

Schwingungsreduktion und Reluktanzmaschinen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur
(Dr.-Ing.)

vorgelegt der

Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Ilmenau

von Herrn

Dipl.-Ing. Martin Dahlmann

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Thomas Sattel
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Dieter Gerling
3. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Bernd Ponick

Tag der Einreichung: 06.06.2017

Tag des öffentlichen Teils der wissenschaftlichen Aussprache: 25.05.2018

Kurzfassung

Die vorliegende Dissertation ist eine theoretische Arbeit mit mehreren Schwerpunkten. Einleitend ist gezeigt, wie aus der mechanischen Leistung die Konzepte von Schwingungsisolation und Schwingungstilgung folgen und welchen Einfluss die Systemgrenzen haben.

Das Grundlagenkapitel befasst sich mit der Leistungswandlung und Energiespeicherung in Reluktanzmaschinen. Dabei ist auch die magnetische Energie in polarisierten Systemen betrachtet und in der Fluss-Durchflutung-Ebene dargestellt. Die Funktion der Reluktanzmaschine ist anhand von Kraftkennlinien erklärt, die aus den integralen Kraftkennfeldern folgen.

Das Entwicklungskapitel beschreibt eine iterative Methode um Steuersignale zu berechnen, mit denen die Lautstärke von Reluktanzmaschinen geringer ist. Dafür wird der Verlauf des magnetischen Flusses über der Position des Rotors nach diversen Kriterien schrittweise verändert. Als Ergebnis liegen Kommutierungstabellen vor, die auf minimale Akustik, minimale Drehmomentwelligkeit oder maximale Energieeffizienz optimiert sind.

Das Forschungskapitel beginnt mit der Frage, wie viele Phasen eine Reluktanzmaschine haben muss. Ein inverser Entwurf zeigt, dass zwei Phasen genügen, um an jeder Position des Rotors in beide Richtungen der Bewegung eine Kraft erzeugen zu können. Dabei wird gezielt auch die Gegeninduktivität genutzt und mit bipolarem Strom gearbeitet. Eine Analyse der erhöhten Blindleistung und die Bauform als Transversalflussmaschine schließen dieses Kapitel ab.

Der Ausblick enthält neben dem kurzen Fazit auch allgemeine Empfehlungen zur weiteren Forschung für Reluktanzmaschinen. Ein großes Potenzial liegt in der Optimierung von Forschung allgemein und den daran beteiligten Prozessen, vor allem der Software.

Abstract

This dissertation is a theoretical work on multiple subjects. Starting with the mechanical power, the concepts of vibration isolation and vibration absorption are derived and the influence of the systems boundary choice is indicated.

The basics chapter deals with power conversion and energy storage in reluctance machines. Visualization of magnetic energy is done in the flux-mmF-plane, also detailed for polarized magnetic systems. The operation of reluctance machines is explained using force characteristics of individual phases.

The development chapter describes an iterative method to calculate a control signal which reduces the noise of reluctance machines. Therefore, the magnetic flux as a function of the rotor position is iteratively adjusted through various criteria. The results are commutation tables, which are optimized for minimal acoustic emissions, minimal torque ripple, or high efficiency.

The research chapter builds on the question, how many phases a reluctance machine requires. An inverse design reveals that two phases are sufficient to produce a force in both directions of movement and at any position of the rotor. Therefore, a bipolar current utilizes the mutual inductance too. An analysis of increased reactive power and a construction as transversal flux machine conclude this chapter.

At the end a short summary and recommendations for future research on reluctance machines are given. A large potential lies in the optimization of research overall and the involved processes, especially the software.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
1.1. Reluktanzmaschine	1
1.1.1. Leitfragen und Aufbau der Arbeit	1
1.1.2. Einordnung der Reluktanzmaschine	2
1.2. Lärmentwicklung bei geschalteten Reluktanzmotoren	2
1.2.1. Laut, Wahrnehmung durch den Menschen	2
1.2.2. Schall, Ausbreitung von Schwingungen	4
1.2.3. Geräuschursachen	4
1.3. Schwingung und Schwingungsreduktion	5
1.3.1. Kraftminimierung	6
1.3.2. Geschwindigkeitsminimierung	7
1.3.3. Übersicht und Phasenwinkel	7
1.3.4. Systemgrenze	9
1.3.5. Zusammenfassung	9
2. Funktionsweise einer (geschalteten) Reluktanzmaschine	10
2.1. Energiespeicherung und Leistungswandlung	10
2.1.1. Analogie elektrischer und magnetischer Systeme, Magnetkreis	11
2.1.2. Permeanz und Reluktanz, Polarisation, Streufluss	12
2.1.3. Umformung mit der Windungszahl	12
2.1.4. Mechanische Schnittstelle, Luftspalt	13
2.1.5. Elektrische Schnittstelle, Spule	14
2.1.6. Vereinfachte Energiebilanz	15
2.2. Näherungen bei Geometrie und Material	16
2.2.1. Polarisation und Hysterese	16
2.2.2. Sättigung	18
2.2.3. Flussführung, weichmagnetisches Eisen	18
2.2.4. Flussquelle, hartmagnetischer Dauermagnet	18
2.3. Energie im polarisierten Magnetkreis	19
2.3.1. Komponenten des Magnetkreises	20
2.3.2. Energie im Luftspalt	21
2.3.3. Energie im Dauermagneten modelliert mit Spannungsquelle	21
2.3.4. Energie im Dauermagneten modelliert mit Flussquelle	24
2.3.5. Energie im polarisierten nichtlinearen Magnetkreis	25
2.3.6. Dimensionslose grafische Zusammenfassung	26
2.3.7. Gewandelte Leistung oder Energie in der Φ - Θ -Ebene	27
2.4. Aufbau einer Reluktanzmaschine	30
2.4.1. Grundstruktur	31
2.4.2. Kraftkomponenten und Kraftkennlinien	31

2.4.3.	Eisengeometrie der geschalteten Reluktanzmaschine	33
2.4.4.	Ansteuerung, elektromagnetische Erregung, Durchflutung	34
2.4.5.	Regelung von Reluktanzmaschinen	36
2.4.6.	Kopplung der Schwingungsanregung	36
2.4.7.	Erregungsfrequenzen	37
2.5.	Abbildung der Motorcharakteristik	37
2.5.1.	Größen und mathematische Symbole	38
2.5.2.	Berechnung mit der FEM	38
2.5.3.	Analyse der Kennfelder	39
3.	Reduktion der Schwingungserregung	42
3.1.	Einführung	42
3.1.1.	Stand Konstruktion	42
3.1.2.	Stand Ansteuerung	43
3.1.3.	Lösungsansatz ohne mechanische Modellbildung	44
3.1.4.	Frequenzbereich	44
3.1.5.	Zeitbereich	45
3.2.	Iterative Anpassung von Sollverläufen	45
3.2.1.	Iteration Übersicht	46
3.2.2.	Modifikation nach Schwingung $m_F(\alpha)$	47
3.2.3.	Modifikation nach Drehmoment $m_M(\alpha)$	50
3.2.4.	Zusätzliche Modifikationen $m_X(\alpha)$	51
3.2.5.	Randbedingungen, Grenzen	52
3.2.6.	Korrektur nach Grenzen $k(\alpha)$	52
3.2.7.	Bewertung	53
3.3.	Ergebnisse	53
3.3.1.	Simulation mit reduzierter Anregung	53
3.3.2.	Messung mit reduzierter Anregung	55
3.3.3.	Zusammenfassung	56
4.	Magnetisch gekoppelte Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine	58
4.1.	Einleitung	58
4.1.1.	Inverser Entwurf	59
4.1.2.	Wahl der Zustandsgrößen und Benennung	59
4.1.3.	Kraft allgemein	60
4.2.	Kommutierung	62
4.2.1.	Zustand, Zustandsvektor im Zustandsraum	62
4.2.2.	Ein-Phasen-Maschine	63
4.2.3.	Zwei-Phasen-Maschine	63
4.3.	Mathematische Darstellungsformen	63
4.3.1.	Ein-Phasen-Maschine	64
4.3.2.	Sättigungsverhalten	64
4.3.3.	Zwei-Phasen-Maschine	65
4.3.4.	Sättigungskennlinie $s(r)$	65
4.3.5.	Formkennlinien $f(\alpha)$	65
4.3.6.	Koeffizienten $c(\kappa)$	66
4.3.7.	Zusammenfassung, neue mathematische Darstellungsformen	67

4.4.	Formkennlinien und Kraft	67
4.4.1.	Konstruktion von Formkennlinien, Entwurf	67
4.4.2.	Kraft speziell, Analyse	69
4.4.3.	Kraftkoeffizient und Kommutierung, Analyse	70
4.5.	Induktivitäten und Permeanzen	71
4.5.1.	Form der Induktivitätskennlinien, Entwurf	71
4.5.2.	Minimale Magnetkreise Stern und Dreieck, Entwurf	72
4.5.3.	Vertikaler Versatz der Induktivitätskennlinien, Parameter	73
4.5.4.	Energiewandlung pro Zyklus, Analyse	74
4.5.5.	Vertikaler Versatz der Induktivitätskennlinien, Analyse	75
4.5.6.	Permeanzen und elektrische Leistung	77
4.6.	Bauformen und Vergleich mit ähnlichen Maschinen	79
4.6.1.	2D-Kennlinienformung und lineare Bewegung	79
4.6.2.	Radialflussmaschine	80
4.6.3.	Streulüsse im 2D-3D-Vergleich	82
4.6.4.	Transversalflussmaschine, allgemein	83
4.6.5.	Transversalflussmaschine, speziell	84
4.6.6.	Transversalflussmaschine, experimenteller Prototyp	86
4.7.	Schlussfolgerung und Zusammenfassung	88
4.7.1.	Vergleich mit Drehfeld	88
4.7.2.	Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine aus inversem Entwurf	89
4.7.3.	Formkennlinien	89
 5. Ausblick		90
5.1.	Zu dieser Arbeit	90
5.1.1.	Schwingung	90
5.1.2.	Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine	90
5.2.	Zu Reluktanzmaschinen allgemein	91
5.2.1.	Fertigungstechnologien	91
5.2.2.	Materialien	91
5.2.3.	Kühlkonzepte	91
5.2.4.	Elektronik	91
5.3.	Zur Forschung allgemein	92
5.3.1.	Redundanz begrenzen	92
5.3.2.	Kommunikation	92
 A. Anhang		93
A.1.	Modellbildung zur Regelungssimulation	93
A.1.1.	Elektro-magnetisches Teilsystem	94
A.1.2.	Mechanisches Teilsystem	95
A.2.	Kopplung der Schwingungsanregung mehrerer Phasen	96
A.2.1.	Phasenanzahl	97
A.2.2.	Zusammenfassung	97
A.3.	Energien, alternative Darstellung	102
A.4.	Minimaler Magnetkreis	103
A.4.1.	Stern	103
A.4.2.	Dreieck	103

A.4.3. Umrechnung, Stern, Dreieck	104
A.4.4. Permeanzen und Reluktanzen	104
A.5. Abbildungen verschiedener Kennlinien	105
A.6. Messaufbau und Messdaten	114

1. Einleitung

1.1. Reluktanzmaschine

In dieser Arbeit bezeichnet *Reluktanzmaschine* nur das magnetische System, welches elektrische oder mechanische Leistung als magnetische Energie zwischenspeichert und somit in der Lage ist, im Mittel diese beiden Leistungen ineinander umzuwandeln. Ein *Reluktanzmotor* im allgemeinen Sprachgebrauch besteht aus Reluktanzmaschine (Energiewandlung, passiv), Leistungselektronik (Stellglied/Aktor, aktiv), deren massebehaftete Realisierung (Trägheit) und manchmal auch Verlustmechanismen (z. B. elektrischer Widerstand, mechanische Dämpfung). Das elektrische System und das mechanische System sind nicht Bestandteil dieser Arbeit.

Es gibt eine Vielzahl verschiedener Bauformen. Die Bezeichnung *geschalteter Reluktanzmotor* entstand mit dem erstmaligen Einsatz schaltender Leistungselektronik, die heutzutage fast überall genutzt wird. Die Bezeichnung *Synchron-Reluktanzmotor* entstammt einem Rotor, der einem Magnetfeld synchron folgt, was auf alle Reluktanzmotoren zutrifft. Die historisch entstandenen Bezeichnungen sind somit wörtlich genommen unspezifisch.

Vor allem in den USA verbreitet ist die Bezeichnung *Variable Reluctance* für magnetisch neutrale Maschinen [52]. Bei solch reinen Reluktanzmaschinen gibt es ohne elektrischen Strom auch keinen magnetischen Fluss.

1.1.1. Leitfragen und Aufbau der Arbeit

Reluktanzmaschinen sind bereits seit dem 19. Jahrhundert bekannt. Der Rotor benötigt weder Spulen noch Dauermagnete, womit einfache und robuste Konstruktionen möglich sind. Vor allem der Verzicht auf Dauermagnetmaterialien macht die Motoren wirtschaftlich-ökologisch relevant und technisch interessant für hohe Einsatztemperaturen.

Reine Reluktanzmaschinen haben eine geringere Energiedichte als permanent erregte Maschinen. Neben einer hohen Drehmomentwelligkeit behindert vor allem die hohe Lautstärke eine weitere Verbreitung von Reluktanzmaschinen. Diese Arbeit begann mit dem Ziel, die Lautheit von Reluktanzmaschinen zu verringern.

Ausgehend vom Lärmproblem werden einleitend in Abschnitt 1.2 Geräuschursachen aufgezeigt und es wird allgemein auf Schwingungsreduktion eingegangen. Dann folgt in Kapitel 2 die Funktionsweise der unvermeidlich immer schwingenden Reluktanzmaschine. Ein Ansatz zur Vermeidung unnötiger Schwingungsanregungen durch entsprechende Ansteuerung beendet in Kapitel 3 den Teil der Arbeit, der sich auf das Lärmproblem fokussiert.

In Kapitel 4 wird mit einer magnetisch verkoppelten Bauform gezeigt, dass zwei Phasen für einen uneingeschränkten Betrieb einer Reluktanzmaschine ausreichend sind. Auch mit konzentrierten Wicklungen und ausgeprägten Zähnen sind ähnliche Eigenschaften möglich wie bei einer Synchron-Reluktanzmaschine. Kapitel 5 beendet diese Arbeit mit einem kurzen Ausblick für weitere Entwicklungsmöglichkeiten.

1.1.2. Einordnung der Reluktanzmaschine

Man muss zwischen den Eigenschaften einer Maschine und den Zuständen einer Maschine unterscheiden. Eigenschaften sind im Wesentlichen konstant, während sich Zustände deutlich ändern können. Zustände ändern sich entsprechend den physikalischen Zusammenhängen. Es gibt also Einschränkungen für mögliche Änderungen von Zuständen.

Da die elektromagnetische und magnetomechanische Leistungswandlung umkehrbar sind, ist eine Unterscheidung zwischen Motor und Generator hier nicht notwendig. In beiden Fällen handelt es sich um dieselbe Maschine mit gleichen Eigenschaften. Die Zustände dieser Maschine können sich unterschiedlich ändern. Die Steuerung kann eine Zustandsänderung einstellen und damit aus einem Motor einen Generator machen und umgekehrt.

Eine Unterscheidung kann anhand wesentlicher Materialeigenschaften erfolgen, z. B. *weichmagnetische* und *hartmagnetische* Maschinen. Der Übergang zu den permanent erregten Maschinen ist fließend, z. B. Fluss schaltende Maschinen. Wichtiger ist jedoch das Verhalten des Flusses im Betrieb und wie sich dessen Abhängigkeit vom Strom verändert. Dies wird durch Induktivitäten beschrieben.

Die Besonderheit bei geschalteten Reluktanzmaschinen ist die Nutzung von veränderlichen Selbstinduktivitäten. Viele andere drehende Maschinen, aber auch einige reine Reluktanzmaschinen, nutzen veränderliche Gegeninduktivitäten. Bei der Nutzung von Gegeninduktivitäten gibt es den konstruktiven Unterschied, dass üblicherweise bei Reluktanzmaschinen nur der Eisenkreis bewegt wird und bei anderen Maschinen Spulen/Dauermagnete/Induktionsschleifen bewegt werden.

1.2. Lärmentwicklung bei geschalteten Reluktanzmotoren

Aus dem Bereich der Akustik ist im Detail nur die Ursache der Schallentstehung betrachtet. Anhand einiger Begriffe nach DIN 1320 [6] ist im Folgenden rückwärts die Wirkkette skizziert. Lärm bezeichnet subjektiv als störend bewertete Geräusche. Ein Geräusch ist hörbarer Schall ohne übertragene Informationen.

1.2.1. Laut, Wahrnehmung durch den Menschen

Die Wahrnehmung von Schall durch den Menschen hängt vom Schallspektrum und dem jeweiligen Menschen ab. Die *Pegellautstärke* gemessen in phon vergleicht die Wahrnehmung von Einzeltönen (Spektrallinie) mit einem 1000 Hz-Ton. Die Schalldruckpegel für eine gleich laute Wahrnehmung sind in Abbildung 1.1 als Linien dargestellt.

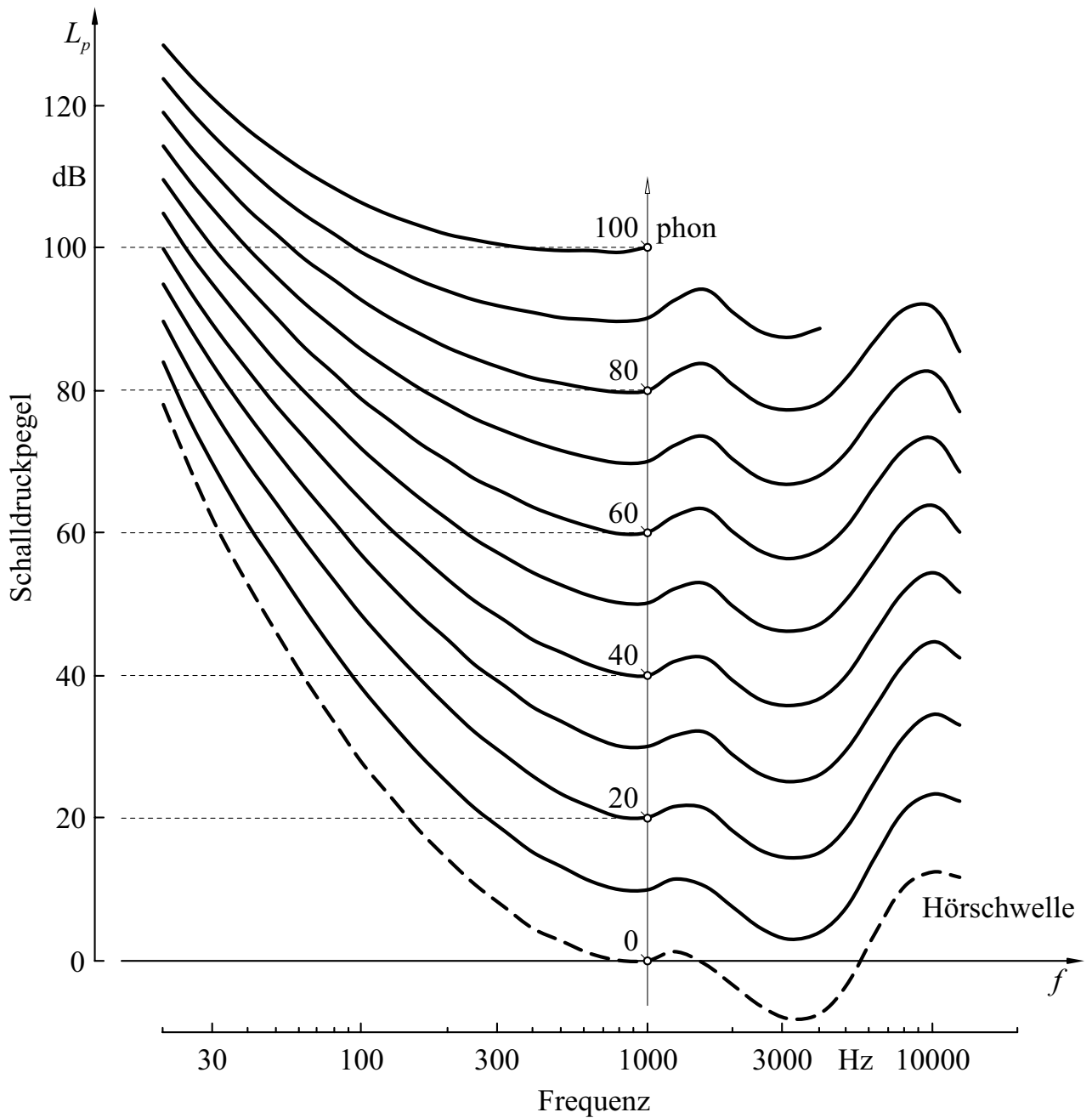


Abbildung 1.1.: Pegellautstärke nach DIN 226 [4]

Das lineare Maß für die wahrgenommene *Lautheit* nach ZWICKER wird in sone angegeben. 1 sone entspricht einem Schalldruckpegel von 40 dB bei einem 1000 Hz-Ton. Dieser Wert ist aus dem Spektrum berechenbar. Tiefe laute Töne maskieren (überdecken) leisere höhere Töne, die dann nicht mehr wahrgenommen werden können [2].

