



universitätsverlag
ilmenau

Hartmann, Lars; Feierabend, Martin; Zentner, Lena:

**Über die Wirkung einer mechanischen Vorspannung auf die
Deformation eines asymmetrischen Federbügel-Mechanismus**

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-373-9

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033-373-9>

Erschienen in:

10. Kolloquium Getriebetechnik : Technische Universität Ilmenau, 11. - 13.
September 2013. - Ilmenau : Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - S. 373-390.
(Berichte der Ilmenauer Mechanismentechnik ; 2)

ISSN: 2194-9476

ISBN: 978-3-86360-065-5 [Druckausgabe]

URN: urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033

URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:ilm1-2013100033>

ÜBER DIE WIRKUNG EINER MECHANISCHEN VORSPANNUNG AUF DIE DEFORMATION EINES ASYMMETRISCHEN FEDERBÜGEL-MECHANISMUS

Lars Hartmann; Martin Feierabend; Lena Zentner

TU Ilmenau, Fachgebiet Mechanismentechnik, lars.hartmann@tu-ilmenau.de

Abstract

Federbügel-Mechanismen sind nachgiebige Mechanismen, die in der Technik als Klemm- und Sicherungselemente eingesetzt werden. Ein speziell geformter Federbügel ist durch zwei versetzt angeordnete Drehgelenke in einem Gestell gelagert. Durch die spezielle Lagerung des nachgiebigen Mechanismengliedes (Federbügel) im Gestell wird in den Mechanismus eine mechanische Vorspannung eingeprägt, die das Kraft-Verschiebungs-Verhalten beeinflusst. Die Größe der mechanischen Vorspannung wird vom Abstand der parallelen Drehachsen (Verrückung) bestimmt. In diesem Beitrag wird die Wirkung der mechanischen Vorspannung auf die Deformation eines ausgewählten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus mit numerischen und analytischen Methoden untersucht.

In many technological fields spring clip mechanisms are used as a kind of compliant mechanisms, especially as clamping and locking elements. A specially formed spring clip is supported by two parallel arranged revolute joints with shifted axes. Due to the special support of the compliant mechanism element (spring clip) in a fixed frame the mechanism is preloaded and so the force/displacement behavior is influenced. The size of the mechanical prestress is determined by the distance between the two shifted axes. In this contribution we investigate exemplarily in the effect of mechanical prestress on the deformation of one asymmetric spring clip mechanism using numerical and analytical methods.

1 Einleitung

In der Wissenschaftswelt gibt es nur wenige theoretische Untersuchungen zu Federbügel-Mechanismen, obwohl diese Mechanismen in der Technik sehr häufig als Verschluss- und Sicherungselemente, z. B. bei Karabinerhaken und Klappesteckern [1], eingesetzt werden. Die technische Anwendung dieser nachgiebigen Mechanismen als Verschluss- und Sicherungselemente für Karabinerhaken sowie Klapstecker in unterschiedlichen Ausführungsformen wird in Abb. 1 veranschaulicht.



Abb. 1: Technische Anwendung von Federbügel-Mechanismen: (a) Karabiner mit Federbügelverschluss [2]; (b) Sicherheitsklapstecker [3]; (c) Rohrklapstecker [3]; (d) Formklapstecker [3]

Der Mechanismus entsteht dadurch, dass ein speziell geformter biege- und torsionselastischer Federbügel (Drahtbügel) in einem starren Mechanismenglied (Gestell) über zwei Drehgelenke gelagert wird. Beim Einbringen des Federbügels in zwei zueinander versetzt angeordnete aber parallele Drehgelenke wird der Federbügel infolge der daraus resultierenden Deformationen mechanisch vorgespannt. Die Größe der Vorspannung wird vom Achsabstand der beiden parallelen Drehgelenke beeinflusst. Durch die Deformationen des Federbügels, die einerseits aus der Vorspannung und andererseits aus der Einwirkung von Kräften bzw. Verschiebungen resultiert, wird eine relative Beweglichkeit des Federbügels gegenüber dem Gestell gewährleistet. Die Auslenkung des Mechanismus ist aus der Deformation und der Rotationsbewegung des Federbügels im Gestell zusammengesetzt.

Da wie beschrieben die Beweglichkeit des Mechanismus vorrangig durch die Deformation des Federbügels gewährleistet wird, können Federbügel-Mechanismen nach [4] als nachgiebige Mechanismen bezeichnet werden. Die Nachgiebigkeit ergibt sich bei dem betrachteten Mechanismus durch das elastische Materialverhalten und ist über den gesamten Federbügel verteilt, wobei der Mechanismus selbst als hybrider nachgiebiger Mechanismus charakterisiert werden kann.

2 Material und Methoden

In diesem Beitrag wird ausgehend von einem mechanischen Modell die Wirkung mechanischer Vorspannungen auf die Deformation eines asymmetrischen Federbügels und damit auf die Beweglichkeit des Federbügel-Mechanismus mit Hilfe von analytischen und numerischen Methoden untersucht.

2.1 Modellbildung

Eine sehr zentrale Rolle bei der Untersuchung der mechanischen Vorspannung auf die Deformation des Federbügel-Mechanismus kommt der Modellbildung zu. Die, für die jeweilige technische Anwendung, speziell gestalteten Formen des Federbügels können nicht allumfassend betrachtet werden, so dass für eine ausgewählte Variante ein mechanisches Modell abstrahiert wird. Dabei werden folgende Einschränkungen und Festlegungen getroffen (vgl. Abb. 3), nach [5], [6]:

- der Federbügel ist aus drei biege- und torsionselastischen geraden Schenkeln zusammengesetzt,
- der Federbügel ist im unverformten Zustand eben, d. h. alle Stabachsen liegen in einer Ebene,
- alle Schenkel stehen rechtwinklig zueinander,
- die Asymmetrie des Federbügels entsteht durch die unterschiedlichen Längenabmessungen der parallel liegenden Schenkel,
- Biegeradien und Verrundungen, die zur Herstellung des Federbügels erforderlich sind, werden vernachlässigt,
- Anwendung des Prinzips von SAINT-VENANT,
- Anwendung der linearen Theorie der kleinen Verformungen ohne Berücksichtigung von Schub (BERNOULLI-EULER-Theorie),
- Verwendung von homogenem, isotropem Material,
- Gültigkeit des HOOKESchen Gesetzes,
- Querschnittsabmessungen sind klein gegenüber den Längenabmessungen der Schenkel,
- konstante Querschnittsabmessungen der einzelnen Schenkel,
- Reibungseffekte in den Lagerstellen werden vernachlässigt.

