannungsgünstige Viertelkreiskontur mit  $r = 0,1l$ ,
- zwei unterschiedliche Werte der minimalen Gelenkhöhe  $h$  (siehe Unterabschnitt 5.4.3).

Da der Lastfall des idealen Momentes aufgrund der Drehachsenverlagerung bei der messtechnischen Untersuchung nicht realisiert werden kann, wird ausschließlich der Lastfall einer Einzelkraft betrachtet. Die richtungstreue Querkraft  $\vec{F}_y$  wirkt an der Stelle  $x_e = l$  im Punkt  $P_B$  (vgl. Abbildung 5.1), wobei die  $x$ -Verschiebung freigegeben ist. Messergebnisse für eine Querkraft, die in  $P_{B2}$  angreift, sind in [154] zu finden und sollen hier nicht vertieft werden.

### 5.4.1 Analytische Berechnung der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft

Voraussetzung für die theoretische Ermittlung der Drehachsenverlagerung des Festkörpergelenkes ist die Kenntnis der Koordinaten des Punktes  $P'_B$  sowie des Auslenkwinkels  $\varphi$  im verformten Zustand. Unter Berücksichtigung des Drehachsenmodells der *Mittelpunktmitführung* ergibt sich die Drehachsenverlagerung

$$v_D = \sqrt{\left(x_{P'_B} - \cos \varphi \cdot \frac{l}{2} - \frac{l}{2}\right)^2 + \left(y_{P'_B} - \sin \varphi \cdot \frac{l}{2}\right)^2}. \quad (5.4)$$

Die Koordinaten  $x_{P'_B}$  und  $y_{P'_B}$  können durch die beiden analytisch bestimmten Verschiebungen  $u_x$  bzw.  $u_y$  am freien Gelenkende ausgedrückt werden. Somit berechnet sich die Drehachsenverlagerung wie folgt:

$$v_D = \sqrt{\left(u_x - \cos \varphi \cdot \frac{l}{2} + \frac{l}{2}\right)^2 + \left(u_y - \sin \varphi \cdot \frac{l}{2}\right)^2}. \quad (5.5)$$

In der Literatur findet die analytische Untersuchung von Festkörpergelenken vereinzelt für Halbkreisconturen statt (s. [191, 250, 367]). Viertelkreisconturen werden bis auf eine Ausnahme (s. [199]) als Rechteckconturen angenähert (s. [63, 368]). Bei diesen bestehenden Ansätzen zur Berechnung von  $u_x$ ,  $u_y$  sowie  $\varphi$  wird u. a. auch der Lastfall einer einzelnen Querkraft  $\vec{F}_y$  berücksichtigt, weshalb sie prinzipiell für diese Arbeit geeignet sind. Es werden jedoch mathematische Modelle verwendet, für die eine  $x$ -Verschiebung  $u_x = 0$  resultiert. Da diese Verschiebung jedoch einen Einfluss auf die Drehachsenverlagerung hat, ist sie bei der analytischen Betrachtung zu berücksichtigen. Demnach kann die Drehachsenverlagerung mit bestehenden Ansätzen nicht in der erforderlichen Qualität ermittelt werden.

Daher erfolgt die Berechnung benötigter Parameter sowie der Drehachsenverlagerung in dieser Arbeit basierend auf der Theorie zur Modellierung großer Verformungen stabförmiger Strukturen mithilfe von nichtlinearen mathematischen Modellen. Die Modellgleichungen folgen aus dem Gleichgewicht eines Stabelementes für folgende Annahmen [389]:

- Betrachtung eines statischen Problems,
- Betrachtung dünner Stäbe (die Querschnittsabmessungen sind mindestens zehnmal kleiner als die Stablänge) sowie elastischer Stäbe (Gültigkeit des HOOKEschen Gesetzes),
- Gültigkeit der BERNOULLI-Hypothese (Ebenbleiben der Querschnitte bei Belastung),
- Gültigkeit des SAINT-VENANT-Prinzips (Wirkung der Kraft über die gesamte Fläche).

Entsprechend dem vorliegenden Fall skalarer Verformungsgleichungen für ein kartesisches Koordinatensystem in der Ebene sind vier nichtlineare Differenzialgleichungen zu berücksichtigen (Gleichung 5.6 bis Gleichung 5.9) [389]. Dabei ist  $s_n$  die Koordinate der Stabachse entlang der neutralen Faser, die im unausgelenkten Fall der  $x$ -Achse entspricht.



$$\frac{dM_{bz}}{ds_n} + F_y \cos \varphi = 0, \quad \text{mit } M_{bz} = EI_z \kappa \text{ und } I_z = \frac{bh_G^3}{12} \quad (5.6)$$

$$\frac{d\varphi}{ds_n} - \kappa = 0 \quad (5.7)$$

$$\frac{du_x}{ds_n} - \cos \varphi + 1 = 0 \quad (5.8)$$

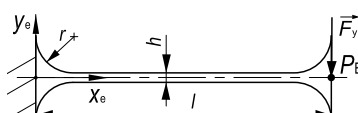
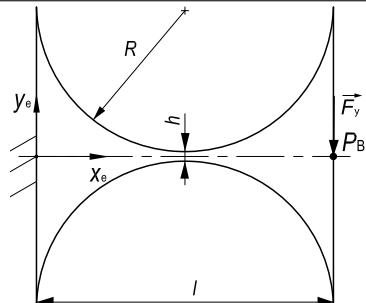
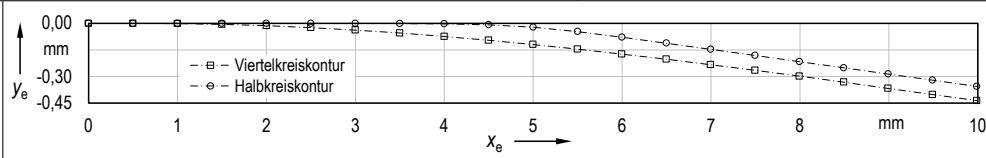
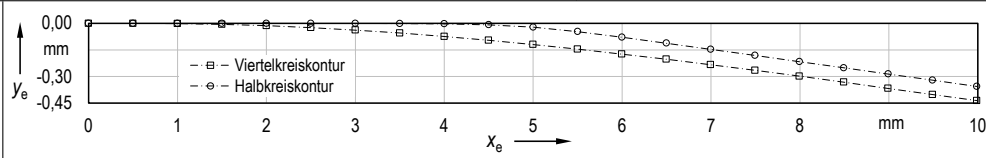
$$\frac{du_y}{ds_n} - \sin \varphi = 0 \quad (5.9)$$

Für einen einseitig eingespannten Stab der Länge  $l$  unter Wirkung der betrachteten richtungs-treuen Querkraft  $\vec{F}_y$  am freien Ende werden folgende vier Randbedingungen verwendet:

$$\kappa(l) = 0, \varphi(0) = 0, u_x(0) = 0, u_y(0) = 0. \quad (5.10)$$

Das vorliegende Randwertproblem lässt sich mit der Software *Mathematica 8.0* numerisch lösen. In Anlehnung an die bestehenden Untersuchungen wird ausschließlich das nachgiebige Segment des Festkörpergelenkes, also der Bereich der veränderlichen Gelenkgesamthöhe  $h_G(s_n)$ , modelliert. Die Ergebnisse und verwendete Funktion  $h_G(s_n)$  sind in Tabelle 5.1 exemplarisch für eine gegebene minimale Gelenkhöhe  $h$  bei Auslenkung um den Winkel  $\varphi = -4^\circ$  aufgeführt. Für die Viertelkreiskontur ist  $h_G(s_n)$  als abschnittsweise Funktion zu definieren.

**Tabelle 5.1:** Analytische Ergebnisse für ein Einzelgelenk bei Auslenkung mit einer Querkraft  $\vec{F}_y$  um den Winkel  $\varphi = -4^\circ$  (für die Abmessungen  $l = H = 10$  mm,  $h = 0,31H$  und  $b = 0,6H$  sowie den Werkstoff EN AW 7075)

Kontur	Viertelkreiskontur, mit $r = 0,1l$	Halbkreis-kontur, mit $R = l/2$
maßstäb-liche Darstellung der Gelenk-kontur		
Gelenk-gesamt-höhe [193]	$h_G(s_n) = \begin{cases} h + 2r - 2\sqrt{2rs_n - s_n^2}, & s_n \in [0, r] \\ h, & s_n \in [r, l - r] \\ h + 2r - 2\sqrt{(l - s_n)(2r - l + s_n)}, & s_n \in [l - r, l] \end{cases}$	$h_G(s_n) = h + 2R - 2\sqrt{2Rs_n - s_n^2}$
verformter Zustand der neutralen Faser		
$F_y$ in N	-1,74	-10,32
$u_x(l)$ in mm	-0,012	-0,012
$u_y(l)$ in mm	-0,436	-0,356
$v_D$ in $\mu\text{m}$	87,3	6,7

Hinsichtlich der Berechnung der Drehachsenverlagerung lässt sich für die getroffenen Annahmen schlussfolgern:

- Die  $x$ -Verschiebung am freien Gelenkende wird berücksichtigt.
- Eine Variation der Gelenkkontur ist berechenbar.
- Eine Variation der Gelenkabmessungen, insbesondere von  $h$ , ist berechenbar.

Somit ist der verwendete mathematische Modellierungsansatz für die analytische Untersuchung der Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken mit unterschiedlicher Aussparung geeignet. Für die Einbeziehung weiterer Lastfälle sei auf ZENTNER [389] verwiesen.

Die analytischen Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel- bzw. Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien für die Ergebnisdiskussion in Unterabschnitt 5.4.5 ergeben sich durch schrittweise Vergrößerung der Kraftbelastung bis zum Erreichen des betrachteten maximalen Auslenkwinkels.

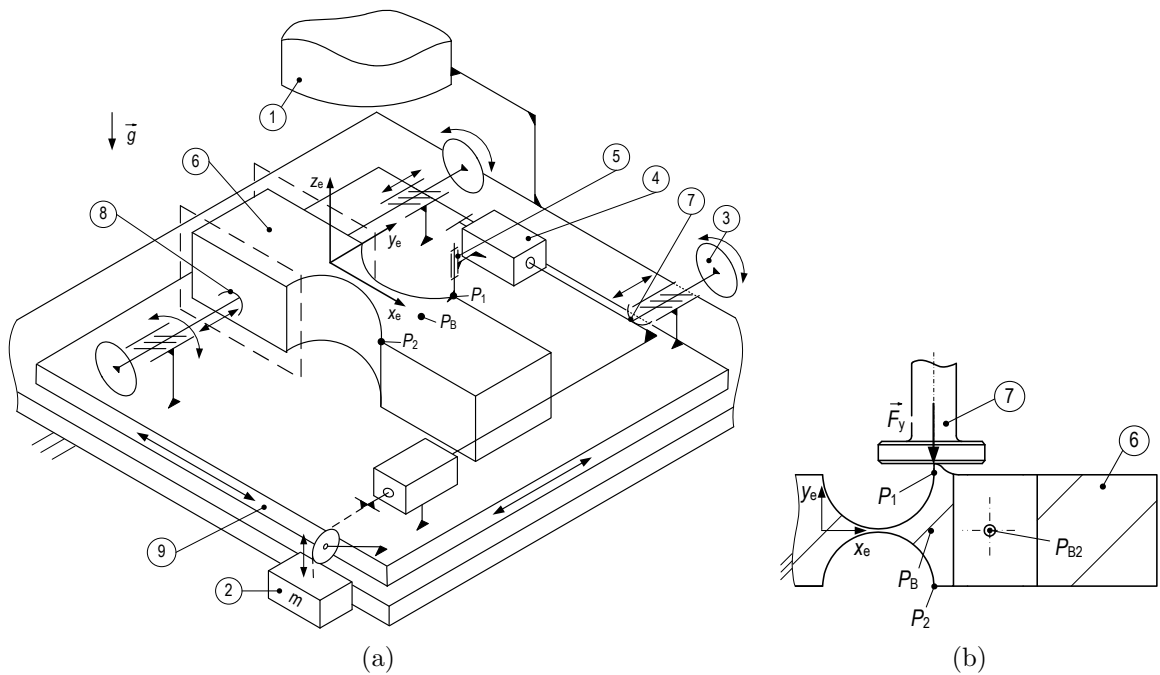
#### 5.4.2 Entwicklung eines Versuchsstandes und messtechnische Untersuchung

Hauptsächliches Ziel bekannter experimenteller Untersuchungen zu einzelnen Festkörpergelenken mit Aussparung ist die Vermessung ihrer Biegesteifigkeit infolge einer Momenten- oder Kraftbelastung. Die Wegmessung zur Bestimmung der Lage des bewegten Segmentes erfolgt dabei mechanisch (siehe [187]), kapazitiv ([309, 357]), induktiv ([127, 186, 258]) oder optisch – hierbei mithilfe der Messmittel CCD-Kamera ([63, 279]), Mikroskop ([118]), Lasterinterferometer ([313]), Lasertriangulationssensor ([44]), Laserscanner ([328]) oder faseroptischer Sensor ([374]). Bahnkurven bzw. hieraus resultierend die Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken werden vereinzelt untersucht ([63, 279]).

Für den Versuchsstand in dieser Arbeit wird das Messprinzip der optischen Lagebestimmung der beiden Gelenkeckpunkte  $P_1$  und  $P_2$  gewählt (Abbildung 5.7). Hierfür kommt ein Zweikoordinaten-Messmikroskop zum Einsatz (1, *Carl Zeiss ZKM 01-250C*). Anhand der Koordinaten beider Punkte wird der momentane Auslenkwinkel  $\varphi$  und die Drehachsenlage  $D'$  für den Lastfall einer Querkraft  $\vec{F}_y$  bestimmt.

Zur Aufnahme der Kraft-Winkel-Kennlinien dienen Totmassen (2), mit denen die Auslenkraft vorgegeben wird. Die Kennlinien der Drehachsenverlagerung werden durch Wegvorgabe mit einer Messschraube (3, *OWIS MS 6-12*) ermittelt. Das Schubglied (4) dient als Führung und in Verbindung mit dem Drehgelenk (5) zur Freigabe der  $x$ -Verschiebung des Kraftvektors. Diese Koppelstelle zwischen Antrieb und Festkörpergelenk (6) ist im Versuchsstand als Kurvengelenk gestaltet, das konstruktiv mit einem Stößel (7) und einer gekrümmten Erhebung am Kraftangriffspunkt  $P_1$  umgesetzt wird.<sup>27</sup>

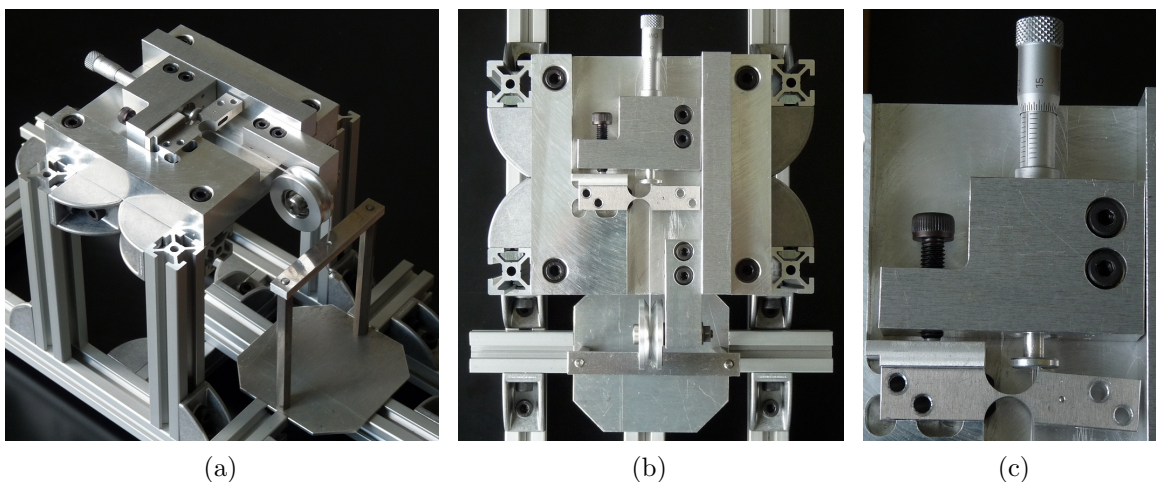
<sup>27</sup>Der Punkt  $P_B$  ist als Kraftangriffspunkt aufgrund der geringen minimalen Gelenkhöhe  $h$  v. a. bei Viertelkreisconturen konstruktiv nicht realisierbar. Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch nachgewiesen, dass die Variation der  $y$ -Position des Kraftangriffspunktes ( $P_1$ ,  $P_2$  oder  $P_B$ ) keinen Einfluss auf das qualitative Verhalten sowie einen vernachlässigbar kleinen Einfluss auf den Wert der Drehachsenverlagerung hat [154].



**Abbildung 5.7:** Versuchsstand zur Untersuchung der Drehachsenverlagerung und Auslenkraft einzelner Festkörpergelenke (nach [154]): (a) prinzipieller Aufbau, (b) Realisierung der Koppelstelle zwischen Stößel und Gelenk für  $P_1$

Das Festkörpergelenk ist im Versuchsstand eingespannt (8), der wiederum fest mit einem  $x$ - $y$ -Positioniertisch (9, Auflösung 1  $\mu\text{m}$ ) verbunden ist. Die Messwertaufnahme für die  $x$ - und  $y$ -Richtung erfolgt mit dem digitalen Zähler des inkrementellen Messsystems des Positioniertisches. Die Konstruktion des Versuchsstandes erfolgte vom Autor betreut in [154], worin eine ausführliche Erläuterung und Dokumentation stattfinden. Der realisierte Versuchsstand ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

Zur Ausrichtung des Gelenkes bzw. der beiden Messpunkte  $P_1$  und  $P_2$  bezüglich des gestellfesten Messmikroskops dient die im Objektiv befindliche Zielmarke. Nach Auslenkung des



**Abbildung 5.8:** Versuchsstand zur Untersuchung der Drehachsenverlagerung und Auslenkraft einzelner Festkörpergelenke: (a) Versuchsstand, (b) Lasteinprägung, (c) mittels Messschraube ausgelenktes Gelenk mit Halbkreiscontur

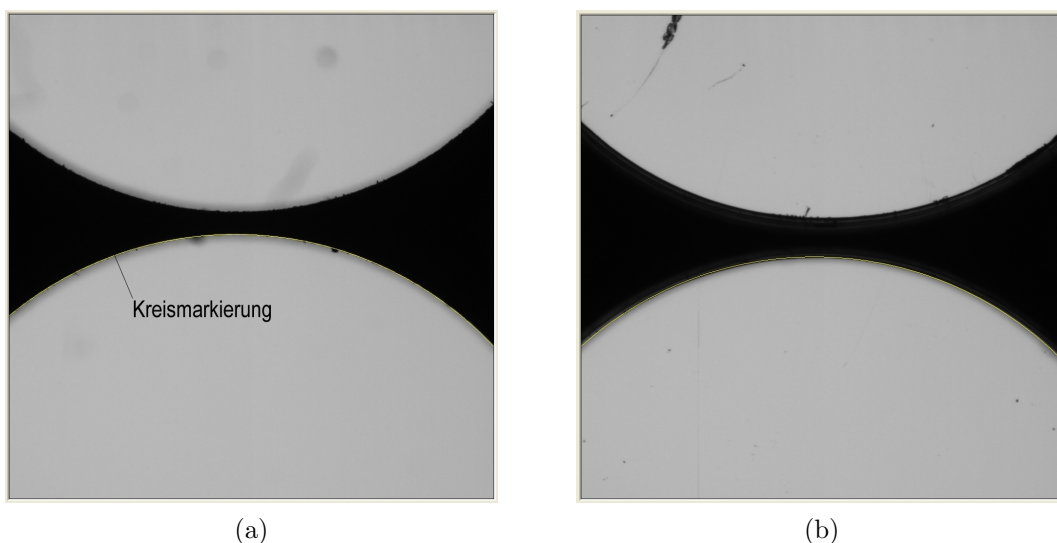
Gelenkes und der damit verbundenen Lageänderung von  $P_1$  und  $P_2$  wurde die Zielmarke für beide Punkte manuell mit Hilfe des Positioniertisches in Übereinstimmung gebracht. Die Antastung wurde zehnmal pro Punkt und Lastschritt wiederholt.

Da das Koordinatensystem des eingespannten Festkörpergelenkes nicht mit dem des Positioniertisches übereinstimmen muss, erfolgt die Berücksichtigung dieser Abweichung durch eine Koordinatentransformation. Beim Antasten der Messpunkte wurde auf eine möglichst geringe Anzahl aufeinanderfolgender Bewegungen geachtet. Zur Vermeidung von Umkehrspiel des Positioniertisches und zum Erkennen eventuell auftretender Hysterese wurde bei der Versuchsdurchführung ein spezielles Messverfahren (einmalige Maximalbelastung, steigende Belastung, abfallende Belastung) eingehalten.

### 5.4.3 Bestimmung der vorhandenen Abmessungen der Gelenkmuster

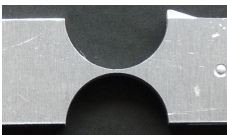
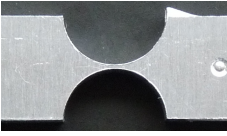
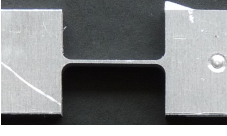
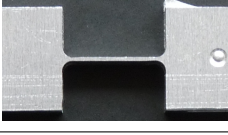
Bei der Fertigung von Festkörpergelenken mit Aussparung treten in Abhängigkeit von der Herstellungstechnologie geometrische Toleranzen auf, die wiederum Einfluss auf die Robustheit haben (siehe Unterabschnitt 6.2.3). Um die vorhandenen Abmessungen der Gelenkkontur zu bestimmen, wurden die vier aus dem Werkstoff EN AW 7075 gefertigten Gelenkmuster mithilfe eines 2D-Koordinatenmessgerätes (*OKM UNI-VIS 250*) basierend auf dem Prinzip der Kantendetektion optisch vermessen. Hierdurch resultieren die tatsächlichen geometrischen Gelenkparameter für die analytische Berechnung und FEM-Simulation.

In Abbildung 5.9 sind die Bildfelder der beiden Festkörpergelenke mit Halbkreiscontur dargestellt. Mithilfe der Anwendung geometrischer Primitive innerhalb der Softwareumgebung *OKM-OSPREY XP* erfolgte eine vollständige Vermessung der Gelenkkontur unter Berücksichtigung der beiden angrenzenden verformungssteifen Segmente. Die Platzierung des Objektes im Bildfeld wurde dabei mit einem integrierten Positioniertisch (Auflösung  $1\ \mu\text{m}$ ) geändert.



**Abbildung 5.9:** Optische Vermessung der vorliegenden Gelenkkontur am Beispiel der Festkörpergelenke mit Halbkreiscontur (Darstellung des Bildfeldes mit der Objektgröße  $6,8\ \text{mm} \times 6,8\ \text{mm}$  bei einer Pixelgröße von  $6,86\ \mu\text{m}$  und einfacher Vergrößerung): (a) Gelenkmuster 1, (b) Gelenkmuster 2 (siehe Tabelle 5.2)

**Tabelle 5.2:** Werte der geometrischen Parameter der vier untersuchten Gelenkmuster

Nr.	Kontur	Gelenkmuster (Bildausschnitt)	Fertigung	$h$ in mm	$l$ in mm	$R_1; R_2$ in mm
1	Halbkreis		erodiert	0,31	$2R$	4,97; 5,00
2	Halbkreis		gefräst	0,43	$2R$	4,95; 4,99
3	Viertelkreis		erodiert	0,31	9,98	-
4	Viertelkreis		gefräst	0,45	9,92	-

Folgendes Messverfahren wurde angewendet:

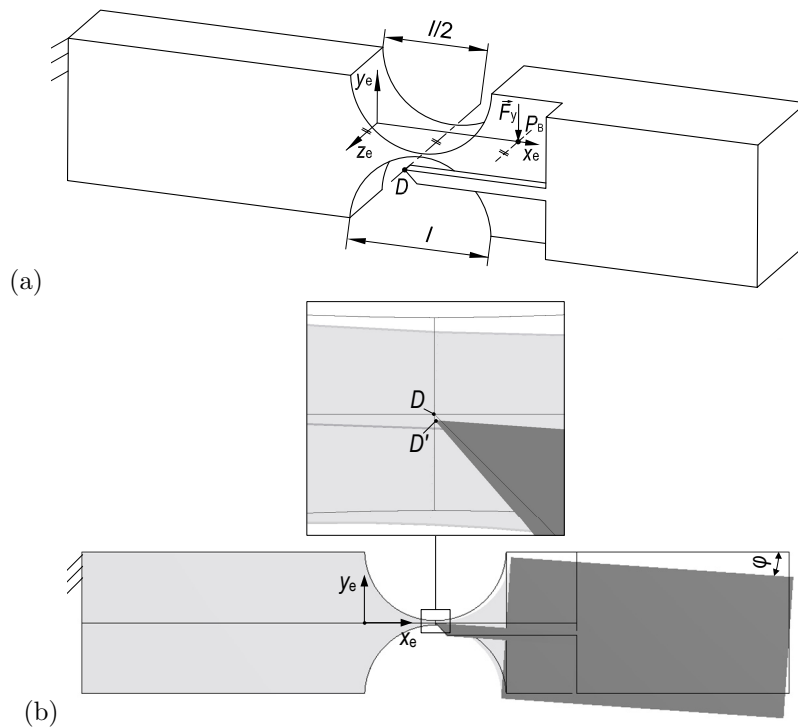
1. Ausrichtung des Koordinatensystems am Festkörpergelenk,
2. Bestimmung aller Eckpunkte mithilfe von Geradenschnittpunkten,
3. Bestimmung der Radien und Mittelpunkte aller Kreise,
4. Berechnung der geometrischen Gelenkparameter.

Ausgehend von den ermittelten Punkten und Radien lassen sich die Gelenkabmessungen  $h$  bzw.  $l$  berechnen. Die Ergebnisse der Vermessung der mittels unterschiedlicher Fertigungsverfahren hergestellten Gelenkmuster sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Auf Grundlage der Daten wurden angepasste FEM-Modelle der tatsächlich gefertigten Gelenkmuster erstellt.

#### 5.4.4 FEM-Simulation der Drehachsenverlagerung und Auslennkraft

Das FEM-Modell des Festkörpergelenkes aus Abschnitt 4.3 lässt sich zur Untersuchung dahingehend erweitern, dass es eine unmittelbare Auswertung der Drehachsenlage auf Grundlage des gewählten Drehachsenmodells der *Mittelpunktmitführung* ermöglicht (Abbildung 5.10). Die Auslennkraft  $\vec{F}_y$  wirkt dabei auf eine im Simulationsmodell zusätzlich erstellte und bzgl.  $z_e$  parallele Kante an der Stelle  $x_e = l$  (Punkt  $P_B$ ).

Für die Auswertung wird ein weiterer Körper modelliert, dessen Zeigerspitze im unausgelenkten Zustand mit der als ideal angenommene Drehachsenlage  $D$  in der Gelenkmitte ( $x_e = l/2$ ,  $y_e = 0$ ) zusammenfällt. Der Körper ist fest mit dem ausgelenkten verformungssteifen Segment verbunden. Entsprechend dem Drehachsenmodell entspricht die Lage des Punktes dieser Spitze stets der Drehachsenlage  $D'$  bei Auslenkung um den Winkel  $\varphi$ .



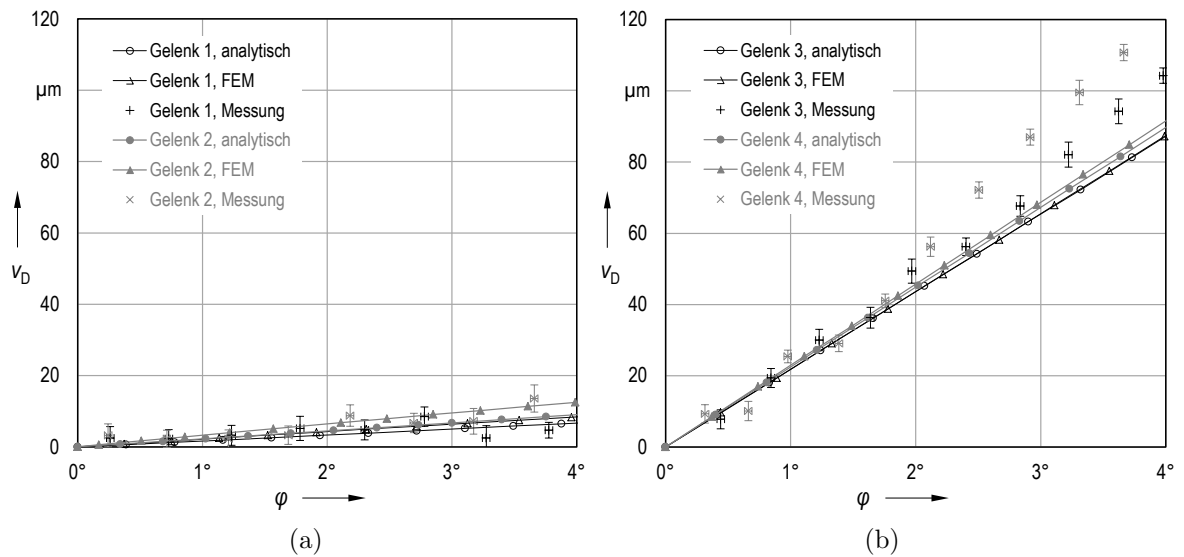
**Abbildung 5.10:** Erweiterung des FEM-Modells zur unmittelbaren Untersuchung der Drehachsenverlagerung: (a) Halbkreisgelenk mit fest mitgeführtem Mittelpunkt  $D$ , (b) Drehachsenlage  $D'$  im ausgelenkten Zustand für  $\varphi = -4^\circ$

Zur Untersuchung der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft der vier Gelenkmuster wurden die Gelenkkontur und Gelenkabmessungen im FEM-Modell entsprechend den Werten aus Tabelle 5.2 angepasst. Die Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel- bzw. Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien für die Ergebnisdiskussion in Unterabschnitt 5.4.5 ergeben sich durch schrittweise Vergrößerung der Auslenkkraft  $\vec{F}_y$  bis zum Erreichen des betrachteten Auslenkwinkels.

### 5.4.5 Ergebnisdiskussion

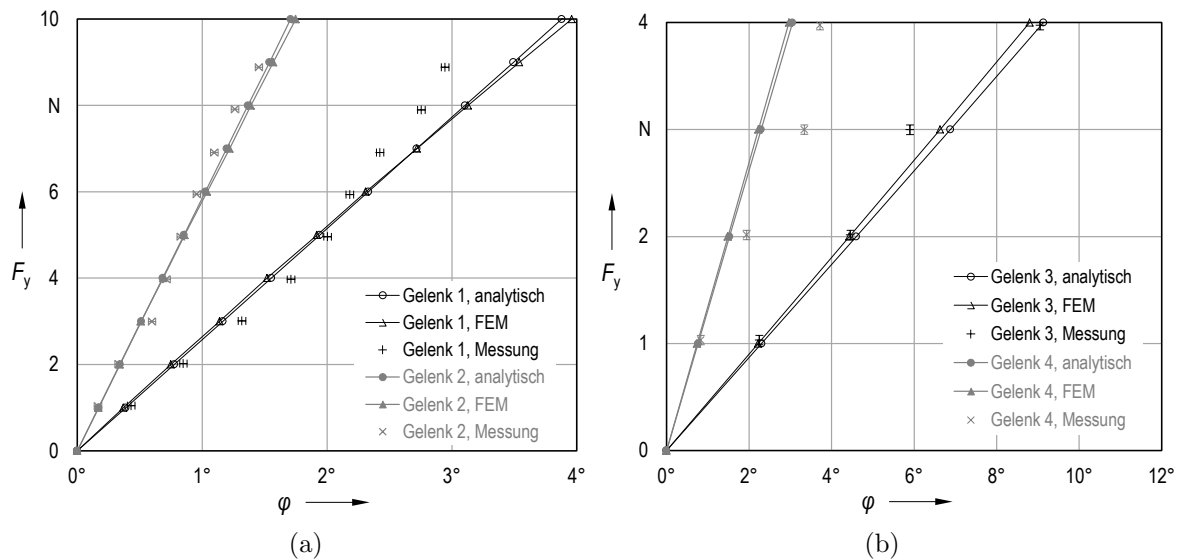
In diesem Abschnitt erfolgt die Diskussion der analytischen, messtechnischen und simulativen Ergebnisse der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft von Festkörpergelenken mit gegensätzlicher Halb- und Viertelkreiscontur bei Querkraftbelastung. Die Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel- und Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien der vier Gelenkmuster sind in Abbildung 5.11 und 5.12 dargestellt. Entsprechend der zulässigen Dehnung werden die Halb- und Viertelkreisconturen mit dem maximalen Winkel  $\varphi = 4^\circ$  bzw.  $\varphi = 12^\circ$  untersucht.

Die Messwerte sind Mittelwerte für zehn Messreihen ( $n_M = 10$ ). Entsprechend GUM [61] werden die statistische Messunsicherheit (Typ A) der Koordinatenmessung sowie die abgeschätzten Messunsicherheiten (Typ B) der Lasteinprägung mittels des Modellansatzes als kombinierte Messunsicherheit berücksichtigt (siehe [154]). Sofern im Vergleich zur Größe der Markierung des Datenpunktes sichtbar, sind die Unsicherheiten dieser zufälligen Messfehler eingezeichnet. Die relativen Messunsicherheiten für die Winkel- und Kraftwerte sind gering, während die Streuung der Drehachsenverlagerung bei der Auswertung zu beachten ist.



**Abbildung 5.11:** Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel-Kennlinien<sup>28</sup> für Festkörpergelenke mit unterschiedlicher Kontur und minimaler Gelenkhöhe (für  $H = 10\text{ mm}$ ,  $b = 6\text{ mm}$ ,  $l$  und  $h$  siehe Tabelle 5.2, EN AW 7075): (a) Halbkreiscontur (Gelenkmuster 1 und 2), (b) Viertelkreiscontur (Gelenkmuster 3 und 4)

Für die *Drehachsenverlagerung* zeigen die analytisch berechneten Werte, die FEM-Werte und die Messwerte eine prinzipielle Übereinstimmung der Größenordnung der Verlagerung. Zudem ist das qualitative Verhalten der Drehachsenverlagerung-Winkel-Kennlinien vergleichbar. Quantitative Unterschiede zwischen den Kurven verschiedener Untersuchungsmethoden lassen sich unter der Beachtung der Größenordnung der Drehachsenverlagerung im Mikrometerbereich durch die getroffenen Modellannahmen bei der analytischen Berechnung sowie durch Fehlereinflüsse bei der messtechnischen Untersuchung begründen.



**Abbildung 5.12:** Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien für Festkörpergelenke mit unterschiedlicher Kontur und minimaler Höhe (Parameter wie in Abbildung 5.11): (a) Halbkreiscontur (Gelenk 1 und 2), (b) Viertelkreiscontur (Gelenk 3 und 4)

<sup>28</sup>Beide Diagramme besitzen die gleiche Skalierung für die Drehachsenverlagerung und den Auslenkwinkel, um den quantitativen Einfluss der Variation der Gelenkkontur sowie von  $h$  hervorzuheben.

Hinsichtlich der Drehachsenverlagerung lässt sich für die untersuchten Gelenke feststellen:

- Der Zusammenhang von Drehachsenverlagerung und Auslenkwinkel ist für den betrachteten Winkelbereich nahezu linear. Im Gegensatz zur Verwendung bekannter Berechnungsgleichungen aus der Literatur (z. B. [191, 250, 367]) ergibt sich dieses lineare Verhalten bei der analytischen Untersuchung auch für die betrachteten Halbkreisconturen. Dies lässt sich mit der Berücksichtigung der  $x$ -Verlagerung bei der mathematischen Modellierung begründen.
- Im Vergleich mit Halbkreisconturen führen Viertelkreisconturen zu einer deutlichen Zunahme der Drehachsenverlagerung.
- Unabhängig von der Gelenkcontur führt eine vergrößerte minimale Gelenkhöhe  $h$  zur Zunahme der Drehachsenverlagerung.

Für die *Auslenkkraft* zeigen die analytisch berechneten Werte und die FEM-Werte eine sehr gute Übereinstimmung. Das qualitative und quantitative Verhalten der Kraft-Winkel-Kennlinien werden durch die Messwerte bestätigt. Hinsichtlich der Auslenkkraft lässt sich für die untersuchten Gelenkmuster feststellen:

- Der Zusammenhang von Auslenkkraft und Auslenkwinkel ist für den betrachteten Winkelbereich nahezu linear.
- Im Vergleich mit Viertelkreisconturen führen Halbkreisconturen zu einer deutlichen Zunahme der Auslenkkraft und damit Drehfederrate (Gleichung 4.28).
- Unabhängig von der Gelenkcontur führt eine vergrößerte minimale Gelenkhöhe  $h$  zur Zunahme der Auslenkkraft.

Somit kann anhand analytischer, messtechnischer und simulativer Untersuchungen der betrachteten Gelenkmuster nachgewiesen werden, dass das erstellte FEM-Modell zur Simulation der Drehachsenverlagerung und Auslenkkraft einzelner Festkörpergelenke geeignet ist. Mit dem FEM-Modell lässt sich der Einfluss einer Variation der Gelenkcontur und -abmessungen auf die Gestaltungsziele untersuchen.

