

Optische Eigenschaften von Substratmaterialien für
zukünftige kryogene Gravitationswellendetektoren

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Physikalisch-Astronomischen-Fakultät
der Friedrich-Schiller-Universität Jena

von Dipl.-Phys. Julius Karl Komma
geboren am 07.08.1985 in Pegnitz

Gutachter

- 1. Prof. Dr. rer. nat. habil. Paul Seidel (Friedrich-Schiller-Universität Jena)**
- 2. Prof. Dr. rer. nat. habil. Roman Schnabel (Universität Hamburg)**
- 3. Prof. Dr. rer. nat. habil. Stefan Nolte (Friedrich-Schiller-Universität Jena)**

Tag der Disputation: 07.06.2016

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Grundlagen	6
2.1	Gravitationswellen und ihre Detektion	6
2.1.1	Quellen von Gravitationswellen	6
2.1.2	Interferometrische Gravitationswellendetektoren	7
2.2	Grundlegende Rauschprozesse	7
2.3	Übersicht und Zukunft interferometrischer Detektoren	11
2.4	Einstein Telescope	13
2.5	Khalili-Resonator	14
2.6	Bedeutung für die eigene Arbeit	15
3	Thermooptischer Parameter	16
3.1	Bedeutung des thermooptischen Parameters	16
3.2	Experimentelle Bestimmung des thermooptischen Parameters	16
3.3	Messdaten	21
3.4	Ergebnisse	23
3.5	Thermische Linse	24
3.6	Thermorefraktives Rauschen	27
4	Optische Absorption	30
4.1	Optische Absorption in Halbleitern	30
4.1.1	Interbandabsorption	31
4.1.2	Intrabandabsorption	32

4.1.3	Photoionisation	33
4.1.4	Zwei-Photonen-Absorption	34
4.2	Entscheidende temperaturabhängige Parameter im Silizium	35
4.2.1	Ladungsträgerbeweglichkeit	35
4.2.2	Bandlücke	36
4.2.3	Intrinsische Ladungsträger in Halbleitern	37
4.2.4	Dotierung in Halbleitern	39
4.3	Messverfahren für optische Absorption	42
4.3.1	Absorptionsmessung mittels Transmission	43
4.3.2	Messverfahren mittels Strahlableitung	44
4.3.3	Kalorimetrisches Messverfahren	47
4.3.4	Elektrische Absorptionsmessung	48
4.4	Experimentelle Umsetzung	48
4.4.1	Probenvorbereitung	48
4.4.2	Probenübersicht	49
4.4.3	Streulichtoptimierung	49
4.4.4	Charakterisierung des Messaufbaus mit Fused Silica Proben	57
4.4.5	Experimenteller Aufbau	59
4.4.6	Auswertung der Daten	62
4.5	Elektrische Absorptionsmessung	67
4.6	Verhalten der optischen Absorption von Silizium bei Raumtemperatur	68
4.6.1	Einfluss der Dotierung auf die Absorption	68
4.6.2	Wellenlänge	69
4.7	Intrinsisches Silizium - Oberflächenabsorption	71
4.8	Temperaturabhängigkeit der optischen Absorption in Silizium	75
4.8.1	Stark dotiertes Silizium	75
4.8.2	Moderat dotiertes Silizium	77
4.9	Elektrische Absorption in Silizium	85
4.10	Fehlerbetrachtung	89

5 Kryogen betriebene Gravitationswellendetektoren	92
5.1 Wärmeextraktion bei KAGRA	92
5.2 Konsequenzen für das Einstein Telescope	95
6 Zusammenfassung	99
7 Anhang	101
7.1 Geometrie Einstein Telescope	101
7.2 Parameter thermorefraktives Rauschen	101
Literaturverzeichnis	103

1 Einleitung

Nach der theoretischen Vorhersage der Gravitationswellen durch Albert Einstein 1916 [1] ist nun der erste direkte Nachweis von Gravitationswellen nach 100 Jahren gelungen [2]. Die erste direkte Detektion belegt die prinzipielle Funktion aktueller Detektoren. Das neue Ziel ist somit eine Gravitationswellenastronomie mit regelmäßigen Detektionen. Um dies zu ermöglichen, muss die Empfindlichkeit der Detektoren weiter gesteigert werden. Eine Verbesserung der Empfindlichkeit der Detektoren ermöglicht eine Erweiterung des Detektionsradius und erhöht die Anzahl der beobachtbaren Quellen.

Seit dem Beginn des Baus von Gravitationswellendetektoren (GWD) in den 1960er Jahren [3] wurden die Empfindlichkeiten der Detektoren um mehrere Größenordnungen gesteigert. Zu der kontinuierlichen Optimierung bestehender Detektoren wird für eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit gerade ein großer Schritt durch die Verwendung kryogener Testmassen getan. Silizium gilt als Material mit besten Aussichten auf den Einsatz im zukünftigen europäischen GWD. Dies führt zu offenen Fragen nach Materialeigenschaften bei kryogenen Temperaturen.

In den interferometrisch aufgebauten Detektoren treffen hohe Laserleistungen auf die große Herausforderung, die durch optische Absorption generierte Wärme abzutransportieren. Ein Aufhängen der optischen Komponenten ist für den Betrieb eines interferometrischen GWD nötig. Bei den Bedingungen in kryogenen GWDs ist der Querschnitt der Aufhängung der entscheidende Faktor für den Wärmeabtransport. Das durch die Aufhängung eingetragene Rauschen und die daraus folgende Limitierung bei tiefen Frequenzen fordert einen möglichst kleinen Querschnitt. Für ein optimales Design eines kryogenen Detektors wird das Verständnis der optischen Absorption bei Betriebstemperatur hiermit zu einem essentiellen Punkt.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es deswegen, ein besseres Verständnis der optischen Absorption in Silizium zu erhalten. Hochreines Silizium ist aktuell nicht in den für den Bau eines kryogenen Detektors ausreichend großen Einkristallen herstellbar, da hier das für die Herstellung nötige Float-Zone Verfahren an seine Grenzen stößt. Dies legt die Untersuchung von unterschiedlich dotiertem Silizium nahe, um die wirkenden Absorptionsprozesse in Silizium zu verstehen und um für den Bau eines kryogenen Detektors einen idealen Kompromiss mit den aktuell erhältlichen Reinheiten zu finden. Für das Verständnis unterschiedlicher Absorptionsprozesse sollen zusammenhängende Messungen von Umgebungstemperatur bis zu kryogenen Temperaturen durchgeführt werden mit dem Ziel, die Prozesse voneinander separieren zu können. Dies macht die Entwicklung eines geeigneten Messaufbaus nötig, welcher sowohl den geforderten Temperaturbereich abdeckt, als auch die Möglichkeit bietet, kleine Absorptionen zu messen. Die optische Absorption wird in [Kapitel 4](#) behandelt.

Neben dem Wärmeeintrag durch optische Absorption können auch Temperaturfluktuationen die Empfindlichkeit eines GWDs limitieren. Temperaturfluktuationen verursachen über die Brechzahl das thermorefraktive Rauschen. Ein exaktes Berechnen des thermorefraktiven Rauschens scheitert an der Kenntnis der Temperaturabhängigkeit der Brechzahl und macht aktuell ein Extrapolieren dieser nötig. Um diese Lücke zu schließen und exakte Rechnungen durchführen zu können, wird ein Messsystem aufgebaut, um die Änderung der Brechzahl mit der Temperatur bis zu den Betriebstemperaturen eines kryogenen Detektors zu bestimmen. In [Kapitel 3](#) wird diese Messung beschrieben und mit den erhaltenen Daten das thermorefraktive Rauschen berechnet.

Neben dem thermorefraktiven Rauschen kann die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl zusammen mit der durch optische Absorption generierten Wärme auch zur Ausbildung von thermischen Linsen führen. Die Kenntnis beider Parameter ermöglicht hier ein Abschätzen der Stärke von thermischen Linsen in Silizium. Dies wird ebenfalls in [Kapitel 3](#) behandelt.

Am Ende der Arbeit in [Kapitel 5](#) wird noch einmal die Bedeutung der vorher erhaltenen Daten für kryogene GWDs beschrieben. Darauf folgt die Zusammenfassung.

2 Grundlagen

2.1 Gravitationswellen und ihre Detektion

2.1.1 Quellen von Gravitationswellen

Die Änderung des Quadrupolmoments einer Massenverteilung führt zur Emission von Gravitationswellen (GW). Die Amplitude einer Gravitationswelle auf der Erde wird üblicherweise als relative Änderung einer Länge L angegeben:

$$h = \frac{\Delta L}{L}. \quad (2.1)$$

Abhängig vom Abstand R zu ihrer Quelle lässt sich nach Einsteins Quadrupolformel die Amplitude einer Gravitationswelle berechnen [4]:

$$h = \frac{2G}{Rc^4} \cdot \frac{d^2 Q_m}{dt^2}, \quad (2.2)$$

wobei G die Gravitationskonstante, c die Lichtgeschwindigkeit und Q_m das Quadrupolmoment der Massenverteilung ist. Der Vorfaktor $\frac{2G}{Rc^4}$ ist mit einer Größenordnung von $10^{-44} \text{ s}^2 \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-1}$ sehr klein, wodurch für eine experimentelle Beobachtung nur kosmische Ereignisse in Frage kommen und keine künstlichen Quellen eines Laboraufbaus für den Nachweis einer Gravitationswelle möglich sind.

2.1.2 Interferometrische Gravitationswellendetektoren

Die in Gleichung (2.1) angeführte Angabe der Stärke einer Gravitationswelle als relative Längenänderung legt die Idee nahe, für ihren Nachweis auf das Prinzip eines Michelson-Interferometer zu setzen. Hierbei wird der Abstand zweier Endspiegel zum Strahlteiler miteinander verglichen.

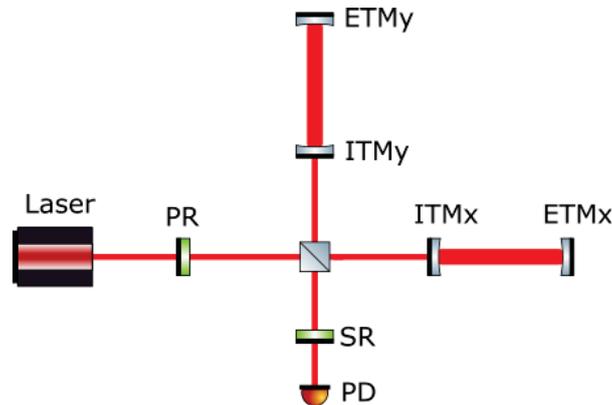


Abbildung 2.1 – Grundlegender Aufbau eines interferometrischen Gravitationswellendetektors inklusive Power- und Signal-Recycling sowie Armresonatoren. Die Abkürzungen entsprechen den englischen international gebräuchlichen: BS...Strahlteiler (beam splitter), ETM...Endspiegel (end test mass), ITM...Einkoppelspiegel (input test mass), PR...Power-Recycling-Spiegel (power recycling mirror), SR...Signal-Recycling-Spiegel (signal recycling mirror), PD...Photodiode (photodiode).

Eine einfallende Gravitationswelle ändert diesen Abstand und führt bei einer Amplitude groß genug im Vergleich zur Detektor-Empfindlichkeit zu einem Nachweis. Die Herausforderung jedoch ist, dass sehr kleine Längenänderungen nachgewiesen werden müssen. Nach dem ersten direkten Nachweis von Gravitationswellen ist das Ziel eine Gravitationswellenastronomie mit regelmäßigen Detektionen. Hierfür ist es das Ziel Rauschprozesse im Detektor zu verringern, um die Empfindlichkeit solcher Detektoren weiter zu steigern. Im folgenden Abschnitt werden wichtige Rauschprozesse vorgestellt.

2.2 Grundlegende Rauschprozesse

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Rauschprozesse vorgestellt, welche in der vorliegende Arbeit analysiert werden. Aus den Rauschprozessen ergibt sich die Materi-

alwahl für Silizium. Der Einfluss der Laserleistung und der Brechzahl führte zur Untersuchung dieser Parameter.

- **Photonen-Schrotrauschen**

Bedingt durch die Quantennatur des Lichtes entsteht ein Rauschprozess, welcher Photon-Schrotrauschen genannt wird. Das Licht trifft in einzelnen Photonen auf die Photodiode, Schwankungen in der Rate verursachen den Rauschprozess.

Dieser Rauschprozess limitiert die Empfindlichkeit eines Interferometrischen Gravitationswellendetektors unabhängig von der Frequenz. Das Photon-Schrotrauschen nimmt mit zunehmender Laserleistung P im Interferometer ab. Dies ist der Grund für hohe Laserleistungen in Gravitationswellendetektoren und erfordert damit ein besonderes Augenmerk auf die Absorption in den verwendeten optischen Komponenten des Interferometers. Für das Photon-Schrotrauschen ergibt sich [5]:

$$S(f,T) = \frac{1}{L^2} \frac{c\lambda\hbar}{2\pi P}, \quad (2.3)$$

L ist die Armlänge des Interferometers, c die Lichtgeschwindigkeit, λ die Wellenlänge und \hbar das Plancksche Wirkungsquantum geteilt durch 2π .

- **Seismisches Rauschen**

In den tiefen Frequenzen werden Detektoren durch seismisches Rauschen limitiert. Ursache dafür sind zahlreiche unterschiedliche Erschütterungen des Aufstellungsortes des Detektors, wie zum Beispiel durch die Verschiebung von Erdplatten, Straßenverkehr oder durch die Gezeiten. Dieses niederfrequente Rauschen lässt sich minimieren indem die Testmassen des Detektors durch komplexe mehrstufige Aufhängungen isoliert werden.

- **Strahlungsdruck-Rauschen**

Die Quantennatur des Lichtes bedingt neben dem Photon-Schrotrauschen einen weiteren Rauschprozess, das Strahlungsdruck-Rauschen, welches durch die Impulsübertragung bei der Reflexion an den aufgehängten Optiken entsteht¹. Eine

¹Das Aufhängen der Optiken ist zur seismischen Entkopplung nötig.

große Laserleistung verstärkt diesen Rauschmechanismus, wohingegen große Spiegelmassen m den Beitrag verringern. Besonders bedeutend ist das Strahlungsdruck-Rauschen für tiefe Frequenzen [5]:

$$S(f,T) = \frac{1}{mf^2L} \sqrt{\frac{\hbar P_0}{2\pi^3 c \lambda}}. \quad (2.4)$$

- **Thermisches Rauschen**

Im mittleren Frequenzbereich eines GWDs dominiert das sogenannte thermische Rauschen, dies lässt sich weiter unterteilen:

- **Brownsches Rauschen**

Ein Teilchen mit der Temperatur T hat pro Freiheitsgrad eine thermische Energie von $k_B T/2$. Durch diese Energie führt das Teilchen Bewegungen aus, was im Interferometer zu einer lokalen Änderung der effektiven Armlänge führt. Ein Ansatzpunkt dieses Rauschen zu reduzieren, ist ein großer Strahldurchmesser. Somit wird beim Auslesen der Testmassenposition über mehrere Teilchen gemittelt und der Einfluss des Brownschen thermischen Rauschen verringert. Eine Abschätzung für einen gaußförmigen Laserstrahl mit dem Radius r_0 klein gegen den Durchmesser der Testmasse ergibt für die spektrale Rauschleistungsdichte S [6]²:

$$S(f,T) = \frac{2k_B T}{\pi^{3/2} f} \cdot \frac{(1-\sigma)^2}{r_0 Y} \Phi, \quad (2.5)$$

mit f der Frequenz, Y dem Elastizitätsmodul, σ der Poissonzahl und Φ dem mechanischen Verlust des Materials.

- **Thermoelastisches Rauschen**

Temperaturfluktuationen in den Testmassen und optischen Komponenten bewirken durch den temperaturabhängigen Ausdehnungskoeffizienten α eine

²Hierbei wird nur das Massivmaterial (engl. Bulk) der Testmasse und nicht die für die Reflektivität nötigen Schichten betrachtet.

Ortsfluktuation. Dies spiegelt sich im Interferometer als statisch verteilte Phasenfluktuation wieder. Nach Braginski [7] lässt sich für einen gaußförmigen Laserstrahl mit dem Radius r_0 klein gegenüber der Substratgröße das thermoelastische Rauschen berechnen. Liu und Thorne [8] haben dies dann für eine endliche Geometrie entwickelt, die Abweichungen betragen nur wenige Prozent [9], weswegen hier der Anschaulichkeit halber beim einfacheren Modell geblieben wird:

$$S(f, T) = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{5/2}} \cdot \frac{k_B T^2 \alpha^2 (1 + \sigma)^2 \kappa}{\rho^2 C^2 r_0^3 f^2}, \quad (2.6)$$

wobei κ die Wärmeleitfähigkeit, ρ die Massendichte und C die spezifische Wärme pro Volumeneinheit ist.

– Thermorefraktives Rauschen

Temperaturfluktuationen nehmen des Weiteren zusätzlichen Einfluss über die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl β . Die hieraus resultierenden Änderungen der Brechzahl führen zu einer statistisch verteilten Änderung der optischen Weglänge, was wiederum zu einer Phasenfluktuation im Interferometer führt [10]. Besonders bei transmittiven Optiken spielt dieser Prozess eine Rolle. Für eine unendlich ausgedehnte Scheibe mit der Dicke H ergibt sich das thermorefraktive Rauschen [10, 11]:

$$S(f, T) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{k_B T^2 H \kappa \beta^2}{(2\pi f)^2 C^2 r_0^4}. \quad (2.7)$$

In [Abbildung 2.2](#) ist beispielhaft die Empfindlichkeitskurve eines GWDs gezeigt. Es ist zu erkennen, dass Quantenrauschen und thermisches Rauschen den Detektor in seinem empfindlichsten Frequenzband (Detektionsband) limitieren. Zu niedrigen Frequenzen dominiert dann das Rauschen durch die Aufhängung.

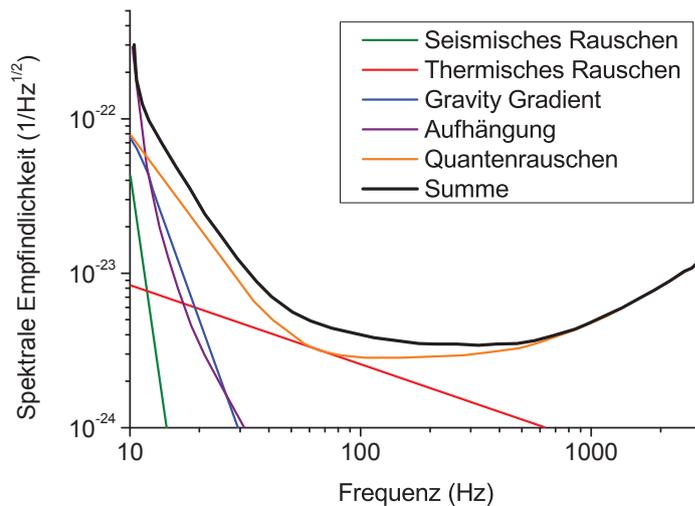


Abbildung 2.2 – Schematische Empfindlichkeitskurve eines GWDs nach [12].

2.3 Übersicht und Zukunft interferometrischer Detektoren

Basierend auf dem Prinzip des Michelson-Interferometers wurden Gravitationswellendetektoren entwickelt. Die erste Generation von Detektoren waren GEO600 [13], LIGO [14], TAMA [15] und VIRGO [16]. LIGO und VIRGO werden zur Zeit durch eine Empfindlichkeitssteigerung zur nächsten Generation weiterentwickelt [17, 18]. Zu dieser zweiten Generation gehört dann ebenfalls der KAGRA Detektor [19], welcher sich aktuell in der Konstruktion befindet.

Viele der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Rauschprozesse sind temperaturabhängig, wobei eine Verringerung der Temperatur sich positiv auf das Rauschen auswirkt. Dies legt für eine weitere Steigerung der Empfindlichkeit, die Verwendung von kryogenen Testmassen nahe [19, 20]. Dies wird bei dem Bau von KAGRA aktuell umgesetzt.

Der Wechsel der Betriebstemperatur von Umgebungstemperatur zu kryogenen Temperaturen setzt einen Wechsel des Testmassenmaterials voraus. Quarzglas, welches bei

den aktuellen Detektoren zum Einsatz kommt, eignet sich nicht für den Einsatz bei tiefen Temperaturen. Wie in [Abbildung 2.3](#) zu sehen, steigt der mechanische Verlust von Quarzglas beim Verringern der Temperatur. Dies führt nach [Gleichung \(2.5\)](#) zu einem größeren Rauschen und somit zu einer Verschlechterung der Detektorperformance. Silizium und Saphir dagegen zeigen einen geringeren mechanischen Verlust bei tiefen Temperaturen [21, 22, 23, 24, 25]. Bei KAGRA ist die Wahl für das Testmassenmaterial auf Saphir gefallen, während der zukünftige europäische Detektor Einstein Telescope (ET) auf Silizium als Substratmaterial setzt [26, 20]. Silizium ist durch seine Verwendung in der Halbleiterindustrie als größerer Einkristall zu erhalten. Größere Testmassen ermöglichen einen größeren Laserstrahldurchmesser, dies reduziert das Brownsche und das Thermoelastische Rauschen. Ein höheres Gewicht der Testmassen verringert zusätzlich das Strahlungsdruck-Rauschen.

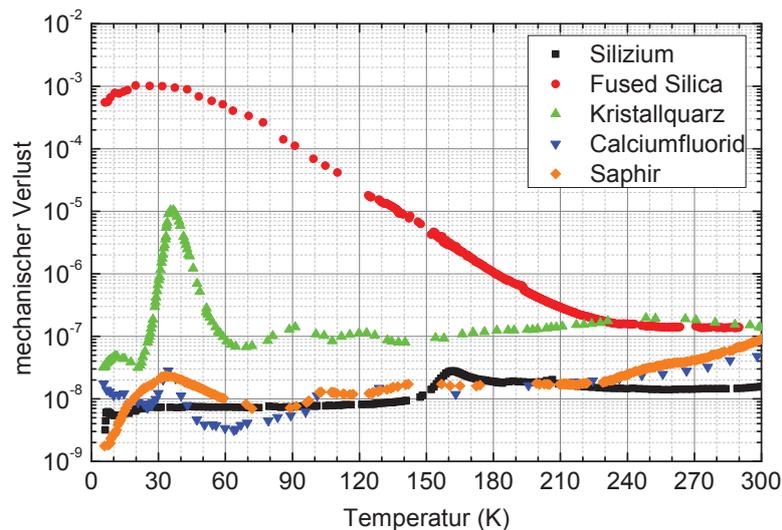


Abbildung 2.3 – Vergleich der temperaturabhängigen mechanischen Verlustes von Silizium [27], Calciumfluorid [28], Kristallquarz [29], Fused Silica [30] und Saphir [27]. Für Fused Silica ist ein deutliches Ansteigen des mechanischen Verlustes zu tiefen Temperaturen zu erkennen. Silizium zeigt dieses Verhalten nicht.

2.4 Einstein Telescope

Zur Steigerung der Empfindlichkeit, soll im geplanten zukünftigen europäischen GWD Einstein Telescope laut der ET Design Studie von 2010 [31] sowohl die Laserleistung erhöht werden, als auch kryogene Testmassen zum Einsatz kommen. Die nötige große Laserleistung für eine Steigerung der Empfindlichkeit im oberen Frequenzbereich des Detektors erschwert durch, die infolge optischer Absorption entstehende Wärme, ein Kühlen der Testmassen und somit eine Empfindlichkeitssteigerung im mittleren bis unteren Frequenzbereich.

Um die Probleme zu vermeiden, die beim Aufeinandertreffen von großen Laserleistungen und dem Wunsch nach kryogenen Testmassen entstehen, soll ET aus zwei getrennten Interferometern bestehen. Um einen möglichst großen Frequenzbereich mit hoher Detektionsempfindlichkeit abzudecken, ist eine Aufteilung in einen Niederfrequenz (LF für low frequency) und einen Hochfrequenz (HF für high frequency) Detektor geplant. Dies ermöglicht Anpassungen im Design der jeweiligen Detektoren, welche zwar die Performance zum Beispiel für die niedrigen Frequenzen verbessert, im Gegenzug aber den Detektor für höhere Frequenzen verschlechtert. Der ET-HF Detektor sieht umlaufende Laserleistungen von 3 MW bei Umgebungstemperatur und Fused Silica Optiken vor, während man für den LF Teil 18 kW umlaufende Leistung in den Armresonatoren bei kryogenen Spiegeln plant.

In [Abbildung 2.1](#) ist der schematische Aufbau eines interferometrischen Detektors zu sehen. Die Endspiegel (ETM) und die inneren Spiegel der Armresonatoren (ITM) sollen bei ET-LF aus Silizium bestehen und bei kryogenen Temperaturen betrieben werden. Durch den inneren Spiegel wird das Licht in die Armresonatoren eingekoppelt. Der Strahl läuft dabei durch das gekühlte Silizium, damit ist der ITM besonders kritisch in seiner Erwärmung zu betrachten.

In der Design Studie zum Einstein Telescope [31] wird auf fehlende Tieftemperatur-Messwerte für die optische Absorption und Brechzahl bei Silizium hingewiesen. Dies wird mit dieser Arbeit beseitigt.

2.5 Khalili-Resonator

Um die nötige hohe Reflektivität der Endspiegel zu erhalten, sind dicke Schichtstapel nötig. Diese Schichten spielen für das Rauschen eine große Rolle, da sie die Wechselwirkungszone des auslesenden Laserstrahls darstellen. Khalili schlägt deswegen vor, den Endspiegel durch einen Resonator in Anti-Resonanz zu ersetzen [32]. Hierbei besitzt der erste Spiegel des Resonators eine kleinere Reflektivität und benötigt dadurch weniger Schichtpaare, der zweite Spiegel besitzt mehr Schichtpaare für eine größere Reflektivität. Daraus folgt, dass die im Khalili-Resonator umlaufende Laserleistung kleiner wird und somit der Rauschanteil durch den größeren Schichtstapel geringer. Es wird somit durch den Khalili-Resonator ein hochreflektierender Spiegel geschaffen, der in seiner Rauschperformance jedoch maßgeblich nur durch die dünne erste Schicht bestimmt wird. Um einen aufwendigen Regelkreis für die Position des Spiegelpaares des Khalili-Resonators zu vermeiden, führen weitere Überlegungen dazu, die beiden Spiegelschichten auf die Vorder- und Rückseite des gleichen Substrates aufzubringen. Der schematische Aufbau der Varianten ist in *Abbildung 2.4* zu sehen. Deutlich wird in der *Abbildung* auch, dass der Laserstrahl, wie auch bei den inneren Testmassen des Detektors, nun durch ein Siliziumsubstrat bei kryogenen Temperaturen transmittiert wird. Rechnungen zeigen eine Verbesserung der Rausch-Eigenschaften für das Einstein Telescope unter Verwendung dieser Technologie [33, 34].

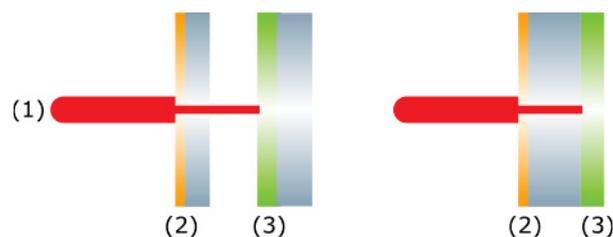


Abbildung 2.4 – Verschiedene Versionen des Kahlili-Resonators. (1) Laserstrahl, (2) dünne Schicht, (3) dicke HR Schicht. Links: Variante mit zwei separaten Spiegeln. Rechts: Beide reflektierenden Schichten auf dem gleichen Substrat, um eine aufwendige Regelung des Abstandes zu vermeiden (Khalili-Etalon).

In der ET Design Studie wird in Erwägung gezogen, die Endspiegel durch Khalili Etalons zu ersetzen.

2.6 Bedeutung für die eigene Arbeit

Um das thermische Rauschen zu verringern, folgt die Forderung, die Temperatur der Testmassen für zukünftige GWDs zu senken. Dies bedeutet aufgrund der Temperaturabhängigkeit der mechanischen Güte, das Substratmaterial Fused Silica zu ersetzen, siehe [Abbildung 2.3](#).

Aus dem Aufbau eines interferometrischen GWDs ([Abbildung 2.1](#)) wird ersichtlich, dass für das Einkoppeln von Licht in die Armresonatoren der Laserstrahl durch das Substratmaterial der inneren Testmassen transmittiert werden muss. Sollten Kahlili-Resonatoren für die äußeren Testmassen zum Einsatz kommen, so ergibt dies eine weitere Stelle bei welcher der Laserstrahl durch Silizium transmittiert werden muss, siehe [Abbildung 2.4](#). Die hierbei generierte Wärme durch optische Absorption hat Einfluss auf die mögliche Laserleistung und die Dimensionierung von Kühlung und Wärmeextraktion durch die Aufhängung der Testmassen. In [Abbildung 2.2](#) ist zu erkennen, dass für niedrige Frequenzen die Aufhängung der limitierende Faktor für die Empfindlichkeit eines GWDs ist, ein erhöhter Querschnitt der Aufhängung hilft dem Wärmeabtransport, verschlechtert aber die Performance des Detektors. Im Gegensatz dazu ist eine große Laserleistung für eine Verringerung des Photonen-Schrotrauschens gewünscht, siehe [Gleichung \(2.3\)](#).

Neben der optischen Absorption ist die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl bei Silizium ein weiterer Parameter, der für kryogene Temperaturen nicht ausreichend bekannt ist. Diese Temperaturabhängigkeit ist, wie in [Gleichung \(2.7\)](#) zu erkennen, für das thermorefraktive Rauschen verantwortlich. Zusätzlich ist es die Ursache für die Ausbildung von thermischen Linsen.

Die Messung der Temperaturabhängigkeit der Brechzahl, genannt thermooptischer Parameter, ist das Kernthema des folgenden Kapitels. Die optische Absorption wird im darauf folgenden, [Kapitel 4](#), untersucht.

3 Thermooptischer Parameter

Der thermooptische Parameter β beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl n in linearer Näherung

$$\beta(T_0) = \left. \frac{dn}{dT} \right|_{T_0}. \quad (3.1)$$

Man erhält β aus der temperaturabhängigen Brechzahl $n(T)$ oder durch direktes Messen des thermooptischen Parameters.

3.1 Bedeutung des thermooptischen Parameters

Für die interferometrischen Gravitationswellendetektoren ist der thermooptische Parameter an zwei Stellen von Bedeutung: zum einen ist er nach [Gleichung \(2.7\)](#) der entscheidende Parameter für das thermorefraktive Rauschen, zum anderen ist er zusammen mit der Wärmeleitfähigkeit für das Entstehen von thermischen Linsen verantwortlich, was den Betrieb eines Interferometers empfindlich stören kann [[35](#), [36](#), [37](#)].

Neben dem Einfluss auf Gravitationswellendetektoren spielt der thermooptische Parameter für die optische Absorptionsmessung eine entscheidende Rolle. Das darauf basierende Messverfahren wird im nachfolgenden Kapitel erklärt.

3.2 Experimentelle Bestimmung des thermooptischen Parameters

Zur Bestimmung der absoluten Brechzahl von Materialien wurden verschiedene Methoden entwickelt. Nach einer auf Autokollimation basierenden Methode [[38](#)] wurde die

Brechzahl von Silizium für Infrarotlicht bestimmt [39]. Des weiteren wurde die Brechzahl über Mehrfachreflexionen bestimmt [40, 41]. Für Silizium bei tiefen Temperaturen nutzte Frey die Minimalablenkung in Prismen [42]. Aus temperaturabhängigen Messungen der Brechzahl kann dann der thermooptische Parameter berechnet werden.

Ein direktes Messen des thermooptischen Parameters ist ebenfalls möglich. Dieser Weg wurde in der vorliegenden Arbeit gewählt. Die interferometrische Messmethode, vorgeschlagen von Cocorullo [43], wurde von Raumtemperatur zur einer kryogenen Messung erweitert. Das Verfahren stellt eine direkte Messmethode des thermooptischen Parameters β dar, basierend auf einer Messung der reflektierten Intensität eines Fabry-Perot-Resonator (FPR)¹.

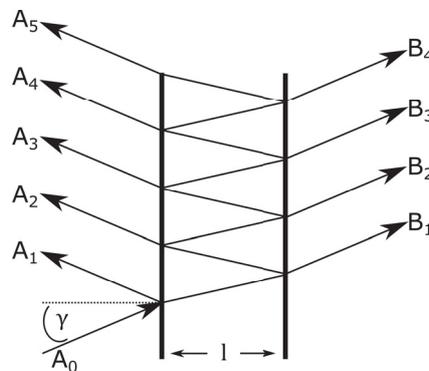


Abbildung 3.1 – Schematische Darstellung der Reflexion und Transmission an einem Fabry-Perot-Resonator.

In Abbildung 3.1 ist schematisch der Strahlengang an einem Etalon gezeigt. Die unter einem Winkel γ einfallende Welle mit der Amplitude A_0 wird reflektiert als A_i und als B_i transmittiert. Wobei sich mit der Reflektivität R folgende Reflexion ergibt:

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \sqrt{R}|A_0| \\
 A_2 &= \sqrt{R}(1 - R)|A_0| \\
 A_3 &= R^{\frac{3}{2}}(1 - R)|A_0| \\
 A_{i+1} &= R|A_i|.
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

¹In ähnlicher Weise lässt sich β auch aus der transmittierten Intensität errechnen.