2.2 Numerische Methoden

Zur strukturmechanischen Untersuchung der Deformation des Federbügels und der Beweglichkeit des gesamten Mechanismus unter dem Einfluss einer mechanischen Vorspannung ist die Finite-Elemente-Methode (FEM) besonders geeignet. Mit dem Programmpaket ANSYS® Workbench 14.5 können komfortabel Analysen jeweils für verschiedene Elementtypen, Randbedingungen, Vorspannungen und Lasten durchgeführt werden. Unter Bezugnahme auf die Modellbildung des Federbügel-Mechanismus (vgl. Abschnitt 2.1) wird die Analyse mit Balkenelementen durchgeführt. Dabei wird entsprechend der BERNOULLI-EULER-Theorie ein elastisches 3D-Balkenelement (*beam4*) zur Abbildung des Federbügels verwendet. Die Drehgelenke werden durch *joints* nachgebildet, wobei stets die Drehung um die z -Achse frei gegeben ist. Durch eine Verrückung δ (*displacement*) der Lagerstelle B in y -Richtung wird die mechanische Vorspannung in einem ersten Lastschritt nachgebildet. In einem zweiten Lastschritt wird bei gleichbleibender Verrückung der Lagerstelle B (mechanische Vorspannung) eine Kraft F_y am freien Ende des Bügels in y -Richtung aufgebracht. Das beschriebene FEM-Modell ist links in Abb. 2 dargestellt. Als Geometrie- und Materialparameter werden zunächst vorgegeben:

- Länge der Schenkel: $l_1 = 50 \text{ mm}$ $l_2 = 25 \text{ mm}$ $l_3 = 40 \text{ mm}$
- Querschnitt der Schenkel: Kreisquerschnitt, jeweils $d = 1 \text{ mm}$
- Materialparameter: $E = 206 \text{ kN/mm}^2$ $G = 78 \text{ kN/mm}^2$

Die Simulationsergebnisse werden dank der Balkenelemente in sehr kurzer Zeit generiert. Allerdings bestehen Zweifel an der Richtigkeit der mit Hilfe von *beam4* berechneten Ergebnisse, da die Verschiebung des Kraftangriffspunktes v_F im Lastschritt 2 übermäßig groß erscheint ($v_F \approx 1478 \text{ mm}$ bei $\delta = 2 \text{ mm}$ Verrückung und $F_y = 5 \text{ N}$ Belastung). Auch ein anderer Elementtyp (*beam188*) sowie eine Variation der Ansatzfunktion (*linear* und *quadratisch*) und eine veränderte Nachbildung der Lagerung (*remote displacement*) führen zu ähnlichen Ergebnissen. Für diese unglaubliche, große Verschiebung kann an dieser Stelle keine Begründung gefunden werden.

Eine weitere Möglichkeit FEM-basierte Ergebnisse für die scheinbar triviale Problemstellung zu gewinnen, ist die Diskretisierung und Berechnung der Struktur (Federbügel) mit Volumenelementen.

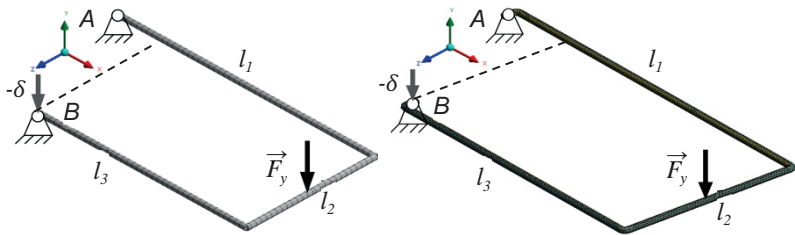


Abb. 2: FEM-Modelle zur Berechnung der Deformation des drehgelenkig gelagerten Federbügel-Mechanismus mit Verrückung δ und unter Belastung F_y ; links: *beam*-Elemente, rechts: *solid*-Elemente

Abweichend von den Einschränkungen der Modellbildung (vgl. Abschnitt 2.1) muss die Analyse mit einem veränderten FEM-Modell, rechts in Abb. 2 dargestellt, durchgeführt werden. Die Vernachlässigung von Verrundungen an den Übergängen zwischen den einzelnen Schenkeln wird aus Modellierungsgründen für diese Simulation widerrufen. Bei Simulationen mit Volumenelementen wird ein kontinuumsmechanischer Ansatz verfolgt, der stets Schub berücksichtigt, so dass hier von der BERNOULLI-EULER-Theorie abgewichen wird. Diese Veränderungen in der Modellierung müssen eingeräumt werden, um FEM-Ergebnisse mit Volumenelementen zu produzieren. Als neuer Elementtyp wird ein 3D-Volumenelement (Tetraeder) mit quadratischer Ansatzfunktion (*solid187*) verwendet. Auf Grund der erheblich erhöhten Anzahl an Knoten verlängert sich die Rechenzeit entsprechend. Alle Analyseinstellungen (z. B. Randbedingungen und Lasten) bleiben mit Bezug auf die vorangegangene Simulation (Balkenelemente) unverändert (vgl. Abb. 2). Die Ergebnisse der FEM-Simulation mit *solid187*, die wieder aus zwei Lastschritten (Vorspannung und anschließende Belastung) zusammengesetzt ist, sind ingenieurtechnisch nachvollziehbar und scheinen realistisch ($v_F \approx 14$ mm bei $\delta = 2$ mm Verrückung und $F_y = 5$ N Belastung). Eine Vergleichssimulation zu den *solid187*-Ergebnissen basierend auf Tetraederelementen mit linearer Ansatzfunktion (*solid185*) bestätigt trotz geringer Unterschiede in den Verschiebungen die Richtigkeit der Simulationsergebnisse, die durch Anwendung von Volumenelementen erzielt wurden. Zwischen den *beam*- und *solid*-Simulationsergebnissen bestehen erhebliche Unterschiede, so dass für die FEM ausschließlich *solid187*-Elemente betrachtet werden.