## 5.5 FEM-Analyse des Einflusses der Gelenkcontur auf die Gelenkeigenschaften

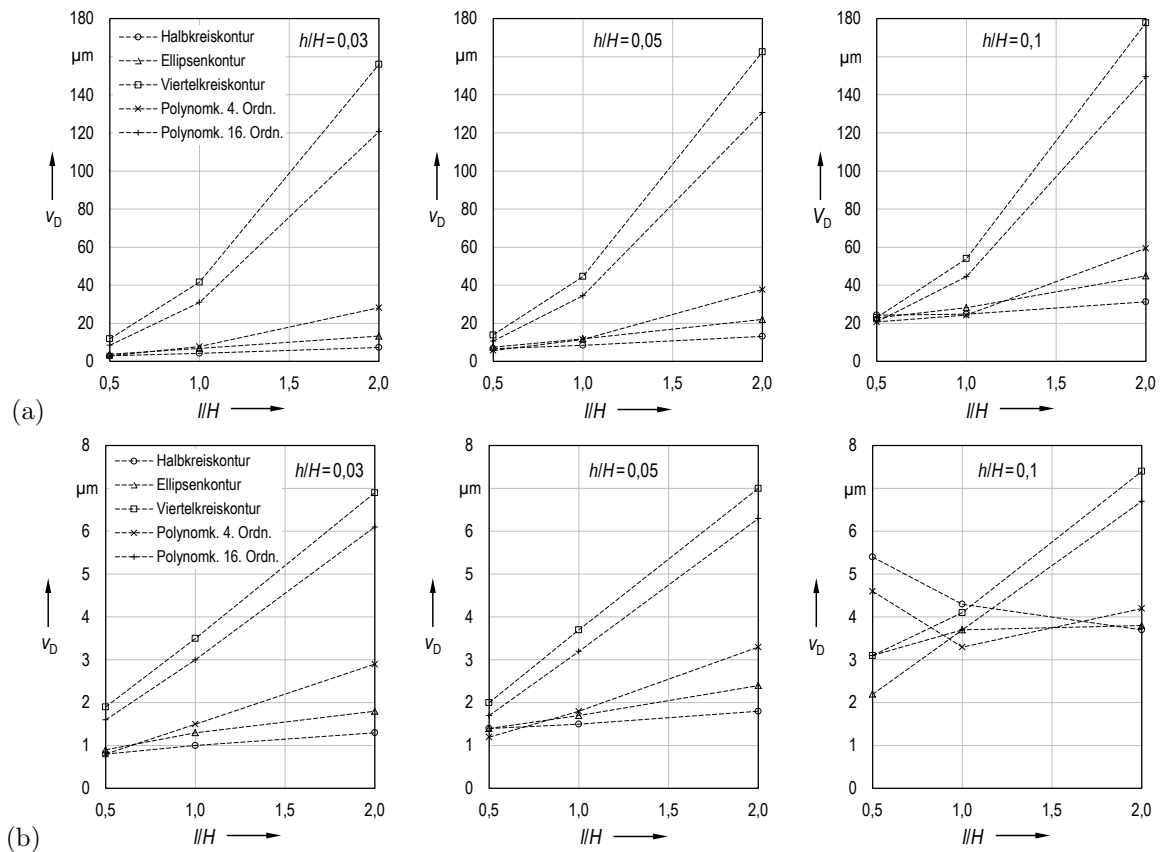
In diesem Abschnitt erfolgt die FEM-Simulation der fünf in Abschnitt 4.6 untersuchten Gelenkconturen (Halbkreiscontur, Ellipsencontur, spannungsgünstige Viertelkreiscontur sowie Polynomcontur 4. und 16. Ordnung) für ein Einzelgelenk, um den Einfluss der Gelenkcontur und -abmessungen auf die Gelenkeigenschaften zu ermitteln. Für einen identischen Auslenkwinkel  $\varphi = 4^\circ$  werden die drei Kriterien Drehachsenverlagerung, maximale Vergleichsdehnung und Drehfederrate untersucht. Die Ergebnisse werden mit dem Einfluss der Gelenkcontur auf die Mechanismuseigenschaften in Kapitel 4 verglichen, um grundlegende Zusammenhänge zur Erstellung von zielabhängigen Gestaltungshinweisen für prismatische Festkörpergelenke zu schlussfolgern.



Um den Einfluss des Lastfalls bei den Untersuchungen zu berücksichtigen, wird zum einen eine Einzelkraft  $\vec{F}_y$  und zum anderen ein reines Moment  $\vec{M}_{bz}$  für je zwei unterschiedliche Kraftangriffspunkte,  $P_B$  und  $P_{B2}$ , betrachtet (vgl. Abbildung 5.7b). Da unterschiedliche Gelenklängen  $l$  untersucht werden, wird für die Definition von  $P_B$  stets die größte Gelenklänge  $x_e = l = 2H$  verwendet. Daraus resultiert die Lage von  $P_{B2}$  mit  $x_e = 3H$ . Die Simulationen der Einzelgelenke werden, wie die der Mechanismen auch, für die Parameter  $H = 10$  mm,  $b = 6$  mm und den Aluminiumwerkstoff EN AW 7075 durchgeführt.

Die Ergebnisse beider Lastfälle für den Kraftangriffspunkt  $P_B$  sind in Abbildung 5.13 bis 5.15 dargestellt. Die Ergebnisse für  $P_{B2}$  sind im Anhang (Abbildung B.1 bis B.3) aufgeführt.

Die Simulation erfolgt kraftgesteuert durch Vorgabe der Belastung  $\vec{F}_y$  bzw.  $\vec{M}_{bz}$ . Der Auslenkwinkel wird anhand der Lage von zwei Punkten auf dem bewegten verformungssteifen Segment ausgewertet. Da die Belastung zur Realisierung des diskreten Auslenkwinkels  $\varphi = 4^\circ$  nicht explizit vorgegeben werden kann, werden die Ergebnisgrößen mittels linearer Approximation der Ergebnisse zweier benachbarter Winkelwerte berechnet. Hierfür wird die Belastung solange schrittweise in hinreichend kleinen Schritten erhöht, bis die benachbarten Winkelwerte innerhalb eines Bereiches von  $\pm 0,2^\circ$  liegen. Dadurch kann der vorzugebende Wert der Kraft bzw. des Momentes bestimmt werden, der zur Überprüfung dieser Vorgehensweise in einer erneuten FEM-Simulation als Eingangsgröße dient. Der erneut ausgewertete Auslenkwinkel stimmt mit dem Winkel  $\varphi = 4^\circ$  exakt überein.



**Abbildung 5.13:** FEM-Ergebnisse zur Drehachsenverlagerung des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_B$  ( $x_e = 2H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$

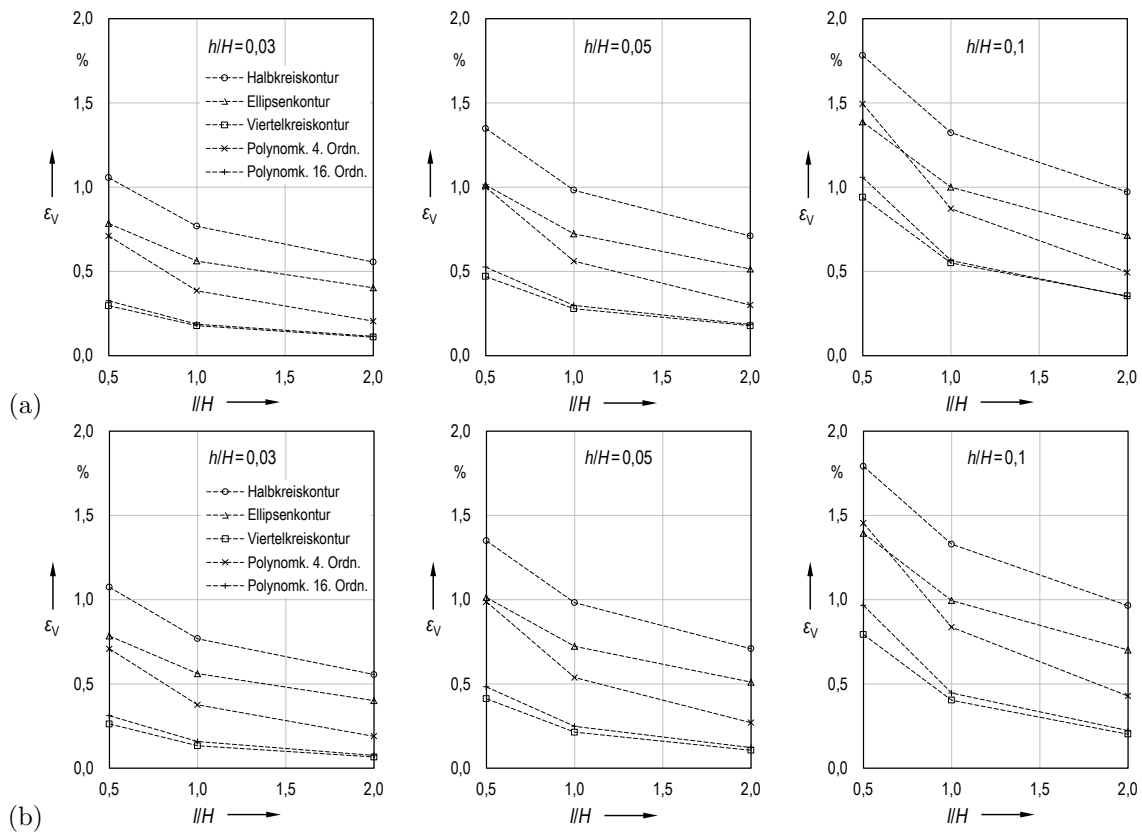


Abbildung 5.14: FEM-Ergebnisse zur maximalen Vergleichsdehnung des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_B$  ( $x_e = 2H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$

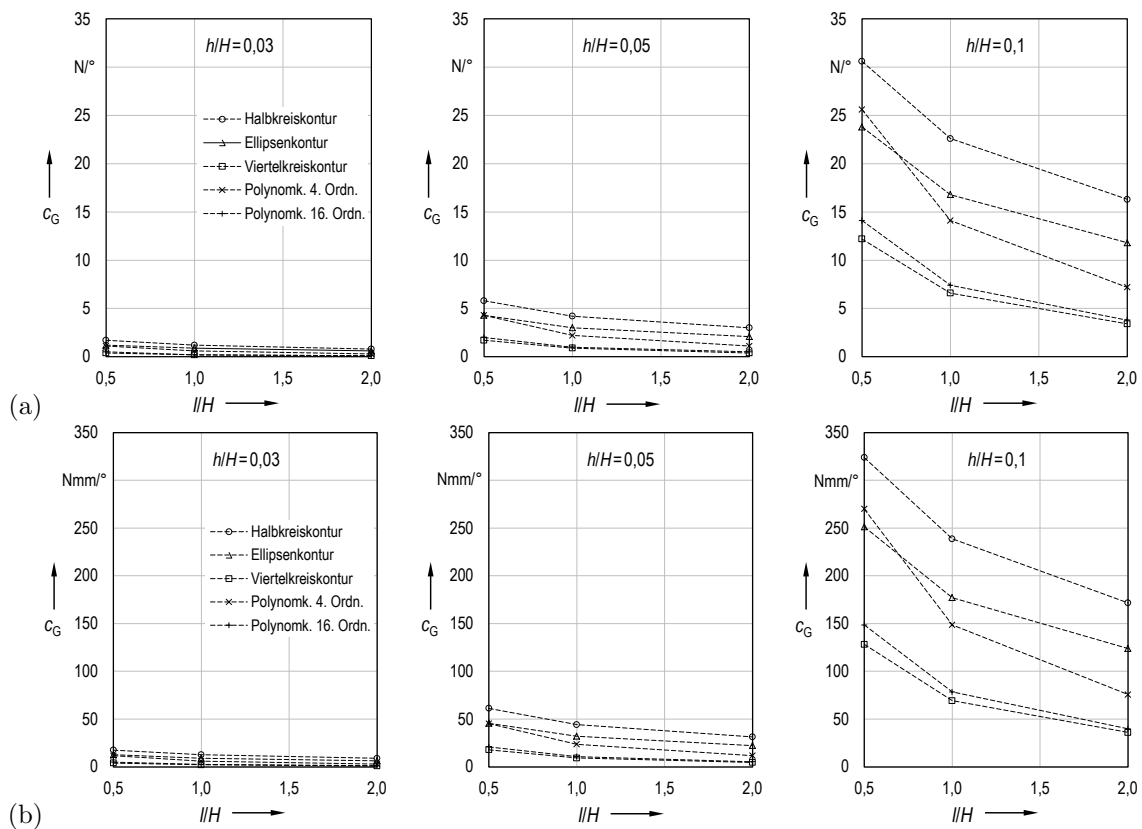


Abbildung 5.15: FEM-Ergebnisse zur Drehfederrate des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_B$  ( $x_e = 2H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$

Für das *Bewegungsverhalten* (Abbildung 5.13) bestätigt sich, dass unabhängig von einer Variation der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  keine Gelenkkontur am besten geeignet ist. Die Drehachsenverlagerung ist von der Gelenkkontur, den Gelenkabmessung und der Belastung gleichermaßen abhängig. Daher sind die Ergebnisse der Mechanismen (vgl. Abschnitt 4.6) auch für Einzelgelenke gültig. Anhand der Einzelgelenkuntersuchung ergeben sich für den betrachteten identischen Auslenkwinkel folgende Einflüsse auf die Drehachsenverlagerung:

- Einfluss der Gelenkkontur: Bei dünnen Gelenken ( $h = 0,03H$ ) und mittleren Gelenkdicken ( $h = 0,05H$ ) ermöglichen Halbkreiskonturen eine geringe Drehachsenverlagerung, während Viertelkreiskonturen in diesen Fällen zur größten Verlagerung führen.
- Einfluss der Gelenkabmessungen: Die Variation der Gelenklänge  $l$  hat gegenüber der Variation der minimalen Gelenkhöhe  $h$  einen größeren Einfluss.
- Einfluss des Lastfalls: Bei der Aufbringung einer Querkraft ist die Drehachsenverlagerung wesentlich größer als bei einem Moment.
- Einfluss des Kraftangriffspunktes: Der  $x$ -Abstand des Kraftangriffspunktes vom Gelenkmittelpunkt hat bei einer Querkraft insbesondere einen Einfluss auf das quantitative Verhalten (vgl. Abbildung 5.13a mit Abbildung B.1a). Das heißt, je näher eine Querkraftbelastung an der Gelenkmitte erfolgt, desto größer ist die Drehachsenverlagerung. Bei Momentenbelastung existiert ein Einfluss des Lastangriffspunktes auf das qualitative Verhalten (vgl. Abbildung 5.13b mit Abbildung B.1b).

Für das *Spannungs-* (Abbildung 5.14) und *Verformungsverhalten* (Abbildung 5.15) des Einzelgelenkes ergeben sich identische Kurvenverläufe wie bei der Untersuchung der Mechanismen (vgl. Abschnitt 4.6). Das qualitative Spannungs- und Verformungsverhalten ist somit unabhängig vom Lastfall. Das quantitative Verhalten wird für eine gegebene Gelenkkontur und gegebene Gelenkabmessungen ausschließlich vom vorhandenen Auslenkwinkel bestimmt.

## 5.6 Einfluss der Gelenkskalierung auf die Untersuchungskriterien

Zur Gewährleistung der skalenübergreifenden Anwendbarkeit von zu erstellenden Gestaltungshinweisen findet in diesem Abschnitt eine FEM-basierte Untersuchung des Einflusses der Skalierung eines Festkörpergelenkes auf sein Bewegungs-, Spannungs- und Verformungsverhalten statt. Unter Skalierung wird eine gleichmäßige Verkleinerung oder Vergrößerung aller geometrischen Parameter des Festkörpergelenkes mit dem Skalierungsfaktor  $t$  verstanden. Die Gelenkskalierung ist v. a. im Hinblick auf die Miniaturisierung von nachgiebigen Mechanismen für die Anwendung in MEMS von Bedeutung.<sup>29</sup>

Es ist bekannt, dass die Größenordnung der Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken auch für mikromechanische Systeme relevant ist [118, 301]. Dennoch wird das kinematische Verhalten von MEMS in der Literatur nur untergeordnet betrachtet. Mitunter werden nachgiebige Mikromechanismen mit einem unveränderlichen Momentanpol untersucht (u. a. [185]).

<sup>29</sup>Die Effekte, die bei MEMS aufgrund der Abmessungen im Mikrometerbereich zusätzlich auftreten können, werden in dieser Arbeit nicht betrachtet.

**Tabelle 5.3:** FEM-Ergebnisse zur Skalierung eines Festkörpergelenkes mit Viertelkreiscontur mit dem Faktor  $t$  bei Auslenkung mit der Kraft  $F_y$  um den Winkel  $\varphi = 4^\circ$  (Ergebnisse ohne Skalierung:  $F_y = 1,53 \text{ N}$ ,  $v_D = 81,5 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon_V = 0,22$ )

Skalierungsfaktor $t$	Gelenkabmessungen			Veränderung der Untersuchungskriterien		
	$l$ in mm	$h$ in mm	$b$ in mm	$\frac{F_{y,t}}{F_y}$	$\frac{v_{D,t}}{v_D}$	$\frac{\varepsilon_{V,t}}{\varepsilon_V}$
0,1	1	0,03	0,6	0,01	0,1	1,0
1	10	0,3	6	1,0	1,0	1,0
10	100	3	60	100,0	10,0	1,0

Durch die Skalierung ergeben sich konstante Verhältnisse der Gelenkabmessungen. Exemplarisch werden die Verhältnisse  $l = H$  und  $h = 0,03H$  sowie der Werkstoff EN AW 7075 betrachtet. Da der Einfluss der Skalierung auf die Gelenkeigenschaften bei identischer Netzdicke<sup>30</sup> unabhängig von der Gelenkkontur ist, findet die Untersuchung am Beispiel eines Festkörpergelenkes mit spannungsgünstiger Viertelkreiscontur für eine Auslenkung um den Winkel  $\varphi = 4^\circ$  statt. Für die beiden Faktoren  $t = 0,1$  und  $t = 10$  wird der Einfluss der Skalierung auf die Untersuchungskriterien Drehachsenverlagerung, maximale Vergleichsdehnung sowie Auslenkkraft untersucht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Es ist ersichtlich, dass eine Skalierung keinen Einfluss auf die resultierende Maximaldehnung hat, während sich die anderen beiden Ergebnisgrößen in Abhängigkeit von  $t$  ändern. Diese simulativ ermittelten Ergebnisse sind anhand der Verformungsgleichung (vgl. Gleichung 4.18) und der Spannungsgleichung für die lineare Balkentheorie analytisch verifizierbar. Für die Viertelkreiscontur mit den untersuchten Gelenkabmessungen existieren bei identischem Auslenkwinkel folgende Zusammenhänge hinsichtlich der drei Untersuchungskriterien. Durch eine Skalierung der Gelenkabmessungen mit dem Faktor  $t$ :

- verändert sich die maximale Vergleichsdehnung nicht,
- verändert sich die Drehachsenverlagerung mit demselben Faktor  $t$  und
- verändert sich die Auslenkkraft mit dem Faktor  $t^2$ .

Der qualitative Einfluss der Gelenkkontur auf die Drehachsenverlagerung bleibt bei einer Skalierung erhalten. Bei der Maximaldehnung bleibt neben dem qualitativen Einfluss außerdem der quantitative Einfluss der Gelenkkontur unverändert. Daher sind gezielt gestaltete oder optimierte Festkörpergelenkkonturen auch für MEMS von Bedeutung.

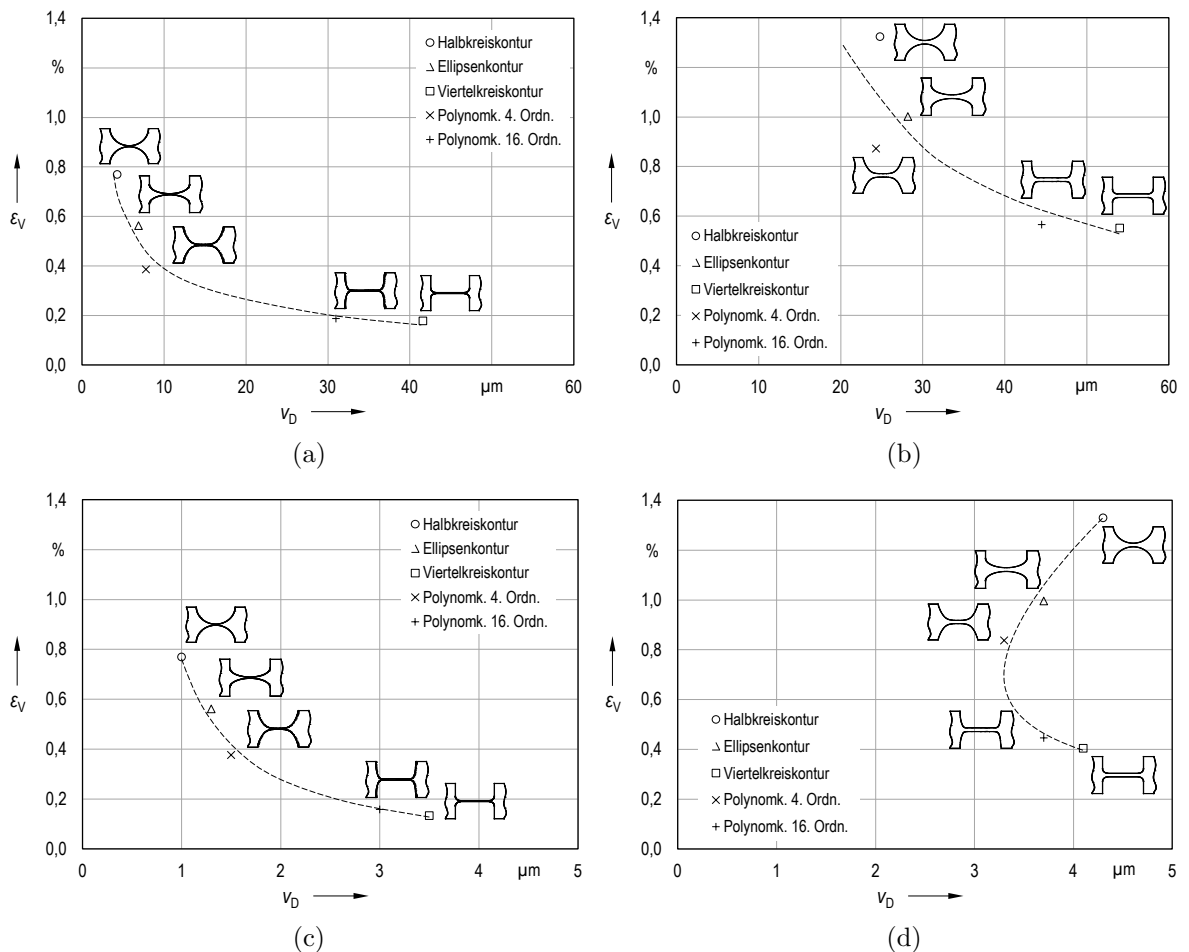
Im Hinblick auf den Einsatz in MEMS ist jedoch die Fertigbarkeit der minimalen Gelenkhöhe  $h$  der Festkörpergelenke ein begrenzender Faktor. In Folge dessen muss beim Übergang von miniaturisierbaren zu miniaturisierten nachgiebigen Mechanismen entweder das Verhältnis  $h/H$  erhöht werden, wodurch vergleichbar dicke Gelenke entstehen, oder es müssen mikrotechnische Herstellungsverfahren wie bspw. lithographische Prozesse verwendet werden [297].

<sup>30</sup>Bei der FEM-Simulation wird eine bezogen auf die Gelenkabmessungen konstante Elementteilung verwendet, wodurch sich eine vergleichbare Diskretisierung ergibt.

## 5.7 Eignung des Drehachsenmodells und Bewertung der Gelenkkonturen

Im Gegensatz zu form- und kraftgekoppelten Gelenken lässt sich mit einem Festkörpergelenk keine exakte relative Drehung zweier starrer Glieder realisieren. Der translatorische Anteil der allgemeinen Bewegung des ausgelenkten verformungssteifen Segmentes stellt die Drehachsenverlagerung dar, deren Richtung, Betrag und Anstieg neben den geometrischen Gelenkparametern auch von ihrer Modellbildung selbst abhängt.

Das Drehachsenmodell des kinematisch fest mitgeführten Gelenkmittelpunktes (vgl. Abbildung 5.2c, *Mittelpunktmitführung*) ist – insbesondere bei der gleichzeitigen Berücksichtigung von analytischen, messtechnischen und simulativen Methoden – ein geeigneter Ansatz zur unmittelbaren Modellierung sowie aussagekräftigen Untersuchung der Drehachsenverlagerung einzelner Festkörpergelenke. Dabei entspricht die absolute Drehachsenverlagerung bezogen auf die Ausgangslage im Gelenkmittelpunkt stets der Kreisbahnabweichung eines betrachteten Punktes auf dem ausgelenkten Segment.



**Abbildung 5.16:** FEM-Analyse von Vergleichsdehnung und Drehachsenverlagerung für ein in  $P_B$  ausgelenktes Festkörpergelenk ( $l = H$ ,  $\varphi = 4^\circ$ ): (a)  $h = 0,03H$  und  $\vec{F}_y$ , (b)  $h = 0,1H$  und  $\vec{F}_y$ , (c)  $h = 0,03H$  und  $\vec{M}_{bz}$ , (d)  $h = 0,1H$  und  $\vec{M}_{bz}$

Bei der Untersuchung von Gelenkmustern mit gegensätzlicher Halb- und Viertelkreiscontur mithilfe verschiedener Methoden ergeben sich für die Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel-Kennlinien eine gute und für die Kraft-Auslenkwinkel-Kennlinien eine sehr gute Übereinstimmung der analytisch, messtechnisch und simulativ ermittelten Ergebnisse. Somit lässt sich mithilfe des in diesem Kapitel erstellten FEM-Modells das kinematische und kinetostatische Verhalten prismatischer Festkörpergelenke in geeigneter Weise simulieren.

Die FEM-Analyse des Einflusses der in Abschnitt 4.6 untersuchten Gelenkkonturen auf die Gelenkeigenschaften bestätigt unabhängig von Art und Betrag der Belastung ein qualitativ identisches Spannungs- und Verformungsverhalten für Einzelgelenke und für Mechanismen. Hierdurch lassen sich geeignete Gelenkkonturen und -abmessungen identifizieren und somit Gestaltungshinweise für prismatische Festkörpergelenke auf Basis des vorhandenen Auslenkwinkels  $\varphi$  formulieren.

Da das Bewegungsverhalten von der Gelenkkontur, den Gelenkabmessung und der Belastung gleichermaßen abhängt, lassen sich auch für Einzelgelenke grundlegende Zusammenhänge nur für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) schlussfolgern. In diesem Fall lässt sich mit Halbkreisconturen stets die geringste Drehachsenverlagerung realisieren (Abbildung 5.16a und c). Durch die Untersuchungen in diesem Kapitel wird jedoch erstmals für separat betrachtete Festkörpergelenke gezeigt, dass Halbkreisconturen bei dicken Gelenken ( $h = 0,1H$ ) in Abhängigkeit des Lastfalls zur größten Drehachsenverlagerung führen können (Abbildung 5.16d). Dadurch wird das prinzipiell unterschiedliche Bewegungsverhalten der Mechanismen bestätigt.

Wie in Abbildung 5.16 für vier untersuchte Fälle beispielhaft dargestellt, sind Polynomkonturen 4. Ordnung auch bei Einzelgelenken gut zur Minimierung der beiden Zielkriterien Maximaldehnung und Drehachsenverlagerung geeignet.

Es lässt sich zusammenfassen, dass die Drehachsenverlagerung der untersuchten makroskopischen Festkörpergelenke – abhängig von der Gelenkkontur sowie den -abmessungen  $l$  und  $h$  – bereits für einen Auslenkwinkel von  $\varphi = 4^\circ$  mehrere hundert Mikrometer beträgt. Daher ist die Berücksichtigung der Drehachsenverlagerung für Bewegungssysteme in der Präzisionstechnik relevant. Die Untersuchung zur Skalierung bestätigt zudem das Potenzial von Gestaltungshinweisen prismatischer Festkörpergelenke für MEMS. Das Drehachsenmodell der Mittelpunktmitführung ist für die separate Optimierung der Festkörpergelenkkontur eines Einzelgelenkes verwendbar. Die Eignung von Polynomkonturen für die mehrkriterielle Konturoptimierung wird durch die Untersuchung von Einzelgelenken bestätigt.

## 6 Mehrkriterielle Konturoptimierung mittels FEM und experimentelle Verifikation

Ziel der Untersuchungen in diesem Kapitel ist der Vergleich zwischen der separaten Optimierung der Gelenkkontur eines Einzelgelenkes und der direkten Optimierung im nachgiebigen Mechanismus hinsichtlich der Zweckmäßigkeit bei der Synthese. Für die mehrkriterielle Konturoptimierung prismatischer Festkörpergelenke werden drei neuartige Ansätze untersucht:

- die Verwendung längssymmetrischer Gelenke,
- die Kombination unterschiedlicher Gelenke im selben Mechanismus sowie
- die Vorgabe unterschiedlicher Fälle von Zielkriterien und Nebenbedingungen für die Bahnabweichung und Maximaldehnung.

Die Optimierung findet FEM-basiert statt. Das Simulationsmodell wird mit der Software *ANSYS 14.5* erstellt, und das Optimierungsproblem wird mittels des integrierten Tools *optiSLang inside ANSYS Workbench* gelöst sowie ausgewertet.

Die mehrkriterielle Konturoptimierung von Festkörpergelenken mit beliebiger Freiformgeometrie muss für jeden diskreten Fall der Gelenkabhessungen  $l$  und  $h$  neu durchgeführt werden und ist daher insbesondere bei der direkten Optimierung im Mechanismus aufwendig. Für Balken, Platten sowie verschiedene Maschinenelemente ist bekannt, dass eine allgemeingültige Optimalgestalt nicht existiert und bereits mit einfachen Methoden eine gute Annäherung des Designs an vorgegebene Zielkriterien und Nebenbedingungen erreicht werden kann [212]. Deshalb werden zur Konturoptimierung in diesem Kapitel ausschließlich vordefinierte Aussparungsgeometrien auf Basis von grundlegenden Geometrieelementen und mathematischen Funktionen betrachtet. Diese Vorgehensweise erleichtert zudem die Übertragbarkeit der Ergebnisse im Hinblick auf die Formulierung von Gestaltungshinweisen für prismatische Festkörpergelenke, bspw. durch die Verwendung variabler Polynomkonturen.

Die direkte Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus findet für zwei vier- und sechsgliedrige hybride nachgiebige Mechanismen zur Realisierung einer exakten Punktgeradführung statt. Am Beispiel der gleichschenkligen zentrischen Schubkurbel werden die Geradführungseigenschaften messtechnisch untersucht, um die Eignung sowie die Robustheit optimierter Polynomkonturen im Vergleich zu häufig eingesetzten Halb- und Viertelkreiskonturen zu überprüfen. Alle untersuchten Festkörpergelenke haben die maximale Gelenkhöhe  $H = 10$  mm sowie Gelenkbreite<sup>31</sup>  $b = 0,6H$  und bestehen aus dem Aluminiumwerkstoff EN AW 7075.

<sup>31</sup>Die Gelenkbreite  $b$  hat keinen Einfluss auf die beiden in diesem Abschnitt hauptsächlich betrachteten Zielkriterien Bahnabweichung und Maximaldehnung. Daher wird  $b$  in Anlehnung an die bisherigen Untersuchungen in dieser Arbeit festgelegt.

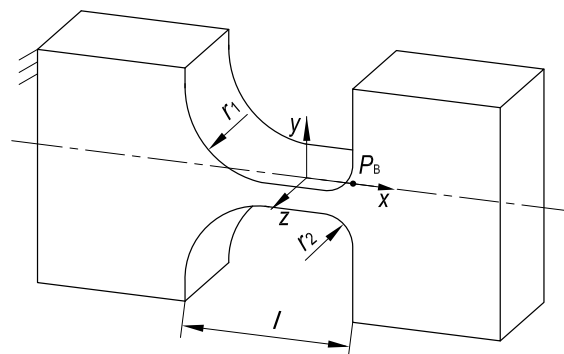
## 6.1 Separate Optimierung der Gelenkkontur eines Einzelgelenkes

In diesem Abschnitt wird die separate Optimierung der Gelenkkontur eines Einzelgelenkes mit *längssymmetrischer Viertelkreiskontur* untersucht (Abbildung 6.1). Diese bezüglich der transversalen Hochachse nicht symmetrische Gelenkkontur ermöglicht durch eine unabhängige Variation der beiden Radien  $r_1$  und  $r_2$  die Kombination der Vorteile einer symmetrischen Halb- und Viertelkreiskontur. In der Literatur werden derartige *hybride Gelenkkonturen*, die verschiedene einfache oder komplexe Gelenkkonturen kombinieren, bis auf wenige Ausnahmen (siehe [174, 357]) nicht untersucht.

Die hinsichtlich einer geringen Drehachsenverlagerung und Maximaldehnung optimale Parameterkombination der beiden Radien  $r_1$  und  $r_2$  wird mithilfe des *Adaptiven Antwortflächenverfahrens* (ARSM) bei gleicher Auslenkung des Gelenkes ermittelt. Die Optimierung findet wie die Untersuchung zur Drehachsenverlagerung in Kapitel 5 für den Auslenkwinkel  $\varphi = 4^\circ$ , durch Vorgabe einer Verschiebung  $u_y = -0,035H$  im Punkt  $P_B$  ( $x = l/2$ ), statt. Da insbesondere bei dicken Gelenken sowohl Halb- als auch Viertelkreiskonturen drehachsengünstig sein können, wird die größte minimale Gelenkhöhe  $h = 0,1H$  gewählt. Ausgehend vom mithilfe einer stochastischen Variantenstudie bestimmten Startdesign hängen die resultierenden optimalen Werte vom Variationsbereich der Parameter und der Wichtung der Zielkriterien bzw. Nebenbedingungen ab. Die Optimierung findet für folgende Parametervariationen und Zielkriterien statt:

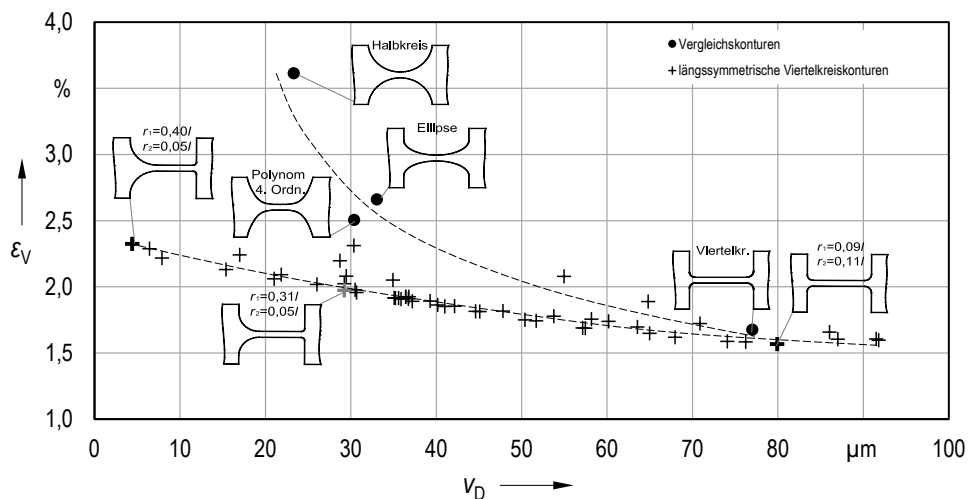
- Parameter: Variation der Viertelkreisradien  $r_1$  und  $r_2$  im Bereich von  $0,05l$  bis  $0,4l$ ,
- Zielkriterien: Minimierung der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  unter Einhaltung der Nebenbedingung einer Drehachsenverlagerung  $v_D$  kleiner als 31 Mikrometer (dieser Referenzwert entspricht der für die Optimierung schon als spannungs- und drehachsengünstig anzusehenden Polynomkontur 4. Ordnung). Zur Ermittlung der Drehachsenverlagerung wird das Drehachsenmodell der Mittelpunktmitführung verwendet

In Abbildung 6.2 sind die Ergebnisse der optimalen Viertelkreiskontur sowie der während der Optimierung untersuchten Konturvarianten für den Zusammenhang der maximalen Vergleichsdehnung und Drehachsenverlagerung im Vergleich mit vollständig symmetrischen Gelenkkonturen (Halbkreis-, Ellipsen-, Viertelkreis- und Polynomkontur) dargestellt.



**Abbildung 6.1:** Modell des Festkörpergelenkes mit längssymmetrischer Viertelkreiskontur ( $l = H$ ,  $h = 0,1H$ )





**Abbildung 6.2:** Vergleich längssymmetrischer Viertelkreiskonturen mit den bisher untersuchten symmetrischen Gelenkkonturen für den Zusammenhang der beiden Zielkriterien Maximaldehnung und Drehachsenverlagerung ( $\varphi = 4^\circ$ , das Ergebnis der optimalen Viertelkreiskontur ist grau markiert)<sup>32</sup>

Es ist erkennbar, dass sich mit längssymmetrischen Viertelkreiskonturen gegenüber den Vergleichskonturen eine Reduzierung der Maximaldehnung bei einer geringen Drehachsenverlagerung realisieren lässt. Die Radien für die unter den getroffenen Annahmen optimale Viertelkreiskontur ergeben sich mit  $r_1 = 0,31l$  und  $r_2 = 0,05l$ . Bei der durchgeführten Optimierung mit einem Zielkriterium und einer Nebenbedingung gibt es unter den untersuchten Designvarianten keinen Ergebnispunkt, der eine geringere Maximaldehnung aufweist, ohne die Nebenbedingung der begrenzten Drehachsenverlagerung zu verletzen.

Somit wird durch die vom Autor in [176] durchgeführte Untersuchung längssymmetrischer Viertelkreiskonturen für einen anderen Winkel erstmals nachgewiesen, dass ein größerer Radius auf der gestellfesten Gelenkseite zur Reduzierung der Drehachsenverlagerung führt. Das für eine geringe Drehachsenverlagerung einzuhaltende Radienverhältnis  $r_1 > r_2$  wird in der Literatur durch die aktuelle Untersuchung von LIN [174] bestätigt, bei der das alternative Modell der Mittelpunktverschiebung zur Ermittlung der Drehachsenlage verwendet wird.

Des Weiteren existieren Parameterkombinationen der Radien, die die Erfüllung von nur einem Optimierungsziel in besonderem Maße ermöglichen. Im Vergleich zu den bisher untersuchten symmetrischen Gelenkkonturen lässt sich v. a. die Drehachsenverlagerung deutlich reduzieren. Es kann eine Abhängigkeit von der Wichtung der Zielkriterien und Nebenbedingungen festgestellt werden.

Eigene Untersuchungen zeigen bei längssymmetrischen Festkörpergelenken ein zusätzliches Optimierungspotenzial durch die Einführung einer halbkreisförmigen Hinterschneidung auf der einspannungsfernen Gelenkseite (weitere Details hierzu siehe [176]). Ferner wird im Rahmen dieser Arbeit in [354] nachgewiesen, dass mit einer geometrisch freien Hinterschneidung eine vollständige Kompensation der Drehachsenverlagerung realisierbar ist.

<sup>32</sup>Für die Untersuchungsergebnisse der längssymmetrischen Viertelkreiskonturen und Vergleichskonturen ist eine Regressionskennlinie auf Basis einer Polynomfunktion 2. Ordnung bzw. Potenzfunktion eingezeichnet.

## 6.2 Direkte Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus

In diesem Abschnitt wird die direkte Optimierung der Gelenkkontur im nachgiebigen Mechanismus untersucht. Beispielhaft werden zwei ebene Geradföhrungsmechanismen mit unterschiedlicher Glied- und Drehgelenkzahl betrachtet, die *gleichschenklige zentrische Schubkurbel* und der *Storchnabelmechanismus*. Zielkriterien sind die Bahnabweichung und maximale Vergleichsdehnung des nachgiebigen Mechanismus bei vorgegebenem Antriebsweg.