Weitere Kriterien wie Rauigkeit, Schwankungen oder Klang sind nicht standardisiert. Rauschschall mit allen Frequenzen wird beispielsweise angenehmer wahrgenommen als Tonschall mit nur wenigen Frequenzen [27, S.: 30].

1.2.2. Schall, Ausbreitung von Schwingungen

Die physikalischen Schwingungen in Medien werden *Schall* genannt. Die kinetische Energie ist durch die *Schallschnelle* \dot{x} (Wechselgeschwindigkeit) und die potenzielle Energie durch den *Schalldruck* p bestimmt.

Meist wird der Druck gemessen und als *Schalldruckpegel* L_p angegeben. Pegel in dB sind logarithmisch für Leistungen definiert [9]. Bei Leistungswurzelgrößen führt das Quadrat beim Herausziehen aus dem Logarithmus zu dem zusätzlichen Faktor 2. Für $[L_p] = \text{dB}$ folgt somit

$$L_{pr} = 20 \log \frac{\tilde{p}}{p_0} \quad (1.1)$$

mit einem Bezugswert für den Schalldruck von $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ (für Luft) [5]. Es sind verschiedene Wichtungen der Frequenzanteile ($l \in \{A, B, C\}$) über verschiedene Messzeiten ($r \in \{F, S, I\}$) für die Berechnung des Skalars \tilde{p} möglich [DIN IEC 651].

Absolute Schalldruckpegel sind aber nur verwertbar, wenn die Messbedingungen und Bezugswerte klar bekannt sind. Da dies oft nicht der Fall ist, wird für einen konkreten Aufbau der Pegelabstand (Differenz der Pegel am selben Punkt gemessen [9]) mit und ohne Geräuschreduktionsmaßnahmen angegeben. Für lineare Systeme ist dann egal, welche Größen wo gemessen werden. Die Geräuschreduktion als Pegelabstand ist immer gleich.

Ein absoluter Vergleichswert ist die *Schalleistung*, das Integral der Schallintensität über einer geschlossenen Oberfläche. Sie ist nicht mehr vom Messpunkt abhängig, aber schwieriger bestimmbar. Auch ist zu beachten, dass sich bei mehreren Schallquellen nicht zwangsläufig die Leistungen addieren (Interferenz).

Die *Schallintensität* einer ebenen Welle ist über Dichte ρ und Schallgeschwindigkeit c quadratisch abhängig von einer der Leistungswurzelgrößen [1].

$$I = p\dot{x} = \frac{p^2}{\rho c} = \rho c \dot{x}^2 \quad (1.2)$$

Mit der Schall-Kennimpedanz ρc von Luft unter Normalbedingungen 408 N s m^{-3} [1] kann in Näherung der Schalldruck aus der Schallschnelle berechnet werden [65], wenn die Wellenlänge kleiner ist als die Geometrieabmessungen der schwingenden Oberfläche (Fernfeld).

1.2.3. Geräuschursachen

Es gibt zwei wesentliche Quellen von Geräuschen in Reluktanzmaschinen: Luftströmungen und Festkörperschwingungen, die besonders durch Auslauf-Experimente experimentell voneinander unterschieden werden können. Dabei klingen die Festkörperschwingungen in der Praxis schneller ab, als der Rotor zum Stehen kommt.

Luftströmungen erzeugen Geräusche vor allem bei Geschwindigkeiten ab 100 m s^{-1} durch Luftverdrängung und Turbulenzen an z. B. Kanten der Motorverzahnung. Dagegen helfen geringere Geschwindigkeiten, Kanten verrunden, Hohlräume auffüllen, Barrieren einfügen. [27, S.: 36]

Festkörperschwingungen führen zu bewegten Oberflächen, die durch Verdrängung der Luft dann Schall abstrahlen. Oft dominiert die Schallabstrahlung aufgrund der Eigenschwingungen des Stators, die vor allem während der fallenden Flanke beim Ausschalten der Spulen durch Reluktanzkräfte erregt werden [69].

Wie viel Energie von der Festkörperschwingung in den Schall übergeht, bestimmt das frequenzabhängige Verhältnis aus Strukturwellenlänge und Schallwellenlänge. Wenn die Schallwellenlänge größer als die Strukturwellenlänge ist, dann wird weniger Schall emittiert. Bei tiefen Frequenzen kommt es daher zum akustischen Kurzschluss, einer destruktiven Interferenz. Für einfache Geometrien wie Kugel und Zylinder kann die Schallabstrahlung analytisch berechnet werden [71], für komplexere Fälle existieren numerische Methoden.

In dieser Arbeit werden nur die Festkörperschwingungen und deren Ursachen betrachtet, da sich die Geräusentwicklung wie die Schwingung der Oberflächen verhält [70]. Die Schwingungsursachen können durch Frequenzanalysen in verschiedenen Lastfällen eingegrenzt werden. Für Reluktanzmotoren sind solche Ursachen detailliert in [13] und [14] experimentell untersucht. Auch in [37, S.: 328] und [54] sind diese Ursachen aufgeführt und die komplette Übertragungskette ist in [24] dargestellt.

Neben der dominierenden normalen Reluktanzkraftkomponente gibt es weitere Erregungskräfte. Durch Streufelder wirken auf die Spulen ungewollte Lorentzkräfte, es gibt in allen Materialien eine sehr kleine Magnetostriktion und die allgemeinen mechanischen Ursachen wie Lagereigendynamik oder Unwucht können auch Schwingungen anregen.

1.3. Schwingung und Schwingungsreduktion

Der Begriff *Schwingung* ist nicht nur auf die Bewegung begrenzt, sondern kann z. B. auch eine Kraftschwingung sein [3, DIN]. Die resultierende Kraft kann null sein, dennoch entstehen im Material schwingende Spannungen. In der Literatur bezeichnet *Schwingungsreduktion* oft die Reduktion der Wegamplitude an einer bestimmten lokalen Stelle. Dabei ist die Schwingung global nicht immer reduziert.

Abbildung 1.2 zeigt das technische Minimalmodell eines schwingenden Stators. Die Näherung des festen Gestells (Bewegung vernachlässigt) für das schwere Fundament ist ungeeignet für den Impulserhaltungssatz. Ein Abschneiden der Rotormasse lässt die eigentliche Schwingungsursache aus den Augen des Betrachters verschwinden. Die Bewegung des Rotors ist für eine übergeordnete Funktion notwendig. Somit ist die Erregerkraft F_E nur eine Reaktionskraft zu einer benötigten Antriebskraft F_A , die die Rotorbewegung erzwingt. Um dies zu verdeutlichen,

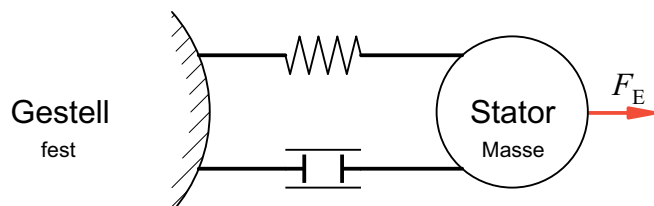


Abbildung 1.2.: Technisches Minimalmodell

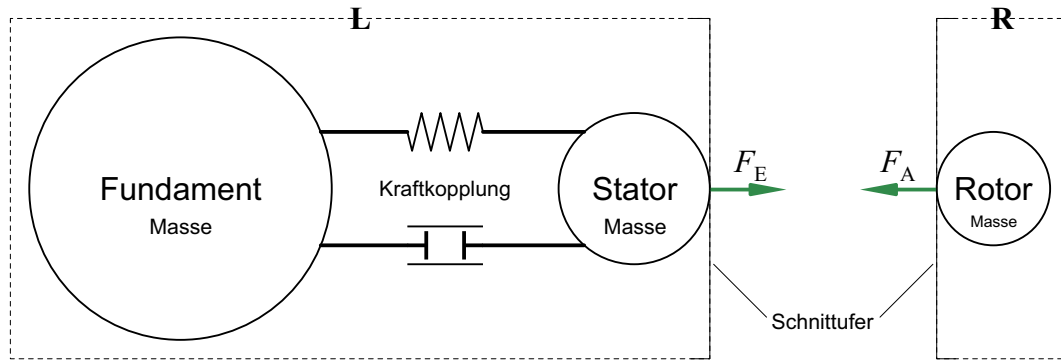


Abbildung 1.3.: Physikalisches System mit drei Massen

wird das physikalische System von Abbildung 1.3 in weiten Grenzen und ohne die Näherung betrachtet.

Das physikalische System besteht aus zwei Teilen **L** und **R**, deren Impulse entgegengerichtet sind. Wie zu jeder Kraft eine Gegenkraft gehört auch zu jeder Bewegung eine Gegenbewegung oder Ausgleichsbewegung. Der Rotor bestimmt den rechten Teil **R** vollständig. Damit ist auch die Summe aller Impulse (Fundament und Stator) im linken Teil **L** bestimmt (Impulserhaltung).

Der Freiheitsgrad > 1 in **L** bietet Möglichkeiten, die Schwingungen zu beeinflussen. Dabei handelt es sich um die Aufteilung des gesamten Impulses von Teil **L** in zwei Teilimpulse von Fundament und Stator. Wenn beide Teilimpulse immer in die gleiche Richtung zeigen, dann liegt eine *minimal mögliche Schwingung* vor, die nur durch Erregungsreduktion verringert werden kann (z. B. Auswuchten oder Minimieren der Rotormasse).

Wenn z. B. die Erregerkraft F_E den linken Teil **L** in Resonanz anregt, dann bewegen sich Stator und Fundament auch entgegengerichtet (zumindest zu einigen Zeiten). Insgesamt hat die entstehende Schwingung dann eine größere Energie als die minimal mögliche Schwingung. Die zusätzliche Energie wird während einer transienten Schwingung in **L** eingebracht und schwingend in den beiden Massen oder der Kraftkopplung gespeichert.

Die Erregerkraft F_E und die Bewegung des Stators bewirken am linken Schnittufer in Abbildung 1.3 jene Leistung P , welche die zusätzliche Energie in den linken Teil **L** einbringt.

$$P = F \cdot v \quad (1.3)$$

Es gibt zwei allgemeine Möglichkeiten, das Wirken dieser Leistung P zu verhindern: entweder die Kraft F oder die Geschwindigkeit v muss minimiert werden.

1.3.1. Kraftminimierung

Wegen der benötigten Bewegung des Rotors kann die Erregerkraft F_E selbst nicht reduziert werden. Betrachtet wird deshalb die Leistung an der Kraftkopplung zwischen Fundament und Stator in Teilsystem **L** von Abbildung 1.3. Wenn der schwingende Anteil der *Schnittkraft* zwischen den beiden Massen minimiert wird, findet die Ausgleichsbewegung durch die dann

stärker schwingende erregte Stator­masse statt. Die Fundament­masse wird von der Schwingung nicht beeinflusst und kann sich selbst beliebig bewegen.

Diese *Schwingungs­isolierung* wird oft in zwei Fälle unterschieden: Quellen­isolierung und Empfänger­isolierung [57], [8]. Die Unterscheidung ist nicht notwendig, da beide die gleiche Übertragungsfunktion minimieren. In Abbildung 1.4 können beide Konzepte durch Spiegelung ineinander überführt werden. Als Randbedingung ist die statische Auslenkung durch den Gleichanteil der Kraft zu beachten, der weiterhin übertragen werden muss.

Die Kraft wird minimiert, indem die Steifigkeit und Dämpfung der passiven Kraftkopplung in Abbildung 1.3 verringert werden. Eine Alternative ist ein aktives Zusatzsystem im Übertragungspfad, welches Fundament und Stator dynamisch trennt. Dafür gibt es technisch zwei Möglichkeiten der Implementierung: seriell und damit wirklich trennend (Wegkompensation) oder parallel zur vorhandenen Kraftkopplung (Kraftkompensation). Zwischen den parallelen Strängen müssen Kräfte geleitet werden, doch nach außen erscheint es wie eine Isolierung.

1.3.2. Geschwindigkeits­minimierung

Ohne eine Bewegung des Stators wird keine Leistung durch die Erregerkraft F_E in das Teilsystem **L** von Abbildung 1.3 übertragen. Um die schwingende Geschwindigkeit zu minimieren, muss die auf den Stator wirkende *Gesamtkraft* minimiert werden. Dafür wird die Erregerkraft F_E komplett auf eine andere Masse geleitet/übertragen (z. B. auf das Fundament). Um das Fundament nicht zu belasten, wird ein *Zusatz­freiheits­grad* in Form eines Zusatzsystems am Stator befestigt. Das Zusatzsystem (Tilger) bestehend aus einer Zusatz­masse und einer Kraftkopplung. Diese Zusatz­masse führt dann die Ausgleichsbewegung durch und die Stator­masse ist als Schwingungs­knoten unbewegt. Wird innerhalb des Knotens geschnitten, dann entstehen an den Schnitt­ufern zwei Kräfte, die sich kompensieren. Daher kann dies auch als Kraft­kompensation bezeichnet werden.

Schwingungs­stilgung ist der technische Begriff für diese gezielte Nutzung von Schwingungs­bäuchen, um einen Zielkörper zum Schwingungs­knoten zu machen. Die Lagerung eines Systems im Schwingungs­knoten ist so gesehen auch eine Schwingungs­stilgung.

Um auf eine Zusatz­masse zu verzichten, kann die Erregerkraft F_E auch auf das Fundament geleitet werden (aktive Kraft­kompensation). Dafür ist oft keine passive Lösung verfügbar, weshalb ein Aktor genutzt werden muss. Gleichzeitig kann dieser Aktor gegen Fundament­schwin­gungen isolieren. Der Aktor ist dann wie eine Diode für die Kraft (aktive Schwingungs­isolierung [7]), d. h., er überträgt in die eine Richtung und isoliert in die andere Richtung.

1.3.3. Übersicht und Phasen­winkel

Bei der Kraft­minimierung wird eine Schnittkraft zwischen zwei Massen (z. B. Fundament und Stator) reduziert. Bei der Geschwindigkeits­minimierung wird eine Gesamtkraft reduziert, die auf eine Masse (z. B. den Stator) wirkt.

Aus der *Resonanz­vermeidung* folgend ergibt sich die Einteilung in unter- und überkritische Abstimmung. Versteifen wirkt erhöhend auf die Eigen­frequenz. Damit wird eine gleichbleibende

endliche Erregerfrequenz unterkritisch. Der Tilgerpunkt bei der Geschwindigkeitsminimierung verhält sich wie eine unendlich steife Lagerung an einer unendlich großen Masse, wobei keine Eigenfrequenz definiert ist. Die Schwingungsisolierung und das Verschweren konvergieren gegen eine vollständige dynamische Trennung. Die dazu gehörige Eigenfrequenz wird null. Damit wird die gleichbleibende nicht verschwindende Erregerfrequenz überkritisch.

Neben der Amplitude haben harmonische Schwingungen auch einen Phasenwinkel zwischen Kraft und Geschwindigkeit. Bei schwach gedämpften Systemen geht mit zunehmend unter- oder überkritischer Abstimmung der Phasenwinkel zwischen Kraft F und Geschwindigkeit v gegen $\pm 90^\circ$. Damit verschwindet die Wirkleistung \bar{P} und nur bei unterkritischer Abstimmung (Versteifen) verbleibt eine Blindleistung, die ein Teil der minimal möglichen Schwingung ist.

Übliche Konzepte sind in Abbildung 1.4 mit skizzierten Wegschwingungen zusammengefasst. Der betrachtete Zielkörper der Maßnahmen ist jeweils der Stator in der Mitte. Durch Versteifen sinkt die Schwingungsamplitude am Stator, aber das Fundament schwingt ebenfalls. Es kommt zum Verschweren der Gesamtmasse aus Fundament und Stator. Tilgen und Empfängerisolierung können Schwingungen des Stators komplett vermeiden. Das Fundament ist hier die Tilgermasse. Eine Fußpunktanregung wie bei der Empfängerisolierung benötigt physikalisch ein Fundament, das aus mehreren Massen besteht, und der Rotor ist irrelevant. Die Quellenisolierung führt zur maximalen Schwingungsamplitude des erregten Stators. Bei allen idealisierten Konzepten (ohne schädliche Dämpfung) ist der Gesamtimpuls von Fundament und Stator gleich dem Impuls der minimal möglichen Schwingung.

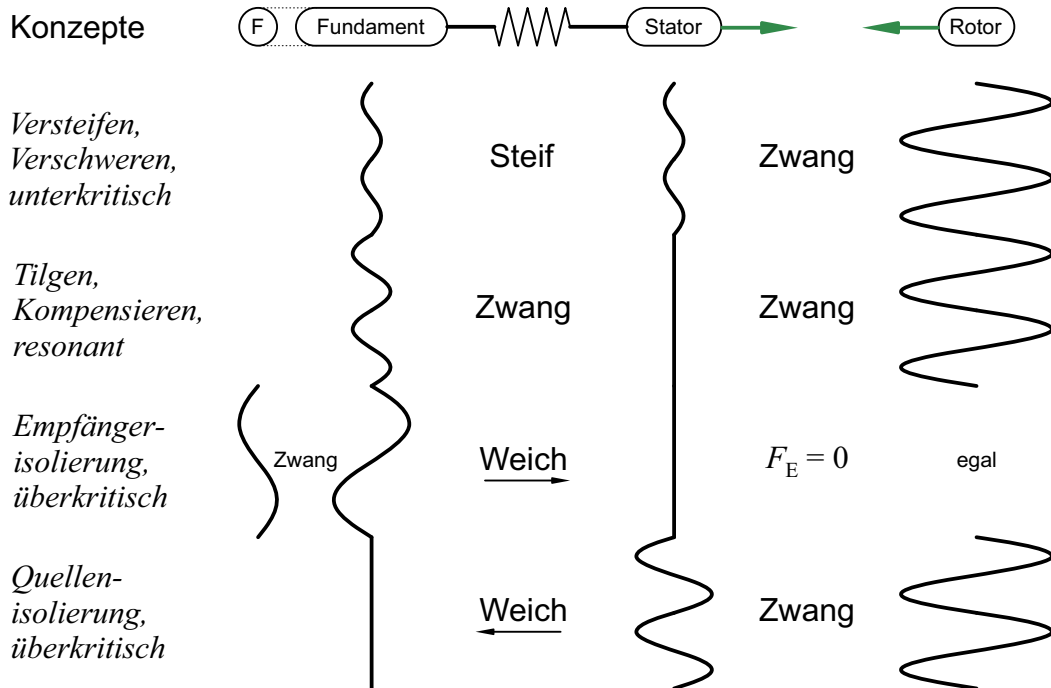


Abbildung 1.4.: Übliche Konzepte und skizzierte harmonische Bewegungsformen

Dämpfung ist nützlich, wenn sie die Energie unpassender Anfangsbedingungen dissipiert. Dämpfung ist schädlich, wenn sie die notwendigen Bewegungen zur Kompensation behindert.

1.3.4. Systemgrenze

Die Wahl der Systemgrenze hat einen Einfluss auf die verwendeten Begriffe. Es sei folgendes Beispiel betrachtet: zwei Teilsysteme bilden ein Gesamtsystem.