Für $\gamma \approx 0$ ergeben sich viele Reflexionen, sodass die phasenrichtige Summation über alle reflektierten Anteile die geometrische Reihe ergibt, mit dem Grenzwert:

$$A = \sqrt{R}A_0 \frac{1 - e^{i\Delta\Theta}}{1 - Re^{i\Delta\Theta}}, \quad (3.3)$$

wobei Θ die Phasenänderung beschreibt:

$$\Theta = 2\pi nl/\lambda, \quad (3.4)$$

mit L als dem geometrischen Abstand zwischen den Spiegeln des Etalons, n ist die Brechzahl des Mediums zwischen den Spiegeln und λ ist die Wellenlänge des einfallenden Lichtes. Die reflektierte Intensität I_R ergibt sich zu:

$$I_R = c\epsilon_0 AA^* = I_0 R \frac{2 - 2 \cos(\Delta\Theta)}{1 + R^2 - 2R \cos(\Delta\Theta)} = \frac{I_0}{1 + 1/(F \sin^2 \Theta)}, \quad (3.5)$$

mit I_0 der Intensität des einfallenden Lichtes, $1 - \cos(x) = 2 \sin^2(x)$ und der Finesse F :

$$F = \frac{4R}{(1 - R)^2}. \quad (3.6)$$

Die Finesse F des Resonators wird durch die Reflektivität R der Spiegel bestimmt. Zur Bestimmung von β wird nun das zu untersuchende Material zwischen die beiden Spiegel des Resonators gebracht oder die Fresnelreflektionen der Materialoberfläche bilden selbst die Spiegel. Eine Änderung der Proben temperatur führt nun zu einer Änderung der optischen Weglänge, basierend auf der Änderung der Brechzahl und auch der geometrischen Länge der Probe. Letzteres wird durch den thermischen Ausdehnungskoeffizienten α_{exp} hervorgerufen. Beide Effekte zusammen ändern die Phase nach [Gleichung \(3.4\)](#) bei einer Temperaturänderung um:

$$\frac{\delta\Theta}{\delta T} = \frac{2\pi}{\lambda} \left(l \frac{\delta n}{\delta T} + n \frac{\delta l}{\delta T} \right) = \frac{2\pi l}{\lambda} \left(\frac{\delta n}{\delta T} + n(T) \alpha_{exp}(T) \right). \quad (3.7)$$

Der Phasenunterschied zwischen zwei Maxima, wie sie in [Abbildung 3.2](#) zu sehen sind,

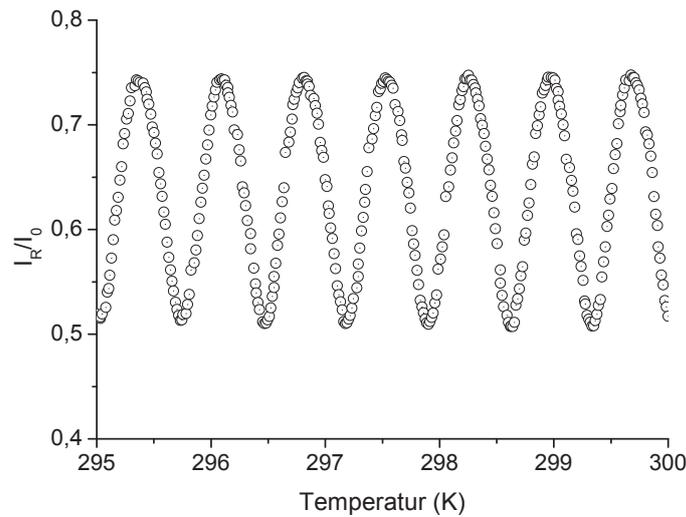


Abbildung 3.2 – Temperaturabhängigkeit der Reflexion eines Etalons.

beträgt π mit dem dazugehörigen Temperaturunterschied der zwei Maxima ΔT . Dies ermöglicht eine diskrete Berechnung von β nach **Gleichung (3.7)**:

$$\beta(T) = \frac{\delta n}{\delta T} = \frac{\lambda}{2l\Delta T} - n(T) \alpha_{exp}(T). \quad (3.8)$$

Für die Auswertung muss α_{exp} bekannt sein oder gemessen werden. Eine Abschätzung des Einflusses des Korrekturterms aus Brechzahl und Ausdehnungskoeffizient ergibt bei Umgebungstemperatur für eine der verwendeten 14 mm langen Proben:

$$\frac{\delta n}{\delta T} = \underbrace{\frac{\lambda}{2l\Delta T}}_{\approx 10^{-4} \frac{1}{K}} - \underbrace{n(T) \alpha_{exp}(T)}_{\approx 10^{-6} \frac{1}{K}}. \quad (3.9)$$

Damit zeigt sich der Einfluss des Korrekturterms, der in diesem Fall im Bereich um ein Prozent liegt.

In **Abbildung 3.3** ist der schematische Aufbau der Messung des thermooptischen Parameters in einem Durchflusskryostaten gezeigt. Der auf der Probe aufgebrachte Temperatursensor (Lakeshore DT670 [44]) erlaubt eine Temperaturmessung mit einer Genauigkeit von mindestens 50 mK über den gesamten gemessenen Temperaturbereich. Das Auslesen

des Sensors erfolgte mit einem Lakeshore LS336 Temperaturcontroller, welcher auch die Ansteuerung des elektrischen Heizers mittels eines geschlossenen Regelkreises übernahm. Für die Messung wurde die Probe auf Minimaltemperatur gekühlt und dann kontinuierlich aufgewärmt. Um der Probe genügend Zeit für die Thermalisierung zu lassen, wurden verschiedene Raten getestet und auf eine Konsistenz der Ergebnisse überprüft. Im Experiment kamen Aufwärmraten zwischen 2 K/min und 8 K/min je nach Temperaturbereich zum Einsatz. Während der Aufwärmphase der Probe durch den Regelkreis des Temperaturcontrollers wurden die Fenster des Kryostaten auf Minimaltemperatur gehalten. Dies wurde durch einen weiteren Temperatursensor kontrolliert. Als Material für die Fenster wurde Saphir ausgewählt, welches einen thermooptischen Parameter von kleiner als $9 \times 10^{-8} \frac{1}{K}$ bei Temperaturen unter 40 K besitzt [45]. Daraus ergibt sich bei konstanter Fenstertemperatur ein für die Messung vernachlässigbarer Einfluss durch die Fenster. Würden die Fenster bei der Messung mit erwärmt, so würde eine zusätzliche Modulation der Messdaten stattfinden, welche für die Auswertung der Daten herauszurechnen wäre.

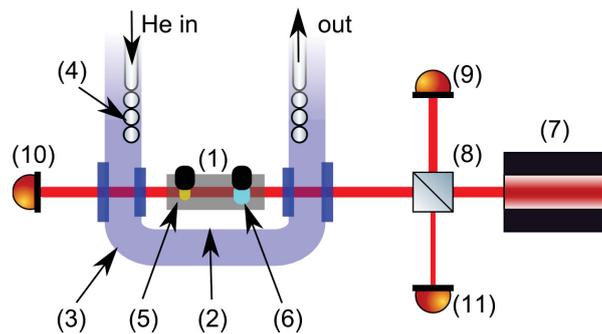


Abbildung 3.3 – Schematischer Aufbau der Messung des Thermooptischen Parameters in einem Durchflusskryostaten. Auf der Probe (1) sind ein kalibrierter Temperatursensor (5) und ein elektrischer Heizer (6) aufgebracht. Die Innenwand (2) des Kryostaten umschließt den Probenraum, welcher ein eigenes Vakuumsystem besitzt, Die Außenwand (3) des Kryostaten umschließt das Isolationsvakuum. Durch beide Wände des Kryostaten gibt es Fenster zur Strahldurchführung. Die Kühlspirale (4) des Durchflusskryostaten befindet sich in der Nähe der Probe und ermöglicht so Temperaturen bis 4 K. Der optische Teil der Messung besteht aus einem Laser (7). Der Laserstrahl wird in einem Strahlteiler (8) geteilt. Die Photodiode (9) misst die Leistung des Lasers und ermöglicht es, Fluktuationen in der Eingangsleistung zu berücksichtigen. Der Laserstrahl läuft durch die Fenster des Kryostaten und durch die Probe. Die transmittierte Leistung wird an der Photodiode (10) auf der anderen Kryostatenseite gemessen. Das reflektierte Licht der Probe wird hinter dem Strahlteiler von einer zweiten Photodiode (11) gemessen.

3.3 Messdaten

Zur Bestimmung des thermooptischen Parameters wurden Silizium-Proben verwendet, welche aus einem Kristall geschnitten und danach poliert wurden. Die Größe der Proben, an welchen die finalen Messungen durchgeführt wurden, betragen 5 mm x 6 mm mit einer Länge von 6 oder 14 mm. Das Silizium war Bor-dotiert mit einer Dotierung von $1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Die dadurch verursachte optische Absorption ist kleiner als $0,1 \frac{1}{\text{cm}}$ bei Raumtemperatur. Eine Erwärmung der Probe durch diese Absorption bei einer verwendeten Laserleistung im mW Bereich ist kleiner als die Kühlleistung des Kryostaten und stellt somit kein Problem für die Messung dar.

Wie in Abbildung 3.4 zu sehen, ermöglicht eine Variation der Laserwellenlänge im pm Bereich um 1550 nm ein Schieben der Maxima bzw. Minima und damit die Steigung der

Messkurve bei tiefen Temperaturen. Die Messung kann so für eine optimale Empfindlichkeit im Tieftemperaturbereich, in dem die Variation durch ein fallenden Thermooptischen Parameter zunehmend kleiner wird, optimiert werden.

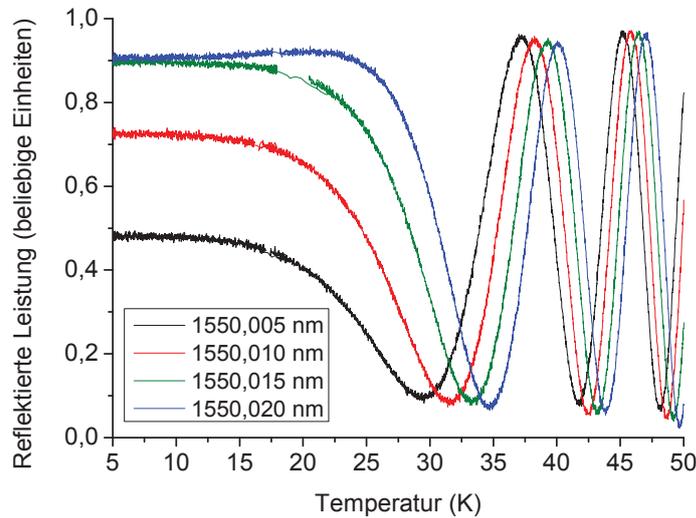


Abbildung 3.4 – Eine kleine Variation der Wellenlänge um 1550 nm im Tieftemperaturbereich ermöglicht für die Kurvenanpassung eine möglichst große Variation, hier gezeigt sind unkorrigierte Rohdaten einer 6 mm langen Probe

Die Messungen wurden jeweils über den gesamten Temperaturbereich von 5 bis 300 K durchgeführt. Ein Ausschnitt um Umgebungstemperatur ist in [Abbildung 3.2](#) gezeigt, ein Ausschnitt bei tiefen Temperaturen in [Abbildung 3.5](#). Zu den Messdaten für den Tieftemperaturbereich ist die Anpassungskurve aus der Übertragungsfunktion des Resonators nach [Gleichung \(3.5\)](#) gezeigt.

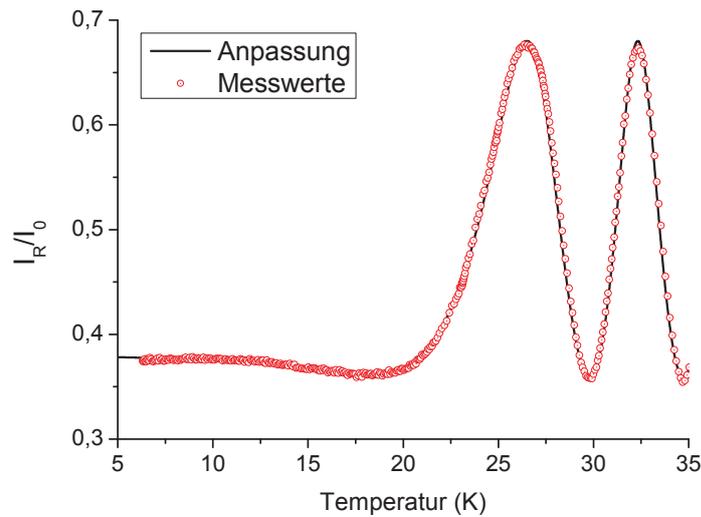


Abbildung 3.5 – Bestimmung des Thermooptischen Parameters aus dem Anpassen der Messdaten mit der Übertragungsfunktion des Resonators.

3.4 Ergebnisse

In *Abbildung 3.6* ist das Ergebnis der Bestimmung des thermooptischen Parameters für Silizium von Umgebungstemperatur bis 5 K gezeigt [46], dazu im Vergleich die Daten von Frey [42]. Von Umgebungstemperatur kommend ist eine gute Übereinstimmung zu sehen, die Daten von Frey reichen dann aber nicht bis zu dem für zukünftige GW Detektoren interessanten Temperaturbereich um 20 K.

Der erhaltene Wert für den thermooptischen Parameter geht für kleine Temperaturen gegen null, was physikalisch sinnvoll ist. Ein anderes Verhalten würde den dritten Hauptsatz der Thermodynamik verletzen.

Betrachtet man die gemessenen Werte und die Fehlerbalken in *Abbildung 3.6* so ist zu erkennen, dass ein Messen des thermooptischen Parameters zu noch niedrigeren Temperaturen zunehmend schwieriger wird.

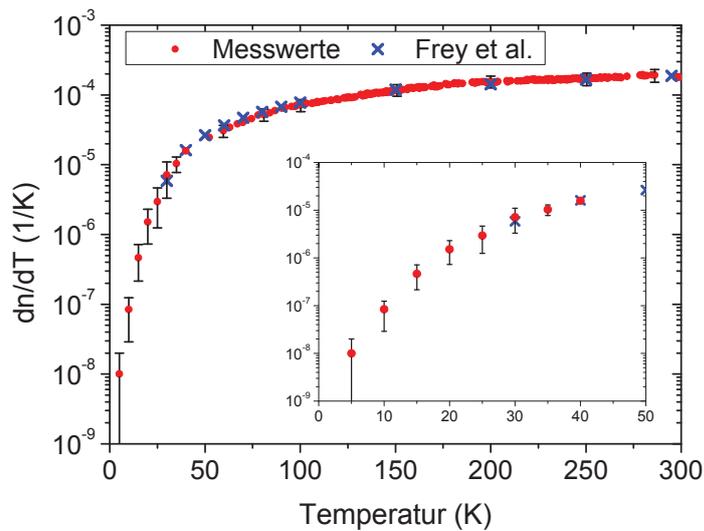


Abbildung 3.6 – Thermooptischer Parameter, eigenes Messergebnis und Daten von Frey zum Vergleich. Das Fenster zeigt eine Vergrößerung des Tieftemperaturbereiches.

3.5 Thermische Linse

Durch die großen Laserleistungen bei interferometrischen GWDs wie den in [Abschnitt 2.3](#) genannten, verursacht die Absorption zusammen mit dem thermooptischen Parameter Probleme durch das Entstehen von thermischen Linsen. Wobei schon in den aktuellen Detektoren mit Fused Silica als Spiegel-Substratmaterial Verfahren entwickelt werden mussten, um die Ausbildung von thermischen Linsen zu vermindern [12, 47]. So wird zum Beispiel mit einem ringförmigen Heizer das Material um den Laserstrahl gezielt erwärmt und somit für eine gleichmäßige Temperatur im Spiegel gesorgt.

In [Abbildung 3.7](#) ist das Ergebnis einer COMSOL-Rechnung für die Temperaturverteilung, welche durch die Absorption eines gaußförmigen Laserstrahls entsteht, gezeigt. Die Geometrie entspricht der eines der inneren Spiegel der Armresonatoren des Einstein Telescope, das Material ist wie für den Detektor geplant Silizium. Die aus dieser Rechnung resultierende Temperaturverteilung ist in [Abbildung 3.8](#) über dem Radius des Spiegels aufgetragen zusammen mit der daraus folgenden Brechzahländerung bedingt durch den thermooptischen Parameter.

Für die gleiche Geometrie wurde bei gleicher Absorption die Rechnung für Fused Silica zum Vergleich wiederholt. Wie in Abschnitt 2.3 erklärt, ist ein Einsatz von Fused Silica bei tiefen Temperaturen aufgrund seiner mechanischen Eigenschaften nicht sinnvoll. Deshalb wird Silizium bei tiefen Temperaturen mit Fused Silica bei Umgebungstemperatur verglichen. Gerechnetes Temperatur- und Brechzahl-Profil für Fused Silica bei Umgebungstemperatur sind in Abbildung 3.9 gezeigt. Durch die andere Wärmekapazität und Leitfähigkeit ergibt sich für Fused Silica eine etwa drei Größenordnungen stärkere Erwärmung in der Substratmitte. Die Form des Temperaturprofils verläuft für beide Materialien ähnlich mit der größten Erwärmung entlang des Laserstrahls und einem Abfallen zum Umfang des Spiegels. Bei Umgebungstemperatur ist der thermooptische Parameter von Fused Silica kleiner als der von Silizium. Im Vergleich von Fused Silica bei Umgebungstemperatur mit Silizium bei tiefen Temperaturen liegt der Wert für den thermooptischen Parameter von Silizium dann allerdings unter dem von Fused Silica. Dies führt dazu, dass die Änderung des Brechzahl-Profiles für Silizium in der Substratmitte etwa um fünf Größenordnungen kleiner ausfällt.

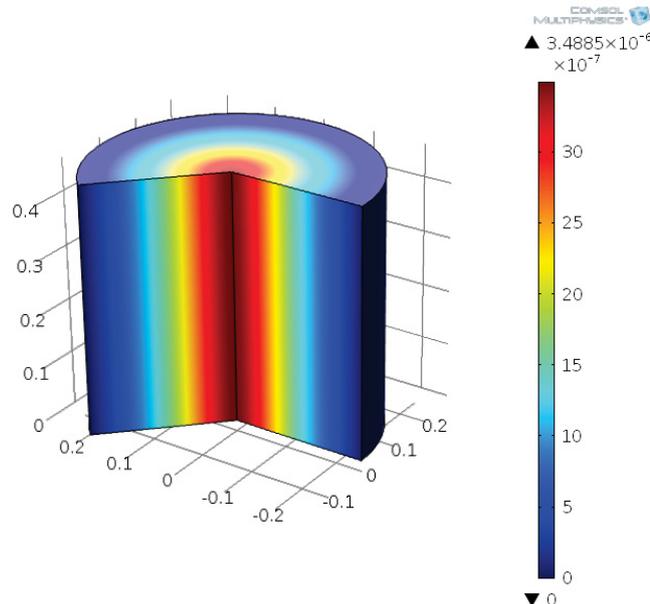


Abbildung 3.7 – Temperaturverteilung verursacht durch Absorption eines gaußförmigen Laserstrahls, gerechnet für den inneren Spiegel der ET Armresonatoren. Für eine Laserleistung von 3 W bei einer Absorption von $300 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ bei Umgebungstemperatur.

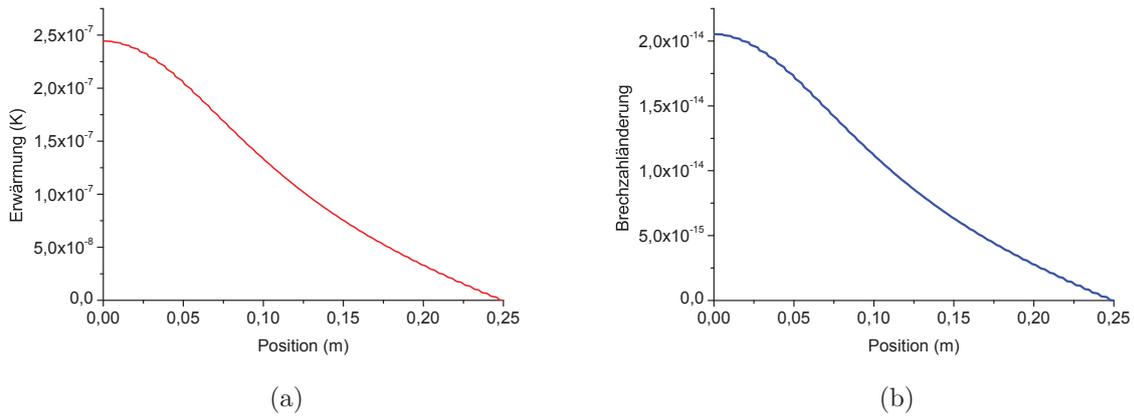


Abbildung 3.8 – (a) Temperaturprofil entlang des Radius, gerechnet für eine Absorption von $300 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ für die Geometrie des inneren Spiegels der ET Armresonatoren bei 10 K. (b) Das aus dem Temperaturprofil resultierende Brechzahlprofil.

In **Abbildung 3.10** ist für diesen Vergleich die Änderung der optischen Weglänge gezeigt, diese wirkt wie eine Linse. Um eine Brennweite für diese thermische Linse zu erhalten, wurde die Änderung der optischen Weglänge im Bereich des Laserstrahls ausgewertet und mit einer dünnen Linse verglichen [48]. Gleichsetzen der Phasenänderung durch die dünne Linse mit der Phasenänderung durch ein Etalon **Gleichung (3.4)** führt zu:

$$\varphi_{Linse} = \frac{\pi}{f\lambda} r^2 = \frac{2\pi}{\lambda} d_{opt} \Rightarrow \frac{r^2}{2f} = d_{opt}(r) . \quad (3.10)$$

Die Kurven wurden dann an die Funktion:

$$d_n = A - Br^2, \quad (3.11)$$

angepasst, r steht für den Radius des Substrates, A für ein Offset und B wurde bestimmt. Die Brennweite ergibt sich aus:

$$f = \frac{1}{2B}. \quad (3.12)$$

Die Änderung der optischen Weglänge für eine Linse mit vergleichbarer Brennweite ist in **Abbildung 3.10** eingezeichnet. Durch dieses sehr einfache Modell, welches die Kurven nur in der Substratmitte treffend beschreibt, erhält man Brennweiten für Silizium von

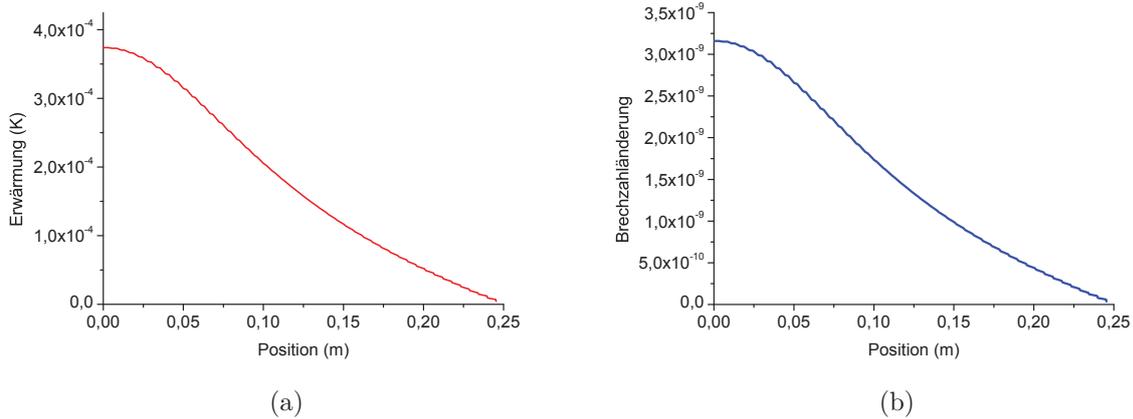


Abbildung 3.9 – (a) Temperaturprofil entlang des Radius, gerechnet für eine Absorption von $300 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ für die Geometrie des inneren Spiegels der ET Armresonatoren bei 300 K, wobei das Material durch Fused Silica ersetzt wurde. (b) Das aus dem Temperaturprofil resultierende Brechzahlprofil. Die Parameter für die Rechnungen finden sich im Anhang, **Kapitel 7**

$9 \cdot 10^{11}$ m und $6 \cdot 10^6$ m für Fused Silica. Dieser Unterschied um mehrere Größenordnungen zeigt, dass für Silizium im Einsatz bei kryogenen Temperaturen Probleme durch thermische Linsen keine Rolle spielen. Damit wird ein Problem aktueller Detektoren bei Umgebungstemperatur umgangen.

3.6 Thermorefraktives Rauschen

Mit dem in dieser Arbeit bestimmten thermooptischen Parameter kann für Silizium als Substratmaterial das thermorefraktive Rauschen für den relevanten Temperaturbereich eines kryogen betriebenen GW Detektors berechnet werden. Für tiefe Temperaturen steigt die thermische Weglänge:

$$l_{\text{thermisch}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho C_p \omega}}. \quad (3.13)$$

Dieses Ansteigen führt zu einer Wechselwirkung der für die Rauschrechnung eingebrachten virtuellen Temperatur mit der Oberfläche der Testmasse. Ein adiabatisches Modell wie das in den Grundlagen vorgestellte Modell, **Gleichung (2.7)**, welches auf einer unend-

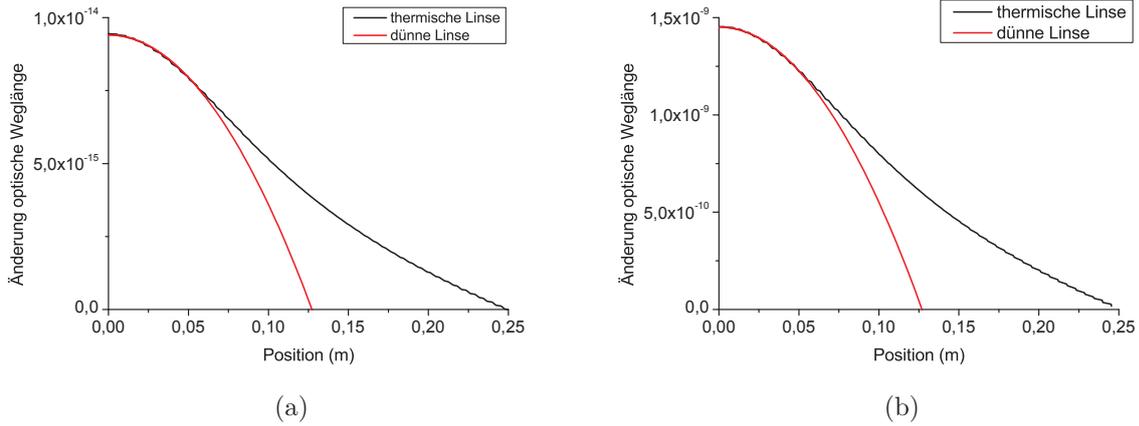


Abbildung 3.10 – Änderung der optischen Weglänge bedingt durch die thermische Linse, aufgetragen über dem Radius für die Geometrie des inneren Spiegels der ET Armresonatoren. Zusätzlich die Änderung der optischen Weglänge für eine Linse mit vergleichbarer Brennweite. (a) Für Silizium als Material. (b) Für Fused Silica als Material.

lich ausgedehnten Scheibe beruht, ist für tiefe Temperaturen und Silizium somit nicht ausreichend.

Ein komplexeres Modell nach [49] berücksichtigt die endliche Ausdehnung der Testmassen.

$$S_x(f, T) = \frac{16}{\pi} k_B T^2 \frac{H R^2}{r_0^4} \frac{\kappa \beta^2}{\rho^2 C^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n^2}{[J_0(a_n)]^2} \frac{K_n^2}{(2\pi f)^2 + \frac{\kappa^2}{\rho^2 C^2} k_n^4}, \quad (3.14)$$

wobei J_0 die Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung sind, a_n die Nullstellen der Besselfunktion erster Ordnung mit $J_1(a_n) = 0$, $k_n = \frac{a_n}{R}$ und für K_n gilt:

$$K_n = \int_0^1 J_0(a_n \zeta) \exp\left(-\frac{R^2}{r_0^2} \zeta^2\right) \zeta \, d\zeta. \quad (3.15)$$

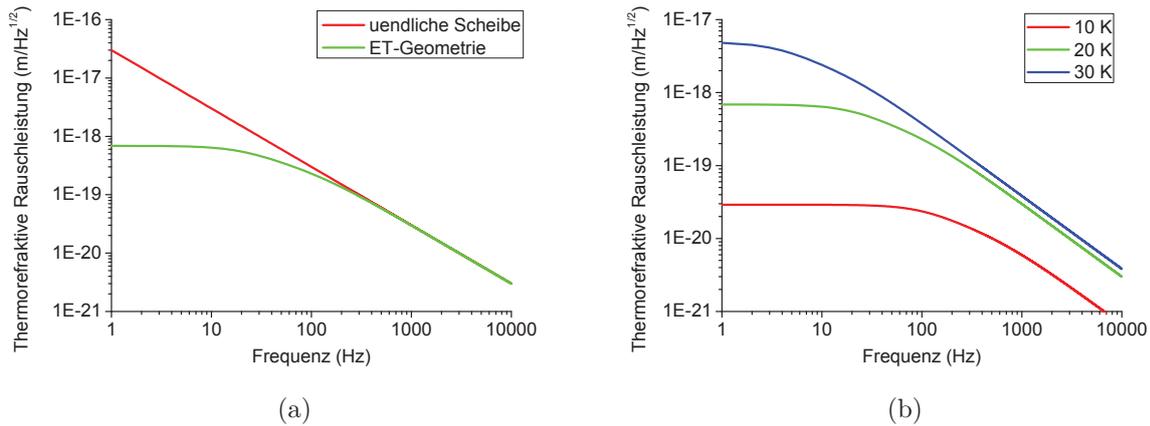


Abbildung 3.11 – (a) Vergleich des thermorefraktiven Rauschens, gerechnet für eine unendlich ausgedehnte Scheibe und der Geometrie einer ET-Testmasse. (b) thermorefraktives Rauschen gerechnet für unterschiedliche Temperaturen bei ET-Geometrie. Die Parameter für die Rechnungen finden sich im Anhang, [Kapitel 7](#)

In [Abbildung 3.11](#) (a) ist ein Vergleich des Modells der unendlich ausgedehnten Scheibe mit einer endlichen Testmasse für die Geometrie einer Testmasse von ET verglichen. Für niedrige Frequenzen unter 100 Hz ist ein deutliches Abweichen beider Modelle zu erkennen, für Frequenzen über 100 Hz spielt die endliche Geometrie der Testmasse keine Rolle mehr und es reicht das einfache Modell der unendlich ausgedehnten Scheibe. Für den kryogenen Detektor des Einstein Telescopes ist das komplexe Modell nötig, da der niederfrequente Bereich im Detektionsband von 10 Hz bis 10 kHz enthalten ist. In [Abbildung 3.11](#) (b) ist das Ergebnis der Berechnung nach [Gleichung \(3.14\)](#) für unterschiedliche Temperaturen, unter der Verwendung des bestimmten thermooptischen Parameters, gezeigt, wobei das thermorefraktive Rauschen mit fallender Temperatur abnimmt.

4 Optische Absorption

Licht kann mit Materie auf unterschiedliche Arten wechselwirken. Neben der Ablenkung, welche durch die Brechzahl des Materials verursacht wird und deren Temperaturabhängigkeit Thema des letzten Kapitels war, kann Licht im Material auch absorbiert werden. Dies führt dazu, dass die Intensität des transmittierten Lichtes im Vergleich zum eingestrahlteten Lichtes abnimmt. Die Energie des absorbierten Lichtes wird hierbei typischerweise in Wärme umgewandelt.

4.1 Optische Absorption in Halbleitern

Je nach Art des Halbleiters, sowie dessen Temperatur und der Energie des einfallenden Lichtes gibt es eine Vielzahl verschiedener Absorptionsprozesse. Die für diese Arbeit wichtigen sollen im Folgenden kurz beschrieben werden. Eine Übersicht gibt Abbildung 4.1.

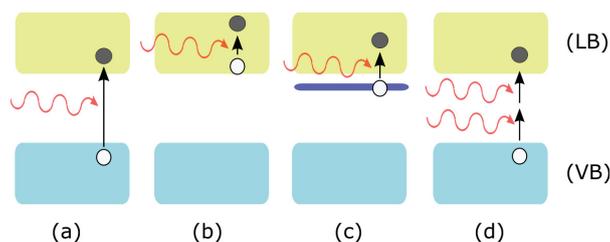


Abbildung 4.1 – Vereinfachte Darstellung der hier wesentlichen optischen Absorptionsprozesse im Halbleiter. (a) Interbandabsorption: durch die Absorption eines Photons wird ein Elektron aus dem Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB) gehoben. (b) Intrabandabsorption: durch die Absorption wird ein Elektron innerhalb des Leitungsbandes auf ein höheres Energieniveau gehoben. (c) Photoionisation: die Absorption hebt ein Elektron aus einem Dotier-Atom ins Leitungsband. (d) Zwei-Photonen-Absorption: reicht die Energie eines Photons nicht aus, um ein Elektron über die Bandlücke zu heben, so besteht die Möglichkeit, dass die fehlende Energie von einem zweiten Photon bereitgestellt wird.

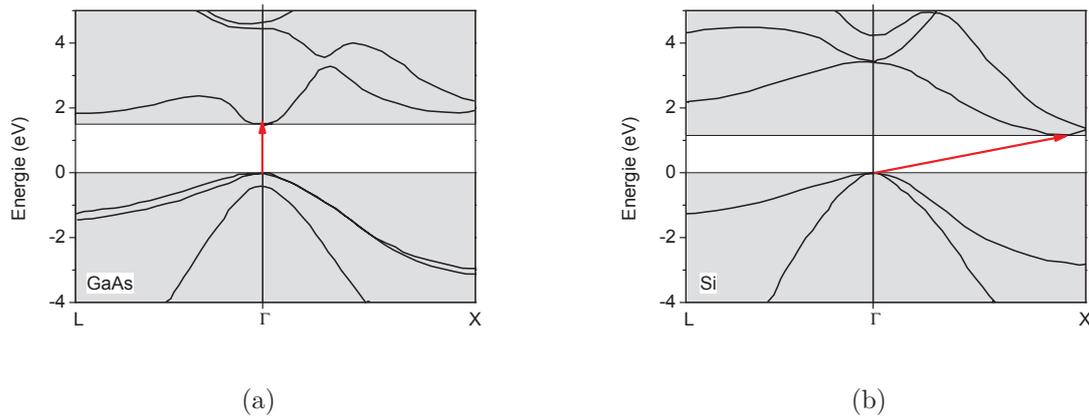


Abbildung 4.2 – Bandstruktur eines direkten Halbleiters (a) und eines indirekten Halbleiters (b) nach [50]. Der Absorptionsprozess vom Valenzband ins Leitungsband wird durch einen roten Pfeil dargestellt.

4.1.1 Interbandabsorption

Die Bandlücke, eine der wesentlichen Eigenschaften von Halbleitern, spielt für die optische Absorption eine große Rolle. Die Energie der Bandlücke E_g ergibt sich aus der Energiedifferenz von Leitungsband E_L und Valenzband E_V :

$$E_g = E_L - E_V, \quad (4.1)$$

wobei eine Absorption eines Photons nur möglich ist, wenn dessen Energie die der Bandlücke übersteigt. Die Bandlücke von Silizium beträgt bei Umgebungstemperatur 1,12 eV. Dies führt zu einer Transparenz im nahen und mittleren Infrarotbereich. Zu beachten ist, dass sich die Bandlücke mit fallender Temperatur vergrößert.

Es wird zwischen zwei verschiedenen Halbleitertypen unterschieden: dem direkten und dem indirekten Halbleiter. **Abbildung 4.2** zeigt den Unterschied der Bandstruktur für einen direkten und indirekten Halbleiter.