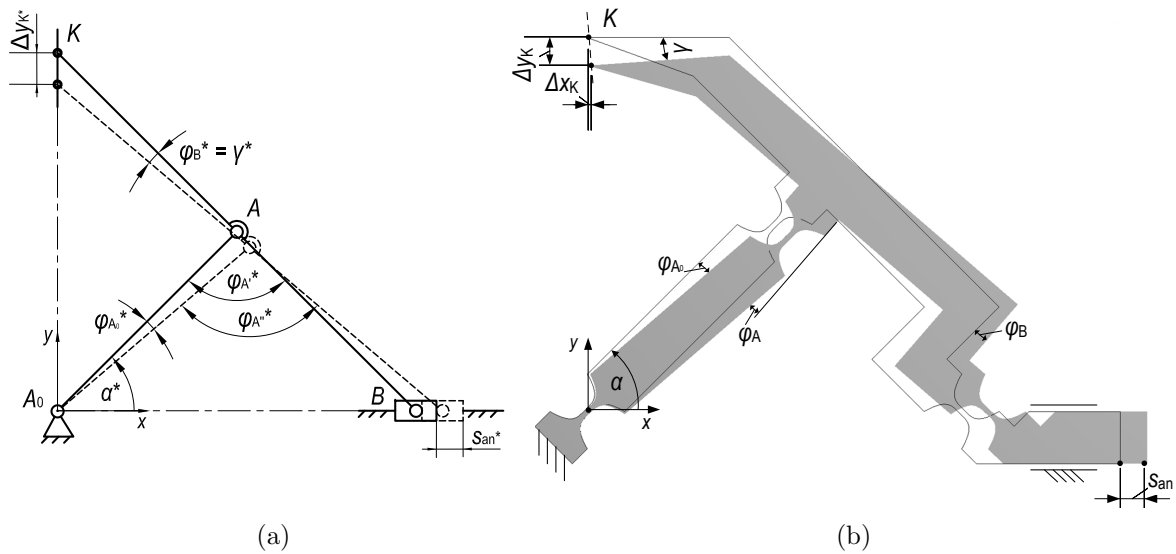
Diese Mechanismen werden gewöhlt, um Ergebnisse für kinematische Strukturen mit unterschiedlicher Komplexität zu diskutieren. Mit den Starrkörpervorbildern lässt sich eine exakte Geradföhrung des Koppelpunktes  $K$  realisieren. Im Gegensatz dazu ist bei den nachgiebigen Mechanismen eine Abweichung von der idealen Gerade zu erwarten, anhand der die Optimierung des Bewegungsverhaltens stattfindet.

Wie für Einzelgelenke in Abschnitt 5.5 gezeigt, hat der Lastfall Einfluss auf das Bewegungsverhalten von Festkörpergelenken. Da sich die Vorgabe einer idealen Drehbewegung in vollständigen nachgiebigen Mechanismen nicht allgemein und nicht ohne zusätzliche konstruktive Maßnahmen realisieren lässt, ist auch ein Einfluss des Lastfalls auf das Bewegungsverhalten der Mechanismen zu erwarten. Deshalb findet die Optimierung für zwei hybride nachgiebige Mechanismen (vgl. Tabelle 2.1) mit einem nicht stoffgekoppelten Schubgelenk statt. Das Schubgelenk ist gestellfest, wodurch mithilfe eines Linearantriebes eine translatorische Antriebsbewegung der untersuchten nachgiebigen Koppelmechanismen erreicht wird. Somit ist der Kontureinfluss auf das Mechanismusverhalten unabhängig von der Realisierung der Antriebsbewegung.

Bei der Optimierung wird neben der Betrachtung von identischen Gelenkkonturen auch die Kombination unterschiedlicher Gelenkkonturen im selben Mechanismus untersucht. Entsprechend der Gelenkzahl entstehen weitere freie Parameter, deren Potenzial im Hinblick auf die Erfüllung der Zielkriterien zu prüfen ist. Zur Modellierung variabler Gelenkkonturen werden die ermittelten Polynomkonturen gemäß Gleichung 4.26 verwendet, die durch die Anpassung des ganzzahligen Polynomgrades  $n$  eine Optimierung basierend auf identischen oder unterschiedlichen Gelenken ermöglichen. Als Vergleich dienen Festkörpergelenke mit Halbkreisconturen und spannungsgünstigen Viertelkreisconturen. Auf weitere denkbare Variationen wird verzichtet, da es im Hinblick auf die Komplexität und den Umfang des Parameterfeldes den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde, eine ganzheitliche Darstellung erreichen zu wollen.

### 6.2.1 Viergliedriger Mechanismus – gleichschenklige zentrische Schubkurbel

In diesem Unterabschnitt erfolgt die mehrkriterielle Optimierung der Gelenkkontur am Beispiel der *gleichschenkligen zentrischen Schubkurbel*, die u. a. in [352, 358] zur Punktgeradföhrung vorgeschlagen wird. Bei der Optimierung werden identische und unterschiedliche Gelenke im Mechanismus betrachtet. Die Simulationsmodelle wurden in [247] erstellt. Der Starrkörpermechanismus und der nachgiebige Mechanismus der untersuchten Schubkurbel sind in Abbildung 6.3 dargestellt.



**Abbildung 6.3:** Parameter der gleichschenkligen zentrischen Schubkurbel mit Darstellung der unausgelenkten und ausgelenkten Lage: (a) Starrkörpermechanismus (nicht maßstäblich), (b) nachgiebiger Mechanismus mit Polynomkontur 4. Ordnung

In der Literatur werden nachgiebige Schubkurbeln als eigenständiger Mechanismus (u. a. [260, 261, 334]) oder als Grundelement eines höergliedrigen Mechanismus (u. a. [217, 277, 320]) untersucht. Es werden ausschließlich Halbkreis-, Viertelkreis oder Rechteckkonturen für identische Festkörpergelenke im Mechanismus betrachtet. Da die Getriebestellung  $\alpha^*$  Einfluss auf die Führungsabweichung hat, wird für die Ausgangslage  $\alpha = \alpha^*$  ein günstiger Bereich von  $20^\circ$  bis  $45^\circ$  vorgeschlagen [262]. Eine mehrkriterielle Optimierung basierend auf unterschiedlichen Gelenken erfolgt nicht, weshalb die Schubkurbel in dieser Arbeit untersucht wird.

Die zentrische gleichschenklige Schubkurbel ist ein viergliedriger Mechanismus mit drei Drehgelenken und der kinematischen Versetzung  $e = 0$ . In diesem Fall bilden die Drehgelenkpunkte  $A_0$ ,  $A$  und  $B$  ein gleichschenkliges Dreieck, wobei der Drehgelenkpunkt  $B$  mit der Schubrichtung zusammen fällt. Wenn die  $x$ -Koordinate des untersuchten Koppelpunktes  $K$  der  $x$ -Koordinate des Drehgelenkpunktes  $A_0$  entspricht, lässt sich mit dem Starrkörpermechanismus eine exakte Punktgeradföhrung von  $K$  normal zur Schubrichtung realisieren. Dadurch ergibt sich der Geradföhrungsfehler  $\Delta x_K^* = 0$ . In Tabelle 6.1 sind die in dieser Arbeit verwendeten kinematischen Abmessungen und die bewegungsgeometrischen Größen des Starrkörpermechanismus für die gewählte Ausgangslage  $\alpha^*$  aufgeföhrt.

Die betrachtete Schubkurbel hat eine nicht konstante Wegübersetzung  $i_s^*$  (Gleichung 4.30), die in der Ausgangslage Eins ist und während der Bewegung nichtlinear abnimmt. Die relative Winkeländerung  $\varphi^*$  der Drehgelenke, die im nachgiebigen Mechanismus dem Auslenkwinkel  $\varphi$  der Festkörpergelenke entspricht, ist für  $A$  doppelt so groß wie für  $A_0$  und  $B$ .

**Tabelle 6.1:** Kinematische Abmessungen, Ausgangslage und in [247] mittels *SAM* ermittelte bewegungsgeometrische Größen der Schubkurbel

$\overline{A_0A}$ in mm	$\overline{AB}$ in mm	$\overline{AK}$ in mm	$\alpha^*$ in $^\circ$	$s_{an}^*$ in mm	$s_{ab}^* = \Delta y_K^*$ in mm	$i_s^*$	$\varphi_{A_0}^*, \varphi_B^* = \gamma^*$ in $^\circ$	$\varphi_A^* = \varphi_{A''}^* - \varphi_{A'}^*$ in $^\circ$
50	50	50	45	5	-5,38	0,93	4,21	8,42

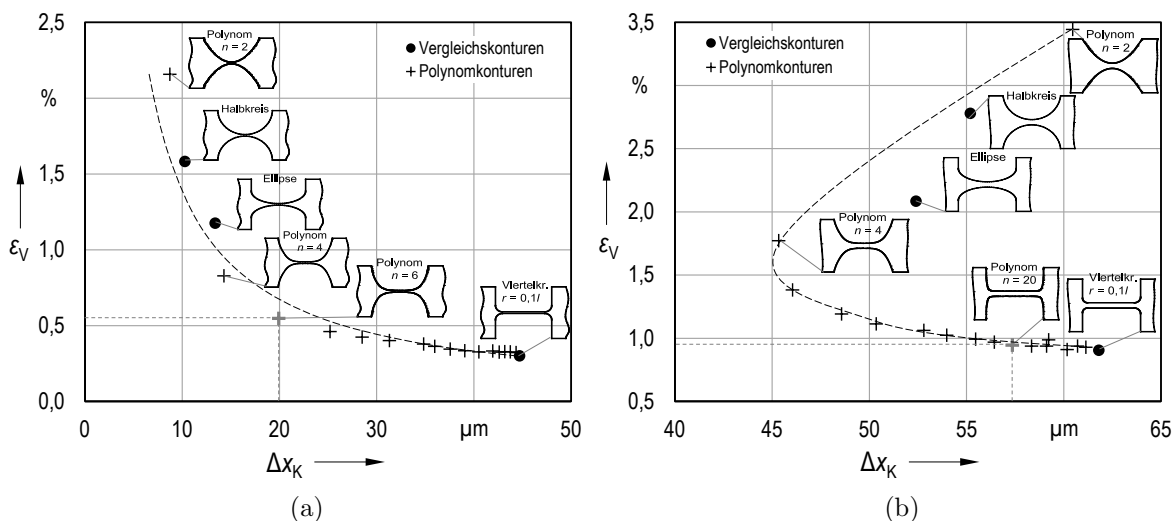
Bei der konstruktiven Umsetzung der nachgiebigen Schubkurbel für die Ausgangslage  $\alpha = \alpha^*$  im CAD-Modell und der anschließenden FEM-Simulation wird dieselbe Vorgehensweise wie bei den in Abschnitt 4.5 untersuchten nachgiebigen Mechanismen angewendet. Die Gelenkorientierung von  $A_0$  und  $A$  wird so gewählt, dass die Längsachsen der Festkörpergelenke parallel zur Kurbel sind. Das Gelenk  $B$  ist parallel zur Koppel ausgerichtet. Nach Vorgabe des Antriebsweges  $s_{an} = s_{an}^*$  können neben der Dehnung die kinematischen Ergebnisgrößen des nachgiebigen Mechanismus, die Geradenführungslänge  $s_{ab} = \Delta y_K$ , die Geradenabweichung  $\Delta x_K$  sowie der Auslenkwinkel  $\varphi$  aller Festkörpergelenke, ausgewertet werden.

### Optimierung des Mechanismus mit identischen Gelenken

Für die Optimierung der nachgiebigen Schubkurbel mit identischen Gelenken wird jedes der drei Festkörpergelenke  $A_0$ ,  $A$  und  $B$  mit derselben Polynomkontur gemäß Gleichung 4.26 modelliert. Parameter für alle Gelenke ist der Polynomgrad  $n$ . Die mehrkriterielle Optimierung findet für folgende Parametervariation und Zielkriterien statt:

- Variation des Polynomgrades von  $n = 2$  bis  $n = 32$  mit der Schrittweite<sup>33</sup>  $w = 2$ ,
- Minimierung der Geradenabweichung  $\Delta x_K$  des Koppelpunktes  $K$  und
- Minimierung der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  des Mechanismus<sup>34</sup>.

Die hinsichtlich beider Zielkriterien optimale Polynomkontur ist für zwei minimale Gelenkhöhen  $h$  bei gleicher Gelenklänge  $l = H$  in Abbildung 6.4 dargestellt. Für eine Optimierung mit zwei Zielkriterien entspricht der grau markierte Ergebnispunkt des optimalen Designs im Zielkriteriendiagramm stets dem Punkt, der zusammen mit dem Nullpunkt ( $\Delta x_K = 0$  und  $\varepsilon_V = 0$ ) eine Rechteckfläche mit dem geringsten Flächeninhalt ergibt.



**Abbildung 6.4:** Auswertung von Vergleichsdehnung und Geradenabweichung der nachgiebigen Schubkurbel für  $s_{an} = 5$  mm und  $l = H$ : **(a)**  $h = 0,03H$ , **(b)**  $h = 0,1H$  (die Ergebnisse der optimalen Polynomkontur sind grau markiert)

<sup>33</sup>Die angegebene Schrittweite wird in Bezug zur Gleichung 4.26 gewählt, da geradzahlige Polynomgrade eine unmittelbare Erstellung einer Gelenkhälfte im CAD-Modell ermöglichen.

<sup>34</sup>Bei der Simulation des nachgiebigen Mechanismus werden alle Festkörpergelenke berücksichtigt. Die Maximaldehnung tritt im Gelenk mit dem größten Auslenkwinkel auf.

Für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) sind Polynomkonturen 6. Ordnung optimal hinsichtlich der Minimierung beider Zielkriterien. Soll nur das Zielkriterium der Geradenabweichung minimiert werden, dann lässt sich – auch im Vergleich zu den Standardkonturen – mit Polynomkonturen quadratischer Ordnung die höchste Bahngenauigkeit realisieren. Die ermittelten, spannungsgünstig verrundeten Viertelkreiskonturen ergeben die niedrigste Maximaldehnung, wobei der Unterschied zu Polynomkonturen mit der höchsten Ordnung gering ist.

Durch die Erhöhung der minimalen Gelenkhöhe ( $h = 0,1H$ ) ergibt sich ein für eine Optimierung mit zwei Zielkriterien untypischer Kurvenverlauf. In diesem Fall sind Polynomkonturen 20. Ordnung hinsichtlich der Minimierung beider Zielkriterien optimal. In Übereinstimmung mit den Analyseergebnissen der Mechanismen (vgl. Abbildung 4.25) sowie der Einzelgelenke (vgl. Abbildung 5.16) lässt sich mit Halbkreiskonturen und quadratischen Polynomkonturen nicht mehr die geringste Geradenabweichung realisieren. In diesem Fall ermöglichen Polynomkonturen 4. Ordnung die höchste Bahngenauigkeit.

### Optimierung des Mechanismus mit unterschiedlichen Gelenken

Für die Optimierung der nachgiebigen Schubkurbel mit unterschiedlichen Gelenken wird jedes enthaltene Festkörpergelenk mit einem unterschiedlichen Polynomgrad  $n$  modelliert. Dadurch ergeben sich analog zur Gelenkzahl drei Parameter. Die Konturoptimierung wird für drei diskrete Fälle von  $l$  und  $h$  sowie folgende Parametervariationen und Zielkriterien durchgeführt:

- unabhängige Variation des Polynomgrades  $n_{A_0}$ ,  $n_A$  und  $n_B$  von 2 bis 20 mit der Schrittweite  $w = 2$  (dies ergibt 1000 verschiedene Varianten der nachgiebigen Schubkurbel),<sup>35</sup>
- Minimierung der Geradenabweichung  $\Delta x_K$  des Koppelpunktes  $K$  und/oder
- Minimierung der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  des Mechanismus.

**Tabelle 6.2:** Optimale Polynomgrade der nachgiebigen Schubkurbel für verschiedene Optimierungen [247] und Vergleich mit bisher untersuchten Konturen ( $l = H$ ,  $h = 0,03H$ )

Nr.	Zielfunktion	Nebenbedingung	Parameter			Ergebnisgrößen		
			$n_{A_0}$	$n_A$	$n_B$	$\Delta x_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %	$\Delta x_K \cdot \varepsilon_V$ in $\mu\text{m}\%$
1	$\min(\Delta x_K \cdot \varepsilon_V)$	keine	4	8	4	19,1	0,46	8,8
2	$\min(\Delta x_K)$	$\varepsilon_V \leq 0,7\%$	4	6	4	17,0	0,55	9,4
3	$\min(\varepsilon_V)$	$\Delta x_K \leq 20\ \mu\text{m}$	6	8	4	20,0	0,46	9,2
4	$\min(\Delta x_K)$	keine	2	2	2	8,9	2,20	19,6
5	$\min(\varepsilon_V)$	keine	20	20	20	39,8	0,32	12,7
6	Halbkreiskontur					10,3	1,58	16,3
7	Viertelkreiskontur, spannungsgünstig					44,7	0,30	13,4
8	Ellipsenkontur					13,4	1,18	15,8
9	Polynomkontur 4. Ordnung					14,3	0,83	11,9
10	Polynomkontur 16. Ordnung					36,0	0,36	13,0

<sup>35</sup>Wie für die Optimierung mit identischen Gelenken gezeigt, sinkt der Einfluss des Polynomgrades auf die Zielkriterien mit steigendem Wert. Daher wird der maximale Polynomgrad mit Blick auf den vergrößerten Umfang des Parameterfeldes durch die Optimierung mit unterschiedlichen Gelenken auf 20 reduziert.

**Tabelle 6.3:** Optimale Polynomgrade der nachgiebigen Schubkurbel für verschiedene Optimierungen und Vergleich mit bisher untersuchten Konturen ( $l = 0,5H$ ,  $h = 0,03H$ )

Nr.	Zielfunktion	Nebenbedingung	Parameter			Ergebnisgrößen		
			$n_{A_0}$	$n_A$	$n_B$	$\Delta x_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %	$\Delta x_K \cdot \varepsilon_V$ in $\mu\text{m}\%$
1	$\min(\Delta x_K \cdot \varepsilon_V)$	keine	4	10	4	10,4	0,79	8,3
2	$\min(\Delta x_K)$	$\varepsilon_V \leq 0,7\%$	6	14	6	12,8	0,70	9,0
3	$\min(\varepsilon_V)$	$\Delta x_K \leq 20\mu\text{m}$	20	20	8	14,6	0,61	9,0
4	$\min(\Delta x_K)$	keine	2	4	2	7,2	2,15	15,5
5	$\min(\varepsilon_V)$	keine	20	20	8	14,6	0,61	9,0
6	Halbkreiscontur					8,3	2,27	18,8
7	Viertelkreiscontur, spannungsgünstig					19,2	0,56	10,8
8	Ellipsencontur					9,5	1,62	15,4
9	Polynomcontur 4. Ordnung					7,8	1,58	12,3
10	Polynomcontur 16. Ordnung					15,2	0,65	9,9

Da die Ergebnisse der Geradenabweichung und Maximaldehnung, auch aufgrund der Festlegung eines geradzahigen Polynomgrades, vom verwendeten Optimierungsalgorithmus sowie vom Startpunkt abhängig sind, wird eine vollständige Variantenstudie mit allen Parameterkombinationen durchgeführt. Anhand dieser kann das globale Optimum für die drei unterschiedlichen Polynomgrade  $n_{A_0}$ ,  $n_A$  und  $n_B$  hinsichtlich der Minimierung der beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Maximaldehnung für jeden der drei betrachteten Fälle der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  bestimmt werden (Tabelle 6.2 bis Tabelle 6.4, Nr. 1).

Des Weiteren wird die Optimierung für zwei verschiedene Kombinationen eines Zielkriteriums und einer Nebenbedingung mit Ungleichungsbeschränkung (Nr. 2 und 3) sowie für ein Zielkriterium (Nr. 4 bis 5) durchgeführt, um den Einfluss auf die optimalen Polynomgrade zu untersuchen. Für den Vergleich mit den fünf bisher untersuchten Gelenkkonturen (Nr. 6 bis 10) sind die Ergebnisse der nachgiebigen Schubkurbel mit identischen Gelenken angegeben.

**Tabelle 6.4:** Optimale Polynomgrade der nachgiebigen Schubkurbel für verschiedene Optimierungen und Vergleich mit bisher untersuchten Konturen ( $l = 0,5H$ ,  $h = 0,1H$ )

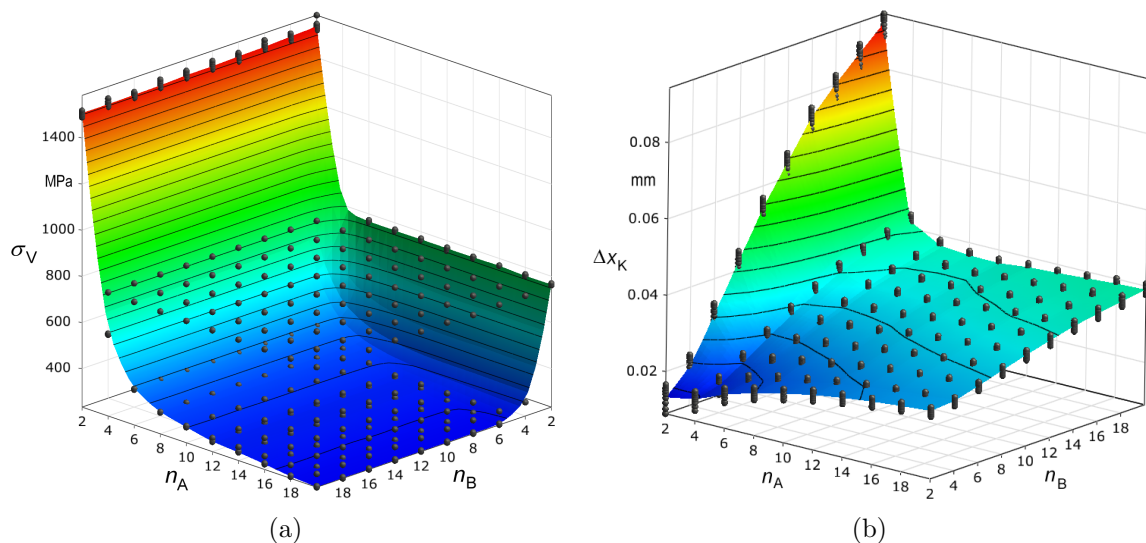
Nr.	Zielfunktion	Nebenbedingung	Parameter			Ergebnisgrößen		
			$n_{A_0}$	$n_A$	$n_B$	$\Delta x_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %	$\Delta x_K \cdot \varepsilon_V$ in $\mu\text{m}\%$
1	$\min(\Delta x_K \cdot \varepsilon_V)$	keine	14	18	4	37,5	1,78	66,6
2	$\min(\Delta x_K)$	$\varepsilon_V \leq 0,7\%$	8	18	4	37,1	2,18	80,8
3	$\min(\varepsilon_V)$	$\Delta x_K \leq 20\mu\text{m}$	16	18	14	39,8	1,71	68,3
4	$\min(\Delta x_K)$	keine	8	18	4	37,1	2,18	80,8
5	$\min(\varepsilon_V)$	keine	20	20	18	40,3	1,78	71,5
6	Halbkreiscontur					58,1	3,78	219,4
7	Viertelkreiscontur, spannungsgünstig					41,2	1,71	70,3
8	Ellipsencontur					51,2	2,93	150,1
9	Polynomcontur 4. Ordnung					48,6	3,11	151,1
10	Polynomcontur 16. Ordnung					40,1	1,78	71,4

**Tabelle 6.5:** Auslenkwinkel der Festkörpergelenke der nachgiebigen Schubkurbel mit ausgewählten Gelenkkonturen aus Tabelle 6.2 ( $l = H$ ,  $h = 0,03H$ )

Nr.	Gelenkkonturen für $A_0, A, B$	$\varphi_{A_0}$ in $^\circ$	$\varphi_A$ in $^\circ$	$\varphi_B$ in $^\circ$
1	Polynomkontur mit $n_{A_0} = 4, n_A = 8, n_B = 4$	4,18	8,37	4,19
4	Polynomkontur mit $n_{A_0} = 2, n_A = 2, n_B = 2$	4,20	8,40	4,20
6	Halbkreiskontur	4,20	8,40	4,20
7	Viertelkreiskontur, spannungsgünstig	4,14	8,29	4,15
9	Polynomkontur 4. Ordnung	4,19	8,39	4,19
10	Polynomkontur 16. Ordnung	4,15	8,31	4,17

Infolge der Minimierung der beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Dehnung resultieren für die Festkörpergelenke  $A_0, A, B$  die optimalen Polynomgrade 4, 8, 4 (Tabelle 6.2, Nr. 1) und 4, 10, 4 (Tabelle 6.3, Nr. 1) bei dünnen Gelenken ( $h = 0,03H$ ) sowie 14, 18, 4 (Tabelle 6.4, Nr. 1) bei dicken Gelenken ( $h = 0,1H$ ).

Die vorhandenen Auslenkwinkel  $\varphi$  der Festkörpergelenke  $A_0, A$  und  $B$  der nachgiebigen Schubkurbel lassen sich mit den FEM-Ergebnissen anhand der Lageänderung von zwei Gliedgeraden berechnen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.5 für  $l = H$  und  $h = 0,03H$  aufgeführt. Anhand des Vergleiches mit dem relativen Drehwinkel  $\varphi^*$  der Gelenke im Starrkörpermechanismus (vgl. Tabelle 6.1) zeigt sich, dass die Größenordnung der Drehwinkel der Festkörpergelenke mit denen des Starrkörper Vorbildes übereinstimmt. Die maximale relative Winkelabweichung ( $1 - \varphi/\varphi^*$ ) existiert für die Viertelkreiskontur (1,7%), während sich die minimale relative Abweichung für die Halbkreiskontur sowie Polynomkontur 2. Ordnung für jedes Gelenk (0,2%) ergibt. Somit verhält sich die Winkelabweichung analog zur Geradenabweichung. Das bedeutet, je geringer die Winkelabweichung zwischen  $\varphi$  und  $\varphi^*$  für jedes Festkörpergelenk ist, desto genauer ist die Geradföhrung des Koppelpunktes der nachgiebigen Schubkurbel.

**Abbildung 6.5:** FEM-Ergebnisse der Zielkriterien der nachgiebigen Schubkurbel in Abhängigkeit der Polynomgrade  $n_A$  und  $n_B$ <sup>36</sup> für  $l = H$  und  $h = 0,03H$  (nach [247]): (a) Vergleichsspannung, (b) Geradenabweichung<sup>36</sup>Der Auslenkwinkel des Gelenkes  $A_0$  ist mit dem Winkel von  $B$  vergleichbar.

Des Weiteren lässt sich für die Minimierung beider Zielkriterien feststellen, dass der optimale Polynomgrad der drei Festkörpergelenke neben den Gelenkabhessungen vom Auslenkwinkel  $\varphi$  und damit vom Drehwinkel  $\varphi^*$  bestimmt wird. Je größer  $\varphi^*$  ist, desto größer ist der optimale Polynomgrad des jeweiligen Festkörpergelenkes. Dies wird auch durch den Zusammenhang zwischen den Parametern  $n_A$  bzw.  $n_B$  und den beiden Zielkriterien deutlich (Abbildung 6.5).

Für mittlere und v. a. niedrige Werte des Polynomgrades hat der Parameter  $n_A$  des am weitesten ausgelenkten Festkörpergelenkes  $A$  gegenüber  $n_B$  einen größeren Einfluss auf die Maximalspannung. Mit sinkendem Polynomgrad nimmt auch der Einfluss von  $n_A$  und  $n_B$  auf die Bahngenauigkeit zu, wobei sich mit dem niedrigsten Polynomgrad stets die geringste Geradenabweichung realisieren lässt. Insbesondere für den Fall  $n_A = 2$  hat der Wert von  $n_B$  einen deutlichen Einfluss auf die Geradenabweichung. In diesem Fall ist die Abweichung umso geringer, desto niedriger  $n_B$  ist. Bei hohen Polynomgraden ist ein vergleichbar geringer Einfluss von  $n_A$  und  $n_B$  auf beide Zielkriterien feststellbar. Daher ist im Folgenden die Untersuchung des Polynomgrades bis zur maximalen Ordnung  $n = 16$  ausreichend.

## 6.2.2 Sechsgliedriger Mechanismus – Storchschnabelmechanismus

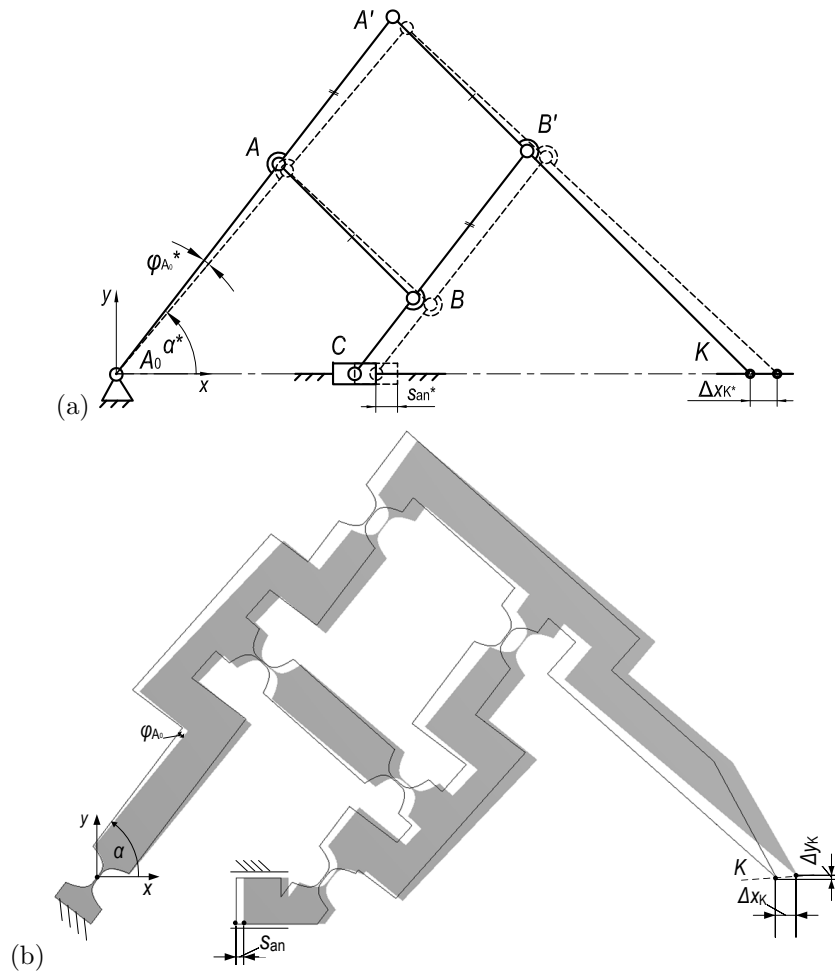
In diesem Unterabschnitt erfolgt die mehrkriterielle Optimierung der Gelenkkontur am Beispiel des *Storchschnabelmechanismus* bzw. *Pantographen*, der u. a. in [157, 352] zur Punktgeradführung vorgeschlagen wird. Bei der Optimierung werden identische und unterschiedliche Gelenke im Mechanismus betrachtet. Die Simulationsmodelle wurden in [247] erstellt. Der Starrkörpermechanismus und nachgiebige Mechanismus sind in Abbildung 6.6 dargestellt.

In der Literatur werden nachgiebige Pantographen zur Realisierung einer Punktführung im Hinblick auf die Wegübersetzung (siehe [58]), die dynamischen Eigenschaften ([330]) oder die Lebensdauer ([117]) untersucht. Weiterhin werden in [115, 116] nachgiebige Pantographen bestehend aus drei Parallelogrammen betrachtet, mit denen sich eine parallele Ebenenführung, also eine translatorische Bewegung eines nicht gestellfesten Gliedes, realisieren lässt. Eine Optimierung der Gelenkkontur hinsichtlich der Bahngenauigkeit und Dehnung findet nicht statt, weshalb diese Kriterien im Folgenden untersucht werden.

Für die Optimierung wird der um ein zusätzliches Schubglied erweiterte Storchschnabelmechanismus nach WAZAN [358] betrachtet. Mit diesem höhergliedrigen sowie aus sechs Drehgelenken bestehenden Mechanismus lässt sich eine exakte Punktgeradführung des Koppelpunktes  $K$  realisieren. Der Drehgelenkpunkt  $C$  wird dabei mit einem Schubglied geführt. Die Punkte  $A_0$ ,  $C$  sowie  $K$  liegen stets auf einer der Schubrichtung entsprechenden Geraden. Hierdurch resultiert eine exakte Geradführung von  $K$  entlang der Schubrichtung mit  $\Delta y_K^* = 0$ . Zudem ergibt sich ein definierter Skalierungsfaktor der Schubbewegung.

Die kinematischen Abmessungen und bewegungsgeometrischen Größen des Starrkörpermechanismus sind in Tabelle 6.6 aufgeführt. Der Antriebsweg  $s_{an}$  ist so gewählt, dass sich beim Storchschnabelmechanismus vergleichbare maximale Drehwinkel der Gelenke wie bei der Schubkurbel ergeben. Im betrachteten Fall bilden die vier Drehgelenkpunkte  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  und  $B'$  des Mechanismus ein Parallelogramm mit gleichlangen Seiten.





**Abbildung 6.6:** Parameter des Storchschnabelmechanismus<sup>37</sup> mit Darstellung der unausgelenkten und ausgegelenkten Lage: **(a)** Starrkörpermechanismus (nicht maßstäblich), **(b)** nachgiebiger Mechanismus mit Polynomkontur 4. Ordnung

Entsprechend dem Strahlensatz gilt für den betrachteten Storchschnabelmechanismus:

$$\frac{\overline{A'K}}{\overline{B'K}} = \frac{\overline{A_0A'}}{\overline{B'C}} \quad \text{und} \quad \frac{\overline{A_0K}}{\overline{A_0C}} = \frac{\overline{A'K}}{\overline{A'B'}}. \quad (6.1)$$

Hierdurch resultiert der Sonderfall einer konstanten Wegübersetzung:

$$i_s^* = \left| \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'K}} \right| = \frac{1}{3}. \quad (6.2)$$

**Tabelle 6.6:** Kinematische Abmessungen, Ausgangslage und mittels *SAM* ermittelte bewegungsgeometrische Größen des Storchschnabelmechanismus

$\overline{A_0A}$ in mm	$\overline{AB}, \overline{A'B'},$ $\overline{AA'}, \overline{BB'}$ in mm	$\overline{A'K}$ in mm	$\overline{BC}$ in mm	$\alpha^*$ in °	$s_{an}^*$ in mm	$s_{ab}^* = \Delta x_K^*$ in mm	$i_s^*$	$\varphi_{A_0}^*, \varphi_C^*$ in °	$\varphi_A^*, \varphi_{A'}^*,$ $\varphi_B^*, \varphi_{B'}^*$ in °
60	40	120	26,67	52,89	3,8	11,4	0,33	5,01	8,26

<sup>37</sup>Der Drehwinkel  $\varphi^*$  bzw. Auslenkwinkel  $\varphi$  ist ausschließlich für das Gelenk  $A_0$  eingezeichnet. Die Ermittlung der Winkel der nicht gestellfesten Drehgelenke erfolgt analog zum Mechanismus in Abbildung 6.3.

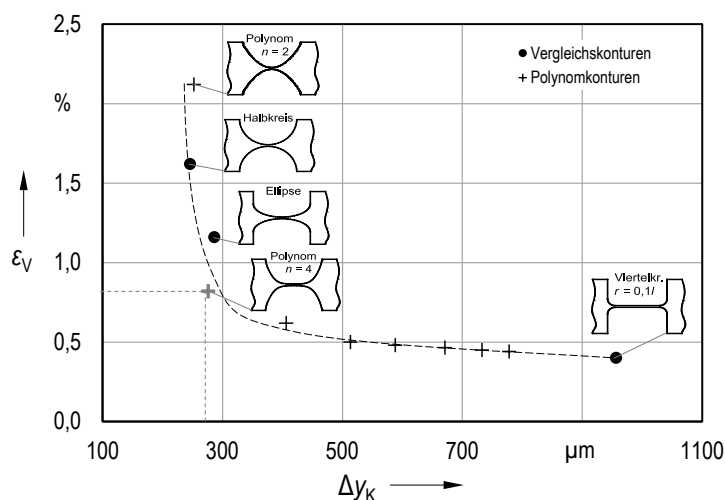
Die konstruktive Umsetzung des nachgiebigen Storchnabels entspricht der bisherigen Vorgehensweise, wobei die Gelenkorientierung von  $A_0$ ,  $A'$ ,  $B'$  und  $C$  parallel zur Kurbel- bzw. Koppelrichtung festgelegt wird. Auch die Ausrichtung der beiden Gelenke  $A$  und  $B$  der zusätzlichen Koppel erfolgt in Gliedrichtung. Dadurch haben im Parallelogramm jeweils die beiden benachbarten Festkörpergelenke  $A$ ,  $B$  bzw.  $A'$ ,  $B'$  parallele Längsachsen. Bei der Umsetzung ist ausreichend Bauraum für alle untersuchten Gelenklängen  $l$  zu berücksichtigen.

### Optimierung des Mechanismus mit identischen Gelenken

Für die Optimierung des Storchnabelmechanismus mit identischen Gelenken wird jedes der sechs Festkörpergelenke  $A_0$ ,  $A$ ,  $A'$ ,  $B$ ,  $B'$  und  $C$  mit derselben Polynomkontur gemäß Gleichung 4.26 modelliert. Parameter für alle Gelenke ist der Polynomgrad  $n$ , der als Schlussfolgerung der Ergebnisse zur Schubkurbel die maximale Ordnung 16 hat. Die mehrkriterielle Optimierung findet exemplarisch für die Parameter<sup>38</sup>  $l = H$  und  $h = 0,03H$  sowie folgende Parametervariation und Zielkriterien statt:

- Variation des Polynomgrades von  $n = 2$  bis  $n = 16$  mit der Schrittweite  $w = 2$ ,
- Minimierung der Geradenabweichung  $\Delta y_K$  des Koppelpunktes  $K$  und
- Minimierung der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  des Mechanismus.

Die hinsichtlich beider Zielkriterien optimale Polynomkontur des Storchnabels ist für die betrachteten Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  in Abbildung 6.7 dargestellt. In diesem Fall gleicht der Kurvenverlauf der Polynomkonturen aller untersuchten Polynomgrade dem Verlauf bei der Schubkurbel (vgl. Abbildung 6.4a), wobei Polynomkonturen 4. Ordnung optimal hinsichtlich der Minimierung der beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Maximaldehnung sind.



**Abbildung 6.7:** Auswertung von Vergleichsdehnung und Geradenabweichung des nachgiebigen Storchnabelmechanismus für  $s_{an} = 3,8 \text{ mm}$ ,  $l = H$  und  $h = 0,03H$  (das Ergebnis der optimalen Polynomkontur ist grau markiert)

<sup>38</sup>Wie in den bisherigen Untersuchungen gezeigt, ergibt sich durch diese gewählten Parameter  $l$  und  $h$  unabhängig von der Optimierung der Gelenkkontur ein niedriges Dehnungsniveau bei geringer Bahnabweichung.