Wenn in einem Teilsystem Schwingungen erregt und auch getilgt werden, dann ist diese Tilgung innerhalb des Gesamtsystems eine Erregungsreduktion. Die Verbindung der Teilsysteme erfolgt dann nur über unbewegte Schwingungsknoten oder über voneinander isolierte Schwingungsbäuche. Abgesehen vom vollständig ruhenden System treten immer alle Aspekte gleichzeitig auf, wenn das Gesamtsystem ausreichend groß betrachtet wird.

Isolation und Tilgung im kleinen Teilsystem ist eine Erregungsreduktion im großen Gesamtsystem.

Bei erzwungenen Schwingungen gibt es auch den Begriff der Antiresonanz (Minimum des Frequenzganges von Auslenkung durch Erregung). Die Erregung erzeugt im einen Teilsystem eine Antiresonanz und kommt aus dem anderen Teilsystem. Somit ist die Erregung eine Schnittkraft, die im Gesamtsystem nicht direkt vorkommt. Im Gesamtsystem ist es eine freischwingende Eigenform, die auch selbst- oder parametererregt sein kann.

Jede erzwungene Schwingung im kleinen Teilsystem ist eine freie Schwingung im großen Gesamtsystem.

Eine aktive Kraftkopplung kann verschiedene Schwingungsformen einstellen. Ob diese als Eigenformen bezeichnet werden können, wenn das aktive System von außen keine Steuersignale, sondern nur Energie bekommt, ist nicht klar definiert. Aber auch Begriffe wie aktiv und passiv selbst können von der Systemgrenze abhängen.

Die Teilbarkeit des Systems bestimmt die Unabhängigkeit der Begriffsdefinitionen von den Systemgrenzen. Homogene Systeme können in Systeme gleicher Art zerteilt werden. Dabei sind die Begriffe eindeutig definierbar. Heterogene Systeme können in Systeme verschiedener Art zerteilt werden. Die Lage der Systemgrenzen beeinflusst die Art der Teilsysteme und somit auch die dazugehörigen Begriffe.

1.3.5. Zusammenfassung

Alle konservativen Maßnahmen dienen der Veränderung der Schwingungsform. Die Schwingungsform definiert, ob eine Masse schwingen wird oder nicht. Was schwingen darf, wird isoliert (Schwingungsbauch). Was nicht schwingen darf, wird getilgt (Schwingungsknoten).

Derartige Maßnahmen können aber zusätzliche Kosten verursachen. Für Reluktanzmaschinen ist es möglich, die Kosten auf die sich stärker entwickelnde Leistungselektronik zu schieben, indem mit besserer Elektronik die Erregung reduziert wird. Ein Ziel in dieser Arbeit ist daher die Reduktion unerwünschter Komponenten der erregenden elektromagnetischen Kräfte.

2. Funktionsweise einer (geschalteten) Reluktanzmaschine

Die Funktion der Reluktanzmaschine basiert auf der Veränderung der gespeicherten magnetischen Energie. Die analytische Behandlung erfolgt unter diversen vereinfachenden Näherungen, aber auch umfassend am magnetisch polarisierten System. Anschließend ist der Aufbau der Reluktanzmaschine erläutert, welcher die unbegrenzte Bewegung ermöglicht. Die Erklärung erfolgt anhand von Kraftkennlinien.

Es sei auf Literatur verwiesen, die die Energiewandlung vereinfacht-praktisch [11] oder abstrakt-theoretisch [62] beschreibt. Eine allgemein-detaillierte Literatur für die Maschinenanwendung ist nicht bekannt. In der Norm DIN 1324 *Elektromagnetisches Feld* sind die Grundgleichungen, Bezeichnungen und Symbole enthalten [10].

Ein Elektromagnet oder ein Reluktanzmotor bestehen aus einem elektrischen System (Stromversorgung, Elektronik und Widerstand), einem magnetischen System (Reluktanzmaschine) und einem mechanischen System (Masse und Last).

2.1. Energiespeicherung und Leistungswandlung

Das magnetische System ist ein magnetischer Energiespeicher, der gleichzeitig Schnittstellen für elektrische Leistung und für mechanische Leistung hat. Aus welcher Energieform diese Leistungen gespeist werden, liegt außerhalb der Systemgrenze und wird hier nicht betrachtet. Zum Beispiel wird mechanische Leistung nicht aus mechanischer Energie gespeist, wenn ein Motor einen Generator antreibt. In solch einem Kontext ist mechanische Energie (Trägheit und Steifigkeit der Welle) ein parasitärer Effekt (Lärm), der vernachlässigt werden kann.

Magnetische Energie ist im System vorhanden, aber elektrische und mechanische Energie sind nur Integrale von Leistungen über der Zeit. Da die magnetische Energie begrenzt ist, werden im Mittel elektrische und mechanische Leistungen ineinander umgewandelt. Die magnetische Energie kann Leistungen puffern und so begrenzte Leistungsschwankungen zulassen.

Die Richtungen der Leistungen werden physikalisch durch die elektrische Spannung u und die mechanische Geschwindigkeit v gesteuert. Die Beträge der Leistungen hängen zusätzlich von der gespeicherten magnetischen Energie ab. Die gespeicherte magnetische Energie ist abhängig von dem mechanischen Zustand (Kraft F oder Position x oder ...) und dem elektromagnetischen Zustand (Strom i oder Fluss Φ oder ...).

Abbildung 2.1 zeigt ein polarisiertes magnetisches System im Überblick. Der bewegliche Rotor und der gestellfeste Stator bilden den Eisenkreis. Der Eisenkreis wird vom Luftspalt und vom Dauermagneten unterbrochen. Die Feldlinien veranschaulichen das magnetische Feld.

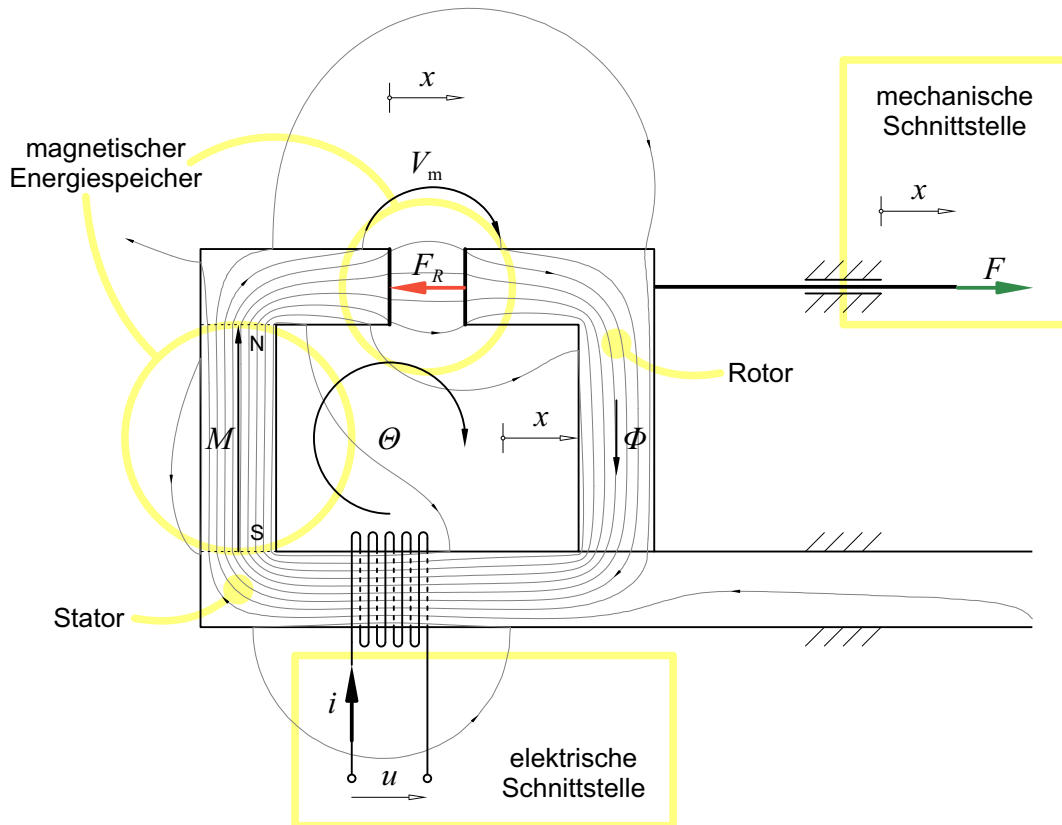


Abbildung 2.1.: Polarisiertes magnetisches System

2.1.1. Analogie elektrischer und magnetischer Systeme, Magnetkreis

Elektrische Systeme basieren vor allem auf freien elektrischen Ladungen. Kabel können diese sehr gut transportieren und geladene Elektroden eines Kondensators dienen als Quelle für ein elektrisches Feld. Wesentlich ist jedoch die Nutzung des elektrischen Widerstandes in vielen nichtlinearen steuerbaren Bauelementen.

Magnetische Systeme nutzen die bewegten elektrischen Ladungen nur als Ursache für das magnetische Wirbelfeld (Durchflutungsgesetz). Es existieren keine freien magnetischen Ladungen, womit Analogien zu Kabel, Elektrode oder Widerstand physikalisch nicht möglich sind. Für Analogien passender sind dielektrische Eigenschaften.

Über alle üblichen Materialien hinweg sind die Unterschiede in den Permeabilitäten größer als die Unterschiede in den Permittivitäten. Wesentlich für magnetische Systeme ist daher die Verwendung von Materialien mit sehr hoher Permeabilität (Eisen), die es erlauben, den magnetischen Fluss im Magnetkreis zu formen (siehe Abbildung 2.1). Für die mechanische Schnittstelle kommt ein Material mit minimaler Permeabilität in den Kreis hinzu (Luft).

2.1.2. Permeanz und Reluktanz, Polarisation, Streufluss

Die magnetische Flussdichte B ist über die magnetische Feldkonstante μ_0 proportional zur magnetischen Feldstärke H (Vakuum) zuzüglich eines Anteils durch die magnetische Polarisation J_m (Materie). Diese Überlagerung kann für lineare isotrope Materialien über die Permeabilitätszahl μ_r ausgedrückt werden.

$$B = \mu_0 H + J_m(H) \approx \mu_0 \mu_r H \quad (2.1)$$

Die Grenzen eines Teilvolumens (z. B. Zylinder) seien immer so gewählt, dass drei typische Flächen entstehen: eine Hüllfläche (z. B. Mantel) ohne Flussdichte trennt die beiden Portalflächen (z. B. Kreise) voneinander. Die Flussdichte steht auf den beiden Portalflächen überall senkrecht und wegen der Quellenfreiheit geht der gleiche magnetische Fluss Φ in eine hinein und aus der anderen heraus. Dann liegt überall zwischen den Portalflächen die gleiche magnetische Spannung V_m an. Mit der mittleren Querschnittsfläche A und der mittleren Länge l kann (2.1) über das Volumen integriert werden.

$$\Phi = \frac{\mu_0 A}{l} V_m + \Phi_J(V_m) \approx \frac{\mu_0 \mu_r A}{l} V_m \quad (2.2)$$

Die *Permeanz* Λ verknüpft die magnetischen Zustandsgrößen Φ und V_m . Der Aufbau ist analog zur elektrischen Kapazität.

$$\Lambda = \frac{\mu_0 \mu_r A}{l} \quad (2.3)$$

Bekannter ist aber die *Reluktanz* R_m , die wegen der mathematischen Ähnlichkeit auch als magnetischer Widerstand bezeichnet wird.

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A} \quad (2.4)$$

Eine grobe Näherung für die Form eines Teilvolumens ist das gerade Prisma. Für den Luftspalt hat ein solches Prisma die Höhe x und eine dazu senkrechte Fläche, die als Luftspaltfläche bezeichnet wird. Dabei werden Streuflüsse vernachlässigt. Das Magnetfeld ist inhomogen und der Fluss ändert sich real weniger, als nach der Luftspaltlänge x ideal zu erwarten wäre. Auch in geometrisch konstanten Bereichen des magnetischen Systems entstehen Streuflüsse, die nicht zur mechanischen Arbeit beitragen.

2.1.3. Umformung mit der Windungszahl

Aus der Mechanik ist der Hebel bekannt. An verschiedenen Positionen entlang des Hebels sind die Kraft und die Geschwindigkeit jeweils verschieden, auch wenn die gleiche Leistung erbracht wird. Ein zur Hebelübersetzung analoger Zusammenhang entsteht durch eine Spule mit der Windungszahl N . Dabei handelt es sich um eine Näherung.

Aus Integralen von Stromdichte oder Flussdichte über einer Fläche bzw. dem Integral der elektrischen Feldstärke entlang der Umrandung jener Fläche werden zunächst Summen von Strömen, Flüssen oder Spannungen der einzelnen Windungen. Durch den Eisenkreis, der den Fluss in sich konzentriert, fließt der elektrische Strom in Bereichen mit vernachlässigbarer

magnetischer Flussdichte. Neben dem gleichen Strom haben dann alle Windungen annähernd den gleichen Fluss und die gleiche Spannung. Aus den Summen gleicher Summanden werden Produkte mit der Windungszahl. Durch diese Näherung lassen sich elektrische und magnetische Größen sehr leicht ineinander umrechnen und Gleichungen vereinfachen.

Die Umformung mit der Windungszahl ist hier ein Teil des magnetischen Systems. Die Größen der Schnittstellen (ss) sind in jeweils zwei Systemen vorhanden. So enthält das magnetische System auch elektrische und mechanische Größen, siehe Abbildung 2.2.

außen		innen	Systemgrenzen		innen	außen	
elektrisch		ss	magnetisch		ss	mechanisch	
elektrische Spannung	u	$\overleftarrow{\cdot N}$...	(einzelne Windung)	v	Geschwindigkeit	
verketteter Fluss	Ψ	$\overleftarrow{\cdot N}$	Φ	magnetischer Fluss	x	Position	
Induktivität	L	$\overleftarrow{\cdot N^2}$	Λ	Permeanz \updownarrow		Nachgiebigkeit	
elektrischer Strom	i	$\overrightarrow{\cdot N}$	Θ	Durchflutung	(2.5)	F	Kraft
			$= V_m$ magnetische Spannung				
R						m	

Abbildung 2.2.: Windungszahl verbindet elektrisches und magnetisches System

Zur Umformung der elektromagnetischen Wechselwirkung durchdringt der Strompfad N -mal die einfach geformte und durch den Flusspfad eingegrenzte Fläche. Aus einem kleinen Strom wird ein größerer Strom, der dann Durchflutung Θ genannt wird. Die aufwendig geformte und durch den Strompfad eingegrenzte Fläche wird ebenfalls N -mal vom Flusspfad durchdrungen. Mit jeder Windung einer Spule wird so das Eisen mehrfach genutzt, womit sich die Permeanz erhöht, die dann Induktivität L genannt wird. Die Mehrfachnutzung führt auch zu einem größeren Fluss, der dann verketteter Fluss Ψ genannt wird. Es handelt sich jeweils um die gleichen physikalischen Größen, die nur über/um eine andere Fläche integriert sind.

Der aktuelle DIN-Norm-Entwurf definiert explizit keinen verketteten Fluss zusätzlich zum Fluss, da es nicht notwendig ist und unterschiedlich definiert sei. Diese Arbeit nutzt die elektrische und die magnetische Begriffsgruppe über die Umrechnung mit der Windungszahl N . Mit mehreren Symbolen und Bezeichnungen kann besser zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Blickwinkel bei physikalisch gleichartigen Größen unterschieden werden.

2.1.4. Mechanische Schnittstelle, Luftspalt

Um mechanische Arbeit zu verrichten, ist eine veränderbare Geometrie notwendig: der Luftspalt zwischen zwei Eisenteilen wie in Abbildung 2.3. Die großen Permeabilitätsunterschiede ermöglichen eine große Energieänderung bei gleicher Geometrieänderung. Die zu bewegenden Massen werden hier zum mechanischen System gezählt und daher nicht im magnetischen System modelliert.

Die beiden Reluktanzkräfte F_R wirken anziehend zwischen den beiden Luftspaltflächen. Bei gleichem Betrag liegen beide Richtungen vor. Die Arbeit verrichtende äußere Kraft F berechnet sich in (2.5) über die Änderung einer magnetischen Energie (linkes Integral) oder der

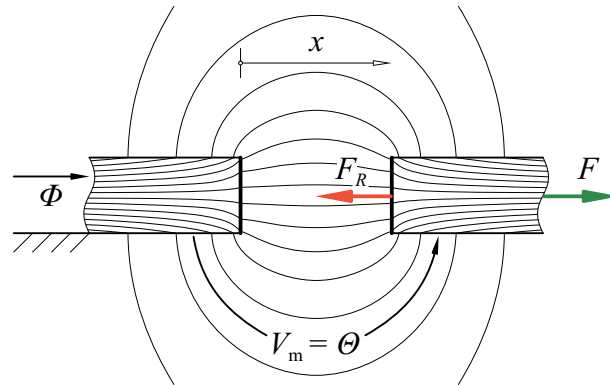


Abbildung 2.3.: Luftspalt mit streuendem Magnetfeld

magnetischen Koenergie (rechtes Integral). Die Integration beginnt bei dem elektromagnetischen Zustand ohne Luftspaltfluss (ab einer koerzitiven magnetischen Spannung V_J , siehe auch Abschnitt 2.3.1) und geht bis zum jeweils aktuellen elektromagnetischen Zustand.

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\Phi \Theta(x, \phi) d\phi = -\frac{\partial}{\partial x} \int_{V_J}^\Theta \Phi(x, \theta) d\theta \quad (2.5)$$

Aus der Differentialgleichung (2.6) folgt der mechanische Zustand: Position x .

$$\dot{x} = v \quad (2.6)$$

Hinweis: Das Vorzeichen hängt auch davon ab, in welcher Ausrichtung zueinander die äußere Kraft F und die Bewegungskordinate x definiert sind.

2.1.5. Elektrische Schnittstelle, Spule

Um die Verkettung von elektrischem Strom und magnetischem Fluss technisch zu nutzen, wird eine Spule wie in Abbildung 2.4 verwendet. Die Spule wird hier als ideal betrachtet und definiert den Strompfad. Der elektrische Widerstand des Drahtes wird zum elektrischen System gezählt und daher nicht im magnetischen System modelliert.

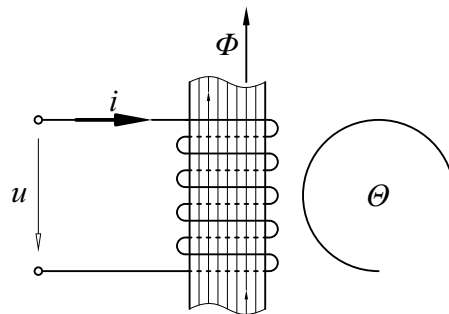


Abbildung 2.4.: Spule mit Eisenkern

Da die magnetische Energie oft über die elektrische Leistung definiert wird [32, S.: 49] [62, S.: 44], folgt der elektrische Strom i analog zu (2.5) auf triviale Art. Für eine exakte Gleichung werden jene Größen genutzt, die per Definition folgen (ohne Windungszahl).

$$i = \frac{\partial}{\partial \Psi} \int_0^{\Psi} i(x, \psi) d\psi \quad (2.7)$$

Aus der Differentialgleichung folgt der elektrische Zustand: verketteter Fluss Ψ .

$$\dot{\Psi} = u \quad (2.8)$$

2.1.6. Vereinfachte Energiebilanz

Die Änderung der magnetischen Energie W_m setzt sich zusammen aus der elektrisch zugeführten Leistung und der mechanisch zugeführten Leistung [62]. Die elektrischen Größen können direkt in die magnetischen umgeformt werden.

$$P = \frac{dW_m}{dt} = iu + Fv = i\dot{\Psi} + F\dot{x} = \Theta\dot{\Phi} + F\dot{x} \quad (2.9)$$

Werden die Energieintegrale für lineare Materialien gelöst, dann sind die magnetische Energie W_m und die magnetische Koenergie W_m^* gleich.

$$W_m(x, \Psi) = \frac{1}{2} \frac{\Psi^2 x}{N^2 A\mu} = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2 x}{A\mu} = \frac{1}{2} \Phi\Theta = \frac{1}{2} \frac{\Theta^2 A\mu}{x} = W_m^*(x, \Theta) \quad (2.10)$$

Es gibt zwei Zustände, aber insgesamt mehrere physikalische Größen, die alle ineinander umgerechnet werden können. Von den steuernden äußeren Größen u und v kommen nur die Zeitintegrale Ψ und x vor.

$$i = \frac{\partial W_m}{\partial \Psi} = \frac{\Psi}{L(x)} = \frac{R_m(x)}{N} \Phi = \frac{\Phi x}{NA\mu} = \frac{1}{N} \Theta \quad (2.11)$$

$$F = \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{\Psi=\text{konst.}} = -\frac{1}{2} \frac{\Psi^2}{L^2} L'(x) = -\frac{1}{2} i^2 L'(x) = \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{A\mu} = \frac{1}{2} \frac{\Theta^2 A\mu}{x^2} = -\left. \frac{\partial W_m^*}{\partial x} \right|_{\Theta=\text{konst.}} = F \quad (2.12)$$

Es ist deutlich zu erkennen, dass schon bei linearem Material sowohl aus der Geometrie als auch aus der Energie ein nichtlineares Verhalten folgt.

