



universitätsverlag  
ilmeneau

---

*Teichgräber, Carsten; Berger, Maik; Müglitz, Jörg:*

**Justierbare Getriebeglieder durch integrierte Parallelstruktur**

**URN:** urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-125-0

**URL:** <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-125-0>

---

***Erschienen in:***

10. Kolloquium Getriebetechnik : Technische Universität Ilmenau, 11. - 13. September 2013. - Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - S. 125-142. (Berichte der Ilmenauer Mechanismentechnik ; 2)

ISSN: 2194-9476

ISBN: 978-3-86360-065-5 [Druckausgabe]

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033>

## JUSTIERBARE GETRIEBEGLIEDER DURCH INTEGRIERTE PARALLELSTRUKTUR

*Carsten Teichgräber\*, Maik Berger\*, Jörg Müglitz\*\**

\* Technische Universität Chemnitz, Professur Montage- und Handhabungstechnik,  
E-Mail: carsten.teichgraeber@..., maik.berger@tu-chemnitz.de

\*\* ZIS Industrietechnik GmbH, Meerane, E-Mail: joerg.mueglitz@zis-meerane.de

### **Abstract**

Der Beitrag beschäftigt sich mit der Gestaltung justierbarer Getriebeglieder zur Kompensation von Fertigungstoleranzen. Dafür sind feine Stellbewegungen in allen Raumrichtungen und um alle Raumachsen erforderlich.

Die Forderungen lassen die Verwendung eines Hexapoden sinnvoll erscheinen, um das zuvor starre Bauteil einstellbar und dennoch steif zu gestalten. Bekannte Methoden zur Auslegung parallelkinematischer Maschinen werden gezielt vereinfacht und für die Optimierung der Getriebeabmessungen genutzt.

Das Vorgehen wird anhand eines seriellen, sphärisch wirkenden Roboterhandgelenks demonstriert. Durch Kombination von Messung und Berechnung entsteht eine einfache Möglichkeit, dessen Gelenkachsen zueinander zu justieren, d. h. sie in einem Punkt zum Schnitt zu bringen.

### **1 Motivation**

Besonders bei seriell aufgebauten, offenen Gliederketten in der Handhabungstechnik und Robotik bedarf es großer Anstrengungen, um das theoretische, steuerungsinterne kinematische Modell mit der realen Struktur abzugleichen. Dies ist für die Genauigkeit der durch die Gliederkette zu vollführenden Führungsbewegung von entscheidender Bedeutung. Die Abweichungen der geometrisch toleranzbehafteten Bauteile besitzen, je

nach ihrem Platz in einer offenen Gliederkette, um ein Vielfaches verstärkte Wirkungen auf den Tool-Center-Point (TCP).

Üblicherweise werden die einzelnen Glieder höchst genau gefertigt und mit größtmöglicher Präzision montiert. Aus Kostengründen sind diesem Weg naturgemäß Grenzen gesetzt.

Ein zweiter Weg besteht in der Anpassung des steuerungsinternen Modells in der Weise, dass alle denkbaren Fertigungs- und Montageabweichungen als Parameter in selbiges eingebaut werden und eine Anpassung des Modells an die reale, toleranzbehaftete Struktur erfolgt. Hier braucht es eine wie auch immer geartete Vermessung der Gliedkette in möglichst vielen verschiedenen Posen und eine sich anschließende Parameteridentifikation. Letztere dient der Bestimmung der in die Transformationskette eingefügten Toleranzlängen und -winkel.

Als dritter Weg verbleibt die mechanische Justierung der Getriebeglieder bestehen. Voraussetzung hierfür ist, dass sich der zu justierende Parameter mit erträglichem Aufwand messen lässt und die mit der Justierbarkeit einhergehenden Nachteile, wie:

- Verlust an Steifigkeit,
- Gelenkspiel,
- zusätzlicher gestalterischer und Fertigungsaufwand

in akzeptablen Grenzen bleibt.

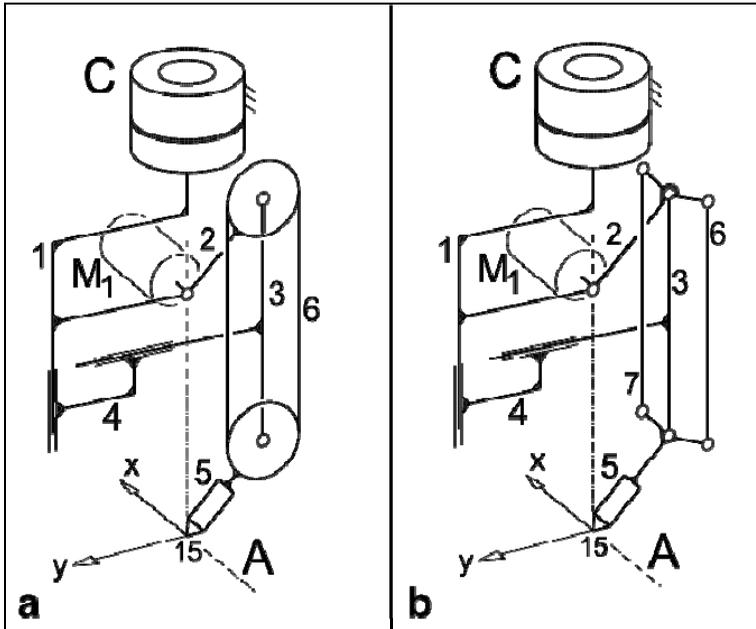
Der praktisch denkende Ingenieur wird letztendlich all diese Varianten miteinander kombinieren und unter Berücksichtigung von Kosten und Aufwand gewichten.