Im Vergleich zu Halbkreisconturen, die die geringste Geradenabweichung ermöglichen, lässt sich mit Polynomkonturen 4. Ordnung bei vergleichbarer Bahngenauigkeit ein deutlich niedrigeres Dehnungsniveau realisieren. Die spannungsgünstig verrundeten Viertelkreisconturen ergeben die niedrigste Maximaldehnung, wobei der Unterschied zu Polynomkonturen mit der höchsten untersuchten Ordnung gering ist.

### Optimierung des Mechanismus mit unterschiedlichen Gelenken

Die mehrkriterielle Optimierung des Storchschnabelmechanismus mit unterschiedlichen Gelenken erfolgt analog zur Optimierung mit identischen Gelenken für die Gelenkabhessungen  $l = H$  und  $h = 0,03H$ . Um den Parameterraum der Polynomgrade zu begrenzen, werden für die sechs vorhandenen Drehgelenke vier verschiedene Parameter verwendet. Die Untersuchung findet für folgende Parametervariationen und Zielkriterien statt:

- unabhängige Variation des Polynomgrades  $n_{A_0}, n_A = n_B, n_{A'} = n_{B'}, n_C$  von 2 bis 16 mit der Schrittweite  $w = 2$  (4096 verschiedene Varianten des nachgiebigen Storchschnabels),
- Minimierung der Geradenabweichung  $\Delta y_K$  des Koppelpunktes  $K$  und/oder
- Minimierung der maximalen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_V$  des Mechanismus.

In Tabelle 6.7 sind die für die betrachteten Gelenkabhessungen optimalen Polynomgrade für verschiedene Fälle der Zielfunktion und Nebenbedingung zusammengefasst. Infolge der Minimierung der beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Dehnung resultieren für die Festkörpergelenke  $A_0, A = B, A' = B', C$  die optimalen Polynomgrade 4, 10, 8, 4 (Tabelle 6.7, Nr. 1). Verglichen hierzu ergibt sich für den nachgiebigen Storchschnabel mit identischen Polynomkonturen 4. Ordnung ein Ergebnis (Nr. 9), das nah am globalen Optimum (Nr. 1) liegt. Prinzipiell gilt auch für die Optimierung mit unterschiedlichen Gelenken, dass ein niedriger Polynomgrad (Nr. 4) zu einer geringen Geradenabweichung und ein hoher Polynomgrad (Nr. 5) zu einer geringen Maximaldehnung führen.

**Tabelle 6.7:** Optimale Polynomgrade des nachgiebigen Storchschnabelmechanismus für verschiedene Optimierungen und Vergleich mit den bisher untersuchten Konturen ( $l = H, h = 0,03H$ )

Nr.	Zielfunktion	Nebenbedingung	Parameter				Ergebnisgrößen		
			$n_{A_0}$	$n_A,$ $n_B$	$n_{A'},$ $n_{B'}$	$n_C$	$\Delta y_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %	$\Delta y_K \cdot \varepsilon_V$ in $\mu\text{m} \%$
1	$\min(\Delta y_K \cdot \varepsilon_V)$	keine	4	10	8	4	421,8	0,51	215,2
2	$\min(\Delta y_K)$	$\varepsilon_V \leq 0,7\%$	4	8	6	4	348,4	0,63	219,5
3	$\min(\varepsilon_V)$	$\Delta y_K \leq 400 \mu\text{m}$	6	16	6	6	392,4	0,60	235,4
4	$\min(\Delta y_K)$	keine	2	4	2	2	218,3	2,12	462,8
5	$\min(\varepsilon_V)$	keine	16	16	16	16	778,4	0,44	342,5
6	Halbkreiscontur						246,0	1,62	398,5
7	Viertelkreiscontur, spannungsgünstig						956,4	0,40	382,6
8	Ellipsencontur						286,6	1,16	323,5
9	Polynomcontur 4. Ordnung						276,2	0,82	226,5
10	Polynomcontur 16. Ordnung						778,4	0,44	342,5

**Tabelle 6.8:** Auslenkwinkel der Festkörpergelenke des nachgiebigen Storchschnabelmechanismus mit ausgewählten Gelenkkonturen aus Tabelle 6.7 ( $l = H$ ,  $h = 0,03H$ )

Nr.	Gelenkkonturen für $A_0, A, A', B, B', C$	$\varphi_{A_0}$ in $^\circ$	$\varphi_A$ in $^\circ$	$\varphi_{A'}$ in $^\circ$	$\varphi_B$ in $^\circ$	$\varphi_{B'}$ in $^\circ$	$\varphi_C$ in $^\circ$
1	Polynomkontur mit $n_{A_0} = 4$ , $n_A = n_B = 10$ , $n_{A'} = n_{B'} = 8$ , $n_C = 4$	4,73	8,09	8,21	7,91	8,02	4,55
4	Polynomkontur mit $n_{A_0} = 2$ , $n_A = n_B = 4$ , $n_{A'} = n_{B'} = 2$ , $n_C = 2$	4,78	8,20	8,25	8,09	8,18	4,67
6	Halbkreiscontur	4,77	8,21	8,22	8,11	8,12	4,67
7	Viertelkreiscontur, spannungsgünstig	4,19	7,49	7,66	7,08	7,25	3,78
9	Polynomkontur 4. Ordnung	4,77	8,20	8,23	8,08	8,12	4,65
10	Polynomkontur 16. Ordnung	4,35	7,70	7,82	7,36	7,49	4,02

Aufgrund des größeren Abtriebsweges und der geringeren Wegübersetzung ist der Absolutwert der Geradenabweichung beim nachgiebigen Storchschnabel – trotz vergleichbarer Auslenkwinkel – eine Größenordnung höher als bei der nachgiebigen Schubkurbel. Für den ungünstigsten Fall der Viertelkreiscontur (Tabelle 6.7, Nr. 7) liegt die Geradenabweichung bei den gewählten Gelenkabmessungen im Millimeterbereich.

Die Auslenkwinkel  $\varphi$  des nachgiebigen Storchschnabelmechanismus sind in Tabelle 6.8 aufgeführt. Anhand des Vergleiches mit dem Drehwinkel  $\varphi^*$  der Drehgelenke im Starrkörpermechanismus (vgl. Tabelle 6.6) zeigt sich, dass die Abweichungen zwischen den Drehwinkeln der Festkörpergelenke und denen des Starrkörper Vorbildes größer sind als bei der nachgiebigen Schubkurbel. Die geringsten relativen Winkelabweichungen ergeben sich bei der Halbkreiscontur und der Polynomkontur (Nr. 4) mit den optimalen Polynomgraden zur Minimierung der Geradenabweichung. Es bestätigt sich, dass die Geradföhrung des Koppelpunktes umso genauer ist, je geringer die Winkelabweichungen zwischen  $\varphi$  und  $\varphi^*$  sind.

Auch für den untersuchten Storchschnabelmechanismus lässt sich für die Minimierung beider Zielkriterien (Tabelle 6.7, Nr. 1) feststellen, dass der optimale Polynomgrad der Festkörpergelenke neben der konkreten Belastungssituation des Gelenkes insbesondere vom Auslenkwinkel bestimmt wird. In diesem Fall ergibt sich für die Festkörpergelenke mit größerem Auslenkwinkel ( $A, A', B$  und  $B'$ ) ein Polynomgrad, der mindestens doppelt groß ist wie der Polynomgrad der Gelenke mit niedrigerem Auslenkwinkel ( $A_0$  und  $C$ ).

### 6.2.3 Robustheitsanalyse der optimierten Gelenkkonturen

Bei der simulationsgestützten Optimierung ist die Nutzung von Nominalwerten für die untersuchten Geometrie- und Materialparameter üblich. Da diese Parameter in der Realität jedoch statistischen Schwankungen unterworfen sind, muss auch unter Berücksichtigung dieser die *Robustheit des optimalen Designs* gewährleistet sein. Eine Lösung ist dann robust, wenn eine bezüglich des Nominalwertes angenommene Variation der optimalen Eingangsparameter keinen relevanten Einfluss auf die Streuung des Zielfunktionswertes hat [96].

Da in dieser Arbeit das Bewegungsverhalten von nachgiebigen Mechanismen mit Festkörpergelenken mit geometrisch definierter Aussparung im Vordergrund steht, erfolgt die Robustheitsanalyse der optimierten Polynomkonturen ausschließlich für eine Variation der geometrischen Parameter. Als Beispiel für die FEM-basierte Robustheitsanalyse dienen die optimierten Polynomkonturen der nachgiebigen Schubkurbel mit unterschiedlichen Gelenken und  $l = H$  sowie  $h = 0,03H$  (vgl. Tabelle 6.2). Die Robustheit wird im Hinblick auf die beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Maximaldehnung für folgende Einflüsse untersucht:

- geometrische Toleranzen der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$ ,
- Abweichung des Polynomgrades jedes Festkörpergelenkes.

### Einfluss geometrischer Toleranzen der Gelenkabmessungen

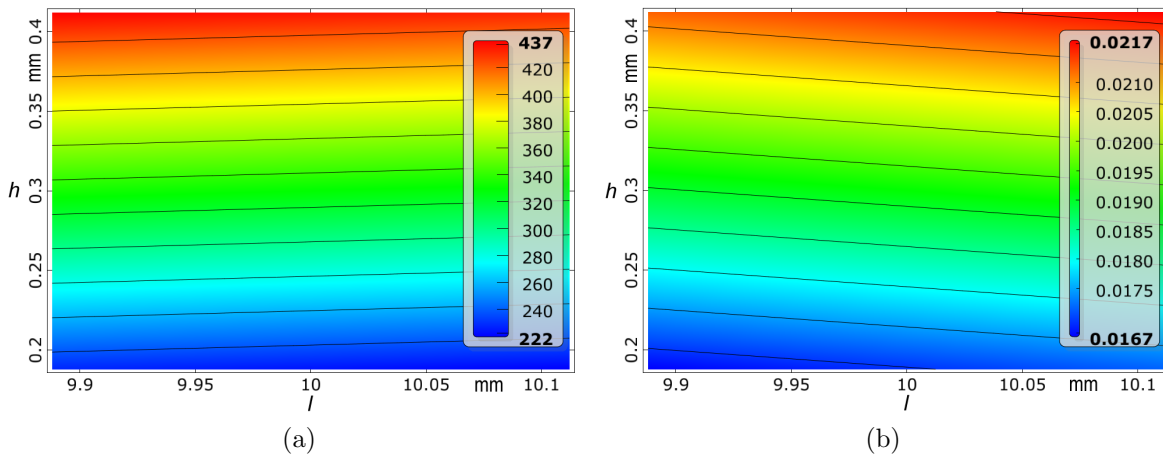
Die Untersuchung des Einflusses einer Variation der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  erfolgt mit einer angenommenen geometrischen Toleranz von 1/10 Millimeter (Tabelle 6.9). Anhand einer beliebigen Veränderung von  $l$  und  $h$  innerhalb des Toleranzbereiches wird mit der Software *optiSLang* eine Robustheitsanalyse mit 50 Designvarianten für jede nachgiebige Schubkurbel mit den optimierten Polynomkonturen aus der Tabelle durchgeführt.

Zur Variantenbildung mit einer guten statistischen Verteilung innerhalb des Designraumes ist das *Advanced Latin Hypercube Sampling* (ALHS) eine geeignete Methode [344]. Basierend auf den resultierenden Ergebniswerten lassen sich die Antwortflächen vom Programm mittels polynomialer Regression der 50 Stützstellen bestimmen. Aufgrund linearer Zusammenhänge ergeben sich für die beiden Zielkriterien, Geradenabweichung und Maximaldehnung, ebene Antwortflächen.

Der Einfluss geometrischer Toleranzen der Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  auf die beiden untersuchten Zielkriterien ist für die optimale Polynomkontur Nr. 1 mit den Polynomgraden 4, 8, 4 in Abbildung 6.8 grafisch dargestellt. Das qualitative Verhalten ist für die anderen optimierten Gelenkkonturen identisch. Die minimalen und maximalen Werte der Ergebnisgrößen resultieren stets aus der minimalen bzw. maximalen geometrischen Toleranz von  $h$ , wobei die prozentuale Änderung für die verschiedenen optimierten Polynomkonturen vergleichbar ist.

**Tabelle 6.9:** Ergebnisse der Robustheitsanalyse der nachgiebigen Schubkurbeln mit den ausgewählten optimierten Polynomkonturen aus Tabelle 6.2 für eine Variation der Gelenkabmessungen ( $l = H = 10 \text{ mm} \pm 0,1 \text{ mm}$  und  $h = 0,3 \text{ mm} \pm 0,1 \text{ mm}$ )

Nr.	Parameter			Ergebnisgrößen		minimaler Wert		maximaler Wert	
	$n_{A_0}$	$n_A$	$n_B$	$\Delta x_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %	$\Delta x_{K_{\min}}$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_{V_{\min}}$ in %	$\Delta x_{K_{\max}}$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_{V_{\max}}$ in %
1	4	8	4	19,1	0,46	17,2	0,33	21,2	0,59
2	4	6	4	17,0	0,55	14,9	0,39	19,2	0,69
3	6	8	4	20,0	0,46	17,9	0,33	21,9	0,59
9	4	4	4	14,3	0,83	11,6	0,63	17,0	1,01



**Abbildung 6.8:** Änderung der Ergebnisgrößen der nachgiebigen Schubkurbel Nr. 1 mit den optimierten Polynomkonturen aus Tabelle 6.2 in Abhängigkeit geometrischer Toleranzen der Gelenkdimensionen: (a) Vergleichsspannung  $\sigma_V$  in MPa, (b) Geradenabweichung  $\Delta x_K$  in mm

In beiden Diagrammen besteht ein nahezu horizontaler Verlauf der Isolinien. Das heißt, der Parameter  $h$  hat gegenüber  $l$  aufgrund des deutlich geringeren Nominalwertes ( $h = 0,03H$  und  $l = H$ ) einen größeren Einfluss auf die Zielkriterien. Außerdem bestätigt sich für die untersuchten optimierten Polynomkonturen, dass sich mit geringeren  $h$ -Werten eine höhere Bahngenauigkeit sowie niedrigere Maximalspannung bzw. -dehnung des nachgiebigen Mechanismus realisieren lassen (vgl. Abschnitt 4.6).

### Einfluss abweichender Polynomgrade der Festkörpergelenke

Die Untersuchung des Einflusses abweichender Polynomgrade für jedes der drei Festkörpergelenke  $A_0$ ,  $A$  und  $B$  der nachgiebigen Schubkurbel findet exemplarisch für die Variation des Polynomgrades  $\Delta n = \pm 2$  statt (Tabelle 6.10).

Für die untersuchte nachgiebige Schubkurbel mit den Gelenkdimensionen  $l = H$  und  $h = 0,03H$  existiert ein Einfluss der angenommenen Variation der Polynomgrade auf die beiden Zielkriterien. Durch eine Reduzierung des Polynomgrades lässt sich eine höhere Bahngenauigkeit realisieren, wobei die Maximaldehnung steigt. Der Einfluss abweichender Polynomgrade der Festkörpergelenke überwiegt gegenüber dem Einfluss geometrischer Toleranzen der Gelenkdimensionen.

**Tabelle 6.10:** Ergebnisse der Robustheitsanalyse der nachgiebigen Schubkurbel Nr. 1 mit den optimierten Polynomkonturen aus Tabelle 6.2 für eine Variation des Polynomgrades ( $\Delta n = \pm 2$ )

Untersuchte nachgiebige Schubkurbel	Parameter			Ergebnisgrößen	
	$n_{A_0}$	$n_A$	$n_B$	$\Delta x_K$ in $\mu\text{m}$	$\varepsilon_V$ in %
Nr. 1	4	8	4	19,1	0,46
Nr. 1 mit $\Delta n = -2$	2	6	2	15,6	1,07
Nr. 1 mit $\Delta n = 2$	6	10	6	23,6	0,42

### 6.2.4 Ergebnisdiskussion

Anhand der Ergebnisse der beiden nachgiebigen Geradföhrungsmechanismen mit optimierten Polynomkonturen und des Vergleiches mit den bisher untersuchten Gelenkkonturen lassen sich folgende grundlegende Zusammenhänge im Hinblick auf die Kontureignung ableiten:

- *Dehnungsminimierung*: Hierfür sind Polynomkonturen mit hohem Polynomgrad zu wählen. Zudem sind Viertelkreiskonturen mit dem Verhältnis  $r = 0,1l$  gut geeignet, da sich für die untersuchten Fälle die Maximaldehnung weiter reduzieren lässt.
- *Abweichungsminimierung*: Hierfür sind Polynomkonturen mit niedrigem Polynomgrad gefolgt von Halbkreiskonturen am besten geeignet. Bei identischer minimaler Gelenkhöhe  $h = 0,03H$  führen kürzere Gelenke zur Verringerung der Geradenabweichung. Umgekehrt steigt die Abweichung bei kurzen Gelenken ( $l = 0,5H$ ) infolge dickerer Gelenke deutlich an.
- *Dehnungs- und Abweichungsminimierung*: Für dünne Gelenke ( $h = 0,03H$ ) existiert ein Zusammenhang zwischen dem optimalen Polynomgrad und dem Auslenkwinkel des Gelenkes. Umso größer der Auslenkwinkel ist, desto höher ist der optimale Polynomgrad. Polynomkonturen 4. Ordnung liegen in diesem Fall in der Nähe des Optimums. Für kurze Gelenke ( $l = 0,5H$ ) steigt der optimale Polynomgrad weiter an. Im Fall kurzer und dicker Gelenke ( $l = 0,5H$  und  $h = 0,1H$ ) sind auch Viertelkreiskonturen und Polynomkonturen 16. Ordnung gut für die Minimierung beider Kriterien geeignet.
- *Optimierungspotenzial*: Gegenüber bisher untersuchten Gelenkkonturen lässt sich mit optimierten Polynomkonturen eine deutliche Reduzierung beider Zielkriterien realisieren. Gegenüber der Optimierung mit identischen Gelenken kann mit unterschiedlichen Gelenken eine weitere Minimierung der Zielkriterien erreicht werden, wobei die Optimierungsergebnisse von den gewählten Zielkriterien und Nebenbedingungen abhängen.
- *Robustheit*: Geometrische Toleranzen der minimalen Gelenkhöhe  $h$  und ein abweichender Polynomgrad  $n$  haben den größten Einfluss auf die Zielkriterien. Daher sind fertigungsbedingte Schwankungen dieser Parameter vom Nominalwert bei der Gelenkgestaltung zu berücksichtigen. Die abschließende Beurteilung der Robustheit optimierter Polynomkonturen kann für die konkrete Anwendung durch Vorgabe des Variationsbereiches der Zielkriterien erfolgen.

Im Gegensatz zu den nachgiebigen Greifern in Abschnitt 4.6 wird die Bahnabweichung der Geradföhrungsmechanismen durch eine Erhöhung der Gelenkanzahl von drei bei der Schubkurbel auf sechs beim Storchschnabel nicht reduziert. Die Geradenabweichung ist beim Storchschnabel trotz vergleichbarer Auslenkwinkel deutlich größer. Dies ist im Rahmen dieser Arbeit auch für einen identischen Abtriebsweg beider Mechanismen nachgewiesen (siehe [247]).

Da es sich bei den Starrkörpermechanismen um exakte Geradföhrungen mit derselben Sollbahnkurve einer Gerade handelt und der qualitative Einfluss der Gelenkkontur bei unterschiedlichem Auslenkwinkel gleich ist, lässt sich die Ursache des unterschiedlichen Einflusses der Gelenkanzahl mit der *Wegübersetzung*  $i_s^*$  des Starrkörpermechanismus begründen.

Aus der Betrachtung der in dieser Arbeit untersuchten Mechanismen lässt sich schlussfolgern, dass ein kleinerer Wert von  $i_s^*$  unabhängig von der Gelenkzahl zur Vergrößerung der Bahnabweichung führt. Das heißt, mit einer steigenden Wegvergrößerung nimmt auch die Bahnabweichung zu.

### 6.3 Messtechnische Untersuchung der nachgiebigen Schubkurbel

Ziel der messtechnischen Untersuchung dieses Abschnittes ist die Verifikation der FEM-Ergebnisse des Bewegungsverhaltens von mittels Drahterosion gefertigten nachgiebigen Schubkurbeln mit optimierten Polynomkonturen aus dem Aluminiumwerkstoff EN AW 7075. Hierzu wird die Bahnkurve des Koppelpunktes  $K$  mit einer CCD-Kamera erfasst. Anschließend wird die Geradenabweichung  $\Delta x_K$  computergestützt ausgewertet. Um Verformungseinflüsse auf die Drehachsenverlagerung einzelner Festkörpergelenke zu minimieren, wird der Mechanismus bezogen auf das Schwerfeld liegend vermessen, sodass die Gelenkdrehachsen parallel zur Wirkungslinie der Schwerkraft sind. Die messtechnischen Untersuchungen wurden vom Autor betreut in [247] durchgeführt.

Die messtechnische Untersuchung erfolgt an drei nachgiebigen Schubkurbeln mit den Gelenkabmessungen  $l = H = 10 \text{ mm}$  und  $h = 0,03H$  (vgl. Tabelle 6.2), um möglichst große Auslenkwinkel zu untersuchen. Für die Schubkurbel mit optimierten Polynomkonturen wird im Hinblick auf die Realisierung einer genaueren Geradföhrung bei moderaten Dehnungswerten die Polynomkontur 4. Ordnung für jedes der drei Gelenke gewählt. Als Vergleich dienen eine Schubkurbel mit Halbkreisconturen sowie eine Schubkurbel mit Viertelkreisconturen ( $r = 0,1l$ ). Die Gelenkbreite beträgt  $b = 6 \text{ mm}$ .

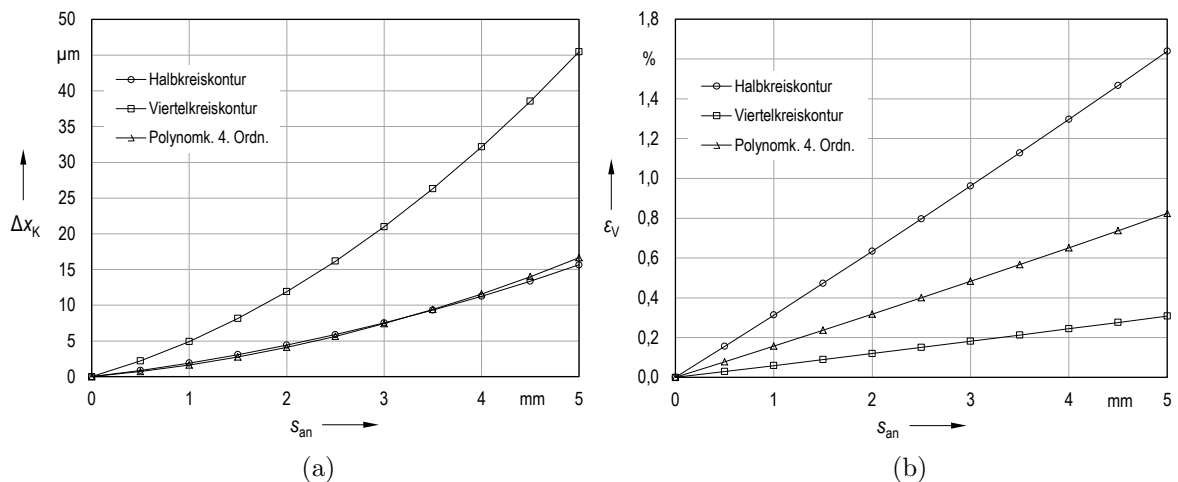
#### 6.3.1 FEM-Ergebnisse mit Berücksichtigung der Schwerkraft

Die Untersuchung in diesem Unterabschnitt dient zur Ermittlung der für den Vergleich mit den Messergebnissen notwendigen Simulationsergebnisse des Bewegungsverhaltens der drei nachgiebigen Schubkurbeln. Außerdem erfolgt in Abhängigkeit von den Gelenkconturen die Festlegung des maximal zulässigen Bewegungsbereiches der Schubkurbeln für die messtechnische Untersuchung anhand der FEM-Ergebnisse der Dehnungs-Antriebsweg-Kennlinien.

Trotz horizontaler Einbaulage kann der Schwerkrafteinfluss auf das Bewegungsverhalten nachgiebiger Mechanismen in der Präzisionstechnik prinzipiell relevant sein [16, 239, 277]. Daher erfolgt die FEM-Analyse der Geradenabweichung der nachgiebigen Schubkurbel mit Berücksichtigung der Schwerkraft. Durch die schrittweise Erhöhung des Antriebsweges bis zum Maximalwert  $s_{an} = 5 \text{ mm}$  in  $x$ -Richtung (vgl. Abbildung 6.3) lassen sich die Geradenabweichungs-Antriebsweg-Kennlinien für die drei Gelenkconturen ermitteln (Abbildung 6.9a).

Die Charakteristik der Geradenabweichung der nachgiebigen Schubkurbel ist für alle drei Gelenkconturen nichtlinear. Viertelkreisconturen föhren gegenüber Halbkreis- und Polynomconturen 4. Ordnung zu deutlich höheren Geradenabweichungen. Hervorzuheben ist, dass für





**Abbildung 6.9:** FEM-Ergebnisse der nachgiebigen Schubkurbel mit Berücksichtigung der Schwerkraft für  $l = H$  und  $h = 0,03H$  (basierend auf [247]): (a) Geradenabweichung, (b) maximale Vergleichsdehnung

den gewählten Fall des Mechanismus Polynomkonturen 4. Ordnung eine vergleichbare bzw. im Anfangsbereich sogar höhere Bahngenaugkeit als Halbkreisconturen ermöglichen.

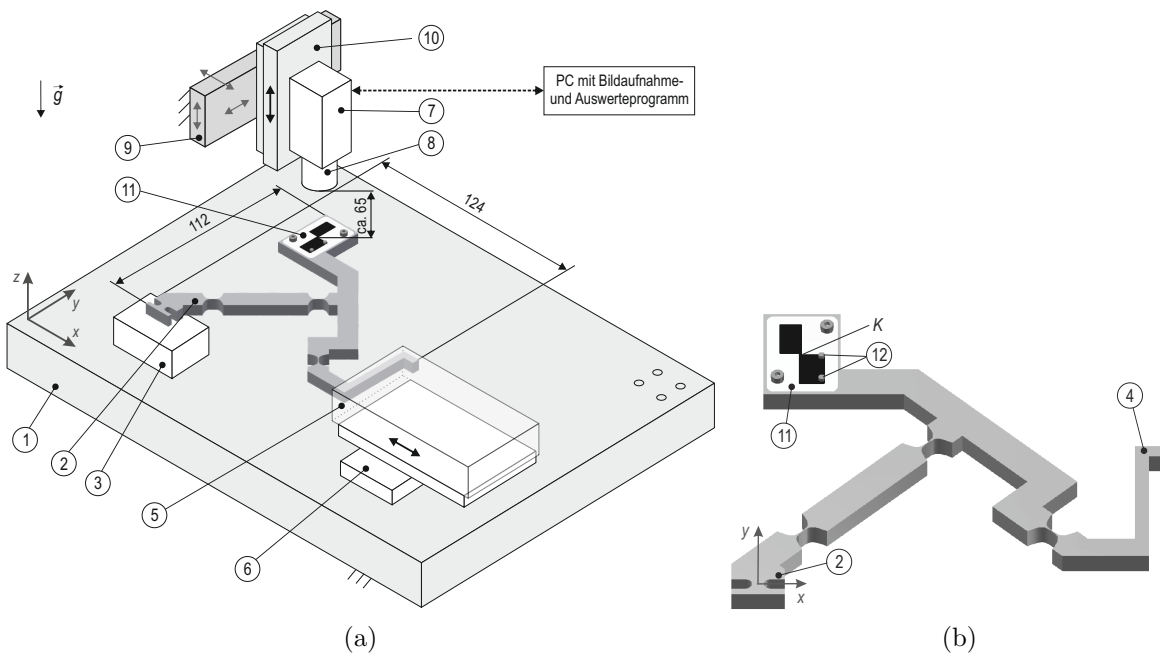
Der von der Gelenkkontur abhängige zulässige Antriebsweg für die messtechnische Untersuchung wird anhand der maximalen Vergleichsdehnung bestimmt (Abbildung 6.9b). Es ist ersichtlich, dass die nachgiebige Schubkurbel mit Viertelkreisconturen für den gesamten vorgesehenen Antriebsweg  $s_{\text{an}} = 5 \text{ mm}$  untersucht werden kann, ohne dass die kritische Dehnung  $\varepsilon_{\text{zul}} = 0,7\%$  in den Gelenken überschritten wird. Der maximale Antriebsweg für die Mechanismen mit Polynom- und Halbkreisconturen ist geringer und ergibt sich entsprechend der zulässigen Dehnung mit  $s_{\text{an}} = 4 \text{ mm}$  bzw.  $s_{\text{an}} = 2,5 \text{ mm}$ .

### 6.3.2 Messaufbau, computergestützte Bildauswertung und Durchführung

Für die messtechnische Untersuchung der Koppelpunktbahn der drei nachgiebigen Schubkurbeln wird das Messprinzip der optischen Lagebestimmung des Koppelpunktes  $K$  mittels CCD-Kamera gewählt. Der prinzipielle Messaufbau ist in Abbildung 6.10 dargestellt.

Der Drehgelenkpunkt  $A_0$  der Kurbel (2) des zu untersuchenden Mechanismus ist mit der am Gestell fixierten Lochplatte (1) über ein Distanzstück (3) kraftschlüssig verbunden. Das Schubglied (4) ist durch eine Klemmung fest mit dem beweglichen Teil des Messtisches (5, *Owis MT 60S-25-X-MS*) verbunden, der als Linearantrieb dient. Die Wegvorgabe erfolgt mit einer integrierten Messschraube (Einstellempfindlichkeit  $\pm 2 \mu\text{m}$ ), die über ein Distanzstück (6) mit der Lochplatte verbunden ist.

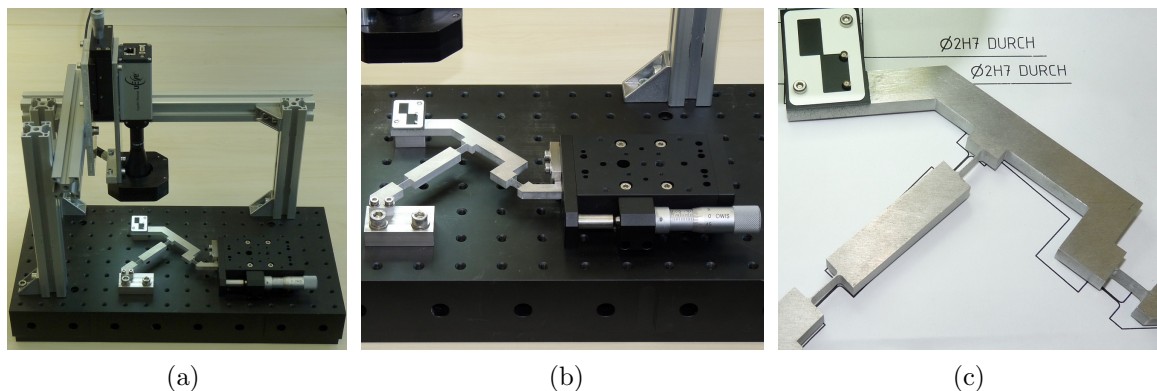
Die CCD-Kamera (7, *IDS GigE UI-5480HE*) mit telezentrischem Objektiv und Beleuchtung (8, *Lensation TC5M-05-65/C*) ist in drei Raumrichtungen bezüglich des Gestells justierbar (9). Ein weiterer Messtisch (10) dient zur Feineinstellung der Bildfokussierung. Die Messmarke (11) wird durch eine Drei-Punkt-Anlage mit zwei Passstiften (12) ausgerichtet und ist kraftschlüssig am Mechanismus befestigt.



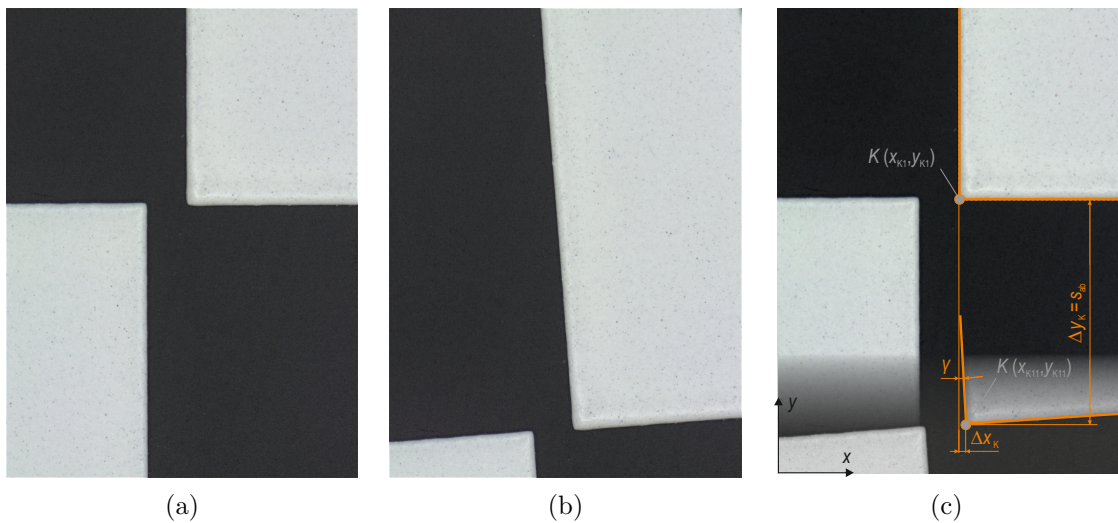
**Abbildung 6.10:** Messaufbau zur Untersuchung der Koppelpunktbahn der nachgiebigen Schubkurbel (nach [247]): (a) prinzipieller Aufbau, (b) CAD-Modell der Schubkurbel mit Marke zur Definition des Koppelpunktes

Durch Aufnahme und Auswertung eines Bildes in jeder Lage lässt sich die während der Auslenkung resultierende Koppelpunktbahn bestimmen. Zur Definition der Position des Koppelpunktes  $K$  wird in Erweiterung zu einer herkömmlichen Fadenkreuzmarke eine speziell gestaltete und gelaserte Marke aus Edelstahl mit der Dicke 0,1 mm verwendet (Abbildung 6.10b und Abbildung 6.12). Der Koppelpunkt  $K$  ist durch den rechten Eckpunkt definiert und befindet sich im Markenmittelpunkt.

Der entwickelte Versuchsstand ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die Messgrößen, Geradenabweichung  $\Delta x_K$ , Abtriebsweg  $\Delta y_K = s_{ab}$  und Verdrehwinkel  $\gamma$  der Marke, werden für jede Lage anhand eines mit der Software *UEye Cockpit* aufgenommenen Kamerabildes bestimmt. Die Bildauswertung erfolgt mit einem *MATLAB*-Programm.



**Abbildung 6.11:** Messaufbau zur Untersuchung der Koppelpunktbahn der nachgiebigen Schubkurbel: (a) Messaufbau [247], (b) Schubkurbel mit Linearantrieb, (c) ausgelenkte Schubkurbel mit Viertelkreiskontur im Vergleich zur Ausgangslage



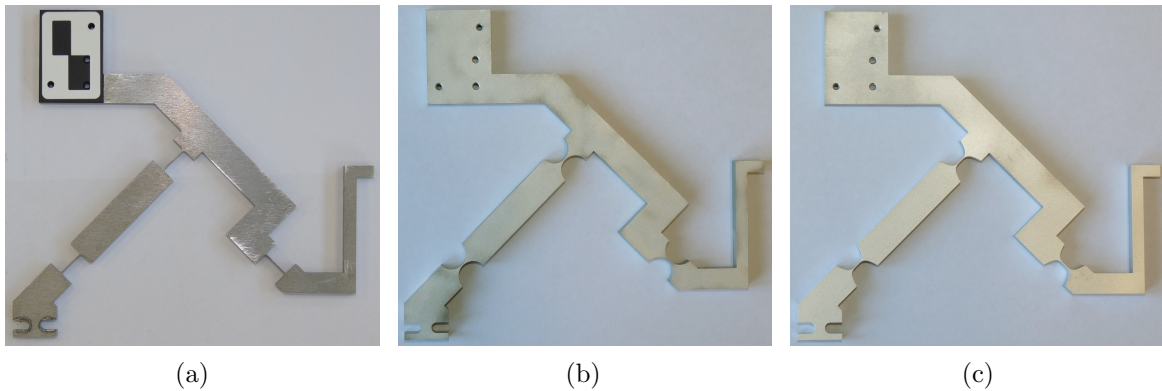
**Abbildung 6.12:** Auswertung der Bildaufnahmen für die Ermittlung von  $\Delta x_K$ ,  $\Delta y_K = s_{ab}$  und  $\gamma$  (Darstellung des Bildfeldes mit der Objektgröße 8,45 mm x 11,26 mm bei einer Pixelgröße von 2,2  $\mu\text{m}$  und einer Vergrößerung von 0,5 nach [247]):  
 (a)  $s_{an} = 0$  mm, (b)  $s_{an} = 5$  mm, (c) Bildüberlagerung mit Auswertung

Die Messung folgte stets dem Ablauf:

- Kontrasteinstellung sowie Justage der Kamera, sodass die  $x$ -Achse des Kamera-Koordinatensystems mit der Schubrichtung des Messtisches übereinstimmt,
- Montage der Marke am Mechanismus,
- Einspannung des Drehgelenkpunktes  $A_0$  am Gestell und des Schubgliedes am Messtisch,
- Einstellung des Antriebsweges mit der Messschraube (mit der Schrittweite  $w = 0,5$  mm),
- Bildaufnahme für jede Lage der Messreihe (elf Bilder bei max. Antriebsweg  $s_{an} = 5$  mm),
- Bildauswertung und Ermittlung der drei Messgrößen für jedes Bild der Messreihe,
- Wiederholung der Messreihe entsprechend Messplan oder Wechsel des Mechanismus.

Der Koppelpunkt wird anhand einer regionenorientierten Bildsegmentierung bestimmt. Ausgehend von der farbigen Bildaufnahme lassen sich die Messgrößen für jede Lage automatisiert nach folgendem Ablauf mithilfe in *MATLAB* enthaltenen Funktionen ermitteln:

- Umwandlung des RGB-Bildes in ein Graustufenbild und Erzeugung eines Schwarz-Weiß-Bildes mit dem Schwellwertverfahren nach OTSU [211] basierend auf dem Histogramm,
- Entfernung sehr kleiner Objekte (z. B. Verunreinigungen durch Staub),
- Ermittlung der Ränder bzw. Bereichsgrenzen schwarzer und weißer Pixel,
- Festlegung des rechten oberen weißen Bereiches als Auswertebereich,
- Glättung der Bereichsgrenzen durch Anwendung des SAVATZKY-GOLAY-Filters [211],
- Zuordnung aller Punkte der gefilterten Bereichsgrenzen zu einer vertikalen oder horizontalen Linie,



**Abbildung 6.13:** Die drei untersuchten Schubkurbelmechanismen mit: (a) Viertelkreiskontur, (b) Halbkreiskontur, (c) Polynomkontur 4. Ordnung

- Bestimmung der beiden Geraden des Auswertebereiches anhand zugeordneter Punkte,
- Ermittlung des Koppelpunktes  $K(x_K, y_K)$  mittels des Geradenschnittpunktes,
- Berechnung der drei Messgrößen  $\Delta x_K$ ,  $\Delta y_K$  und  $\gamma$ .