Um bei der partiellen Ableitung der magnetischen Energie nach dem Luftspalt x die Kraft zu erhalten, muss die elektrische Leistung verschwinden, so dass die mechanische Leistung die einzige ist. Bei $\Psi \neq$ konstant wäre auch elektrische Leistung in der Änderung der magnetischen Energie enthalten.

Ähnlich würde sich bei $\Theta \neq$ konstant die magnetische Koenergie nicht nur durch mechanische Leistung verändern. Hier ist jedoch die zweite Leistung nicht benannt, da die Koenergie weder eine real vorhandene Energie noch ein Integral einer real vorhandenen Leistung über der Zeit ist.

2.2. Näherungen bei Geometrie und Material

Komplexe Flusspfade werden oft auf einfache Geometrie zurückgeführt, z. B. auf Quader. Dann ist das Magnetfeld in dem Volumen homogen. Dabei werden einige Streuflüsse vernachlässigt, was nur bei ausreichend kleinem Luftspalt akzeptable Fehler macht. Daneben hängt die Genauigkeit von der Diskretisierung ab.

Näherung: ohne Streuflüsse (z. B. homogene Magnetfelder).

Typische Anwendungen lassen sich nach dem genutzten Material einteilen. Dieses kann weichmagnetisch oder hartmagnetisch sein. Das Material zeigt ein nichtlineares Verhalten und ist abhängig von der Kristallstruktur und -form unterschiedlich stark anisotrop. Über ungeordnet-polykristallines Material gemittelt folgen isotrope Eigenschaften.

Näherung: ohne Richtungsabhängigkeit (isotrop).

2.2.1. Polarisation und Hysterese

Die *spontane Polarisation* einer ferromagnetischen Elementarzelle hat einen im Wesentlichen konstanten Betrag, abhängig vom Material. Änderungen durch Dia- oder Paramagnetismus können vernachlässigt werden. Somit ändert sich nur die Ausrichtung der Polarisation beim Anlegen eines äußeren Feldes.

Elementarzellen gruppieren sich zu Domänen (weissche Bezirke), deren Grenzen (Bloch-Wände) sich mit dem äußeren Feld verändern. Domänen können kleiner werden, größer werden, entstehen oder auch verschwinden. Innerhalb einer Domäne ist die Polarisation homogen entsprechend der spontanen Polarisation.

Die *pauschale Polarisation* J ist ein gemittelter Wert über ein größeres Volumen, bestehend aus mehreren Domänen mit verschiedensten möglichen Ausrichtungen, aber gleichen Beträgen der spontanen Polarisation. Entgegengerichtete Domänen kompensieren sich und das Material erscheint nach außen weniger magnetisiert. In der Praxis werden nur die pauschalen Größen betrachtet, die Bezeichnung mit pauschal wird dann weggelassen.

Das Material ist magnetisch gesättigt, wenn alle Domänen in die gleiche Richtung ausgerichtet sind. Nur bei gesättigter pauschaler Polarisation kann die Ausrichtung der Domänen eindeutig identifiziert werden. Die Domänen haben mehrere Vorzugsrichtungen für die spontane Polarisation. Durch diese Anisotropie wird die Ausrichtung behindert und es entsteht eine Hysterese [28].

Ein einfacher Ansatz versucht die Hysterese nur mit den äußeren (pauschalen) magnetischen Feldgrößen zu erklären, da diese leicht messbar sind. Dazu wird die pauschale Polarisation als von dem vergangenen Verlauf der Feldgrößen abhängig betrachtet.

Der vergangene Verlauf muss eine ausreichend große Feldgröße enthalten, die das Material gesättigt hatte. Nur ein Verlauf ausgehend von Sättigung oder oberhalb der Curie-Temperatur erlaubt die Bestimmung der aktuellen pauschalen Polarisation.

Wenn der vergangene Verlauf keine Feldgröße enthält, die zu Sättigung führte, dann kann er beliebig weit in die Vergangenheit reichen, ohne dass daraus die aktuelle pauschale Polarisation bestimmbar wäre. Die Lösung benötigt Anfangsbedingungen, die wiederum meist nicht bekannt sind.

So wie ein Zeitverlauf das Hystereseverhalten nicht immer eindeutig beschreibt, ist auch die Bezeichnung der Hysterese als verzögernde Wirkung nicht immer zutreffend. Wechselnde Signale können verzögert erscheinen, aber z. B. magnetische Datenspeicher sollten von der Zeit unabhängig sein.

Ein passender Ansatz ist, Zustände zu verwenden. In Zuständen kann ein vergangener Wert gespeichert sein, der aber auch gleich dem aktuellen Wert ist. So kann aus den aktuellen Zuständen immer eindeutig die aktuelle pauschale Polarisation bestimmt werden. Zum Beispiel nutzt das Preisach-Modell Zustände, um eine Hysterese zu modellieren.

Ein Zustand beim Preisach-Modell beschreibt aber nicht die Ausrichtung einer bestimmten Domäne oder Elementarzelle. Domänen oder Elementarzellen sind im Wesentlichen gleich und somit gleichberechtigt. Welche Domäne umklappt, kann nicht zugeordnet werden. Ein Zustand im Preisach-Modell beschreibt eine bestimmte Formkomponente der Hysterese und kann eindeutig zugeordnet werden.

Abbildung 2.5 zeigt eine Skizze äußerster Hysteresekurven der magnetischen Polarisation J und Flussdichte B . Bei maximaler Ausrichtung der Domänen, die ohne magnetische Feldstärke H im Material möglich ist, verbleibt eine Flussdichte, deren Betrag als Remanenzflussdichte B_r bezeichnet wird. Fluss oder Polarisation verschwinden jeweils bei der magnetischen Flussdichte-Koerzitivfeldstärke H_{cB} bzw. der Polarisations-Koerzitivfeldstärke H_{cJ} .

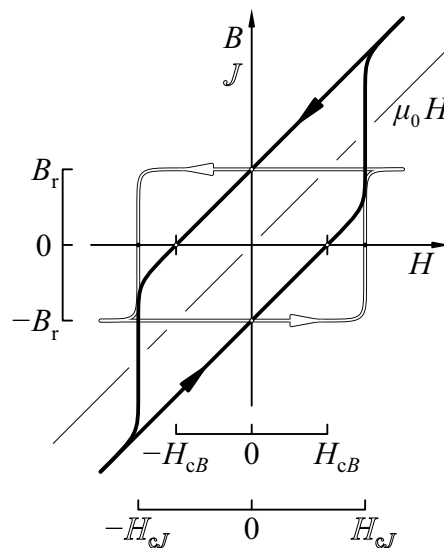


Abbildung 2.5.: Hysterese hartmagnetisches Material, magnetische Polarisation J und Flussdichte B über der Feldstärke H

Die Fläche innerhalb der Hysterese entspricht der Energie, die bei einem kompletten Zyklus vollständig in Wärme gewandelt wird. Die Hysterese wird oft vernachlässigt, weil eine genaue Modellierung sehr aufwendig ist.

Näherung: ohne Hysterese (eindeutig als Funktion abbildbar).

2.2.2. Sättigung

Wenn das Material gesättigt ist, dann bleibt bei einer weiteren Erhöhung des äußeren Magnetfeldes die Polarisierung nahezu konstant. Im Gegensatz zu elektrischen Feldern (Durchschlag) zerstören große magnetische Felder das Material nicht.

Sättigung ist technisch entscheidend für die Dimensionierung. Sie legt die Grenze für die maximale magnetische Nutzbarkeit fest. Das Material verliert dann differentiell seine hohe Permeabilität und begrenzt damit die praktisch erreichbare magnetische Energie. Ein Vorteil von Sättigung bei Reluktanzmaschinen ist die geringere Blindleistung, weil mit Sättigung die magnetische Koenergie größer ist als die magnetische Energie. Daher muss Sättigung bei der Optimierung von Maschinen berücksichtigt werden.

Näherung: ohne Sättigung (lineares Material, konstante Permeabilität).

2.2.3. Flussführung, weichmagnetisches Eisen

Eisen ist das am meisten verwendete ferromagnetische Element und dadurch auch namensgebend für den Eisenkreis oder Eisenrückschluss. Im Eisen der Flussführung ist Hysterese unerwünscht und muss möglichst schmal sein, damit wenig Energie in Wärme gewandelt wird. Eine Unterscheidung der Koerzitivfeldstärken von B und J ist bei schmaler Hysterese nicht notwendig, da beide annähernd gleich sind. Genutzt wird die hohe Permeabilität, um den magnetischen Fluss zu konzentrieren und Streufluss zu minimieren.

Näherung: ohne Eisenreluktanz (unendliche Eisenpermeanz).

2.2.4. Flussquelle, hartmagnetischer Dauermagnet

Bei Dauermagneten wird die breite Hysterese genutzt, um eine konstante Ausrichtung der Domänen zu erhalten. Folglich bleibt die magnetische Polarisierung $J = B_r$ bei Dauermagneten nahezu konstant und die (differentielle) Permeabilitätszahl μ_r ist fast 1.

$$B(H) = \mu_0 H + J(H) \approx \mu_0 H + J \quad (2.13)$$

Näherung: konstante Flussquelle (konstante Magnetisierung oder magnetische Polarisierung).

Die (mechanisch) nutzbare magnetische Energie wird dem Magneten beim Herausnehmen aus dem Magnetkreis durch mechanische Arbeit zugefügt oder durch mehr elektrische Energie beim Magnetisierungsvorgang, wenn da bereits ein Luftspalt existierte. Auch benötigt das Magnetisieren unterschiedlich viel Energie, je nachdem, wie viele Domänen umorientiert werden müssen und wie viel Blindenergie kurzzeitig im System gespeichert wird.

2.3. Energie im polarisierten Magnetkreis

Einige Autoren beschränken sich bei Aussagen zur Wirkung der Reluktanzkraft auf ein Maximieren der Induktivität [52] oder ein Minimieren der Reluktanz, was immer gültig ist. Andere leiten auch Aussagen zur magnetischen Energie ab [32, S.: 67] [30, S.: 23], die aber nur unter bestimmten Randbedingungen gültig sind, welche oft nicht genannt werden. Magnetische Energie kann auch verschieden definiert sein [21].

Die magnetische Feldstärke H und die magnetische Flussdichte B unterliegen mit der Magnetisierung M oder der magnetischen Polarisation J folgendem Zusammenhang [10]:

$$H(B, M) = \frac{B}{\mu_0} - M = \frac{B}{\mu_0} - \frac{J}{\mu_0} = H(B, J) \quad (2.14)$$

Der lineare Fall setzt sich aus einer konstanten Magnetisierung $M_0 = \mu_r H_{cB}$ (irreversibel) und einer linear veränderlichen Magnetisierung $M_1 = (\mu_r - 1)H$ (reversibel) zusammen. Erstere polarisiert den Magnetkreis und letztere beeinflusst die Permeabilität. Mit $M = M_0 + M_1$ oder analog mit $J_0 = B_r$ folgt

$$H(B) = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} - H_{cB} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} - \frac{B_r}{\mu_0 \mu_r} \quad (2.15)$$

In dieser Arbeit wird ausschließlich die ingenieurtechnische Definition der magnetischen Energiedichte [44]

$$w_m = \int_{B_r}^B H(B) dB \quad (2.16)$$

verwendet. Die Energiedichte w_m lässt sich in einen Anteil innerer Energie reversibler Magnetisierung (Materie) und einen Anteil reiner magnetischer Feldenergie (Vakuum) aufspalten [21]. Zusätzlich gäbe es auch noch die innere Energie der irreversiblen Magnetisierung und die dabei entstehende Wärme. Diese Energiezufuhr beim Magnetisieren ist in (2.16) nicht enthalten, weil dafür die Hysterese berücksichtigt werden müsste.

Beispielhaft kann (2.1) in die irreversible Polarisation B_r , die reversible Polarisation (Suszeptibilität $(\mu_r - 1)$ der Materie) und das reine magnetische Feld (Vakuum) zerlegt werden:

$$B = \underbrace{B_r}_{\text{ingenieurtechnisch:}} + \underbrace{\mu_0(\mu_r - 1)H}_{\text{magnetische Energie}} + \underbrace{\mu_0 H}_{\text{magnetische Energie}} \quad (2.17)$$

thermodynamisch: innere Energie magnetische Energie

Während Teilenergien verschiedene Namen haben können, unterscheiden sich die Gesamtenergien voneinander (aufgrund der unteren Integrationsgrenze) nur um eine Konstante [44] [15]. Im Folgenden werden alle unteren Integrationsgrenzen so gewählt, dass die Energie immer positiv und minimal null ist. Auch wenn physikalisch eine untere Integrationsgrenze berechnet werden kann, genügt es ingenieurtechnisch nur Energieänderungen zu betrachten, die tolerant bezüglich zusätzlicher Konstanten in der Energie sind.

Eine Bewegung in Richtung der Reluktanzkraft ($\dot{x} < 0$) verändert die Luftspaltbreite x und somit die magnetische Energie im System: bei einem Dauermagneten minimiert sich die magnetische Energie; bei einem auf konstanten Strom geregelten Elektromagneten maximiert sich

die magnetische Energie. Die Teilenergie nur im Luftspalt ändert sich nicht monoton mit der Luftspaltbreite; es muss also immer das gesamte magnetische System betrachtet werden.

Diese Zusammenhänge sind hier mit stark vereinfachten Magnetkreisen dargestellt (alle vorher genannten Näherungen). Abbildungen mit Kapazitäten wären physikalisch näher an einer Analogie zum Elektrischen, sind aber weniger bekannt und auch nicht exakt analog (Elektroden). Daher wird auf Widerstandssymbole zurückgegriffen. Die Gleichungen sind im Allgemeinen nicht analog. Nur die Struktur von Maschen (Ringintegral) und Knoten (Quellenfreiheit) gilt in gleicher Weise.

Zum Beispiel ist die elektrische Leistung P an einem Widerstand

$$P = UI = I \cdot RI^2 \quad (2.18)$$

und die magnetische Energie W_m in einer Reluktanz ist nur halb so groß wie eine Analogie.

$$W_m = \int_0^{\Phi} V d\phi = \int_0^{\Phi} R_m \phi d\phi = \frac{1}{2} \cdot R_m \Phi^2 \quad (2.19)$$

2.3.1. Komponenten des Magnetkreises

Wesentlich sind zwei Reluktanzen: für den Luftspalt und für den Dauermagneten.

Um die Luftspaltreluktanz R_{mL} von null bis unendlich zu variieren, müsste x auch von null bis unendlich gehen. Als begrenzter Parameter sei mit $\Theta = 0$ in (2.24) der Luftspaltfluss im undurchfluteten Zustand $\Phi_{L0}(x) = \Phi_L(x, 0)$ definiert, der immer zwischen 0 und Φ_J liegt. Damit wird die Luftspaltreluktanz von Φ_{L0} abhängig.

$$R_{mL}(x) = \frac{x}{\mu_0 A} \quad \rightarrow \quad R_{mL}(\Phi_{L0}) \quad (2.20)$$

Es sei angemerkt, dass ein Luftspalt von unendlich praktisch wegen Streuflüssen nicht erreichbar ist. Der Luftspalt x und der Fluss Φ_{L0} laufen entgegengerichtet.

Der Dauermagnet kann durch seine koerzitive magnetische Spannung V_J oder seinen remanenten magnetischen Fluss Φ_J beschrieben werden. Für maximale Magnetisierung folgen diese Parameter aus den Materialdaten und der Geometrie:

$$V_J = -H_{cB}l \quad (2.21)$$

$$\Phi_J = B_r S \quad (2.22)$$

Dabei ist S die Querschnittsfläche und l die Länge des Magneten und es wird der zweite Quadrant in der B - H -Ebene betrachtet. Die Dauermagnetreluktanz R_{mD} mit Näherung für konstante Magnetisierung verhält sich wie Vakuum:

$$R_{mD} = -\frac{V_J}{\Phi_J} = \frac{H_{cB}l}{B_r S} \approx \frac{l}{\mu_0 S} \quad (2.23)$$

Für den Dauermagneten gibt es zwei mögliche Modellansätze: Spannungsquelle und Flussquelle [50]. Je eine der beiden Komponenten bewirkt dann die magnetische Polarisation.

2.3.2. Energie im Luftspalt

Die magnetische Energie im Luftspalt ist unabhängig von der Modellierung des Dauermagneten. Der Fluss im Luftspalt Φ_L ist beim Dauermagneten mit Spannungsquelle wegen (2.26) direkt der Quotient aus Gesamtspannung und Gesamtrelektanz. Bei der Modellierung des Dauermagneten mit einer Flussquelle folgt aus (2.38), (2.39) und (2.23) das gleiche Ergebnis

$$\Phi_L(x, \Theta) = \frac{\Theta - V_J}{R_{mL}(x) + R_{mD}} = \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right) \Phi_{L0} = \Phi_L(\Phi_{L0}, \Theta) \quad (2.24)$$

und die magnetische Energie des Luftspalts W_{mL} hat nach (2.19) mit (2.24), (2.20) und (2.23) die Form eines Sattels mit einem Maximum bei halbem Remanenzfluss.

$$W_{mL}(\Phi_{L0}, \Theta) = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right)^2 \left(\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J}\right)^2\right) \quad (2.25)$$

Die Energie im Luftspalt verschwindet bei einer Spaltbreite von null ($x = 0$, $\Phi_{L0} = \Phi_J$) und unendlich ($x = \infty$, $\Phi_{L0} = 0$) oder wenn die Durchflutung Θ gleich der koerzitiven magnetischen Spannung V_J ist.

2.3.3. Energie im Dauermagneten modelliert mit Spannungsquelle

Abbildung 2.6 zeigt links die Modellierung eines Dauermagneten als Reihenschaltung einer magnetischen Spannungsquelle V_J mit einer Reluktanz R_{mD} . Daneben enthält der abgebildete Magnetkreis die veränderliche Reluktanz R_{mL} eines Luftspalts mit der Breite x und eine magnetische Ersatzspannungsquelle für die Durchflutung Θ einer Spule. Der elektrische Strom der Durchflutung fließt in die Ebene hinein (grau angedeutet).

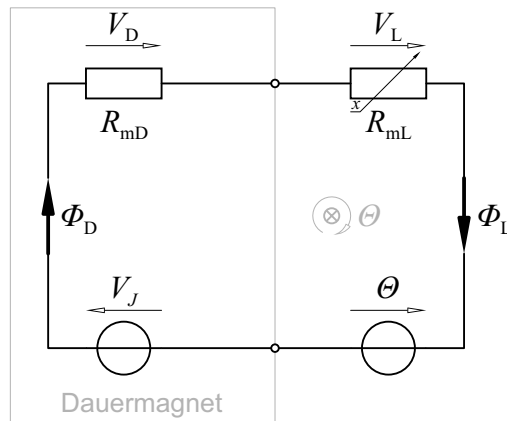


Abbildung 2.6.: Dauermagnet als Spannungsquelle

Die konstante magnetische Spannung des Dauermagneten V_J und die Durchflutung Θ teilen sich auf die beiden Reluktanzen R_m auf. Ohne einen verzweigenden Knoten (2.26) fließt der gleiche variable magnetische Fluss Φ durch beide Reluktanzen. Die Masche (2.27) folgt aus dem Durchflutungsgesetz.

$$\Phi_L = \Phi_D \quad (2.26)$$

$$\Theta = V_L + V_J + V_D \quad (2.27)$$

Die magnetische Energie im Dauermagneten folgt für die Modellierung mit Spannungsquelle (Index s) nach (2.19) mit (2.26) und (2.24) zu

$${}_sW_{mD}(\Phi_{L0}, \Theta) = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right)^2 \left(\frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J}\right)^2 \quad (2.28)$$

Im Dauermagneten als Spannungsquelle modelliert verschwindet die magnetische Energie des Dauermagneten ${}_sW_{mD}$, wenn die Durchflutung die Magnetisierung kompensiert ($\Theta = V_J$) oder wenn die Luftspaltbreite gegen unendlich geht ($x = \infty$, $\Phi_{L0} = 0$).