Im direkten Halbleiter ist die optische Absorption eines Photons möglich, sobald dessen Energie größer als die Bandlücke ist. Der Übergang erfolgt im Bandschema auf einer senkrechten Linie. Da Photonen quasi keinen Impuls besitzen, braucht es für die Impulserhaltung im Falle des indirekten Halbleiters noch ein zweites Teilchen, welches den

fehlenden Impuls mitbringt. Im Festkörper sind dies Phononen. Da bei der Absorption im indirekten Halbleiter somit ein Teilchen mehr in den Prozess eingebunden ist, führt dies zu einem deutlich verringerten Absorptionsquerschnitt im Vergleich zur Absorption im direkten Halbleiter. In diesem Fall werden Energieerhaltung und Impulserhaltung durch eine verkippte Linie in der Bandstruktur dargestellt, siehe [Abbildung 4.2](#). Es müssen somit im indirekten Halbleiter, zu welcher Kategorie auch Silizium gehört, die Energieerhaltung:

$$E_L = E_V + \hbar\omega \pm \hbar\Omega \quad (4.2)$$

als auch die Impulserhaltung:

$$\hbar\vec{k}_L = +\hbar\vec{k}_V \pm \hbar\vec{Q} \quad (4.3)$$

erfüllt werden. Wobei L und V als Indizes für das Leitungsband als finaler Zustand und das Valenzbandes als Start-Zustand stehen, $\hbar\omega$ ist die Energie des Photons, $\hbar\Omega$ die Energie des Phonons und $\hbar\vec{Q}$ dessen Impuls. Zu beachten in [Gleichung \(4.2\)](#) und [Gleichung \(4.3\)](#) ist das \pm Zeichen vor dem Energiebeitrag bzw. Impulsbeitrag des Phonons. Hiermit wird berücksichtigt, dass bei der optischen Absorption sowohl Phononen vernichtet als auch generiert werden können.

4.1.2 Intrabandabsorption

Der zweite, in [Abbildung 4.1](#) gezeigte, Prozess ist die Intrabandabsorption, welche auch oft freie Ladungsträger Absorption (fc Absorption, für free carrier aus dem Englischen) genannt wird. Für diesen Absorptionsprozess sind freie Ladungsträger im Leitungs- oder Valenzband verantwortlich. Dies sind für n-Typ Silizium Elektronen im Leitungsband und für p-Typ Silizium Löcher im Valenzband. Diese können nun durch optische Absorption angeregt werden und müssen dabei keine Bandlücke wie bei der Interbandabsorption überwinden. Deswegen werden auch keine Elektron-Lochpaare erzeugt. Dieser Absorptionsmechanismus ist der dominierende für den Energiebereich kleiner als die Bandlücke des Halbleiters, da keine minimal Energie um diese Lücke zu überwinden aufgebracht werden muss.

Nach dem Drude Model lässt sich eine Abschätzung der Intrabandabsorption aufstellen [51, 52]:

$$\alpha = \frac{q^3 \lambda^2 p}{4\pi^2 \epsilon_0 c^3 n_r m_p^2 \mu} \quad (4.4)$$

mit p der Konzentration an freien Ladungsträgern, λ der Wellenlänge, q der Elementarladung, ϵ_0 der elektrischen Feldkonstante, m_p der effektiven Masse der Ladungsträger, n_r der Brechzahl, c der Lichtgeschwindigkeit und μ der Beweglichkeit. Zu beachten sind das quadratische Ansteigen der Absorption mit steigender Wellenlänge und die Abhängigkeit von der Ladungsträgerbeweglichkeit, welche zusammen mit der Anzahl an Ladungsträgern die entscheidende temperaturabhängige Größe in dieser Gleichung bildet.

Wie in vielen Veröffentlichungen gezeigt [53, 54], beschreibt das Drude Model Messkurven nicht genau. Die Annahme, dass alle Ladungsträger die gleiche Beweglichkeit haben, ist nicht ausreichend. Die Absorption, welche aus der Wechselwirkung von Ladungsträgern mit dem Gitter entsteht, wird durch die Herleitung aus der Dc-Leitfähigkeit nicht treffend beschrieben [55]. Deshalb wurden mehrere empirische Modelle entwickelt, wobei Abweichungen von der quadratischen Wellenlängenabhängigkeit gefunden wurden. Oft ergibt sich aus der Anpassung ein leicht unterschiedlicher Exponent für n-Typ und p-Typ dotiertes Material [54, 56, 57, 58]. Trotz der vielen Veröffentlichungen zur Intrabandabsorption gibt es keine Gleichung, welche alle Messungen beschreiben kann. Diese Problematik besteht schon für Messungen bei Umgebungstemperatur. **Unterabschnitt 4.2.1** behandelt das temperaturabhängige Verhalten der Beweglichkeit der Ladungsträger in Silizium für verschiedene Dotierungen und Dotierungsstärken, daraus wird ersichtlich, dass eine einheitliche temperaturabhängige Beschreibung nicht einfach zu bewerkstelligen ist.

4.1.3 Photoionisation

Der dritte, in **Abbildung 4.1** gezeigte, Prozess für dotierte Halbleiter ist die Photoionisation. In diesem Fall wird durch die Absorption von Licht ein Ladungsträger aus einem Dotierungszustand angeregt. Voraussetzung für diesen Prozess ist somit ein nicht an-

geregter Dotierzustand. Für Umgebungstemperatur ist dieser Prozess damit in Silizium zu vernachlässigen, da der Großteil der Dotieratome thermisch angeregt ist. Absorption durch Photoionisation ist somit ein Forschungsgebiet, welches in vielen Arbeiten bei flüssig Heliumtemperaturen und darunter untersucht wurde [59, 60, 61, 62]. Des weiteren werden gekühlte dotierte Halbleiter als Detektoren für Ferninfrarotstrahlung eingesetzt [63].

Zur Beschreibung der Photoionisation wird häufig der Wirkungsquerschnitt σ benutzt. Die Absorption berechnet sich dann wie folgt aus dem Wirkungsquerschnitt und der Anzahl an Teilchen N :

$$\alpha_i = \sigma_i \cdot N. \quad (4.5)$$

Die flachen Dotierzustände in Silizium, welche bei einigen zehn meV liegen, ergeben ein Maximum des Absorptionswirkungsquerschnittes σ im Bereich von 10 bis 30 μm . Die Werte für Bor und Phosphor liegen bei $1,7 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ und $1,4 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ [64]. Mit der folgenden Näherung lässt sich daraus der Wirkungsquerschnitt für eine Frequenz ν in Abhängigkeit der Frequenz ν_0 des Maximums von $\sigma(\nu_0)$ abschätzen [62]:

$$\sigma(\nu) = \sigma(\nu_0)(\nu_0/\nu)^2. \quad (4.6)$$

Die Werte für 1550 nm sind $\sigma_{1550\text{nm}}(\text{Si} : \text{P}) = 5,6 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$ und $\sigma_{1550\text{nm}}(\text{Si} : \text{B}) = 4,3 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$.

4.1.4 Zwei-Photonen-Absorption

Wenn die Energie der Photonen nicht ausreicht, um Ladungsträger über die Bandlücke zu heben, ist dennoch eine Interbandabsorption möglich. Bei der Zwei-Photonen-Absorption, der vierte Prozess in [Abbildung 4.1](#), werden simultan zwei Photonen absorbiert, wenn die Bedingung in [Gleichung \(4.7\)](#) erfüllt ist:

$$E_{\text{Photon1}} + E_{\text{Photon2}} \geq E_g. \quad (4.7)$$

Die Zwei-Photonen-Absorption ist ein nichtlinearer Prozess und hängt empfindlich von der Intensität ab. Die Intensitätsänderung im Material über die Strecke z setzt sich dann aus den schon vorher erwähnten Absorptionsmechanismen mit den Absorptionskoeffizienten der Interbandabsorption α_{BB} und der freien Ladungsträgerabsorption α_{fc} , sowie der Zwei-Photonen-Absorption β_{TPA} zusammen [65]:

$$\frac{dI}{dz} = (\alpha_{BB} + \alpha_{fc})I + \beta_{TPA}I^2. \quad (4.8)$$

Gemessene Werte für β_{TPA} für Silizium und um 1550 nm findet man im Bereich von 0,4 bis $1,5 \frac{\text{cm}}{\text{GW}}$ [66, 67, 68].

4.2 Entscheidende temperaturabhängige Parameter im Silizium

Typischerweise sind Materialeigenschaften temperaturabhängig. Die für diese Arbeit wichtigen sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

4.2.1 Ladungsträgerbeweglichkeit

Die Beweglichkeit der Ladungsträger hängt von ihrer effektiven Masse m_n und der Stoßzeit τ ab [69]:

$$\mu = \frac{e\tau}{m_n}. \quad (4.9)$$

Die Temperaturabhängigkeit der Stoßzeit dominiert das temperaturabhängige Verhalten der Beweglichkeit. Von Umgebungstemperatur kommend wird die Stoßzeit stark von akustischen Phononen beeinflusst [70]. Zu tieferen Temperaturen hin spielen in Halbleitern Verunreinigungen oder Dotieratome eine große Rolle für die Streuung [71]. In [Abbildung 4.3](#) wird diese starke Abhängigkeit deutlich. Die Werte der Beweglichkeit für Elektronen μ_n und der für Löcher μ_p unterscheidet sich in Silizium deutlich. Bei Umgebungstemperatur gilt etwa $\mu_n = 1500 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ und $\mu_p = 500 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ [50].

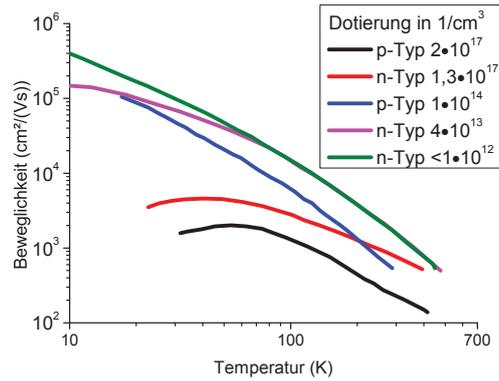


Abbildung 4.3 – Beweglichkeit der Ladungsträger in Silizium für verschieden starke n-Typ und p-Typ Dotierung abhängig von der Temperatur nach [50].

4.2.2 Bandlücke

Die Bandlücke eines Halbleiters ist ebenfalls ein temperaturabhängiger Parameter. Typischerweise nimmt die Energie der Bandlücke mit steigender Temperatur ab. Mit den Parametern $E_g(0) = 1.169 \text{ eV}$, $\alpha = 4,9 \cdot 10^{-4} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$ und $\beta = 655 \text{ K}$ lässt sich das Temperaturverhalten der Bandlücke von Silizium beschreiben [50]:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}. \quad (4.10)$$

In **Abbildung 4.4** ist die Temperaturabhängigkeit gezeigt.

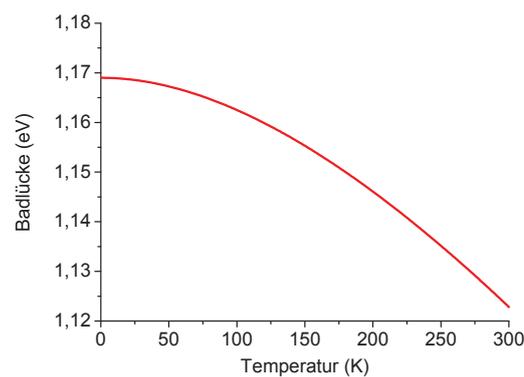


Abbildung 4.4 – Gerechnete Temperaturabhängigkeit der Bandlücke von Silizium.

4.2.3 Intrinsische Ladungsträger in Halbleitern

Die Anzahl der freien Ladungsträger in undotiertem (intrinsischen) Silizium ergibt sich aus der Menge an Ladungsträgern, welche thermisch über die Energielücke gehoben werden.

Rechnerisch ist die Elektronendichte $n(E)$ das Produkt aus Zustandsdichte und Besetzungswahrscheinlichkeit. Daraus folgt [69]:

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} f(E) D_L(E) dE, \quad (4.11)$$

zusammen mit der Zustandsdichte $D(E)$ [69]:

$$D(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_n}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E - E_L}, \quad (4.12)$$

wobei m_n die effektive Masse¹ der Elektronen ist und der Fermiverteilung [69]:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)}, \quad (4.13)$$

führt dies zu:

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_n}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{E - E_L}}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right)} dE. \quad (4.14)$$

Nach der Boltzmann-Näherung ($E - E_F \ll kT$) kann die 1 im Nenner vernachlässigt werden. Mit der Festlegung des Energielevels $E_V = 0$, was zusammen mit $E_L - E_V = E_g$ zu $E_L = E_g$ führt, erhält man:

$$n = \frac{1}{4} \left(\frac{2k_B T m_n}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{k_B T}\right). \quad (4.15)$$

Zusammengefasst ergibt dies für die Elektronendichte mit der Substitution:

$$N_L = \frac{2}{h^3} (2\pi m_n k_B T)^{\frac{3}{2}}, \quad (4.16)$$

¹Die effektive Masse ist hier über die unterschiedlichen Bänder gemittelt.

welche die effektiven Zustandsdichte des Leitungsbandes beschreibt:

$$n = N_L \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{k_B T}\right). \quad (4.17)$$

Die Löcherdichte p lässt sich nach:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - f(E)) D_V(E) dE, \quad (4.18)$$

berechnen. Mit der Näherung, dass die Fermienergie deutlich über dem Valenzband liegt $E_F - E_V \gg k_B T$, erhält man:

$$p = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_p}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{E_V} \sqrt{E_V - E} \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B T}\right) dE, \quad (4.19)$$

wobei m_p die effektive Masse der Löcher ist. Mit der Substitution $N_V = \frac{2}{\hbar^3} (2\pi m_p k_B T)^{\frac{3}{2}}$ für die effektive Zustandsdichte des Valenzbandes, erhält man für die Löcher:

$$p = N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_B T}\right). \quad (4.20)$$

Aus der Bedingung, dass der Halbleiter im Falle von Eigenleitung neutral geladen ist, folgt die Neutralitätsbedingung:

$$n_i = n = p = p_i. \quad (4.21)$$

Mit der Neutralitätsbedingung lässt sich die Fermienergie berechnen, indem Gleichung (4.17) und Gleichung (4.20) gleichgesetzt werden:

$$E_F = \frac{3}{4} k_B T \ln\left(\frac{m_p}{m_n}\right) + \frac{1}{2} (E_L + E_V). \quad (4.22)$$

Für $T = 0$ liegt die Fermienergie damit für den intrinsischen Halbleiter in der Mitte der Bänder. Ansonsten hängt die Lage der Fermienergie von dem Verhältnis der effektiven Massen der Bänder ab.

Setzt man die erhaltene Fermienergie nach Gleichung (4.22) in eine der Gleichungen für

Tabelle 4.1 – Aktivierungsenergien E_d von unterschiedlichen Dotierungen in Silizium [50].

Name	Dotierungstyp	E_d [meV]
Bor	p-Typ	0,44
Phosphor	n-Typ	0,46
Arsen	n-Typ	0,54
Gallium	p-Typ	0,73

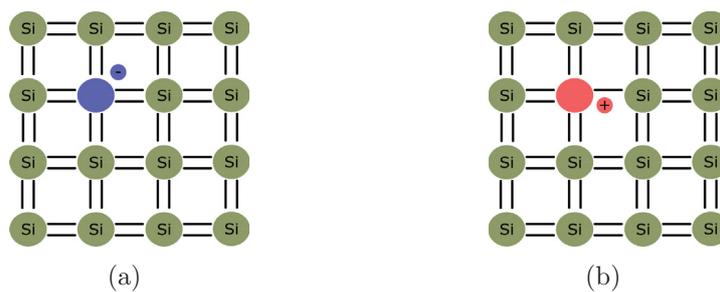
die freien Elektronen Gleichung (4.17) oder Löcher Gleichung (4.20) ein erhält man die intrinsische Ladungsträgerkonzentration:

$$n_i = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (m_n m_p)^{\frac{3}{4}} \exp\left(-\frac{E_g}{2k_B T}\right). \quad (4.23)$$

Bei Umgebungstemperatur beträgt die Anzahl an intrinsischen Ladungsträgern etwa $3 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, bei 400 K dann 10^{15} cm^{-3} .

4.2.4 Dotierung in Halbleitern

Im intrinsischen Silizium mit einer Bandlücke von 1,12 eV spielt die thermische Generation von Ladungsträgern bei Umgebungstemperatur (thermische Energie: $k_B T_{300K} \approx 25 \text{ meV}$) keine Rolle. Die in dieser Arbeit betrachteten Dotierungen besitzen Aktivierungsenergien von wenigen zehn meV, siehe Tabelle 4.1, und sind somit bei Umgebungstemperatur schon zum Großteil thermisch angeregt.


Abbildung 4.5 – Im n-Typ Halbleiter befinden sich durch höherwertige Elemente freie Elektronen, während im p-Typ mehr positive Ladungen vorhanden sind.

Um die Anzahl der ionisierten Dotierungszustände zu berechnen, gilt wie für den intrin-

sischen Halbleiter das Produkt aus Zustandsdichte und Besetzungswahrscheinlichkeit. Die Fermiverteilung muss aufgrund der zweifachen Spinartung der besetzten Zustände mit einem Faktor g modifiziert werden. Für Donatoren ergibt dies [69]:

$$f_D(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_B T}\right)}. \quad (4.24)$$

Für Akzeptoren erhält man eine mehrfache Entartung [72], zu erkennen ist dies in **Abbildung 4.2** am Γ -Punkt, hier überlappen mehrere Bänder [69]:

$$f_A(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left(\frac{E_F + E_A}{k_B T}\right)}, \quad (4.25)$$

wobei die Energien E_D und E_A der energetischen Lage der Donatoren bzw. Akzeptoren entsprechen.

Für die Anzahl an ionisierten Donatoren N_D^+ gilt die Differenz aus der Anzahl an in das Material eingebrachten Donatoren N_D und den neutralen N_D^0 :

$$N_D^+ = N_D - N_D^0 = \frac{N_D}{1 + g \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_B T}\right)}. \quad (4.26)$$

Aufgrund des räumlichen Überlapp der Wellenfunktionen der lokalisierten Elektronen und Löcher sind für $N_D > N_A$ alle Akzeptoren ionisiert und es gilt $N_A = N_A^-$ [72]. Damit ergibt sich die Neutralitätsbedingung für den n-Typ Halbleiter zu:

$$N_D^+ + p = N_A^- + n. \quad (4.27)$$

Mit den schon hergeleiteten Gleichungen für n (**Gleichung (4.17)**) und p (**Gleichung (4.20)**) ergibt sich mit **Gleichung (4.26)**:

$$N_L \exp\left(\frac{E_F - E_L}{k_B T}\right) + N_A = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{k_B T}\right) + \frac{N_D}{1 + g \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_B T}\right)}. \quad (4.28)$$

Gleichung (4.28) kann für verschiedene Temperaturbereiche ausgewertet werden. Für

hohe Temperaturen ist der letzte Term vernachlässigbar und das intrinsische Verhalten dominiert. Um Umgebungstemperatur im sogenannten Bereich der Störstellenerschöpfung ist der letzte Term etwa konstant N_D . Der für diese Arbeit interessante Temperaturbereich unterhalb von Umgebungstemperatur führt dazu, dass der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung bedeutungslos wird. In diesem Bereich ist eine thermische Umladung der Donatoren möglich. Man erhält:

$$n + N_A = \frac{N_D}{1 + g \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_B T}\right)} = \frac{N_D}{1 + g \exp\left(\frac{E_F - E_L}{k_B T}\right) \cdot \exp\left(\frac{E_L - E_D}{k_B T}\right)} = \frac{N_D}{1 + g \frac{n}{N_L} \cdot \exp\left(\frac{E_D}{k_B T}\right)} \quad (4.29)$$

Mit der Substitution $x = \frac{N_L}{g} \exp\left(\frac{-E_D}{k_B T}\right)$ lässt sich Gleichung (4.29) nach n auflösen [72]. Man erhält die Lösung einer quadratischen Gleichung, wobei der Term N_A , da er für die Proben dieser Arbeit unbedeutend ist, der Übersichtlichkeit wegen weggelassen wurde:

$$n_{1/2} = \frac{N_L}{2g} \exp\left(-\frac{E_L - E_D}{k_B T}\right) \left[-1 \pm \sqrt{1 + 4g \frac{N_D}{N_L} \exp\left(\frac{E_L - E_D}{k_B T}\right)} \right], \quad (4.30)$$

wobei nur die Lösung mit dem positiven Vorzeichen physikalisch sinnvoll ist. Vereinfacht lässt sich nun schreiben:

$$n = \frac{2N_D}{1 + \sqrt{1 + 4g \frac{N_D}{N_L} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right)}}, \quad (4.31)$$

wobei E_d die Aktivierungsenergie der Dotierungsatome entspricht.

Für einen p-Typ Halbleiter lässt sich vergleichbar die Anzahl an ionisierten Akzeptoren N_A^- herleiten:

$$p + N_A^- = \frac{N_A}{1 + g \exp\left(\frac{E_A - E_F}{k_B T}\right)} = \frac{N_A}{1 + g \frac{p}{N_V} \exp\left(\frac{E_d}{k_B T}\right)}, \quad (4.32)$$

wobei $E_d = E_A - E_V$ der Aktivierungsenergie der Akzeptoren entspricht. Diesmal wird mit $x = \frac{N_V}{g} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right)$ substituiert und daraus folgt nach dem Lösen der quadratischen Gleichung:

$$p = \frac{2N_A}{1 + \sqrt{1 + 4g \frac{N_A}{N_V} \exp\left(\frac{-E_d}{k_B T}\right)}}. \quad (4.33)$$

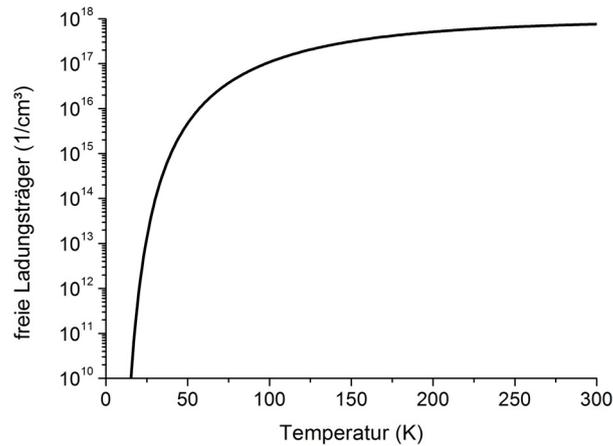


Abbildung 4.6 – Berechnete Anzahl an Ladungsträgern in Silizium mit Phosphor-Dotierung. Die Stärke der Dotierung ist an die einzelnen Kurven in $\frac{1}{\text{cm}^3}$ geschrieben. Bei Umgebungstemperatur entspricht dies auch ziemlich genau der Anzahl an freien Ladungsträgern. Zu tiefen Temperaturen ist ein starkes Ausfrieren der Ladungsträger zu sehen.

In [Abbildung 4.6](#) ist die gerechnete Anzahl an Ladungsträgern für Phosphor-dotiertes Silizium verschiedener Dotierstärke zu sehen. Es ist zu erkennen, dass bei Umgebungstemperatur nahezu alle Donatoren ionisiert sind, man spricht in diesem Bereich von Störstellenerschöpfung. Ein Absenken der Temperatur führt zum Ausfrieren, wobei ein deutlicher Effekt erst bei Temperaturen unter 100 K zu erkennen ist. Außerdem ist zu sehen, dass das Ausfrieren bei kleineren Dotierstärken erst bei tieferen Temperaturen einsetzt. Das Ausfrieren bewirkt eine Ladungsträgerabnahme um viele Größenordnungen innerhalb weniger zehn Kelvin.

Für Temperaturen deutlich oberhalb der Umgebungstemperatur können durch thermische Anregung über die Bandlücke eine große Zahl Ladungsträger bereitgestellt werden, dies ist in [Gleichung \(4.31\)](#) nicht enthalten und wird durch [Gleichung \(4.23\)](#) beschrieben.

4.3 Messverfahren für optische Absorption

Es gibt eine Vielzahl an unterschiedlichen Verfahren um die optische Absorption eines Materials zu bestimmen [\[73\]](#). Direkte Verfahren sind zum Beispiel die Transmissionsmessung [\[74, 75\]](#) und die Kalorimetrie [\[76, 77\]](#). Bei einer kalorimetrischen Messung misst

man direkt die durch die Absorption erzeugte Wärme. Andere Methoden beruhen auf der Messung anderer physikalischer Größen, von welchen dann auf die Absorption zurückgerechnet werden kann. Die durch Absorption erzeugte Wärme generiert durch die Temperaturabhängigkeit der Brechzahl (siehe Kapitel 3) eine thermische Linse im Material. Aus der Ablenkung eines Lichtstrahls durch diese Linse kann dann auf die optische Absorption geschlossen werden. Ist man an Absorptionsprozessen interessiert, die Ladungsträger generieren, ist eine elektrische Messung möglich. Eine weitere Möglichkeit ist die zeitliche Intensitätsabnahme von Licht in einem optischen Resonator, bedingt durch die Absorption einer Probe, welche sich in dem Resonator befindet. Die verschiedenen Möglichkeiten, welche in dieser Arbeit verwendet wurden, sollen im Folgenden kurz erläutert werden.

4.3.1 Absorptionsmessung mittels Transmission

Die naheliegende Methode zur Bestimmung der optischen Absorption einer Probe ist eine Transmissionsmessung. Bei bekannter Intensität I_0 des einfallenden Lichtes wird die transmittierte Intensität I_T gemessen.

Bei Tieftemperaturmessungen in Kryostaten müssen meist alle Lichtreflexe durch Fenster aus dem Versuchsaufbau geleitet werden, da sie sonst zu Streulicht führen können oder die Kühlleistung des Kryostaten mindern, wenn sie innerhalb absorbiert werden. Reflexe können bei der Verwendung von parallel zur Einfallsebene polarisiertem Licht und einer Orientierung der Probe im Brewsterwinkel vermieden werden, siehe Abbildung 4.8.

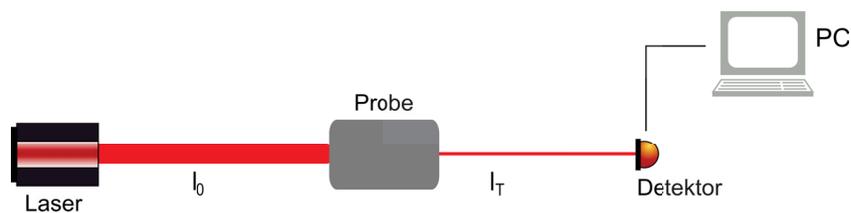


Abbildung 4.7 – Schematischer Aufbau der Absorptionsmessung mittels Transmission. Befindet sich keine Antireflexbeschichtung auf der Probe, so können noch zusätzliche Reflexe auftreten.

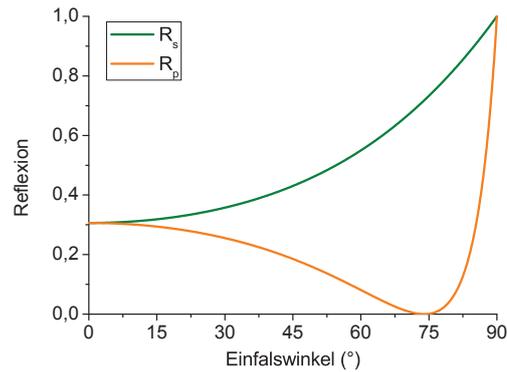


Abbildung 4.8 – Anteil des Reflektierten Lichtes abhängig vom Einfallswinkel für parallel (R_p) und senkrecht (R_s) zur Einfallsebene polarisiertes Licht, gerechnet für Silizium. Der Brewsterwinkel für Silizium beträgt 74° für parallel polarisiertes Licht.

Ein weiterer Vorteil ist, dass somit die gesamte Leistung der Lichtquelle für die Messung zur Verfügung steht und kein Teil durch Reflexion verloren geht. Alternativ zum Brewsterwinkel kann die Probe auch mit Antireflexbeschichtungen versehen werden. Dadurch wird die Probe allerdings teurer und kann nur bei den Wellenlängen der Antireflexbeschichtung verwendet werden. Zusätzlich muss noch die Absorption der Schicht mit berücksichtigt werden.

Aus der Messung der Transmission lässt sich somit im einfachsten Fall der Absorptionskoeffizient α bestimmen:

$$I_T = I_0 \exp(-\alpha L), \quad (4.34)$$

bei bekannten Strahlweg L durch die Probe. Große Absorptionskoeffizienten erfordern hierbei dünne Proben, sodass die transmittierte Intensität noch gemessen werden kann. Im Falle von sehr kleinen Absorptionen versagt dieses Verfahren dadurch, dass die Änderung von I_0 zu I_T in den Bereich der Messungenauigkeit der verwendeten Leistungsmessgeräte fällt.

4.3.2 Messverfahren mittels Strahlableitung

Nach der Entdeckung von Gordon 1965 [78], dass ein in einen Laserresonator eingebrachtes Medium durch Absorptionseffekte eine thermische Linse kreiert, kann dies für

Absorptionsmessungen genutzt werden. Dafür wurden verschiedene Verfahren entwickelt [79, 80, 81, 82]. Wesentliche unterschiedliche Merkmale hierbei sind, ob die Probe in den Laserresonator eingebracht wird oder sich außerhalb des Lasers befindet. Ersteres erhöht die Empfindlichkeit bei Proben mit kleiner Absorption und geringen vorhandenen Laserleistungen. Hierbei wird die Leistungsüberhöhung im Resonator ausgenutzt. Ein weiterer großer Unterschied ist es, ob der Aufbau mit einem oder zwei Lasern realisiert wird. Wird ein Laserstrahl verwendet, führt das absorbierte Laserlicht zu einem Temperaturprofil innerhalb der Probe. Das daraus durch den thermooptischen Parameter entstehende Brechzahlprofil wirkt als Linse und beeinflusst den Laserstrahl. Nach der Probe wird der Effekt der Linse auf den Laserstrahl zum Beispiel mittels einer Photodiode ausgemessen.

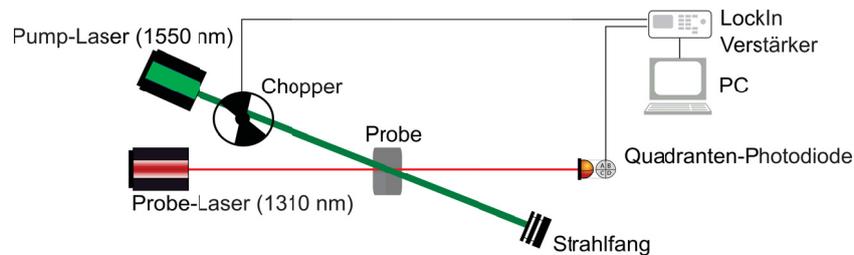


Abbildung 4.9 – Schematischer Aufbau der Absorptionsmessung mittels Strahlableitung in „Pump&Probe“-Geometrie

Kommen zwei Laserstrahlen zum Einsatz wird der Aufbau oft „Pump&Probe“-Geometrie genannt. Auch hier erzeugt die Absorption eines Laserstrahls in der Probe eine thermische Linse. Allerdings wird diese nun durch einen zweiten Laser ausgemessen. Der meist starke Laser mit der Wellenlänge, für die die Absorption gemessen werden soll, wird Pump-Laser genannt. Der zweite leistungsschwache Laser wird Probe-Laser genannt, wobei oft ein Laser mit einer anderen Wellenlänge, für welche die Probe transparent sein muss, verwendet wird. Vorteil der „Pump&Probe“-Geometrie ist, dass nur ein Strahl kleiner Leistung vermessen werden muss. Es ist außerdem eine räumliche Trennung vom starken Pump-Strahl, wie in [Abbildung 4.9](#) zu sehen, möglich. Durch die Verwendung von verschiedenen Wellenlängen und optischen Filtern kann der Effekt von Streulicht,

welches den Detektor trifft, unterdrückt werden. Weiterhin kann für den Einsatz von Lock-in-Technik der Probe-Laser moduliert werden und die Empfindlichkeit der Messung nochmals gesteigert werden. Durch das Verschieben des Kreuzungspunkts vom Pump-Laserstrahl mit dem Probe-Laser kann die Absorption an verschiedenen Stellen in der Probe vermessen werden, siehe [Abbildung 4.10](#). Eine Trennung von Bulk- und Oberflächenabsorption ist somit einfach möglich.

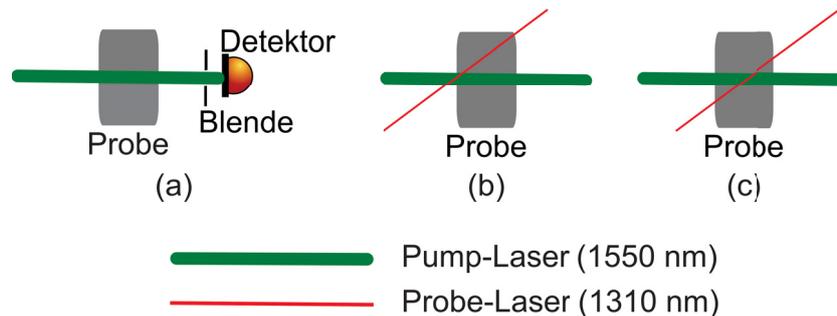


Abbildung 4.10 – Verschiedene Anordnungen zur Absorptionsmessung beruhend auf der Ausbildung einer thermischen Linse im Material. a) Aufbau mittels eines Strahls welcher sich durch die thermische Linse verformt und daraufhin durch die Blende auf dem Weg zum Detektor beschnitten wird. b) Pump&Probe zur Bulkabsorptionsmessung, c) Pump&Probe zur Bestimmung der Oberflächenabsorption. Weitere Erklärungen sind im Text gegeben.

Die Photodiode liefert ein von der Stärke der Absorption abhängiges Spannungssignal. Um die Absorption zu erhalten, bedarf es deshalb einer Kalibrierung mittels Proben bekannter Absorption oder einer theoretischen Modellierung des Effekts. Der thermo-optische Parameter und die Wärmeleitfähigkeit der Probe bestimmen die Ausbildung der thermischen Linse. Da diese Parameter temperaturabhängig sind, benötigt man die Kalibrierung für temperaturabhängige Messungen für den gesamten Temperaturbereich. Zu beachten ist, dass starke Fokussierung des Pump Lasers zwar zu einem großen Signal führt, aber je nach Material nichtlineare Effekte auftreten können, wie die Zwei-Photonen-Absorption, siehe [Unterabschnitt 4.1.4](#). In [Abbildung 4.11](#) ist dies für Silizium gezeigt. Bei der zum Vergleich gezeigten Glas-Probe ist dies Verhalten nicht zu beobachten, da der Koeffizient für Zwei-Photonen-Absorption in Gläsern mindestens um zwei Größenordnungen geringer ist [83].