Es bleibt fraglich, ob die als richtig angesehenen Ergebnisse tatsächlich korrekt sind. Aus Sicht der Getriebetechnik ist kaum vorstellbar, dass die BERNOULLI-EULER-Theorie nicht anwendbar sein soll und somit bleibt unklar warum mit der FEM-Balkentheorie für das betrachtete Balkentragwerk unrealistische Ergebnisse berechnet werden.

2.3 Analytische Methoden

Mit den analytischen Methoden wird das Ziel verfolgt, die FEM-Ergebnisse zu prüfen und die Anwendbarkeit der Balkentheorie zu belegen. In ähnlicher Weise wie bei den FEM-Berechnungen müssen die mechanische Vorspannung (Verrückung) und die Belastung in getrennten Schritten aufgebracht werden. Eine Überlagerung der Lasten in einer Berechnung ist zunächst nicht möglich. Das ist damit zu begründen, dass infolge der Deformation des Federbügel-Mechanismus, hervorgerufen durch eine mechanische Vorspannung, die Gestalt des Tragwerkes im ersten Lastschritt in unbekannter Größe verändert wird. Die Stabachsen wären somit für die beiden Lastschritte unterschiedlich, so dass eine Superposition aus mechanischer Vorspannung und Belastung nicht gerechtfertigt ist.

Der Ausgangspunkt für die Gleichgewichtsbedingungen im zweiten Lastschritt ist dann die verformte Struktur, also das Ergebnis des ersten Lastschrittes. Aus den genannten Gründen und mit Bezug auf die im Abschnitt 2.1 getroffenen Einschränkungen wird in diesem Abschnitt lediglich die Deformation des asymmetrischen ($l_1 > l_3$) Federbügel-Mechanismus infolge mechanischer Vorspannung analytisch berechnet. Es ergeben sich verschiedene Herangehensweisen für die analytische Betrachtung des Problems. Die analytische Ermittlung der Deformation kann einerseits über die Verformungsgleichungen für Zug/Druck, Biegung und Torsion und andererseits durch energetische Methoden, z. B. die Sätze von CASTIGLIANO bzw. MENABREA erfolgen. Zur Berechnung der Verschiebung an jedem Punkt des Tragwerkes eignet sich die klassische Herangehensweise über die Verformungsgleichungen. Die Lager- und Schnittreaktionen werden aus statischen Gleichgewichtsbeziehungen des unverformten Tragwerkes berechnet. Das sind im Allgemeinen drei skalare Gleichungen für die Kraftkomponenten und drei skalare Gleichungen für die Komponenten der Momente, jeweils in x -, y -, und z -Richtung im kartesischen Raum.

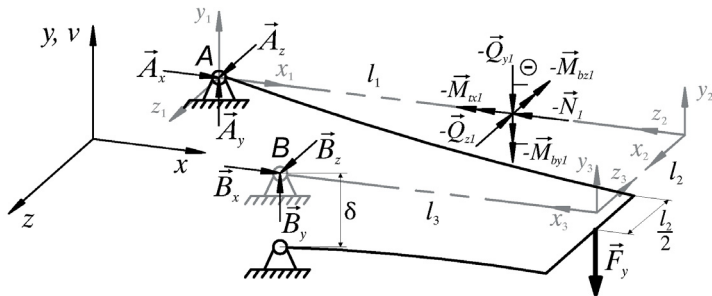


Abb. 3: Mechanisches Modell zur Berechnung der Deformation eines asymmetrischen Federbügel-Mechanismus aus drei Schenkeln infolge einer Vorspannung und einer Belastung

Für das ausschließlich durch zwei Drehgelenke (Festlager A und B) gelagerte Balkentragwerk, dargestellt in der Abb. 3, ergeben sich für den ersten Lastschritt, d. h. Belastung nur durch die Verrückung (graue Darstellung), das Kräfte- und Momentengleichgewicht zu:

$$\begin{pmatrix} A_x + B_x \\ A_y + B_y \\ A_z + B_z \end{pmatrix} = \vec{0} \quad \text{und} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} l_1 - l_3 \\ 0 \\ l_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \vec{0}. \quad (2)$$

In den Gleichungen (1) und (2) wird die mechanische Vorspannung, die durch eine Verrückung δ des Drehgelenkes B definiert ist, nicht abgebildet. Demzufolge ist die Ermittlung der Lagerreaktionen nicht aus den Gleichgewichtsbedingungen, sondern nur über die Verformungen möglich. An dieser Stelle werden zunächst mit Hilfe des Satzes von MENABREA die unbestimmten Lagerreaktionen ermittelt. Definitionsgemäß ist nach MENABREA ist die Verschiebung am Ort und in Richtung der unbekanntenen Lagerreaktion nicht vorhanden, so dass für die Lagerreaktionen B_x , B_y und B_z gilt [6]:

$$\frac{\partial W_F}{\partial B_x} = \frac{\partial W_F}{\partial B_z} = 0. \quad (3)$$