Die drei untersuchten Schubkurbelmechanismen mit Viertelkreis-, Halbkreis- und Polynomkonturen sind in Abbildung 6.13 dargestellt.

Die Messgrößen beinhalten Abweichungen infolge zufälliger Fehler. Für die Messunsicherheitsanalyse werden ausschließlich maßgebliche Unsicherheitsquellen berücksichtigt:

- Die Messunsicherheit durch die Vorgabe des Antriebsweges mittels der Messschraube des Messtisch wurde durch statistische Auswertung mehrerer Messreihen bestimmt.
- Die Messunsicherheit durch die Koppelpunktbestimmung mittels Kamera ist im Vergleich zu anderen Quellen aufgrund der computergestützten Auswertung als vernachlässigbar klein einzustufen, denn durch die regionenorientierte Bildauswertung wird eine höhere Auflösung als die der physikalischen Pixelgröße erreicht.
- Die Messunsicherheit durch thermische Einflüsse auf die Prüfmechanismen ist als vernachlässigbar klein einzustufen, da die Messung in einem klimatisierten Laborraum mit konstanter Raumtemperatur stattgefunden hat.

Weiterhin existieren Abweichungen infolge unbekannter systematischer Fehler, deren Unsicherheitsbeiträge mittels einer Parametervariation im Experiment (Variation einer Eingangsgröße), einer Berechnung oder einer FEM-Simulation abschätzbar sind:

- geometrische Fertigungstoleranzen v. a. für  $h$  bei einer Streuung von  $\pm 0,05$  mm,
- Montage der Marke an der Koppel des Mechanismus,
- Einspannung des Mechanismus im Versuchsstand (Kurbel und Schubglied),
- Justage der Kamera zur Schubrichtung des Messtisches (Bezugssystem).

Um vertrauenswürdige Messergebnisse zu erhalten, wurden 150 bzw. 90 Messreihen je Mechanismus durchgeführt:

- fünfmalige (Viertelkreiskontur) bzw. dreimalige (Halbkreis- und Polynomkontur) Wiederholung der Messreihe beginnend bei der Ausgangslage in Lastschritten von 0,5 mm bis zum maximalen Antriebsweg  $s_{an}$ , jeweils durchgeführt für
- dreimalige Definition von  $K$  durch wiederholte Montage der Marke und
- zehnmahlige Festlegung von  $A_0$  durch wiederholte Einspannung des Mechanismus.

Für jede Gelenkkontur ergibt sich unter Berücksichtigung der zulässigen Dehnung und damit des maximalen Antriebsweges eine unterschiedliche Anzahl an Lastschritten je Messreihe.

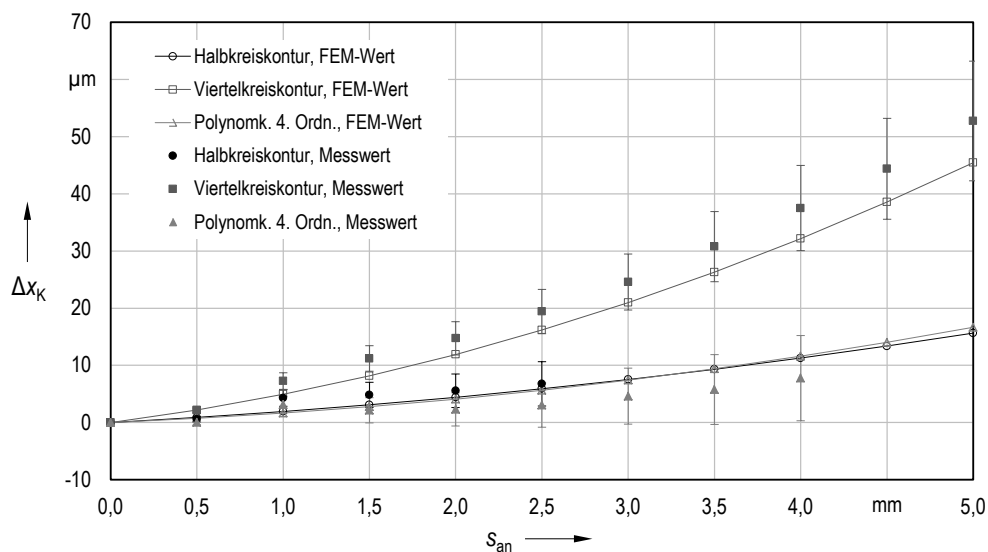
### 6.3.3 Ergebnisdiskussion

In Abbildung 6.14 sind die Messergebnisse der Geradenabweichung  $\Delta x_K$  im Vergleich mit den FEM-Ergebnissen dargestellt. Die Messwerte sind Mittelwerte aller aufgenommenen Messreihen eines Mechanismus ( $n_M = 90$  bzw.  $n_M = 150$ ):

$$\Delta \bar{x}_K = \frac{1}{n_M} \sum_{i=1}^{n_M} \Delta x_{K_i}. \quad (6.3)$$

Für jeden Messwert ist die erweiterte Messunsicherheit der Ausgangsgröße angegeben.

Zur Bestimmung der kombinierten Messunsicherheit  $u_c$  des Messergebnisses ohne Modellansatz werden in dieser Arbeit Schätzgrößen der maßgeblichen Unsicherheitsbeiträge  $u$  der Eingangsgrößen verwendet (Tabelle 6.11). Deren Quantifizierung kann entsprechend GUM durch statistische Analyse von Messreihen (Typ A Auswertung) oder durch andere als statistische Mittel (Typ B Auswertung) erfolgen [61]. Als Messunsicherheit des Typs A wird die



**Abbildung 6.14:** Vergleich von FEM-Ergebnissen und Messergebnissen der Geradenabweichung der drei untersuchten nachgiebigen Schubkurbeln (basierend auf [247]) mit Darstellung der erweiterten Messunsicherheit für  $k = 2$

Standardunsicherheit der Eingangsgröße basierend auf der empirischen Standardabweichung  $s_M$  für Messreihen mit  $n_M = 5$  bzw.  $n_M = 10$  wie folgt berechnet:

$$u = \frac{s_M}{\sqrt{n_M}} = \sqrt{\frac{1}{n_M(n_M - 1)} \sum_{i=1}^{n_M} (\Delta x_{K_i} - \Delta \bar{x}_K)^2}. \quad (6.4)$$

Die Messunsicherheit des Typs B wird für eine angenommene Gleichverteilung und symmetrische Fehlergrenzen  $a_M$  berechnet:

$$u = \frac{a_M}{\sqrt{3}}. \quad (6.5)$$

Bei unkorrelierten Eingangsgrößen werden alle Unsicherheitsbeiträge gleichbehandelt. Die kombinierte Messunsicherheit  $u_c$  der Ausgangsgröße wird in diesem Fall aus der positiven Wurzel der quadratisch summierten Messunsicherheiten  $u_i$  aller ermittelten Quellen ( $n_u = 6$ ) berechnet [62]:

$$u_c = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_u} u_i^2}. \quad (6.6)$$

Mit dem Erweiterungsfaktor  $k = 2$  ergibt sich die für diese Messung empfohlene erweiterte Messunsicherheit  $U$  mit einem Grad des Vertrauens von 95,4 % bei Normalverteilung:

$$U = k \cdot u_c. \quad (6.7)$$

Die Messunsicherheiten der Eingangsgrößen sowie die kombinierte und erweiterte Messunsicherheit der Messgröße werden für die Schubkurbel mit Viertelkreisconturen ermittelt, da für diesen Mechanismus mit der geringsten Steifigkeit die größten Abweichungen existieren. Die Messunsicherheiten des Typs B werden einmalig für den maximalen Antriebsweg  $s_{an} = 5$  mm bestimmt. Alle betrachteten Werte sind in Tabelle 6.11 aufgelistet. Den größten Anteil an der erweiterten Messunsicherheit hat der Einfluss der Einspannung des Drehgelenkes  $A_0$ .

Mit  $U$  und  $\Delta \bar{x}_K$  ergibt sich die relative Messunsicherheit wie folgt:

$$U_{rel} = \frac{U}{\Delta \bar{x}_K}. \quad (6.8)$$

Dadurch lassen sich die Messunsicherheiten aller Lastschritte bzw. die der anderen Mechanismen berechnen.

**Tabelle 6.11:** Bestimmung der erweiterten Messunsicherheit der Schubkurbel mit Viertelkreisconturen für  $s_{an} = 5$  mm (Messwert:  $\Delta x_K = 52,8 \mu\text{m} \pm 10,52 \mu\text{m}$  für  $k = 2$ )

Eingangsgröße	$i$	Typ	$s_M$ in $\mu\text{m}$	$n_M$	$a_M$ in $\mu\text{m}$	$u_i$ in $\mu\text{m}$	$u_c$ in $\mu\text{m}$	$U$ in $\mu\text{m}$	$\Delta \bar{x}_K$ in $\mu\text{m}$	$U_{rel}$
Messtisch	1	A	0,84	5	-	0,38	5,26	10,52	52,8	0,2
Montage Marke	2	A	5,98	5	-	2,68				
Einspannung $A_0$	3	A	12,94	10	-	4,09				
Einsp. Schubglied	4	A	1,99	5	-	0,89				
Justierung Kamera	5	B	-	-	2,1	1,21				
geometr. Toleranzen	6	B	-	-	2,0	1,15				

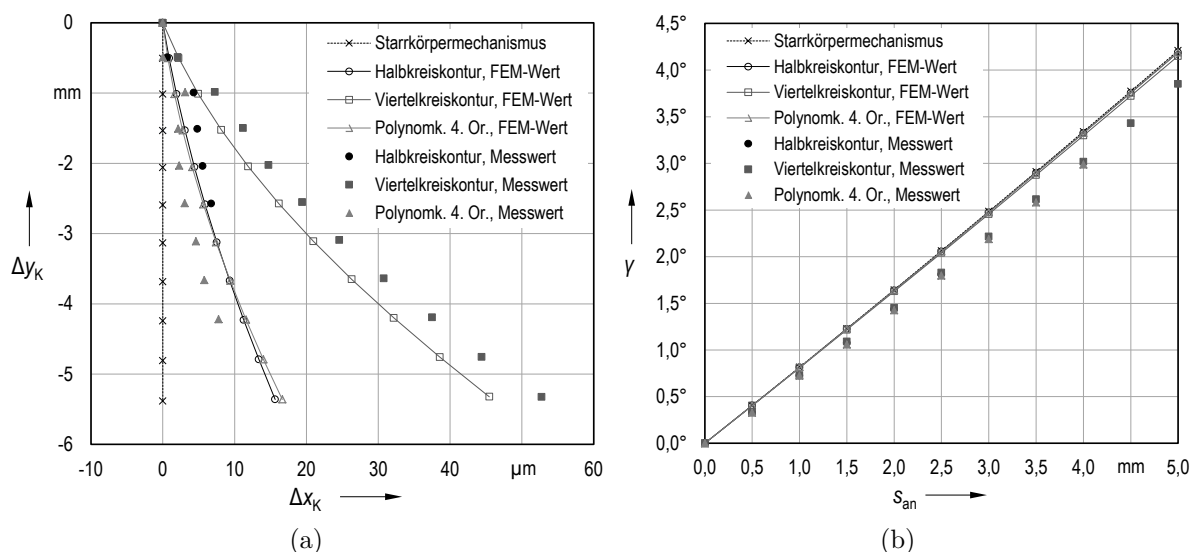
Die FEM-Ergebnisse zum qualitativen Einfluss der Festkörpergelenkkontur auf die Geradenabweichung  $\Delta x_K$  werden durch die Messergebnisse bestätigt (Abbildung 6.14). Dies betrifft sowohl den nichtlinearen Verlauf der Geradenabweichung-Antriebsweg-Kennlinien, als auch den Unterschied zwischen den untersuchten Gelenkkonturen. Viertelkreiskonturen führen zur größten Geradenabweichung, während mittels Halbkreis- und Polynomkonturen 4. Ordnung in untereinander vergleichbarem Maße eine bessere Geradföhrung realisierbar ist. Bei der Messung resultiert für die nachgiebige Schubkurbel mit Polynomkonturen 4. Ordnung stets eine geringere Geradenabweichung als für die Schubkurbel mit Halbkreiskonturen.

Die Abweichungen des Messwertes  $\Delta x_K$  der drei nachgiebigen Schubkurbeln vom FEM-Wert liegen bis auf wenige Ausnahmen im Bereich der erweiterten Messunsicherheit der Messgröße für  $k = 2$ . Insgesamt betrachtet wird die konturabhängige Größenordnung der Geradenabweichung somit bestätigt.

Die Koppelpunktbahnen ( $\Delta x_K, \Delta y_K$ ) sowie Verdrehwinkel-Antriebsweg-Kennlinien der nachgiebigen Schubkurbeln sind in Abbildung 6.15 dargestellt. Das qualitative und quantitative Verhalten der Koppelpunktbahnen ist mit dem Kurvenverlauf der Geradenabweichung-Antriebsweg-Kennlinien vergleichbar (vgl. Abbildung 6.14).

Der Verdrehwinkel  $\gamma$  der Koppel ist gleichbedeutend mit dem Verdrehwinkel der Messmarke. Die lineare Abhängigkeit des Verdrehwinkels vom Antriebsweg wird durch die Messwerte bestätigt. Im Vergleich zum Verdrehwinkel  $\gamma^*$  des Starrkörpermechanismus zeigen die FEM-Werte aller drei nachgiebigen Schubkurbeln eine sehr gute Übereinstimmung. Die für alle Mechanismen vergleichbaren Messkurven haben einen geringeren Anstieg, wodurch sich eine Abweichung zu den FEM-Werten in einem Bereich kleiner als 10 % ergibt.

Während die betrachteten Einflüsse der geometrischen Fertigungstoleranzen, der Kamerajustage, der Einspannung des Schubgliedes und des Messtisches gering sind, resultieren durch die



**Abbildung 6.15:** FEM-Ergebnisse und Messergebnisse der drei untersuchten nachgiebigen Schubkurbeln im Vergleich zu den Sollwerten des Starrkörpermechanismus: (a) Koppelpunktbahn für  $s_{an} = 5 \text{ mm}$ , (b) Verdrehwinkel der Koppel



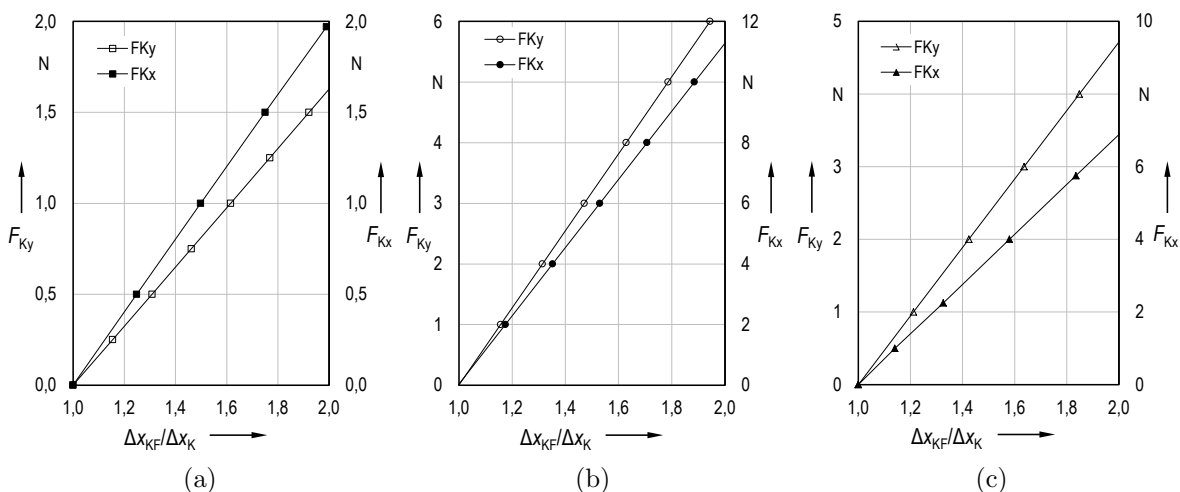
Montage der Marke und insbesondere durch die Einspannung des Drehgelenkes  $A_0$  im Versuchsstand deutliche Messunsicherheiten. Bei der Untersuchung nachgiebiger Koppelmechanismen ist der gewünschte spannungslose Einbau somit für den Fall eines einzigen gestellfesten Festkörpergelenkes als signifikanter Einfluss auf das Bewegungsverhalten zu berücksichtigen.

### 6.3.4 Gegenkraftanalyse und Kompensation der Geradenabweichung

Bei den bisherigen Untersuchungen der nachgiebigen Mechanismen in dieser Arbeit werden, wie in der Literatur üblich, bis auf die Antriebskraft keine äußeren Kräfte betrachtet. Die Mechanismen werden für den sogenannten *Leerlauffall* untersucht. Da bei der Anwendung nachgiebiger Mechanismen auftretende Gegenkräfte Einfluss auf das Bewegungsverhalten haben, erfolgt in diesem Unterabschnitt eine *Gegenkraftanalyse* der nachgiebigen Schubkurbel hinsichtlich der Änderung der Geradenabweichung.

Um den Einfluss einer abtriebsseitigen, am betrachteten Koppelpunkt  $K$  wirkenden Gegenkraft auf die Geradenabweichung  $\Delta x_{K_F}$  zu bestimmen, wird im FEM-Modell eine zusätzliche Kraft  $\vec{F}_K$  in positive  $x$ - oder  $y$ -Richtung eingeführt (vgl. Abbildung 6.3). Der Zusammenhang der relativen Geradenabweichung ( $\Delta x_{K_F}/\Delta x_K$ ) und der Gegenkraft ist in Abbildung 6.16 für die drei untersuchten nachgiebigen Schubkurbeln bei einem Antriebsweg  $s_{an} = 5$  mm dargestellt. Die richtungsabhängigen Gegenkräfte werden jeweils bis zu einer Verdopplung der Geradenabweichung untersucht.

Anhand der Ergebnisse bestätigt sich das grundlegende Verformungsverhalten nachgiebiger Mechanismen abhängig von der Gelenkkontur. Für Viertelkreiskonturen ergibt sich eine Verdopplung der Geradenabweichung bei der geringsten Gegenkraft  $\vec{F}_{K_x}$  bzw.  $\vec{F}_{K_y}$ , während mit Halbkreiskonturen die höchsten Gegenkräfte ausgleichbar sind. Für Polynomkonturen 4. Ordnung existiert das höchste Verhältnis der auf die Antriebskraft bezogenen Gegenkraft in  $x$ -Richtung  $F_{K_x}/F_{an}$ .



**Abbildung 6.16:** FEM-Analyse der Geradenabweichung der Schubkurbel bei einer Gegenkraft in  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung ( $s_{an} = 5$  mm): (a) Viertelkreiskontur ( $F_{an} = 0,8$  N,  $\Delta x_K = 44,7$   $\mu$ m), (b) Halbkreiskontur ( $F_{an} = 4,8$  N,  $\Delta x_K = 10,3$   $\mu$ m), (c) Polynomkontur 4. Ordnung ( $F_{an} = 2,1$  N,  $\Delta x_K = 14,3$   $\mu$ m)



Insgesamt betrachtet ist auch mit den untersuchten Gegenkräften eine akzeptable Geradenabweichung kleiner als 100 Mikrometer realisierbar, wobei sich die maximale Geradenabweichung für die Viertelkreiskonturen ergibt. Mit den optimierten Polynomkonturen lässt sich dagegen eine höhere Bahngenaugkeit erreichen.

Infolge des für den betrachteten Kraftbereich linearen Verhaltens kann bei der Anwendung der nachgiebigen Schubkurbel – unter der Voraussetzung bekannter Kräfte – eine einfache Korrektur der Geradenabweichung erfolgen. Darüber hinaus lässt sich für die Schubkurbel mit einer Gegenkraft in negative  $x$ -Richtung ( $F_{K_x} \leq 0$ ) eine teilweise oder sogar *vollständige Fehlerkompensation* und damit eine exakte Geradführung erreichen.

Der Effekt der vollständigen Fehlerkompensation konnte bei der messtechnischen Untersuchung auch während des Einbaus des Mechanismus im Versuchsstand beobachtet werden. Das bedeutet, dass durch Einbringung einer gezielten Vorspannung eine exakte Geradführung für einen gewünschten Abtriebsweg realisierbar ist. Dieser Ansatz wird von NIARITSIRY [239] als *kinematische Kalibrierung* nachgiebiger Mechanismen bezeichnet.

## 6.4 Folgerungen für die mehrkriterielle Konturoptimierung

Der in Kapitel 5 präzierte und untersuchte Ansatz zur Modellierung der Drehachse basierend auf der Mittelpunktmitführung ist für die FEM-basierte Optimierung der Gelenkkontur einzelner Festkörpergelenke mit vordefinierter Aussparungsgeometrie geeignet. Auf diese Weise lassen sich für längssymmetrische Viertelkreiskonturen unterschiedliche Rundungsradien ermitteln, die eine optimale Erfüllung der beiden Zielkriterien minimale Drehachsenverlagerung und minimale Dehnung ermöglichen. Für das freie Gelenkende ergeben sich kleinere Radien als für die einspannungsnahe Gelenkseite. Zudem wird für die untersuchten Einzelgelenke gezeigt, dass die Drehachsenverlagerung durch Wichtung der Zielkriterien nahezu vollständig kompensiert werden kann.

Für die direkte Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus sind geometrisch variable Polynomkonturen zweckmäßig. Sowohl für die Optimierung mit identischen als auch mit unterschiedlichen Gelenken in einem vier- und sechsgliedrigen Mechanismus zur Realisierung einer exakten Punktgeradführung zeigt sich, dass durch Variation des Polynomgrades eine einfache und dennoch vielseitige Möglichkeit zur Optimierung für verschiedene Gelenklängen und minimale Gelenkhöhen gegeben ist. Insbesondere für dünne Festkörpergelenke sind Polynomkonturen 4. Ordnung zur gleichzeitigen Minimierung der beiden Zielkriterien Geradenabweichung und Dehnung geeignet. Des Weiteren wird für die in diesem Kapitel betrachteten nachgiebigen Mechanismen erstmals nachgewiesen, dass eine Erhöhung der Drehgelenkzahl in der kinematischen Kette nicht in jedem Fall zur Verringerung der Bahnabweichung führt, sondern dass ein dominierender Einfluss der Wegübersetzung existiert. Infolge niedriger Werte der Wegübersetzung ergeben sich größere Bahnabweichungen.

Bei der mehrkriteriellen Optimierung mit unterschiedlichen Gelenken im Mechanismus ergeben sich verschiedene optimale Polynomgrade der Festkörpergelenke. Ferner resultieren für verschiedene Fälle der Zielkriterien und Nebenbedingungen unterschiedliche optimale Polynomgrade. Für dünne Festkörpergelenke sind niedrige Polynomgrade zur ausschließlichen Minimierung der Geradenabweichung und hohe Polynomgrade zur ausschließlichen Minimierung der Dehnung optimal. Untersuchungen zur Robustheit der optimierten Polynomkonturen zeigen einen Einfluss geometrischer Toleranzen der minimalen Gelenkhöhe sowie abweichender Polynomgrade auf die Zielkriterien. Deshalb sind fertigungsbedingte Schwankungen dieser geometrischen Parameter bei der Gelenkgestaltung prinzipiell zu beachten.

Anhand der messtechnischen Untersuchung der Geradenabweichung des Koppelpunktes von drei nachgiebigen Schubkurbeln mit Viertelkreis-, Halbkreis- und Polynomkonturen 4. Ordnung wird die grundsätzliche Eignung der Polynomkonturen für die FEM-basierte Optimierung nachgewiesen. Somit lässt sich das Bewegungsverhalten nachgiebiger Koppelmechanismen mithilfe einer FEM-Simulation in der benötigten Auflösung bestimmen. Bei der Simulation des Mechanismus ist der Einfluss der Schwerkraft auf das Bewegungsverhalten zu berücksichtigen. Die untersuchten, am Koppelpunkt angreifenden Gegenkräfte, die eine vergleichbare Größenordnung wie die Antriebskraft besitzen, haben einen Einfluss auf die Geradenabweichung. Abhängig von der Krafrichtung können die Gegenkräfte vorteilhaft zur teilweisen oder vollständigen Fehlerkompensation genutzt werden.

Zusammenfassend kann im Vergleich zur Einzelgelenkoptimierung festgestellt werden, dass die mehrkriterielle Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus basierend auf Polynomkonturen unabhängig von den Gelenkabmessungen zweckmäßig und einfach durchführbar ist. Durch die Verwendung unterschiedlicher Gelenkkonturen im selben Mechanismus entsteht weiteres Optimierungspotenzial. Zudem lässt sich anhand der Optimierungsergebnisse im Hinblick auf die Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen schlussfolgern, dass der Auslenkwinkel jedes Festkörpergelenkes zur Auswahl eines geeigneten Polynomgrades verwendbar ist. Somit lassen sich unter Beachtung der Gelenkabmessungen Gestaltungshinweise für prismatische Festkörpergelenke mit Polynomkonturen erstellen.

## 7 Synthesemethode nachgiebiger Koppelmechanismen

In diesem Kapitel erfolgt die Zusammenfassung der Ergebnisse dieser Arbeit im Hinblick auf die Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen mit einwertigen rotatorischen Festkörpergelenken. Es wird eine präzisierte Synthesemethode vorgeschlagen, bei der insbesondere die geometrische Gestaltung und Optimierung prismatischer Festkörpergelenke mit Aussparung berücksichtigt wird. Die hauptsächlich in dieser Arbeit untersuchten geometrischen Parameter eines Festkörpergelenkes sind dessen Gelenkkontur und -abmessungen. Außerdem werden bei der Synthese weitere Parameter einbezogen, die sich bei der konstruktiven Umsetzung des nachgiebigen Mechanismus ausgehend vom Starrkörpermechanismus ergeben.

Für die bei der Synthese nachgiebiger Koppelmechanismen bedeutende Phase der Gestaltung der prismatischen Festkörpergelenke werden drei Ansätze vorgeschlagen. Zwei Ansätze beschreiben die vereinfachte Gestaltung der geometrischen Parameter der Gelenkkontur sowie -abmessungen  $l$  und  $h$ . Die Ansätze basieren auf der Verwendung identischer Gelenke mit Standard- oder Polynomkonturen sowie der Verwendung unterschiedlicher Gelenke mit Polynomkonturen. Der dritte Ansatz beschreibt die Optimierung unterschiedlicher Polynomkonturen im Mechanismus für den speziellen Anwendungsfall mit besonderen Anforderungen.

### 7.1 Vorgehensweise bei der Synthese

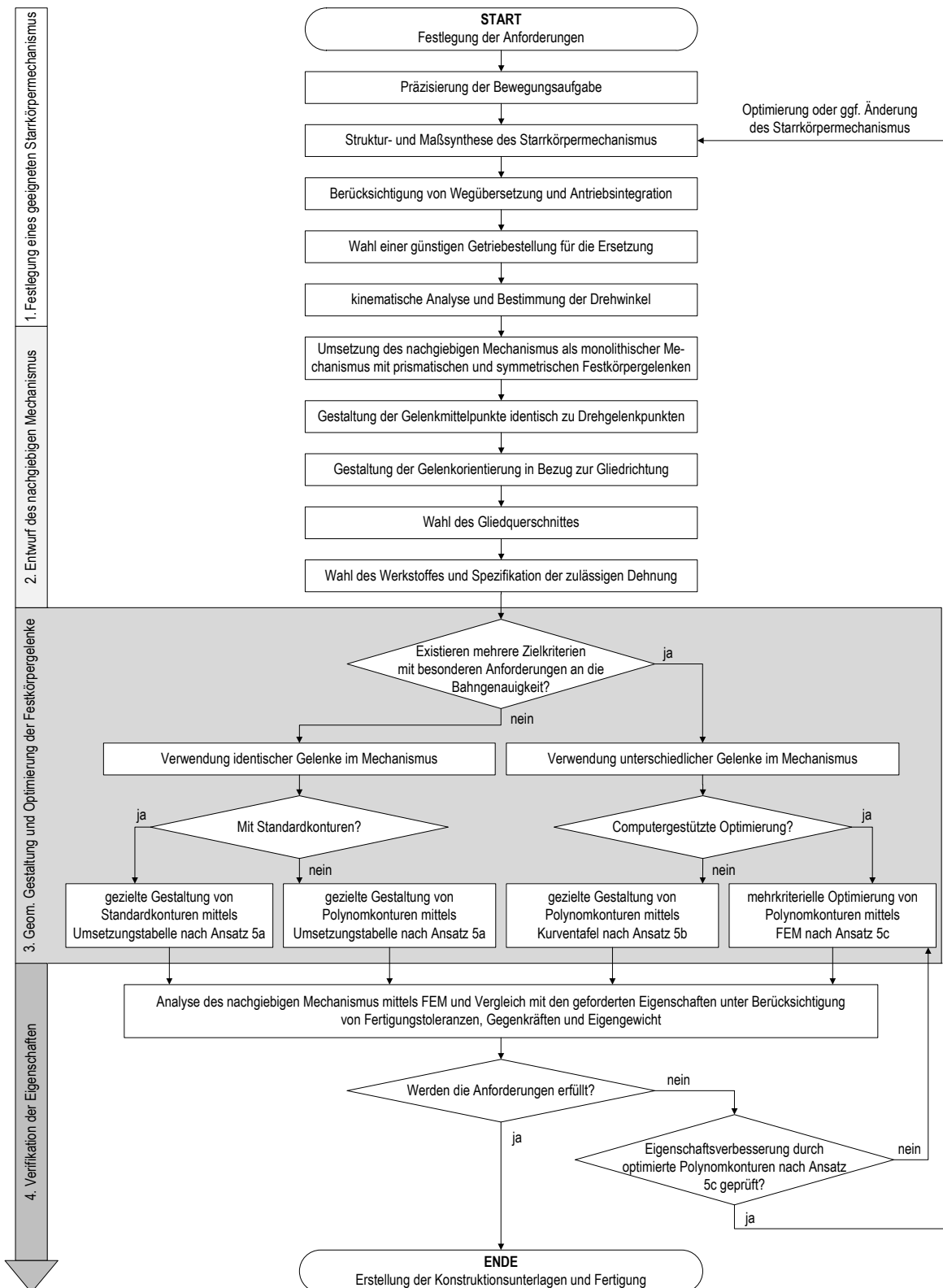
Die Ersetzung von Starrkörpermechanismen ist ein geeigneter Syntheseansatz für nachgiebige Koppelmechanismen mit prismatischen Festkörpergelenken. Ein basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit präzisiertes Ablaufschema der Synthese ist in Abbildung 7.1 dargestellt.

In der Literatur werden Synthesemethoden mit Ausgangspunkt beim Starrkörpermechanismus (siehe [49, 125, 252, 324]) oder nachgiebigen Mechanismus ([227]) vorgeschlagen. Die gezielte Gelenkgestaltung wird bisher nicht berücksichtigt oder nur für die Verwendung von Standardkonturen ([216]) betrachtet. In Erweiterung zu den bekannten Vorgehensweisen ist bei der vorgestellten Synthesemethode die geometrische Gestaltung der Gelenke detailliert berücksichtigt. Zudem wird erstmals das Zielkriterium der Bahngenauigkeit einbezogen.

Die Synthese eines nachgiebigen Koppelmechanismus kann in vier Phasen eingeteilt werden:

1. Festlegung eines für die Bewegungsaufgabe geeigneten Starrkörpermechanismus,
2. Entwurf und konstruktive Umsetzung des nachgiebigen Mechanismus,

3. geometrische Gestaltung und Optimierung der prismatischen Festkörpergelenke,
4. Verifikation der Eigenschaften und ggf. weitere Anpassung oder Optimierung.



**Abbildung 7.1:** Ablaufschema der Synthese eines nachgiebigen Koppelmechanismus mit Hervorhebung der in dieser Arbeit gesondert betrachteten Synthesephase der geometrischen Gestaltung und Optimierung der prismatischen Festkörpergelenke

Eine Voraussetzung für die Synthese eines nachgiebigen Koppelmechanismus für die Präzisionstechnik ist die Festlegung eines geeigneten Starrkörpermechanismus, der bereits ein günstiges kinematisches Verhalten bei geringer Komplexität der Struktur aufweist. Hierfür sind in dieser Phase insbesondere folgende Hinweise zu beachten:

- Verwendung einfacher kinematischer Strukturen mit wenigen Gliedern und Gelenken,
- Beachtung der Wegübersetzung (eine höhere Wegübersetzung begünstigt die Bahngenauigkeit),
- Realisierung geringer Drehwinkel der Gelenke für den gewünschten Bewegungsbereich,
- Wahl einer günstigen Getriebestellung für die Ausgangslage des nachgiebigen Mechanismus.

Beim Entwurf des nachgiebigen Mechanismus ausgehend vom Starrkörpermechanismus sind mehrere neue konstruktive Parameter wie der Gliedquerschnitt oder die Gelenkorientierung zu beachten. Für diese Parameter werden in dieser Arbeit z. T. Annahmen getroffen.

Bei der geometrischen Gestaltung und Optimierung der Festkörpergelenke sind die Zielkriterien entscheidend. Die Verwendung identischer Gelenke im Mechanismus ist besonders für den Fall einzelner Zielkriterien geeignet. Die Verwendung unterschiedlicher Gelenke im Mechanismus ist vornehmlich bei mehreren Zielkriterien mit hohen Anforderungen an die Bahngenauigkeit zweckmäßig. Bei der Anwendung der Hinweise zur gezielten Gestaltung von Standard- oder Polynomkonturen sind bestimmte Verhältnisse der Gelenkabmessungen einzuhalten (siehe Abschnitt 7.2). Somit lassen sich Aussagen zur Kontureignung hinsichtlich der Gestaltungsziele formulieren.

Weitere Einflüsse durch Fertigungstoleranzen, Gegenkräfte oder Eigengewicht sind prinzipiell bei der Synthese des nachgiebigen Mechanismus zu beachten. Nach deren Berücksichtigung ist u. a. eine Überprüfung des kinematischen Verhaltens und ggf. eine weitere Anpassung oder Optimierung der Gelenkparameter notwendig.

Die präzierte Synthesemethode ist zusätzlich zur Verwendung für makroskopische Präzisionssysteme auch für miniaturisierte Mechanismen mit Einsatz in MEMS anwendbar. Verglichen mit bisherigen Ansätzen ermöglicht die Methode durch die Berücksichtigung der gezielten Gestaltung oder mehrkriteriellen Optimierung der Gelenkkontur während der Mechanismussynthese eine Vergrößerung des Bewegungsbereiches von nachgiebigen Koppelmechanismen bei gleichen oder verbesserten kinematischen Eigenschaften.

## 7.2 Gestaltungshinweise für prismatische Festkörpergelenke

Anhand der Ergebnisse der Analyse sowie Optimierung von Einzelgelenken und mehreren nachgiebigen Mechanismen in dieser Arbeit lassen sich grundlegende Hinweise für die Gestaltung und Optimierung von einwertigen rotatorischen Festkörpergelenken in nachgiebigen Koppelmechanismen ableiten:

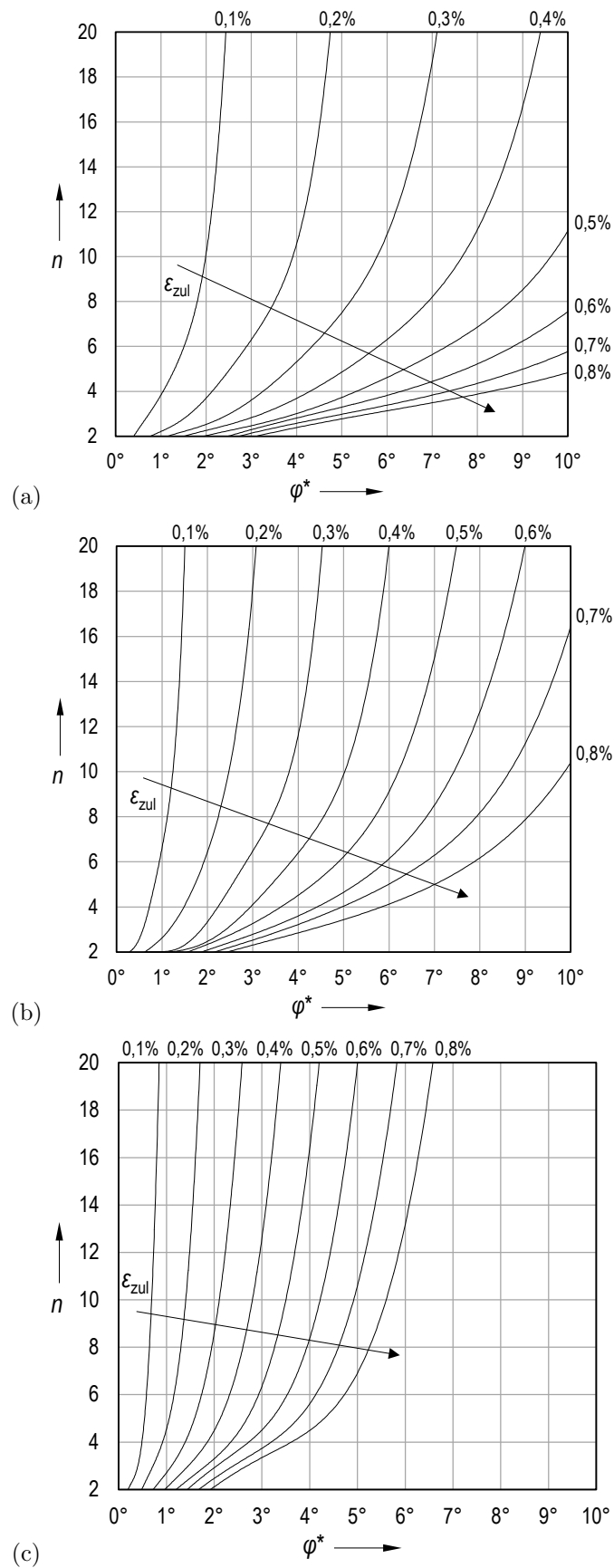
1. Die Festkörpergelenke sind prismatisch sowie symmetrisch zu gestalten (vgl. Tabelle 2.2), wobei der Gelenkmittelpunkt dem idealen Drehgelenkpunkt entspricht. Bei Einzelgelenken sind mitunter längssymmetrische Festkörpergelenke zweckmäßig (vgl. Tabelle 3.1).
2. Die Festkörpergelenke sind mit konzentrierter Nachgiebigkeit zu gestalten. Hierfür ist die Gelenklänge  $l$  in Bezug zum Drehachsenabstand  $L$  benachbarter Festkörpergelenke eines Mechanismus klein zu wählen (vgl. Abbildung 2.3).
3. Die Gelenkorientierung ist in Bezug zur Gliedrichtung der gestellfesten Glieder zu gestalten. Bei der Festlegung der Gelenkorientierung der übrigen Gelenke ist die Belastung im Mechanismus so zu berücksichtigen, dass Biegebeanspruchung überwiegt.
4. Es ist ein Werkstoff mit hoher zulässiger Dehnung zu wählen. In der Präzisionstechnik sind spezielle Metallegierungen zweckmäßig (vgl. Tabelle 2.6).
5. Die geometrischen Parameter der Gelenkkontur sowie die auf die Gliedhöhe  $H$  bezogenen Gelenkabmessungen  $l$ ,  $h$  und  $b$ <sup>39</sup> sind mit einem der drei folgenden Ansätze zu bestimmen:
  - a) *Verwendung identischer Gelenke mit Standard- oder Polynomkonturen:* Die Parameter sind abhängig von den Gestaltungszielen mithilfe von Tabelle 7.1 zu wählen.
  - b) *Verwendung unterschiedlicher Gelenke mit Polynomkonturen:* Für alle Gelenke sind niedrige Polynomgrade  $n$  zu wählen, um eine hohe Bahnengenauigkeit zu realisieren. Bei Gelenken mit größerem Auslenkwinkel ist der minimale Polynomgrad  $n$  in Abhängigkeit von  $l$  und  $h$  sowie von  $\varepsilon_{\text{zul}}$  entsprechend den Kurventafeln in Abbildung 7.2 zu erhöhen, um die maximale Dehnung zu reduzieren.