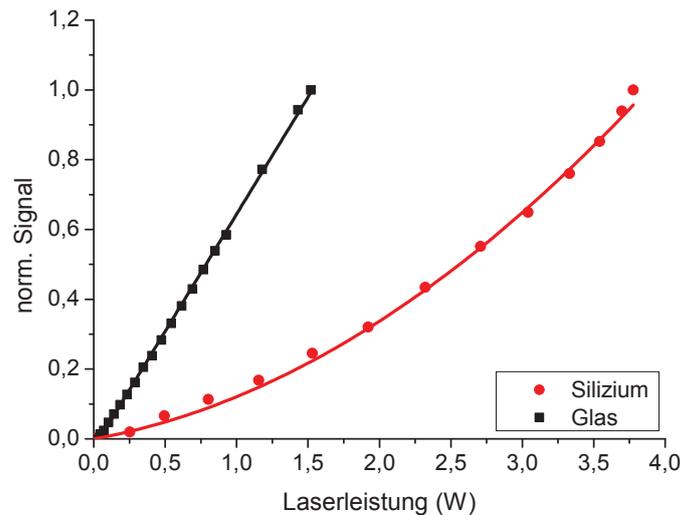


Abbildung 4.11 – Unterschied durch nichtlineare Absorption in Silizium im Vergleich zu einer Glas-Probe. Die gemessenen Spannungssignale der Photodiode wurden zum besseren Vergleich normiert.

4.3.3 Kalorimetrisches Messverfahren

Die Kalorimetrie bietet ein direktes Messverfahren zur Absorptionsbestimmung. Alle Absorptionsprozesse, die zur Wärmegenerierung in der Probe führen, werden hierbei gemessen. Ein auf die Probe aufgebrachtener Temperatursensor misst den Temperaturanstieg der Probe während einer bekannten Beleuchtungszeit. Mithilfe der Wärmekapazität und der Leistung der Lichtquelle lässt sich die Absorption berechnen, ohne weitere Annahmen machen zu müssen:

$$\alpha = \frac{\Delta T m C_p}{P \Delta t}. \quad (4.35)$$

Die Wärmekapazität ist hierbei ein entscheidender Faktor. Abhängig von ihrer Größe wird, bei gleicher Absorption, der Temperaturanstieg bestimmt. Eine kleine Wärmekapazität ermöglicht somit auch bei kleinen Absorptionen einen messbaren Temperaturanstieg, während mit steigender Wärmekapazität der Temperaturanstieg kleiner (bei ansonsten gleich bleibenden Parametern) und damit aufwendiger zu Messen wird.

Die Kalorimetrie ist ein integrales Messverfahren. Es wird für die gesamte durchstrahl-

te Probenlänge ein Absorptionswert ermittelt, inklusive der Oberflächen für den den Strahleintritt und Strahlaustritt. Die Trennung von Bulk- und Oberflächenabsorption ist hierbei dennoch möglich, indem Proben verschiedener Länge vermessen werden, um die Oberflächenabsorption zu extrahieren [84, 73]. Eine alternative Methode nutzt den zeitlichen Verlauf des Temperaturanstieges. Hierbei wird zu Beginn der Beleuchtung von einem in der Probenmitte angebrachten Temperatursensor zuerst ein Temperaturanstieg aufgrund der Bulkabsorption registriert und zeitlich verzögert danach der Wärmepuls generiert durch die Oberflächenabsorption. Die durch Oberflächenabsorption entstehende Wärme muss bei entsprechender Platzierung des Temperatursensors eine längere Wegstrecke zurücklegen, als die Wärme durch Bulkabsorption [77, 85].

Umgekehrt lässt sich hiermit auch bei bekannter oder kompletter Absorption die Wärmekapazität einer Probe bestimmen [86, 87].

4.3.4 Elektrische Absorptionsmessung

Bei der elektrischen Absorptionsmessung wird die Probe selbst zum Detektor. Es wird die Anzahl an Ladungsträgern gemessen, welche durch die Bildung von Elektron-Lochpaaren entstehen. Für einen Halbleiter kommt hierbei eine Photodiode zum Einsatz. Mit diesem Verfahren werden gezielt nur die Absorptionsprozesse gemessen, welche Ladungsträger generieren. Nicht zugänglich sind Absorptionsprozesse durch freie Ladungsträger.

4.4 Experimentelle Umsetzung

4.4.1 Probenvorbereitung

Um Verunreinigungen von Oberflächen der Proben zu entfernen, wurde vor den Messungen eine Reinigungsprozedur durchgeführt. Hierbei wurden die Proben in einer siedenden Lösung aus gleichen Teilen konzentrierter Schwefelsäure und Wasserstoffperoxid im Ultraschallbad von organischen Verunreinigungen gereinigt [88]. Im Anschluss wurden mit destilliertem Wasser Säurereste abgewaschen und die Probe weiter im Ultraschallbad

Tabelle 4.2 – Übersicht über die Geometrie und Dotierung der vermessenen Proben.

Name	Dotierungstyp	Dotierungskonzentration	Geometrie
B1	Bor	$1,2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$	150 mm Durchmesser 86 mm Höhe
B2	Bor	$5,7 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	50.4 mm Durchmesser 20 mm Höhe
B3	Phosphor	$2,4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	100 mm Durchmesser 100 mm Höhe
W1	Bor	$1,5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	91 mm \times 30 mm \times 525 μm
W2	Phosphor	$1,4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$	91 mm \times 30 mm \times 525 μm
W3	Bor	$4,6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$	60 mm \times 25 mm \times 710 μm
I1	Intrinsisch	$\leq 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$	70 mm \times 25 mm \times 525 μm
I2	Intrinsisch	$\leq 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$	90 mm \times 25 mm \times 525 μm

mit Ethanol gereinigt. Danach wurden Restflüssigkeiten von den Proben mit Stickstoff weggeblasen. Direkt vor dem Probeneinbau wurden als letzter Schritt mit speziellen Reinigungstüchern für Optiken unter Zugabe von Methanol eventuell vorhandene Staubkörner entfernt.

Temperatursensoren und elektrische Heizer wurden, sowie zum Teil auch die Proben selbst, mit einem Lack von Lakeshore aufgeklebt (VGE 7031).

4.4.2 Probenübersicht

In [Tabelle 4.2](#) ist eine Übersicht über die verwendeten Silizium-Proben in Bezug auf Geometrie und Dotierung gegeben. Die kompletten Oberflächen der Bulk-Proben sind poliert, ebenso die Vorder- und Rückseite der Wafer. Die Wafer wurden mit einem Diamant Stift angeritzt und auf die gewünschte Größe gebrochen. In [Unterabschnitt 4.4.5](#) ist eine Bulk-Probe und eine Wafer-Probe zu sehen.

4.4.3 Streulichtoptimierung

Kalorimetrische Messungen reagieren sehr sensibel auf Streulicht. Besonders bei der Messung von Proben mit kleiner Absorption werden hier zu große Werte gemessen. Im Gegensatz zur Probe zeigen Probenhalter, Temperatursensoren und alle weiteren Teile des Versuchsaufbaus meist eine deutliche Absorption. Trifft gestreutes oder reflektiertes Licht diese Komponenten, so kommt es zur Erwärmung. Geht die Wärme auf die Pro-

be über oder wird der Temperatursensor erwärmt, so wird eine zusätzliche Erwärmung gemessen, welche jedoch nicht immer einfach von der durch die Absorption der Probe erzeugten Erwärmung zu unterscheiden ist.

Quellen für Streulicht gibt es viele. Alle (optischen) Komponenten, die mit dem Strahl wechselwirken, können prinzipiell für Streulicht verantwortlich sein. Besonders im Fall von kryogenen Messungen lassen sich Fenster um Licht, in den Probenraum des Kryostaten zu führen, oft nicht vermeiden. Hierbei ist besonders auf saubere Optiken zu achten, da Staubpartikel oder andere Verschmutzungen unnötig Streulicht produzieren. Optiken mit Antireflexbeschichtungen sind aus zwei Gründen von Vorteil. Erstens werden Lichtreflexe vermieden, welche im Versuchsaufbau unkontrolliert absorbiert werden können, und somit Wärme erzeugen. Zweitens können unbeschichtete Kryostatenfenster die Lichtintensität modulieren, wenn sich beim Einkühlen oder Aufwärmen ihre Brechzahl ändert.

Es wurden unterschiedliche Methoden angewendet, um Streulicht zu detektieren und zu minimieren.

- **Detektorkarten für IR-Licht**

Unerwünschte Lichtreflexe oder starkes Streulicht lässt sich mit Detektorkarten für IR-Licht sichtbar machen. Hierfür wurden die Modelle VRC2 (empfindlich) und VRC4 (unempfindlich) von Thorlabs [89] genutzt. Damit wurden die polarisierenden Strahlteilerwürfel, welche für die Leistungsregulierung verwendet werden, als eine der größten Streulichtquellen ausgemacht. Nach den Strahlteilern war auf den Detektorkarten ein rechteckiges, durch den Strahlteilerwürfel erzeugtes Profil, um den eigentlichen Laserstrahl deutlich zu erkennen.

- **Temperatursensoren**

Typischerweise besitzen Temperatursensoren wenig Masse und eine kleine Wärmekapazität, um schnell auf Temperaturänderungen reagieren zu können. Absorbiert ein Temperatursensor Licht, so erwärmt er sich schnell und durch seine kleine Masse auch deutlich messbar. Dieses Verhalten kann nun genutzt werden, um Streulicht

zu detektieren. Hierfür wurde ein Temperatursensor an die Stelle im Messaufbau gebracht, an der er sich normalerweise befindet, wenn er auf einer Probe fixiert ist. Führt man nun Messungen ohne Probe durch, so findet eine Erwärmung des Temperatursensors nur durch Streulicht statt, und nicht durch in der Probe absorbiertes Licht.

Mit dieser Methode wurde zum Beispiel Streulicht gemessen, welches bei der Terminierung des Laserstrahls am Ende des Versuchsaufbaus generiert wurde. Werden nur kleine, mit einem handelsüblichen Detektor nicht nachweisbare Mengen an Licht, von der Probe absorbiert, so liegt es nahe, die Laserleistung einfach hinter der Probe mit einem Detektor kontinuierlich zu messen, um Schwankungen in der Laserleistung berücksichtigen zu können.

In **Abbildung 4.12** sind zeitabhängige Erwärmungskurven eines Temperatursensors gezeigt. In der Messung, bei der ein Detektor mit einer Ulbrichtkugel als Strahlfang dient, ist ab Sekunde 60 beim Einschalten des Lasers eine deutliche Erwärmung zu sehen. Tauscht man die Ulbrichtkugel gegen einen Strahlfang (Thorlabs BT600), welcher vom Grundaufbau ein geschwärzter Hohlraum mit einem kleinen Rohr als Eingang ist, so lässt sich die Erwärmung auf etwa ein Drittel reduzieren. Die dritte Messkurve zeigt wieder eine Messung mit dem gleichen Strahlfang, allerdings wurde dieser nun über einen Meter vom Ende des Versuchsaufbaus entfernt aufgestellt. Dies brachte den gewünschten Effekt, dass ein Ein- und Ausschalten des Lasers mit dem Temperatursensor nicht mehr zu registrieren war.

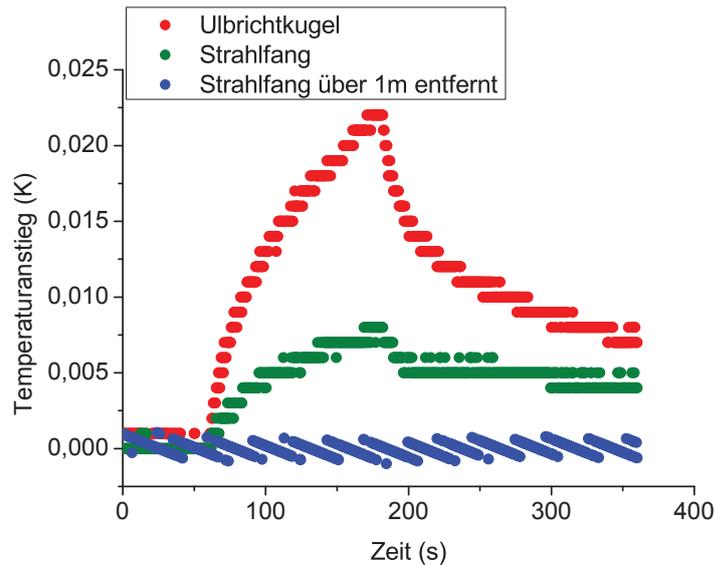


Abbildung 4.12 – Einfluss des durch den Strahlfang generierten Streulichtes. Die Messungen fanden ohne Probe statt, der Temperatursensor wurde an die Stelle gehalten, an der er sich bei einer 1“ Probe befinden würde. Die gesamte Erwärmung des Temperatursensors wird demnach durch Streulicht generiert. Verwendet man, um die transmittierte Leistung direkt zu messen, einen Leistungssensor mit Ulbrichtkugel, so streut diese deutlich erkennbar Licht auf den Temperatursensor zurück. Verwendet man stattdessen einen Strahlfang (Thorlabs BT600), so reduziert sich das Streulicht im Vergleich zur Ulbrichtkugel deutlich. Verschiebt man den Strahlfang aus seiner Position hinter dem Vakuum-Aufbau einen Meter weiter weg, so ist keine Erwärmung mehr zu erkennen. Die hier gezeigten Temperaturanstiege von nur wenigen mK liegen an der Auflösungsgrenze des Temperaturcontrollers. Durch die Digitalisierung ergibt sich in den Messkurven ein Stufen-Verhalten.

- **Messung des Strahlprofils**

Eine weitere Möglichkeit, Streulicht sichtbar zu machen, besteht darin, dass das Strahlprofil charakterisiert wird. Hierfür wurde eine Faser mit einem Kerndurchmesser von 600 μm auf einem Lineartisch montiert und am Platz der Probe senkrecht durch den Laserstrahl gefahren. Licht, welches die Faser trifft, wird an ihrem Ende mit einem Leistungsmesskopf detektiert. Das Ergebnis ist in [Abbildung 4.13](#) zu sehen. Hierdurch erhält man einen Schnitt durch die Intensitätsverteilung am Probenort. Die Intensität fällt beim Verlassen der Strahlmitte schnell um mehrere Größenordnungen ab, wie von einem Gaußprofil erwartet. Jedoch weicht nach etwa 2 mm die Messkurve vom idealen Gaußprofil deutlich ab. Um dieses durch Streu-

licht bedingte Verhalten zu reduzieren, wurden mehrere hintereinander angeordnete Blenden verwendet. Bei einer Messposition von 6 mm außerhalb der Strahlmitte ließ sich durch Blenden das Streulicht um über zwei Größenordnungen reduzieren, sodass die Kurve nun im Rauschen des verwendeten Detektors verschwindet. Damit ist 6 mm vom Strahlmittelpunkt entfernt die Intensität über 6 Größenordnungen reduziert. Ein Temperatursensor muss nun mindestens diese Entfernung vom Strahlmittelpunkt besitzen, um Messungen im ppm Bereich durchzuführen.

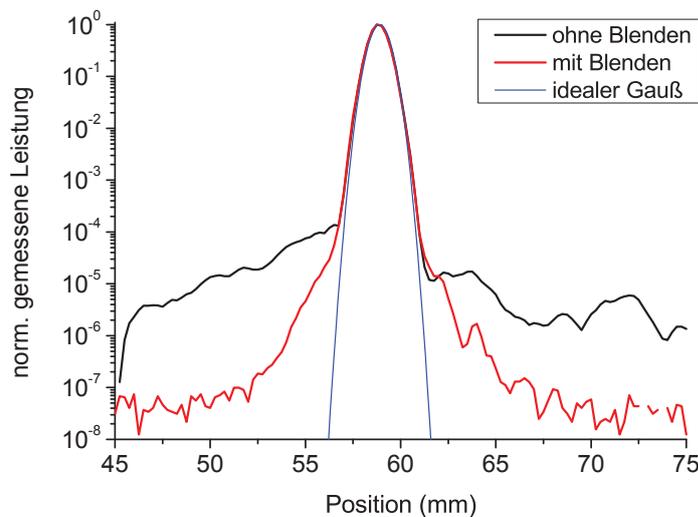


Abbildung 4.13 – Mit einer Faser abgerastertes Strahlprofil mit und ohne eingefügte Blenden. Das aus dem Strahlradius berechnete ideale Gaußprofil ist zum Vergleich eingezeichnet.

In [Abbildung 4.14](#) sind verschiedene Anordnungen von Blenden zu sehen. Wichtig ist das Verhältnis von Höhe zu Abstand. In der Abbildung sind zwei optimale Anordnungen gezeigt. Das ideale Verhältnis nach [90] ist Höhe zu Abstand von 0,5. Im rechten Teil der Abbildung ist außerdem das Problem aufgezeigt, dass Blenden an ihrer Kante selbst wieder für Streulicht verantwortlich sein können. Um solche Reflexionen der Blenden zu verringern, wurden diese aus dünner Folie ausgestanzt. Die Folien wurden hintereinander angeordnet in ein Rohr mit Innengewinde eingeschraubt. In den Messungen kamen Blenden sowohl vor der Probe als auch nach

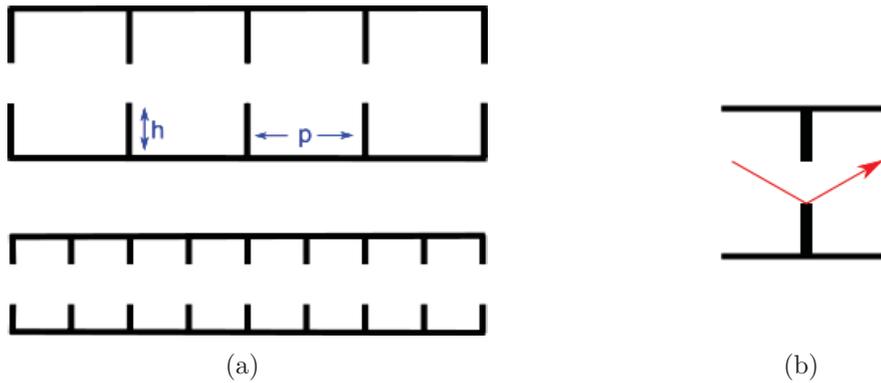


Abbildung 4.14 – (a) Verschiedene Möglichkeiten für ein nahezu ideales Durchmesser-Abstandsverhältnis von Blenden. Beide gezeigten Beispiele weisen ein Höhen h zu Abstands p Verhältnis von $h/p = 0,5$ auf. Wird das Verhältnis größer, reduziert sich das Streulicht trotz der Verwendung von zusätzlichen Blenden kaum noch. (b) Bei Blenden mit nicht zu vernachlässigender Dicke können Lichtreflexionen auftreten. Um solche Reflexionen zu verringern, wurden die verwendeten Blenden aus Folie ausgestanzt.

der Probe, um das oben gezeigte Problem mit Rückstreuung aus dem Strahlfang zu beseitigen, zum Einsatz. Die Proben selbst wurden auch hinsichtlich der Erzeugung von Streulicht überprüft, zeigten aber keine Auffälligkeiten.

- **Zeitlicher Verlauf der Erwärmungskurven**

Weiterhin kann der Einfluss von Streulicht zeitlich sichtbar gemacht werden. Trifft Streulicht einen aufgebrachtten Temperatursensor, erwärmt sich dieser sofort. Wärme, welche durch Absorption in der Probe entsteht, muss sich erst bis zum Temperatursensor ausbreiten. Die Zeit, welche ein Wärmepuls braucht, um den Sensor zu erreichen, hängt von der Entfernung und der Wärmeleitfähigkeit ab. Silizium bietet eine hohe Wärmeleitfähigkeit, was allerdings für eine zeitaufgelöste Unterscheidung große Anforderungen an die Messtechnik stellt. Bei Fused Silica Proben ist dies anders. Fused Silica bietet für 1550 nm Licht eine geringe Absorption und besitzt eine geringere Wärmeleitfähigkeit als Silizium. Durch die geringe Wärmeleitfähigkeit, benötigt ein Heizpuls vom Ort des Wärmeeintrages eine einfach zugängliche Zeit bis zum Erreichen des Temperatursensors auf der Probe. Zeigt sich ein Temperaturanstieg, bevor der Wärmepuls den Temperatursensor erreicht hat, ist dies durch Streulicht zu erklären. Trifft dies den Temperatursensor direkt,

erwärmt sich dieser instantan, wie in [Abbildung 4.15](#) zu sehen ist. Damit bietet

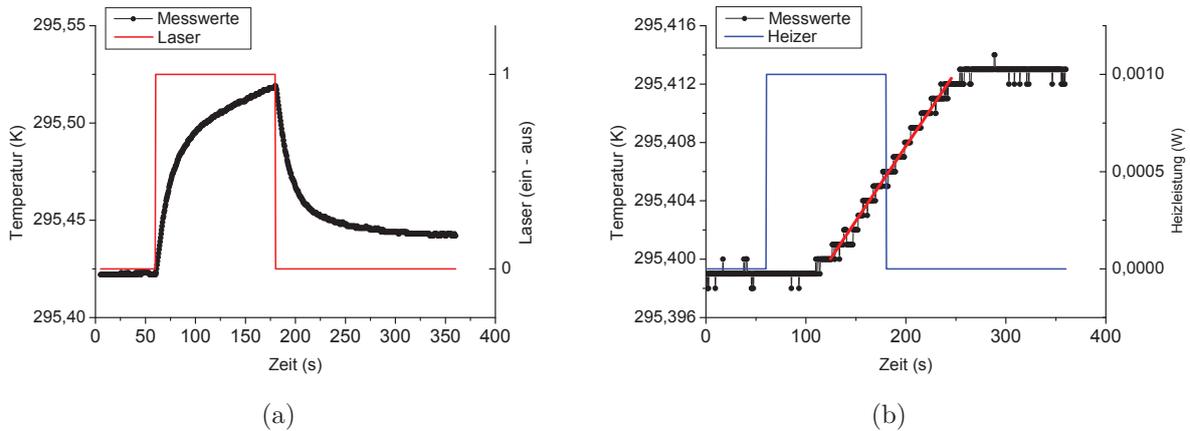


Abbildung 4.15 – Beispiel für Streulicht in der zeitlichen Auflösung der Messung. Im linken Diagramm (a) sieht man ein sofortiges Ansteigen der Temperatur mit dem Einschalten des Lasers. Rechts (b) zu sehen ist eine Heizkurve der gleichen Probe mit einem elektrischen Heizer anstelle des Laserstrahls. Aufgrund der geringen Wärmeleitfähigkeit von Fused Silica benötigt der Heizpuls sichtbare Zeit, um am Temperatursensor registriert zu werden. Der Temperaturanstieg ist durch eine rote Gerade gekennzeichnet. Links ergibt sich durch Streulicht, welches direkt den Sensor trifft und erwärmt, ein sofortiger Temperaturanstieg.

sich durch Fused Silica als Testmaterial eine Möglichkeit, Streulicht im Aufbau zu charakterisieren und den Aufbau entsprechend zu optimieren. Der Unterschied im zeitlichen Verhalten ist in einer Beispielrechnung mittels COMSOL in [Abbildung 4.16](#) verdeutlicht.

In [Abbildung 4.17](#) ist das Ergebnis der Streulichtreduzierung zu sehen. Eine Probe aus BK7-Glas mit Antireflexbeschichtung für 1550 nm zeigt den gleichen Zeitversatz für einen Heizpuls mittels Laser und einem elektrisch erzeugten Heizpuls für die Kalibrierung.

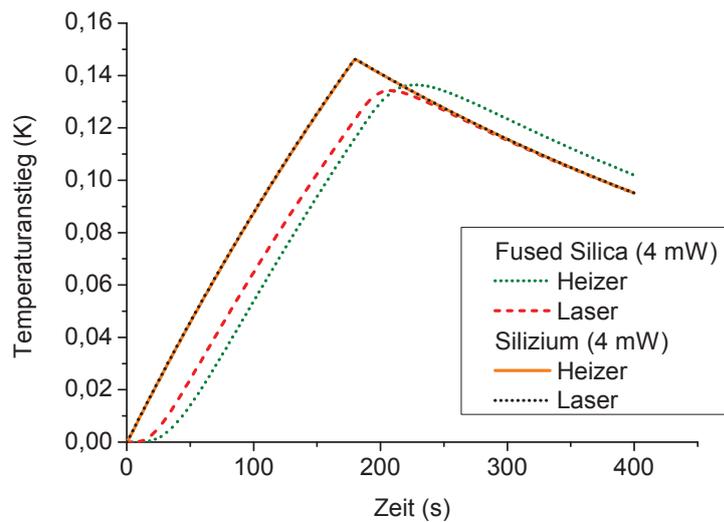


Abbildung 4.16 – Vergleich des Temperaturanstieges durch elektrisches Heizen und der Absorptionsmessung mittels Laserstrahl. Gerechnet mit COMSOL für Silizium und Fused Silica. Durch die hohe Wärmeleitfähigkeit in Silizium liegen die Heizer- und Laserkurven direkt aufeinander.

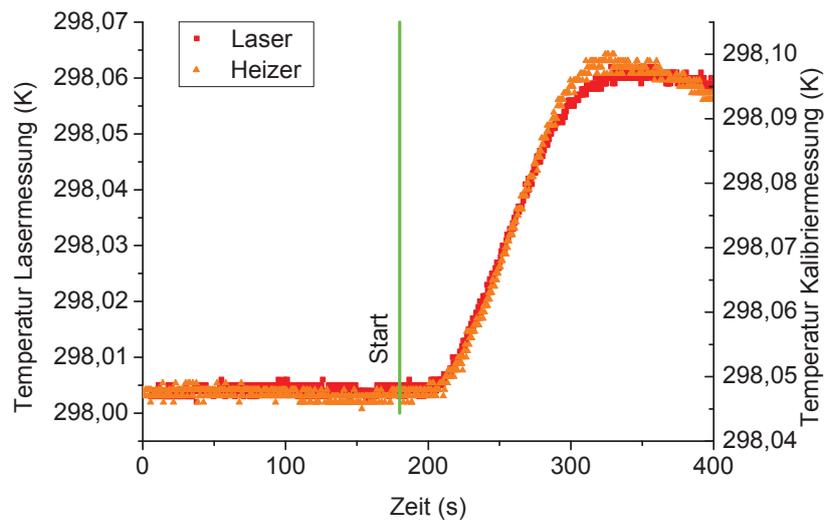


Abbildung 4.17 – Messkurven der Absorptionsmessung mittels Laserstrahl und der Kalibrierkurve mittels elektrischem Heizer. Deutlich ist ein Zeitversatz von ca. 20 s zwischen dem Start der Messung bzw. dem Öffnen des Shutters des Lasers und dem Beginn des Temperaturanstieges zu sehen. Bei einer Laserleistung von 2 W und einer bestimmten Absorption von 3500 ppm lässt sich hier zeigen, dass das Streulicht durch die vorher ergriffenen Maßnahmen unterdrückt werden konnte.

Tabelle 4.3 – Ergebnis der Messungen zur Reproduzierbarkeit an einer Fused Silica Probe. Es wurden zwei Messrunden mit unterschiedlicher Leistung des Heizers durchgeführt.

Anzahl Messungen	Laserleistung	Leistung Heizer	Absorption
25	2,3 W	1 mW	(386 ± 42) ppm
30	2,3 W	2 mW	(391 ± 19) ppm

4.4.4 Charakterisierung des Messaufbaus mit Fused Silica Proben

Zur Reduzierung des Streulichtes und Charakterisierung des Messaufbaus wurden weitere Messungen mit Fused Silica durchgeführt. Dies Material ermöglicht, wie schon im [Unterabschnitt 4.4.3](#) erwähnt, durch die schlechtere Wärmeleitfähigkeit im Vergleich zu Silizium den Versuchsaufbau im Bezug auf Streulicht zu optimieren. Des weiteren bietet Fused Silica mit einer sehr geringen Absorption im Infrarotbereich auch die Möglichkeit, den Aufbau im Bezug auf untere Grenzen, was die Möglichkeit der Messung kleiner Absorptionen angeht, zu untersuchen.

Die ersten Messungen zeigten eine deutlich größere Absorption als erwartet. Hierbei handelte es sich um UVFS (Fused Silica mit optimierter Transmission bis in den UV Bereich), welches noch eine deutliche Absorption bei 1550 nm zeigt. Die optimierte Transmission im UV-Bereich wird durch OH-Gruppen im Material realisiert, was aber die Absorption im IR-Bereich erhöht [91]. Die UVFS Proben wurden, um die Reproduzierbarkeit der Messungen zu testen, mehrmals vermessen. Die verwendete Probe hatte einen Durchmesser von einem Zoll und eine Dicke von 0,5 cm und war mit einer Antireflexschicht versehen. Die Probe wurde zur Kalibrierung mit einem elektrischen Heizer erwärmt. In [Abbildung 4.18](#) sind beispielhaft eine Messkurve bei Erwärmung durch den Laser und eine bei Erwärmung durch den Heizer gezeigt. Zu beachten ist, dass die Probe dabei nicht zu stark erwärmt wird, da sich hiermit die Wärmekapazität ändert. Eine zu kleine Erwärmung erhöht allerdings den Fehler dadurch, dass kleinere Temperaturdifferenzen schwieriger zu messen sind. Dies wird in den angegebenen Fehlerintervallen für eine elektrische Heizleistung von 1 mW und 2 mW deutlich, siehe [Tabelle 4.3](#).

Messungen an UVFS bei unterschiedlicher Probengeometrie ergaben für eine 1"x0,5 cm

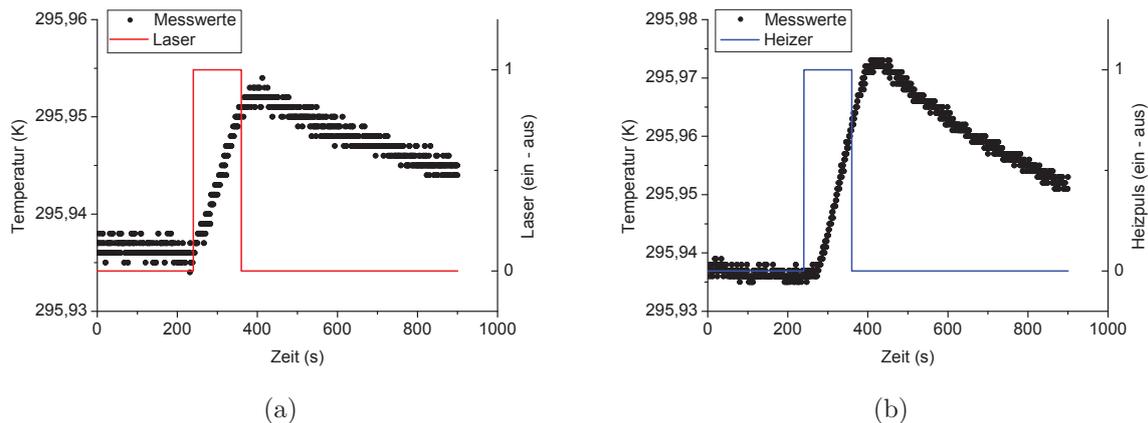


Abbildung 4.18 – Gemessener Temperaturanstieg durch Absorption eines Laserstrahls (a) und (b) Temperaturanstieg durch einen elektrischen Heizer. Die Erwärmung der Probe mit einer bekannten elektrischen Leistung dient als Kalibrierkurve.

große Probe Absorptionswerte von $220 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ und für eine $2 \times 1 \text{ cm}$ große Probe $257 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$. Berücksichtigt man die typische Streuung der Messwerte von mindestens 10% und, dass beide Proben zwar beim gleichen Hersteller bestellt wurden, jedoch nicht zwangsweise aus der gleichen Charge der Produktion stammen, so zeigt die Messung für die unterschiedlichen Geometrien der Proben in diesem Fall eine Übereinstimmung für die Absorption.

Suprasil als reines Fused Silica des Herstellers Heraeus wurde in Glasfasern im Bezug auf seine Absorption bei $1,06 \mu\text{m}$ untersucht und dabei Werte im einstelligen ppm Bereich gefunden (Suprasil 1 ca. $10 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ und Suprasil W1 ca. $2-10 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ bei $1,06 \mu\text{m}$ [92]).

Eigene Messungen an einer Suprasil $1 \times 2 \text{ mm}$ Probe zeigten eine Absorption von 40 ppm^2 . Verzichtet man auf das Aufkleben des Sensors und verhindert so eine Kontaminierung der Probe mit Kleber, bleibt nach einer erneuten Reinigung eine Absorption von $(15 \pm 8) \text{ ppm}$. Dabei wurde darauf geachtet, dass die mit einem elektrischen Heizer erstellten Kalibrierkurven für den auf die Probe geklemmten Sensor durchgeführt wurden. Hiermit wird die Möglichkeit einer schlechteren Ankopplung des Sensors an die Probe berücksichtigt. Die kleinere Brechzahl von Fused Silica ergibt einen deutlich kleineren Brewsterwinkel, als dies bei Silizium der Fall ist. Dies erleichtert die Ausrichtung der Probe.

²Gemessen bei einer Wellenlänge von 1550 nm .

4.4.5 Experimenteller Aufbau

Der schematische experimentelle Aufbau für die optischen Absorptionsmessungen ist in Abbildung 4.19 gezeigt. Bilder vom Aufbau für unterschiedliche Proben sind in Abbildung 4.20 zu sehen.

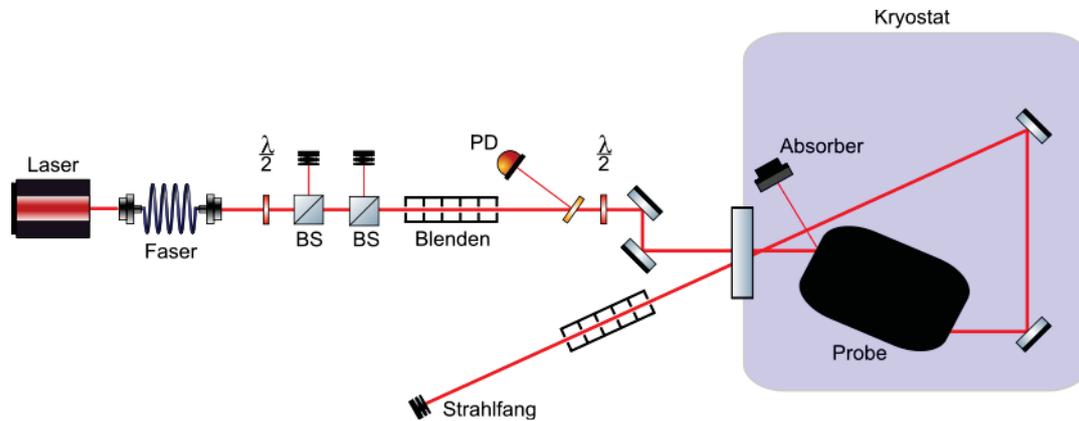


Abbildung 4.19 – Schematischer Aufbau der optischen Absorptionsmessung. Die Erklärung der Komponenten befindet sich im Text.