Die gesamte magnetische Energie als Summe von (2.25) und (2.28) mit einer Spannungsquelle für den Dauermagneten ist

$${}_sW_m(\Phi_{L0}, \Theta) = W_{mL} + {}_sW_{mD} = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right)^2 \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} \quad (2.29)$$

Die magnetische Energie (2.29) ist nicht symmetrisch zur Durchflutung. Das bedeutet, wenn die Durchflutung Θ kontinuierlich von null bis V_J erhöht wird, nimmt die magnetische Energie ab. Die Energie des magnetischen Systems müsste aber zunehmen, weil elektrische Leistung in das magnetische System fließt. Dieser Widerspruch kann aufgelöst werden, indem die Energieumwandlung in der Spannungsquelle V_J berücksichtigt wird. Diese Spannungsquelle gehört zum magnetischen System, wandelt magnetische in elektrische Energie, die dann gespeichert wird und eine Gesamtenergie des magnetischen Systems bildet. Abbildung 2.7 zeigt Größen der Leistungswandlung in der Spannungsquelle und im Luftspalt.

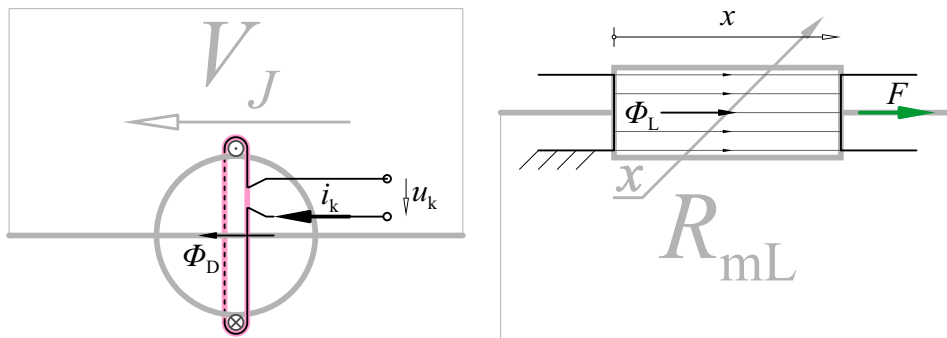


Abbildung 2.7.: Schnittstellen: Spannungsquelle und Luftspalt

Die Ursache der magnetischen Spannung V_J ist ein konstanter elektrischer Kreisstrom i_k (Abbildung 2.7 links), der mit dem magnetischen Fluss verkettet ist. Bei einer Flussänderung wird eine elektrische Spannung u_k induziert, die zusammen mit dem konstanten elektrischen Kreisstrom eine elektrische Leistung bedingt. Zu dieser elektrischen Leistung gehört ein elektrischer Energiespeicher (konservatives System), dessen Energie E_{eD} sich über ein Zeitintegral berechnet.

$$E_{eD}(E_0) = \int i_k u_k dt = \int V_J d\Phi_L = V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right) \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} + E_0 \quad (2.30)$$

Die Integrationskonstante E_0 ist durch die Energiebilanz (2.35) bestimmbar. Ausgegangen wird von einem Zustand minimaler Gesamtenergie bei $\Phi_{L0}(x) = \Phi_J$ und $\Theta = 0$, damit die Energie immer positiv ist. Zuerst wird mechanische Arbeit E_{mL} verrichtet und der Luftspalt von 0 auf x erhöht. (Die mechanische Energiewandlung ohne Θ ist einfacher. Alternativ gibt es die mechanische Energiewandlung bei konstantem Φ_L ; siehe Abschnitt 2.3.7.)

$$E_{mL}(x) = \int_0^x F dx = \int_0^x -\frac{dW_m^*(\Phi_{L0}(x), 0)}{dx} dx \quad (2.31)$$

Die magnetische Koenergie W_m^* ist mit (2.24) als Funktion von Φ_{L0} und Θ

$$W_m^*(\Phi_{L0}, \Theta) = \int_{\Phi_J}^{\Theta} \Phi_L d\Theta = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right)^2 \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} \quad (2.32)$$

und die mechanische Arbeit E_{mL} folgt entsprechend:

$$E_{mL}(\Phi_{L0}) = W_m^*(\Phi_J, 0) - W_m^*(\Phi_{L0}, 0) = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J}\right) \quad (2.33)$$

Anschließend wird über die Spule elektrische Energie $E_{e\Theta}$ bei konstantem Luftspalt eingespeist. Mit der Substitution $\Phi_L = f(\Theta)$ nach (2.24) rechts und einer Integrationskonstanten des unbestimmten Integrals für $E_{e\Theta}(\Phi_{L0}, 0) = 0$ (damit $E_{e\Theta} > 0 \forall \Theta$) folgt

$$E_{e\Theta}(\Phi_{L0}, \Theta) = \int iu dt = \int \Theta d\Phi_L = \int f^{-1}(\Phi_L) d\Phi_L = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(\frac{\Theta}{V_J}\right)^2 \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} \quad (2.34)$$

Die eingespeisten Energien E_{mL} und $E_{e\Theta}$ müssen in den magnetischen Energien W_m der Reluktanzen und der elektrischen Energie der magnetischen Spannungsquelle E_{eD} enthalten sein.

$$W_{mL} + {}_sW_{mD} + E_{eD}(E_0) = E_{mL} + E_{e\Theta} = E_{ges} \quad \rightarrow \quad E_0 = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \quad (2.35)$$

Die elektrische Energie gespeichert in der magnetischen Spannungsquelle (2.30) ist dann

$$E_{eD}(\Phi_{L0}, \Theta) = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - 2\left(1 - \frac{\Theta}{V_J}\right) \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J}\right) \quad (2.36)$$

Unter Berücksichtigung der Energie E_{eD} folgt eine widerspruchsfreie Energiebilanz. Die Gesamtenergie E_{ges} im magnetischen System nach (2.35) mit (2.25), (2.28) und (2.36) ist symmetrisch zur Durchflutung Θ .

$$E_{ges}(\Phi_{L0}, \Theta) = -\frac{1}{2}V_J\Phi_J \left(1 - \left(1 - \left(\frac{\Theta}{V_J}\right)^2\right) \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J}\right) \quad (2.37)$$

Die Energiewandlung der magnetischen Spannungsquelle in elektrische Energie ist ein abstraktes Ergebnis der ingenieurtechnischen Modellierung. Physikalisch dominiert bei ferromagnetischen Materialien die Rotation der Ebene des Kreisstromes in der Quelle. Dabei verringert sich nur die pauschale Flusskomponente und der spontane Fluss bleibt konstant (keine elektrische Leistung). Das entspräche also einer reversiblen Ausrichtung von Domänen. Diese Ausrichtung speichert dabei Energie in einem Potenzial der Anisotropie [28, S.: 27].

2.3.4. Energie im Dauermagneten modelliert mit Flussquelle

Abbildung 2.8 zeigt links die Modellierung eines Dauermagneten als Parallelschaltung einer magnetischen Flussquelle Φ_J mit einer Reluktanz R_{mD} . Daneben enthält der abgebildete Magnetkreis die veränderliche Reluktanz R_{mL} eines Luftspalts mit der Breite x und eine magnetische Ersatzspannungsquelle für die Durchflutung Θ einer Spule. Der elektrische Strom der Durchflutung fließt in die rechte Masche hinein (grau angedeutet).

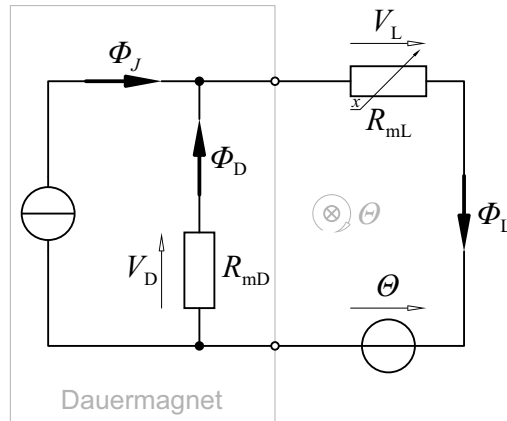


Abbildung 2.8.: Dauermagnet als Flussquelle

Der Luftspaltfluss Φ_L wird um den konstanten magnetischen Fluss des Dauermagneten Φ_J am Knoten (2.38) erhöht. Die Masche (2.39) fordert die Aufteilung der Durchflutung Θ in zwei variable magnetische Spannungen V an den beiden Reluktanzen R_m .

$$\Phi_L = \Phi_J + \Phi_D \quad (2.38)$$

$$\Theta = V_L + V_D \quad (2.39)$$

Die magnetische Energie im Dauermagneten für die Modellierung mit Flussquelle (Index f) folgt nach (2.19) mit (2.38) und (2.24) zu

$${}_f W_{mD}(\Phi_{L0}, \Theta) = -\frac{1}{2} V_J \Phi_J \left(1 - \left(1 - \frac{\Theta}{V_J} \right) \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} \right)^2 \quad (2.40)$$

Besondere Werte entstehen für $\Theta = V_J$, wobei die Energie vom Luftspalt unabhängig wird ($\Phi_L = 0$). Des Weiteren liegen alle minimalen Energien im Dauermagneten nur bei $V_J \Theta < 0$, da das Flussverhältnis auf 1 begrenzt ist und somit der Vorfaktor (die innere Klammer) größer als 1 sein muss, damit der quadratische Ausdruck verschwindet.

Die gesamte magnetische Energie als Summe von (2.25) und (2.40) mit einer Flussquelle für den Dauermagneten ist

$$W_m(\Phi_{L0}, \Theta) = W_{mL} + {}_f W_{mD} = -\frac{1}{2} V_J \Phi_J \left(1 - \left(1 - \left(\frac{\Theta}{V_J} \right)^2 \right) \frac{\Phi_{L0}}{\Phi_J} \right) \quad (2.41)$$

Die magnetische Energie (2.41) hat einen symmetrischen Anteil in der Durchflutung und bei unendlichem Luftspalt ($\Phi_{L0} = 0$) ist nur die mechanische Energie des Hubes gespeichert, da

bei unendlicher Reluktanz keine elektrische Energie gewandelt wird. Sie ist auch gleich der Gesamtenergie (2.37), und zwar ohne eine zusätzliche Energiewandlung, da in einer konstanten Flussquelle keine Energie gewandelt oder gespeichert wird. Damit ist der Modellansatz mit einer magnetischen Flussquelle einfacher, um die Energiewandlungen bei polarisierten Systemen zu erklären.

Zum Beispiel nach Abbildung 2.8 und ohne Durchflutung: wenn der Luftspalt x von null ausgehend vergrößert wird, entsteht im Dauermagneten eine negative magnetische Spannung V_D , die dem konstanten Remanenzfluss Φ_J entgegengerichtet ist. Folglich wird der konstante Remanenzfluss durch einen entgegengerichteten Fluss Φ_D auf den kleineren Luftspaltfluss Φ_L abgeschwächt. In Summe bleibt der Fluss dabei quellenfrei.

Die Flussquelle Φ_J und die Reluktanz R_{mD} im Dauermagneten überlagern sich und nehmen den gleichen Raum ein. Diese beiden Teile entsprechen einer Trennung ähnlich (2.17) nach irreversibel (konstante Polarisierung) und reversibel (Suszeptibilität als veränderliche Polarisierung und Vakuum).

2.3.5. Energie im polarisierten nichtlinearen Magnetkreis

Für neutrale Systeme ist die magnetische Energie ${}_nW_m$ mit Hilfe von der elektrischen Leistung definiert [32, S.: 49] [62, S.: 44] als

$${}_nW_m = \int_0^{\Phi} \Theta(x, \phi) d\phi \quad (2.42)$$

In einem polarisierten System kommt eine Konstante hinzu, weil die Magnetisierung (selbst keine magnetische Energie) das Integral der elektrischen Leistung verzerrt. Aus den Flächen von Abbildungen 2.12 bis 2.16 lässt sich für polarisierte Systeme folgende Gleichung konstruieren:

$${}_pW_m = W_{mL} + {}_fW_{mD} = \int_0^{\Phi} \Theta(x, \phi) - \Theta(0, \phi) d\phi + \int_{\Phi_J}^{\Phi} \Theta(0, \phi) d\phi \quad (2.43)$$

Die Integrationsgrenzen in (2.43) passen auch zu Gleichung (53) in [21]. Umgestellt wird die Konstante deutlich, um die sich die beiden Energien unterscheiden.

$${}_pW_m = \int_0^{\Phi} \Theta(x, \phi) d\phi - \int_0^{\Phi_J} \Theta(0, \phi) d\phi \quad (2.44)$$

Vom Integral der elektrischen Leistung mit Luftspalt wird ein zusätzlicher Term entsprechend der Fläche im zweiten Quadranten ohne Luftspalt abgezogen.

Bei der Koenergie kann die magnetische Polarisierung durch V_J in den Integrationsgrenzen einfacher berücksichtigt werden und ist dabei für die Kraft in (2.5) auch wichtiger als eine additive Konstante. Die magnetische Polarisierung selbst kann allgemein auch von der mechanischen Position abhängen.

Mit der Gleichung (2.24) des linearen Systems eingesetzt in (2.43) folgt nach Integration die gleiche Energie wie in (2.37) oder (2.41).

2.3.6. Dimensionslose grafische Zusammenfassung

Mit dem dimensionslosen durchflutungsfreien Fluss $\phi = \Phi_{L0} \Phi_J^{-1}$ und der dimensionslosen Durchflutung $\theta = \Theta V_J^{-1}$ folgen die dimensionslosen Energien $e = -2 E V_J^{-1} \Phi_J^{-1}$.

$${}_s w_{mD}(\phi, \theta) = (1 - \theta)^2 \phi^2 \quad (2.45)$$

$$e_{eD}(\phi, \theta) = 1 - 2(1 - \theta)\phi \quad (2.46)$$

$${}_s w_{mD} + e_{eD} = {}_f w_{mD}(\phi, \theta) = \left(1 - (1 - \theta)\phi\right)^2 \quad (2.47)$$

$$w_{mL}(\phi, \theta) = (1 - \theta)^2 \left(\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \phi\right)^2\right) \quad (2.48)$$

$${}_f w_{mD} + w_{mL} = w_m = e_{ges}(\phi, \theta) = 1 - (1 - \theta^2)\phi \quad (2.49)$$

Abbildung 2.9 zeigt Linien konstanter Energie (mit $V_J < 0$). Zusätzlich ist rechts der dimensionslose Luftspalt $\xi = x S A^{-1} l^{-1}$ als Alternative zum Fluss angegeben, $\phi = (1 + \xi)^{-1}$.

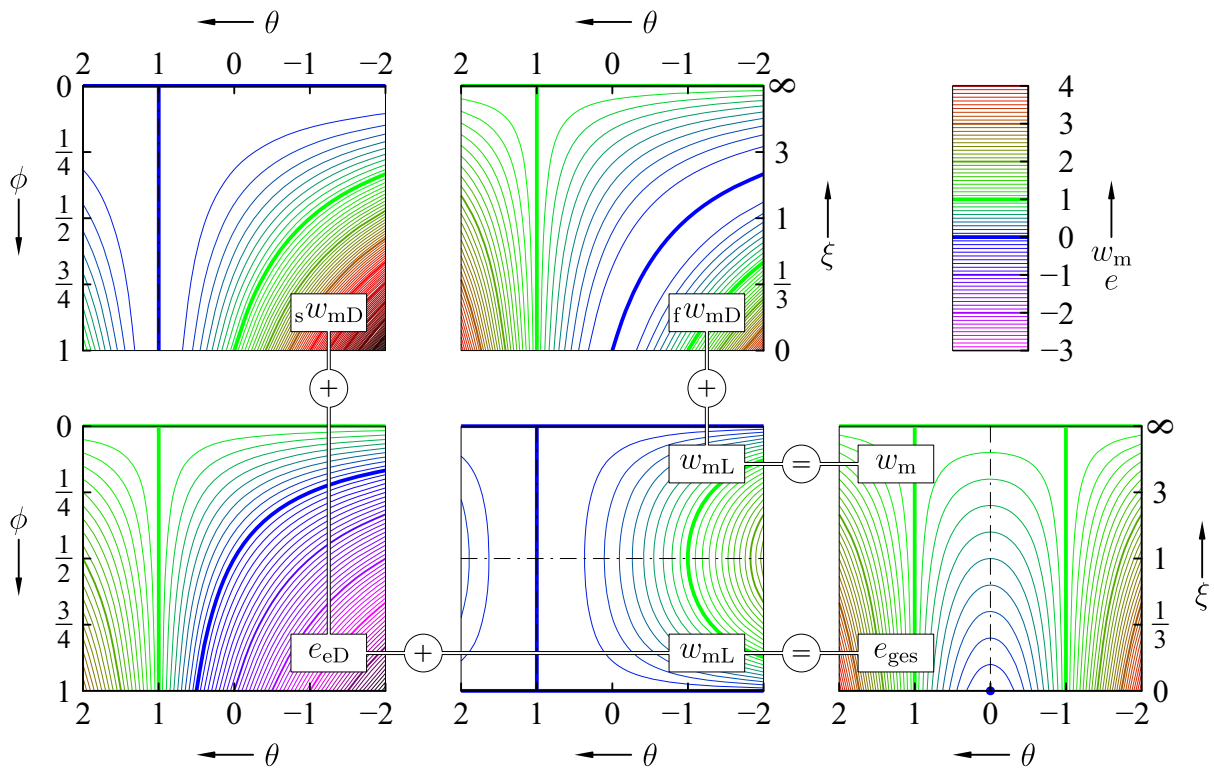


Abbildung 2.9.: Dimensionslose Energien w_m oder e über dem dimensionslosen durchflutungsfreien Fluss ϕ oder dem dimensionslosen Luftspalt ξ und der dimensionslosen Durchflutung θ

So wie sich die Flussdichte nach (2.17) aus mehreren Teilen zusammensetzt, ist die Modellierung mit einer Flussquelle besser geeignet, weil sich dann am Knoten auch mehrere Flüsse addieren. Dabei ist keine weitere Energieform notwendig, um eine komplette Energiebilanz zu erhalten.

2.3.7. Gewandelte Leistung oder Energie in der Φ - Θ -Ebene

Die magnetischen Energien von Luftspalt und Dauermagnet sind zu jedem Zeitpunkt im System real vorhanden. Die elektrische und die mechanische Energie aber sind Integrale von Leistungen über der Zeit. Da es genügt, Leistungen erst im Betrieb bereitzustellen, müssen daraus folgende Energien nie real vorhanden gewesen sein. Wenn sich zeitgleich Luftspalt und Fluss ändern, dann kann in der momentanen magnetischen Energie sowohl vergangene elektrische als auch vergangene mechanische Leistung enthalten sein.

Abbildung 2.10 zeigt die Φ - Θ -Ebene mit den linear abhängigen Zuständen Luftspaltfluss Φ_L , Durchflutung Θ und Luftspalt(breite) x , die den momentanen Arbeitspunkt definieren. Es gibt drei begrenzende Linien:

1. die aktuelle Kennlinie (schwarz), deren Steigung vom Luftspalt abhängt, $x > 0$,
2. die vertikale Koordinatenachse Φ ,
3. die Kennlinie bei verschwindendem Luftspalt (maximale Steigung, weiß), $x = 0$.