**Tabelle 7.1:** Zielabhängige Hinweise zur Bestimmung der geometrischen Parameter der Gelenkkontur und -abmessungen bei der Verwendung identischer Festkörpergelenke im nachgiebigen Mechanismus

Gestaltungsziel	geeignete Gelenkkonturen		Wahl der Gelenkabmessungen		
	Standardkonturen	Polynomkonturen nach Gl. 4.26 mit	$l/H$	$h/H$	$b/H$
geringe Dehnung bzw. große Auslenkung <sup>40</sup>	Viertelkreiskontur mit $r = 0,1l$	$n = 16$ bis $n = 20$	↑	↓	beliebig
geringe Bahnabweichung	Halbkreiskontur mit $R = l/2$	$n = 2$	$\approx 1$	$\leq 0,05$	beliebig
geringe Dehnung und Bahnabweichung	Ellipsenkontur mit $r_x = 2r_y = l/2$	$n = 4$	$\geq 1$	$\approx 0,03$	beliebig
geringe Steifigkeit	Viertelkreiskontur mit $r = 0,1l$	$n \uparrow$	↑	↓	↓
hohe Steifigkeit	Halbkreiskontur mit $R = l/2$	$n = 2$	↓	↑	↑

<sup>39</sup>Die Gelenkbreite hat keinen Einfluss auf die Dehnung und Bahnabweichung, weshalb  $b$  für diese beiden Kriterien frei wählbar ist.

<sup>40</sup>Die zwei Gestaltungsziele sind gleichbedeutend. Bei Vorgabe des Auslenkwinkels ist eine geringe Dehnung das Gestaltungsziel. Bei Vorgabe der zulässigen Dehnung ist eine große Auslenkung das Gestaltungsziel.



**Abbildung 7.2:** Kurventafeln zur Bestimmung des minimalen Polynomgrades  $n$  abhängig vom Drehwinkel  $\varphi^*$  im Starrkörpermechanismus und der zulässigen Werkstoffdehnung  $\epsilon_{zul}$  bei der Verwendung unterschiedlicher Festkörpergelenke im nachgiebigen Mechanismus mit  $l = H$ : (a)  $h = 0,03H$ , (b)  $h = 0,05H$ , (c)  $h = 0,1H$

- c) *Verwendung unterschiedlicher Gelenke mit optimierten Polynomkonturen:* Bei der FEM-basierten Optimierung der Polynomgrade ist für jedes Festkörpergelenk die Vorgehensweise der direkten Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus entsprechend Abschnitt 6.2 anzuwenden. Zur Optimierung der Bahngenauigkeit von Einzelgelenken ist das in Abschnitt 5.4 verwendete Drehachsenmodell der Mittelpunktmitführung zweckmäßig.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass neben den grundsätzlichen, konturunabhängigen Gelenkabmessungen  $l$  und  $h$  die Gelenkkontur einen Einfluss auf das Bewegungs-, Spannungs- und Verformungsverhalten nachgiebiger Koppelmechanismen hat. Hierfür kann ein mehrkriterielles Optimierungsproblem formuliert werden, wobei die direkte Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus mit unterschiedlichen Polynomkonturen zweckmäßig ist.

Im Vergleich zur computergestützten Optimierung der Gelenkkontur (Ansatz 5c) lassen sich, wie in dieser Arbeit gezeigt, die gewünschten Mechanismuseigenschaften häufig auch durch die beiden Ansätze zur vereinfachten Gestaltung basierend auf der Bestimmung der geometrischen Gelenkparameter mittels Umsetzungstabelle (Ansatz 5a) oder Kurventafel (Ansatz 5b) realisieren. Dadurch werden eine Verringerung des Simulationsaufwandes sowie eine Einsparung der Berechnungszeit bei der gezielten Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke in nachgiebigen Koppelmechanismen erreicht.

Da sich die relativen Drehwinkel  $\varphi^*$  aller Gelenke vorteilhaft durch eine kinematische Analyse des Starrkörpermechanismus bestimmen lassen, bieten Kurventafeln besonderes Anwendungspotenzial. Des Weiteren kann mithilfe der Kurventafeln bei gegebenem Polynomgrad sowie gegebener Dehnung der maximal zulässige Auslenkwinkel  $\varphi$  jedes Festkörpergelenkes bestimmt werden.



## 8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wird die Gestaltung und Optimierung der Gelenkkontur prismatischer Festkörpergelenke – eine bisher untergeordnet betrachtete Phase bei der Synthese eines nachgiebigen Koppelmechanismus ausgehend vom Starrkörpermechanismus – behandelt. Ziel war die Entwicklung einer allgemein anwendbaren Synthesemethode, die die zweckgerichtete Gestaltung einwertiger rotatorischer Festkörpergelenke berücksichtigt. Basierend auf einer notwendigen Systematisierung nachgiebiger Mechanismen und geeigneter Festkörpergelenke liegt der Schwerpunkt auf der Erstellung von Gestaltungshinweisen für optimierte prismatische Festkörpergelenke, die vom Einzelgelenk auf den Mechanismus übertragbar sind.

Hierfür wurden bestehende Ansätze für die geometrische Gestaltung prismatischer Festkörpergelenke mit Aussparung zusammengefasst, um geeignete Gelenkkonturen für die Untersuchungen in dieser Arbeit zu identifizieren. In den Hauptteilen der Arbeit erfolgten die Analyse nachgiebiger Koppelmechanismen mit spannungsgünstigen Gelenkkonturen, die modellbasierte Untersuchung der Drehachsenverlagerung der betrachteten Festkörpergelenke zur Beurteilung ihres Bewegungsverhaltens sowie die mehrkriterielle FEM-basierte Konturoptimierung für einzelne Gelenke und im Mechanismus. Abschließend wurde das Potenzial der Synthesemethode am Beispiel einer nachgiebigen Schubkurbel zur Realisierung einer Punktgeradföhrung aufgezeigt und durch eine messtechnische Untersuchung bestätigt.

Die wesentlichen Ergebnisse, die aus den Untersuchungen in dieser Arbeit resultieren, sind:

- eine Klassifikation von Festkörpergelenken zur Realisierung einer nicht umlaufenden angenäherten Drehbewegung,
- speziell verrundete Viertelkreiskonturen sowie Polynomkonturen höherer Ordnung, die für die Gestaltung der Gelenkkontur im Hinblick auf ein minimales Spannungs-Auslenkungs-Verhältnis geeignet sind,
- ein weiterentwickeltes Modell der Mittelpunktmitföhrung zur unmittelbaren Ermittlung der Drehachsenlage und Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken,
- verifizierte Ansätze zur nichtlinearen analytischen Berechnung, messtechnischen Untersuchung sowie FEM-Simulation der Kraft-Auslenkwinkel- und Drehachsenverlagerung-Auslenkwinkel-Kennlinie eines einzelnen Festkörpergelenkes mit beliebiger Kontur,
- die Erkenntnis, dass die Gelenkeigenschaften mit den Mechanismuseigenschaften hinsichtlich des Spannungs- und Verformungsverhaltens vergleichbar sind, während das Bewegungsverhalten nur für bestimmte Gelenkabhessungen übertragbar ist,

- die Erkenntnis, dass Polynomkonturen 4. Ordnung für dünne Festkörpergelenke zur gleichzeitigen Reduzierung der Bahnabweichung und Spannung geeignet sind,
- die Erkenntnis, dass längssymmetrische Gelenke für die mehrkriterielle Optimierung der Gelenkkontur einzelner Festkörpergelenke besonders geeignet sind,
- die Erkenntnis, dass unterschiedliche Gelenke mit Polynomkontur bei der direkten mehrkriteriellen Optimierung der Gelenkkontur im Mechanismus zweckmäßig sind,
- die Erkenntnis, dass der Drehwinkel jedes Gelenkes zur Auswahl eines geeigneten Polynomgrades für die Synthese verwendbar ist,
- die Identifikation weiterer geometrischer Parameter, die ausgehend vom Starrkörpermechanismus (z. B. Wegübersetzung, Antriebsrealisierung und Getriebebestellung) oder bei der konstruktiven Umsetzung des nachgiebigen Mechanismus (z. B. Gelenkorientierung und Glied- bzw. Gelenkquerschnitt) entstehen.

Mit der entwickelten Synthesemethode wird ein Beitrag zur vereinfachten Gestaltung sowie beschleunigten Optimierung der Geometrie prismatischer Festkörpergelenke in nachgiebigen Koppelmechanismen hinsichtlich der Kriterien Bewegungsbereich und Bahngenauigkeit geleistet. Die drei vorgestellten Ansätze zur Bestimmung der geometrischen Parameter der Gelenkkontur und -abmessungen ermöglichen die zielabhängige Gestaltung und Optimierung prismatischer Festkörpergelenke mit Standard- oder Polynomkonturen.

Die auf diese Weise gestalteten nachgiebigen Koppelmechanismen weisen eine geringe Komplexität auf und eignen sich besonders für den Einsatz in der Präzisionstechnik. Die genaue Kenntnis des reproduzierbaren kinematischen Verhaltens kann zu einer verbreiteten Anwendung optimierter Festkörpergelenke in makroskopischen Mechanismen beitragen und Impulse zur Optimierung in der Mikrotechnik liefern, da das Potenzial der zielabhängigen Gestaltungshinweise auch bei einer Gelenkskalierung vorhanden ist.

Als weiterführende Forschungsarbeiten ergeben sich u. a.:

- die Erweiterung des Parameterfeldes bei der direkten Konturoptimierung im Mechanismus (z. B. durch die Berücksichtigung unterschiedlicher asymmetrischer Gelenke),
- die systematische Untersuchung weiterer Eingangsparameter, die ausgehend vom Starrkörpermechanismus bei der konstruktiven Umsetzung entstehen,
- die weitere Anpassung oder Optimierung der Bahnkurve für eine bestimmte Bewegungsaufgabe unabhängig vom Starrkörpermechanismus,
- die Betrachtung zusätzlicher Ausgangsparameter, wie z. B. eine spezielle Kraft-Weg-Kennlinie sowie günstige dynamische oder thermische Eigenschaften,
- die Ausweitung der Untersuchung auf räumliche nachgiebige Koppelmechanismen.

## **Anhang A**

### **Literaturübersicht bekannter Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung**

**Tabelle A.1:** Bekannte Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken unterschiedlicher Klasse, Teil I

Literatur	Gelenkklasse						Bestimmung der Drehachsenverlagerung						Methodik			Ergebnisse				
	Festkörpergelenk mit Aussparung	Blattfeder-/Balkengelenk	Kreuzfedergelenk	Trapezfedergelenk	Speichenradgelenk	Sonstige	modellbasiert						analytisch	messtechnisch	simulativ	Vergleich versch. Drehachsenmodelle	Vergleich verschiedener Lastfälle	Vergleich verschiedener Gelenkkonturen	längs-/transversalsymmetrische Gelenke	Angabe einer Berechnungsgleichung
							kinetostat.			kinemat.										
							Mittelpunktverschiebung	Schnittpunkt Biegetangenten	fest mitgeführter Mittelpunkt/ Kreisbahnabweichung (1 Punkt)	Krümmungsmittelpunkt (1 Punkt)	Momentanpol (2 Punkte)									
[1]	x						x							x			x	x		
[18]			x	x						x			x			x			x	
[26]	x							x						x			x			
[42]	x						x						x		x		x	x	x	
[44]	x						x						x		x		x		x	
[63]	x	x										x	x			x	x		x	
[73]	x						x							x			x			
[81]					x		x						x	x					x	
[85]	x						x						x		x		x			
[95]			x							x			x	x					x	
[102]	x									x					x					
[105]						x	x							x						
[118]	x	x											x	x			x	x		
[119]		x							x				x	x						
[121]		x								x				x						
[128]	x						x						x				x		x	
[134]	x	x					x						x				x			
[138]		x	x							x			x	x	x				x	
[148]	x											x	x		x					
[153]			x										x	x			x		x	
[168]	x						x						x		x				x	
[174]	x						x						x	x	x		x	x	x	
[193]	x						x						x				x	x	x	
[201]		x	x									x	x	x			x		x	
[209]		x	x							x			x				x		x	

**Tabelle A.2:** Bekannte Untersuchungen zur Drehachsenverlagerung von Festkörpergelenken unterschiedlicher Klasse, Teil II

Literatur	Gelenkklasse						Bestimmung der Drehachsenverlagerung						Methodik			Ergebnisse										
	Festkörpergelenk mit Aussparung	Blattfeder-/Balkengelenk	Kreuzfedergelenk	Trapezfedergelenk	Speichenradgelenk	Sonstige	direkt	modellbasiert						analytisch	messtechnisch	simulativ	Vergleich versch. Drehachsenmodelle	Vergleich verschiedener Lastfälle	Vergleich verschiedener Gelenkkonturen	längs-/transversalsymmetrische Gelenke	Angabe einer Berechnungsgleichung					
								kinetostat.			kinemat.											Mittelpunktverschiebung	Schnittpunkt Biegetangenten	fest mitgeführter Mittelpunkt/ Kreishahnabweichung (1 Punkt)	Krümmungsmittelpunkt (1 Punkt)	Momentanpol (2 Punkte)
[210]			x	x		x					x		x													
[248]	x											x			x		x									
[263]						x				x			x		x					x						
[268]				x		x				x			x		x					x						
[269]				x						x			x	x	x					x						
[274]	x	x								x			x	x			x	x								
[279]	x	x								x		x	x	x	x	x	x	x								
[288]	x								x				x							x						
[294]			x							x			x													
[301]	x	x										x														
[314]			x					x					x													
[328]		x								x			x	x	x		x			x						
[332]	x							x					x				x	x								
[338]			x							x		x	x			x				x						
[339]	x									x		x	x	x					x							
[340]	x											x	x					x	x							
[341]	x									x			x						x							
[342]	x							x		x		x	x				x	x	x	x						
[364]			x					x		x			x	x			x									
[368]		x	x							x		x	x	x						x						
[370]	x							x							x			x								
[379]	x									x				x				x								
[381]			x							x		x	x				x			x						
[382]	x	x								x				x				x								
[397]			x			x				x			x		x		x		x	x						



## Anhang B

### Weitere Ergebnisse zum Einfluss der Gelenkkontur auf die Gelenkeigenschaften

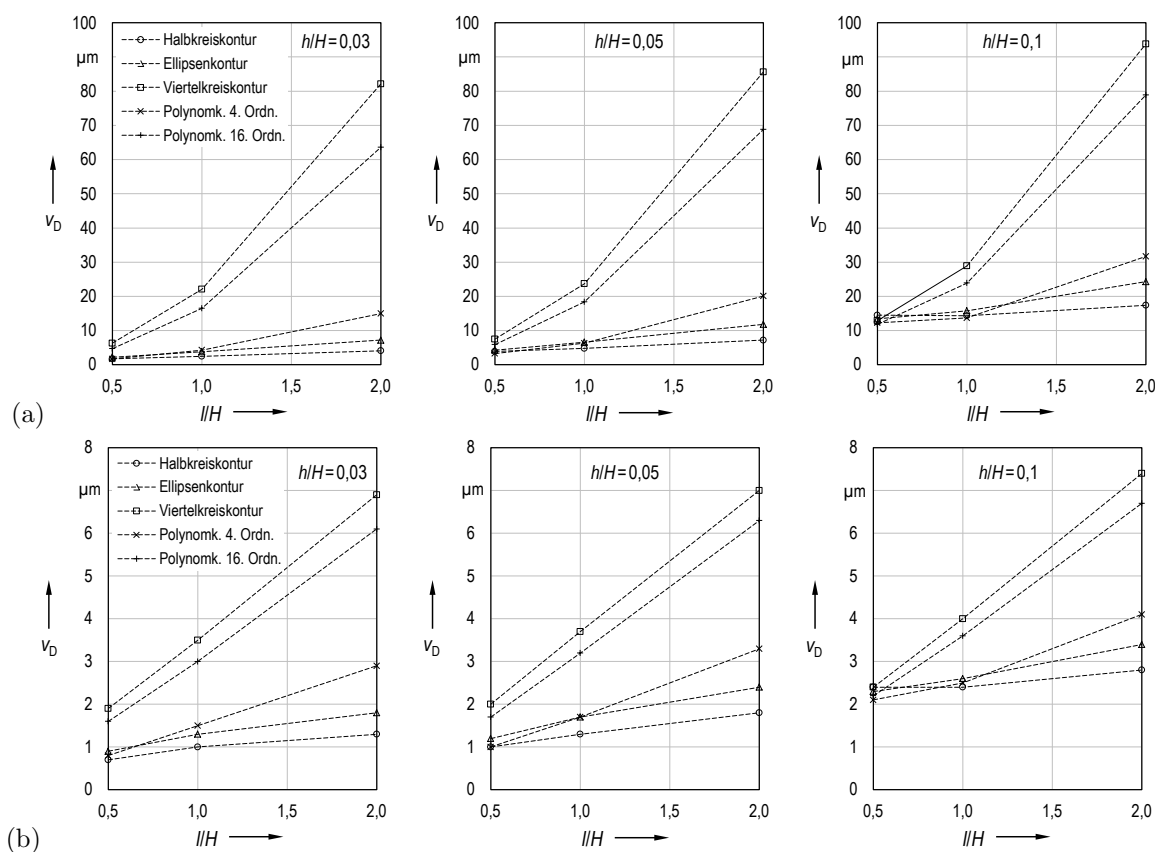


Abbildung B.1: FEM-Ergebnisse zur Drehachsenverlagerung des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_{B2}$  ( $x_e = 3H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$

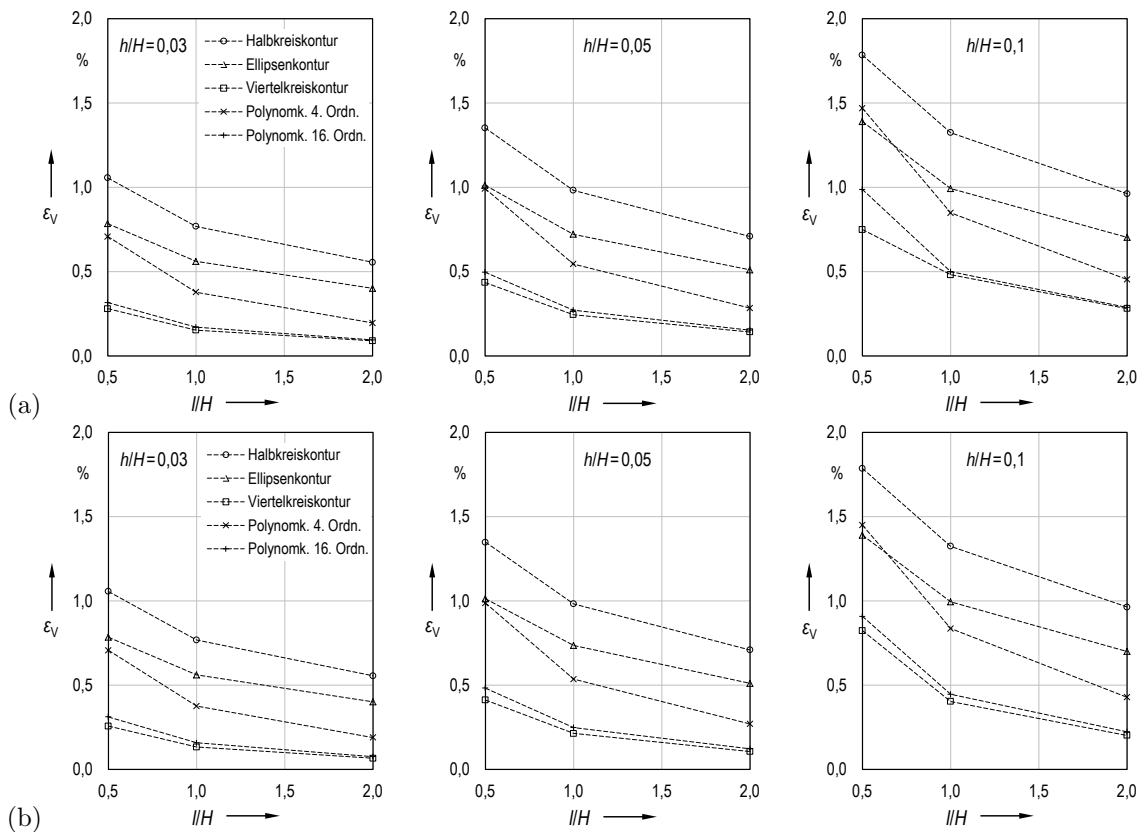


Abbildung B.2: FEM-Ergebnisse zur maximalen Vergleichsdehnung des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_{B2}$  ( $x_e = 3H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$

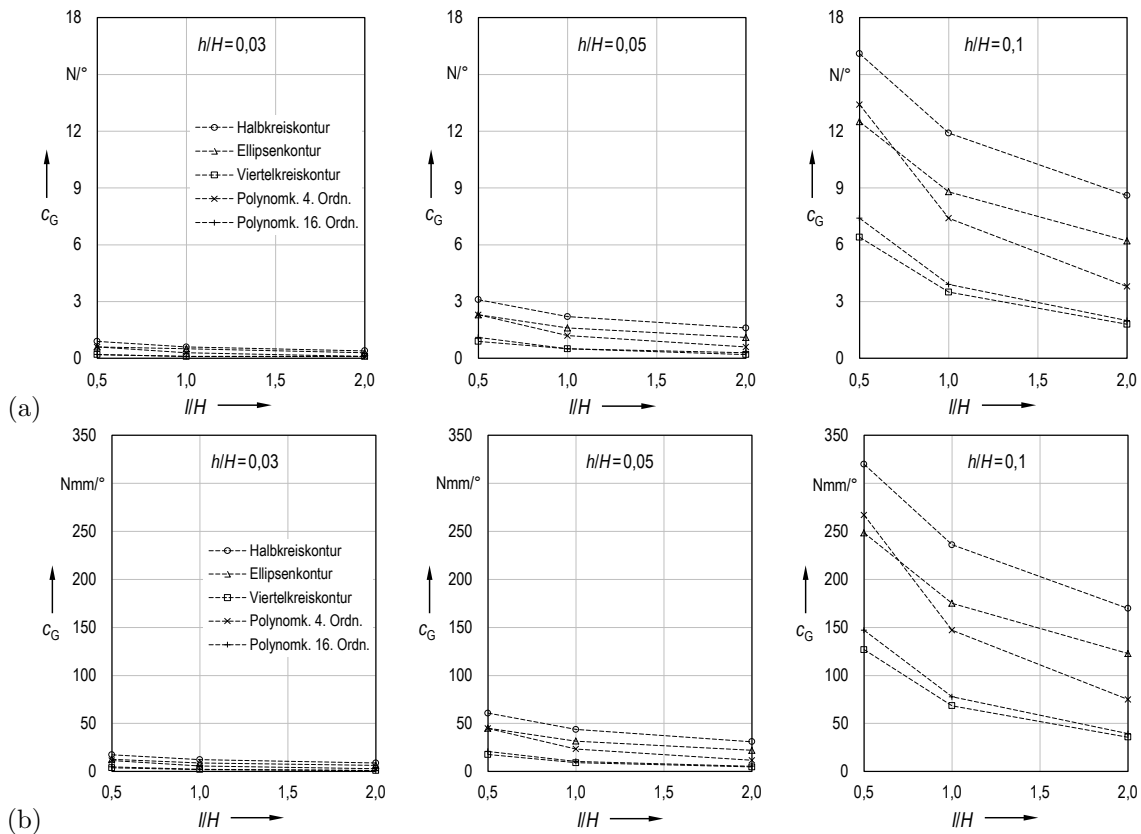


Abbildung B.3: FEM-Ergebnisse zur Drehfederate des Einzelgelenkes für  $\varphi = 4^\circ$  bei Belastung in  $P_{B2}$  ( $x_e = 3H$ ): (a) Einzelkraft  $\vec{F}_y$ , (b) Moment  $\vec{M}_{bz}$



## Literaturverzeichnis

- [1] ABE, K. ; TANIDA, Y. ; UCHIYAMA, M.: Structural Analysis of Directional Deflection Beams. In: *Journal of robotics and mechatronics* 17 (2005), Nr. 3, S. 359–366
- [2] ALBANESI, A. E. ; PUCHETA, M. A. ; FACHINOTTI, V. D.: A new method to design compliant mechanisms based on the inverse beam finite element model. In: *Mechanism and Machine Theory* 62 (2013), S. 14–28
- [3] ANSOLA, R. ; VEGUERIA, E. ; MATURANA, E. ; CANALES, J.: 3D compliant mechanisms synthesis by a finite element addition procedure. In: *Finite elements in analysis and design : the international journal of applied finite elements and computer aided engineering* 46 (2010), Nr. 9, S. 760–770
- [4] AWTAR, S.: *Synthesis and Analysis of Parallel Kinematic XY Flexure Mechanisms*. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Diss., 2004
- [5] AWTAR, S. ; SHIMOTSU, K. ; SEN, S.: Elastic Averaging in Flexure Mechanisms: A Three-Beam Parallelogram Flexure Case Study. In: *Journal of Mechanisms and Robotics* 2 (2010), Nr. 11, S. 041006–1–12
- [6] AWTAR, S. ; SLOCUM, A. H.: A Large Range XY Flexure Stage for Nanopositioning. In: *Proceedings of the 5th euspen International Conference*, 2005
- [7] BAREJ, M. ; SAFI, Y. ; SKÖCK-HARTMANN, B. ; GRIES, T. ; STEINSEIFER, U. ; CORVES, B. ; TRAUTZ, M.: Systematisierung gefalteter und faltbarer Strukturen in technischen Anwendungen. In: *Konstruktion : Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe* (2013), Nr. 1/2, S. 69–74
- [8] BECKER, R. ; GRZESIAK, A.: *Roboter-Greifer und Verfahren zu dessen Herstellung*, Patentschrift, DE102005046160B3, 2007
- [9] BELFIORE, N. P. ; SIMEONE, P.: Inverse kinetostatic analysis of compliant four-bar linkages. In: *Mechanism and Machine Theory* 69 (2013), S. 350–372
- [10] BELLOUARD, Y. ; CLAVEL, R.: Shape memory alloy flexures. In: *Materials Science and Engineering: A* 378 (2004), Nr. 1-2, S. 210–215 (Copyright 2004, Nachdruck mit Genehmigung von Elsevier)
- [11] BELLOUARD, Y. ; LEHNERT, T. ; BIDAUX, J.-E. ; SIDLER, T. ; CLAVEL, R. ; GOTTHARDT, R. ; BELLOUARD, Y.: Local annealing of complex mechanical devices: a new approach for developing monolithic micro-devices. In: *Materials Science and Engineering: A* 273-275 (1999), S. 795–798

- [12] BELLOUARD, Y. ; SAID, A. A. ; BADO, P.: Integrating optics and micro-mechanics in a single substrate: a step toward monolithic integration in fused silica. In: *Optics express* 13 (2005), Nr. 17, S. 6635–44 (Copyright 2005, Nachdruck mit Genehmigung von OSA)
- [13] BERNARDONI, P. ; BIDAUD, P. ; BIDARD, C. ; GOSSELIN, F.: A new compliant mechanism design methodology based on flexible building blocks. In: *Proceedings of the SPIE 2004 Conference*, 2004, S. 244–254
- [14] BEROZ, J. ; AWTAR, S. ; BEDEWY, M. ; TAWFICK S. ; HART A. J.: Compliant microgripper with parallel straight-line jaw trajectory for nanostructure manipulation. In: *Proceedings of the 26th Annual Meeting of the American Society for Precision Engineering*, 2011
- [15] BHARANIDARAN, R. ; RAMESH T.: Design of monolithic Microgripping device with integrated force sensing Jaw. In: *Proceedings of the 3rd European Conference of Mechanical Engineering (ECME' 12)*, 2012, S. 168–173
- [16] BHARANIDARAN, R. ; RAMESH T.: A numerical approach to design a compliant based Microgripper with integrated force sensing jaw. In: *International Journal of Mechanics* 7 (2013), Nr. 2, S. 128–135
- [17] BHARANIDARAN, R. ; RAMESH T.: Numerical simulation and experimental investigation of a topologically optimized compliant microgripper. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 205 (2014), S. 156–163
- [18] BI, S. ; ZHAO, H. ; YU, J.: Modeling of a Cartwheel Flexural Pivot. In: *Journal of mechanical design* 131 (2009), Nr. 6, S. 61010
- [19] BI, S. ; ZHAO, S. ; ZHU X.: Dimensionless design graphs for three types of annulus-shaped flexure hinges. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 3, S. 659–667
- [20] BITENCOURT, A. C. P. ; THESKA, R. ; WAGNER, A. ; LEPIKSON, H. A. ; JUNIOR, L. A. G. ; WEINGÄRTNER, W. L.: A novel approach in the application of flexure bearings in primary torque standard machines. In: *Proceedings of the 11th International conference of the European Society for Precision Engineering and Nanotechnology*, 2011, S. 109–112
- [21] BÖGELSACK, G.: Compliant mechanisms - Structures for miniturization and Terminology. In: *Proceedings of the Faculty Colloquium on Theory of Machines and Mechanisms*, 1994, S. 47–52
- [22] BÖGELSACK, G.: Impulse und Wirkungen technologischen Fortschritts auf die Mechanismentechnik. In: *Fortschritt-Berichte VDI : Reihe 1, Konstruktionstechnik/Maschinenelemente ; 255*. Düsseldorf : VDI-Verl., 1995, S. 131–142
- [23] BÖGELSACK, G.: Nachgiebige Mechanismen in miniaturisierten Bewegungssystemen. In: *Proceedings of the 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, 1995, S. 3101–3104
- [24] BÖGELSACK, G.: On fluidmechanical compliant actuators. In: *Terminology of the theory of machines and mechanisms: proceedings of the scientific seminar; 19th Working Meeting of IFToMM Commission for Standardization of Terminology* (2000), S. 51–56

- [25] BÖHM, V.: *Bionisch inspirierte monolithische Gelenkelemente mit fluidmechanischem Antrieb*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2005
- [26] BONA, F. D. ; MUNTEANU, M. G.: Optimized Flexural Hinges for Compliant Micro-mechanisms. In: *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* 44 (2005), Nr. 2, S. 163–174
- [27] BÖTTCHER, F. ; CHRISTEN, G. ; PFEFFERKORN, H.: Structure and function of joints and compliant mechanisms. In: *Motion systems 2001 : collected short papers of the Innovationskolleg "Bewegungssysteme"*, 2001, S. 30–35
- [28] BÖTTCHER, F. ; PFEFFERKORN, H.: Gelenkig bewegliche Verbindungen mit besonderen Eigenschaften. In: *Proceedings of the 44th International Scientific Colloquium*, 1999, S. 240–245
- [29] BROUWER, D. M. ; JONG, B. R. d. ; BOER, M. J. d. ; JANSEN, H. V. ; VAN DIJK, J. ; SOEMERS, H. M. J. R.: MEMS-based clamp with a passive hold function for precision position retaining of micro manipulators. In: *Journal of micromechanics and microengineering : structures, devices and systems / Institute of Physics* 19 (2009), Nr. 6, S. 65027
- [30] BROUWER, D. M. ; MEIJAARD, J. P. ; JONKER, J. B.: Elastic Element Showing Low Stiffness Loss at Large Deflection. In: *Proceedings of the 24th Annual Meeting of the American Society for Precision Engineering*, 2009, S. 30–33
- [31] BROUWER, D. M. ; MEIJAARD, J. P. ; JONKER, J. B.: Large deflection stiffness analysis of parallel prismatic leaf-spring flexures. In: *Precision Engineering* 37 (2013), Nr. 3, S. 505–521
- [32] BROUWER, D. M. ; WIERSMA, H. ; BOER, S. ; AARTS, R.: Large-stroke spatial hinge flexures: A method for optimising the geometry of flexure hinges, aimed at maximising supporting stiffnesses. In: *Mikroniek / Nederlandse Vereniging voor Fijnmechanische Techniek. Nederlandse Vereniging voor Experimentele Instrumentenbouw* 53 (2013), Nr. 4, S. 24–30
- [33] BÜHS, F.: *Entwicklung eines Endoskops mit flexibler Endoskopspitze für die minimal-invasive Chirurgie*. Berlin, TU Berlin, Diss., 2011
- [34] BÜTEFISCH, S.: *Entwicklung von Greifern für die automatisierte Montage hybrider Mikrosysteme*. Braunschweig, TU Braunschweig, Diss., 2003
- [35] CALLEGARI, M. ; GABRIELLI, A. ; RUGGIU, M.: Kineto-elasto-static synthesis of a 3-CRU spherical wrist for miniaturized assembly tasks. In: *Meccanica* 43 (2008), Nr. 4, S. 377–389
- [36] CALVET, R. J.: *Rotary flexure*, Patentschrift, US6146044, 2000
- [37] CAMPANILE, F. ; JÄHNE, R.: Gelenke einmal anders. In: *Konstruktion : Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe* (2013), Nr. 9, S. 70–73

- [38] CANNON, J. R.: *Compliant mechanisms to perform bearing and spring functions in high precision applications*. Provo, Brigham Young University, Masterarbeit, 2004
- [39] CHANG, R. J. ; WANG, Y. L.: Integration Method for Input-output Modeling and Error Analysis of Four-bar Polymer Compliant Micromachines. In: *Journal of mechanical design* 121 (1999), Nr. 2, S. 220–228
- [40] CHEN, G. ; HOWELL, L. L.: Two general solutions of torsional compliance for variable rectangular cross-section hinges in compliant mechanisms. In: *Precision Engineering* 33 (2009), Nr. 3, S. 268–274
- [41] CHEN, G. ; JIA, J. ; HAN, Q. ; WANG, Y.: Performance Optimization of Elliptical Flexure Hinge Using a Modified Particle Swarm Algorithm. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology ICIT*, 2005, S. 1180–1185
- [42] CHEN, G. ; JIA, J. ; LI, Z.-W.: On Hybrid Flexure Hinges. In: *Proceedings of the 2005 IEEE networking, sensing and control*, 2005, S. 709–704
- [43] CHEN, G. ; LIU, X. ; DU, Y.: Elliptical-Arc-Fillet Flexure Hinges: Toward a Generalized Model for Commonly Used Flexure Hinges. In: *Journal of mechanical design* 133 (2011), Nr. 8, S. 81002–81003
- [44] CHEN, G. ; LIU, X. ; GAO, H. ; JIA, J.: A generalized model for conic flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 80 (2009), Nr. 5, S. 055106–1–10
- [45] CHEN, G. ; ZHANG, S.: Fully-compliant statically-balanced mechanisms without prestressing assembly: concepts and case studies. In: *Mechanical Sciences* 2 (2011), S. 169–174
- [46] CHEN, G. ; XIONG, B. ; HUANG, X.: Finding the optimal characteristic parameters for 3R pseudo-rigid-body model using an improved particle swarm optimizer. In: *Precision Engineering* 35 (2011), Nr. 3, S. 505–512
- [47] CHOI, K.-B. ; LEE, J.-J. ; KIM, M. Y.: Cartwheel flexure-based compliant stage for large displacement driven by a stack-type piezoelectric element. In: *Proceedings of International Conference on Control, Automation and Systems*, 2007, S. 2754–2758
- [48] CHOI, Y.-J. ; SREENIVASAN, S. V. ; CHOI, B. J.: Kinematic design of large displacement precision XY positioning stage by using cross strip flexure joints and over-constrained mechanism. In: *Mechanism and Machine Theory* 43 (2008), Nr. 6, S. 724–737
- [49] CHRISTEN, G. ; KUNZ, H. ; PFEFFERKORN, H.: Stoffschlüssige Gelenke für nachgiebige Mechanismen. In: *2. Kolloquium Getriebetechnik*, 1997, S. 59–68
- [50] CHRISTEN, G. ; PFEFFERKORN, H.: Nachgiebige Mechanismen: Aufbau, Gestaltung, Dimensionierung und experimentelle Untersuchung. In: *VDI-Berichte Nr. 1423*, 1998, S. 309–329
- [51] CHRISTEN, G. ; PFEFFERKORN, H.: Zum Bewegungsverhalten nachgiebiger Mechanismen. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Universität Dresden* 50 (2001), Nr. 3, S. 53–58