## **2 Anwendungen**

### **2.1 Ein einfaches Beispiel**

Die in [1] beschriebene Struktur in Abb. 1a verwendet einen auf der Koppel 3 angeordneten Zahnriementrieb 6 zur Parallelführung der Glieder 2 und 5. Im praktischen Einsatz führen vom Werkzeug, einem Schneidbrenner, ausgehende, um die x-Achse wirkende Biegemomente zu Abweichungen des TCP in der Größenordnung von etwa  $\pm 0.3\text{mm}$ . Als deren Ursache wurde die zu geringe Steifigkeit des Zahnriementriebes ermittelt.

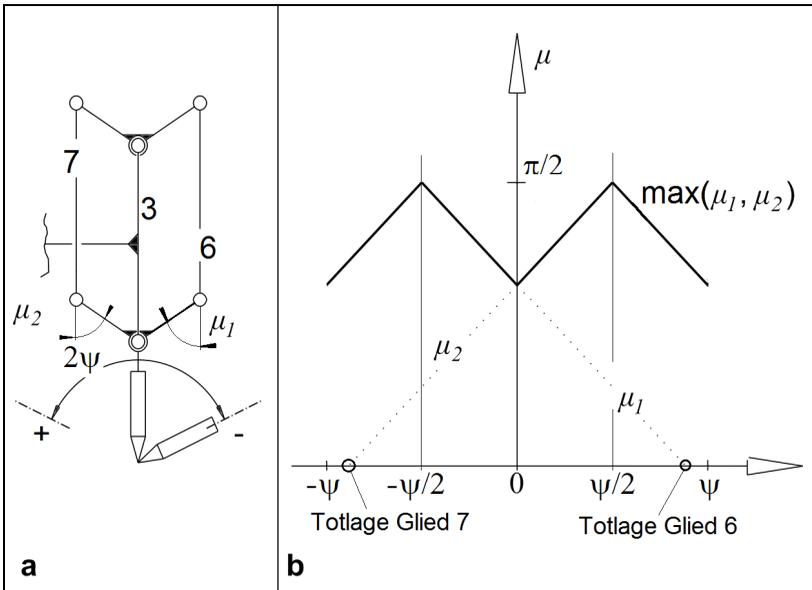
Konstruktive Zwänge verbieten größere Radien an den Zahnriemenscheiben der Glieder 2 und 5 oder die Wahl eines breiteren Riemens.



**Abb. 1:** a) mechanisch TCP-festes Roboter-Handgelenk  
b) alternative Variante mit überbestimmter Parallelführung

Die Substitution des Zahnriemens durch eine Koppel 6 (siehe Abb. 1b) führt zu sehr geringen Übertragungswinkeln, da für den Schwenkwinkel von Glied 5 der Bewegungsbereich  $\psi \in [-65^\circ, 65^\circ]$  gefordert wird. Mit zwei Koppeln 6 und 7 gelingt nach Abb. 2 ein minimaler Übertragungswinkel  $\mu_{min} = 90^\circ - \frac{1}{2} \psi_{max} = 57.5^\circ$ . Dies geschieht jedoch um den Preis der Überbestimmung.

Praktische Erfahrungen zeigen, dass die Gelenkabstände an den Koppeln 3, 6 und 7 innerhalb einer Toleranz von 0.02mm liegen müssen. Andernfalls drohen Klemmung, Schwergängigkeit und Verformungen, die die Laufgüte reduzieren und das Übertragungsverhalten negativ beeinflussen.



**Abb. 2:** a) Übertragungswinkel des Führungsgetriebes  
b) minimaler Übertragungswinkel über Schwenkbereich

Eine Maßtolerierung von  $285 \pm 0.01 \text{ mm}$  (entspricht dem Toleranzgrad IT4 bis IT5) ist mit üblichen Mitteln des Maschinenbaus nur schwierig zu erreichen. Naheliegender ist es, die Koppeln mit einer Einstellmöglichkeit längenveränderlich auszuführen. Wird diese Justagemöglichkeit als stoffschlüssiges Gelenk gestaltet, lassen sich die benötigten geringen Verstellwege leicht erzielen. Eine in die Koppeln eingeformte Öse (vgl. Abb. 3b) wird mit Zug- und Druckschrauben gezielt verformt und ermöglicht eine erstaunlich feinfühlig und genaue Längenänderung. Gegenüber der mit einem Zahnriemen gestalteten Koppel wird eine Verdreifachung der Verdrehsteifigkeit zwischen den Gliedern 2 und 5 erreicht. Eine Gegenüberstellung der beiden konstruktiven Varianten zeigt Abb. 3.

Die ursprüngliche Idee, durch eine leichte Verspannung der Koppeln 6 und 7 Spielfreiheit in den Gelenkzapfen zu erzwingen hat sich nicht bewährt. Stattdessen ist das Gelenk als Gleitlager mit genau hergestellter Spielpassung (H7/g6) ausgebildet.

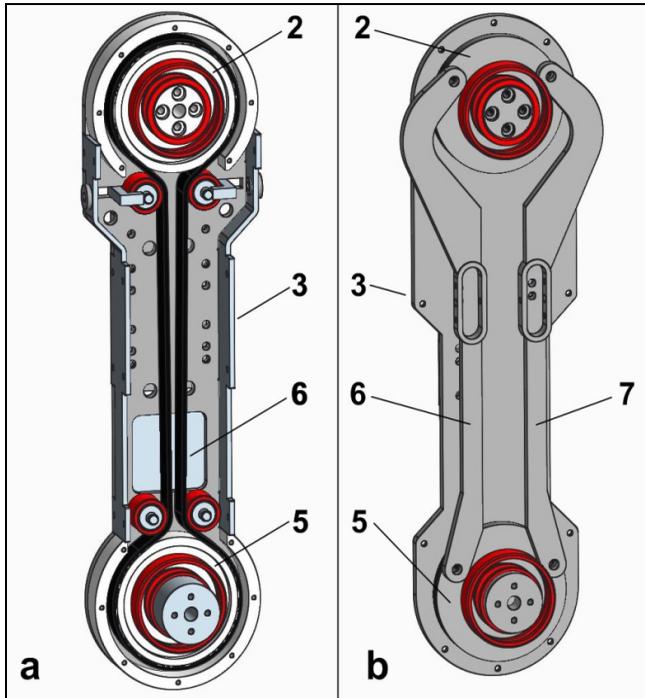
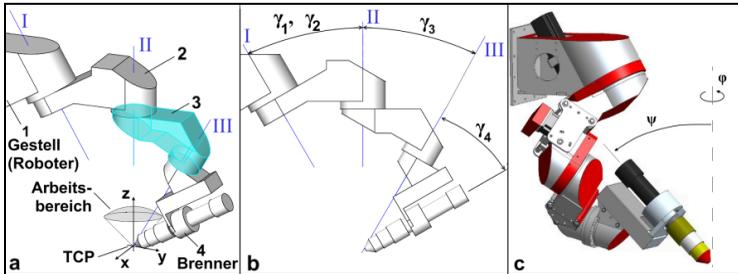