Als Lichtquelle kam ein Lasersystem von NKT Photonics [93], bestehend aus Seed Laser und Verstärker, zum Einsatz. Die Ausgangsleistung des Lasers von 5 W kann mittels einer Kombination aus polarisierendem Strahlteiler und steuerbar rotierender $\lambda/2$ -Platte variiert werden. Eine Veränderung der Laserleistung durch Änderung der Leistung des Laserverstärkers bedingt eine Wartezeit im Stundenbereich, bis der Laser sich thermalisiert hat und eine stabile Ausgangsleistung liefert. Um möglichst parallel polarisiertes Licht zu erhalten, wurde ein weiterer polarisierender Strahlteiler hinter dem der Leistungsregelung eingesetzt. Hinter den Strahlteilerwürfeln ist auf einer Detektorkarte für Infrarotlicht deutlich Streulicht um den eigentlichen Strahl zu erkennen. Um dieses zu eliminieren, folgt im Aufbau eine Reihe von Lochblenden mit einem optimalen Lochdurchmesser-Abstands-Verhältnis, siehe Unterabschnitt 4.4.3.

Ein Strahlteiler entnimmt einen kleinen Bruchteil der Leistung, um Schwankungen der Laserleistung zu detektieren und herauszurechnen. Eine weitere Lambda-Halbe Platte in einer fein justierbaren Halterung ermöglicht ein genaues Anpassen der Polarisation für den Brewsterwinkel. Alle Komponenten nach dem Satz Lochblenden, wie das Spie-

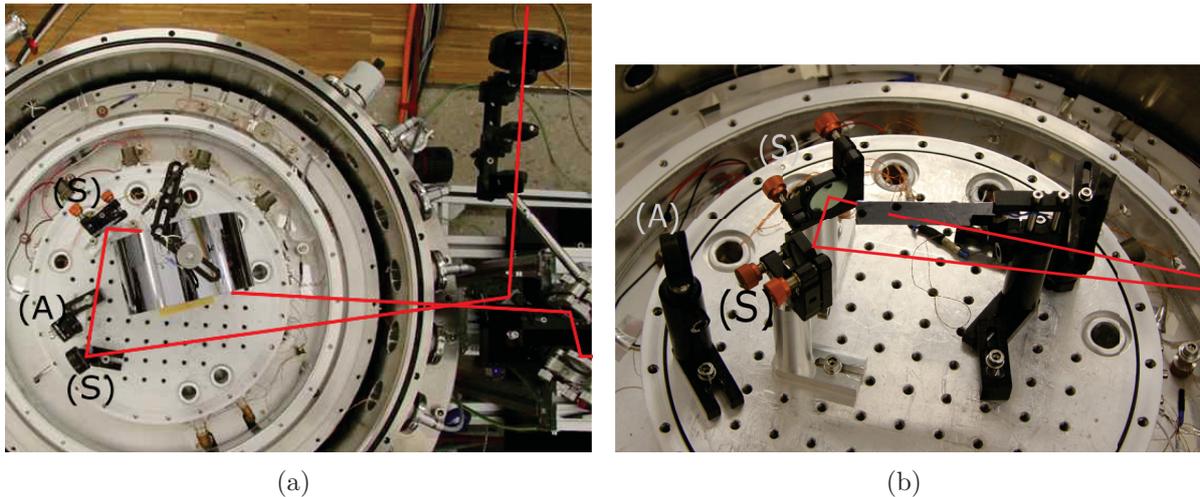


Abbildung 4.20 – Bilder des geöffneten Badkryostaten. Um den Kryostaten zu schließen benötigt es von innen nach außen einen Deckel für die Experimentierplattform, dann ein Strahlungsschild auf Heliumtemperatur verbunden mit dem Heliumtank, ein Strahlungsschild verbunden mit dem Stickstofftank und abschließend einen Deckel für das Isolationsvakuum. Die Fenster in den Deckeln wurden für die Messungen durch 1550 nm antireflexbeschichtete getauscht. Die Fenster in den Schilden wurden entfernt und die Öffnung als Strahlungsschutz bis auf kleine Durchführungen für die Laserstrahlen mit Folie verschlossen. (a) Bulk-Probe und (b) Wafer als Probe. Der Strahlengang ist als roter Strich eingezeichnet. Zu erkennen neben den jeweiligen Proben sind die für die Strahlführung benötigten Spiegel (S) und eine Absorberschicht (A), um einen restlichen Reflex durch Fehlanpassung der Polarisation für den Brewsterwinkel aufzufangen.

gelpaar, das eingesetzt wird um den Strahl auf die Probe zu justieren, wurden darauf überprüft, dass sie kein störendes Streulicht erzeugen. Zu beachten für Absorptionsmessungen im ppm Bereich ist, dass auch ein Strahlfang hinter der Probe Licht in Probenrichtung streut, welches die Messung verfälschen kann. Um dies zu unterdrücken, befindet sich ein weiterer Satz Lochblenden im Strahlengang hinter der Probe.

Alle Kryostatenfenster im Strahlengang besitzen eine Antireflexbeschichtung für 1550 nm. Ein restlicher Lichtreflex durch senkrecht polarisiertes Licht, welches im Brewsterwinkel von der Probe nicht komplett transmittiert wird, trifft auf einen Absorber innerhalb des Kryostaten. Da durch möglichst reine Polarisation des Lasers und Justage des Brewsterwinkels versucht wird, diesen Reflex klein zu halten, bleibt er im Bereich von maximal einem mW. Dies ermöglicht, ihn innerhalb des Kryostaten mit einer im Infrarotbereich stark absorbierenden Schicht abzufangen, ohne die Kryostatentemperatur zu erhöhen.

Der von der Probe transmittierte Strahl, welcher zum Teil mehrere Watt Leistung führt, muss durch die Fenster wieder aus dem Kryostaten gelenkt werden, da eine Absorption innerhalb des Kryostaten die Kühlleistung des Kryostaten verringert oder übersteigt. Somit würde eine Messung bei kleinen Temperaturen verhindert werden.

Alle Temperaturmessungen wurden in 4-Punkt-Geometrie durchgeführt. Verwendete elektrische Heizer zur Kalibrierung wurden ebenfalls in 4-Punkt-Geometrie angeschlossen. Für die Temperaturmessung bei tiefen Temperaturen wurden Cernox Sensoren verwendet. Diese bieten einen kleineren Eintrag an elektrischer Leistung.

Um einen Einfluss von Zwei-Photonen-Absorption auf das Messergebnis ausschließen zu können, ist es nötig, die Intensität des Lasers in der Probe gering zu halten. Um die Intensität zu bestimmen, muss der Laserstrahldurchmesser bekannt sein. Zur Bestimmung des Laserstrahldurchmessers am Ort der Probe wurde eine Rasierklinge mit einem Lineartisch durch den Strahl gefahren. Ein Sensor nimmt die Laserleitung auf, während die Klinge den Strahl immer mehr blockiert. Die gemessene Laserleistung über der Klappenposition ist beispielhaft in [Abbildung 4.21](#) gezeigt. Aus den Messdaten lässt sich mittels Error-Funktion der Durchmesser eines Gauß-Strahls berechnen.

Wie in [Unterabschnitt 4.1.4](#) gezeigt, hängt die Zwei-Photonen-Absorption quadratisch von der Intensität ab. Es wurde darauf geachtet, den Strahl nicht zu stark zu fokussieren, um einen Beitrag der Zwei-Photonen-Absorption gering zu halten. Bei einer Leistung von einem Watt und einem Strahldurchmesser am Ort der Probe im Bereich von 0,5 cm liegt der Anteil der Zwei-Photonen-Absorption deutlich unter einem ppm. Erst eine Steigerung auf 130 W würde bei diesem Strahldurchmesser und einem β_{TPA} von $1,5 \frac{cm}{GW}$ zu einer Absorption von einem ppm führen. Somit kann für die kalorimetrischen Messungen dieser Arbeit die Zwei-Photonen-Absorption vernachlässigt werden.

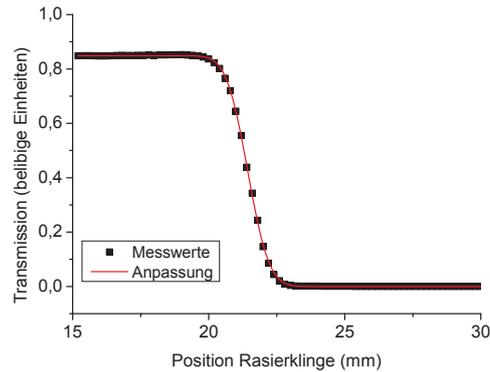


Abbildung 4.21 – Bestimmung des Laserstrahldurchmessers mittels Durchfahren einer Rasierklinge.

4.4.6 Auswertung der Daten

Bei einer kalorimetrischen Absorptionsmessung hängt die Änderung der Proben­temperatur ΔT in der Zeit Δt von der eingetragenen Leistung P , der Proben­masse m und deren Wärmekapazität C_p ab:

$$\Delta T = \frac{\alpha P \Delta t}{m C_p}. \quad (4.36)$$

Hierbei wird die Leistung durch die Absorption von Licht in die Probe eingetragen, in dieser Arbeit typischerweise durch einen Laserstrahl.

Eine isolierte Probe ohne Kontakt zur Außenwelt, also ohne Probenhalter, Restgas und weitere Einflüsse, ist im Labor nicht zu realisieren. Deswegen reicht [Gleichung \(4.36\)](#) oft nicht aus, um die Messdaten auszuwerten. Die Berücksichtigung der parasitären Wärmeabflüsse kann auf verschiedene Weise erfolgen.

Eine Möglichkeit ist die Verwendung eines Widerstandes als elektrischen Heizer. Neben der Erwärmung mittels Laserstrahl wird die Probe in einer zweiten Messung mit Hilfe eines aufgebracht­en elektrischen Heizers erwärmt. Dies wird genutzt, um bei bekannter zugeführter elektrischer Leistung P_H und Messung der Erwärmung der Probe die Wärmekapazität zu bestimmen, inklusive aller parasitären Wärmeabflüsse durch Halterungen, Aufhängungen, Strahlung oder Restgas. Wird die Probe aus ihrer Gleichgewichtstemperatur einmal mittels Laser und einmal elektrisch erwärmt, kann durch einen Vergleich

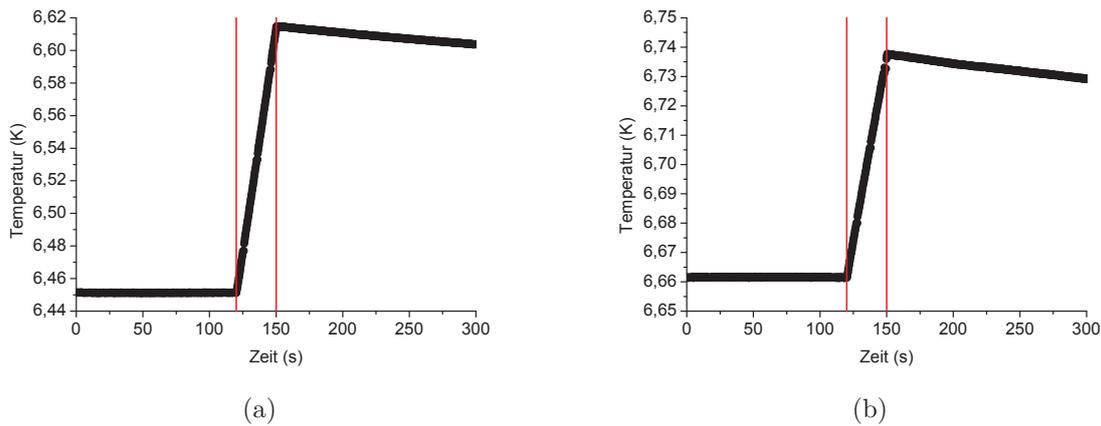


Abbildung 4.22 – Gemessener Temperaturanstieg durch Absorption eines Laserstrahls auf der linken Seite und rechts Temperaturanstieg durch einen elektrischen Heizer. Mit einer Laserleistung von 201 mW und einer elektrischen Leistung von 0,73 mW. Die Erwärmung der Probe mit einer bekannten elektrischen Leistung dient als Kalibrierkurve.

die absorbierte Laserleistung P_L bestimmt werden:

$$P_L = \frac{\Delta T_L}{\Delta T_H} \frac{\Delta t_H}{\Delta t_L} P_H, \quad (4.37)$$

hier stehen die Indizes L für die Größen während der Lasermessung und H während des elektrischen Heizens. Beispielkurven für die Heizung mittels Laser und die elektrische Heizung zur Kalibrierung sind in [Abbildung 4.22](#) zu sehen. Normierte Kurven sind in [Abbildung 4.23](#) gezeigt. Hier ist das gleiche zeitliche Verhalten im Temperaturanstieg für Silizium deutlich zu erkennen. Zu beachten ist, dass die Erwärmung der Probe durch Laser und Heizer nicht zu stark voneinander abweicht, da sonst nicht mehr von einer konstanten Wärmekapazität ausgegangen werden kann. Ist die Erwärmung zu klein, so wird die Temperaturmessung ungenau. Um diese beiden Effekte zu vermeiden, müssen die Laserleistung und die Bestrahlungszeit angepasst werden.

Ein Beispiel für den Einfluss der Wärmekapazität ist in [Abbildung 4.24](#) gezeigt. Hierfür wurde eine Silizium-Probe mit verschiedenen Laserleistungen bei konstanter Bestrahlungsdauer und für verschiedene Bestrahlungszeiten bei gleicher Laserleistung erwärmt. Sowohl für größere Leistungen, als auch für längere Zeiten erwärmt sich die Probe so, dass

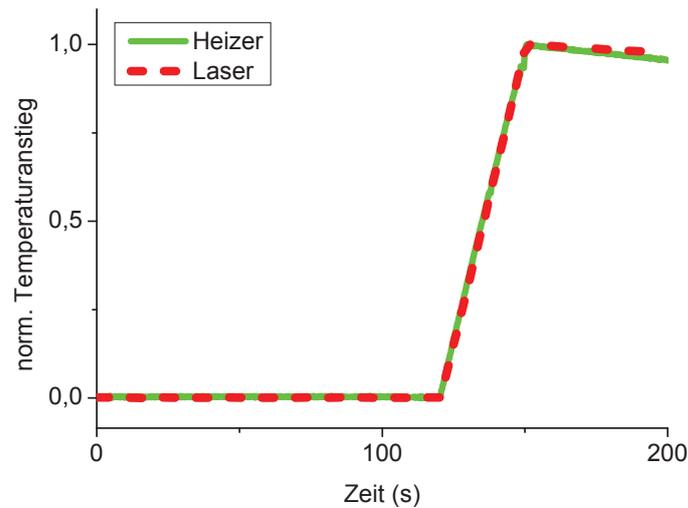


Abbildung 4.23 – Vergleich des Temperaturanstieges durch elektrisches Heizen und der Absorptionsmessung mittels Laserstrahl.

kein linearer Anstieg mehr vorliegt. Beachtet man die Änderung der Wärmekapazität, so lässt sich dies korrigieren und die Zusammenhänge sind linear wie in [Gleichung \(4.36\)](#). Das lineare Verhalten bei steigender Laserleistung dient außerdem als Nachweis dafür, dass die Zwei-Photonen Absorption zu vernachlässigen ist. Zusätzlich führt eine starke Erwärmung der Probe zu großen Temperaturdifferenzen mit der Umgebung und verstärkt dadurch Wärmeabflüsse.

Mit der ermittelten absorbierten Laserleistung lässt sich daraus bei bekannter Eingangsleistung P_0 der Absorptionskoeffizient α bestimmen:

$$P_L = P_0 e^{-\alpha L}, \quad (4.38)$$

wobei L die durchstrahlte Probenlänge ist.

Des weiteren ist eine Bestimmung von α aus dem Zeitverlauf der Temperaturkurve ebenfalls möglich. [Gleichung \(4.36\)](#) wird hierfür noch um einen Parameter γ erweitert, welcher Wärmeabströme beschreibt. ϑ beschreibt die Abweichung der Proben temperatur

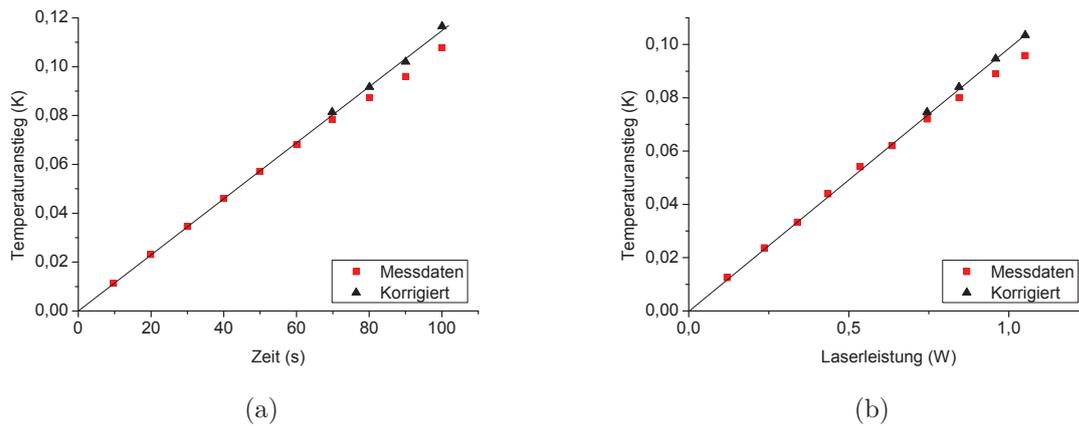


Abbildung 4.24 – (a) Gemessener Temperaturanstieg für verschiedene Messzeiten bei konstanter Laserleistung. Zu längeren Zeiten weicht die Messung von einem linearen Verhalten ab. Berücksichtigt man die temperaturabhängige Wärmekapazität $C_p(T)$, so lässt sich für alle gezeigten Messzeiten ein lineares Verhalten erkennen. (b) Im Vergleich zu (a) wurde die Zeit konstant gehalten und die Laserleistung variiert. Auch hier ist unter Berücksichtigung der temperaturabhängigen Wärmekapazität ein lineares Verhalten zu erkennen. Hiermit ist ein Einfluss von nichtlinearen Effekten wie die Zwei-Photonen-Absorption ausgeschlossen.

vom thermischen Gleichgewicht, $\dot{\vartheta}$ die zeitliche Änderung:

$$\dot{\vartheta} = \frac{\alpha P}{mC_p} - \gamma\vartheta. \quad (4.39)$$

Die folgenden Gleichungen beschreiben das zeitliche Verhalten in den einzelnen Abschnitten der Messung:

$$\vartheta = \begin{cases} 0, & t \leq t_1 \\ \frac{\alpha P}{\gamma m C_p} \{1 - \exp[-\gamma(t - t_1)]\}, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \frac{\alpha P}{\gamma m C_p} \{\exp[-\gamma(t - t_2)] - \exp[-\gamma(t - t_1)]\}, & t \geq t_2 \end{cases} \quad (4.40)$$

wobei sich die Proben temperatur bis zum Startzeitpunkt t_1 nicht ändert. Der Temperaturanstieg während der Beleuchtungszeit erfolgt von t_1 bis t_2 . Danach folgt das Abkühlen in den Gleichgewichtszustand.

Der Verlustkoeffizient γ kann aus Anpassungen der Temperaturabklingkurve erhalten werden. Bei der Pulsmethode nach Willamowski [94] wird die Abklingkurve bis zur Mitte der Beleuchtungszeit $t_p = t_2 - t_1$ extrapoliert. Die extrapolierte Probentemperatur ϑ_{extra} entspricht nun dem Temperaturanstieg ohne Verluste, der durch einen Puls mit der Energie $E_{Puls} = P \cdot t_p$ hervorgerufen würde.

$$\begin{aligned} \vartheta_{extra} &= \vartheta(t_1 + t_p/2) = \vartheta(t_1) e^{-\gamma(t_1 - t_p/2 - t_1)}, \\ &= \frac{\alpha P}{\gamma m C_p} (1 - e^{-\gamma(t_2 - t_1)}) e^{-\gamma \frac{t_p}{2}}, \\ &= \frac{\alpha P}{\gamma m C_p} (1 - e^{-\gamma t_p}) e^{-\gamma \frac{t_p}{2}}. \end{aligned} \quad (4.41)$$

In [Abbildung 4.25](#) ist die Auswertung beispielhaft an einer Messkurve gezeigt. Damit ergibt sich der Absorptionskoeffizient α zu:

$$\alpha = \frac{\gamma m C_p \vartheta_{extra}}{P (1 - e^{-\gamma t_p}) e^{-\gamma \frac{t_p}{2}}}. \quad (4.42)$$

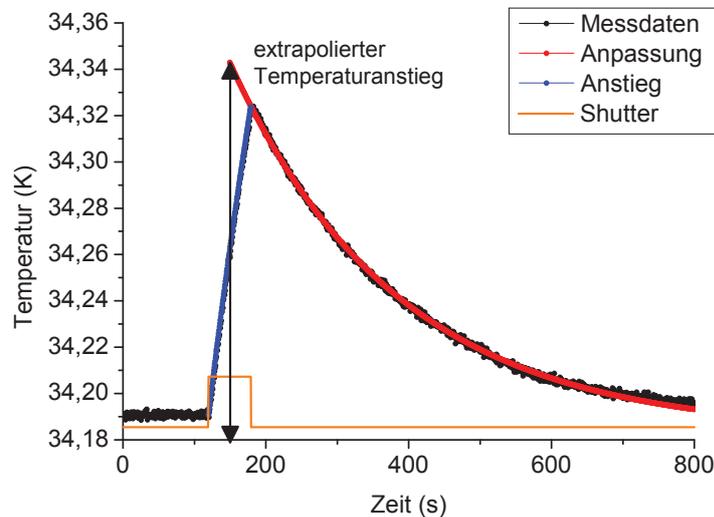


Abbildung 4.25 – Messkurve und Anpassung zur Auswertung einer Absorptionsmessung nach der Pulsmethode.

4.5 Elektrische Absorptionsmessung

Die elektrische Absorptionsmessung mittels einer Photodiode wurde wellenlängen- und temperaturabhängig durchgeführt. Als Probe diente eine BPX61 Diode von Osram [95].

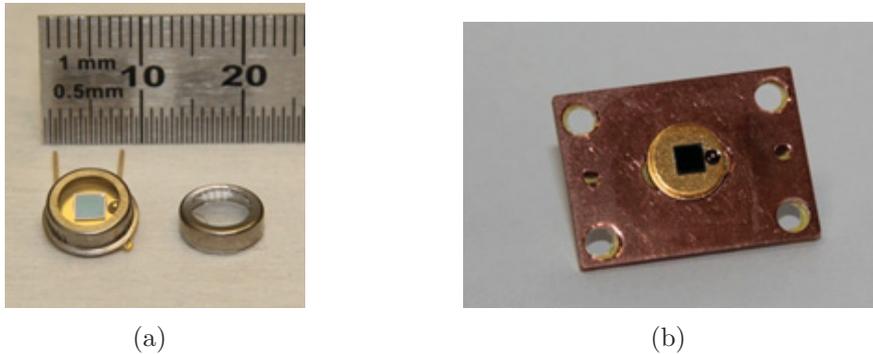


Abbildung 4.26 – (a) Photodiode und entferntes Gehäuse mit Fenster, (b) die Photodiode, eingebaut im Kupfer Probenhalter für den Einsatz im Kryostat.

Der Siliziumchip der Diode wird im Originalzustand durch ein Glasfenster geschützt. Dieses Fenster wurde, um Einflüsse auf die Messung zu verhindern, zusammen mit dem Metallgehäuse mit Hilfe einer Trennscheibe entfernt, siehe [Abbildung 4.26](#). Der Chip selbst hat eine Fläche von $2,65 \text{ mm} \times 2,65 \text{ mm}$. Für die Messungen wurde die freigelegte Diode auf einem für den Kryostat passend angefertigten Kupferhalter montiert. Auf diesen Halter wurden ein Temperatursensor und ein elektrischer Heizer zum Regeln der Proben temperatur aufgebracht. Für das Kühlen der Probe bis zu Flüssig-Helium Temperaturen kam der gleiche Durchflusskryostat wie für die Messung des thermooptischen Parameters zum Einsatz. Als Monochromator dient ein Gitterspektrometer nach Czerny-Turner, mit einer 250 W Halogenlampe als Lichtquelle. Am Ausgang des Monochromators ist der Einsatz von optischen Langpassfiltern nötig, um das Licht höherer Beugungsordnungen zu unterdrücken, da dies aufgrund seiner größeren Energie die Messung deutlich verfälschen würde. Durch den Einsatz eines Lock-in-Verstärkers kann die Empfindlichkeit der Messung gesteigert werden. Es wurden Nullmessungen ohne die Probe durchgeführt. Eine Ge-Photodiode mit bekannter Empfindlichkeit diente zur Kalibrierung.

Vor dem Beginn der temperaturabhängigen Messungen wurde eine bei Umgebungstemperatur durchgeführte Messung mit Daten von Green und Keevers [96] verglichen. Der in [Abbildung 4.27](#) gezeigte Vergleich wurde zur Kontrolle des Kurvenverlaufs genutzt, wie auch zur absoluten Festlegung des Absorptionslevels. Die Kurven zeigen im Verlauf eine gute Übereinstimmung. Im oberen Wellenlängenbereich ist die Messung dann aber trotz der Bemühungen, Streulicht zu minimieren, weiterhin durch dieses begrenzt. Streulicht kleinerer Wellenlängen stellt für diese Messung eine große Herausforderung dar, da die Diode hierauf sehr empfindlich reagiert, wohingegen die Diode für den Infrarotbereich keine große Empfindlichkeit aufweist.

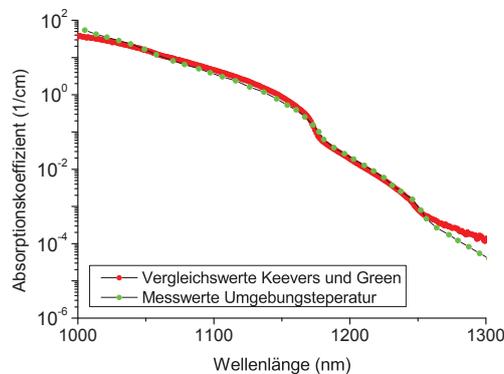


Abbildung 4.27 – Vergleich der eigenen Messdaten bei Umgebungstemperatur mit Werten von Green und Keevers [97]. Das Auseinanderlaufen der Kurven im oberen Wellenlängenbereich ist durch Streulicht bedingt.

4.6 Verhalten der optischen Absorption von Silizium bei Raumtemperatur

4.6.1 Einfluss der Dotierung auf die Absorption

Bei Raumtemperatur wird die optische Absorption in Silizium durch freie Ladungsträger (f_c) Absorption maßgeblich bestimmt. In [Abbildung 4.28](#) ist der Einfluss der Dotierkonzentration auf die Absorption verdeutlicht. Die Messpunkte zeigen abhängig von der Dotierkonzentration ein lineares Verhalten wie nach [Gleichung \(4.4\)](#) angenommen.

Hieraus wird deutlich, dass für die Forderung nach kleinen Absorptionen bei Umgebungstemperatur nur reine Proben verwendet werden können.

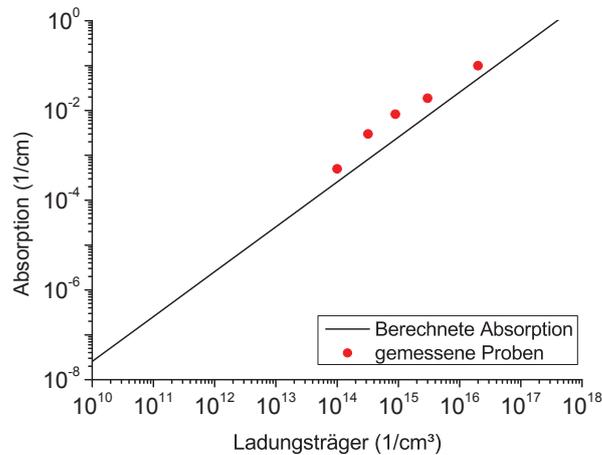


Abbildung 4.28 – Abhängigkeit der freien Ladungsträgerabsorption von der Stärke der Dotierung bei Raumtemperatur. Die berechnete Kurve beschreibt den linearen Trend, zeigt aber keine absolute Übereinstimmung mit den Messwerten. Dies Verhalten wurde schon in [Unterabschnitt 4.1.2](#) erwähnt. Durch das lineare Verhalten der Absorption mit der Dotierstärke können kleine Absorptionen bei Umgebungstemperatur demnach nur durch reine Proben erreicht werden.

4.6.2 Wellenlänge

Neben der Dotierung beeinflusst auch die Wellenlänge die Absorption maßgeblich. Für die Messung der wellenlängenabhängigen Absorption wurden mehrere Bulk-Proben mit 10 cm Durchstrahllänge in Transmission vermessen. Dafür wurde ein Spektrometer genutzt, um als Monochromator das Licht einer Halogenlampe spektral zu zerlegen. Durch ein Drehen des Gitters im Spektrometer konnte somit die Wellenlänge für die Untersuchung variiert werden. [Abbildung 4.29](#) zeigt den schematischen Aufbau für die Messung. Vor der Messung wird ohne Probe ein Spektrum der Lichtquelle aufgenommen, welches dann als Kalibrierkurve dient. Der Einsatz eines Lock-in-Verstärkers steigert die Empfindlichkeit und ermöglicht somit eine Messung weiter in den Infrarotbereich, in welchem die Lichtquelle zunehmend weniger Leistung bereitstellt. Das quadratische Ansteigen der Absorption nach [Gleichung \(4.4\)](#) zu größeren Wellenlängen ist in [Abbildung 4.30](#)

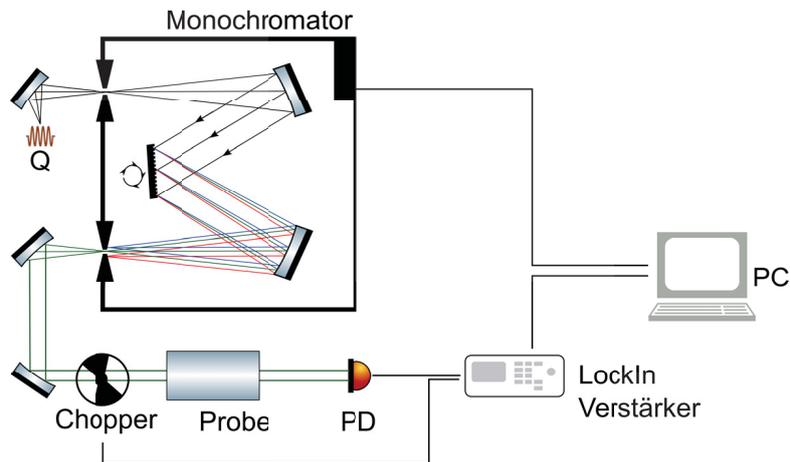


Abbildung 4.29 – Schematischer Aufbau für die wellenlängenabhängige Transmissionsmessung an Silizium Bulk-Proben. Das Spektrometer dient als Monochromator. Vor der Probe befindet sich ein mechanischer Chopper, um die Empfindlichkeit der Messung durch den Einsatz eines Lock-in-Verstärkers zu verbessern. Die transmittierte Leistung wird mittels einer Photodiode nach der Probe gemessen.

zu sehen. Die Messdaten lassen sich mit einer Kombination aus freier Ladungsträger Absorption und Interbandabsorption beschreiben. Die Messdaten wurden normiert, so dass im Bereich keiner Transmission die Absorption 100% entspricht und gleich eins gesetzt wurde. Die Interbandabsorptionswerte stammen aus einer elektrischen Absorptionsmessung nach Abschnitt 4.5, die f_c Absorption ist gerechnet und zeigt eine gute Übereinstimmung für das quadratische Zunehmen der Absorption mit der Wellenlänge. Somit kommen für eine gewünschte kleine Absorption in Silizium nur Wellenlängen in Betracht, welche zwar oberhalb der Bandlücke liegen, damit Silizium überhaupt erst transparent ist, aber auch nicht deutlich weiter in den Infrarotbereich gehen, da dann der Anteil der f_c -Absorption quadratisch ansteigt. Für den Einsatz in einem GW-Detektor muss dieses zwingend beachtet werden, mit der zusätzlichen Einschränkung, dass für die gewählte Wellenlänge leistungsfähige Laser verfügbar sind. Daraus resultiert die Wahl, Laser der Wellenlänge von 1550 nm für das zukünftige Einstein Telescope einzusetzen. Erbium dotierte Fasern emittieren bei 1550 nm. Es existiert ein Markt für diese Laser in der Telekommunikation, da sich diese Wellenlänge mit wenig Absorption in Fasern leiten lässt.

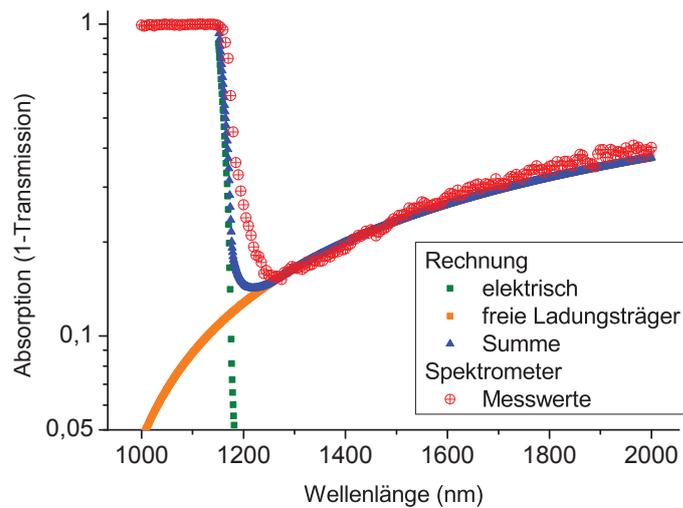


Abbildung 4.30 – Wellenlängenabhängige Transmissionsmessung einer Silizium Bulk-Probe bei Raumtemperatur. Bei Wellenlängen kleiner als die Energielücke ist die Absorption so groß, dass keine Transmission beobachtet werden kann. Für größere Wellenlängen wird die Probe zunächst transparenter, bis dann mit steigender Wellenlänge die f_c -Absorption zunimmt.