- [52] CHRISTEN, G. ; PFEFFERKORN, H.: Mehr Beweglichkeit: Nachgiebige Mechanismen eignen sich als elastische Getriebe. In: *Maschinenmarkt Das IndustrieMagazin* (2002), Nr. 37, S. 34–36, 38–40
- [53] CHRISTEN, G. ; PFEFFERKORN, H.: Linearbewegung mit nachgiebigen Mechanismen. In: *Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Bögelsack/Hrsg.: Verein zur Förderung der Fakultät für Maschinenbau und Feinwerktechnik der Technischen Universität Ilmenau e. V.* (1997), S. 5–10
- [54] COSANDIER, F. ; CHATAGNY, V. ; CLAVEL, R.: Optimizing the Design of the 13-Hinge Rectilinear Stage for High Straightness Translation. In: *Proceedings of the 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, 2011, S. A23\_437
- [55] COSANDIER, F. ; EICHENBERGER, A. ; BAUMANN, H. ; JECKELMANN, B. ; BONNY, M. ; CHATAGNY, V. ; CLAVEL, R.: Development and integration of high straightness flexure guiding mechanisms dedicated to the METAS watt balance Mark II. In: *Metrologia* 51 (2014), Nr. 2, S. 88–95 (Copyright Bureau International des Poids et Mesures, Nachdruck mit Genehmigung von IOP Publishing)
- [56] DADO, M. H.: Limit position synthesis and analysis of compliant 4-bar mechanisms with specified energy levels using variable parametric pseudo-rigid-body model. In: *Mechanism and Machine Theory* 40 (2005), Nr. 8, S. 977
- [57] DE GREEF, A. ; LAMBERT, P. ; DELCHAMBRE, A.: Towards flexible medical instruments: Review of flexible fluidic actuators. In: *Precision Engineering* 33 (2009), Nr. 4, S. 311–321
- [58] DESHMUKH, B. ; PARDESHI, S. ; MISHRA, P. K.: Conceptual Design of a Compliant Pantograph. In: *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering* 2 (2012), Nr. 8, S. 270–275
- [59] DESROCHERS, S.: *Optimum design of simplicial uniaxial accelerometers*. Montréal, McGill University, Masterarbeit, 2008
- [60] DEUTSCHE EDELSTAHLWERKE GMBH: *Cr-Si-legierter Federstahl 1.7108*. Version: 2014. [www.dew-stahl.com](http://www.dew-stahl.com), Abruf: 04.02.2014
- [61] DIN-NORM: *DIN V ENV 13005 - Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*. Berlin : Beuth-Verlag, Juli 1999
- [62] DIN-NORM: *DIN 1319-3 - Grundlagen der Meßtechnik, Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Meßgröße*. Berlin : Beuth-Verlag, Mai 1996
- [63] DIRKSEN, F.: *Non-intuitive Design of Compliant Mechanisms Possessing Optimized Flexure Hinges*. Hamburg, Universität der Bundeswehr Hamburg, Diss., 2013
- [64] DIRKSEN, F. ; ANSELMANN, M. ; ZHODI, T. I. ; LAMMERING, R.: Incorporation of flexural hinge fatigue-life cycle criteria into the topological design of compliant small-scale devices. In: *Precision Engineering* 62 (2013), S. 531–541

- [65] DIRKSEN, F. ; LAMMERING, R.: On mechanical properties of planar flexure hinges of compliant mechanisms. In: *Mechanical Sciences 2* (2011), S. 109–117
- [66] DONG, W. ; DU, Z. ; SUN, L.: Conceptual Design and Kinematics Modeling of a Wide-Range Flexure Hinge-Based Parallel Manipulator. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotik and Automation (ICRA)*, 2005, S. 4031–4036
- [67] DONG, W. ; DU, Z. ; SUN, L.: Stiffness Influence Atlases of a Novel Flexure Hinge-Based Parallel Mechanism with Large Workspace. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*, 2005, S. 856–861
- [68] DONG, W. ; SUN, L. ; DU, Z. ; DONG, W.: Stiffness research on a high-precision, large-workspace parallel mechanism with compliant joints. In: *Precision Engineering 32* (2008), Nr. 3, S. 222–231
- [69] DUARTE, R. ; HOWELLS, M. R. ; HUSSAIN, Z. ; LAURITZEN, T.: A Linear Motion Machine for Soft X-ray Interferometry. In: *Proceedings of the SPIE 1997 Conference*, 1997
- [70] DUNNING, A. G. ; TOLOU, N. ; HERDER, J. L.: A compact low-stiffness six degrees of freedom compliant precision stage. In: *Precision Engineering 37* (2013), Nr. 2, S. 380–388
- [71] DUNNING, A. G. ; TOLOU, N. ; HERDER, J. L.: Review Article: Inventory of platforms towards the design of a statically balanced six degrees of freedom compliant precision stage. In: *Mechanical Sciences 2* (2011), S. 157–168
- [72] ERBE, T.: *Beitrag zur systematischen Aktor- und Aktorprinzipauswahl im Entwicklungsprozess*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2013
- [73] ESTEKI, H. ; SHAHIDI, A. ; PIROUZPANAH, S. ; SARKAR, S.: Design Optimization of Flexure Hinges Profile Using FEM and Experimental Verification in Piezoelectric Actuators. In: *Proceedings of the Canadian Society for Mechanical Engineering Forum*, 2008
- [74] FENG, Z. ; YU, Y. ; WANG, W.: Modeling of large-deflection links for compliant mechanisms. In: *Frontiers of Mechanical Engineering in China 5* (2010), Nr. 3, S. 294–301
- [75] FERRELL, D. B. ; ISAAC, Y. F. ; MAGLEBY, S. P. ; HOWELL, L. L.: Development of Criteria for Lamina Emergent Mechanism Flexures With Specific Application to Metals. In: *Journal of mechanical design 133* (2011), Nr. 3, S. 31009–31010
- [76] FETTIG, H. ; WYLDE, J. ; HUBBARD, T. ; KUJATH, M.: Simulation, dynamic testing and design of micromachined flexible joints. In: *Journal of micromechanics and micro-engineering : structures, devices and systems / Institute of Physics 11* (2001), Nr. 3, S. 209–216
- [77] FISCHER, U.: *Tabellenbuch Metall*. 43. Haan-Gruiten : Europa-Lehrmittel-Verl., 2005
- [78] FOWLER, R. M. ; MAGLEBY, S. P. ; HOWELL, L. L.: Flex-16: A monolithic large-displacement compliant rotational hinge. In: *Proceedings of IDETC/CIE 2012*, 2012

- [79] FRANITZA, D.: *Kontinuumsmechanische Grundlagen zur Berechnung von Mechanismen mit deformierbaren Gliedern*. Dresden, TU Dresden, Diss., 2000
- [80] FRECKER, M. I. ; ANANTHASURESH, G. K. ; NISHIWAKI, S. ; KOTA, S.: Topological Synthesis of Compliant Mechanisms Using Multi-Criteria Optimization. In: *Journal of mechanical design* 119 (1997), Nr. 2, S. 238–245
- [81] FRICKE, A.: *Stoffpaariges Gelenk für Drehbewegungen mit kleiner Amplitude*. Karl-Marx-Stadt, Technische Hochschule Karl-Marx-Stadt, Diss., 1986
- [82] GALLEGO, J. A. ; HERDER, J. L.: Synthesis Methods in Compliant Mechanisms: An Overview. In: *Proceedings of the ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE2009)*, 2009
- [83] GENEQUAND, P.-M. ; SCHWAB, P.: *Flexibles Gelenk mit Innendrehachse*, Patentschrift, DE69918497T2, 2005
- [84] GOLDFARB, M. ; SPEICH, J. E.: A Well-Behaved Revolute Flexure Joint for Compliant Mechanism Design. In: *Journal of mechanical design* 121 (1999), Nr. 3, S. 424–429
- [85] GOU, Y. ; JIA, J. ; CHEN, G.: Study on the Accuracy of Flexure Hinge. In: *Proceedings of the First Asia International Symposium on Mechatronics (AISM 2004)*, 2004, S. 137–140
- [86] GOUKER, R. M. ; GUPTA, S. K. ; BRUCK, H. A. ; HOLZSCHUH, T.: Manufacturing of multi-material compliant mechanisms using multi-material molding. In: *The international journal of advanced manufacturing technology* 30 (2006), Nr. 11, S. 1049–1075
- [87] GRIEBEL, S. ; LINSS, S. ; RISTO, U. ; UHLIG, R. ; ZENTNER, L.: Neue Anwendungen durch elastische Eigenschaften. In: *Erfinder-Visionen : Ideen, Neuheiten, Erfindungen, Innovationen* (2008), Nr. 2, S. 15–16
- [88] GRIEBEL, S. ; FIEDLER, P. ; STRENG, A. ; HAUEISEN, J. ; ZENTNER, L.: Medical sensor placement with a screw motion. In: *Proceedings of the 12th International Conference on New Actuators*, 2010, S. 1047–1050
- [89] GROSSARD, M. ; ROTINAT-LIBERSA, C. ; CHAILLET, N. ; PERROT, Y.: Flexible building blocks method for the optimal design of compliant mechanisms using piezoelectric material. In: *Proceedings of the 12th IFToMM World Congress*, 2007
- [90] GUDDEI, B. ; AHMED, S. I.-U.: Rollreibungsmessung an einzelnen Kugeln im Ebene-Kugel-Ebene-Kontakt. In: *GfT Tribologie-Fachtagung*, 2011
- [91] GUO, J. ; LEE, K.-M.: Compliant joint design and flexure finger dynamic analysis using an equivalent pin model. In: *Mechanism and Machine Theory* 70 (2013), S. 338–353
- [92] HABERLAND, R.: *Flexure joint, particularly for connecting a gyroscope to its driving shaft*, Patentschrift, US4261211, 1981
- [93] HALE, L. C.: *Principles and Techniques for Designing Precision Machines*. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology, Diss., 1999

- [94] HARDT, L. R.: *Rotary Bellows*, Patentschrift, US5033270, 1991
- [95] HARINGX, J. A.: The cross-spring pivot as a constructional element. In: *Applied Scientific Research* 1 (1949), Nr. 1, S. 313–332
- [96] HARZHEIM, L.: *Strukturoptimierung: Grundlagen und Anwendungen*. Frankfurt am Main : Deutsch, 2008
- [97] HASSE, A. ; CAMPANILE, L. F.: Design of compliant mechanisms with selective compliance. In: *Smart Materials and Structures* 18 (2009), Nr. 11, S. 115016
- [98] HATHEWAY, A. E.: Alignment of Flexure Stages for Best Rectilinear Performance. In: *Proc. of SPIE Vol. 2542, Optomechanical and Precision Instrument Design*, 1995, S. 70–80
- [99] HE, L. ; JI, X. ; HUANG, P.: The Low Coupling Compliant Straight -Line Mechanisms Structure and Parameter Analysis. In: *Proceedings of the International Conference on Computer Science and Information Processing (CSIP)*, 2012, S. 833–836
- [100] HENEIN, S.: *Conception des guidages flexibles*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes, 2001
- [101] HENEIN, S.: Flexures: simply subtle. In: *Diamond Light Source Proceedings* 1 (2010), Nr. 6
- [102] HENEIN, S.: *Tutorial on the design of flexure-mechanisms: Flexures: simply subtle*. Neuchâtel, FSRM, 2011
- [103] HENEIN, S. ; BARROT, F. ; JEANNERET, S. ; FOURNIER, R. ; GIRIENS, L. ; GUMY, S. ; DROS, S. ; TOIMIL, M.: Silicon Flexures for the Sugar-Cube Delta Robot. In: *Proceedings of the 11th International conference of the European Society for Precision Engineering and Nanotechnology*, 2011, S. 29–32
- [104] HENEIN, S. ; KJELBERG, I. ; ZELENKA, S.: Flexible bearings for high precision mechanisms in accelerator facilities. In: *Proceedings of the 26th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop NANOBEAM*, 2002, S. 103–110
- [105] HENEIN, S. ; SPANOUDAKIS, P. ; DROZ, S. ; MYKLEBUST, L. I. ; ONILLON, E.: Flexure pivot for aerospace mechanisms. In: *Proceedings of the 10th European Space Mechanisms and Tribology Symposium*, 2003
- [106] HESSELBACH, J. ; RAATZ, A. ; WREGE, J. ; SOETEBIER, S.: Design and Analyses of a Macro Parallel Robot with Flexure Hinges for Micro Assembly Tasks. In: *Proceedings of the 35th International Symposium on Robotics (ISR 2004)*, 2004
- [107] HETRICK, J. A.: *An energy efficiency approach for unified topological and dimensional synthesis of compliant mechanisms*. Michigan, University of Michigan, Diss., 1999
- [108] HETRICK, J. A. ; KOTA, S.: An Energy Formulation for Parametric Size and Shape Optimization of Compliant Mechanisms. In: *Journal of mechanical design* 121 (1999), Nr. 2, S. 229–234



- [109] HILDEBRAND, S.: *Feinmechanische Bauelemente*. 4. Aufl. Berlin : Verl. Technik, 1980
- [110] HOPKINS, J. B.: Synthesis of precision serial flexure systems using freedom and constraint topologies (FACT). In: *Precision Engineering* 35 (2011), Nr. 4, S. 638–650
- [111] HOPKINS, J. B.: Designing hybrid flexure systems and elements using Freedom and Constraint Topologies. In: *Mechanical Sciences* 4 (2013), S. 319–331
- [112] HOPKINS, J. B. ; CULPEPPER, M. L.: A screw theory basis for quantitative and graphical design tools that define layout of actuators to minimize parasitic errors in parallel flexure systems. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 4, S. 767–777
- [113] HOPKINS, J. B. ; CULPEPPER, M. L.: Synthesis of multi-degree of freedom, parallel flexure system concepts via freedom and constraint topology (FACT) – Part I: Principles. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 2, S. 259–270
- [114] HOPKINS, J. B. ; PANAS, R. M.: Design of flexure-based precision transmission mechanisms using screw theory. In: *Precision Engineering* 37 (2013), Nr. 2, S. 299–307
- [115] HORIE, M. ; HOSHIKAWA, Y. ; KAMIYA, D.: Optimum Design of Mass Distribution of the Injection Molding Pantograph Mechanism with Constant Output Link Orientation. In: *Proceedings of the 1st Workshop on Microactuators and Micromechanisms MAMM*, 2010
- [116] HORIE, M. ; KAMIYA, D. ; UCHIDA, T. ; URATA, M. ; IKEGAMI, K.: New Miniature Pantograph Mechanisms with Large-Deflective Hinges for Micro-Bonding by Adhesives. In: *Proceedings of the International Symposium on Electronic Materials and Packaging (EMAP)*, 2000, S. 167–174
- [117] HORIE, M. ; OKABE, Y. ; YAMAMOTO, M. ; KAMIYA, D.: Study on Long Life Large-Deflective Hinges in Molded Pantograph Mechanisms based on Cyclic Load-Bending Fatigue Test. In: *Proceedings of the International Symposium on Electronic Materials and Packaging (EMAP)*, 2005, S. 137–142
- [118] HORIE, M. ; TORII, S. ; KAMIYA, D.: Micro-hinges changed flexural rigidity intermittently for micromechanism joints. In: *Microsystem technologies : sensors, actuators, systems integration ; research journal* 9 (2003), Nr. 6, S. 381–385
- [119] HORIE, M. ; NOZAKI, T. ; IKEGAMI, K. ; KOBAYASHI, F.: Design System of Superelastic Hinges and Its Application to Micromanipulators. In: *JSME international journal* 40 (1997), Nr. 2, S. 323–328
- [120] HOU, C.-W. ; LAN, C.-C.: Functional joint mechanisms with constant-torque outputs. In: *Mechanism and Machine Theory* 62 (2013), S. 166–181
- [121] HOWELL, L. L. ; MIDHA, A.: A Method for the Design of Compliant Mechanisms with Small-Length Flexural Pivots. In: *Journal of mechanical design* 116 (1994), Nr. 1, S. 280–290

- [122] HOWELL, L. L. ; MIDHA, A.: Determination of the degree of freedom of compliant mechanisms using the pseudo-rigid-body model concept. In: *Proceedings of the 9th World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, 1995, S. 1537–1541
- [123] HOWELL, L. L. ; MIDHA, A.: A Loop-Closure Theory for the Analysis and Synthesis of Compliant Mechanisms. In: *Journal of mechanical design* 118 (1996), Nr. 1, S. 121–125
- [124] HOWELL, L. L.: *Compliant mechanisms*. New York : Wiley, 2001
- [125] HOWELL, L. L. ; MAGLEBY, S. P. ; OLSEN, B. M.: *Handbook of compliant mechanisms*. New York : Wiley, 2013
- [126] HOXHOLD, B.: *Mikrogreifer und aktive Mikromontagehilfsmittel mit integrierten Antrieben*. Braunschweig, TU Braunschweig, Diss., 2010
- [127] HSIAO, F.-Z. ; LIN, T.-W.: Analysis of a novel flexure hinge with three degrees of freedom. In: *Review of Scientific Instruments* 72 (2001), Nr. 2, S. 1565–1573
- [128] HU, J. F. ; LI, P. ; CUI, X. F.: Optimum Design of a Parabolic Flexure Hinge Based on Compliance Closed-Form Equations. In: *Advanced Materials Research* 424-425 (2012), S. 299–303
- [129] HUFENBACH, W. ; MODLER, K.-H. ; TÄGER, O. ; MODLER, N. ; LOVASZ, E.: Design and manufacturing of smart textile compliant hinges. In: *Acta technica napocensis. Series: Applied mathematics and mechanics* 49 (2006), Nr. 2, S. 831–836
- [130] HÜLSENBERG, D. ; KALLENBACH, E.: *Entwicklung und Anwendung von Spezialgläsern und -glaskeramiken für Mini- und Mikroaktuatoren: Abschlussbericht der TU Ilmenau*. Version: 1999. <http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/media/mechatronik/Dokumente/Miniglas.PDF>, Abruf: 23.11.2014
- [131] HWANG, D. ; BYUN, J. ; JEONG, J. ; LEE, M. G.: Robust Design and Performance Verification of an In-Plane  $XY\Theta_z$  Micropositioning Stage. In: *IEEE Transactions on nanotechnology* 10 (2011), Nr. 6, S. 1412–1423
- [132] IFTOMM PERMANENT COMMISSION FOR THE STANDARDIZATION OF TERMINOLOGY ; KLEIN BRETELER, A. (Hrsg.): *IFTOMM dictionaries online*. Version: 2014. <http://www.iftomm.3me.tudelft.nl/>, Abruf: 23.11.2014
- [133] IVANOV, I. ; CORVES, B.: Flexure hinge-based parallel manipulators enabling high-precision micro manipulations. In: *Proceedings of the 1st Workshop on Microactuators and Micromechanisms MAMM*, 2010
- [134] IVANOV, I. ; CORVES, B.: Characterization of Flexure Hinges Using the Script Oriented Programming within a FEM Software Application. In: *Mechanisms and Machine Science* 3, 2011, S. 225–233
- [135] IVANOV, I. ; CORVES, B.: Ein Ansatz zur Charakterisierung stoffschlüssiger Gelenke zwecks optimaler Auslegung eines Mikromanipulators. In: *Bewegungstechnik 2012*. Düsseldorf : VDI, 11.-12. September 2012, S. 45–56

- [136] IVANOV, I. ; CORVES, B.: Characterization of Flexure Hinges and Development of a High-Precision Micro Manipulator. In: *Proceedings of The 2nd International Conference Mechanical Engineering in XXI Century*, 2013, S. 267–272
- [137] JENSEN, B. D.: *Identification of macro- and micro- compliant mechanisms configurations resulting in bistable behavior*. Provo, Brigham Young University, Masterarbeit, 1998
- [138] JENSEN, B. D. ; HOWELL, L. L.: The modeling of cross-axis flexural pivots. In: *Mechanism and Machine Theory* 37 (2002), Nr. 5, S. 461–476
- [139] JENSEN, B. D. ; PARKINSON, M. B. ; KURUBAYASHI, K. ; HOWELL, L. L. ; BAKER, M. S.: Design optimization of a fully-compliant bistable micro-mechanism. In: *Proceedings of the 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2001
- [140] JENTZSCH, A. ; BÖHM, V. ; GREISER, S. ; ZENTNER, L.: An approach to electromagnetic actuated compliant mechanisms. In: *Proceedings of the 12th International Conference on New Actuators*, 2010, S. 681–684
- [141] JOO, J. ; KOTA, S. ; KIKUCHI, N.: Topological Synthesis of Compliant Mechanisms Using Linear Beam Elements. In: *Mechanics of structures and machines : an internat. journal* 28 (2007), Nr. 4, S. 245–280
- [142] JOUVE, F. ; MECHKOUR, H.: Optimization assisted design of compliant mechanisms by the level set method. In: *Proceedings of the 12th IFToMM World Congress*, 2007
- [143] JUNGnickel, U.: *Miniaturisierte Positioniersysteme mit mehreren Freiheitsgraden auf der Basis monolithischer Strukturen*. Darmstadt, Universität Darmstadt, Diss., 2004
- [144] JUST, E.: *Entwicklung eines Formgedächtnis-Mikrogreifers*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Diss., 2001
- [145] KANG, D. ; GWEON, D.: Analysis and design of a cartwheel-type flexure hinge. In: *Precision Engineering* 37 (2013), Nr. 1, S. 33–43
- [146] KEOSCHKERJAN, R. ; WURMUS, H.: A novel microgripper with parallel movement of gripping arms. In: *Proceedings of the 8th International Conference on New Actuators*, 2002, S. 321–324
- [147] KERN, D.: *Neuartige Drehgelenke für reibungsarme Mechanismen: Auslegungskriterien und Berechnungsmethoden*. Karlsruhe, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2013
- [148] KERN, D. ; RÖSNER, M. ; BAUMA, E. ; SEEMANN, W. ; LAMMERING, R. ; SCHUSTER, T.: Key features of flexure hinges used as rotational joints: Transition from concentrated to distributed compliances. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 77 (2013), Nr. 3, S. 117–125
- [149] KIBEL, E.: *Flexure with elongated openings*, Patentschrift, EP2163930A1, 2009
- [150] KIM, C. J.: *A conceptual approach to the computational synthesis of compliant mechanisms*, University of Michigan, Diss., 2005

- [151] KIM, K. ; AHN, D. ; GWEON, D.: Optimal design of a 1-rotational DOF flexure joint for a 3-DOF H-type stage. In: *Mechatronics* 22 (2012), Nr. 1, S. 24–32
- [152] KLANKE, H.: *Modellbildung, Simulation und Optimierung für geführte und nichtgeführte Bewegungen von Kurven-Kurbelgetrieben*. Aachen, RWTH Aachen, Diss., 1999
- [153] KNACKE, H.: *Ein Beitrag zur analytischen Untersuchung des allgemeinen Kreuzfeder-gelenkes bei großen Verformungen*. Ilmenau, Technische Hochschule Ilmenau, Diss., 1967
- [154] KNÖRNSCHILD, C.: *Entwicklung eines Versuchsstandes zum Vergleich der Biegesteifigkeit und Drehachsenverlagerung verschiedener Festkörpergelenkkonturen*. Ilmenau, TU Ilmenau, FG Mechanismentechnik, Masterarbeit (betreut von LINSS, S.), 2011
- [155] KOLEV, E.: *Zur Anwendung analytischer und numerischer Methoden bei der Entwicklung apedaler Lokomotionssysteme aus elastischem weichmagnetischem Material: Schlussfolgerung für die universitäre Ausbildung in der Finite-Elemente-Methode*. Ilmenau, TU Ilmenau, Habilitationsschrift, 2007
- [156] KOLLURI, M. ; HOEFNAGELS, J. P. M. ; DOMMELEN, J. A. W. ; GEERS, M. G. D.: An improved miniature mixed-mode delamination setup for in situ microscopic interface failure analyses. In: *Journal of Physics* 44 (2011), Nr. 3, S. 34005–34006
- [157] KRAEMER, O.: *Getriebelehre: eine Auswahl für Studium und Praxis*. Karlsruhe : Braun, 1991
- [158] KRAUSE, W. ; BÖTTGER, A. ; KALLWEIT, A.: Antriebe für Miniaturgreifer nach biologischem Vorbild. In: *15. Internationales Kolloquium Feinwerktechnik*. Düsseldorf : VDI/VDE Gesellschaft für Mikro- und Feinwerktechnik, 25. u. 26. September 1995
- [159] KRAUSE, W.: *Konstruktionselemente der Feinmechanik*. 3. Aufl. München [u.a.] : Hanser, 2004
- [160] KUNZ, J.: Filmgelenke dehnungsbezogen auslegen. In: *Kunststoffe : Werkstoffe, Verarbeitung, Anwendung ; Organ deutscher Kunststoff-Fachverbände* 97 (2007), Nr. 12, S. 129–132
- [161] KYUSOJIN, A. ; SAGAWA, D.: Development of Linear and Rotary Movement Mechanism by Using Flexible Strips. In: *Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering* 22 (1988), Nr. 4, S. 309–314
- [162] LAN, C.-C. ; WANG, J.-H. ; FAN, C.-H.: Optimal design of rotary manipulators using shape memory alloy wire actuated flexures. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 153 (2009), Nr. 2, S. 258–266
- [163] LANGBEIN, S.: *Lokale Konfiguration und partielle Aktivierung des Formgedächtniseffektes zur Erzeugung smarterer Bauteilstrukturen*. Bochum, Ruhr-Universität Bochum, Diss., 2009
- [164] LEE, V. ; ZIEGERT, J. C.: Hybrid Bi-directional Flexure Joints. In: *Proceedings of the 2007 annual meeting of the American Society for Precision Engineering*, 2007

- [165] LEE, V. D. ; GIBERT J. M. ; ZIEGERT, J. C.: Hybrid bi-directional flexure joint. In: *Precision Engineering* 38 (2013), Nr. 2, S. 270–278
- [166] LEGNANI, G. ; FASSI, I. ; GILBERTI, H. ; CINQUEMANI, S. ; TOSI, D.: A new isotropic and decoupled 6-DoF parallel manipulator. In: *Mechanism and Machine Theory* 58 (2012), S. 64–82
- [167] LETONJE, J. ; JANEZIC, I.: Determination of the equation of bending stiffness of a hyperbolic notch with finite element analysis. In: *Proceedings of the 10th World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms*, 1999, S. 610–615
- [168] LI, Q. ; PAN, C. ; XU, X.: Closed-form compliance equations for power-function-shaped flexure hinge based on unit-load method. In: *Precision Engineering* 37 (2013), S. 135–145
- [169] LI, Y. ; XU, Q.: A novel design and analysis of a 2-DOF compliant parallel micromanipulator for nanomanipulation. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 3 (2006), Nr. 3, S. 248–254
- [170] LI, Y. ; XU, Q.: Design and Optimization of an XYZ Parallel Micromanipulator with Flexure Hinges. In: *Journal of intelligent & robotic systems : theory and applications* 55 (2009), Nr. 4, S. 377–402
- [171] LIAW, H. C. ; SHIRINZADEH, B.: Robust generalised impedance control of piezo-actuated flexure-based four-bar mechanisms for micro-nano manipulation. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 148 (2008), Nr. 2, S. 443–453
- [172] LIN, C.-F. ; SHIH, C.-J.: Multiobjective design optimization of flexure hinges for enhancing the performance of micro-compliant mechanisms. In: *Journal of the Chinese Institute of Engineers* 28 (2005), Nr. 6, S. 999–10003
- [173] LIN, C. F. ; SHIH, C. J.: A Post-Design of Topology Optimization for Mechanical Compliant Amplifier in MEMS. In: *Tamkang Journal of Science and Engineering* 9 (2006), Nr. 3, S. 215–222
- [174] LIN, R. ; ZHANG, X. ; LONG, X. ; FATIKOW, S.: Hybrid flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 84 (2013), Nr. 8, S. 085004–1–14
- [175] LINSS, S. ; ERBE, T. ; GRINEVICH, D. ; ZENTNER, L.: An approach on model-based shape optimization of compliant mechanisms. In: *Proceedings of 15th International Conference. Mechanika*, 2010, S. 271–276
- [176] LINSS, S. ; ERBE, T. ; THESKA, R. ; ZENTNER, L.: The influence of asymmetric flexure hinges on the axis of rotation. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2011
- [177] LINSS, S. ; ERBE, T. ; ZENTNER, L.: Design and simplified manufacturing of large-deflective flexure hinges based on polynomial contours. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2011

- [178] LINSS, S. ; ERBE, T. ; ZENTNER, L.: On polynomial flexure hinges for increased deflection and an approach for simplified manufacturing. In: *Proceedings of the 13th World Congress in Mechanism and Machine Science*, 2011, S. A11\_512
- [179] LINSS, S. ; GRIEBEL, S. ; KIKOVA, T. ; ZENTNER, L.: Pneumatically driven compliant structures based on the multi-arc principle for the use in adaptive support devices. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2011
- [180] LINSS, S. ; MILOJEVIC, A.: Model-based design of flexure hinges for rectilinear guiding with compliant mechanisms in precision systems. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *Mechanismentechnik in Ilmenau, Budapest und Niš*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 2012, S. 13–24
- [181] LINSS, S. ; MILOJEVIC, A. ; ZENTNER, L.: On the Influence of Flexure Hinge Geometry on the Motion Range and Precision of Compliant Gripping Mechanisms. In: *Proceedings of The 2nd International Conference Mechanical Engineering in XXI Century*, 2013, S. 255–260
- [182] LINSS, S. ; MILOJEVIC, A. ; ZENTNER, L.: Considering the Design of the Flexure Hinge Contour for the Synthesis of Compliant Linkage Mechanisms. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2014
- [183] LINSS, S. ; ZENTNER, L.: Gestaltung von Festkörpergelenken für den gezielten Einsatz in ebenen nachgiebigen Mechanismen. In: *9. Kolloquium Getriebetechnik*, 2011, S. 291–311
- [184] LINSS, S. ; ZENTNER, L.: Einfluss der Festkörpergelenkkontur auf die Bewegungsgenauigkeit und die Gestaltfestigkeit nachgiebiger Koppelmechanismen. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *10. Kolloquium Getriebetechnik*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 11. - 13. September 2013, S. 355–372
- [185] LIU, W. ; MILLS, J. K.: MEMS Remote Centre of Compliance Design. In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, 2006, S. 118–123
- [186] LOBONTIU, N.: Distributed-parameter dynamic model and optimized design of a four-link pendulum with flexure hinges. In: *Mechanism and Machine Theory* 36 (2001), Nr. 5, S. 653–669
- [187] LOBONTIU, N. ; CULLIN, M.: In-plane elastic response of two-segment circular-axis symmetric notch flexure hinges: The right circular design. In: *Precision Engineering* 37 (2013), Nr. 3, S. 542–555
- [188] LOBONTIU, N. ; CULLIN, M. ; PETERSEN, T. ; ALCAZAR, J. A. ; NOVEANU, S.: Planar Compliances of Symmetric Notch Flexure Hinges: The Right Circularly Corner-Filletted Parabolic Design. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 11 (2012), Nr. 1, S. 169–176
- [189] LOBONTIU, N. ; GARCIA, E.: Two-axis flexure hinges with axially-located and symmetric notches. In: *Computers and Structures* 81 (2003), Nr. 13, S. 1329–1341

- [190] LOBONTIU, N. ; GARCIA, E. ; CANFIELD, S.: Torsional stiffness of several variable rectangular cross-section flexure hinges for macro-scale and MEMS applications. In: *Smart Materials and Structures* 13 (2004), S. 12–19
- [191] LOBONTIU, N. ; PAINE, J. S. N. ; GARCIA, E. ; GOLDFARB, M.: Design of symmetric conic-section flexure hinges based on closed-form compliance equations. In: *Mechanism and Machine Theory* 37 (2002), Nr. 5, S. 477–498
- [192] LOBONTIU, N. ; PAINE, J. S. N. ; O'MALLEY, E. ; SAMUELSON, M.: Parabolic and hyperbolic flexure hinges: flexibility, motion precision and stress characterization based on compliance closed-form equations. In: *Precision Engineering* 26 (2002), Nr. 2, S. 183–192
- [193] LOBONTIU, N.: *Compliant mechanisms : design of flexure hinges*. Boca Raton and Fla. : CRC Press, 2003
- [194] LOBONTIU, N.: Symmetry-Based Compliance Model of Multisegment Notch Flexure Hinges. In: *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 40 (2012), Nr. 2, S. 185–206
- [195] LOBONTIU, N. ; CULLIN, M. ; ALI, M. ; BROCK, J. M.: A generalized analytical compliance model for transversely symmetric three-segment flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 82 (2011), Nr. 10, S. 105116–105117
- [196] LOBONTIU, N. ; CULLIN, M. ; ALI, M. ; HOFFMAN, J.: Planar Compliances of Thin Circular-Axis Notch Flexure Hinges with Midpoint Radial Symmetry. In: *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 41 (2013), Nr. 2, S. 202–221
- [197] LOBONTIU, N. ; CULLIN, M. ; GARCIA, E. ; MCFERRAN BROCK, J. ; ALI, M.: Compliances of symmetric flexure hinges for planar compliant mechanisms. In: *Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on Robotik and Automation (ICRA)*, 2012, S. 4762–4767
- [198] LOBONTIU, N. ; PAINE, J. S. N.: Design of Circular Cross-Section Corner-Filletted Flexure Hinges for Three-Dimensional Compliant Mechanisms. In: *Journal of mechanical design* 124 (2002), Nr. 3, S. 479–484
- [199] LOBONTIU, N. ; PAINE, J. S. N. ; GARCIA, E. ; GOLDFARB, M.: Corner-Filletted Flexure Hinges. In: *Journal of mechanical design* 123 (2001), Nr. 3, S. 346–352
- [200] LOTTI, F. ; VASSURA, G.: A novel approach to mechanical design of articulated fingers for robotic hands. In: *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS*, 2002, S. 1687–1692
- [201] LOTZE, W.: *Die ebene Kinematik von Biegefederaufhängungen*. Dresden, TU Dresden, Diss., 1965
- [202] LU, T.-F. ; HANDLEY, D. C. ; YONG, Y. K. ; EALES, C.: A three-DOF compliant micromotion stage with flexure hinges. In: *Industrial robot : an international journal* 31 (2004), Nr. 4, S. 355–361

- [203] LUCK, K. ; MODLER, K.-H.: *Getriebetechnik: Analyse, Synthese, Optimierung*. 2. Berlin [u.a.] : Springer, 1995
- [204] LÜDER, R.: *Zur Synthese periodischer Bewegungsgesetze von Mechanismen unter Berücksichtigung von Elastizität und Spiel*. Chemnitz, TU Chemnitz-Zwickau, Diss., 1995
- [205] LUO, H. P. ; ZHANG, B. ; ZHOU, Z. X.: A rotary flexural bearing for micromanufacturing. In: *International Institution for Production Engineering Research: CIRP annals : manufacturing technology* 57 (2008), Nr. 1, S. 179–182
- [206] LUSK, C. P.: *Ortho-Planar Mechanisms for Microelectromechanical Systems*. Provo, Brigham Young University, Diss., 2005
- [207] LÜTH, T. C.: *Handähnliche flexible Endeffektoren für chirurgische Instrumente auf Basis von Festkörpergelenken*. Version: 2010. [http://www.mimed.mw.tum.de/fileadmin/w00bhh/www/RESEARCH\\_PROPOSALS/2010-04-26\\_DFG\\_LU604-32.PDF](http://www.mimed.mw.tum.de/fileadmin/w00bhh/www/RESEARCH_PROPOSALS/2010-04-26_DFG_LU604-32.PDF), Abruf: 23.11.2014
- [208] LYON, S. M.: *The pseudo-rigid-body model for dynamic predictions of macro and micro compliant mechanisms*. Provo, Brigham Young University, Diss., 2003
- [209] MARSH, D. M.: *The construction and performance of various flexure pivots*. Cambridge : Report No. 146, Tube Investments Research Laboratories, 1962
- [210] MARTIN, J. ; ROBERT, M.: Novel Flexible Pivot with Large Angular Range and Small Center Shift to be Integrated into a Bio-Inspired Robotic Hand. In: *Journal of intelligent material systems and structures* 22 (2011), Nr. 13, S. 1431–1438
- [211] MATHWORKS: *MATLAB Documentation R2014a*. Version: 2014. <http://www.mathworks.de/de/help/documentation-center.html>, Abruf: 05.06.2014
- [212] MATTHECK, C.: *Design in der Natur: Der Baum als Lehrmeister*. Freiburg im Breisgau : Rombach, 2006
- [213] MÄUSELEIN, S.: *Untersuchungen an Silizium-Verformungskörpern für die Anwendung in der Präzisions-Kraftmess- und Wägetechnik*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2009
- [214] MEISSNER, M. ; SCHORCHT, H.-J.: *Metallfedern: Grundlagen, Werkstoffe, Berechnung, Gestaltung und Rechnereinsatz*. Berlin [u.a.] : Springer-Verlag, 2007
- [215] MELI, F. ; KÜNG, A. ; THALMANN, R.: Ultrapräzises Koordinatenmessgerät für Mikroteile. In: *met INFO - Zeitschrift für Metrologie* 12 (2005), Nr. 3, S. 4–10 (Copyright 2005, Nachdruck mit Genehmigung, Bundesamt für Metrologie und Akkreditierung)
- [216] MENG, Q.: *A Design Method for Flexure-Based Compliant Mechanisms on the Basis of Stiffness and Stress Characteristics*. Bologna, Universität Bologna, Diss., 2012
- [217] MENG, Q. ; LI, Y.: A Novel Analytical Model for Flexure-based Proportion Compliant Mechanisms. In: *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Mechatronic Systems*, 2013, S. 612–619



- [218] MENG, Q. ; LI, Y. ; XU, J.: New empirical stiffness equations for corner-filletted flexure hinges. In: *Mechanical Sciences* 4 (2013), S. 345–356
- [219] MENG, Q. ; LI, Y. ; XU, J.: A Novel Analytical Model for Flexure-based Proportion Compliant Mechanisms. In: *Precision Engineering* 38 (2014), Nr. 3, S. 449–457
- [220] MENG, Q. ; BERSELLI, G. ; VERTECHY, R. ; CASTELLI, V. P.: An Improved Method for Designing Flexure-Based Nonlinear Springs. In: *Proceedings of the ASME 2012 36th Mechanisms and Robotics Conference*, 2012, S. 211–219
- [221] MERRIAM, E. G. ; JONES, J. E. ; MAGLEBY, S. P. ; HOWELL, L. L.: Monolithic 2 DOF fully compliant space pointing mechanism. In: *Mechanical Sciences* 4 (2013), S. 381–390
- [222] MERTMANN, M. ; HORNBOGEN, E.: Grippers for the Micro Assembly Containing Shape Memory Actuators and Sensors. In: *Journal de physique IV France* 7 (1997), Nr. 5, S. 621–626
- [223] MODLER, K.-H. ; LICHTNECKERT, T. ; HUFENBACH, W. ; MODLER, N.: Nachgiebige Mechanismen – Einsatzmöglichkeiten bei Baumaschinen? In: *Fachtagung Baumaschinentechnik 2009*, 2009, S. 80–87
- [224] MODLER, K.-H. ; MODLER, N.: Aktive textilverstärkte Nachgiebigkeitsmechanismen (A-TNM). In: *8. Kolloquium Getriebetechnik*, 2009, S. 197–208
- [225] MODLER, K.-H. ; WADEWITZ, C.: Zur Theorie und Anwendung viergliedriger Bandgetriebe. In: *Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. habil. Gerhard Bögelsack / [Hrsg.: Verein zur Förderung der Fakultät für Maschinenbau und Feinwerktechnik der Technischen Universität Ilmenau e. V.]* (1997), S. 17–21
- [226] MODLER, N.: *Nachgiebigkeitsmechanismen aus Textilverbunden mit integrierten aktorischen Elementen*. Dresden, Technische Universität Dresden, Diss., 2008
- [227] MODLER, N. ; HUFENBACH, W. ; RENNER, O. ; KNÖTIG, T. ; MODLER, K.-H. ; LI, S.: Auslegung und Gestaltung von Nachgiebigkeitsmechanismen. In: *Bewegungstechnik 2010*. Düsseldorf : VDI, 5. und 6. Oktober 2010, S. 177–190
- [228] MODLER, N. ; MODLER, K.-H. ; HUFENBACH, W. ; MARGINEANU, D. ; LOVASZ, E.-C. ; PERJU, D. ; IANOSI, E.: RBS Simulation of Integrated Piezo-Ceramic Actuation for Textile Reinforced Composite Compliant Mechanisms. In: *Mechanisms and Machine Science* 3, 2011, S. 169–184
- [229] MONOLITIX: *Festkörpergelenke: Unsere Bausteine*. Version: 2014. <http://www.monolitix.com/13-0-Stoffschlüssige-Gelenke.html>, Abruf: 23.11.2014
- [230] MOON, Y.-M.: Bio-mimetic design of finger mechanism with contact aided compliant mechanism. In: *Mechanism and Machine Theory* 42 (2007), Nr. 5, S. 600–611
- [231] MOTTARD, P. ; ST-AMANT, Y.: Analysis of flexural hinge orientation for amplified piezo-driven actuators. In: *Smart Materials and Structures* 18 (2009), Nr. 3, S. 35005–1–9