Abb. 3: a) Koppel mit Zahnriemen zur Parallelführung b) Doppelkoppel

## 2.2 Ein sphärisches Getriebeglied

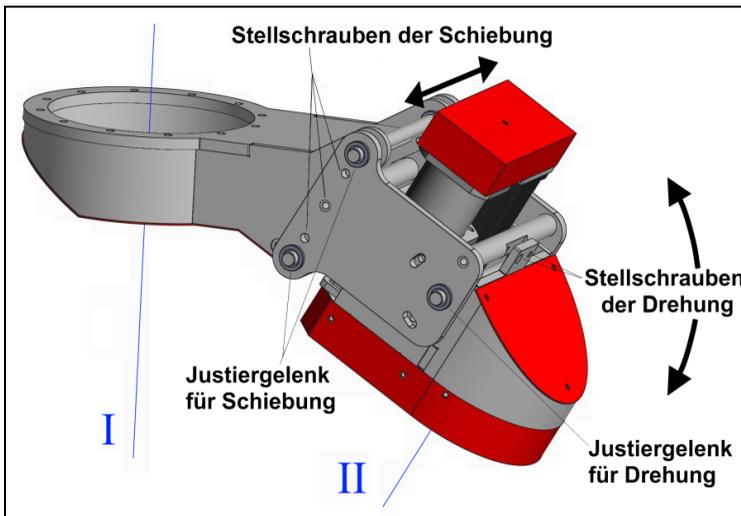
Ebenfalls in [1] beschrieben ist ein sphärisch wirkendes Roboterhandgelenk, dessen Aufgabe die Orientierung eines Plasma-Schneidbrenners ist. Das Handgelenk basiert auf einem seriellen, sphärischen Getriebe und besteht aus vier Gliedern und drei angetriebenen Drehgelenken (I, II, III) mit jeweils dem Gelenkfreiheitsgrad  $f=1$ . Die Einstellung der Brennerneigung erfolgt in zwei Winkeln unter gezielter Ausnutzung der kinematischen Redundanz. Damit wird eine Verdrillung des Schlauchpakets bei vollem Umlauf [1] vermieden. Abb. 4a zeigt das Handgelenk in gestreckter Pose mit dem Brenner am Rand des Arbeitsbereichs. Die Drehachsen benachbarter Gelenke schließen jeweils den Winkel  $\gamma_k$  ein ( $k = 1, \dots, 4$ ; Abb. 4b) und schneiden sich alle in einem gemeinsamen Punkt, der mit dem TCP zusammenfällt. Der TCP liegt genau auf der Strahlrichtung des

Brennschneidwerkzeugs, das starr am gestellfernsten Glied befestigt ist. Die Anordnung gestattet eine Brennerschwenkung um den TCP im Bereich  $\varphi \in [0^\circ, 360^\circ]$ ,  $\psi \in [0^\circ, 50^\circ]$  ohne in eine singuläre Stellung zu geraten.



**Abb. 4:** a) redundantes Roboterhandgelenk b) kinematisches Schema c) Prototyp der Fa. ZIS Industrietechnik

Die Fertigungstoleranzen der gestellnächsten Glieder wirken sich überproportional stark auf das Bewegungsverhalten am TCP aus. Insofern ist eine Justierbarkeit von Glied 2 von besonderer Wichtigkeit.



**Abb. 5:** Führungsglied mit konventioneller Justagemöglichkeit

Sie muss es ermöglichen, die Achsen I und II zum Schnitt zu bringen und den Schnittpunkt entlang der Achsen zu verschieben. Abb. 5 zeigt die konventionelle, bisher verwendete Lösung. Diese besteht aus einem Justiergelenk (Schubgelenk mittels zweier Bolzen links), das eine Bewegung entlang der Normalen auf die Achsen I und II ermöglicht. Als weitere Justierbewegung dient eine Schwenkung um diese Normale, realisiert durch ein Drehgelenk (einzelner Bolzen siehe Abb. 5 rechts). Mit der Schiebung werden I und II zum Schnitt gebracht, die Drehachse verschiebt den Schnittpunkt entlang I und II. Hingenommen werden muss, dass sich  $\gamma_I$  bei der Justage geringfügig verändert.

Die technische Lösung ist nicht ideal und Grund genug, nach einer besseren Variante zu suchen. An Stelle mehrerer, seriell angeordneter Justiergelenke soll im Folgenden eine parallele Anordnung untersucht werden.

### 3 Eine „Einstellplattform“

Parallelstrukturen sind bekannt für ihre hohe Steifigkeit, kleine Übersetzung, aber auch ihr begrenztes Einsatzgebiet durch einen kleinen Arbeitsraum. Die an räumlichen Parallelstrukturen erforderlichen Kreuz- und Kugelgelenke erreichen schnell die Grenze ihrer Bewegungsbereiche. Diese Eigenschaften sind für die vorliegende Aufgabe vorteilhaft oder zumindest nicht störend. Insofern stellte sich die Frage, ob mit einer nur um minimale Beträge beweglichen Plattform die oben beschriebene Justageaufgabe besser und einfacher gelöst werden könnte. Es ist demnach kein Arbeitsraum, wie bei der für die Robotik eingesetzten Plattform, zu analysieren, sondern nur eine einzelne Pose.