Die mechanische Vorspannung des Federbügels, die beim Einbringen des Bügels in das Gestell entsteht, kann somit einfach berücksichtigt werden durch:

$$\frac{\partial W_F}{\partial B_y} = -\delta. \quad (4)$$

Gemäß Abb. 3 ist der Federbügel in drei Segmente unterteilt. Für jedes Segment können unter Ausnutzung eines lokalen Koordinatensystems die Schnittreaktionen abschnittsweise bestimmt werden. Somit ergibt sich beispielsweise die Formänderungsenergie unter Vernachlässigung von Schub für den ersten Schenkel ($0 \leq x_1 \leq l_1$) zu [6]:

$$W_{F1} = \int_0^{l_1} \frac{N_1}{EA_1} dx_1 + \int_0^{l_1} \frac{M_{tx1}}{GI_{p1}} dx_1 + \int_0^{l_1} \frac{M_{by1}}{EI_{y1}} dx_1 + \int_0^{l_1} \frac{M_{bz1}}{EI_{z1}} dx_1. \quad (5)$$

Für die Abschnitte zwei und drei sind die entsprechenden Schnittkräfte und -momente in den Grenzen $0 \leq x_2 \leq l_2/2$ bzw. $l_2/2 \leq x_2 \leq l_2$ und $0 \leq x_3 \leq l_3$ zu betrachten. Durch Anwendung der Gleichungen (3) und (4) sowie den Bestimmungsgleichungen für die Formänderungsenergie (vgl. (5)) können alle Lagerreaktionen bestimmt werden. Es ergeben sich unter der Voraussetzung gleicher Querschnitte und gleichen Materials für alle Schenkel ($I_{p1} = I_{p2} = I_{p3} = I_p$; $I_{z1} = I_{z2} = I_{z3} = I_z$; $E = \text{const.}$; $G = \text{const.}$):

$$A_x = B_x = 0$$

$$A_z = B_z = 0$$

$$A_y = -B_y = -\frac{3 \delta G I_p E I_z}{G I_p (l_1^3 + l_2^3 - l_3^3 - 3 l_1^2 l_3 + 3 l_3^2 l_1) + 3 E I_z (l_2^2 l_1 + l_3^2 l_2)}.$$

Mit den jetzt bekannten Lager- und Schnittreaktionen können die Verformungen gemäß den Gleichungen für Biegung und Torsion eindeutig bestimmt werden. Dabei treten in den einzelnen Schenkeln folgende Beanspruchungen auf:

	Bereich	Schnittreaktionen	Beanspruchung
Schenkel 1	$0 \leq x_1 \leq l_1$	$(Q_{y1}); M_{tx1}; M_{bz1}$	Torsion; Biegung um z
Schenkel 2	$0 \leq x_2 \leq l_2/2$	$(Q_{y2}); M_{tx2}; M_{bz2}$	Torsion; Biegung um z
	$l_2/2 \leq x_2 \leq l_2$	$(Q_{y3}); M_{tx3}; M_{bz3}$	Torsion; Biegung um z
Schenkel 3	$0 \leq x_3 \leq l_3$	$(Q_{y4}); M_{bz4}$	Biegung um z

Es gelten für den Verdrehwinkel $\varphi(\cdot)$ und die Durchbiegung $v(\cdot)$ nach [6] die folgenden Differenzialgleichungen:

$$\varphi'(\cdot) = \frac{M_t}{G I_p} \quad \text{und} \quad (6)$$

$$v''(\cdot) = \frac{M_b}{E I_z} . \quad (7)$$

Die Gesamtverschiebung (Deformation) $v(s)$ in y -Richtung wird aus der Addition der einzelnen Verschiebungen unter Berücksichtigung der Rand- und Übergangsbedingungen bestimmt. Es sei s eine aus x_1 , x_2 und x_3 zusammengesetzte Koordinate, die für den gesamten Federbügel definiert ist, so gilt für $v(s)$.

$$v(s) = \begin{cases} v_1(x_1) & 0 \leq s \leq l_1 \\ v_2(x_2) + \varphi_1(l_1) \cdot x_2 & l_1 \leq s \leq l_2 \\ v_3(x_3) + \varphi_2(l_2) \cdot x_3 & l_3 \leq s \leq l_3 \end{cases} \quad (8)$$

An dieser Stelle wird auf eine ausführliche Darstellung der einzelnen Verschiebungen und Verdrehungen verzichtet. Das Ziel der Nutzung analytischer Methoden, die FEM-Ergebnisse zu validieren und die Anwendung der Balkentheorie zu belegen, ist wie Kapitel 3 zeigen wird nur teilweise erbracht. Ausgehend von der berechneten elastischen Linie $v(s)$ infolge einer mechanischen Vorspannung, sollte eine exakte analytische Berechnung der Deformation infolge einer zusätzlichen Krafteinwirkung mit neuen Stabkoordinaten möglich sein. Da für kleine Verrückungen δ nur eine kleine Deformation des Federbügels zu erwarten ist, kann eine analytische Berechnung für die kombinierte Belastung aus Verrückungen δ und Kraft F_y für hinreichend genaue Ergebnisse versucht werden. Im Vorhinein soll analytisch die Deformation des Federbügels, die durch eine Kraft hervorgerufen wird, berechnet werden. Dabei ergeben sich fehlerhafte Ergebnisse (vgl. Abb. 7), so dass auf weitere analytische Betrachtungen verzichtet wird. Die erzielten Ergebnisse nach Gleichung (8) werden im Kapitel 3 dargelegt.

3 Ergebnisse und Vergleich

3.1 Vorspannung

Durch das Einbringen des Federbügels in das Gestell wird infolge der Verrückung δ am Drehgelenk B der Federbügel-Mechanismus mechanisch vorgespannt. Die Größe der Deformation infolge dieser mechanischen

Vorspannung konnte durch numerische und analytische Methoden berechnet werden. In Abb. 4 wird eine dreidimensionale Darstellung der Deformation $v(x, y)$ (verformte Struktur) des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus für verschiedene Verrückungen δ gezeigt.