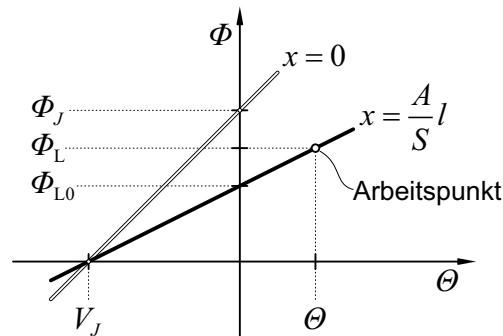


Abbildung 2.10.: Diverse Symbole in der Φ - Θ -Ebene

Zwischen je zwei dieser drei begrenzenden Linien werden zunächst in Abbildung 2.11 nach oben und unten unbegrenzte Bereiche aufgespannt. Der Schnittpunkt ist der Punkt minimaler Energie (mit einem Kreis markiert).

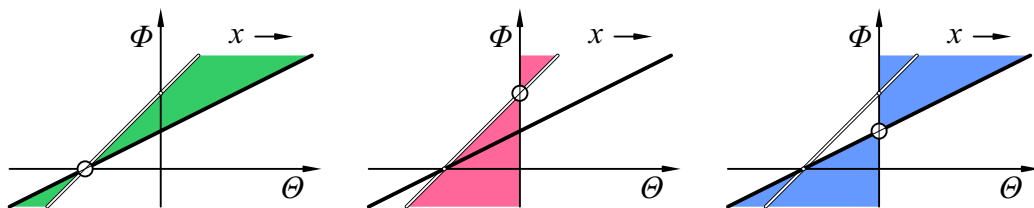


Abbildung 2.11.: Bereich der magnetischen Energie im Luftspalt W_{mL} oder freisetzbaren mechanischen Energie bei Spannung $u = 0$ (grün), Bereich der magnetischen Energie im Dauermagneten ${}_fW_{mD}$ (rot), Bereich der freisetzbaren elektrischen Energie $E_{e\Theta}$ bei Geschwindigkeit $v = 0$ (blau)

In Abbildung 2.12 bis 2.16 entstehen mit dem Luftspaltfluss Φ_L als horizontale Grenze die dreieckigen Flächen, deren Inhalte den verschiedenen Energien entsprechen. Eine bekannte alternative Darstellung zeichnet die Luftspaltgerade in den zweiten Quadranten hinein. Die

dabei entstehenden Flächen sind gleich groß, aber die Formen sind verzerrt. Die Abbildungen identischer Lastfälle in alternativer Darstellung befinden sich in Anhang A.3.

Ohne mechanische Bewegung: $v = 0$ und x konstant wird die gesamte magnetische Energie nur durch elektrische Leistung verändert. Dabei verändert sich der Luftspaltfluss Φ_L nach (2.24) mit der (Gesamt-)Permeanz $\Lambda(x)$ proportional zur Änderung der Durchflutung Θ (Ruheinduktion):

$$\frac{u}{N} = \frac{d\Phi_L(x, \Theta)}{dt} = \frac{\partial \Phi_L}{\partial \Theta} \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\mu_0 AS}{xS + lA} \frac{d\Theta}{dt} = \Lambda(x) \frac{d\Theta}{dt} \quad (2.50)$$

Abhängig vom Luftspalt gibt es eine konstante magnetische Energie im zweiten Quadranten (Dreieck V_J - Φ_{L0} - Φ_J in Abbildung 2.10), die nur als mechanische Energie freigesetzt werden könnte.

Abbildung 2.12 zeigt, wie sich die Verteilung der magnetischen Energie im System verändert, wenn der Arbeitspunkt von der Mitte aus nach links oder nach rechts verschoben wird. Solange $|\Theta| < |V_J|$ ist, wird abhängig vom Vorzeichen der Durchflutung die gesamte zugeführte elektrische Leistung als magnetische Energie entweder nur im Dauermagneten (links, rot) oder nur im Luftspalt (rechts, grün) gespeichert. Zusätzlich findet eine Umverteilung der gespeicherten magnetischen Energien statt (zwischen grün und rot). Anwendung findet dies bei polarisierten Systemen, um mit wenig Strom die Energie im Luftspalt zu steuern. Bei großer Durchflutung nimmt die Energie in allen Bereichen zu.

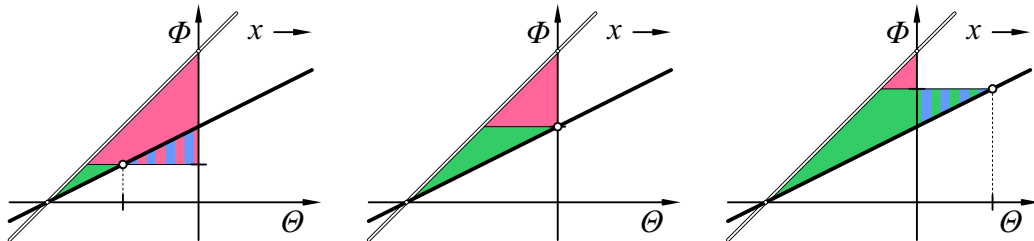


Abbildung 2.12.: Flächen der magnetischen Energien bei Geschwindigkeit $v = 0$ und dimensionslosem Luftspalt $\xi = 1$. Schraffiert mit blau: magnetische Energie aus elektrischer Leistung.

Ohne elektrische Spannung: $u = 0$ und Φ_L konstant wird die magnetische Energie nur durch mechanische Leistung verändert. Mit (2.24) verändern sich die Durchflutung der kurzgeschlossenen Spule und der Luftspalt entsprechend (2.51).

$$\frac{u}{N} = 0 = \frac{d\Phi_L(x, \Theta)}{dt} = \frac{\partial \Phi_L}{\partial \Theta} \frac{d\Theta}{dt} + \frac{\partial \Phi_L}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\Theta - V_J} \frac{d\Theta}{dt} = \frac{S}{xS + lA} \frac{dx}{dt} \quad (2.51)$$

Die Kraft ist nach (2.12) konstant und wirkt in Richtung eines kleineren Luftspalts, wobei sich die *magnetische Energie minimiert*. Durch Streuflüsse verbleibt etwas magnetische Energie, die nicht mechanisch freigesetzt werden kann.

Wirbelströme sind wie kurzgeschlossene Spulen. Der ohmsche Spannungsabfall bewirkt weiterhin eine Flussänderung. Magnetische Energie wird über den elektrischen Widerstand in

elektrische Leistung und dann in Wärme gewandelt. Die Näherung in Abbildung 2.13 nutzt eine verlustfrei leitende kurzgeschlossene Spule (supraleitender Ring). Die gesamte zugeführte mechanische Leistung wird als magnetische Energie nur im Luftspalt gespeichert (grün). Die magnetische Energie im Dauermagneten (rot) bleibt konstant.

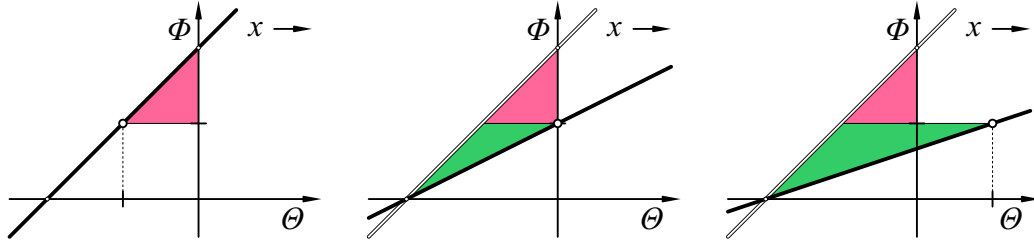


Abbildung 2.13.: Flächen der magnetischen Energien bei Spannung $u = 0$, also kurzgeschlossener Spule (Freilauf). Der Fluss und die Kraft bleiben konstant.

Mit einem Stromregler: θ konstant wird in vielen technischen Anwendungen der Zustand gesteuert. Folglich wird an der Spule eine elektrische Spannung angelegt, die genau so groß ist, dass die für einen konstanten Strom (bei Luftspaltänderung) notwendige Flussänderung erfolgt. Der Zeitverlauf der Luftspaltänderung ist für die Energiebilanz unbedeutend, beeinflusst aber den notwendigen Verlauf der Spannung u (Bewegungsinduktion):

$$\frac{u}{N} = \frac{d\Phi_L(x, \theta)}{dt} = \frac{\partial \Phi_L}{\partial x} \frac{dx}{dt} = -\frac{\mu_0 A S^2 (\theta - V_J) dx}{(xS + lA)^2} \frac{dx}{dt} \quad (2.52)$$

Abbildung 2.14 zeigt den Spezialfall ohne Durchflutung, also ohne Spule. Dies ist z. B. bei einem Haftmagneten der Fall, der nur den zweiten Quadranten nutzt. Die Kraft wirkt in Richtung eines kleineren Luftspalts, wobei sich die *magnetische Energie minimiert*, wenn der Luftspalt verschwindet (links).

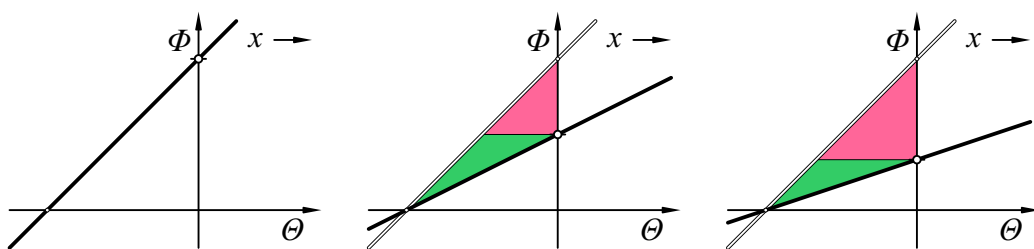


Abbildung 2.14.: Flächen der magnetischen Energien ohne Spule: $\theta = 0$

Abbildung 2.15 zeigt den Spezialfall mit großer Durchflutung. Die Kraft wirkt in Richtung eines kleineren Luftspalts, wobei sich die *magnetische Energie maximiert*, wenn der Luftspalt verschwindet (links). Dabei wird mechanische Leistung abgegeben und elektrische Leistung als magnetische Energie gespeichert. Die blauen Rechtecke umranden Flächen, deren Inhalt der aufgenommenen oder abgegebenen elektrischen Energie entsprechen.

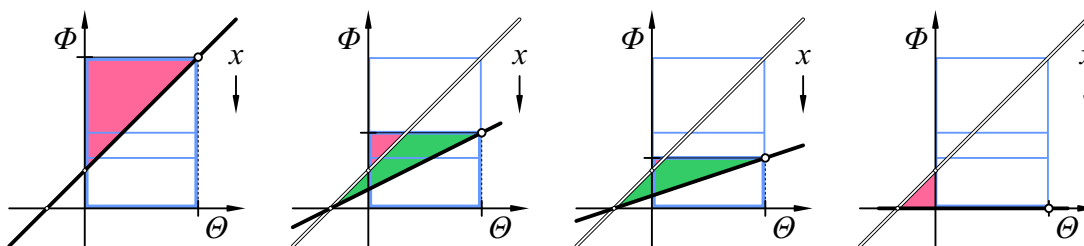


Abbildung 2.15.: Flächen der magnetischen Energien bei großer Durchflutung: $V_J \ll \Theta$

Bei zyklischer Zustandsänderung in der Φ - θ -Ebene im Uhrzeigersinn wird im Mittel mechanische in elektrische Leistung gewandelt. Bei einer Zustandsänderung gegen den Uhrzeigersinn von elektrisch nach mechanisch. In Abbildung 2.16 sind drei Momentaufnahmen für einen kreisförmigen Zyklus dargestellt. Die blau umrandete Fläche und die Umlauffrequenz definieren die mittlere Leistung des Wandlers.

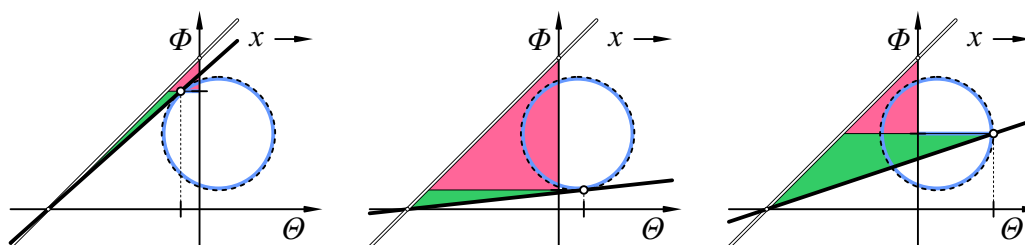


Abbildung 2.16.: Flächen der magnetischen Energien beim Zyklus. Motor gegen Uhrzeigersinn, Generator im Uhrzeigersinn.

Bei konstantem Flächeninhalt eines Zyklus, also gleicher Leistung, gibt es diverse mögliche Außenkonturen. Die Bewegung entlang der Außenkontur definiert den Durchflutungs- und den Flussverlauf über der Zeit, folglich auch die Form des Kraftverlaufs. Die Schwingungen erregende Kraft kann also beeinflusst werden, worauf im nächsten Kapitel weiter eingegangen wird.

Die Größen zur Beschreibung der Außenkontur sind nicht beliebig wählbar. Wegen des quadratischen Zusammenhangs ist die Null bei neutralen magnetisch entkoppelten Reluktanzmaschinen (mit einfacher Elektronik) eine Grenze, sowohl für den Fluss als auch für die Durchflutung. Magnetische Sättigung beschränkt den Fluss nach oben und die Durchflutung wird nach oben durch die Temperatur begrenzt. Des Weiteren beschränken Betriebsspannung und maximale Bewegungsgeschwindigkeit die Änderungsgeschwindigkeiten der magnetischen Zustandsgrößen.

2.4. Aufbau einer Reluktanzmaschine

In diesem Abschnitt wird auf den allgemeinen Aufbau einer geschalteten Reluktanzmaschine nach dem Stand der Technik eingegangen. In Kapitel 4 wird näher auf die erzeugbaren Kraftkennlinien und damit effektivere Nutzung der Gegeninduktivität eingegangen.

2.4.1. Grundstruktur

Die elektromagnetomechanische Energiewandlung benötigt eine Reluktanzänderung bei der Bewegung. Die Reluktanz ist durch Geometrie und Material begrenzt. Die Reluktanzänderung für eine anhaltende mittlere Energiewandlung muss periodisch sein, da sonst die Grenze erreicht oder die Änderungsrate (partielle Ableitung nach der Bewegungskordinate) zu klein würde.

Viele Elektromagnete nutzen die Bewegungsrichtung normal zur Luftspaltfläche. Der Bewegungsbereich ist nach unten durch die Kollision von Anker und Joch, nach oben aufgrund der verschwindenden Kraft begrenzt. Die monoton steigende Reluktanzkennlinie wird erst durch eine schwingende Bewegung des Ankers zu einer periodischen Reluktanzänderung.

Eine Reluktanzmaschine nutzt die Bewegungsrichtung tangential zur Luftspaltfläche. Dabei ist der Bewegungsbereich nicht mehr begrenzt. Auch bei gleichförmiger Bewegung folgt die periodische Reluktanzänderung direkt aus der Reluktanzkennlinie. Sie wird durch periodisch angeordnete ausgeprägte Zähne im Eisen der beiden Maschinenteile erreicht. Es sind aber auch anisotrope Materialien oder Materialstrukturen, wie Schlitze, möglich.

Abbildung 2.17 visualisiert die beiden Richtungen. Zusätzliche versetzte Spulen werden genutzt, um mehr Möglichkeiten bei den erzeugbaren magnetischen Kräften zu haben.

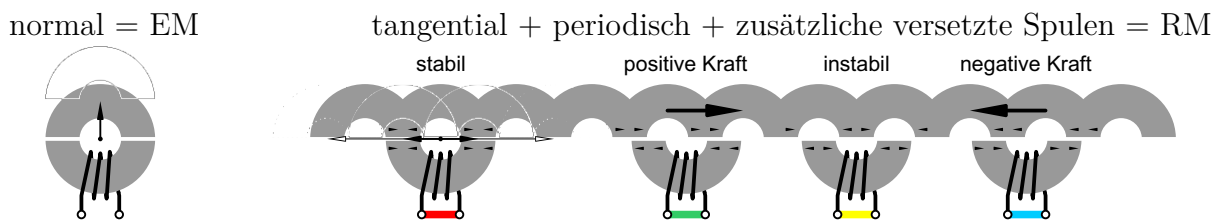


Abbildung 2.17.: Grundaufbau von Elektromagnet (EM) und Reluktanzmaschine (RM)

-> Neben Schub als Relativbewegung gibt es auch das Rollen.

2.4.2. Kraftkomponenten und Kraftkennlinien

Die *normale Kraftkomponente* regt die Schwingungen an und gilt als Hauptursache für den hohen Lärmpegel. Die Schwingungsamplituden sind so klein, dass sie in der Energiewandlung vernachlässigt werden. Die normale Kraftkomponente ist unerwünscht und unvermeidbar. Sie ist eine Größenordnung größer als die tangentiale Kraftkomponente.

Die *tangentiale Kraftkomponente* wird für die Energiewandlung genutzt. Die Gesamtheit der möglichen Kräfte wird über Kraftkennfelder erfasst (Abschnitt 2.5). Vereinfachend werden zunächst Kraftkennlinien betrachtet, die aus Kraftkennfeldern entstehen, wenn z. B. die Durchflutung konstant gehalten wird. Es wechseln sich immer Positionsbereiche mit positiver und negativer tangentialer Kraftkomponente ab. Abbildung 2.18 zeigt links eine skizzierte Kraftkennlinie $F(\alpha)$ (tangentiale Kraftkomponente = aktorische Kraft = - äußere Kraft).

Eine Reluktanzmaschine kann mit einer einzigen Kraftkennlinie pulsierend arbeiten. In Positionsbereichen mit richtiger Krafrichtung wird eine größere Durchflutung gesteuert als in

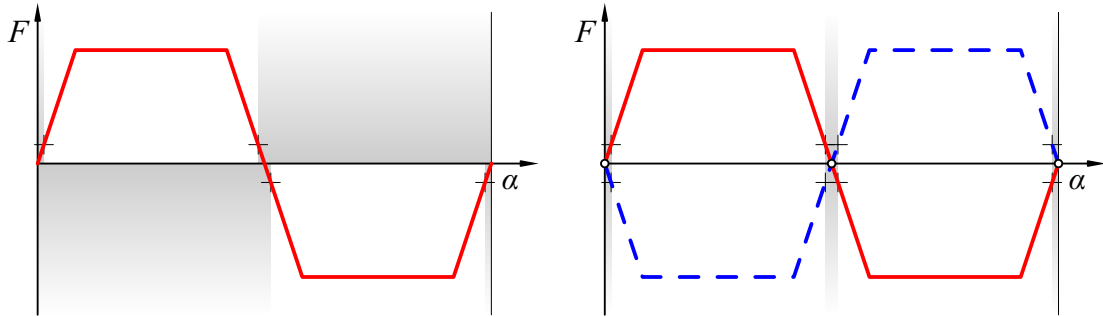


Abbildung 2.18.: Einzelne Kraftkennlinie (links) und zwei symmetrische Kraftkennlinien (rechts)

Positionsbereichen mit falscher Krafrichtung. So entsteht eine mittlere Kraft in die richtige Richtung. Der Verlauf dieser Kraft über der Position hat aber noch Lücken, wirkt also nicht durchgehend. Beim Motor wird die mechanische Trägheit als zusätzlicher Energiespeicher genutzt, um die Lücken zu überwinden. Die Kraftwelligkeit ist sehr hoch (0 bis Maximum), womit der Einsatzbereich eingeschränkt ist. Eine genaue Positionsregelung ist z. B. nicht möglich.

Bei den Nulldurchgängen der Kraftkennlinie verschwindet die Kraft und der Motor kann gegen die Reibung nicht selbst starten. In den grauen Bereichen in Abbildungen 2.18 bis 2.20 ist der Selbststart in diese Richtung nicht möglich. Die Kreuze begrenzen den Bereich mit Haftreibung.

Mit mehr Phasen sind mehr Kraftkennlinien möglich, wie in Abbildung 2.18 rechts. Bereiche mit falscher Krafrichtung werden durch den Wechsel auf eine hinreichend verschiedene (z. B. entlang der Position verschobene) zweite Kraftkennlinie vermieden. Bei symmetrischen Maschinen fallen die Nulldurchgänge beider Kennlinien zusammen und der Motor kann an solchen Positionen nicht selbst starten.