Folgende Fragestellungen benötigen eine Antwort:

Die Dimensionierung der Einstellplattform erfolgt derart, dass die Steifigkeit gegenüber den sechs Krafrichtungen in allen sechs Bewegungsfreiheiten maximal ist. Das bewirkt zwangsläufig, dass auch eine Einstellbarkeit in sechs Freiheiten gegeben ist.

Kann eine Dimensionierung gelingen, die zumindest für eine Schwenkrichtung eine Entkopplung ermöglicht, sodass eine Verstellbewegung genau eine Kompensationsbewegung hervorruft?

Welche kinematischen und konstruktiven Möglichkeiten bietet die Variation der Anlenkpunkte im Vergleich zur Variation der Strebenlängen?

Welche konstruktiven und gestalterischen Möglichkeiten sind dem Konzept innewohnend, speziell hinsichtlich der Gelenkgestaltung, der Stoffschlüssigkeit und der Nutzung generativer Fertigungsverfahren (Rapid Prototyping)?

Welche Steifigkeitseinbuße oder -steigerung ist im Vergleich zu einer herkömmlichen Lösung zu erwarten? Wie ist deren Masseverhältnis?

#### 4 Konzept des starren Hexapods

Die Lösungs idee kann als ein Hexapod mit starren Streben (Abb. 6a) angesehen werden. Die Bezeichnung "Hexapod" wird manchmal verallgemeinernd für alle Bewegungsmaschinen mit parallelkinematischer Struktur verwendet. In diesem Artikel heißt eine Struktur dann Hexapod, wenn Sie aus zwei Starrkörpern besteht, die über sechs Getriebeketten miteinander verbunden sind. Einer der Körper ist als Gestell definiert, der andere heißt Plattform.

Der Getriebefreiheitsgrad beträgt Null, die Relativlage der Drehgelenkachsen wird somit eindeutig definiert. Die sechs Streben sind mit je einem Kugelgelenk mit dem Gestell und der Plattform verbunden. Die Eigenrotation der einzelnen Streben um die Verbindungslinie der beiden Kugelgelenke hat kinematisch keine Bedeutung (Abb. 6a).

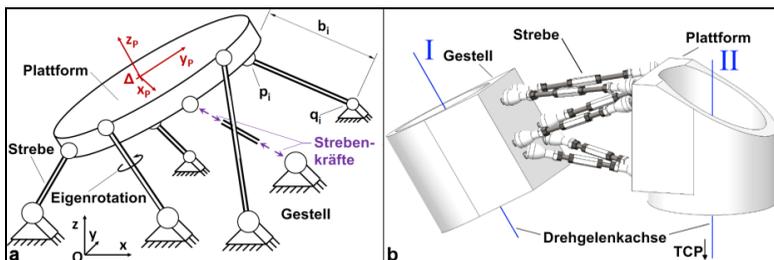


Abb. 6: a) Konzept 'starrer Hexapod' b) Entwurf der "Einstellplattform"

Ein Hexapod ist statisch gesehen ein Raumfachwerk und zählt zu den VGT (variable geometry truss). Die Streben werden nur normal beansprucht, was das große Verhältnis von Traglast zu Eigenmasse begründet. Die im Folgenden beschriebene statische Dimensionierung basiert auf einer Abschätzung der Gewichts- und Prozesskräfte sowie einem dem

Anwendungsgebiet des Handgelenks entsprechenden, typischen Bewegungsablauf. Die geometrischen Parameter der Auslegungsrechnung sind die Mittelpunktskordinaten der sechs Kugelgelenke am Gestell und an der Plattform. Der Durchmesser der Streben und die Größe der Kugelgelenke hängt direkt von der vorliegenden Belastung ab.

## 5 Geometrische Dimensionierung des starren Hexapods

In diesem Beitrag werden Vektoren und Punkten fett formatierte Kleinbuchstaben zugeordnet, während zweidimensionale Matrizen mit fett formatierten Großbuchstaben bezeichnet werden.

Bei der geometrischen Dimensionierung gilt es, die Positionen sowohl der gestellfesten Kugelgelenke als auch die Lage der Gelenke zu finden, die der Plattform zugeordnet sind. Das entstehende Problem wurde auf Grund seiner Komplexität auf numerisch iterativem Weg gelöst. Die Berechnungen dieses Abschnitts sind nur dann anwendbar, wenn alle Streben einfache, kugelgelenkig gelagerte Koppelstangen sind. Kompliziertere kinematische Ketten, bei denen sich mehr Glieder und Gelenke zwischen Gestell und Plattform befinden, sind für die vorhandene Aufgabenstellung ohnehin nicht geeignet.

Um die Dimensionierungsaufgabe zu lösen müssen die Positionen der gestellfesten Gelenke  $\mathbf{q}_i$  und die der Plattformgelenke  $\mathbf{p}_i$  ( $i = 1, \dots, 6$  siehe Abb. 6a) gefunden werden.  $\mathbf{p}_i^0$  enthält die lokalen Koordinaten der Gelenkmittelpunkte in Bezug auf das mit der Plattform starr verbundene Koordinatensystem  $\{\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p\}$ .

Um die Verformungen bei einer Belastung zu minimieren müssen die Verhältnisse von Reaktionskraft zu Verschiebung bzw. von Reaktionsmoment zu Winkel in jede der Raumrichtungen maximiert werden. Das vereinfachte Modell geht von einer starren Plattform und einem starren Gestell aus, während die verbindenden Streben und die Kugelgelenke als nachgiebig angenommen werden. Ein einfaches Modell der Streben als lineare Federn erscheint als sinnvolle Möglichkeit um zu einer Berechnung ihrer Verformung unter Last zu gelangen. Zusätzlich wird nur noch die Beziehung zwischen den auf die Plattform wirkenden Kräften und den Strebenkräften benötigt. Sie resultiert aus der Kinetostatik.