4.7 Intrinsisches Silizium - Oberflächenabsorption

Um den Einfluss der Absorption an den Oberflächen der Proben zu bestimmen, wurde eine Messung an einen hochreinen Silizium-Wafer durchgeführt. Laut Hersteller hat das intrinsische Silizium eine Restleitfähigkeit von 10-100 k Ω cm. Bei einer Probendicke von 525 μ m ist der Einfluss der Oberfläche hierbei deutlich größer als bei den Bulk-Proben, welche Durchstrahllängen von mehreren cm aufweisen, siehe [Tabelle 4.2](#).

Silizium in solch großer Reinheit, wie die hier vermessene Probe, wird in nächster Zeit nicht in der Größe für das geplante Einstein Telescope erhältlich sein. Dennoch ist es durch eine kleine Bulk-Absorption für die Bestimmung der Oberflächenabsorption die passende Wahl. Zusätzlich kann mit einer solchen hochreinen Probe das untere Limit des Messaufbaus getestet werden. Im Besonderen im Hinblick auf restliches Streulicht im Aufbau (siehe [Unterabschnitt 4.4.3](#)) und die Reinigung der Proben (siehe [Unterabschnitt 4.4.1](#)). Ohne den beschriebenen Reinigungsprozess, sondern nur durch Abspülen mit Lösungsmittel konnten keine Absorptionswerte unter 100 ppm erreicht werden.

Die Messungen wurden zuerst in einem Durchflusskryostaten an der Probe I1 durchgeführt. Im Mittel ergaben über 30 Wiederholungen der Messung eine Absorption von (12 ± 9) ppm an einem Silizium-Wafer. Das relativ große Fehlerintervall im Vergleich zum Messwert ist durch die Temperaturstabilität des Kryostaten bedingt.

Durch die Reinheit der Probe und die damit verbundene geringe Absorption ist auch der zu vermessende Temperaturanstieg klein und fällt in den Bereich der Temperaturstabilität des Aufbaus. Um dennoch ein oberes Limit zu erhalten, wurde die Probe über längere Zeiten beleuchtet. Die Temperaturdrift des Aufbaus für die Zeit vor und nach der Messung wurde ebenfalls für eine längere Zeitspanne aufgezeichnet, siehe dazu [Abbildung 4.31](#).

Die Messung wurde dann noch einmal in einem Badkryostat, welcher durch seine größere Masse und eine temperaturstabilisierte Experimentierplattform eine bessere Temperaturstabilität aufweist, mit einer neuen intrinsischen Probe I2 wiederholt. 16 Wiederholungen der Messungen ergaben eine Absorption von (25 ± 7) ppm. Laser und Heizkurven sind in [Abbildung 4.32](#) gezeigt.

Da alle im Folgenden gemessenen Proben eine Dotierung und deutlich größere Absorption im Bereich mehrere hundert ppm aufweisen, ist die Oberflächenabsorption für die folgenden Messungen dieser Arbeit zu vernachlässigen. Ebenso konnte mit dieser Messung die Befürchtung einer starken intrinsischen Oberflächenabsorption, wie in [98] angenommen, widerlegt werden.

Zur Kontrolle der gemessenen Temperaturanstiege wurden Modellierungen mit dem Programm COMSOL gerechnet. In [Abbildung 4.33](#) ist der Vergleich einer elektrisch geheizten Kalibrierkurve mit einer Rechnung gezeigt, beides für einen Silizium-Wafer mit den Maßen $525 \mu\text{m} \times 9 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$ bei Umgebungstemperatur. Das Sägezahn-Verhalten der Messdaten kommt dadurch zustande, dass an der Auflösungsgrenze des Temperaturcontrollers gemessen wird, was bei der Digitalisierung zu Stufen führt. Wird davon ein linearer Temperaturdrift abgezogen, so ergibt sich dieses Artefakt in den Daten.

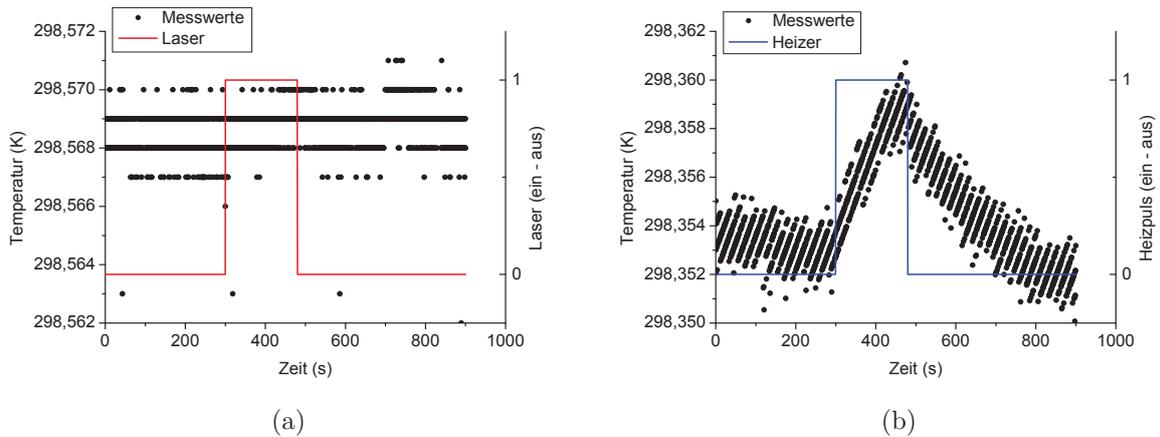


Abbildung 4.31 – Intrinsische Siliziumprobe I1 ($\leq 1 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3}$), gemessen im Durchflusskryostaten. (a) zeigt die Probentemperatur vor und während der Bestrahlung mit 2,3 W Laserlicht. (b) zeigt die Temperaturkurve während der elektrischen Heizung zur Kalibrierung. Die elektrische Leistung betrug hierbei 0,1 mW.

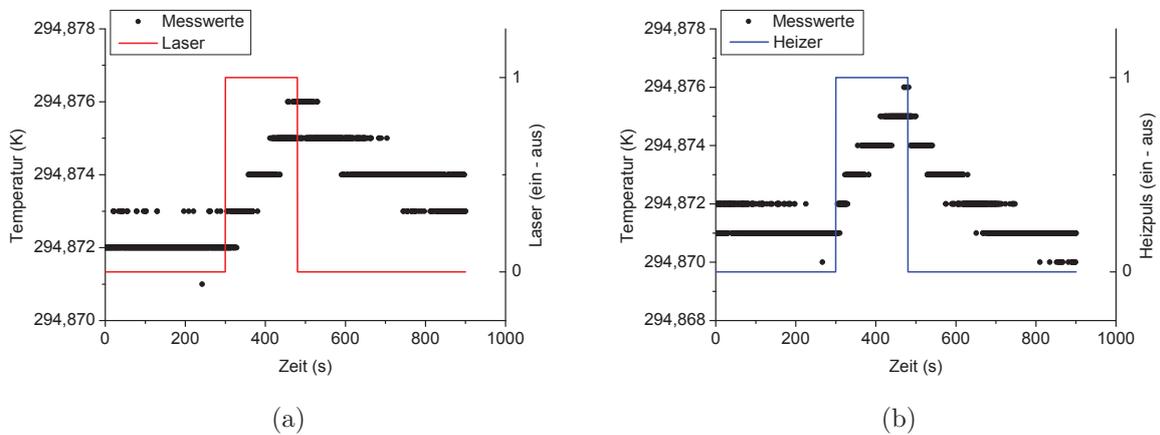
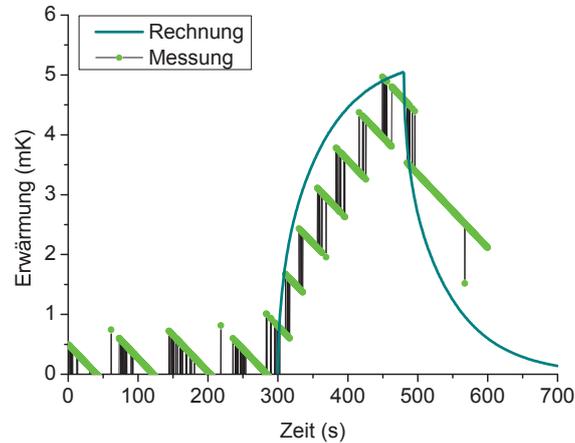


Abbildung 4.32 – Intrinsische Siliziumprobe I2 ($\leq 1 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3}$), gemessen im Badkryostaten. (a) zeigt die Probentemperatur vor und während der Bestrahlung mit 2,3 W Laserlicht. (b) zeigt die Temperaturkurve während der elektrischen Heizung zur Kalibrierung. Die elektrische Leistung betrug hierbei 0,1 mW.

Tabelle 4.4 – Ergebnis der Messungen des intrinsischen Siliziums bei tiefen Temperaturen.

Temperatur	Anzahl Messungen	Leistungsbereich Laser	Absorption
4,6 K	5	1-2 W	$(1 \pm 0,5)$ ppm
5 K	6	0,5-0,75 W	$(2,6 \pm 0,4)$ ppm

**Abbildung 4.33** – Vergleich einer Messkurve mit einer COMSOL Rechnung. $525 \mu\text{m} \times 9 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm}$ Silizium bei Umgebungstemperatur, Messung und Rechnung für je $0,1 \text{ mW}$ Heizleistung für gleiche Zeiten. Das Sägezahn-Verhalten der Messdaten ist im Text erklärt.

Während bei Raumtemperatur an der intrinsischen Silizium-Probe I1 in [Abbildung 4.31](#) ein Temperaturanstieg kaum zu erkennen ist, hilft das deutliche Absinken der Wärmekapazität von Silizium zu tiefen Temperaturen hin, die Empfindlichkeit signifikant zu steigern, siehe [Abbildung 4.34](#). Nach den wenigen mK Erwärmungen bei Umgebungstemperatur sind bei 5 K Erwärmungen im Bereich 100 mK problemlos möglich und somit leicht messbar. Das Verhältnis der Wärmekapazität von Silizium bei 300 K zu 5 K beträgt etwa $2 \cdot 10^4$, entsprechend größer ist die Erwärmung nach [Gleichung \(4.36\)](#), bei ansonsten gleichen Parametern. Die Tieftemperaturmessung des intrinsischen Siliziums wurde für zwei verschiedene Proben durchgeführt, wobei beide Messungen im Durchflusskryostat erfolgreich und mehrmals wiederholt wurden. Die Ergebnisse sind in [Tabelle 4.4](#) angegeben, die ersten Daten stammen von Probe I1 und die Daten in Zeile zwei von einer neuen Probe mit vergleichbaren Eigenschaften. Eine komplette temperaturabhängige Messung, vergleichbar mit der in [Abschnitt 4.8](#), konnte nicht durchgeführt werden,

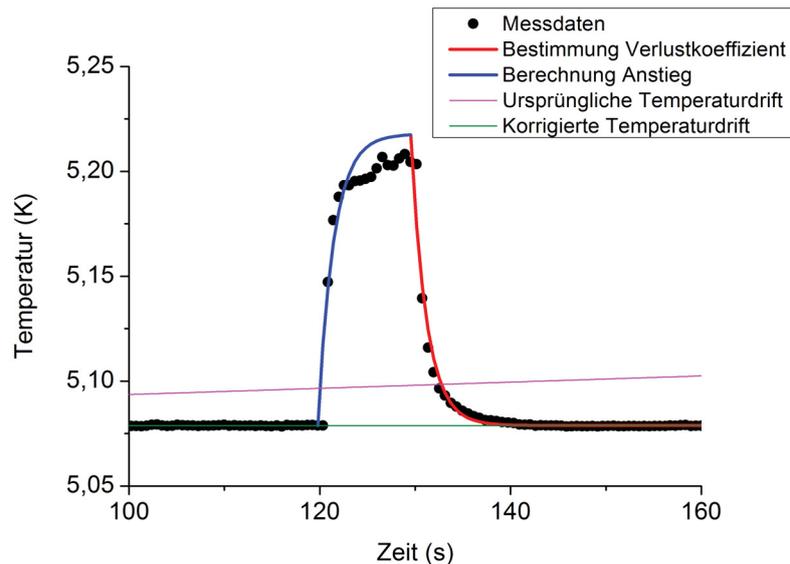


Abbildung 4.34 – Intrinsische Siliziumprobe $I1(\leq 1 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{cm}^3})$, Temperaturanstieg und angepasste Kurve zur Auswertung. Neben den Messdaten und den Kurven zur Absorptionsbestimmung ist auch der ursprüngliche Drift in der Temperatur eingezeichnet und seine Korrektur. Die gezeigten Messdaten sind schon korrigiert. Beleuchtungsdauer 10 s, Laserleistung 0,75 W.

da durch die benötigten Laserleistungen im Watt-Bereich den Durchflusskryostaten zu stark erwärmten. Somit war nur ein Messen bei vollem Heliumdurchfluss bei Minimaltemperatur möglich.

4.8 Temperaturabhängigkeit der optischen Absorption in Silizium

4.8.1 Stark dotiertes Silizium

Für Absorptionen oder Transmissionen im Prozentbereich kann die Messung einfach, wie in [Unterabschnitt 4.3.1](#) beschrieben, mittels einer Transmissionsmessung erfolgen. Hierfür wurde der Laser ohne nachgeschalteten Verstärker verwendet. Dieser bietet eine sehr stabile Leistung im mW-Bereich. Durch nur einen kleinen Eintrag von Leistung wird die Probe nicht merklich über die Temperatur des Probenhalters hinaus erwärmt. Im Vergleich zu den kalorimetrischen Messungen dieser Arbeit lässt sich solch eine Transmis-

sionsmessung vergleichbar schnell durchführen, da problemlos während des Aufwärmens des Kryostaten Datenpunkte aufgenommen werden können und nicht auf eine stabil stehende Temperatur geachtet werden muss.

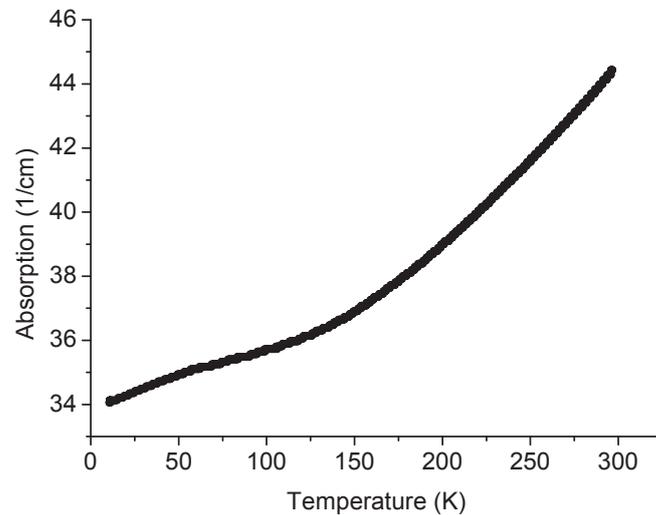


Abbildung 4.35 – Temperaturabhängige Absorption des stark dotierten Silizium-Wafers Probe W3 (Bor, $4,6 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$). Zu beachten ist die Skalierung der y-Achse in $(\frac{1}{\text{cm}})$ statt der sonst typischen $(\frac{\text{ppm}}{\text{cm}})$.

In [Abbildung 4.35](#) ist die aus der Transmission ausgerechnete Absorption gezeigt, welche zu tiefen Temperaturen hin abnimmt. Dies ergibt sich aus der temperaturabhängigen Beweglichkeit, welche invers nach [Gleichung \(4.4\)](#) in die Absorption eingeht. Von Raumtemperatur bis 150 K ist dieses Verhalten linear, wie aus [Abbildung 4.3](#) zu entnehmen. Für tiefere Temperaturen wird die Änderung der Absorption mit der Temperatur kleiner. Ein Berechnen der Anzahl an freien Ladungsträgern scheitert daran, dass durch die starke Dotierung bereits eine Entartung des Halbleiters stattfindet und die Dotierungsniveaus Bänder bilden, welche mit dem Leitungsband überlappen [72]. Eine genaue Rechnung, um das Verhalten dieser Probe zu beschreiben, ist somit schwierig, da sich zu tiefen Temperaturen hin die Beweglichkeit je nach Dotierungsstärke und sonstiger Reinheit der Probe ändert und zusätzlich ein Ausfrieren der Ladungsträger sich nicht nach [Gleichung \(4.31\)](#) berechnen lässt.

Die Messungen zeigen, dass stark dotiertes Silizium auch für tiefe Temperaturen bei der Forderung nach kleinen Absorptionen als Substratmaterial für GW Detektoren ausscheidet, da nur eine leichte Abnahme der Absorption und kein Ausfrieren um Größenordnungen zu beobachten ist. Somit ist ein Einsatz bei nötiger Transmission durch das Material, wie bei den ITMs, nicht sinnvoll.

4.8.2 Moderat dotiertes Silizium

Silizium ist aktuell nicht in intrinsischer Reinheit in beliebigen Größen zu erhalten. Da jedoch sowohl die Spiegelmasse als auch ein großer Durchmesser³ die Rauschperformance eines Gravitationswellen Detektors verbessern können, wurde in der ET Design Studie ein Durchmesser der Testmassen von 50 cm und eine Höhe von 46 cm angenommen.

Daraus resultiert ein besonderes Interesse an Silizium in einer Reinheit, in der solch große Proben erhältlich sind. Im Folgenden sind temperaturabhängige Absorptionsmessungen für Silizium gezeigt, welches nicht intrinsisch ist, aber auch noch nicht so stark dotiert, dass eine Entartung wie in [Unterabschnitt 4.8.1](#) auftritt.

Gemessen wurden an Bulk-Proben und an Wafern. Die genauen Geometrien der gezeigten Proben und deren Dotierung ist in [Tabelle 4.2](#) aufgeführt. Die Messungen wurden im Brewsterwinkel durchgeführt.

³Der große Durchmesser erlaubt das Auslesen mittels eines Laserstrahls mit größerem Radius.

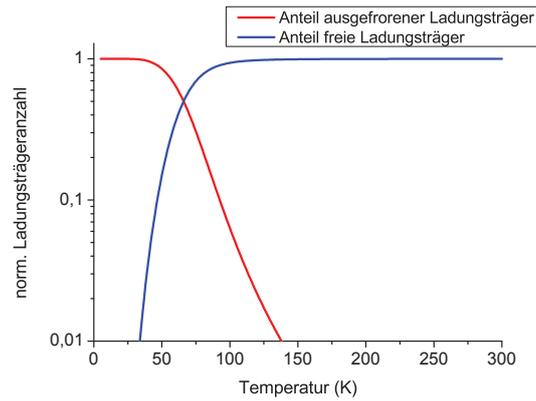


Abbildung 4.36 – Veranschaulichung des Ausfrierens von freien Ladungsträgern und das dazugehörige Ansteigen von ausgefrorenen Ladungsträgern. Gerechnet für die Bor dotierte Probe W1 (Bor, $1,5 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$).

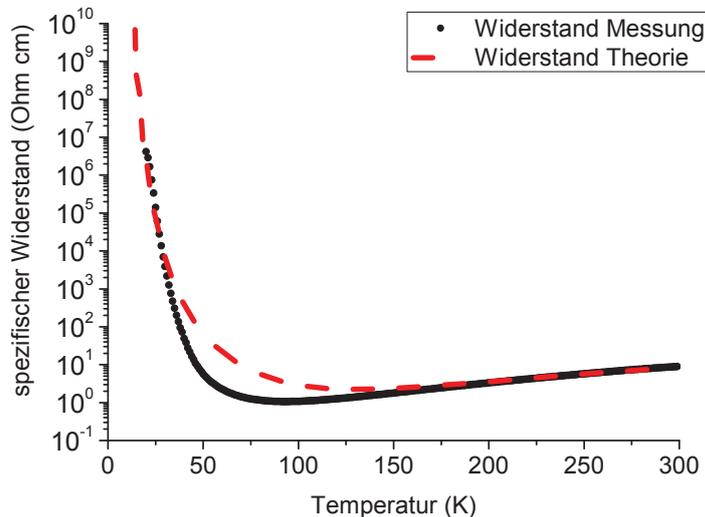


Abbildung 4.37 – Elektrische Messung des Widerstandes über der Temperatur für einen Bor dotierten Silizium-Wafer Probe W1. Von Raumtemperatur kommend fällt der Widerstand erst bedingt durch eine Änderung der Beweglichkeit der Ladungsträger. Zu tiefen Temperaturen hin frieren die Ladungsträger aus und der Widerstand beginnt anzusteigen. Neben den Messdaten ist auch eine Rechnung gezeigt. Für die Rechnung wurde eine temperaturabhängige Beweglichkeit und ein Ausfrieren der Ladungsträger angenommen. Gute Übereinstimmung zeigt die Rechnung bei Umgebungstemperatur und bei tiefen Temperaturen. Im Bereich in dem sich beide Effekte überlagern wird der Trend der Messpunkte beschrieben.

Vor den Absorptionsmessungen wurde das Ausfrieren von Ladungsträgern mittels einer Widerstandsmessung an einem Wafer überprüft.

Der Widerstand ρ ergibt sich aus den Leitfähigkeiten von Elektronen (Index n) und Löchern (Index p) im Halbleiter, gewichtet mit der jeweils vorhandenen Anzahl nach [69]:

$$\rho = \frac{1}{-en\mu_n + ep\mu_p}, \quad (4.43)$$

wobei in dotierten Halbleitern die durch die Dotierung erzeugten Ladungsträger dominieren und der andere Term meist vernachlässigt werden kann.

In [Abbildung 4.38](#) ist ein Aufbau für eine Widerstandsmessung in 4-Punkt-Geometrie für Wafer gezeigt. Die $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ großen Proben werden zunächst durch Beschichtung mit vier Kontaktpunkten versehen, auf welche dann die Spitzen der 4 Messsonden für eine Strom-Spannungsmessung gedrückt werden. Für temperaturabhängige Messungen werden die Spitzen durch Bond-Drähte ersetzt. Somit lässt sich die Probe in einen Kryostaten einbauen. Um den spezifischen Widerstand zu erhalten, ist für dünne Proben noch ein geometrieabhängiger Korrekturwert nötig [50, 99, 100], da die Proben eine endliche Ausdehnung besitzen und die Grenzflächen den Stromfluss beeinflussen.

Auf diese Weise ist die Messkurve in [Abbildung 4.37](#) erzeugt worden. Bei Umgebungstemperatur ergibt sich ein Widerstand von $8\ \Omega\text{cm}$, welcher dann bis etwa 80 K auf $1\ \Omega\text{cm}$ fällt und danach steil ansteigt. Zu tiefen Temperaturen hin wurde die Messung durch den Eingangswiderstand der verwendeten Messgeräte limitiert. Die Herstellerangabe des verwendeten Wafers beträgt $1\text{-}10\ \Omega\text{cm}$ bei Umgebungstemperatur. Die erhaltene Messkurve kann bei Umgebungstemperatur und zu tiefen Temperaturen gut durch eine theoretische Rechnung nach [Gleichung \(4.43\)](#) mit Literaturwerten für die Beweglichkeit [50] und nach [Gleichung \(4.31\)](#) gerechneter Ladungsträgerkonzentration beschrieben werden.

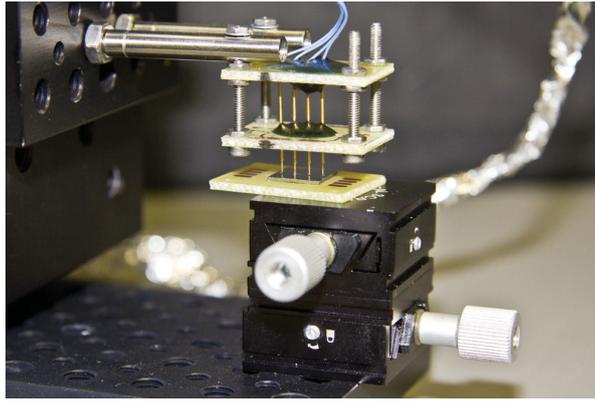


Abbildung 4.38 – Widerstandsmessung in 4-Punkt-Geometrie zur Bestimmung des Widerstandes von Silizium an einem Wafer.

Im Gegensatz zum stark dotierten Silizium ist bei moderaten Dotierstärken ein Ausfrieren der Ladungsträger zu beobachten. Exemplarisch ist dies in [Abbildung 4.36](#) gezeigt, zusätzlich wird dies auch aus den Messdaten in [Abbildung 4.37](#) belegt. Die Summe an Ladungsträgern in den verschiedenen Zuständen ist immer gleich. Die Absorption ändert sich mit der Temperatur dadurch, dass die Ladungsträger in den verschiedenen Zuständen für unterschiedliche Absorptionsprozesse verantwortlich sind. Der Unterschied im Absorptionsquerschnitt für die verschiedenen Absorptionsprozesse führt zu der temperaturabhängigen Absorption.

Die Absorptionsmessungen an den moderat dotierten Proben erfolgten von Umgebungstemperatur bis zu kryogenen Temperaturen. Dies ermöglicht ein Nachvollziehen der temperaturabhängigen Absorption bezogen auf die Temperaturabhängigkeit der unterschiedlichen Absorptionsmechanismen. In [Abbildung 4.39](#) und [Abbildung 4.40](#) sind temperaturabhängige Absorptionswerte für Bulk- und Wafer-Proben gezeigt, ebenso für Dotierung mit Bor und Phosphor.

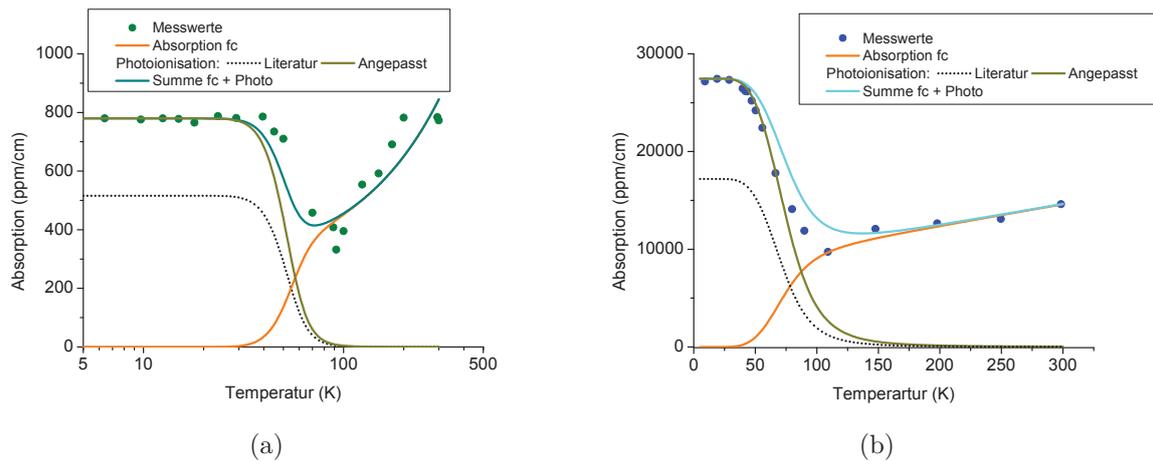


Abbildung 4.39 – Temperaturabhängiger Verlauf der optischen Absorption in Silizium Bulk-Proben. (a) Mit Bor dotierte Probe B1 ($1,2 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$). (b) Mit Phosphor dotierte Probe B3 ($2,4 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$). Neben den Messdaten sind Kurven zur Beschreibung der freien Ladungsträgerabsorption, sowie Kurven zur Absorption durch Photoionisation nach Literaturwerten und angepasst an die Messdaten gezeigt, ebenfalls die gerechnete Summe aus beiden Absorptionsprozessen. Zur besseren Darstellung des Plateaus bei tiefen Temperaturen wurde in (a) eine logarithmische Temperaturachse gewählt. In (b) lässt sich aufgrund der linearen Temperaturachse das lineare Verhalten der Abnahme der Absorption durch freie Ladungsträger unterhalb von Umgebungstemperatur besser erkennen. Genaue Beschreibung der Legenden im Text.

Die in [Abbildung 4.39](#) (a) gezeigte Bor dotierte Probe zeigt bei Umgebungstemperatur eine Absorption von $800 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$. Bei Umgebungstemperatur und der verwendeten Wellenlänge von 1550 nm ist der dafür verantwortliche Prozess die freie Ladungsträger Absorption. Sinkt die Proben­temperatur, fällt auch die Absorption bis zu einer Temperatur von etwa 100 K, danach steigt beim weiteren Absenken der Temperatur die Absorption wieder auf die Größe bei Umgebungstemperatur an und verharrt ab etwa 40 K auf diesem Level. Das Abnehmen der Absorption, von Umgebungstemperatur kommend, ist wie im Abschnitt vorher bei der stark dotierten Probe hauptsächlich durch ein Ansteigen der Ladungsträgerbeweglichkeit bedingt. Ein Ausfrieren von Ladungsträgern spielt hier zu Beginn keine Rolle. In [Abbildung 4.6](#) ist zu sehen, dass ein starkes Ausfrieren der Ladungsträger erst unter 100 K beginnt. Die zu tiefen Temperaturen hin ausfrierenden Ladungsträger stehen dann für einen anderen Absorptionsprozess zu Verfügung, der Photoionisation. Das Plateau mit konstanter Absorption bei tiefen Temperaturen

lässt sich dadurch erklären, dass nun quasi alle Ladungsträger ausgefroren sind. Um diese theoretischen Annahmen zu überprüfen, ist in [Abbildung 4.39](#) für die Bor dotierte Probe der zu tiefen Temperaturen hin abnehmende Prozess der freien Ladungsträgerabsorption als lineare Anpassung eingezeichnet (Absorption fc in der Legende). Hierbei wurde berücksichtigt, dass das Ausfrieren in diesem Fall die freie Ladungsträgerabsorption nach [Gleichung \(4.4\)](#) verringert. Die durch das Ausfrieren der Ladungsträger bedingte Absorption durch Photoionisation nach [Unterabschnitt 4.1.3](#) mit der für die Dotierung der Probe berechnete Anzahl der ausgefrorenen Ladungsträger nach [Unterabschnitt 4.2.3](#) ist ebenfalls eingezeichnet (Photoionisation in der Legende⁴), sowie die Summe aus beiden Prozessen. Mit der Summe kann das Verhalten der Messdaten im Bezug auf die sinkende Absorption beim Einkühlen, das Minimum in der Absorption, sowie das erneute Ansteigen der Absorption und das Plateau bei tiefen Temperaturen beschrieben werden.

Die in [Abbildung 4.39](#) (b) gezeigte Messung an einer Phosphor dotierten Bulk-Probe zeigt im wesentlichen die gleichen Merkmale wie die Bor dotierte Probe: ein linearer Abfall der Absorption beim Reduzieren der Proben temperatur, ein Minimum in der Nähe von 100 K und ein erneutes Ansteigen zu tiefen Temperaturen, ebenso ein Plateau bei tiefen Temperaturen. Das Verhalten lässt sich mit dem gleichen Modell wie bei der Bor dotierten Probe beschreiben, wobei nach [Tabelle 4.2](#) die um eine Größenordnung schwächere Dotierung berücksichtigt wurde.

Für beide Proben wurde der Anteil der Photoionisation zuerst mit den Werten aus [Unterabschnitt 4.1.3](#) gerechnet und in einer zweiten Rechnung an das Plateau bei tiefen Temperaturen angepasst. Mit den angepassten Werten lassen sich die Messdaten gut aus einer Summe der beiden Absorptionsprozesse, freie Ladungsträgerabsorption und Photoionisation, beschreiben. Ein Abweichen der Wirkungsquerschnitte für die Photoionisation von denen in [Unterabschnitt 4.1.3](#) ist nicht verwunderlich, da für die verwendete Wellenlänge von 1550 nm von den in der Literatur gefundenen Messwerten im Bereich

⁴Es sind zwei Kurven zur Photoionisation in der Abbildung gezeigt. Eine gerechnet nach den in [Unterabschnitt 4.1.3](#) angegebenen Werten und eine mit an die Messwerte angepassten Wirkungsquerschnitt.

von 10 bis 30 μm weit extrapoliert werden musste. Die erhaltenen Wirkungsquerschnitte und die Abweichung von den Literaturwerten ist in [Abbildung 4.39](#) als Übersicht dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass der gefundene Wirkungsquerschnitt durchweg leicht über den Literaturwerten liegt.

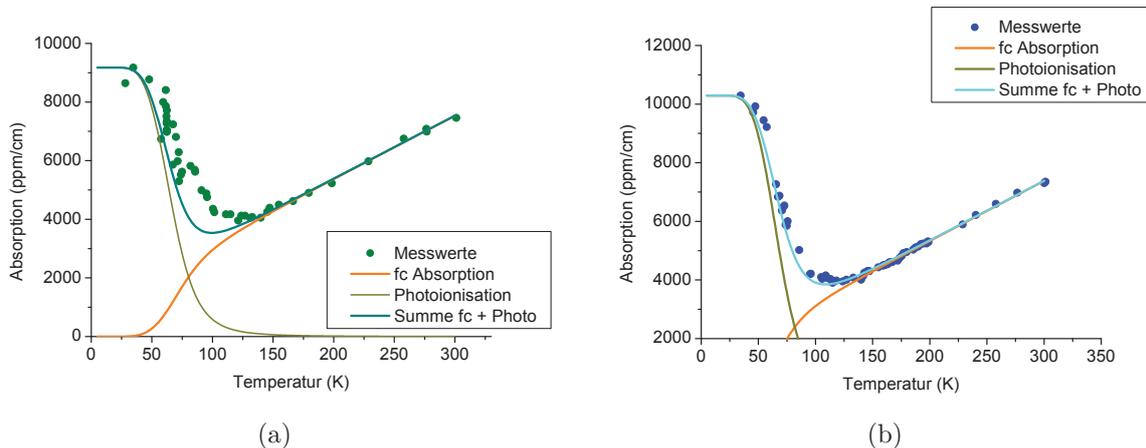


Abbildung 4.40 – Temperaturabhängiger Verlauf der optischen Absorption in Silizium Wafer-Proben. (a) Mit Bor dotierte Probe W1 ($1,5 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$). (b) Mit Phosphor dotierte Probe W2 ($1,4 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$). Neben den Messdaten sind Kurven zur Beschreibung der freien Ladungsträgerabsorption, sowie Kurven zur Absorption durch Photoionisation nach Literaturwerten und angepasst an die Messdaten gezeigt, sowie die gerechnete Summe aus beiden Absorptionsprozessen. Genaue Beschreibung der Legenden im Text.