Viele Motoren nutzen daher zwei asymmetrische Kraftkennlinien wie in Abbildung 2.19. Solch ein Motor kann immer in mindestens eine Richtung eine Kraft erzeugen und selbst starten [56, T. J. E. Miller] [38, Ramu Krishnan] [59, Charles Pollock] [29, De Doncker, Aachen] [63]. Da die Asymmetrie nur geringe Verzerrungen der Kraftkennfelder erlaubt, ist die Kraftwelligkeit immer noch hoch. Solche Motoren sind für eine langsame Bewegung oder hohe Anlaufast ungeeignet.

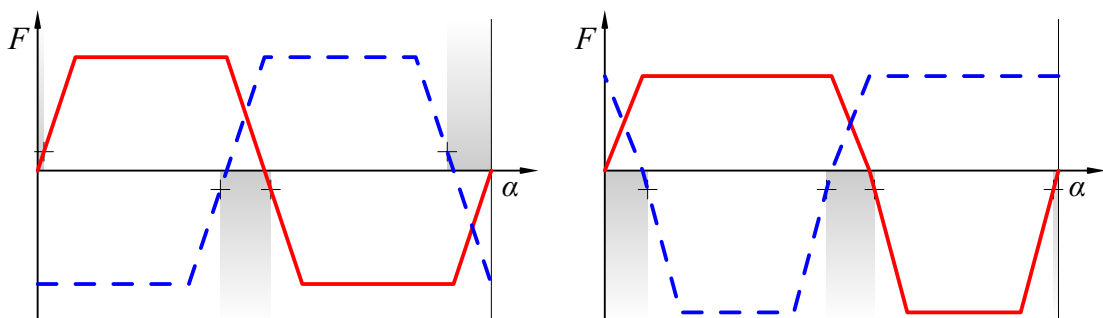


Abbildung 2.19.: Kraftkennlinien durch asymmetrische Zahnposition (links) und Kraftkennlinien durch asymmetrische Zahnform (rechts)

Mit drei hinreichend entlang der Position verschobenen Kraftkennlinien in Abbildung 2.20 kann an jeder Position in beide Richtungen eine ausreichend hohe Kraft erzeugt werden. Die dritte Kennlinie für den Selbststart in beide Richtungen kann durch Dauermagnete oder eine zusätzliche Phase bereitgestellt werden. Es werden auch mehr als drei Kraftkennlinien genutzt, um die Kraftwelligkeit weiter zu verringern. Eine Erhöhung der Anzahl der Kraftkennlinien erhöht aber auch die Komplexität der Reluktanzmaschine und damit vor allem die Kosten, besonders die der Leistungselektronik.

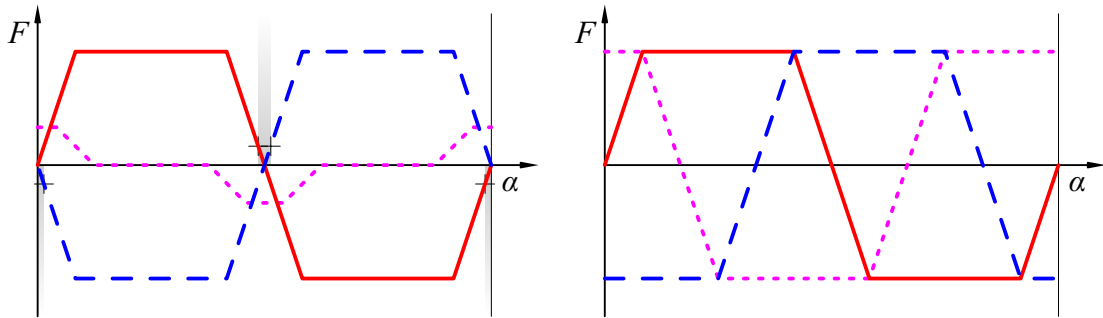


Abbildung 2.20.: Dritte Kraftkennlinie nur für Selbststart (links) und drei symmetrische Kraftkennlinien (rechts)

Die in der Literatur üblicherweise angegebenen Kraftkennlinien sind oft bei nur einer einzigen stromführenden elektrischen Phase aufgenommen. Durch die Kombinationsmöglichkeiten der Ströme in mehreren Phasen können unendlich viele verschiedene Kraftkennlinien erzeugt werden. In Kapitel 4 wird eine Basis vorgestellt, mit der dieser Raum an Möglichkeiten beschrieben werden kann.

2.4.3. Eisengeometrie der geschalteten Reluktanzmaschine

- N_S Anzahl der Statorzähne
- N_R Anzahl der Rotorzähne
- N_P Anzahl der elektrischen Phasen

Die Eisengeometrie der geschalteten Reluktanzmaschine besteht aus einem Rotor und einem Stator, die beide ausgeprägte Zähne haben. Magnetische Pole lägen nur dann vor, wenn eine Durchflutung den Zahn magnetisierte. Daher wird ausschließlich der geometrische Begriff Zahn verwendet.

Die geschaltete Reluktanzmaschine wird über die Anzahl der Stator- und Rotorzähne in der Form N_S/N_R benannt. Die Zähne teilen sich einen gemeinsamen Eisenrückschluss. Wenn sich der Rotor dreht, dann ändern sich die Reluktanzen des Luftspalts zwischen den Zähnen periodisch. Durch den symmetrischen Aufbau entsteht keine Lagerbelastung mit Reluktanzkräften. Die einfache geometrische Struktur bedarf einer komplexeren Ansteuerung als bei anderen elektrischen Maschinen. Abbildung 2.21 zeigt einen Standard 6/4 SRM (switched reluctance machine).

-> Standardliteratur: [37], [52].

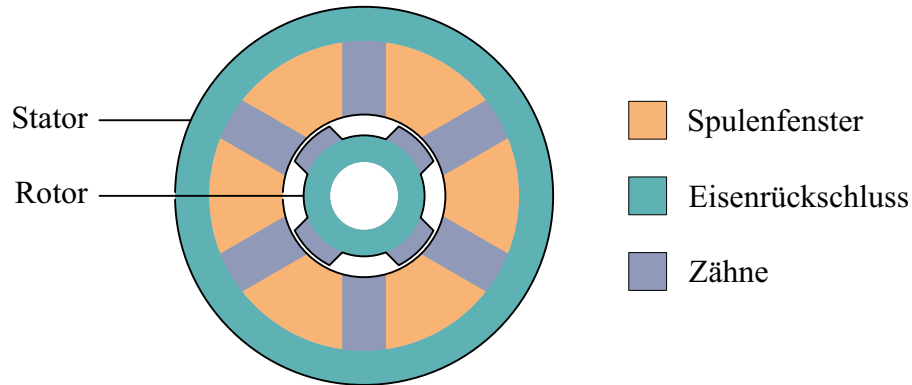


Abbildung 2.21.: Standard 6/4 SRM

Hervorstechend ist die Dominanz der Sensitivität der Statorzahnbreite bei der Drehmomentwelligkeit. Werte von 52 % haben minimale Welligkeit (Bogen Statorzahn / Bogen Statorperiode). Die Untersuchungen in [45] bestätigen dies. Der Eisenrückschluss (Joch) sollte fast genauso breit sein wie der Zahn (ca. 80 %), damit das Material dort nicht sättigt. Nur die Zähne müssen deutlich sättigen.

-> Eine deutlich andere Geometrie hat die Synchron-Reluktanzmaschine: [43].

2.4.4. Ansteuerung, elektromagnetische Erregung, Durchflutung

Diverse Motoruntertypen haben die gleiche Eisengeometrie. Die Spulen sind vielfältig gewickelt und können je verschieden verschaltet sein. Abbildung 2.22 zeigt die in der Forschung verbreiteten Varianten geschalteter Reluktanzmaschinen (switched reluctance machine, SRM). Die Induktivität folgt aus dem Phasenstrom (elektrisch) und dem damit verketteten Fluss (magnetisch) und wird zur vereinfachten Beschreibung der elektromagnetischen Wechselwirkung genutzt.

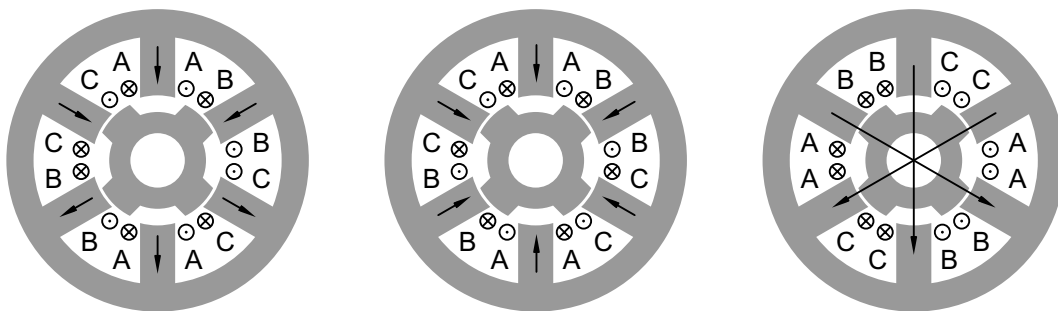


Abbildung 2.22.: Aufbau und verkettete Flussrichtung: Standard SRM (links), konzentrierte Spulen MCSR (mittig) und verteilte Spulen MCSR (rechts)

Standard SRM haben konzentrierte Spulen um einzelne Zähne, die einen Fluss erzeugen, der in der einen Hälfte in den Rotor hinein- und in der anderen herausfließt. Dadurch sind die anderen Zähne und deren Spulen nicht beeinflusst. Diese Form ist also magnetisch kaum gekoppelt und die Gegeninduktivitäten werden vernachlässigt.

Andere SRM sind auch über die Gegeninduktivität gekoppelt (mutually coupled SRM, MCSRM). Dafür genügt es, eine andere Stromrichtung in je einer der beiden *konzentrierten* Spulen eines Stranges zu nutzen [39].

-> fractionally-pitched winding SRM: Fluss schaltend, alle Induktivitäten, drei Phasen [41].

Eine andere Bewicklungsform wickelt *verteilte* Spulen nicht mehr um einzelne Zähne, sondern über die Zähne einer ganzen Periode hinweg (fully-pitched SRM) [47], was auch als MCSRM bezeichnet wird [36]. Die Selbstinduktivitäten sind nahezu konstant. Eine Phase kann mit Gleichstrom betrieben werden.

-> Vergleich akustisch siehe auch [42], [58].

-> concentrated winding segmented SRM, CSSRM: Fluss schaltend, nur Gegeninduktivitäten, drei Phasen, [67].

-> flux switching motor: full-pitch SRM, zwei Phasen [60], [59].

Benennungen dieser Varianten sind nicht standardisiert und daher von Autor zu Autor unterschiedlich. Die primären Flusspfade durch den Rotor sind in Abbildung 2.23 für die aktive Phase A (vertikal) skizziert. Die genaue Verteilung bei mehreren Pfaden ist abhängig von der Rotorposition.

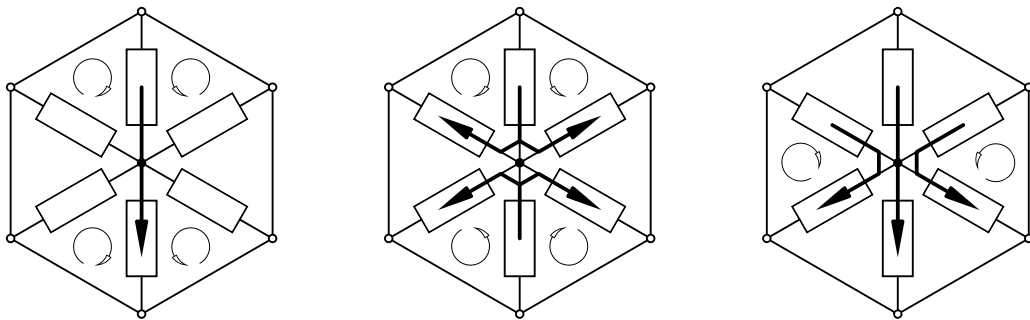


Abbildung 2.23.: Durchflutung (dünner Pfeil) und primärer Flusspfad (dicker Pfeil): Standard SRM (links), konzentrierte Spulen MCSRM (mittig) und verteilte Spulen MCSRM (rechts)

Die Durchflutung bezieht sich immer auf eine komplette Masche des Magnetkreises. Wird eine lokale magnetische Ersatzspannungsquelle definiert, dann ist deren Position nicht eindeutig. Die Position der magnetischen Ersatzspannungsquelle beeinflusst sogar die Anzahl benötigter Spannungsquellen. Daher ist es einfacher, keine magnetischen Ersatzspannungsquellen zu definieren, sondern die Durchflutung in die Masche zu zeichnen.

2.4.5. Regelung von Reluktanzmaschinen

In diesem Unterabschnitt ist nur die bevorzugte Form der Regelung genannt. In der Literatur gibt es diverse weitere Ansätze. Entscheidend ist immer der elektromagnetische Zustand, und der Regler beeinflusst dies nur über seine Fehler.

Die Ansteuerung erfolgt praktisch nur mit schaltender Elektronik. Dabei werden konstante Spannungsniveaus an den Phasen angelegt. Es sind also nur Mehrpunktregler sinnvoll, meistens mit drei Werten: positive Betriebsspannung $u = U_B$, negative Betriebsspannung $u = -U_B$ und keine elektrische Spannung $u = 0$ (Freilauf). Dabei wird dann immer mit maximaler Leistung gestellt (sliding mode control).

Geregelt wird der elektromagnetische Zustand nach Führungsgrößen Strom oder Fluss, die wegen der starken Nichtlinearität der Reluktanzmaschine in Tabellen abgelegt sind. Damit kann die Tabelle das Ergebnis beliebig komplexer Berechnungen enthalten, ohne dass solche zur Laufzeit durchgeführt werden müssten.

Beispielhaft würde der Strom als Funktion mehrerer Größen ausgedrückt werden als

$$i = f\left(M_{\text{soll}}, \alpha, \frac{\omega}{U_B}\right) \quad (2.53)$$

Das Drehmoment M_{soll} wird dabei nur gesteuert. Mit diesem fehlerbehafteten Drehmoment kann dann ein Drehzahl- oder Positionsregler betrieben werden, je nach weiteren technischen Anforderungen. α ist die Position und der Quotient $\frac{\omega}{U_B}$ von Rotorgeschwindigkeit durch Betriebsspannung ist eine Dynamikgröße dafür, wie schnelle Änderungen momentan möglich sind. In Spezialfällen kann die Dynamikgröße entfallen.

Das nächste Kapitel befasst sich damit, solche Tabellen nach schwingungstechnischen Kriterien zu berechnen.

2.4.6. Kopplung der Schwingungsanregung

N_S Anzahl der Statorzähne
 N_R Anzahl der Rotorzähne
 N_P Anzahl der elektrischen Phasen

Die Wahl prinzipiell verschiedener Bauformen beeinflusst die Schwingungserregung deutlich, aber die Optimierung einer einzelnen konkreten Bauform kann die Werte nur in einem begrenzten Bereich beeinflussen.

Bei der regelmäßigen Struktur der Reluktanzmaschine treten Kopplungen der einzelnen Schwingungsformen auf. Die Zähne der Phasen sind durch die periodische Geometrie im Ort versetzt. Bei der Kommutierung entsteht ein zusätzlicher definierter Zeitversatz zwischen den Phasen. Diese Zusammenhänge sind in [65] und [27] für Spezialfälle und in [26] mit allgemein gültigem Ergebnis beschrieben. Durch die Kopplung kommt es zu konstruktiver und destruktiver Interferenz von Schwingungen. Eine Zusammenfassung befindet sich in Anhang A.2.

Jede Harmonische des Kraftverlaufes regt bei einigen Winkelgeschwindigkeiten ω des Rotors bestimmte mechanische Eigenformen oder Moden zu Schwingungen an. Es gibt also keine Harmonische, die keine Mode anregt. Eine Mode kann aber nur durch einige Harmonische angeregt werden. Die anderen Harmonischen der Anregung kompensieren sich in der Summe mehrerer elektrischer Phasen. Es gibt dabei Moden, die gar nicht angeregt werden.

Bei Reluktanzmaschinen mit drei Phasen und vielen Zähnen in einem Verhältnis für $N_S : N_R$ von 3 : 2 (oder auch 2 : 3) sind am wenigsten Moden angeregt. Jede N_S/N_P -te Mode wird angeregt. Danach ist N_S zu maximieren und N_P zu minimieren. Vor allem die niedrigen Moden sind potenziell laut. Als Grenze wird in [27, S.: 119] genannt, wenn die atmende/nullte Mode die niedrigste Eigenfrequenz hat, da diese immer angeregt wird. Diese Mode ist die Eigenform ohne Knoten.

2.4.7. Erregungsfrequenzen

Die Erregungsfrequenzen sind bis auf wenige Ausnahmen ganzzahlige Vielfache von Drehfrequenz und Zahnanzahl. Die meisten bisherigen Arbeiten konzentrieren sich auf den Stator, auch weil der (innere) Rotor steifer ist und so eine kleinere Amplitude hat [27, S.: 68] [37, S.: 336]. Die erste Harmonische (Grundfrequenz) der Erregung des Stators folgt aus Drehzahl und Zahnanzahl des Rotors. Die Steuerung mit Zweipunkt-Stromregler oder PWM generiert ein breites Spektrum wegen veränderlicher Induktivität oder Pulsweite. Ebenso können auch die Lager andere Frequenzen erzeugen.

2.5. Abbildung der Motorcharakteristik

Die kommenden Kapitel benötigen eine kurze Beschreibung der Motorcharakteristik. Durch die periodische Anordnung von Eisenzähnen entsteht eine Periodizität entlang der Position. Bei großer magnetischer Feldstärke kommt es zur Sättigung der Flussdichte im Eisen. Diese nichtlinearen Zusammenhänge werden über mehrdimensionale Kennfelder beschrieben. Dabei müssen nur Hysterese und Wirbelströme vernachlässigt werden.

Mit der FEM sind die Kennfelder sehr genau berechenbar. Das Erstellen analytischer Modelle zur Berechnung genauer Kennfelder ist zu zeitaufwendig und birgt ein zu hohes Fehlerrisiko, z. B. bei der Wahl von Flusspfaden. Messdaten eignen sich entsprechend ihrer Messgenauigkeit.

Zunächst werden die relevanten Größen und Symbole zusammengefasst, danach wird auf die Berechnung mit der FEM eingegangen und abschließend werden Besonderheiten in den Kennfeldern einer üblichen Reluktanzmaschine hervorgehoben.

2.5.1. Größen und mathematische Symbole

Die *Position* x in m beschreibt die Geometrieänderung allgemein. Bei drehenden Maschinen konkret der Rotorwinkel α in rad. Der Bezugspunkt ist entweder eine ausgerichtete oder eine unausgerichtete Position. Die Position ist eine Eingabegröße.

Die *Kraft* F in N hat eine normale Komponente und eine tangentielle Komponente, bei drehenden Maschinen auch Moment M in Nm. Wenn nicht anders angegeben, ist die Kraftkomponente in Bewegungsrichtung gemeint. Die Kraft ist eine Ausgabegröße.

Die *Durchflutung* Θ in A ist bei magnetisch gekoppelten Maschinen ein Vektor mit einem Element je Phase. Hier ist auch der *elektrische Strom* i in A möglich. Beides sind Eingabegrößen, wenn Hysterese vernachlässigt wird.

Der *magnetische Fluss* Φ in Wb ist eine Zwischengröße für das System, die z. B. bei der Berücksichtigung von magnetischer Hysterese benötigt wird. In der Berechnung ist der Fluss eine Ausgabegröße. Für das Kennfeld ist der Fluss nach dem Invertieren eine Eingabegröße.

Vektorielle Größen wie die Kraft benötigen ein Kennfeld je Komponente. Der Fluss kann ohne Hysterese oder Wirbelströme im Modell durch die elektrischen Größen ersetzt werden und kommt dann nicht mehr vor. Bei N_P magnetisch gekoppelten Phasen ist ein Kennfeld allgemein eine Hyperfläche mit der Dimension $N_P + 1$.

Magnetisch gekoppelte Phasen können über einen einfachen Magnetkreis entkoppelt werden, also eine mathematische Transformation [48]. Dann müssen nur noch die zweidimensionalen Kennfelder einiger Reluktanzen berechnet werden.