Die Abbildung der Plattformkräfte auf die Längskräfte der Streben ist die inverse Jacobi-Matrix des Mechanismus. Ihre Verwendung ist eine übliche Methode bei der Beurteilung der Steifigkeit eines Hexapods mit sechs angetriebenen, längenveränderlichen Streben. Ein geeignetes Steifigkeitsmaß wird in [2] (S. 259-268) dargestellt. Der Autor gibt als Empfehlung für die 6x6-Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  Folgendes an:

$$\mathbf{K} = \mathbf{J}^{-T} \cdot \text{diag}(k_i) \cdot \mathbf{J}^{-1}, \quad (4.1)$$

mit der Zusammenfassung von Streben- und Gelenksteifigkeit  $k_i$  zu

$$\frac{1}{k_i} = \frac{b_i}{ES_i} + \frac{2}{k_{BJ}} \quad (4.2)$$

wobei  $E$  den Elastizitätsmodul bezeichnet,  $S_i$  die Querschnittsfläche der jeweiligen Streben und  $b_i$  deren Länge angibt. Die Streben und ihre Gelenke werden in Gl. (4.2) als Reihenschaltung von Federn behandelt. Bei Verwendung der Einheit  $[k_i] = 1 \text{ N}/\mu\text{m}$  entstehen praktisch gut handhabbare Zahlenwerte.

Zunächst wurde noch die Steifigkeit der Kugelgelenke  $k_{BJ}$  untersucht. Hierzu ist auf einer Zug-Druck-Prüfmaschine eine Kraft-Verschiebungs-Kennlinie ermittelt worden. Die aufgezeichnete Kurve kann abschnittsweise durch eine Gerade angenähert werden, deren Anstieg vom Neigungswinkel der Strebe abhängt. Im Falle des starren Hexapods wird  $k_{BJ}$  für alle zwölf Gelenke als identisch angenommen.

Zur Gewinnung der inversen Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}^{-1}$  in Gl. (4.1) gibt es verschiedene Wege. Sie kann durch eine Betrachtung des statischen Kräftegleichgewichts des Mechanismus hergeleitet werden. Eine alternative Vorgehensweise betrachtet die übertragenen Geschwindigkeiten zwischen Antrieben und Abtriebskoordinaten [2]. Diese Möglichkeit wurde in diesem Aufsatz durch Anwendung eines üblichen geometrischen Ansatzes [3] verfolgt. Es kann auch ein anschaulicher, vektorieller Zugang gefunden werden, dessen Resultate sich ebenso verwenden lassen. Hierbei werden die Übertragungswinkel bei virtueller Variation jeweils der An- und Abtriebskoordinaten berechnet [4]. Dies benötigt weniger analytischen Ballast.

Da die sechs Punkte  $\mathbf{p}_i$  einerseits fest mit der starren Plattform verbunden sind und andererseits durch die Vektoren der Streben geführt werden, gelten die folgenden Zwangsbedingungen

$$f_i = b_i^2 - (\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_i)^2 = 0. \quad (4.3)$$

Die Koordinaten  $\boldsymbol{\zeta} = (\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \alpha \ \beta \ \varphi)^T$  geben die Position und Orientierung des plattformfesten Koordinatensystems  $\{\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p\}$  in Bezug auf das raumfeste System  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$  an (siehe Abb. 6a).  $\boldsymbol{\zeta}$  ist ein Argument der parametrisierten Lagefunktion  $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_i(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{p}_i^0)$ . Die Strebenlängen berechnen sich somit zu

$$b_i = \sqrt{(\mathbf{p}_i(\boldsymbol{\zeta}) - \mathbf{q}_i)^2}. \quad (4.4)$$

Nach Differenziation von Gl. (4.4) nach den Komponenten von  $\boldsymbol{\zeta}$  erhält man:

$$b'_i = \frac{1}{b_i} (\mathbf{p}_i(\boldsymbol{\zeta}) - \mathbf{q}_i)^T \mathbf{P}'_i(\boldsymbol{\zeta}) \cdot \boldsymbol{\zeta}'. \quad (4.5)$$

Gleichung (4.5) beschreibt den Zusammenhang zwischen einer Änderung der Strebenlänge und der Variation der Lage der Plattform. Folglich entspricht der Koeffizientenvektor in Gl. (4.5) der  $i$ -ten Zeile der inversen Jacobi-Matrix  $\mathbf{J}^{-1}$ . Die 3x6-Matrix  $\mathbf{P}'_i(\boldsymbol{\zeta})$  enthält die partiellen Ableitungen von  $\mathbf{p}_i(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{p}_i^0)$  nach den Koordinaten in  $\boldsymbol{\zeta}$ . Sie hängt direkt von der Art der Parametrisierung der Plattformlage ab.

Das Ziel der Auslegung ist die Ermittlung der maximalen Steifigkeit des Hexapods. Diese soll durch gezielte Variation der lokalen Koordinaten der Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i^0$  gefunden werden.

Zum Zwecke der numerischen Optimierung wird daher die Zielfunktion

$$Z(\mathbf{p}_i^0) = \eta(\mathbf{p}_i^0) \left\| \mathbf{K}(\mathbf{p}_i^0) \right\| \text{ definiert,} \quad (4.6)$$

die sich der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  aus Gl. (4.1) bedient. Zur Eignung der verschiedenen Normkriterien gibt es Ausführungen wie [3]. In diesem Fall wurde die Spektralnrm auf die 6x6-Matrix in Gl. (4.6) angewendet.

Besondere Aufmerksamkeit muss auf die verschiedenen Einheiten von Translation und Rotation in  $\mathbf{K}$  gerichtet werden. Dazu muss eine Skalierung gewählt werden, die den oberen drei Zeilen ( $i = 1, 2, 3$ ) von  $\mathbf{J}$  ähnliche Beträge wie den unteren ( $i = 4, 5, 6$ ) verschafft. Dadurch kann auf die Verwendung von Schraubenkoordinaten verzichtet werden.