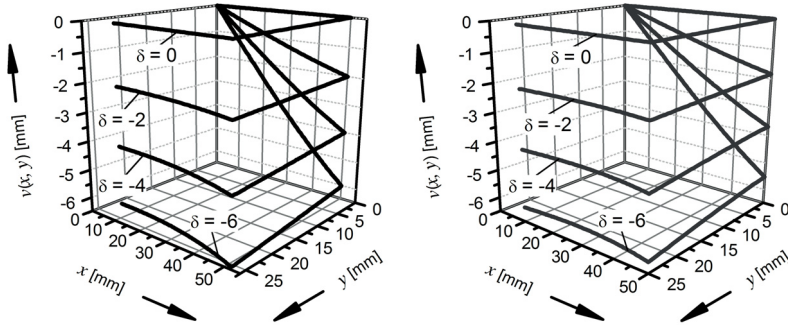


Abb. 4: Dreidimensionale Darstellung der Deformation $v(x, y)$ (verformte Struktur) des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung verschiedener Verrückungen δ ; links: FEM-Ergebnisse; rechts: Analytische Ergebnisse

Ein Vergleich bzw. eine Fehlerabschätzung der Ergebnisse der beiden Methoden ist anhand der dreidimensionalen Darstellung nur schwer möglich. Für den Vergleich wird unter Zuhilfenahme der Koordinate s und der Deformation $v(s)$ (nach (8)) eine zweidimensionale Darstellung gewählt.

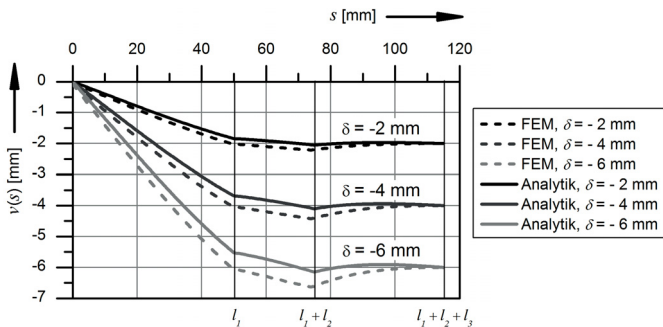


Abb. 5: Deformation $v(s)$ des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung verschiedener Verrückungen δ

In Abb. 5 ist für kleine Verrückungen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den analytischen und numerischen Ergebnissen zu erkennen. Mit zunehmender Größe der Verrückung wächst auch der Fehler der analytischen Berechnung an, wobei dies im Einklang mit der Theorie der kleinen Verformungen steht. Für drei diskrete Punkte des Tragwerkes, $P_1[l_1, 0, v(x, y)]$, $P_2[l_1, l_2/2, v(x, y)]$ und $P_3[l_1, l_2, v(x, y)]$, veranschaulicht die Abb. 6 die Übereinstimmung der Ergebnisse nochmals. Aus der Abb. 6 ist weiterhin ersichtlich, dass stets ein linearer Zusammenhang zwischen Verrückung und Deformation besteht.

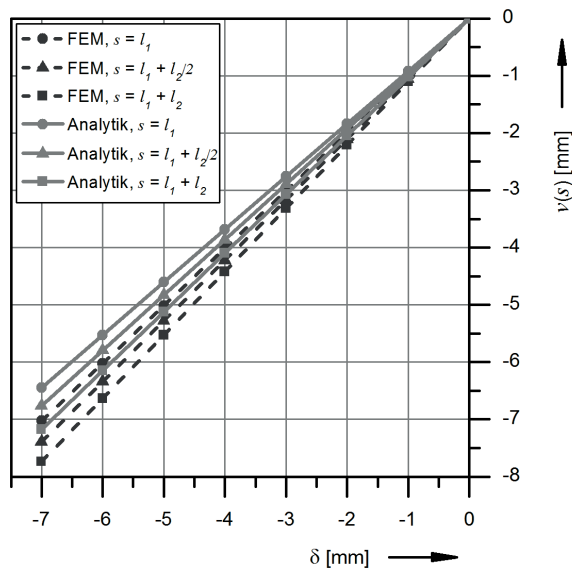


Abb. 6: Deformation $v(s)$ des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus an den diskreten Punkten P_1 , P_2 , P_3 unter der Wirkung verschiedener Verrückungen δ

3.2 Belastung

Bevor mechanische Vorspannung und Belastung zusammen betrachtet werden, wird kurz auf eine Deformation des Federbügel-Mechanismus eingegangen, die ausschließlich durch Krafteinwirkung am freien Ende hervorgerufen wird. Mit Hilfe der FEM ist diese Problemstellung durch

Anpassung der Randbedingungen einfach zu bewältigen. Ebenso sollte die Erfassung der Kraft F_y durch Veränderung der Gleichungen (1) und (4) einfach möglich sein. Analytisch treten bei dieser Berechnung Fehler auf, wie die folgende Abb. 7 zeigt. Die Verschiebungskennlinien der analytischen Ergebnisse (Balkentheorie) und der FEM-Ergebnisse (Kontinuumsmechanik) unterscheiden sich für alle Kräfte F_y , quantitativ aber auch qualitativ. Diese Unterschiede treten, zwar in veränderter Form, auch zwischen den *beam4*- und *solid187*-Ergebnissen auf, wie in Abschnitt 2.2 kurz aufgezeigt wurde.

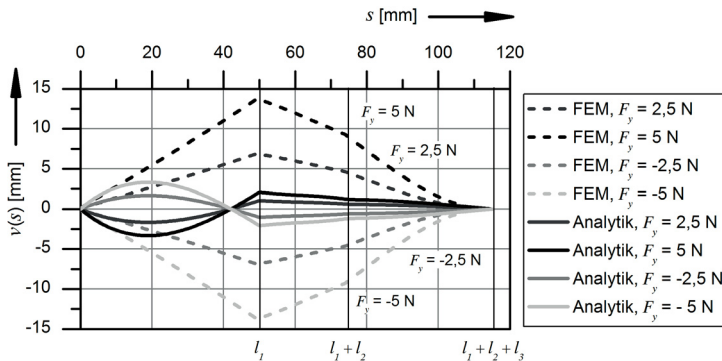


Abb. 7: Deformation $v(s)$ des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus ohne Verrückung δ unter der Wirkung verschiedener Kräfte F_y .