In [Abbildung 4.40](#) ist in (a) eine temperaturabhängige Absorptionsmessung an einem Bor dotierten und in (b) an einem Phosphor dotierten Wafer zu sehen. Ebenfalls eingezeichnet ist das zunächst lineare Verhalten der freien Ladungsträger Absorption und das zu tiefen Temperaturen hin gerechnete Ausfrieren. Die Messdaten lassen sich auch hier aus der Summe freier Ladungsträger Absorption und Absorption durch Photoionisation beschreiben. Die Absorption durch Photoionisation wurde an die Tieftemperatur-Werte angepasst. Die Messungen an den Wafern zeigen das gleiche Verhalten, wie die Messungen der Bulk-Proben in [Abbildung 4.39](#). Der Kurvenverlauf lässt sich mit dem gleichen Modell erklären. Vorteil der Messung an Wafern ist die einfachere Handhabung der Proben im Bezug auf die Reinigung der Oberflächen und den Platzbedarf im Messaufbau, sowie deutlich reduzierte Kosten im Probeneinkauf und der Politur der Oberflächen.

Tabelle 4.5 – Wirkungsquerschnitt für die Photoionisation für die vermessenen Proben. Die Abweichung zur Literatur [62, 64] gibt den Faktor an, welcher sich aus dem Quotienten des gemessenen Wertes und dem in **Unterabschnitt 4.1.3** angegebenen Wert ergibt.

Probe	Dotierungstyp	Wirkungsquerschnitt σ_{1550nm}	Abweichung Literatur
B1	Bor	$6,5 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2$	1,5
B2	Bor	$5,2 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2$	1,2
B3	Phosphor	$9,0 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2$	1,6
W1	Bor	$6,0 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2$	1,4
W2	Phosphor	$7,6 \cdot 10^{-18} \text{cm}^2$	1,4

Die Silizium Bulk-Probe B3 wurde neben den in **Abbildung 4.39** gezeigten Messwerten für Temperaturen unterhalb von der Umgebungstemperatur in einem Rohrofen während einer Transmissionsmessung erwärmt. Die Messwerte sind in **Abbildung 4.41** zu sehen, die Tieftemperaturwerte sind ebenfalls mit eingezeichnet. Von Umgebungstemperatur kommend steigt die Absorption beim Erwärmen der Probe zuerst, bedingt durch eine steigende Ladungsträgerbeweglichkeit, leicht an. Ein deutlich größerer Anstieg der Absorption ist dann ab 600 K zu beobachten. Dieser Anstieg der Absorption wird dadurch verursacht, dass nun die thermische Energie ausreicht, um Ladungsträger über die Bandlücke des Siliziums zu heben. Die nach **Gleichung (4.23)** berechnete Anzahl intrinsischer Ladungsträger liegt bei Umgebungstemperatur unter 10^{10}cm^{-3} und ist damit vernachlässigbar. Erst ab solch hohen Temperaturen kommt sie in den Bereich der Anzahl an Ladungsträgern, welche durch die Dotierung vorhanden sind. Diese thermisch generierten Ladungsträger stehen jetzt zusätzlich für die Absorption zur Verfügung. Das exponentielle Ansteigen an thermisch generierten Ladungsträgern führt zu einer solch großen Absorption, dass oberhalb von 770 K keine Transmission mehr gemessen werden konnte.

Durch die Annahme eines linearen Verhaltens der Beweglichkeit der Ladungsträger lässt sich die Absorption von 100 K bis 550 K gut beschreiben. Der steile Anstieg der Absorption wird durch das Einbeziehen der thermisch generierten Ladungsträger beschrieben. Hierbei beschreibt die gerechnete Kurve aber nur noch den Trend der Messdaten und weicht zunehmend von ihnen ab.

Oberhalb von 390 K ist ein leichter Anstieg in der Absorption zu erkennen. Betrachtet man die thermische Energie zu dieser Temperatur:

$$E_{\text{thermisch}} = k_B \cdot T, \quad (4.44)$$

so erhält man 34 meV. Mit der Kenntnis über die Energie können Rückschlüsse auf die Beteiligung von Phononen geschlossen werden. Somit lässt sich dieser Anstieg in der Absorption mit der Emission von zwei Phononen der Energie 17 meV erklären. Im folgenden Kapitel, [Abschnitt 4.9](#), ist der Einfluss durch die Absorption von Phononen zu sehen, hier liegt der entgegengesetzte Prozess vor.

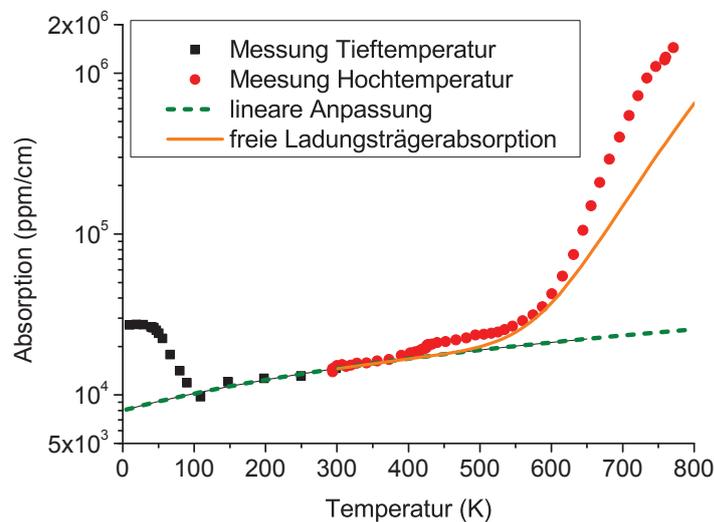


Abbildung 4.41 – Zu hohen Temperaturen hin erweiterte Messung an der Phosphor dotierten Silizium Bulk-Probe B3 ($2,4 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{cm}^3}$). Die Messung von kryogenen Temperaturen bis Umgebungstemperatur erfolgte in einem Kryostaten. Die Messdaten oberhalb von Umgebungstemperatur von einer Messung in einem Rohrofen. Durch die ansteigende Absorption war zu hohen Temperaturen hin die Transmissionsmessung limitiert, da keine Transmission mehr messbar war.

4.9 Elektrische Absorption in Silizium

Absorptionsmessungen mittels einer Photodiode zeigen nur den Anteil der Absorption, der auch Ladungsträger generiert. Im Fall von Silizium als indirekten Halbleiter braucht

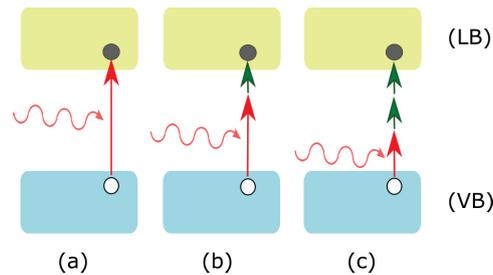


Abbildung 4.42 – Energetische Betrachtung der Interbandabsorption (roter Pfeil) mit Unterstützung durch Phononen. Fehlt Energie, um Ladungsträger wie in (a) vom Valenzband (VB) ins Leitungsband (LB) zu heben, so kann dieser Energiebeitrag von Phononen (grüner Pfeil) erbracht werden. Dabei können ein Phonon (b), oder zwei Phononen (c) oder mehr beteiligt sein.

es hierfür Energie, welche ausreicht, Ladungsträger über die Energielücke zu heben. Wie in Unterabschnitt 4.1.1 erklärt, muss hierbei neben der Energieerhaltung auch die Impulserhaltung erfüllt sein. Da die für die Impulserhaltung nötigen Phononen ebenfalls energetisch einen Beitrag liefern, siehe Gleichung (4.2), ist eine Absorption von Energien unterhalb der Energie der Bandlücke möglich. Schematisch ist dies in [Abbildung 4.42](#) gezeigt, wobei hier nur die Energie betrachtet wird und nicht die Impulserhaltung. Die Absorption abhängig von der Photonenenergie ist in [Abbildung 4.43](#) für Umgebungstemperatur gezeigt. In die Messdaten ist auch die Energie der Bandlücke eingetragen. Eine Absorption unterhalb dieser ist deutlich zu erkennen, wobei diese zu kleineren Photonenenergien deutlich abnimmt. In den Messdaten sind ebenfalls die 1-Phononenkante und die 2-Phononenkante beschriftet. Der Energieabstand zwischen Energielücke und den Phononenkanten deckt sich mit Energien von stark besetzten Phononen-Zustandsdichten, wie in der Phononen-Dispersion und Zustandsdichte [Abbildung 4.44](#) zu erkennen. Hierbei gibt es mit nicht vernachlässigbarer Zustandsdichte Phononen mit 17 meV, 51 meV und 58 meV, welche sich am X-Punkt in der Bandstruktur befinden und damit, wie in [Abbildung 4.2](#) zu erkennen, am Punkt der kleinsten Energielücke in der Bandstruktur.

Ein Kühlen der Probe, in diesem Fall eine Photodiode wie in [Abschnitt 4.9](#) beschrieben, führt nun zu einem Ausfrieren der Phononen. Eine Auswahl an Messkurven zwischen Umgebungstemperatur und 3 K sind in [Abbildung 4.45](#) gezeigt. Neben dem Ausfrieren

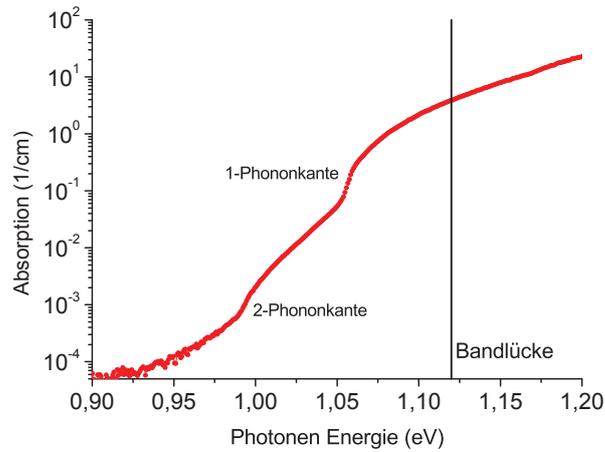


Abbildung 4.43 – Absorptionskoeffizient von Silizium bei Umgebungstemperatur in Abhängigkeit der Photonenenergie. Zur Orientierung ist die Energie der Bandlücke mit eingezeichnet. Die Energien, bei denen ein und zwei Phononen die Absorption unterstützen, sind beschriftet.

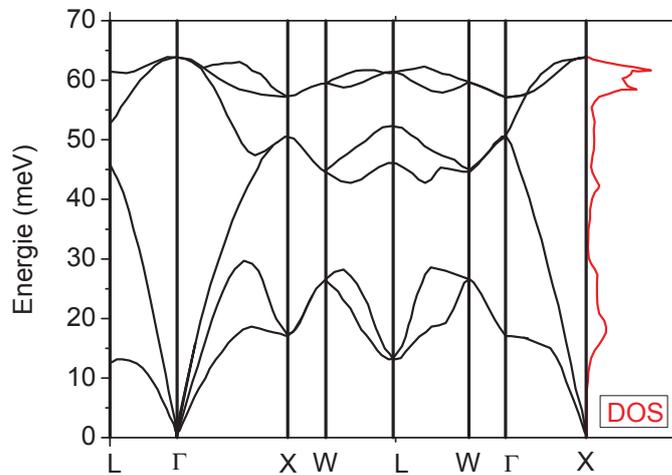


Abbildung 4.44 – Phononen-Dispersion und Zustandsdichte (DOS) für Silizium nach [101].

der Phononen hat die Temperaturabhängigkeit der Bandlücke ebenfalls Einfluss auf die Messkurven, siehe [Unterabschnitt 4.2.2](#). Dies führt zu einer Verschiebung der Kurven entlang der Energieachse. Dieser Effekt wurde, um den Einfluss der Phononen besser zu zeigen, in [Abbildung 4.46](#) herausgerechnet. Jede Kurve wurde entsprechend der temperaturabhängigen Energielücke verschoben. Im Diagramm liegen die Energielücken somit alle bei einer Energie, welche hier als Nullpunkt gewählt wurde, übereinander. Auftretende Phononenkanten können so direkt ihrer Energie zugeordnet werden. Durch das Ausfrieren von Phononen nimmt die Absorption für tiefe Temperaturen ab, wobei Phononen größerer Energie zuerst ausfrieren [102] und somit bei tiefen Temperatur der Einfluss von Phononen kleiner Energien entscheidender wird.

Bei den Kurven unter 100 K ist ein sprunghaftes Abfallen der Absorption an der Bandlücke zu erkennen, welches bei höheren Temperaturen von Phononenbeiträgen verdeckt wurde.

Um die Impulserhaltung zu erfüllen, kann ein vorhandenes Phonon vernichtet oder ein neues Phonon generiert werden. Zweiteres ist an den Phononenkanten oberhalb der Bandlücke zu sehen.

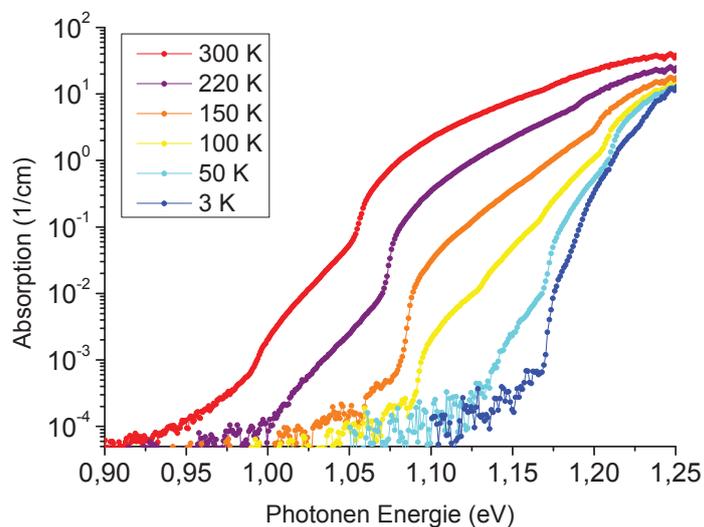


Abbildung 4.45 – Absorptionskoeffizient über der Photonenenergie für verschiedene Temperaturen zwischen Umgebungstemperatur und 3 K. Das Ausfrieren der Phononen bei tiefen Temperaturen führt zu einer Abnahme der Absorption.

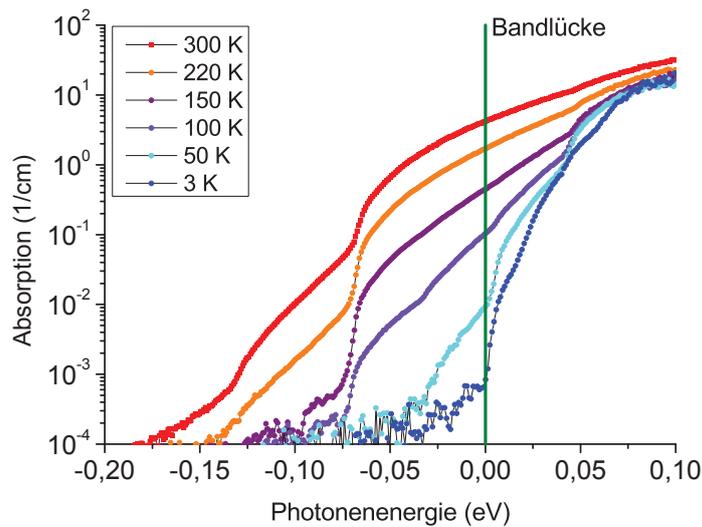


Abbildung 4.46 – Absorptionskoeffizient über der Photonenergie für verschiedene Temperaturen zwischen Umgebungstemperatur und 3 K. Zur besseren Zuordnung der Energien der Phononenkanten wurden die Absorptionskurven unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Bandlücke verschoben und die Energie der Bandlücke als Nullpunkt festgelegt.

Aus den Messkurven und aus den Raumtemperaturwerten von Keevers [97], welche in [Abbildung 4.27](#) gezeigt sind, lässt sich durch Extrapolation ein unteres Limit für die Interband Absorption in Silizium für 1550 nm abschätzen. Dieser Wert sollte aber mit Vorsicht behandelt werden, da in der Anwendung als Substratmaterial für Spiegel die anderen Absorptionsprozesse, welche mit der elektrischen Messung nicht beobachtet werden können, dennoch zur Erzeugung von Wärme beitragen. Außerdem dominieren, wie in [Unterabschnitt 4.1.2](#) beschrieben, die Dotierung bzw. Fremdatome die Absorption im Infrarotbereich.

4.10 Fehlerbetrachtung

In [Abbildung 4.47](#) ist eine gerechnete Wärmeverteilung für eine Fused Silica Probe zu sehen, welche einmal mittels Laserstrahl und einmal mit einem seitlich aufgebracht elektrischen Heizer erwärmt wurde. Die zeitliche Entwicklung zu dieser Rechnung ist in [Abbildung 4.16](#) gezeigt. Für den Fall von Fused Silica ergibt sich mit dem seitlich

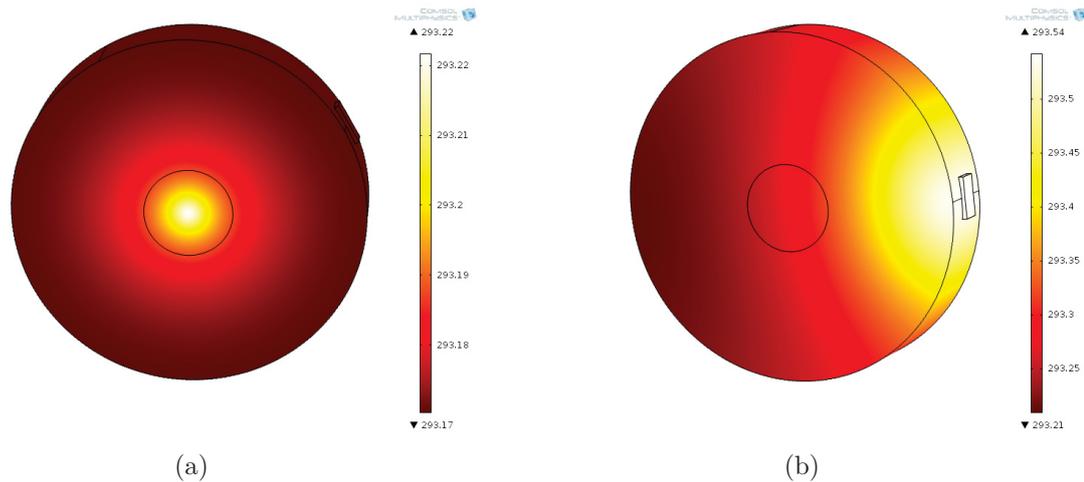


Abbildung 4.47 – Simulation der Wärmeausbreitung mittels COMSOL für eine Fused Silica Scheibe mit einem Durchmesser von 1" und einer Dicke von 5 mm. (a) Erwärmung mittels Laserstrahl durch die Mitte der Probe. (b) Erwärmung durch einen auf den Rand aufgebrachten SMD Heizwiderstand. Der Temperatursensor wurde jeweils oben auf der Probe an der gleichen Stelle positioniert.

aufgebrachten Heizer in der Rechnung eine Differenz der Temperaturanstiege von etwa 6% für einen Temperatursensor, der auf der Oberseite der Probe sitzt. Dies ergibt in der Auswertung nach Gleichung (4.37) einen systematischen Fehler um diesen Wert. Die Anordnung ist dennoch für erste Experimente von Vorteil, da bei einer Position des Heizers, welche den Laserstrahl durch die Mitte nicht behindert, ohne Umbau abwechselnd Messkurve und Kalibrierkurve aufgenommen werden können.

In Abbildung 4.16 wurde zusätzlich für die gleiche Geometrie die Rechnung für Silizium gezeigt. Bedingt durch die von Fused Silica abweichende Wärmekapazität und deutlich größere Wärmeleitfähigkeit liegen für Silizium beide Kurven mit einer vernachlässigbaren Abweichung aufeinander. Daraus ergibt sich, dass die Position, um den Heizer für die Kalibrierungen aufzubringen, bei Messungen an Silizium in den Hintergrund tritt. Zu tiefen Temperaturen steigt die thermische Weglänge nach Gleichung (3.13) in Silizium an, was den Effekt zusätzlich verkleinert.

Der Eintrag von Wärme durch die im Temperatursensor umgesetzte elektrische Leistung ist vernachlässigbar, da die verwendeten Sensoren der Firma Lakeshore Typ Cernox bei

bei 4,2 K typischer Weise um 10^{-7} W umzusetzen. Bei einer Laserleistung von 1 W entspricht dies einem Wärmeeintrag entsprechend einer optischen Absorption von 0,1 ppm. Dieser Wärmeeintrag findet aber ständig statt und wird nicht mit dem Laser geschaltet. Da die Temperaturmessung der Probe allerdings auch vor und nach der Messung weiterläuft, kann eine Temperaturdrift durch die im Temperatursensor umgesetzte elektrische Leistung falls nötig korrigiert werden.

Die Zeitkonstanten, mit denen der Temperatursensor reagiert, sind herstellerseitig mit 15 ms für 4,2 K, 0,25 s für 77 K und 0,8 s für 273 K angegeben. Damit sind sie für die Messzeiten von mindestens 10 s im Heliumbereich und ≥ 60 s bei Umgebungstemperatur ausreichend klein.

Die meisten Messungen wurden mehrfach wiederholt. Zu beachten ist hierbei, dass durch nur kleine Erwärmungen bei Umgebungstemperatur, bedingt durch eine größere Wärmekapazität, die Streuung im Bereich 10 % liegt und zu tiefen Temperaturen auf etwa 1 % abfällt.

Weitere Fehlerquellen sind die Messung der Laserleistung und die Messung der elektrischen Leistung in den eingesetzten Widerständen.

Aus diesen Unsicherheiten und der Streuung der Messwerte lässt sich ein Fehler im Bereich 20 % abschätzen. Für kleine Absorptionen, die im ppm Bereich an die Grenze des Messaufbaus stoßen, ist der Fehler, wie aus den Angaben im Text ersichtlich, deutlich größer.

Zur Kontrolle wurden Proben mit den Kollegen des LMA in Frankreich getauscht und in beiden Gruppen vermessen. Eine Messung an einer 2 cm dicken Probe mit 5 cm Durchmesser ergab hierbei einen kalorimetrisch bestimmten Wert von $3000 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$, während LMA mittels einer Pump&Probe Messung $2900 \frac{\text{ppm}}{\text{cm}}$ ermittelte. Die Probe B1 wurde für eine Messung nach Frankreich geschickt und zeigte dort in einer Messung bei Umgebungstemperatur ebenfalls vergleichbare Werte zu der eigenen Messung.

5 Kryogen betriebene Gravitationswellendetektoren

5.1 Wärmeextraktion bei KAGRA

Die Herausforderungen, welche sich aus einem kryogenen Betrieb der Testmassen in einem GWD ergeben, lassen sich gut am Beispiel des zur Zeit im Bau befindlichen KAGRA Detektors veranschaulichen. Im Design des Detektors ist, um das thermische Rauschen zu minimieren, eine Temperatur der äußeren und inneren Testmassen um 20 K vorgesehen.

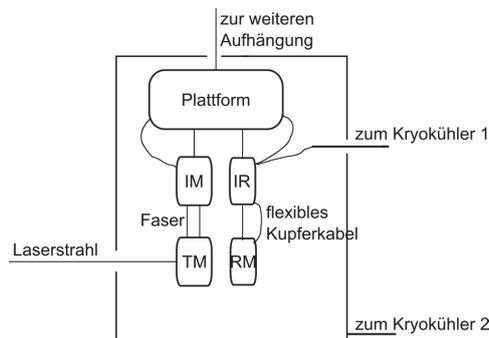
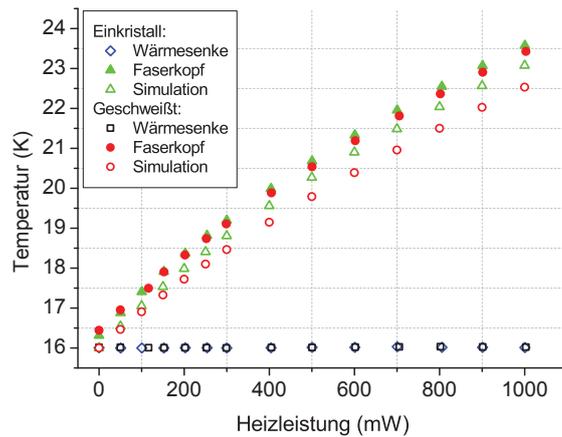


Abbildung 5.1 – Schematische Darstellung der Kühlung der KAGRA Testmasse. Ein Kryokühler kühlt über flexible Kupferkabel die Plattform. Diese ist über weitere Kupferkabel mit der oberen Testmasse (IM) verbunden. Die Wärme aus der Testmasse (TM) wird über die Aufhängungsfasern zur IM geleitet. Die Massen (IR und RM) zur Ausrichtung der Testmassen werden ebenfalls über Kupferkabel gekühlt. Ein zweiter Kryokühler kühlt die Kammer um den Aufbau. Nach [103].

Diese Testmassen sind für die seismische Entkopplung mit einer mehrstufigen Aufhängung versehen. Schematisch ist der Aufbau in *Abbildung 5.1* gezeigt. Die letzte Stufe über den Testmassen wird zur Kühlung über flexible Kupferkabel mit der Plattform



(a)



(b)

Abbildung 5.2 – (a) Messergebnisse der Temperatur des Faserkopfes für die zwei unterschiedlichen Fasertypen in Abhängigkeit der eingetragenen Heizleistung, zusätzlich eine Rechnung der Erwärmung unter Beachtung der unterschiedlichen Wärmeleitung der Fasern. Zu erkennen ist eine größere Abweichung zwischen gerechneten und gemessenen Werten für die Faser mit angeschweißtem Kopf. Dies veranschaulicht die Schwierigkeit solche Fügstellen, bei unzureichender Information über Dicke und Materialeigenschaften der Schweißnaht, zu berechnen. Für beide Messreihen ist die Temperatur der Wärmesenke zur Kontrolle mit angegeben. (b) Bild der zwei unterschiedlichen Kopf-Typen. Oben mit angeschweißter Faser, zu erkennen ist die bessere Politur der Kopf Unterseite. Die Faser wurde in ein in den Kopf gebohrtes Loch gesteckt und dann verschweißt. Unten die einkristalline Faser.

verbunden. Dies ergibt eine Temperatur von 16 K an der Aufhängungsstufe über der Testmasse. Die Testmasse selbst soll mit vier Saphirfasern mit einer Länge von je 30 cm und einem Durchmesser von 1,6 mm aufgehängt werden. Durch diese Aufhängung muss alle in die Testmassen eingebrachte Wärme abgeführt werden. Diese Wärme setzt sich aus der durch die optische Absorption des Laserstrahls entstehende Wärme im Bulk und im Coating sowie der Wärmestrahlung der Umgebung, welche die Testmasse ebenfalls aufheizt, zusammen. Die Aufhängung mittels Saphir-Fasern erfolgt hierbei über an beiden Faserenden befindliche Köpfe, die dann an der Testmasse und der letzten Aufhängungsstufe verbunden werden.

Es werden zwei Möglichkeiten in Betracht gezogen, solche Fasern mit Köpfen herzustellen, erstens, indem das ganze monolithisch gewachsen wird und zweitens, indem an

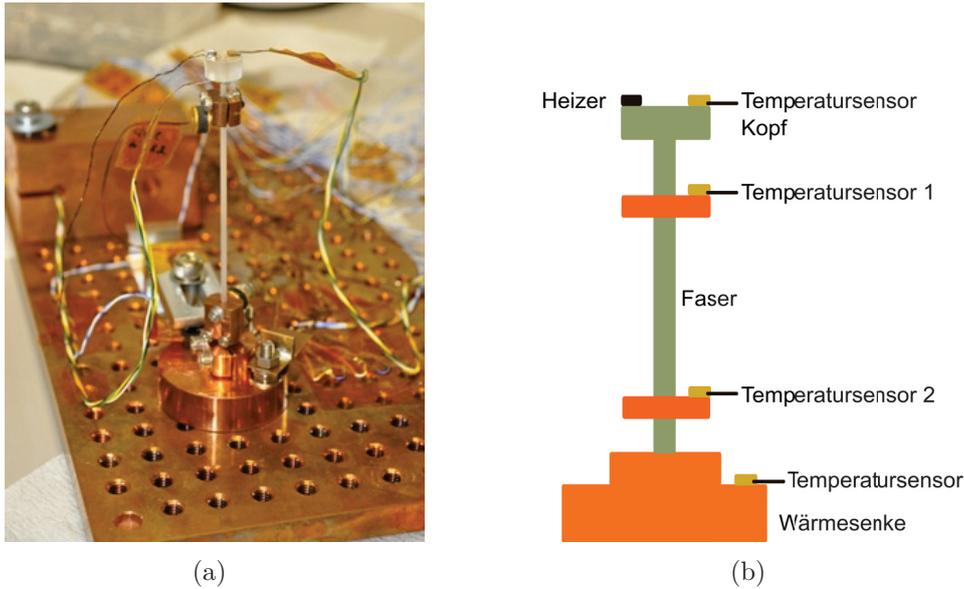


Abbildung 5.3 – (a) Foto des Aufbaus zur Wärmeleitungs-messung an Saphirfasern. (b) Schematischer Aufbau. Die Faser wurde in einen Kupferblock eingespannt, welcher als Wärmesenke dient und auf 16 K stabilisiert wurde. Am oberen Kopf der Faser wurden Heizer und Temperatursensoren aufgebracht. Mithilfe speziell angefertigter Klemmen wurden zwei weitere Temperatursensoren auf der eigentlichen Faser befestigt. Mit diesen kann die Wärmeleitung der Faser überprüft werden.

eine Faser ein Kopf nachträglich angeschweißt wird, siehe [Abbildung 5.2](#). Zweiteres bietet den Vorteil, die Fasern selbst besser polieren zu können, wobei zu erwähnen ist, dass die Beschaffenheit der Oberfläche der Fasern einen signifikanten Einfluss auf die Wärmeleitung besitzt. Um zu überprüfen, ob beide Arten des Kopfes genügend Wärme leiten, wurde eine monolithische und eine geschweißte Faser mit einer Temperatursenke bei 16 K verbunden, welche somit die Temperatur der letzten Aufhängungsstufe besitzt. Um die abzutransportierende Wärme zu simulieren, wurde auf dem Faserkopf ein 1000Ω Widerstand als elektrischer Heizer aufgebracht. Der Aufbau ist in [Abbildung 5.3](#) als Foto und schematisch zu sehen. Die getesteten Fasern hatten eine Länge von 85 mm. Die elektrische Heizleistung wurde schrittweise erhöht und dabei die jeweilige Temperatur des Faserkopfes aufgenommen. Das Ergebnis ist in [Abbildung 5.2](#) gezeigt [104]. Man sieht, dass die Temperatur der Senke bei konstant 16 K gehalten wird. Die Temperatur der unterschiedlichen Faserköpfe entwickelt sich identisch, wobei eine 15 % bis 20 % höhere

Wärmeleitfähigkeit der geschweißten Faser zu einer etwas geringeren Kopftemperatur führt. Die Heizleistung konnte bis etwa 420 mW erhöht werden, bevor die Kopftemperatur 20 K überstieg. Dies bedeutet hochskaliert für 30 cm lange Fasern einen möglichen Wärmeabtransport von 120 mW für eine Faser. Daraus folgt für eine Aufhängung mittels vier Fasern ein möglicher Wärmeabtransport von etwa 0,5 W. Erste Planungen gingen von einem Wärmeeintrag von 1,2 W in die Testmasse aus [19], um die Testmassentemperatur niedrig zu halten muss deswegen entweder die Laserleistung reduziert werden oder das Design der Aufhängung angepasst werden.

Die in [Abbildung 5.2](#) gezeigte Diskrepanz zwischen gerechneten Werten und der Messung verdeutlicht, wie sinnvoll es ist, Messungen zur Gewinnung von Materialparametern und zur Kontrolle von Simulationen durchzuführen.

Die gezeigten Messungen für KAGRA zeigen auch, dass das Abführen der durch optische Absorption generierte Wärme aus den Testmassen einen bedeutenden Einfluss auf das Design der Aufhängungen hat. Hierbei muss ein Kompromiss zwischen Wärmeabführung und Rauschperformance der Aufhängung gefunden werden.

5.2 Konsequenzen für das Einstein Telescope

In dieser Arbeit ist erstmals der thermooptische Parameter von Silizium bei tiefen Temperaturen gemessen worden. Dieser ist für Berechnungen des thermorefraktiven Rauschens nötig, wie in [Gleichung \(2.7\)](#) zu erkennen. Die ermittelten Werte liegen im Bereich der Annahmen für die Rechnungen des thermorefraktive Rauschen in der ET-Design Studie im fünften Kapitel [31], zu deren Entstehen noch keine experimentellen Werte vorhanden waren und deswegen Werte von 30 K für den angestrebten Temperaturbereich extrapoliert werden mussten. In [Abbildung 5.4](#) ist das gerechnete thermorefraktive Rauschen für eine innere Testmasse für ET gezeigt. Es ist zu erkennen, dass dies unterhalb der Ziel-Empfindlichkeitskurve liegt und somit den geplanten Detektor nicht wesentlich beeinflusst.

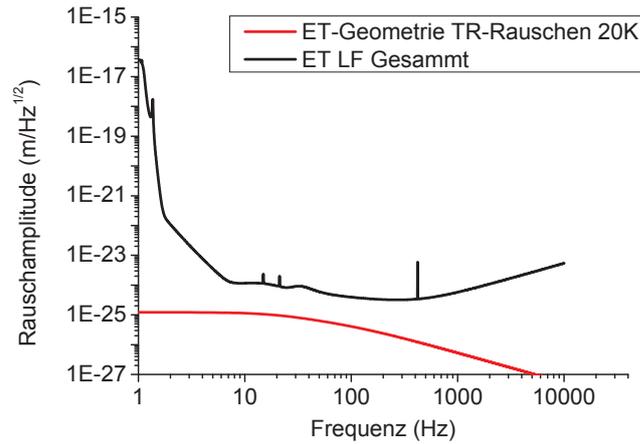


Abbildung 5.4 – Rauschamplitude des thermorefraktiven Rauschens, gerechnet mit den im Rahmen dieser Arbeit bestimmten Werten für den thermooptischen Parameter, im Verhältnis zur geplanten Empfindlichkeitskurve des ET-LF Detektors.