Eine erfolgreiche Optimierung braucht Nebenbedingungen. In diesem Fall sind Beschränkungen hinsichtlich des Bau- und Kollisionsraums zu beachten. Basierend auf den in Frage kommenden Bereichen (Abb. 7a) werden die kartesischen Koordinaten von  $\mathbf{p}_i^0$  direkt eingeschränkt:

$$\begin{pmatrix} x_i^{\min} & y_i^{\min} & z_i^{\min} \end{pmatrix}^T \leq \mathbf{p}_i^0 \leq \begin{pmatrix} x_i^{\max} & y_i^{\max} & z_i^{\max} \end{pmatrix}^T. \quad (4.7)$$

Zudem darf keine Überschneidung der Streben auftreten. Die Anordnung der Gelenkpunkte und zulässiger Bauräume bestimmt ganz wesentlich die Notwendigkeit dieses Aspektes. Wird z. B. die Anordnung in Abb. 6b gewählt, kann unter bestimmten Voraussetzungen auf eine Kollisionsprüfung verzichtet werden. Der Rest dieses Abschnitts beschreibt eine Methode zum Einbezug der Kollisionsprüfung als Nebenbedingung in das Optimierungsverfahren.

Zur Detektion einer Überschneidung wird verglichen, ob der minimale Abstand  $e$  zweier Streben größer ist als deren summierte halbe Durchmesser:

$$e_{i,j} = \left| \mathbf{u}_{i,j}^T \mathbf{v}_{i,j} \right| > \frac{1}{2} (d_i + d_j) \quad i, j = 1, \dots, 6; i < j; \quad (4.8)$$

$$\text{mit } \mathbf{v}_{i,j} = \mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i \text{ und } \mathbf{u}_{i,j} = \frac{1}{b_i b_j} (\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_i) \times (\mathbf{p}_j - \mathbf{q}_j).$$

Gleichung (4.8) prüft den Abstand der Geraden durch die Gelenkpunkte  $\mathbf{p}_{ij}$  und  $\mathbf{q}_{ij}$ . Für unseren Fall sind einschränkend nur die Strecken zwischen den Punkten von Interesse. Die Formel liefert keine Aussage darüber, ob der geringste Abstand  $e$  zwischen den Punkten gefunden wurde. Ist dies der Fall sind die Vorzeichen der folgenden Ausdrücke verschieden:

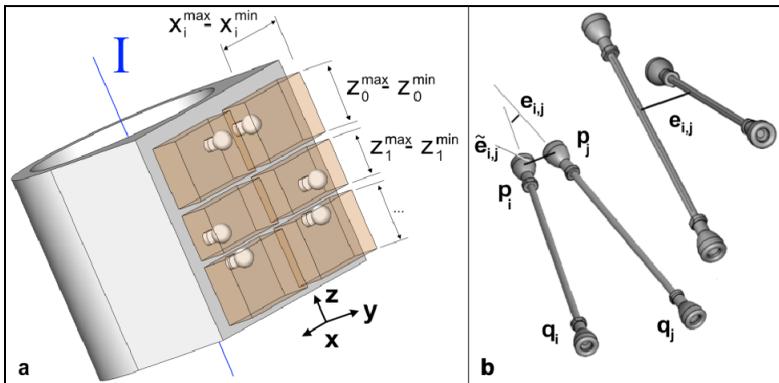
$$g_{i,j} = [(\mathbf{p}_j - \mathbf{q}_i) \times (\mathbf{p}_j - \mathbf{q}_j)]^T \mathbf{v}, \quad (4.9)$$

$$h_{i,j} = [\mathbf{u} \times (\mathbf{q}_j - \mathbf{p}_i)]^T \mathbf{v}. \quad (4.10)$$

Haben  $g_{i,j}$  und  $h_{i,j}$  das gleiche Vorzeichen, berechnet sich der minimale Kreuzungsabstand der betrachteten Strecken gemäß Abb. 7b zu

$$\tilde{e}_{i,j} = \min \left( |\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j|, |\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j|, |\mathbf{q}_i - \mathbf{p}_j|, |\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j| \right). \quad (4.11)$$

Tritt schließlich der Fall ein, dass der zulässige minimale Kreuzungsabstand unterschritten wurde (vgl. Gl. 4.8), sollte der Wert von  $Z$  aus Gl. (4.6) zu Null gesetzt werden. Hierfür hat sich in der Praxis die Definition eines Faktors  $\eta(\mathbf{p}_i) \in [0, 1]$  bewährt (siehe Gl. 4.6), der bereits in einem kleinen Bereich vor dem Eintreten der Kollision den Wert der Zielfunktion linear verringert. Damit wird in den meisten Fällen die Konvergenz eines gradientenbasierten Optimierungsverfahrens gesichert.



**Abb. 7:** a) zulässiger Bauraum für die Kugelgelenke am Gestell bzw. an der Plattform b) Berechnung der Abstände der Streben

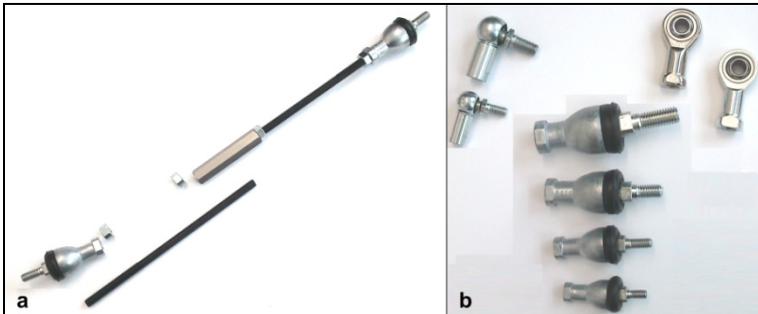
Mit den Ergebnissen des ersten Rechenlaufs für die Plattformpunkte  $\mathbf{p}_i$  sollte die Optimierung auf die gestellfesten Punkte  $\mathbf{q}_i$  angewendet werden. An Stelle von Gl. (4.6) dient dann  $Z(\mathbf{q}_i) = \eta(\mathbf{q}_i) \|\mathbf{K}(\mathbf{q}_i)\|$  als Zielfunktion, wobei die Nebenbedingungen in Gl. (4.7) entsprechend modifiziert werden.