3.3 Vorspannung und Belastung

Mit Bezug auf die Problematik unterschiedlicher Ergebnisse (Abschnitt 3.2) werden an dieser Stelle ausschließlich Ergebnisse der FEM-Simulationen mit dem Elementtyp *solid187* ausgewertet. Alle Simulationen wurden mit drei negativen (entgegen der positiven y -Richtung) Verrückungen δ ($\delta = -2$ mm; $\delta = -4$ mm; $\delta = -6$ mm) und jeweils mit zwei positiven und zwei negativen Kräften F_y durchgeführt. Die folgende Abb. 8 verdeutlicht die Ergebnisse für den gesamten Mechanismus.

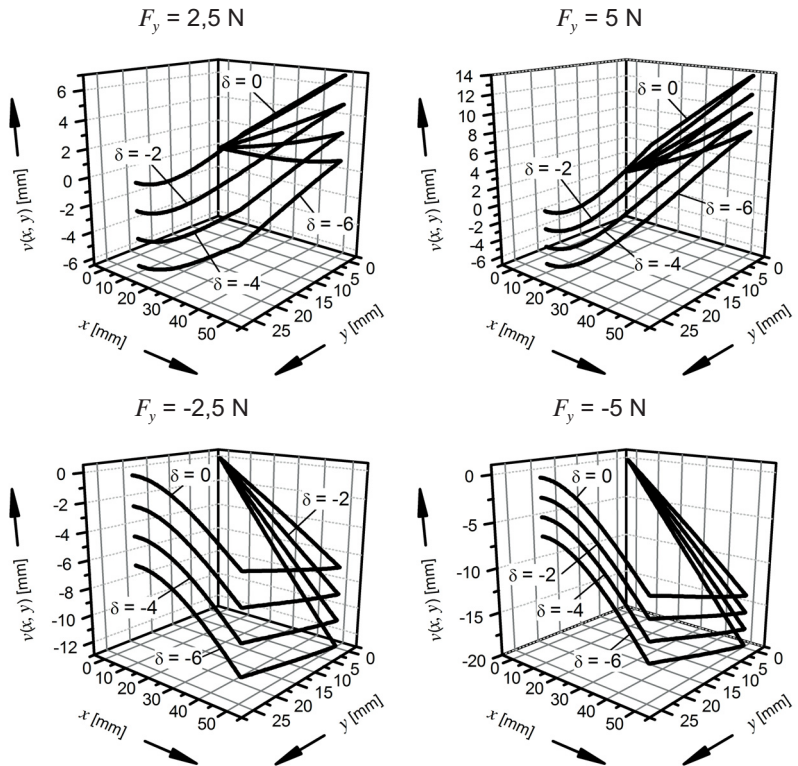


Abb. 8: FEM-Ergebnisse der Deformation $v(x, y)$ (verformte Struktur) des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung verschiedener Verrückungen δ und verschiedener Kräfte F_y

Damit die Ergebnisse untereinander verglichen werden können, sind in Abb. 9 die Verschiebungen $v(x, y)$ für die einzelnen Parameterkonfigurationen beispielhaft am freien Ende des Mechanismus bei $x = l_1$ dargestellt.

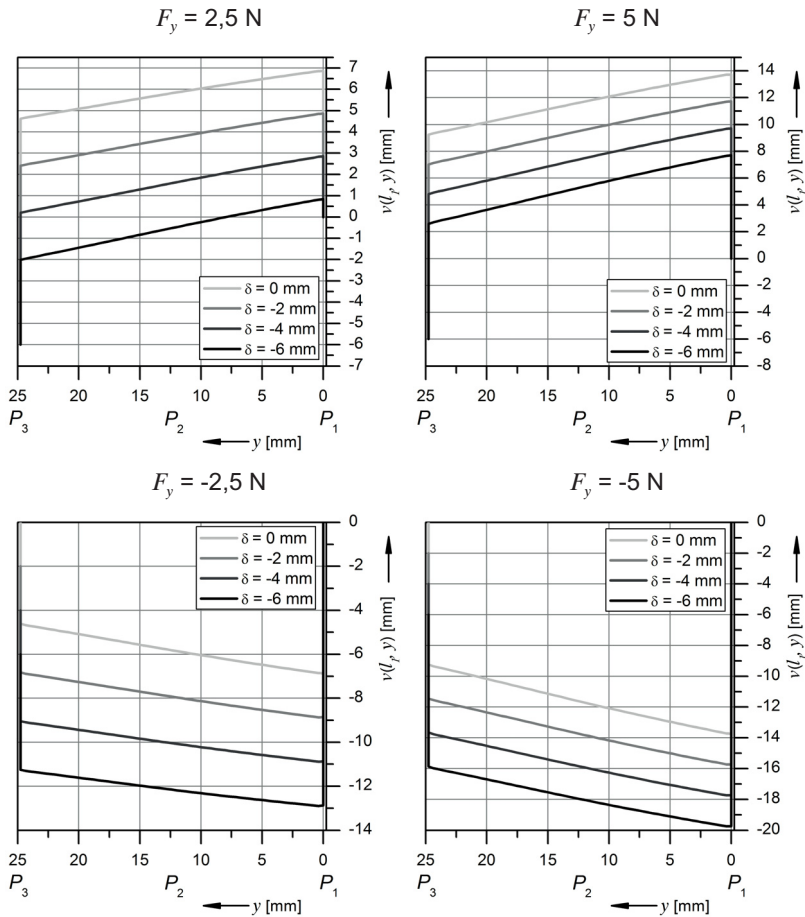


Abb. 9: FEM-Ergebnisse der Deformation $v(l_f, y)$ an der Stelle $x = l_f$ des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung verschiedener Verrückungen δ und verschiedener Kräfte F_y