In [Abbildung 5.5](#) ist der in dieser Arbeit bestimmte thermooptische Parameter von Silizium und zum Vergleich der von Fused Silica aufgetragen. Als Testmassen-Material aktueller Detektoren, wegen seiner mechanischen Güte bei Raumtemperatur und zusätzlich bei vielen anderen Anwendungen mit großen Laserleistungen, aufgrund seiner kleinen optischen Absorption verwendet, bietet Fused Silica bei Raumtemperatur einen geringen thermooptischen Parameter von $8,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Silizium liegt bei Raumtemperatur mehr als eine Größenordnung über diesem Wert. Bei Temperaturen kleiner als 30 K fällt der Wert für Silizium dann unter den Raumtemperaturwert von Fused Silica und nimmt mit kleineren Temperaturen dann deutlich ab, wie in [Abbildung 5.5](#) zu sehen. Damit bietet Silizium bei den geplanten Einsatztemperaturen im Einstein Telescope einen kleineren thermooptischen Parameter als Fused Silica bei Raumtemperatur in der heutigen GWD-Generation.

Dies bewirkt neben einem kleineren thermorefraktiven Rauschen auch zusammen mit der deutlich größeren thermischen Leitfähigkeit von Silizium bei tiefen Temperaturen, dass Probleme durch thermische Linsen bei Silizium in den Hintergrund treten.

Die Untersuchungen in Bezug auf das Verhalten der Absorption für unterschiedliche Wellenlängen und der Forderung nach kleinen optischen Absorptionen legen für Silizium eine

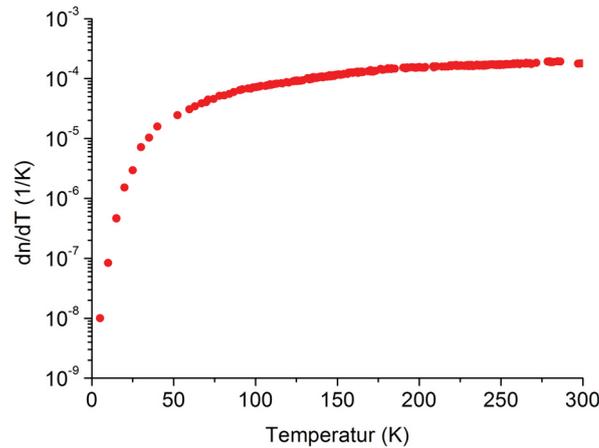


Abbildung 5.5 – Vergleich des thermooptischen Parameters zwischen Silizium und Fused Silica.

Wellenlänge mit einer kleineren Energie als die der Bandlücke fest. Das quadratische Ansteigen der freien Ladungsträger Absorption mit steigender Wellenlänge bedeutet, dass die zu verwendende Wellenlänge nicht weiter als nötig in den Infrarotbereich gelegt werden sollte.

Die temperaturabhängigen Absorptionsmessungen an moderat dotiertem Silizium haben zur Möglichkeit einer Modellierung der Absorption von Umgebungstemperatur bis zu kryogenen Temperaturen geführt. Die Messkurven können mit der Zusammensetzung aus unterschiedlichen Absorptionsprozessen beschrieben werden. Die bei tiefen Temperaturen dominierende Absorption durch Photoionisation verhindert ein „Ausfrieren“ der Absorption, welche entstehen würde, wenn nur die Absorption durch freie Ladungsträger beachtet wird. Damit rückt die Reinheit des Siliziums, welches als Substratmaterial für Spiegel zum Einsatz kommen soll, in den Mittelpunkt. Menge und Art der Verunreinigungen bestimmen über die durch Absorption eingetragene Wärme, je nach Design, die Aufhängung für die seismische Entkopplung oder die maximale Laserleitung. Beides hat einen Einfluss auf die Rauschperformance des Detektors, siehe [Abschnitt 2.2](#). Über die gewünschte mögliche Spiegeltemperatur im Zusammenspiel aus Absorption, Kühlleistung und Wärmeabtransport wird bei einer nicht vernachlässigbaren optischen Absorption ein Kompromiss gefunden werden müssen.

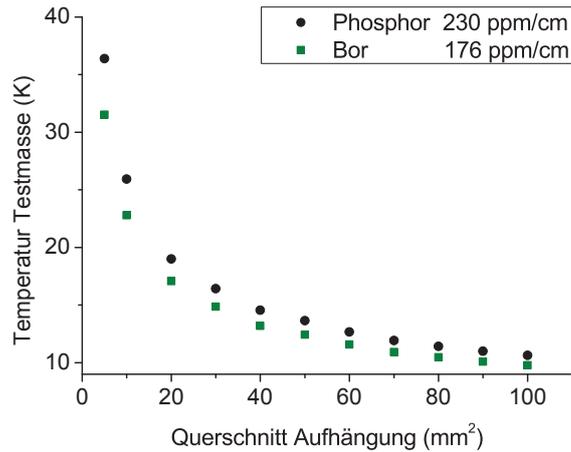


Abbildung 5.6 – Erreichbare Spiegeltemperatur, gerechnet für einen Siliziumzylinder mit der Geometrie einer ET Testmasse, aufgehängt an einer 1 m langen Siliziumfaser mit unterschiedlichem Querschnitt. Laserleistung und Strahlparameter sind aus der ET Design Studie entnommen. Die Spiegeltemperatur hängt von der Art der Dotierung des Siliziums ab. Die Gleichgewichtstemperatur wurde mit COMSOL berechnet.

Aus der [Abbildung 5.6](#) lässt sich erkennen, dass bei gleicher Anzahl Dotierung, oder Verunreinigungen, die Wahl von Bor oder Phosphor einen Einfluss auf die erreichbare Testmassentemperatur hat. Für verschiedene Aufhängungsquerschnitte ist die Gleichgewichtstemperatur eines Siliziumzylinders mit der Geometrie einer ET-Testmasse gerechnet, siehe Anhang. Zur Berechnung wurde eine Leitfähigkeit von $300 \Omega\text{cm}$ für eine Bor dotierte Probe zugrunde gelegt, was einem möglichst reinen nach dem Czochralski-Verfahren hergestellten Silizium Stück entspricht. Proben mit größerer Reinheit nach dem Floatzone-Verfahren sind in der Größe für die Testmassen des Einstein Telescope noch nicht verfügbar. Die $300 \Omega\text{cm}$ entsprechen $4.1 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ Bor Dotierung, die gleiche Anzahl an Dotierungsatomen wurde ebenfalls für Phosphor festgelegt. Die Absorption ergibt sich aus dem Wirkungsquerschnitt für die Photoionisation $\sigma_{1550\text{nm}}(\text{Si} : \text{P}) = 9 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$, beziehungsweise $\sigma_{1550\text{nm}}(\text{Si} : \text{B}) = 6,5 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2$, multipliziert mit der Teilchenzahl. Für die Bor Dotierung ergibt sich damit für die ITM des Einstein Telescope eine absorbierte Leistung von 0,25 W. Unter Berücksichtigung dieses Wertes muss die Aufhängung von ET ausgelegt werden.

6 Zusammenfassung

Für eine Gravitationswellenastronomie ist eine Weiterentwicklung aktueller GWDs nötig. Hierbei ist es das Ziel, die Empfindlichkeit der Detektoren zu steigern, indem Rauschquellen vermindert werden. Zur Minimierung des im entscheidenden Frequenzband limitierenden thermischen Rauschens hilft ein Absenken der Testmassentemperatur. Der Schritt zu kryogenen Testmassen bringt aufgrund des mechanischen Verlustes ein Wechsel des Testmassenmaterials mit sich. Für die Planung und den Bau zukünftiger kryogener GWDs mit Silizium als Testmassenmaterial konnte mit dieser Arbeit eine wesentliche Lücke bei den vorhandenen Daten, für tiefe Temperaturen, geschlossen werden.

Für die Absorptionsmessung wurden unterschiedliche Messmethoden und Aufbauten entwickelt und getestet. Mit dem kalorimetrischen Messverfahren konnten kleine Absorptionen bis in den ppm Bereich gemessen werden. Es wurden für das Design der Testmassenaufhängung kryogener GWDs nötige Absorptionswerte bei tiefen Temperaturen bestimmt. Zusätzlich ermöglichte das Messen der Temperaturabhängigkeit der optischen Absorption von Umgebungstemperatur bis zu kryogenen Temperaturen ein Verstehen und Modellieren der auftretenden Absorptionsprozesse. Um dies zu erreichen, wurden unterschiedlich dotierte Proben vermessen. Bei Umgebungstemperatur wurden zusätzlich noch wellenlängenabhängige Messungen durchgeführt.

Mit der Ermittlung des thermooptischen Parameters für den Tieftemperaturbereich ist erstmals ein Berechnen des thermorefraktiven Rauschen, ohne Extrapolation des Parameters, möglich. Weiterhin konnte mit dem thermooptischen Parameter der Effekt von thermischen Linsen in Silizium bei kryogenen Temperaturen abgeschätzt werden.

Mit dem gemessenen thermooptischen Parameter können nun auch auf der Änderung der Brechzahl basierende Messverfahren für die optische Absorption in Silizium im Tief-

temperaturbereich genutzt oder modelliert werden. Dies gilt insbesondere für Messungen in der „Pump&Probe“-Geometrie [105] oder Messungen basierend auf einer Kavität in der sogenannten „Photo-thermischen selbst Phasenmodulation“ [106].

Interessant für zukünftige Messungen wäre es noch, die wellenlängenabhängigen Messungen für Silizium über den gesamten Temperaturbereich auszuweiten. Ebenfalls fehlt weiterhin eine geschlossene Theorie für die freie Ladungsträger Absorption. Hierfür bedarf es weiterer systematischer Untersuchungen von unterschiedlich dotiertem Silizium. Messungen an Silizium mit anderen Dotierungen (Indium und Gallium zum Beispiel) wären sinnvoll, um die aufgestellte Theorie der Zusammensetzung der temperaturabhängigen optischen Absorption zu testen.

Die gewonnenen Resultate dieser Arbeit helfen der weiteren Planung des Einstein Telescope unmittelbar. Die in Tokyo durchgeführten Messungen an Saphir-Fasern fließen direkt in das Design des KAGRA Detektors ein. Zusätzlich haben diese Messungen noch einmal deutlich gemacht, wie wichtig das Thema Wärmeextraktion für kryogene Detektoren ist.

7 Anhang

7.1 Geometrie Einstein Telescope

Aus der Design Studie [31] lassen sich für den kryogenen Detektor des Einstein Telescope die in [Tabelle 7.1](#) angegebenen Parameter für die Rechnungen in dieser Arbeit entnehmen.

Tabelle 7.1 – Parameter für den kryogenen Detektor des Einstein Telescopes.

Name	Abkürzung	Wert
Armlänge	L	10 km
Eingangsleistung	P_{in}	3 W
Leistung in den Resonatoren	P_{res}	18 kW
Betriebstemperatur	T_0	10 K
Testmasse Material		Silizium
Testmasse Gewicht	m	211 kg
Testmasse Durchmesser	D	50 cm
Testmasse Länge	H	46 cm
Laser Wellenlänge	λ	1550 nm
Strahlradius	r_0	9 cm
Finesse	F	885

7.2 Parameter thermorefraktives Rauschen

In [Tabelle 7.2](#) sind die aus [107] und [108] entnommenen Parameter, für die Berechnung des thermorefraktiven Rauschens, angegeben.

Tabelle 7.2 – Parameter für die Berechnung des thermorefraktive Rauschens

Temperatur [K]	β [1/K]	Wärmekapazität [$\frac{J}{kgK}$] [107]	Wärmeleitfähigkeit [$\frac{W}{mK}$] [108]
10	$8,4 \times 10^{-8}$	0,276	2110
20	$1,52 \times 10^{-6}$	3,14	4940
30	$7,15 \times 10^{-6}$	18,55	4810

Literaturverzeichnis

- [1] A. Einstein (1916) *Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie*. Annalen der Physik **354**(7) 769–822. 1
- [2] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott et al. (2016) *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*. Phys. Rev. Lett. **116** 061102. 1
- [3] J. Weber (1960) *Detection and generation of gravitational waves*. Physical Review **117**(1) 306. 1
- [4] M. Maggiore (2008). *Gravitational Waves. Theory and Experiments, vol. 1*. 2.1.1
- [5] P. R. Saulson (1994) *Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors*, Band 7. World Scientific. 2.2, 2.2
- [6] F. Bondu, P. Hello und J.-Y. Vinet (1998) *Thermal noise in mirrors of interferometric gravitational wave antennas*. Physics Letters A **246**(3) 227–236. 2.2
- [7] V. Braginsky, M. Gorodetsky und S. Vyatchanin (1999) *Thermodynamical fluctuations and photo-thermal shot noise in gravitational wave antennae*. Physics Letters A **264**(1) 1–10. 2.2
- [8] Y. T. Liu und K. S. Thorne (2000) *Thermoelastic noise and homogeneous thermal noise in finite sized gravitational-wave test masses*. Physical Review D **62**(12) 122002. 2.2
- [9] V. Braginsky und S. Vyatchanin (2003) *Thermodynamical fluctuations in optical mirror coatings*. Physics Letters A **312**(3) 244–255. 2.2

-
- [10] V. Braginsky, M. Gorodetsky und S. Vyatchanin (2000) *Thermo-refractive noise in gravitational wave antennae*. Physics Letters A **271**(5) 303–307. [2.2](#)
- [11] B. Benthem und Y. Levin (2009) *Thermorefractive and thermochemical noise in the beamsplitter of the GEO600 gravitational-wave interferometer*. Physical Review D **80**(6) 062004. [2.2](#)
- [12] G. M. Harry, L. S. Collaboration et al. (2010) *Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors*. Classical and Quantum Gravity **27**(8) 084006. [2.2](#), [3.5](#)
- [13] H. Grote, L. S. Collaboration et al. (2008) *The status of GEO 600*. Classical and Quantum Gravity **25**(11) 114043. [2.3](#)
- [14] B. Abbott, R. Abbott, R. Adhikari et al. (2009) *LIGO: the laser interferometer gravitational-wave observatory*. Reports on Progress in Physics **72**(7) 076901. [2.3](#)
- [15] K. Arai, T. collaboration et al. (2008) *Recent progress of TAMA300*. In *Journal of Physics: Conference Series*, Band 120, 032010. IOP Publishing. [2.3](#)
- [16] F. Acernese, M. Alshourbagy, P. Amico et al. (2008) *Status of VIRGO*. Classical and Quantum Gravity **25**(11) 114045. [2.3](#)
- [17] G. M. Harry, L. S. Collaboration et al. (2010) *Advanced LIGO: the next generation of gravitational wave detectors*. Classical and Quantum Gravity **27**(8) 084006. [2.3](#)
- [18] V. Collaboration et al. *Advanced virgo baseline design (2009)*. URL [https://tds.ego-gw. it/itf/tds/file. php](https://tds.ego-gw.it/itf/tds/file.php) . [2.3](#)
- [19] K. Somiya (2012) *Detector configuration of KAGRA—the Japanese cryogenic gravitational-wave detector*. Classical and Quantum Gravity **29**(12) 124007. [2.3](#), [5.1](#)

-
- [20] M. Punturo, M. Abernathy, F. Acernese et al. (2010) *The Einstein Telescope: a third-generation gravitational wave observatory*. *Classical and Quantum Gravity* **27**(19) 194002. 2.3
- [21] D. McGuigan, C. Lam, R. Gram et al. (1978) *Measurements of the mechanical Q of single-crystal silicon at low temperatures*. *Journal of Low Temperature Physics* **30**(5) 621–629. 2.3
- [22] K. S. Bagdasarov, V. Braginski und V. Mitrofanov (1975) *Absorption of longitudinal acoustic waves in single crystals of ruby and sapphire*. *Sov. Phys. Crystallogr* **19**(4) 549–551. 2.3
- [23] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig et al. (2008) *High mechanical Q -factor measurements on silicon bulk samples*. In *Journal of Physics: Conference Series*, Band 122, 012008. IOP Publishing. 2.3
- [24] J. Franc, N. Morgado, R. Flaminio et al. (2009) *Mirror thermal noise in laser interferometer gravitational wave detectors operating at room and cryogenic temperature*. arXiv preprint arXiv:0912.0107 . 2.3
- [25] C. Schwarz, D. Heinert, J. Komma et al. (2012) *Mechanical spectroscopy of silicon as a low loss material for high precision mechanical and optical experiments*. In *Solid State Phenomena*, Band 184, 443–448. Trans Tech Publ. 2.3
- [26] S. Hild, S. Chelkowski, A. Freise et al. (2010) *A xylophone configuration for a third-generation gravitational wave detector*. *Classical and Quantum Gravity* **27**(1) 015003. 2.3
- [27] R. Nawrodt, G. Hofmann und C. Schwarz *Messungen der eigenen Arbeitsgruppe* . 2.3
- [28] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig et al. (2007) *High mechanical Q -factor measurements on calcium fluoride at cryogenic temperatures*. *The European Physical Journal Applied Physics* **38**(01) 53–59. 2.3

-
- [29] R. Nawrodt, A. Zimmer, T. Koettig et al. (2007) *Mechanical Q-factor measurements on a test mass with a structured surface*. New Journal of Physics **9**(7) 225. [2.3](#)
- [30] A. Schroeter, R. Nawrodt, R. Schnabel et al. (2007) *On the mechanical quality factors of cryogenic test masses from fused silica and crystalline quartz*. arXiv preprint arXiv:0709.4359 . [2.3](#)
- [31] M. Punturo, M. Abernathy, F. Acernese et al. (2010) *The Einstein Telescope: a third-generation gravitational wave observatory*. Classical and Quantum Gravity **27**(19) 194002. [2.4](#), [5.2](#), [7.1](#)
- [32] F. Y. Khalili (2005) *Reducing the mirrors coating noise in laser gravitational-wave antennae by means of double mirrors*. Physics Letters A **334**(1) 67–72. [2.5](#)
- [33] K. Somiya, A. G. Gurkovsky, D. Heinert et al. (2011) *Reduction of coating thermal noise by using an etalon*. Physics Letters A **375**(11) 1363–1374. [2.5](#)
- [34] A. G. Gurkovsky, D. Heinert, S. Hild et al. (2011) *Reducing thermal noise in future gravitational wave detectors by employing Khalili etalons*. Physics Letters A **375**(46) 4147–4157. [2.5](#)
- [35] D. Sigg, L. S. Collaboration et al. (2006) *Status of the LIGO detectors*. Classical and Quantum Gravity **23**(8) S51. [3.1](#)
- [36] H. Lück, M. Hewitson, P. Ajith et al. (2006) *Status of the GEO600 detector*. Classical and Quantum Gravity **23**(8) S71. [3.1](#)
- [37] G. Mueller, R. S. Amin, D. Guagliardo et al. (2002) *Method for compensation of thermally induced modal distortions in the input optical components of gravitational wave interferometers*. Classical and Quantum Gravity **19**(7) 1793. [3.1](#)
- [38] E. McAlister, J. Villa und C. Salzberg (1956) *Rapid and accurate measurements of refractive index in the infrared*. JOSA **46**(7) 485–487. [3.2](#)

-
- [39] C. D. Salzberg und J. J. Villa (1957) *Infrared refractive indexes of silicon germanium and modified selenium glass*. JOSA **47**(3) 244–246. 3.2
- [40] C. Randall und R. Rawcliffe (1967) *Refractive indices of germanium, silicon, and fused quartz in the far infrared*. Applied Optics **6**(11) 1889–1895. 3.2
- [41] E. V. Loewenstein und D. Smith (1971) *Optical Constants of Far Infrared Materials. I: Analysis of Channeled Spectra and Application to Mylar*. Applied optics **10**(3) 577–583. 3.2
- [42] B. J. Frey, D. B. Leviton und T. J. Madison (2006) *Temperature-dependent refractive index of silicon and germanium*. In *SPIE Astronomical Telescopes+ Instrumentation*, 62732J–62732J. International Society for Optics and Photonics. 3.2, 3.4
- [43] G. Cocorullo, F. Della Corte und I. Rendina (1999) *Temperature dependence of the thermo-optic coefficient in crystalline silicon between room temperature and 550 K at the wavelength of 1523 nm*. Applied physics letters **74**(22) 3338–3340. 3.2
- [44] <http://http://www.lakeshore.com/>. 3.2
- [45] T. Tomaru, T. Suzuki, S. Miyoki et al. (2002) *Thermal lensing in cryogenic sapphire substrates*. Classical and Quantum Gravity **19**(7) 2045. 3.2
- [46] J. Komma, C. Schwarz, G. Hofmann, D. Heinert und R. Nawrodt (2012) *Thermo-optic coefficient of silicon at 1550 nm and cryogenic temperatures*. Applied Physics Letters **101**(4) 1905. 3.4
- [47] C. Affeldt, K. Danzmann, K. Dooley et al. (2014) *Advanced techniques in GEO 600*. Classical and quantum gravity **31**(22) 224002. 3.5
- [48] O. K. Ersoy (2006) *Diffraction, Fourier optics and imaging*, Band 30. John Wiley & Sons. 3.5

- [49] D. Heinert, A. Gurkovsky, R. Nawrodt, S. Vyatchanin und K. Yamamoto (2011) *Thermorefractive noise of finite-sized cylindrical test masses*. Physical Review D **84**(6) 062001. 3.6
- [50] S. M. Sze und K. K. Ng (2006) *Physics of semiconductor devices*. John Wiley & Sons. 4.2, 4.2.1, 4.3, 4.2.2, 4.1, 4.8.2
- [51] A. H. Kahn (1955) *Theory of the infrared absorption of carriers in germanium and silicon*. Physical Review **97**(6) 1647. 4.1.2
- [52] M. Cardona und Y. Y. Peter (2005) *Fundamentals of semiconductors*. Springer. 4.1.2
- [53] D. K. Schroder, N. R. Thomas und J. C. Swartz (1978) *Free carrier absorption in silicon*. Solid-State Circuits, IEEE Journal of **13**(1) 180–187. 4.1.2
- [54] R. Vardanyan, V. Dallakyan, U. Kerst und C. Boit (2012) *Modeling free carrier absorption in silicon*. Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences) **47**(2) 73–79. 4.1.2
- [55] H. Fan (1956) *Infra-red absorption in semiconductors*. Reports on progress in physics **19**(1) 107. 4.1.2
- [56] R. A. Soref und B. R. Bennett (1987) *Electrooptical effects in silicon*. Quantum Electronics, IEEE Journal of **23**(1) 123–129. 4.1.2
- [57] M. A. Green (1995) *Silicon solar cells: advanced principles & practice*. Centre for photovoltaic devices and systems, University of New South Wales. 4.1.2
- [58] M. Rudiger, J. Greulich, A. Richter und M. Hermle (2013) *Parameterization of free carrier absorption in highly doped silicon for solar cells*. Electron Devices, IEEE Transactions on **60**(7) 2156–2163. 4.1.2
- [59] E. Burstein, E. Bell, J. Davisson und M. Lax (1953) *Optical investigations of impurity levels in silicon*. The Journal of Physical Chemistry **57**(8) 849–852. 4.1.3

- [60] E. Burstein, G. Picus, B. Henvis und R. Wallis (1956) *Absorption spectra of impurities in silicon*. Journal of Physics and Chemistry of Solids **1**(1) 65–74. 4.1.3
- [61] F. Khan und D. Bhattacharya (1984) *Electron capture cross-section in covalent semiconductors*. Solid state communications **51**(9) 719–721. 4.1.3
- [62] J. Geist (1989) *Infrared absorption cross section of arsenic in silicon in the impurity band region of concentration*. Applied optics **28**(6) 1193–1199. 4.1.3, 4.1.3, 4.5
- [63] P. Bratt, W. Engeler, H. Levinstein, A. Mac Rae und J. Pehek (1961) *A status report on infrared detectors*. Infrared Physics **1**(1) 27–38. 4.1.3
- [64] P. Bratt (1977) *Semiconductors and Semimetals, Vol. 12, Chapt. Impurity Germanium and Silicon Infrared Detectors* **39**. 4.1.3, 4.5
- [65] T. Liang und H. Tsang (2004) *Role of free carriers from two-photon absorption in Raman amplification in silicon-on-insulator waveguides*. Applied physics letters **84**(15) 2745–2747. 4.1.4
- [66] Q. Lin, O. J. Painter und G. P. Agrawal (2007) *Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides: modeling and applications*. Optics Express **15**(25) 16604–16644. 4.1.4
- [67] H. Tsang, C. Wong, T. Liang et al. (2002) *Optical dispersion, two-photon absorption and self-phase modulation in silicon waveguides at 1.5 μm wavelength*. Applied Physics Letters **80**(3) 416–418. 4.1.4
- [68] A. D. Bristow, N. Rotenberg und H. M. Van Driel (2007) *Two-photon absorption and Kerr coefficients of silicon for 850-2200 nm*. Appl. phys. lett **90**(19) 191104. 4.1.4
- [69] M. Grundmann (2006) *The physics of semiconductors: an introduction including devices and nanophysics*. Springer Science & Business Media. 4.2.1, 4.2.3, 4.2.3, 4.2.3, 4.2.4, 4.2.4, 4.8.2

-
- [70] H. S. Bennett (1983) *Hole and electron mobilities in heavily doped silicon: Comparison of theory and experiment*. Solid-state electronics **26**(12) 1157–1166. 4.2.1
- [71] F. Morin und J. Maita (1954) *Electrical properties of silicon containing arsenic and boron*. Physical Review **96**(1) 28. 4.2.1
- [72] R. Sauer (2009) *Halbleiterphysik: Lehrbuch für Physiker und Ingenieure*. Oldenbourg Verlag. 4.2.4, 4.2.4, 4.2.4, 4.8.1
- [73] A. Hordvik (1977) *Measurement techniques for small absorption coefficients: recent advances*. Applied optics **16**(11) 2827–2833. 4.3, 4.3.3
- [74] W. Heitmann (1976) *Attenuation measurement in glasses for optical communications: an immersion method*. Applied optics **15**(1) 256–260. 4.3
- [75] J. F. Muth, J. Lee, I. Shmagin et al. (1997) *Absorption coefficient, energy gap, exciton binding energy, and recombination lifetime of GaN obtained from transmission measurements*. Applied Physics Letters **71**(18) 2572–2574. 4.3
- [76] G. E. Bernal (1975) *Heat flow analysis of laser absorption calorimetry*. Applied optics **14**(2) 314–321. 4.3
- [77] M. Hass, J. W. Davisson, H. B. Rosenstock und J. Babiskin (1975) *Measurement of very low absorption coefficients by laser calorimetry*. Applied optics **14**(5) 1128–1130. 4.3, 4.3.3
- [78] J. Gordon, R. Leite, R. Moore, S. Porto und J. Whinnery (1965) *Long-transient effects in lasers with inserted liquid samples*. Journal of Applied Physics **36**(1) 3–8. 4.3.2
- [79] C. Hu und J. Whinnery (1973) *New thermo-optical measurement method and a comparison with other methods*. Applied optics **12**(1) 72–79. 4.3.2
- [80] W. B. Jackson, N. M. Amer, A. Boccara und D. Fournier (1981) *Photothermal deflection spectroscopy and detection*. Applied optics **20**(8) 1333–1344. 4.3.2

-
- [81] P.-K. Kuo und M. Munidasa (1990) *Single-beam interferometry of a thermal bump*. Applied optics **29**(36) 5326–5331. 4.3.2
- [82] A. Alexandrovski, M. Fejer und R. Route (2000) *Optical absorption measurements in sapphire*. 4.3.2
- [83] R. DeSalvo, A. Said, D. J. Hagan et al. (1996) *Infrared to ultraviolet measurements of two-photon absorption and n^2 in wide bandgap solids*. Quantum Electronics, IEEE Journal of **32**(8) 1324–1333. 4.3.2
- [84] M. Hass, J. Davisson, P. Klein und L. Boyer (1974) *Infrared absorption in low-loss KCl single crystals near 10.6 μm* . Journal of Applied Physics **45**(9) 3959–3964. 4.3.3
- [85] H. B. Rosenstock (1979) *Absorption measurements by laser calorimetry*. Journal of Applied Physics **50**(1) 102–110. 4.3.3
- [86] A. Eucken (1909) *Über die Bestimmung spezifischer Wärmen bei tiefen Temperaturen*. Physikalische Zeitschrift **10** 586–589. 4.3.3
- [87] J. S. Hwang, K. J. Lin und C. Tien (1997) *Measurement of heat capacity by fitting the whole temperature response of a heat-pulse calorimeter*. Review of scientific instruments **68**(1) 94–101. 4.3.3
- [88] W. Kern (1990) *The evolution of silicon wafer cleaning technology*. Journal of the Electrochemical Society **137**(6) 1887–1892. 4.4.1
- [89] <http://www.thorlabs.com/>. 4.4.3
- [90] R. E. Fischer, B. Tadic-Galeb, P. R. Yoder und R. Galeb (2000) *Optical system design*. Citeseer. 4.4.3
- [91] M. Bredol, D. Leers, L. Bosselaar und M. Hutjens (1990) *Improved model for OH absorption in optical fibers*. Lightwave Technology, Journal of **8**(10) 1536–1540. 4.4.4

-
- [92] T. Rich und D. Pinnow (1973) *Optical absorption in fused silica and fused quartz at 1.06 μ* . Applied optics **12**(10) 2234–2234. 4.4.4
- [93] <http://www.nktphotonics.com/>. 4.4.5
- [94] U. Willamowski, D. Ristau und E. Welsch (1998) *Measuring the absolute absorbance of optical laser components*. Applied optics **37**(36) 8362–8370. 4.4.6
- [95] <http://www.osram.com/>. 4.5
- [96] M. Keevers und M. Green (1995) *Absorption edge of silicon from solar cell spectral response measurements*. Applied physics letters **66**(2) 174–176. 4.5
- [97] M. Keevers und M. Green (1994) *Extended infrared response of silicon solar cells and the impurity photovoltaic effect*. In *Photovoltaic Energy Conversion, 1994., Conference Record of the Twenty Fourth. IEEE Photovoltaic Specialists Conference-1994, 1994 IEEE First World Conference on*, Band 2, 1433–1436. IEEE. 4.27, 4.9
- [98] A. Khalaidovski, J. Steinlechner und R. Schnabel (2013) *Indication for dominating surface absorption in crystalline silicon test masses at 1550 nm*. Classical and quantum gravity **30**(16) 165001. 4.7
- [99] S. L. J (1964) *Correction factor tables for four-point probe resistivity measurements on thin, circular semiconductor samples*. National Bureau of Standards. 4.8.2
- [100] W. Beadle (1985) *Quick reference manual for silicon integrated circuit technology*. John Wiley & Sons. 4.8.2
- [101] S. Wei und M. Chou (1994) *Phonon dispersions of silicon and germanium from first-principles calculations*. Physical Review B **50**(4) 2221. 4.44
- [102] J. Sethna (2006) *Statistical mechanics: entropy, order parameters, and complexity*, Band 14. Oxford University Press. 4.9

- [103] Y. Sakakibara, T. Akutsu, D. Chen et al. (2014) *Progress on the cryogenic system for the KAGRA cryogenic interferometric gravitational wave telescope*. Classical and Quantum Gravity **31**(22) 224003. 5.1
- [104] A. Khalaidovski, G. Hofmann, J. Komma et al. (2014) *Evaluation of heat extraction through sapphire fibers for the GW observatory KAGRA*. Classical and Quantum Gravity **31**(10) 105004. 5.1
- [105] J. Degallaix, J. Komma, D. Forest et al. (2014) *Measurement of the optical absorption of bulk silicon at cryogenic temperature and the implication for the Einstein Telescope*. Classical and Quantum Gravity **31**(18) 185010. 6
- [106] J. Steinlechner, C. Krüger, N. Lastzka et al. (2013) *Optical absorption measurements on crystalline silicon test masses at 1550 nm*. Classical and Quantum Gravity **30**(9) 095007. 6
- [107] R. Hull (1999) *Properties of crystalline silicon*. 20. IET. 7.2, 7.2
- [108] Y. Touloukian, R. Powell, C. Ho und P. Klemens (1970). *Thermophysical Properties of Matter (IFI/Plenum, New York)*. 7.2, 7.2

Danksagung

Die Kurzversion der Danksagung wäre ein Zitieren der Danksagung meiner Diplomarbeit, denn der Themenbereich ist zwar ein neuer, die Kollegen um mich herum größtenteils dieselben. Dennoch möchte ich mich für die weiterhin ausgezeichnete Zusammenarbeit bedanken, die dazu geführt hat, dass meine Promotion abgeschlossen werden konnte.

Mein Dank gilt Prof. Dr. P. Seidel für das Ermöglichen meiner Promotion. Besonders zu erwähnen ist mein Betreuer Herr Dr. Ronny Nawrodt, er gab regelmäßig gute Vorschläge, konnte in Zeiten, in denen es nicht voran ging, ermuntern, aufbauen und neu motivieren. Mein Studien- und Diplomkollege Gerd Hofmann war für die Promotion ein angenehmer Zimmerkollege im Büro und wenn es eine helfende Hand im Labor brauchte sofort zu Stelle.

Herr Dr. Daniel Heinert konnte bei allen theoretischen Problemen helfen, Herr Dr. Christian Schwarz war zu Beginn meiner Promotionszeit eine große Hilfe im Labor. Herr Ralf Neubert und Herr Holger Mühlig hatten für alle Fragen zur Elektronik ein offenes Ohr und einen passenden Rat. Die Mechanik-Werkstatt M2 löste zeitnah und in einer unglaublichen Präzession alle Konstruktionsprobleme. Herr Lutz Föllmer und Herr Tobias Eißmann ermöglichten die für alle Tieftemperaturmessungen unumgängliche kontinuierliche Versorgung mit flüssigem Helium und Stickstoff, dies auch nach den üblichen Füllzeiten. Bei Fragen zu Kryostaten erfuhr ich Unterstützung durch Matthias Thürk. Dank ebenso an alle anderen Mitglieder der Arbeitsgruppe, die hier aus Platzgründen unerwähnt bleiben. Was aber unbedingt erwähnt werden sollte, ist der schöne Zusammenhalt und die tollen Aktionen der Gruppe, wie zum Beispiel die unzähligen Radtouren.

International gab es einen produktiven Austausch mit der University of Glasgow, be-

sonders zu erwähnen ist hier Dr. Angus Bell. Ebenfalls mit dem LMA in Lyon, hier gab es mit Herrn Dr. Jérôme Degallaix fruchtbare Diskussionen. Bedanken möchte ich mich auch für die Möglichkeit mehrere Monate in Tokyo im Labor mitgearbeitet zu haben. Hier möchte ich stellvertretend Herrn Dr. Kazuhiro Yamamoto danken.

Die optischen Prinzip Skizzen basieren teilweise auf der Componentlibrary von Herrn A. Franzen des AEI Hannover für Inkscape, vielen Dank dafür.

Zu guter Letzt Dank auch an meine Familie und meinen Freundeskreis, mit diesem super Umfeld lassen sich alle Probleme angehen!

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel und Literatur angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder andere Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Die geltende Promotionsordnung der Physikalisch-Astronomischen Fakultät ist mir bekannt.

Ich versichere ehrenwörtlich, daß ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Jena, den 29.01.2016

Julius Karl Komma