## 6 Gestaltung und Dimensionierung der Gelenke

Die Belastungen, die im Betrieb auf das Handgelenk wirken sind hinreichend bekannt und können in einem Kollektiv von  $N$  Lastfällen  $\mathbf{f}_m$  zusammengefasst werden ( $m=1, \dots, N$ ). Richtung und Betrag der Komponenten von  $\mathbf{f}_m$  beziehen sich auf das raumfeste Koordinatensystem  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$ . Die Längskräfte  $\tau_m$  in den Streben können daraus lt. [2] (S. 259) für jeden Lastfall berechnet werden

$$\tau_m = \mathbf{J}^T \mathbf{f}_m . \quad (5.1)$$

Dazu wird  $\mathbf{J}^{-T}$  aus Gl. (4.5) invertiert. Entsprechend der maximalen Strebenkraft wird zunächst die Querschnittsfläche  $S_i$  (siehe Gl. (4.2)) berechnet. Als Anhaltspunkt dient eine Dimensionierungsrechnung bezüglich der Knicksicherheit, um letztlich unter Beachtung der Länge  $b_i$  der Streben deren Durchmesser  $d_i$  zu ermitteln. Die gefundenen Größen dienen dem Optimierungsproblem des vorherigen Abschnitts als Startwert. Entsprechend der linearen Steifigkeit der nachgiebigsten Strebe (Druckstabmodell, erster Term von Gl. (4.2)) wird nun die Baugröße des Kugelgelenks gewählt.



**Abb. 8: a) Zusammenbau einer Strebe aus Kugelgelenken, einer Kupplung und Rechts- und Linksgewindestangen b) diverse Kugelgelenke**

Für Kugelgelenke unterschiedlichen Typs und unterschiedlicher Baugröße wurden Kraft-Verschiebungs-Kennlinien aufgenommen. Auf diesen, noch nicht repräsentativen Untersuchungen basieren die folgenden Vermutungen:

- Spielfrei vorgespannte Kugelgelenke zeigen unter Druckbelastung ein charakteristisches Setzverhalten (Versteifungseffekt nach der Lastrücknahme, siehe Abb. 9).
- Die Kraft-Verschiebungs-Kennlinie besitzt einen annähernd linearen Abschnitt oberhalb einer Druckkraft von  $\approx 15\%$  der statischen Traglast des Gelenks.
- Entspricht der Kugeldurchmesser ungefähr dem Streben-  
durchmesser  $d_i$ , dann kann die Gelenksteifigkeit  $k_{BJ}$  in Gl. (4.2) vernachlässigt werden, indem die Strebenlänge  $b_i$  idealisiert bis in den Gelenkpunkt geführt wird (vgl. Abb. 8).

Vorzeichenwechsel der Strebenkräfte und die damit einhergehenden negativen Wirkungen des Setzens können nur dann ausgeschlossen werden, wenn mit hohen Vorspannkräften, z. B. durch Federn, eine Verschiebung des Arbeitspunktes aus der Nulllage heraus erfolgt. Naheliegender ist, diesem Problem durch die Verwendung kraft- oder stoffschlüssiger Gelenke zu begegnen.

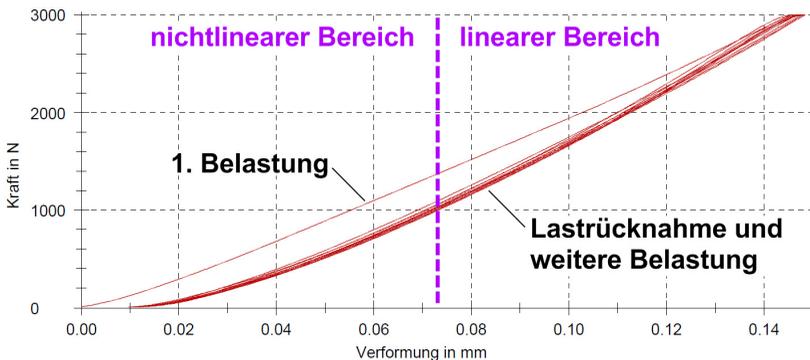


Abb. 9: Kraft-Weg-Kennlinie, obere Kurve verdeutlicht das Setzverhalten

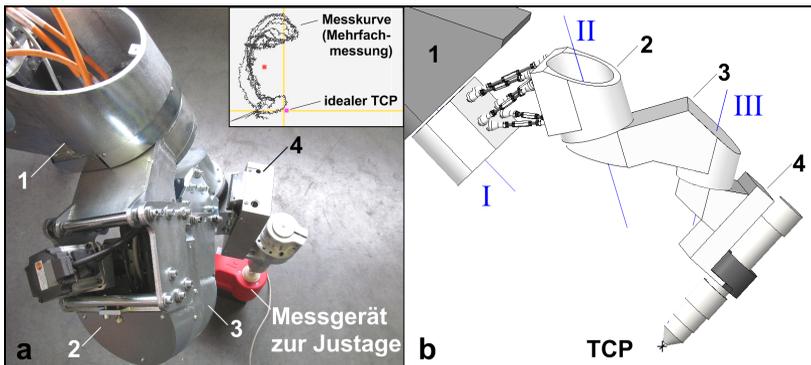
## 7 Justage des Führungsgetriebes

Nach dem Zusammenbau weicht das Handgelenk von der idealen Geometrie ab, d.h., die Achsen I, II, III schneiden sich nicht im TCP. Dies führt zu einem Positionsfehler, der am TCP gemessen werden kann, wenn der Schneidbrenner seine Orientierung ändert. Dazu trägt der Brenner eine

Messdüse, die am TCP eine Kugel besitzt. Idealerweise verbleibt diese Kugel bei einer Winkeländerung des Brenners raumfest. In der Realität entsteht jedoch eine Fehlerkurve (Abb. 10a oben), aus der sich die Fehlerwerte in axialer Richtung  $\varepsilon_r$  und in radialer Richtung  $\varepsilon_a$  bestimmen lassen. Für die Justage kommt ein eigens entwickeltes Messgerät (Abb. 10a) zum Einsatz, das die Bewegung der Kugel dreidimensional erfasst.