Falls die Verrückung δ und die Kraft F_y in unterschiedliche Richtungen, also entgegengesetzt, wirken, ist in den beiden oberen Diagrammen der Abb. 9 qualitativ ein ähnliches Verhalten erkennbar. Ohne die Wirkung einer Verrückung δ wird für eine Verdoppelung der Kraft auch die doppelte Auslenkung erreicht. Mit zunehmender Vorspannung, hervorgerufen durch die Verrückung δ , vergrößert sich beispielsweise für den Punkt P_1 die

Deformation unabhängig von der Richtung der Kraft. In der Abb. 10 ist für den Punkt P_1 der Zusammenhang zwischen Kraft F_y und Verschiebung $v(l_p, \theta)$ für verschiedene Verrückungen δ dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass die Steifigkeit des Mechanismus (Anstieg der Kraft-Verschiebungs-Kennlinien) unverändert bleibt.

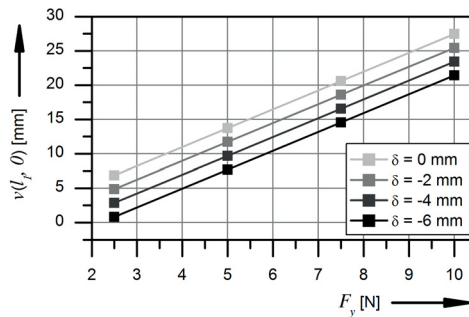


Abb. 10: Mit FEM ermittelte Kraft-Verschiebungs-Kennlinien des betrachteten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus für den ausgewählten Punkt P_1 bei verschiedenen Verrückungen δ

Ein vergleichbarer qualitativer Zusammenhang kann für den Fall, dass Verrückung und Kraft jeweils negativ definiert sind, also beide in die gleiche Richtung wirken, hergestellt werden, wie in den unteren Diagrammen der Abb. 9 zu erkennen ist.

4 Diskussion und Schlussfolgerungen

Eine mechanische Vorspannung, hervorgerufen durch eine Verrückung δ des Drehgelenkes B , hat Einfluss auf das Kraft-Verschiebungs-Verhalten des betrachteten Federbügel-Mechanismus. Durch die Einprägung dieser Verrückung δ wird der Federbügel deformiert, wobei die maximale Deformation etwa der eingepprägten Verrückung entspricht. Die Deformation eines ausgewählten Bügels (vgl. Abschnitt 2.1 und Abschnitt 2.2) wurde mit Hilfe numerischer und analytischer berechnet und die Ergebnisse stimmen, wie die Abb. 4, Abb. 5 und Abb. 6 zeigen, gut überein. Infolge einer Krafteinwirkung auf den nicht vorgespannten Federbügel-Mechanismus tritt ebenfalls eine Deformation auf, die zu einer Auslenkung des Mechanismus führt. Auch für diesen Belastungsfall wurde der betrachtete Federbügel-

Mechanismus mit numerischen und analytischen Methoden hinsichtlich des Kraft-Verschiebungs-Verhaltens untersucht. Dabei wurden Unterschiede zwischen den einzelnen Berechnungsverfahren festgestellt, die hier etwas genauer betrachtet werden sollen. Anhand der Gestalt des Tragwerkes und der Modellbildung ist eine Untersuchung, numerisch und auch analytisch, mit der Balkentheorie gerechtfertigt. Alle FEM-Simulationen, die mit Balkenelementen (*beam4* und *beam188*) durchgeführt wurden, liefern aber sowohl für eine getrennte als auch eine kombinierte Erfassung der Verrückung δ und der Kraft F_y fehlerhafte Ergebnisse. Allerdings konnte die Deformation des Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung einer Verrückung mit der BERNOULLI-EULER-Theorie analytisch problemlos und hinreichend genau (vgl. Abb. 4 und Abb. 5) bestimmt werden, so dass zumindest für diesen Belastungsfall die Balkentheorie zur Berechnung einsetzbar ist. Da bei den FEM-Simulationen im Gegensatz zur Analytik die Lasten nicht sprunghaft, sondern linear ansteigend aufgebracht wurden, gibt es vermutlich zu Beginn (Last noch nicht vorhanden) der Simulation mit Balkenelementen Instabilitäten, die nicht berechnet werden können.

Es zeigt sich (z. B. in Abb. 7), dass eine analytische Berechnung der Deformation infolge einer Kraft F_y zu fehlerhaften Ergebnissen führt. Weil die analytische Berechnung der Deformation infolge der Vorspannung möglich ist, ist die Ursache für die fehlerhaften analytischen Ergebnisse möglicherweise in der Lagerung der Schenkel zu suchen, die in Verbindung mit der Belastung zu einer Bifurkation führt. Eine, wie in Abschnitt 2.3 vermutete, Veränderung der Lage der Stabachsen tritt an dieser Stelle noch nicht auf. Ebenfalls können für eine kombinierte Belastung aus Verrückung δ und Kraft F_y mit den verwendeten analytischen Methoden keine korrekten Ergebnisse berechnet werden. Neben der Bifurkation kann die Veränderung der Lage der Stabachsen sein eine Ursache für die Abweichungen sein. Alle hier genannten Ursachen für die Abweichungen der Ergebnisse sind nicht bewiesen und daher unter Vorbehalt gültig.