- [232] MÜGLITZ, J. ; GANSS, G. ; TRAPP, R.: Miniaturisierte Mechanismen - Wechselwirkungen zwischen Struktur, Gestalt und Fertigung. In: *Proceedings of the 44th International Scientific Colloquium*, 1999, S. 310–315
- [233] MÜGLITZ, J. ; SCHÖNHERR, J.: Miniaturized Mechanisms – Joint Design, Modeling, Example. In: *Proceedings of the 10th World Congress on the Theory of Machine and Mechanisms*, 1999, S. 848–855
- [234] MÜGLITZ, J. ; SCHÖNHERR, J.: Miniaturisierte Parallelmanipulatoren mit stoffpaarigen Gelenken. In: *2. Chemnitzer Parallelkinematik-Seminar. Arbeitsgenauigkeit von Parallelkinematiken*. Zwickau : Verl. Wiss. Scripten, 12./13. April 2000, S. 353–368
- [235] MUHS, D. ; WITTEL, H. ; JANNASCH, D. ; VOSSIEK, J.: *Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung; mit 75 vollständig durchgerechneten Beispielen und einem Tabellenbuch mit 282 Tabellen*. Wiesbaden : Vieweg Teubner, 2009
- [236] NAGENDRA REDDY, B. V. S. ; NAIK, S. V. ; SAXENA, A.: Systematic Synthesis of Large Displacement Contact-Aided Monolithic Compliant Mechanisms. In: *Journal of mechanical design* 134 (2012), Nr. 1, S. 110071–1100712
- [237] NAUNDORF, I.: *Morphologie und mechanisches Verhalten von Filmscharnieren aus Kunststoff*. Stuttgart, Universität Stuttgart, Diss., 1998
- [238] NEUBER, H.: *Kerbspannungslehre: Theorie der Spannungskonzentration; genaue Berechnung der Festigkeit*. 3. Aufl. Berlin [u.a.] : Springer, 1985
- [239] NIARITSIRY, T.-F. ; FAZENDA, N. ; CLAVEL, R.: Simulation analysis of the sources of inaccuracy of a parallel manipulator. In: *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics, Intelligent Systems and Signal Processing*, 2003, S. 266–271
- [240] NIARITSIRY, T.-F. ; FAZENDA, N. ; CLAVEL, R.: Study of the Sources of Inaccuracy of a 3 DOF Flexure Hinge-based Parallel Manipulator. In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 2004, S. 4091–4096
- [241] NOLL, T. ; KALUS, C. ; PEATMAN, W. B. ; SCHADE, U. ; SCHEIBNER, W. v.: The Monolithic Two Axis Flexure Joined Mirror Support and the Mechanical Design of the Infrared Beamline. In: *Proceedings of the 2nd International Workshop on Mechanical Engineering Design of Synchrotron Radiation Equipment and Instrumentation (MED-SI02)*, 2002, S. 65–73
- [242] NOLL, T.: Three axis rotational flexure joints of high axial stiffness. In: *Precision Engineering* 26 (2002), Nr. 4, S. 460–465
- [243] NOLL, T.: *Elastische parallelkinematische Führungsgetriebe für ultrapräzise Bewegungen im Vakuum: Konzepte, Komponenten und Konfigurationen der BESSY-Spiegelsysteme*. Berlin, TU Berlin, Diss., 2003
- [244] NÖNNIG, R.: *Untersuchungen an Federgelenkführungen unter besonderer Berücksichtigung des räumlichen Verhaltens*. Ilmenau, Technische Hochschule Ilmenau, Diss., 1980

- [245] NOVEANU, S. ; MANDRU, D. ; LUNGU, I. ; CSIBI, V.: Numerical Analysis and Experimental Research of a Compliant Minigripper. In: *Solid State Phenomena* 954 (2010), Nr. 164, S. 383–387
- [246] OIWA, T. ; SUGIMOTO, T.: Shape Optimization for Flexure Hinges. In: *Journal of the Japan Society for Precision Engineering* 63 (1997), Nr. 10, S. 1454–1458
- [247] OPFERMANN, R.: *FEM-basierte und messtechnische Untersuchung von nachgiebigen Koppelmechanismen mit optimierten Festkörpergelenken*. Ilmenau, TU Ilmenau, FG Mechanismentechnik, Masterarbeit (betreut von LINSS, S.), 2013
- [248] PALMIERI, G. ; PALPACELLI, M. C. ; CALLEGARI, M.: Study of a Fully Compliant U-Joint Designed for Minirobotics Applications. In: *Journal of mechanical design* 134 (2012), Nr. 11, S. 111003–111004
- [249] PARLAKTAS, V.: Spatial compliant constant-force mechanism. In: *Mechanism and Machine Theory* 67 (2013), S. 152–165
- [250] PAROS, J. M. ; WEISBORD, L.: How to design flexure hinges. In: *Machine design* 25 (1965), Nr. 11, S. 151–156
- [251] PATIL, C. B. ; SREENIVASAN, S. V. ; LONGORIA, R. G.: Robust design of flexure based nano precision compliant mechanisms with application to nano imprint lithography. In: *Proceedings of the ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE2008)*, 2008, S. 701–711
- [252] PAVLOVIC, N. D. ; PAVLOVIC, N. T.: *Gipki Mehanizmi*. Nis : Unigraf, 2013
- [253] PAVLOVIC, N. D. ; PETKOVIC, D. ; PAVLOVIC, N. T.: Optimal selection of the compliant mechanism synthesis method. In: *Proceedings of The International Conference Mechanical Engineering in XXI Century*, 2010, S. 247–250
- [254] PAVLOVIC, N. T. ; CHRISTEN, G.: Experimental Research of The Compliant Four-Bar Linkage for Rectilinear Guiding. In: *Proceedings of the 47th International Scientific Colloquium*, 2002, S. 320–321
- [255] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Stress Analysis And Guiding Accuracy of The Compliant Four-bar Linkages for Rectilinear Guiding. In: *Proceedings of the 47th International Scientific Colloquium*, 2002, S. 345–346
- [256] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: A design of evans compliant four-bar linkage for rectilinear guiding. In: *Proceedings of the 3rd International Conference "Research and Development in Mechanical Industry" RaDMI*, 2003, S. 425–432
- [257] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Motion characteristics of the compliant four-bar linkages for rectilinear guiding. In: *Journal of Mechanical Engineering Design* 6 (2003), Nr. 1, S. 20–27
- [258] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Mobility of the compliant joints and compliant mechanisms. In: *Theoretical Applied Mechanics* 32 (2005), Nr. 4, S. 341–357

- [259] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Compliant mechanism design for realizing of axial link translation. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 5, S. 1082–1091
- [260] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Modelling of a compliant Scott-Russel mechanism with small length flexural pivots. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *Mechanismentechnik in Ilmenau, Budapest und Niš*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 2012, S. 25–34
- [261] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D.: Fixed Centrode of the Compliant Isosceles Slider-Crank Mechanism. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *10. Kolloquium Getriebetechnik*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 11. - 13. September 2013, S. 341–354
- [262] PAVLOVIC, N. T. ; PAVLOVIC, N. D. ; MILOSEVIC, M.: Design of compliant slider - crank mechanism. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2011
- [263] PEI, X. ; YU, J.: A New Large-Displacement Beam-Based Flexure Joint. In: *Mechanical Sciences* 2 (2011), S. 183–188
- [264] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S.: The modeling of leaf-type isosceles-trapezoidal flexural pivots. In: *Proceedings of IDETC/CIE 2007*, 2007, S. 217–223
- [265] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S.: The Stiffness Model of Leaf-Type Isosceles-Trapezoidal Flexural Pivots. In: *Journal of mechanical design* 130 (2008), Nr. 8, S. 082303–1–6
- [266] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S.: An effective pseudo-rigid-body method for beam-based compliant mechanisms. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 3, S. 634–640
- [267] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S.: A Family of Butterfly Flexural Joints: Q-LITF Pivots. In: *Journal of mechanical design* 134 (2012), Nr. 12, S. 121005–1–8
- [268] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S. ; HU, Y.: A Novel Family of Leaf-Type Compliant Joints : Combination of Two Isosceles-Trapezoidal Flexural Pivots. In: *Journal of Mechanisms and Robotics* 1 (2009), S. 021005–1–6
- [269] PEI, X. ; YU, J. ; ZONG, G. ; BI, S. ; YU, Z.: Analysis of Rotational Precision for an Isosceles-Trapezoidal Flexural Pivot. In: *Journal of mechanical design* 130 (2008), Nr. 5, S. 052302–1–9
- [270] PEI, X. ; ZONG, G. ; BI, S. ; SU, H.: The modeling of cartwheel flexural hinges. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 10, S. 1900–1910
- [271] PETKOVIC, D. ; ISSA, M. ; PAVLOVIC, N. D. ; ZENTNER, L.: Passively Adaptive Compliant Gripper. In: *Applied Mechanics and Materials* 162 (2012), S. 316–325
- [272] PFEFFERKORN, H. ; CHRISTEN, G.: Nachgiebige Mechanismen für Präzisionsführungen. In: *Proceedings 47. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, 2002, S. 570–571
- [273] PILKEY, W. D. ; PILKEY, D. F.: *Peterson's stress concentration factors*. 3. Aufl. Hoboken, NJ : Wiley, 2008
- [274] PITTSHELLIS, R.: *Mechanische Miniaturgreifer mit Formgedächtnisantrieb*. Braunschweig, TU Braunschweig, Diss., 1998

- [275] PYSCHNY, N.: *Auslegung und Optimierung von festkörpergelenkbasierten Parallelkinematik für die Montage von optischen Komponenten*. Aachen, RWTH Aachen, Diss., 2013
- [276] QIAO, F.: *Biologisch inspirierte mikrotechnische Werkzeuge für die Mikromontage und die Minimal-Invasive Chirurgie*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2003
- [277] QIN, Y. ; SHIRINZADEH, B. ; ZHANG, D. ; TIAN, Y.: Design and Kinematics Modeling of a Novel 3-DOF Monolithic Manipulator Featuring Improved Scott-Russell Mechanisms. In: *Journal of mechanical design* 135 (2013), Nr. 10, S. 101004–1–9
- [278] RAATZ, A. ; TRAUDEN, F. ; PLITEA, N. ; HESSELBACH, J.: Design and Modeling of Compliant High-Precision Parallel Robots. In: *Proceedings of The 5th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar, PKS*. Zwickau : Verl. Wissenschaftliche Scripten, April 25 - 26 2006, S. 233–252
- [279] RAATZ, A.: *Stoffschlüssige Gelenke aus pseudo-elastischen Formgedächtnislegierungen in Pararellrobotern*. Braunschweig, TU Braunschweig, Diss., 2006
- [280] RAGHAVENDRA, M. R. A. ; KUMAR, A. S. ; JAGDISH, B. N.: Design and analysis of flexure-hinge parameter in microgripper. In: *The international journal of advanced manufacturing technology* 49 (2010), Nr. 9, S. 1185–1194
- [281] RAGULSKIS, K. M. ; ARUTUNIAN, M. G. ; KOCHIKIAN, A. V. ; POGOSIAN, M. Z.: A Study of Fillet Type Flexure Hinges and their Optimal Design. In: *Vibration Engineering* 3 (1989), S. 447–452
- [282] RAI, A. K. ; SAXENA, A. ; MANKAME, N. D.: Unified synthesis of compact planar path-generating linkages with rigid and deformable members. In: *Structural and multidisciplinary optimization Multidisciplinary Optimization (ISSMO)* 41 (2010), Nr. 6, S. 863–880
- [283] REYES RODRIGUEZ, B.: Study of the degrees of freedom equations in the compliant mechanism design. In: *Proceedings of the Second International Symposium on Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing, EcoDesign*, 2001, S. 202–207
- [284] RICHARD, M. ; CLAVEL, R.: A new concept of modular kinematics to design ultra-high precision flexure-based robots. In: *ISR/Robotik 2010*, 2010, S. 940–947
- [285] RICHARD, M. ; CLAVEL, R.: Concept of modular flexure-based mechanisms for ultra-high precision robot design. In: *Mechanical Sciences* 1 (2011), S. 1–9
- [286] RISTO, U.: *Zur Charakterisierung und Anwendung des Durchschlagverhaltens von nachgiebigen rotationssymmetrischen Strukturen*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2013
- [287] RIWERHAWK: *Flexural Pivots*. Version:2014. <http://flexpivots.com/wp-content/uploads/2014/07/Riverhawk-FlexuralPivotCatalog.pdf>, Abruf: 23.11.2014
- [288] RÖSE, A.: *Parallelkinematische Mechanismen zum intrakorporalen Einsatz in der laparoskopischen Chirurgie*. Darmstadt, TU Darmstadt, Diss., 2011

- [289] ROSENGREN, L.: *Universal joint*, Offenlegungsschrift, EP0568514A3, 1993
- [290] RÖSNER, M. ; LAMMERING, R.: Basic principles and aims of model order reduction in compliant mechanisms. In: *Mechanical Sciences* 2 (2011), S. 197–204
- [291] ROTHEISER, J.: *Joining of plastics: Handbook for Designers and Engineers*. München [u.a.] : Hanser, 1999
- [292] RYU, J. W. ; GWEON, D.-G.: Error analysis of a flexure hinge mechanism induced by machining imperfection. In: *Precision Engineering* 21 (1997), Nr. 2/3, S. 83–89
- [293] RYU, J. W. ; GWEON, D.-G. ; MOON, K. S.: Optimal design of a flexure hinge based (XY)F wafer stage. In: *Precision Engineering* 21 (1997), Nr. 1, S. 18–28
- [294] SANTOS, I. ; ZARATE, I. O. ; MIGLIORERO, G.: High accuracy flexural hinge development. In: *Proceedings of the 11th ESMATS Symposium*, 2005, S. 195–202
- [295] SAUTER, M.: *A Graph-based Optimization Method for the Design of Compliant Mechanisms and Structures*. Zürich, ETH Zürich, Diss., 2008
- [296] SCHERRER, M.: *Kerbspannung und Kerbformoptimierung*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Diss., 2004
- [297] SCHLAAK, H. F. ; JUNGnickel, U. ; EICHER, D.: Miniaturisierbare skalierbare Positioniersysteme mit monolithischen kinematischen Strukturen. In: *Proceedings of the 50th International Scientific Colloquium*, 2005
- [298] SCHÖNHERR, J.: Auslegung ebener miniaturisierter Mechanismen mit Festkörpergelenken. In: *Proceedings of the 44th International Scientific Colloquium*, 1999, S. 101–110
- [299] SCHÖNHERR, J.: Auslegung von nachgiebigen Mechanismen mit Hilfe eines Pseudostarrkörpermodells. In: *Proceedings of the 44th International Scientific Colloquium*, 1999, S. 316–321
- [300] SCHOTBORGH, W. O. ; KOKKELER, F. G. ; TRAGTER, H. ; HOUTEN, F. J. A. M. v.: Dimensionless design graphs for flexure elements and a comparison between three flexure elements. In: *Precision Engineering* 29 (2005), Nr. 1, S. 41–47
- [301] SCHRÖTER, B.: *Entwurf und Charakterisierung eines mikromechanischen Schrittschaltwerkes mit elektrostatischem Antrieb*. Chemnitz, Technische Universität Chemnitz, Diss., 2008
- [302] SCHÜLLER, U.: *Untersuchungen zum Verformungsverhalten einseitig eingespannter elastischer Elemente unter besonderer Beachtung des Einflusses der Einspannstelle am Beispiel von Blattfedern der Gerätetechnik*. Ilmenau, Technische Hochschule Ilmenau, Diss., 1985
- [303] SCHUNK GMBH & CO. KG: *Presseinformation Greifmodule: Miniaturgreifer für hochpräzise Montageanwendungen*. Version: 2014. [http://www.de.schunk.com/schunk/schunk\\_websites/news/press\\_release\\_detail.html?article\\_id=24097](http://www.de.schunk.com/schunk/schunk_websites/news/press_release_detail.html?article_id=24097), Abruf: 20.04.2015

- [304] SCHWARZWAELDER METALLHANDEL GMBH: *Werkstoffdatenblatt EN AW 7075*. Version: 2014. [www.smh-metalle.de](http://www.smh-metalle.de), Abruf: 04.02.2014
- [305] SCIRE, F. E. ; CLAYTON, T.: *Flexure hinge*, Patentschrift, US4559717, 1985
- [306] SCIRE, F. E. ; TEAGE, E. C.: Piezodriven 50- $\mu\text{m}$  range stage with subnanometer resolution. In: *Review of Scientific Instruments* 49 (1978), Nr. 12, S. 1735–1740
- [307] SHEN, J.: Analysis on the Displacement Performances of Parallel Four-bar Flexure Hinge Mechanism. In: *Proceedings of the Ninth International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI'2009)*, 2009, S. 4–598–601
- [308] SHEN, J.: Analysis on Displacement Performance Affected by Machining Errors of Single-Notch Right Circular Flexure Hinge. In: *Applied Mechanics and Materials* 302 (2013), S. 343–346
- [309] SHI, R. C. ; DONG, W. ; DU, Z. J.: Design methodology and performance analysis of application-oriented flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 84 (2013), Nr. 7, S. 075005–1–4
- [310] SHIH, C. J. ; LIN, C. F.: A two-stage topological optimum design for monolithic compliant microgripper integrated with flexure hinges. In: *Journal of Physics: Conference Series* 34 (2006), S. 840–846
- [311] SIGMUND, O.: On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization. In: *Mechanics of structures and machines : an internat. journal* 25 (1997), Nr. 4, S. 493–524
- [312] SIMI, M. ; TOLOU, N. ; VALDASTRI, P. ; HERDER, J. L. ; MENCIASSI, A. ; DARIO, P.: Modeling of a compliant joint in a Magnetic Levitation System for an endoscopic camera. In: *Mechanical Sciences* 3 (2012), S. 5–14
- [313] SMITH, S. T. ; BADAMI, V. G. ; DALE, J. S. ; XU, Y.: Elliptical flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 68 (1997), Nr. 3, S. 1474–1483
- [314] SMITH, S. T.: *Flexures: elements of elastic mechanisms*. Amsterdam [u.a.] : Gordon & Breach, 2000
- [315] SMITH, T. R.: *Flexible coupling*, Patentschrift, US3988906, 1976
- [316] STEIGENBERGER, J. ; ZIMMERMANN, K. ; PETKUN, S.: Modelle der Elastomechanik und ihre Anwendung in der Mikrotechnik. In: *Proceedings 41. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium*, 1996, S. 126–133
- [317] STEINBACH, M.: Prinzipien zweidimensionaler Mechanismen für Präzisionsgeräte. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *10. Kolloquium Getriebetechnik*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 11. - 13. September 2013, S. 329–340
- [318] SU, H.-J.: A Pseudo-Rigid-Body 3R Model for Determining Large Deflection of Cantilever Beams Subject to Tip Loads. In: *ASME Journal of Mechanisms and Robotics* 1 (2009), Nr. 2, S. 021008–1–11

- [319] SU, J.-J. ; ZHANG, Z.-G. ; HU, H.: Development and Evaluation of Linear Characteristic of a Complex Flexure Hinge. In: *Proceedings of the 2009 Second International Conference on Information and Computing Science*, 2009, S. 319–322
- [320] SUN, X. ; CHEN, W. ; TIAN, Y. ; FATIKOW, S. ; ZHOU, R. ; ZHANG, J. ; MIKCZINSKI, M.: A novel flexure-based microgripper with double amplification mechanisms for micro/nano manipulation. In: *Review of Scientific Instruments* 84 (2013), Nr. 8, S. 085002–1–10 (Copyright 2013, Nachdruck mit Genehmigung von AIP Publishing LLC)
- [321] SUZUMORI, K. ; ENDO, S. ; KANDA, T.: Optimal Design of Bending Pneumatic Rubber Actuator Based on Non-linear Finite Element Analysis. In: *Proceedings of the 12th IFToMM World Congress*, 2007, S. 6
- [322] TANAKA, A.: *Flexible rotary joint*, Patentschrift, US3405539, 1968
- [323] TANG, X. ; CHEN, I.-M. ; LI, Q.: Design and nonlinear modeling of a large-displacement XYZ flexure parallel mechanism with decoupled kinematic structure. In: *Review of Scientific Instruments* 77 (2006), Nr. 11, S. 115101–1–11
- [324] TANIK, E. ; PARLAKTAS, V.: A new type of compliant spatial four-bar (RSSR) mechanism. In: *Mechanism and Machine Theory* 46 (2011), Nr. 5, S. 593–607
- [325] TANIK, E. ; SÖYLEMEZ, E.: Analysis and design of a compliant variable stroke mechanism. In: *Mechanism and Machine Theory* 45 (2010), Nr. 10, S. 1385–1395
- [326] TÄNZER, W.: *Membranfedern als Bauelemente für Federführungen*. Ilmenau, Technische Hochschule Ilmenau, Diss., 1983
- [327] TEO, T. J. ; CHEN, I.-M. ; YANG, G. ; LIN, W.: A Semi-Analytic Model for Large Deflection Beam-Based Flexure Joints. In: *Proceedings of the 2008 IEEE/ASME international conference on advanced intelligent mechatronics*, 2008, S. 78–83
- [328] TEO, T. J. ; CHEN, I.-M. ; YANG, G. ; LIN, W.: A generic approximation model for analyzing large nonlinear deflection of beam-based flexure joints. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 3, S. 607–619
- [329] THORP, A. G.: Flexure pivots-design formulas and charts. In: *Product Engineering* 24 (1953), Nr. 2, S. 192–200
- [330] THÜMMEL, T. ; HORIE, M. ; ISHII, Y.: Dynamikanalyse eines Miniatur-Pantograph-Mechanismus mit elastischen Gelenken und Gliedern. In: *VDI-Berichte Nr. 1707 2002: Kurvengetriebe, Koppelgetriebe, gesteuerte Antriebe*, 2002, S. 165–184
- [331] TIAN, Y. ; SHIRINZADEH, B. ; ZHANG, D.: Closed-form compliance equations of filleted V-shaped flexure hinges for compliant mechanism design. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 3, S. 408–419
- [332] TIAN, Y. ; SHIRINZADEH, B. ; ZHANG, D. ; ZHONG, Y.: Three flexure hinges for compliant mechanism designs based on dimensionless graph analysis. In: *Precision Engineering* 34 (2010), Nr. 1, S. 92–101



- [333] TIAN, Y. ; ZHANG, D. ; ZUO, B.: Design of Elliptical Flexure Hinges. In: *Journal of Tianjin University* 37 (2004), Nr. 3, S. 239–244
- [334] TIAN, Y. ; SHIRINZADEH, B. ; ZHANG, D. ; ALICI, G.: Development and dynamic modeling of a flexure-based Scott–Russell mechanism for nano-manipulation. In: *Mechanical systems and signal processing : mssp* 23 (2009), Nr. 3, S. 957–978
- [335] TREASE, B. P.: *Topology Synthesis of Compliant Systems with Embedded Actuators and Sensors*. Michigan, University of Michigan, Diss., 2008
- [336] TREASE, B. P. ; MOON, Y.-M. ; KOTA, S.: Design of Large-Displacement Compliant Joints. In: *Journal of mechanical design* 2005 (2005), Nr. 127 (4), S. 788–798
- [337] TRES, P. A.: *Designing plastic parts for assembly*. 2. Aufl. Munich [u.a.] : Hanser/Gardner, 1995
- [338] TROEGER, H.: Considerations in the Application of Flexural Pivots. In: *Automatic Control* 17 (1962), Nr. 4
- [339] TSEYTLIN, Y. M.: Notch flexure hinges: An effective theory. In: *Review of Scientific Instruments* 73 (2002), Nr. 9, S. 3363–3368
- [340] TSEYTLIN, Y.: Tractable model for concave flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 82 (2011), Nr. 1, S. 15106–15107
- [341] TSEYTLIN, Y.: Flexible helicoids, AFM cantilevers in high mode vibration, and concave notch hinges in precision measurements and research. In: *Micromachines* 3 (2012), Nr. 2, S. 480–491
- [342] TSEYTLIN, Y.: Rotational compliance and instantaneous center of rotation in segmented and V-shaped notch hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 83 (2012), S. 026102–1–3
- [343] TSEYTLIN, Y. M.: *Structural Synthesis in Precision Elasticity*. New York : Springer, 2005
- [344] UNGER, J. F. ; ROOS, D.: Investigation and benchmark of algorithms for reliability analysis. In: *Weimarer Optimierungs- und Stochastiktage*, 2004
- [345] VALENTA, L. ; MOLNAR, L.: Bemessung des feinmechanischen Silikongummi-Gelenkes. In: *Proceedings of the 44th International Scientific Colloquium*, 1999
- [346] VALLANCE, R. R. ; HAGHIGHIAN, B. ; MARSH, E. R.: A general geometric model for determining optimal shapes of planar elastic pivots. In: *Proceedings of the Annual Meeting of the American Society for Precision Engineering*, 2006
- [347] VALLANCE, R. R. ; HAGHIGHIAN, B. ; MARSH, E. R.: A unified geometric model for designing elastic pivots. In: *Precision Engineering* 32 (2008), Nr. 4, S. 278–288
- [348] VDI-RICHTLINIEN: *VDI 2127 - Getriebetechnische Grundlagen*. Berlin : Beuth-Verlag, Februar 1993

- [349] VDI/VDE-RICHTLINIEN: *VDI/VDE 2252 - Feinwerkelemente, Führungen, Federgelenke*. Berlin : Beuth-Verlag, Juni 1990
- [350] VENANZI, S. ; GIESEN, P. ; PARENTI-CASTELLI, V.: A novel technique for position analysis of planar compliant mechanisms. In: *Mechanism and Machine Theory* 40 (2005), Nr. 11, S. 1224–1239
- [351] VOIT, M. ; SCHARY, T. ; SCHLAAK, H. F.: Kräfte fein dosiert: Dimensionierung einer Parallelführung mit Festkörpergelenken und optimaler Krafteinleitung der Aktoren. In: *Mechatronik F & M* 111 (2003), Nr. 8-9, S. 26–29
- [352] VOLMER, J.: *Getriebetechnik: Koppelgetriebe*. Berlin : Verl. Technik, 1979
- [353] VOLMER, J.: *Getriebetechnik: Lehrbuch*. 5. Aufl. Berlin : Verl. Technik, 1987
- [354] VOPEL, D.: *FEM-basierte Strukturoptimierung der Aussparungskontur von Festkörpergelenken mit Hilfe bionischer Methoden*. Ilmenau, TU Ilmenau, FG Mechanismentechnik, Projektarbeit (betreut von LINSS, S.), 2010
- [355] WANG, D.-A. ; CHEN, J.-H. ; PHAM, H.-T.: A tristable compliant micromechanism with two serially connected bistable mechanisms. In: *Mechanism and Machine Theory* 71 (2014), S. 27–39
- [356] WANG, M. Y.: An Analysis of the Compliant Mechanism Models. In: *Proceedings of the ASME/IFTOMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots*, 2009, S. 377–385
- [357] WANG, R. ; ZHOU, X. ; ZHU, Z.: Development of a novel sort of exponent-sine-shaped flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 84 (2013), Nr. 9, S. 095008–1–10
- [358] WAZAN, O.: *Rechnergestützte Untersuchung und Auswahl von Koppelmechanismen für Geradführungen*. Ilmenau, TU Ilmenau, Diss., 2005
- [359] WEIS, H. ; HILBRUNNER, F. ; FRÖHLICH, T. ; JÄGER, G.: Mechatronic FEM-Model of a electromagnetic force compensated load cell. In: *Proceedings of the 56th International Scientific Colloquium*, 2011
- [360] WEISSMANTEL, H. ; KAPP, L.: Filmgelenke zur Funktionsintegration bei Kunststoffteilen. In: *Feinwerktechnik : FWT ; Zeitschrift für Feinmechanik, Optik, Elektronik, Meß- und Prüfwesen, Entwicklung, Fertigung* 93 (1985), Nr. 2, S. 89–91
- [361] WIERSDOR, J.: *Preliminary Design Approach for Prosthetic Ankle Joints Using Compliant Mechanisms*. Provo, Brigham Young University, Masterarbeit, 2005
- [362] WILDING, S. E. ; HOWELL, L. L. ; MAGLEBY, S. P.: Introduction of planar compliant joints designed for combined bending and axial loading conditions in lamina emergent mechanisms. In: *Mechanism and Machine Theory* 56 (2012), Nr. 5, S. 1–15
- [363] WINDER, B. G. ; MAGLEBY, S. P. ; HOWELL, L. L.: A Study of Joints Suitable for Lamina Emergent Mechanisms. In: *Proceedings of the ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (IDETC/CIE2008)*, 2008, S. 339–349

- [364] WITTRICK, W. H.: The Theory of Symmetrical Crossed Flexure Pivots. In: *Australian Journal of Scientific Research, Series A: Physical Sciences* (1948), Nr. 121, S. 121–134
- [365] WITTWER, J. W. ; BAKER, M. S. ; HOWELL, L. L.: Robust Design and Model Validation of Nonlinear Compliant Micromechanisms. In: *Journal of microelectromechanical systems : a joint IEEE and ASME publication on microstructures, microactuators, microsensors and microsystems* 15 (2006), Nr. 1, S. 33–41
- [366] WITTWER, J. W. ; HOWELL, L. L.: Mitigating the Effects of Local Flexibility at the Built-In Ends of Cantilever Beams. In: *Journal of applied mechanics* 71 (2004), Nr. 5, S. 748
- [367] WU, Y. ; ZHOU, Z.: Design calculations for flexure hinges. In: *Review of Scientific Instruments* 73 (2002), Nr. 8, S. 3101–3106
- [368] WUEST, W.: Blattfedergelenke für Meßgeräte. In: *Feinwerktechnik : FWT ; Zeitschrift für Feinmechanik, Optik, Elektronik, Meß- und Prüfwesen, Entwicklung, Fertigung* 54 (1950), Nr. 7, S. 167–170
- [369] XU, Q. ; LI, Y.: Analytical modeling, optimization and testing of a compound bridge-type compliant displacement amplifier. In: *Mechanism and Machine Theory* 46 (2011), Nr. 2, S. 183–201
- [370] XU, W. ; KING, T.: Flexure hinges for piezoactuator displacement amplifiers: Flexibility, accuracy, and stress considerations. In: *Precision Engineering* 19 (1996), Nr. 1, S. 4–10
- [371] YONG, Y. K. ; LU, T.-F. ; HANDLEY, D. C.: Review of circular flexure hinge design equations and derivation of empirical formulations. In: *Precision Engineering* 32 (2008), Nr. 2, S. 63–70
- [372] YONG, Y. K. ; MOHEIMANI, S. O. R. ; KENTON, B. ; LEANG, K.: High-speed flexure-guided nanopositioning: Mechanical design and control issues. In: *Review of Scientific Instruments* 83 (2012), Nr. 12, S. 121101–1–22
- [373] YONG, Y. K. ; LU, T.-F.: The effect of the accuracies of flexure hinge equations on the output compliances of planar micro-motion stages. In: *Mechanism and Machine Theory* 43 (2008), Nr. 3, S. 347–363
- [374] YONG, Y. K. ; LU, T.-F.: Comparison of circular flexure hinge design equations and the derivation of empirical stiffness formulations. In: *Proceedings of the 2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2009, S. 510–515
- [375] YONG, Y. K. ; LU, T.-F.: Kinetostatic modeling of 3-RRR compliant micro-motion stages with flexure hinges. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 6, S. 1156–1175 (Copyright 2009, Nachdruck mit Genehmigung von Elsevier)
- [376] YOUM, W. ; LEE, S.-Q. ; PARK, K.: Optimal design and control of a voice coil motor driven flexure hinge for AFM actuator. In: *Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2005, S. 325–328

- [377] YU, J. ; LI, S. ; PEI, X. ; BI, S. ; ZONG, G.: A unified approach to type synthesis of both rigid and flexure parallel mechanisms. In: *Science in China / Chinese Academy of Sciences, National Natural Science Foundation of China* 54 (2011), Nr. 5, S. 1206–1220
- [378] YU, J. ; PEI, X. ; SUN, M. ; ZHAO, S. ; BI, S. ; ZONG, G.: A new large-stroke compliant joint & micro/nano positioner design based on compliant building blocks. In: *Proceedings of the International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots*, 2009, S. 409–416
- [379] YU, J. ; ZONG, G. ; YU, Z. ; BI, S.: A New Family of Large-Displacement Flexural Pivots. In: *Proceedings of IDETC/CIE 2007*, 2007, S. 93–100
- [380] YU, Y.-Q. ; FENG, Z.-L. ; XU, Q.-P.: A pseudo-rigid-body 2R model of flexural beam in compliant mechanisms. In: *Mechanism and Machine Theory* 55 (2012), S. 18–33
- [381] ZELENKA, S. ; BONA, F. D.: Analytical and experimental characterisation of high-precision flexural pivots subjected to lateral loads. In: *Precision Engineering* 26 (2002), Nr. 4, S. 381–388
- [382] ZELENKA, S. ; MUNTEANU, M. G. ; BONA, F. D.: Optimized flexural hinge shapes for microsystems and high-precision applications. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 10, S. 1826–1839
- [383] ZENTNER, L.: *Stoffschlüssiges aktives Gelenk*, Offenlegungsschrift, DE19824622A1, 1999
- [384] ZENTNER, L.: Klassifikation nachgiebiger Mechanismen und Aktuatoren. In: ZENTNER, L. (Hrsg.): *Mechanismentechnik in Ilmenau, Budapest und Niš*. Ilmenau : Universitätsverlag Ilmenau, 2012, S. 3–12
- [385] ZENTNER, L. ; BÖHM, V. ; TURKEVI-NAGI, N.: *Fluidisch angetriebenes stoffschlüssiges Gelenkelement*, Offenlegungsschrift, DE10316959A1, 2004
- [386] ZENTNER, L. ; BÖHM, V. ; ZIMMERMANN, K.: *Verfahren zur Erzeugung einer Bewegung mit Richtungsumkehr*, Patentschrift, DE102006008811B3, 2007
- [387] ZENTNER, L.: Nachgiebige Systeme. In: *8. Kolloquium Getriebetechnik*, 2009, S. 189–196
- [388] ZENTNER, L.: Mathematischer Formalismus zur Bildung Starrkörpermodelle für nachgiebige Mechanismen. In: *9. Kolloquium Getriebetechnik*, 2011, S. 227–244
- [389] ZENTNER, L.: *Nachgiebige Mechanismen*. München : De Gruyter Oldenbourg, 2014
- [390] ZENTNER, L. ; BÖHM, V.: On the Classification of Compliant Mechanisms. In: *Proceedings of the EUCOMES 08*, 2008, S. 431–438
- [391] ZENTNER, L. ; BÖHM, V.: Zum Verformungsverhalten nachgiebiger Mechanismen. In: *Konstruktion : Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe* 60 (2008), Nr. 1, S. 67–71, 74
- [392] ZENTNER, L. ; BÖHM, V. ; MINCHENYA, V.: On the new reversal effect in monolithic compliant bending mechanisms with fluid driven actuators. In: *Mechanism and Machine Theory* 44 (2009), Nr. 5, S. 1009–1019

- [393] ZETTL, B. ; SZYSZKOWSKI, W. ; ZHANG, W. J.: On Systematic Errors of Two-Dimensional Finite Element Modeling of Right Circular Planar Flexure Hinges. In: *Journal of mechanical design* 127 (2005), Nr. 4, S. 782–787
- [394] ZHANG, S. ; FASSE, E. D.: A Finite-Element-Based Method to Determine the Spatial Stiffness Properties of a Notch Hinge. In: *Journal of mechanical design* 123 (2001), Nr. 1, S. 141–147
- [395] ZHANG, Z. ; HU, H.: Accurate Equivalent Beam Model of a Planar Compliant Mechanism with Elliptical Flexure Hinges. In: *Proceedings of the 2009 International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, 2009, S. 11–14
- [396] ZHANG, Z. ; HU, H.: Comparison of Single-Notch Circular Flexure Hinge Rotational Stiffness Equations with FEA Results and Derivation of Empirical Formulations. In: *Proceedings of the International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization (CSO)*, 2009, S. 286–288
- [397] ZHAO, H. ; BI, S.: Accuracy characteristics of the generalized cross-spring pivot. In: *Mechanism and Machine Theory* 45 (2010), Nr. 10, S. 1434–1449
- [398] ZHAO, H. ; BI, S. ; YU, J.: Nonlinear deformation behavior of a beam-based flexural pivot with monolithic arrangement. In: *Precision Engineering* 35 (2011), Nr. 2, S. 369–383
- [399] ZHAO, H. ; BI, S. ; YU, J.: A novel compliant linear-motion mechanism based on parasitic motion compensation. In: *Mechanism and Machine Theory* 50 (2012), S. 15–28
- [400] ZHU, B. L. ; ZHANG, X. M. ; FATIKOW, S.: Design of single-axis flexure hinges using continuum topology optimization method. In: *Science in China / E* 57 (2014), Nr. 3, S. 560–567
- [401] ZIMMERMANN, K. ; PETKUN, S.: Modellierung und Simulation der Verformung stoffkohärenter nachgiebiger Mechanismen (Compliant Mechanisms). In: *Technische Mechanik: wissenschaftliche Zeitschrift für Grundlagen und Anwendungen der technischen Mechanik / Hrsg.: Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg* 15 (1995), Nr. 4, S. 295–302
- [402] ZUBIR, M. ; NASHRUL MOHD ; SHIRINZADEH, B. ; TIAN, Y.: Development of a novel flexure-based microgripper for high precision micro-object manipulation. In: *Sensors and actuators : international journal devoted to research and development of physical and chemical transducers* 150 (2009), Nr. 2, S. 257–266