Die Betrachtung des untergeordneten Winkelfehlers  $\varepsilon_\gamma$  wird nicht betrachtet.

Der aktuelle Entwicklungsstand sieht nur ein manuelles Einstellen der Strebenlängen, d. h. eine Verkürzung oder Verlängerung paarweise zugeordneter Streben, vor. Bei geeigneter Auswahl der Streben ergeben sich zu den konventionellen Justierrichtungen äquivalente Verstellmaßnahmen, aber auch komplexere Bewegungen. Über die zum Messgerät gehörende Software können die Änderungen direkt verfolgt werden. Die Auswahlstrategie der Strebenanordnung hinsichtlich der bestmöglichen Justierbarkeit war noch nicht Gegenstand der Optimierung, wird jedoch in zukünftigen Forschungsarbeiten gezielt hinzugezogen werden müssen.



**Abb. 10: a) Vermessung des Handgelenks (konventionelle Bauform des Getriebeglieds 2)**

**b) Entwurfskonstruktion des Glieds 2 mit starrem Hexapod**

Theoretisch lassen sich aus den Messwerten angepasste Strebenlängen berechnen, die die vorhandenen Fehler kompensieren. Diese Rechnung entspricht in vielerlei Hinsicht dem Lösen des inversen kinematischen Problems für parallelkinematische Maschinen. Die Autoren schlagen vor, den Fehler  $\varepsilon_{1,\dots,n} = (\varepsilon_{rx} \ \varepsilon_{ry} \ \varepsilon_a)^T$  in Gl. (4.3) zu integrieren. Dann kann  $f_i$  durch

eine Änderung der Strebenlängen  $b_i$  minimiert werden, wobei stets alle  $n$  Messstellen zu berücksichtigen sind. Das Newton-Verfahren hat sich hierbei als ein effektives Werkzeug erwiesen, da mit den idealen Abmessungen  $b_i$  sehr gute Startwerte bereitstehen.

## 8 Ausblick

Dieser Aufsatz beschreibt einen Ansatz zur Justierung der Glieder eines Roboter-Führungsgetriebes zum Ausgleich von Fertigungsungenauigkeiten. Die bisherigen Erfahrungen motivieren zur weiteren Arbeit.

Aus einer praktischen Aufgabenstellung heraus ist eine neue, vergleichsweise unübliche Lösungsidee entstanden. Diese wird gegenüber einer konventionellen Lösung jedoch erst dann konkurrenzfähig sein, wenn durch eine adäquate Gestaltung und Fertigung das ihr innewohnende Potential vollständig genutzt wird.

Plausibel ist die Untersuchung möglicher Stoff- oder Kraftschlüssigkeit der Gelenke oder darüber hinaus einer "Monolithisierung" des gesamten Mechanismus. Letzteres meint, die gesamte Struktur aus einem einzigen, lokal elastischen Bauteil mit subtraktiven und bevorzugt auch generativen Fertigungsverfahren herzustellen. Denkbar ist auch, durch Piezoaktoren den Mechanismus aktiv auszubilden und gezielt zur Kompensation nicht-statischer Effekte zu nutzen.

Ein naheliegender Gedanke bei der Wahl der Anordnung der Streben in der Entwurfsphase ist, die Justierbewegungen voneinander zu entkoppeln. Jeder Einstellmöglichkeit sei in diesem Fall eine Ausgleichsbewegung zugeordnet. Dies zu erreichen erscheint schwierig, da man Parallelstrukturen im Allgemeinen als solche charakterisiert, deren kinematische Gleichungen nichtlinear und stark verkoppelt sind.

Eine gezielte Suche nach Posen, in denen die Jacobimatrix (teilweise) diagonal besetzt ist, kann zukünftig als brauchbares Mittel zur Findung entkoppelter Konfigurationen dienen. Im Zuge der Optimierung parallelkinematischer Roboter hat sich mit der Suche nach der isotropen Konfiguration ein ähnliches Vorgehen bewährt [3]. Auch eine näherungsweise Erfüllung dieser Bedingung begünstigt bereits die manuelle Justage.

Es kristallisiert sich ein interessantes Arbeitsgebiet heraus, das die Themen Robotik und "compliant mechanisms" verbindet und ein schönes Beispiel dafür ist, wie mit Mechanismen unkonventionelle technische Lösungen geschaffen werden können.

## Literatur

- [1] Müglitz, J.; Berger, M.; Wegert, E.: Roboterhandgelenke zum thermischen Schneiden. In: Berger, M. (Ed.): 9. Kolloquium Getriebetechnik, Technische Universität Chemnitz (2011)
- [2] Merlet, J.-P.: Parallel Robots (Series: Solid Mechanics and Its Applications). Springer (2006)
- [3] Schönherr, J.: Evaluation and optimum design of parallel manipulators having defined workspace. In: ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference Baltimore, Maryland (2000)
- [4] Teichgräber, C.; Berger, M.; Müglitz, J.: Antriebsauslegung parallelkinematischer Maschinen durch Nutzung praxisrelevanter Konstruktions- und Berechnungswerkzeuge, 16. VDI Getriebetagung Bewegungstechnik 2012, VDI Berichte 2175, ISBN : 978-3-18-092175-4