Zum Vergleich dienen jeweils Ergebnisse aus FEM-Simulationen, für die der Federbügel durch Volumenelemente (*solid187*) abgebildet und mit den Methoden der Kontinuumsmechanik berechnet wurde. Da bei diesen FEM-Simulationen mit dem Elementtyp *solid187* ausschließlich Knotenverschiebungen und keine Verdrehungen auftreten können, sind die Drehgelenke im Gegensatz zur Balkentheorie durch mehrere Knoten definiert. Dieses veränderte Abbilden der Randbedingungen im Vergleich zu

den anderen durchgeführten Berechnungen führt in Verbindung mit dem kontinuumsmechanischen Ansatz zu den realistischen Ergebnissen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der FEM-Simulation mit *solid187*-Elementen für eine kombinierte Belastung aus Verrückung und Kraft diskutiert. Neben der Abb. 8 und der Abb. 9 verdeutlicht für einen ausgewählten Punkt (P_7) besonders die Abb. 10 den linearen Zusammenhang zwischen Kraft F_y und Verschiebung v für unterschiedliche Verrückungen δ . Die Drehung des Federbügels im Gelenk A ist in Abb. 8 deutlich zu erkennen. Für das Gelenk B ist diese Drehung weniger deutlich. Durch die Gestalt und die Vorspannung ist der Anstieg der elastischen Linie im Festlager B mit einer Einspannung vergleichbar. Das Kraft-Verschiebungs-Verhalten eines vorgespannten Federbügel-Mechanismus ist linear, d. h. eine Verrückung des Gelenkes B verändert nur die Größe der Verschiebung aber nicht das Verhalten, wie die Abb. 8 und die Abb. 10 belegen. Im Gegensatz zu dem linearen Kraft-Verschiebungs-Verhalten des betrachteten Federbügel-Mechanismus kann ein nichtlineares Kraft-Verschiebungs-Verhalten durch die Verwendung nicht konstanter, d. h. mit s veränderlicher Querschnittsabmessungen ($A(s) \neq \text{const.}$; $I_p(s) \neq \text{const.}$; $I_z(s) \neq \text{const.}$) erreicht werden.

Bis hierher ist die Deformation des Federbügel-Mechanismus unter der Wirkung von Vorspannung und Belastung durch eine Kraft untersucht worden. Umgekehrt führt die mechanische Vorspannung für einen begrenzten Bewegungsraum bzw. vorgegebene Auslenkung des Federbügel-Mechanismus zu einer Kraftwirkung des Federbügels bezüglich des Gestells. Wie auch die Anwendungsbeispiele in Abb. 1 verdeutlichen, kann der Mechanismus somit als Federelement für Klemm- und Sicherungseinrichtungen (z. B. Karabinerhaken) eingesetzt werden. Die Kraftwirkung ist dabei von den geometrischen Abmessungen, dem verwendeten Material, der Verrückung und der zugelassenen (vorgegebenen) Verschiebung abhängig. Wenn für einen Anwendungsfall ein bestimmter Federbügel ausgewählt wurde, kann durch die Veränderung der Vorspannung eine erforderliche Klemmkraft bei vorgegebener Verschiebung eingestellt werden. Baugruppen für Klemm- und Sicherungsaufgaben bestehen neben dem Federelement oft noch aus weiteren Bauteilen. Federbügel-Mechanismen können anwendungsspezifisch gestaltet und ausgelegt werden, so dass Bauteile und damit Montageaufwand eingespart werden können.

5 Zusammenfassung

Dieser Beitrag untersucht mit numerischen und teilweise mit analytischen Methoden den Einfluss der mechanischen Vorspannung auf die Deformation eines ausgewählten asymmetrischen Federbügel-Mechanismus. Bei der, durch die Gestalt des Federbügels gerechtfertigten, Anwendung der Balkentheorie treten sowohl bei den FEM-basierten als auch bei den analytischen Methoden fehlerhafte Ergebnisse auf. Die Lösung der (scheinbar trivialen) Problemstellung eines räumlichen, ausschließlich drehbar gelagerten Tragwerkes (nachgiebiger Mechanismus) ist wie dieser Beitrag zeigt, durch Anwendung der Balkentheorie nicht für alle Belastungsfälle möglich. Nur durch die Betrachtung des Federbügel-Mechanismus als Kontinuum können mit Hilfe der FEM alle Belastungsfälle berechnet werden. Die mechanische Vorspannung (Verrückung) hat einen Einfluss auf das Kraft-Verschiebungsverhalten des Federbügel-Mechanismus. Dabei wird durch die Verrückung die Größe der Verschiebung aber nicht das lineare Verhalten und nicht die Steifigkeit des Mechanismus verändert. Für Klemm- und Sicherungseinrichtungen können Federbügel-Mechanismen durch Variation der Geometrie- und Materialparameter sowie der Vorspannung anwendungsspezifisch ausgelegt und gestaltet werden.

Literatur

- [1] Norm DIN 11023 Oktober 1979.: *Klappstecker*
- [2] Compass Yachtzubehör Handels GmbH & Co. KG: *Karabiner mit Federbügel*. URL: <http://www.compass24.de/product/19983011/karabiner-mit-federbuegel> (Stand: 18.06.2013)
- [3] RÜBIG GmbH & Co. KG: *RÜBIG Klappstecker*. URL: <http://www.rubig.com/index.cfm?seite=klappstecker-st&sprache=DE> (Stand: 18.06.2013)
- [4] Christen, G., Pfefferkorn, H.: Mehr Beweglichkeit : Nachgiebige Mechanismen eignen sich als elastische Getriebe. In: *Maschinenmarkt Das Industrie-Magazin* (2002), Nr. 37, S. 34 - 40
- [5] Hagedorn, P.: *Technische Mechanik: Bd. 2 Festigkeitslehre*. 2., überarb. und erw. Aufl. Frankfurt/Main: Verl. Harri Deutsch, 1995.
- [6] Hibbeler, R. C.: *Technische Mechanik 2: Festigkeitslehre*. 5., überarb. und erw. Aufl. [1. dt. Ausg.] München [u. a.]: Pearson Studium, 2006