2.5.2. Berechnung mit der FEM

In dem FEM-Modell werden die Position und die Durchflutung als Parameter definiert. Berechnet werden Fluss und Kraft, optional z. B. auch lokale Flussdichten für die Eisenverlustschätzung. Der Fluss ist das Integral der Flussdichte über eine Fläche, durch die auch sämtliche Streuflüsse gehen. Der Rand dieser Fläche liegt immer im Inneren der Spulenwicklung.

FEM-Berechnungen benötigen viel Zeit. Daher ist die Wahl der Stützstellen entscheidend. Stützstellen sind die Parameterkombinationen, an denen die Berechnungen erfolgen. Dazwischen wird dann interpoliert. Die Anzahl der Ausgabegrößen beeinflusst die Berechnungszeit kaum. Im Extremfall kann das gesamte Magnetfeld für die weitere Auswertung abgespeichert werden.

Eine Ermittlung des mittleren Drehmoments aus dem momentanen Drehmoment benötigt Berechnungen bei vielen Durchflutungen an vielen Positionen. Hier bietet es sich an, das mittlere Drehmoment aus der magnetischen Koenergie zu berechnen, wobei nur noch die beiden extremalen Positionen (Ausgerichtet und Unausgerichtet) benötigt werden. Für die Drehmomentwelligkeit ist eine Berechnung entlang der Position notwendig. Dies kann in Näherung bei einer Nenndurchflutung (vorab geschätzt, thermisch) erfolgen. Für die unausgerichtete Position genügt eine Stützstelle, andere Werte können linear interpoliert werden. In Abbildung 2.24 sind links Stützstellen skizziert.

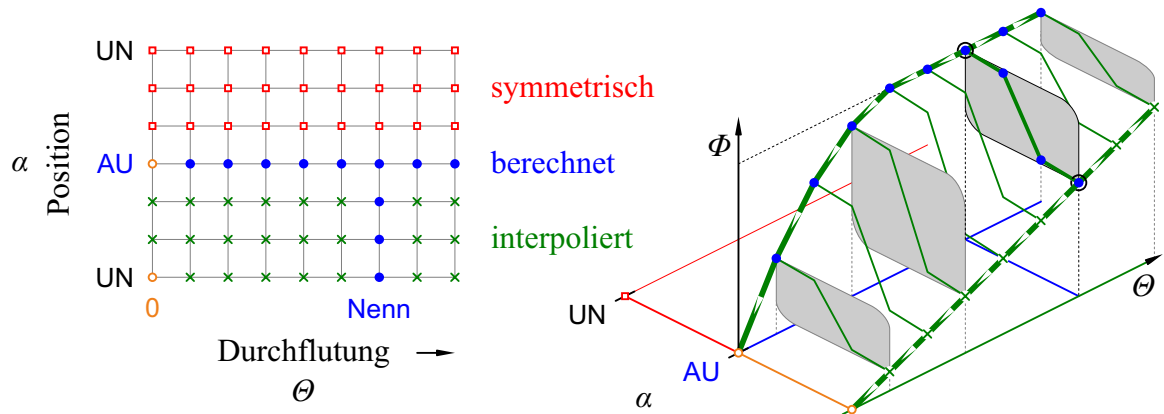


Abbildung 2.24.: Stützstellen für die FEM-Berechnung und formgetreue Interpolation

Es werden also nur zwei Linien berechnet (ähnlich den Sättigungs- und Formkennlinien aus Abschnitt 4.3). Die erste in der ausgerichteten Position entlang der Durchflutung berücksichtigt vor allem die Sättigung. Die zweite bei Nenndurchflutung und entlang der Position berücksichtigt den periodischen Verlauf. Bei der Interpolation wird diese zweite Linie entlang der Durchflutung formgetreu verschoben, so dass das AU-Ende auf der ersten Linie liegt und das UN-Ende auf einer linear interpolierten Geraden, die aus der Null kommt. Dabei werden die grauen Schnitte in Abbildung 2.24 rechts nur vertikal gestreckt oder gestaucht. Der Fehler bei dieser Interpolation für den Fluss ist für einen üblichen 6/4 SRM kleiner als 10 %.

2.5.3. Analyse der Kennfelder

Die Kennfelder sind in je drei 2D-Ansichten gezeigt. Jede dicke Linie ist ein Schnitt aus einem Kennfeld und zueinander orthogonalen Ebenenscharen, die in den anderen Ansichten das dünne Gitter bilden. Die vierte isometrische 3D-Ansicht zeigt die Schnittlinien auf einer nach oben heller werdenden Fläche des Kennfelds. Die erste Dimension aller Kennfelder ist die Position α . Durch die periodischen Zahnstrukturen sind auch die Kennfelder periodisch entlang der Position. Wichtige Positionen entstehen, wenn Stator und Rotor zueinander ausgerichtet (Zahn auf Zahn) oder unausgerichtet (Zahn auf Lücke) sind. Die zweite Dimension spannt entweder die Durchflutung θ (links) oder der Fluss Φ (rechts) auf. Die jeweils andere wird dann zum Kennfeld der einen oder umgekehrt. Diese beiden Kennfelder sehen daher in Abbildung 2.25 fast gleich aus (nur invertiert).

Abbildung 2.26 zeigt die normale Kraftkomponente, kurz Kraft F , und Abbildung 2.27 die tangentielle Kraftkomponente, kurz Moment M . Die Kraftkomponenten sind je als Kennfeld der Durchflutung (links) und als Kennfeld des Flusses (rechts) dargestellt. Die magnetische Zustandsgröße des Modells entscheidet, ob die linken oder die rechten Kennfelder verwendet werden. Mehr zum Modell in Anhang A.1.

Während der Fluss (Abb. 2.25, $\Phi(\alpha)$) nur ein Maximum in der ausgerichteten Position hat, hat die Kraft im Kennfeld der Durchflutung (Abb. 2.26, links, $F(\alpha)$, grün) bei ausreichender Sättigung zwei Maxima jeweils leicht neben der ausgerichteten Position. Bei der Kraft im Kennfeld des Flusses (Abb. 2.26, rechts, $F(\alpha)$, grün) ist der Effekt noch deutlicher erkennbar. Die ausgerichtete Position ist dann ein lokales Minimum. Erst bei sehr starker Sättigung

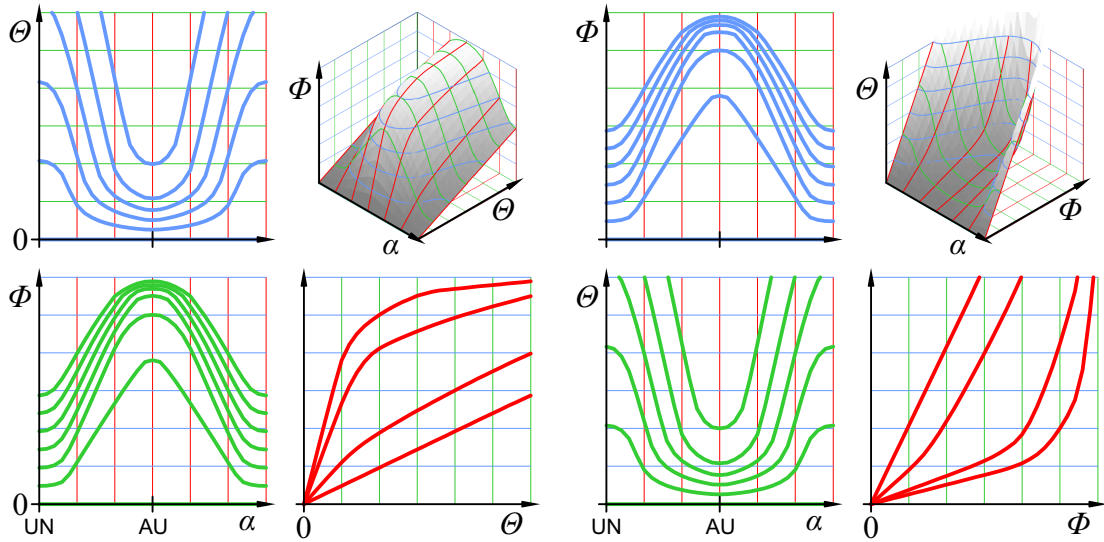


Abbildung 2.25.: Kennfelder $\Phi(\alpha, \theta)$ und $\Theta(\alpha, \Phi)$ einer geschalteten Reluktanzmaschine

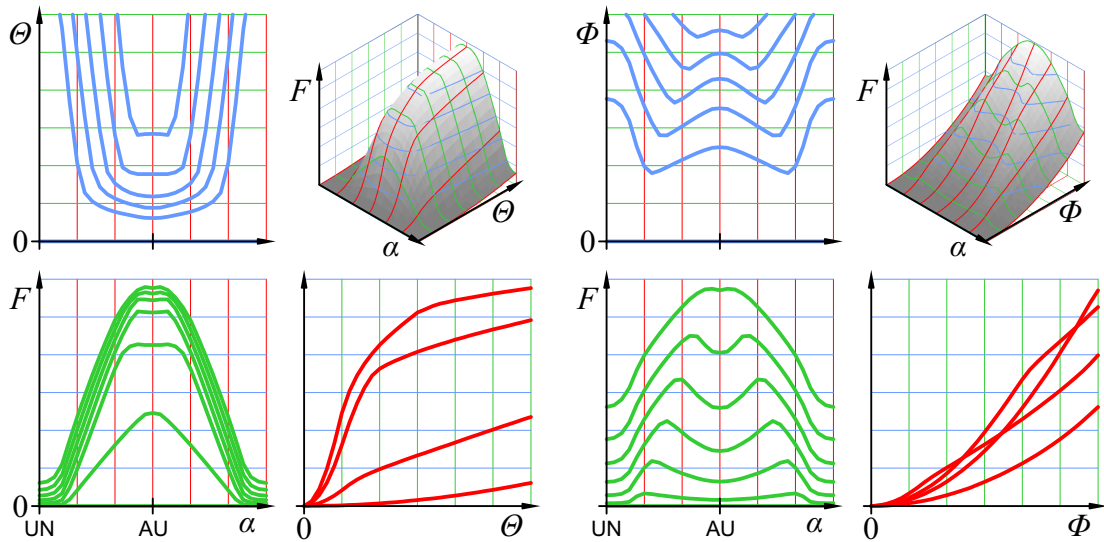


Abbildung 2.26.: Kennfelder $F(\alpha, \theta)$ und $F(\alpha, \Phi)$ einer geschalteten Reluktanzmaschine

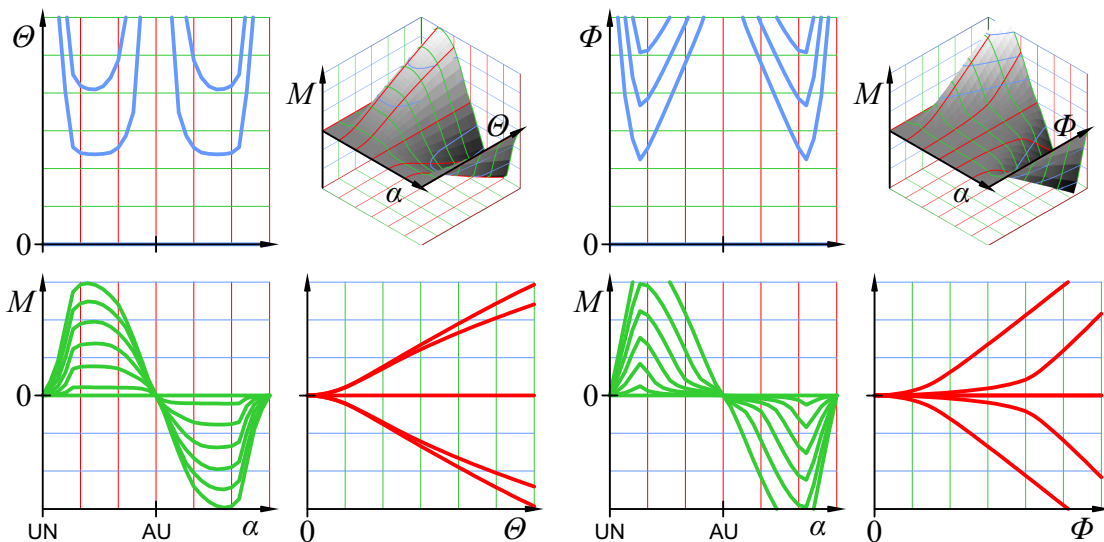


Abbildung 2.27.: Kennfelder $M(\alpha, \theta)$ und $M(\alpha, \Phi)$ einer geschalteten Reluktanzmaschine

verschmelzen die beiden Maxima und das Minimum verschwindet. Es ist jedoch unklar, ob dies wirklich so ist oder ob es sich um einen Berechnungsfehler handelt. Es ist aber in drei unabhängigen Berechnungen vorgekommen.

Im ersten Rasterbereich der Kraft (Abb. 2.26, links, $F(\theta)$, rot) ist die quadratische Abhängigkeit von der Durchflutung erkennbar, die dann über mehrere Knicke in Sättigung übergeht. Es sei angemerkt, dass nur die magnetische Polarisation sättigt, der Fluss und die Kraft somit auch dann noch weiterhin entsprechend μ_0 zunehmen. Mehrere Knicke entstehen, da lokale Geometriebereiche nacheinander in Sättigung gehen: beginnend bei den Ecken der Zähne bei teilweiser Überlappung, gefolgt von den Zähnen selbst und abschließend die Sättigung des Eisenrückschlusses (Joch).

Das Moment (Abb. 2.27, links, $M(\theta)$, rot) nimmt auch bei Sättigung noch deutlich, näherungsweise linear, zu. Daraus folgt, dass auch durch starke Sättigung die Lautstärke einer Reluktanzmaschine verringert werden kann, weil sich das Verhältnis von Moment zu Kraft verbessert. Dieser Ansatz würde ebenfalls die Effizienz verringern.

Im Effizienzoptimum (ca. mittige Durchflutung) sättigen die kompletten Zähne (ausgerichtet). Damit entstehen bei teilweiser Überlappung immer deutlich lokal gesättigte Zähne. Die sich dort ausprägenden Streuflüsse sind wesentlich für das Moment. Das Moment im Kennfeld des Flusses (Abb. 2.27, rechts, $M(\Phi)$, rot) nimmt deutlich stärker ab dem Punkt zu, wo der normale Fluss das Eisen lokal zu sättigen beginnt.

Das Integral des Momentes über einer Periode ist immer null, da es aus den partiellen Ableitungen periodischer Induktivitäten folgt. Somit ist auch der Mittelwert immer null.

3. Reduktion der Schwingungserregung

3.1. Einführung

Um die Lautstärke von geschalteten Reluktanzmaschinen zu verringern, ist eine Schwingungsreduktion notwendig. Zusatzsysteme sind für den low-cost Bereich bei Reluktanzmotoren zu teuer. Daher konzentriert sich diese Arbeit auf eine Reduktion der Erregung. Allgemein werden Schwingungen durch viele Effekte erregt, so schwingen elektronische Komponenten genauso wie auch der Magnetkreis oder die Spulen aufgrund elektromagnetischer Kräfte, Magneto- oder Elektrostriktion [27, S.: 52].

Die Literatur nennt Ansätze in der Konstruktion und in der Ansteuerung, um die Erregung zu verringern oder zu kompensieren. Daneben gibt es andere Bauformen von Reluktanzmaschinen. Bei Synchron-Reluktanzmaschinen gibt es keine Schaltflanken. Sie sind daher leiser und haben auch weniger Drehmomentwelligkeit [43].

Eine Alternative zur Translation im Luftspalt ist die Rotation als mögliche Bewegungsform: *rolling rotor reluctance machine*. Beim Rollen wird die normale Reluktanzkraftkomponente durch eine Zwangskraft kompensiert. Der Aufbau ist weniger symmetrisch (Unwucht) und durch Kontaktmechanik (z. B. Zahnräder) beeinflusst, womit andere Erregungsursachen vorliegen.

3.1.1. Stand Konstruktion

Bei schaltenden Stromreglern bringen größere Induktivitäten niedrigere Erregungsfrequenzen [40]. Im Grenzfall ginge dies gegen Single Pulse Control (Abbildung 3.1 *a*), wobei dann mit Drehzahlerhöhung die Leistung nicht mehr zunehmen kann.

Über die Zahnform können die Kennlinien der Reluktanzmaschine beeinflusst werden (siehe auch Abschnitt 4.6.1). Eine Zahnabstufung oder ein kontinuierlich verjüngender Luftspalt wird z. B. für weniger Momentwelligkeit genutzt [17] (Abbildung 3.1 *b*). Axial gewundene Zähne werden als positiv ausgewiesen, sowohl für den Rotor als auch für den Stator. Dies ist aber oft nicht belegt und regt höhere Moden an [27, S.: 126]; regt möglicherweise Torsionsmoden bei großen Motoren an [37]. Der Staggered Tooth SRM für nur eine Drehrichtung hat eine asymmetrisch modifizierte Zahnform [56] (Abbildung 3.1 *c*), um weniger Schwingungen anzuregen.

Ein größerer Luftspalt verbessert das Verhältnis von tangentialer (nützlich) zu normaler (schädlich) Kraftkomponente [27, S.: 72]. Fenster im Rotorzahn führen zu gezielter Sättigung und verbessern dadurch das Verhältnis ebenfalls [66]. Solche konstruktiven Änderungen am Magnetkreis verringern die Energieeffizienz [43, S.: 660], weshalb sie nicht praktikabel sind.

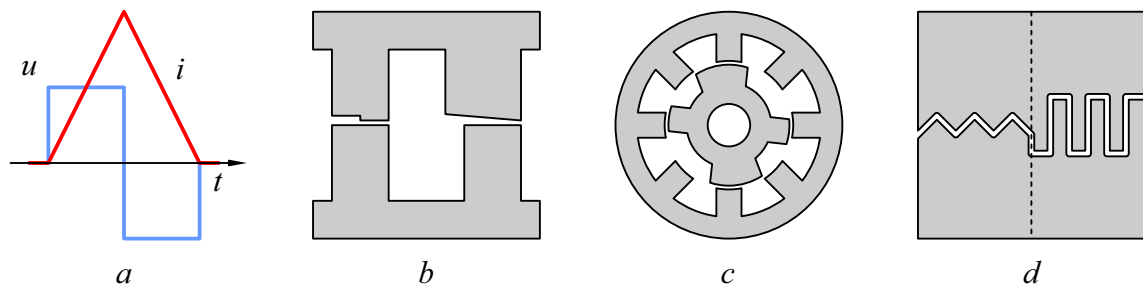


Abbildung 3.1.: Single Pulse Control, Zahnformen, Staggered Tooth [56], Shark Machine

SR Shark Machine nutzt axiale Flussanteile mit mehreren symmetrischen Lamellen [64] (Abbildung 3.1 d). Dabei gibt es zwar ungesättigt zunächst mehr Drehmoment, mit Sättigung aber wieder gleich viel. Die Kennlinienbeeinflussung, die die normale Kraft verringern kann, wirkt damit im technisch nicht relevanten Lastbereich. [27, S.: 120] zeigt auf, dass kleine Durchmesser und langer Motor für einen leisen Betrieb besser sind, dabei aber auch die Energieeffizienz abnimmt.

Nützlich sind konstruktive Änderungen der Mechanik für einen steifen Aufbau durch kurze biegesteife Kraftpfade. Die Variationsbreite ist jedoch durch magnetische Randbedingungen eingeschränkt. Zusammen mit steifer Lagerung, hohen Toleranzanforderungen und geringer Unwucht können so die Schwingungsamplituden etwas verringert werden. Die meisten Änderungen am Magnetkreis verschlechtern die Energieeffizienz.

3.1.2. Stand Ansteuerung

Ein einfacher Ansatz ist, aus dem Sollstrom die resonanznahe Anregung herauszufiltern [16] [33]. Die Effektivität ist dabei begrenzt, da der Strom-Kraft-Zusammenhang nichtlinear ist. Außerdem werden die höheren Frequenzen meist nicht benötigt, so dass ein Tiefpass genügt.

Ein aufwendigerer Ansatz ist das zweistufige Ausschalten der Phasen [37, S.: 338] [70] [51]. Von positiver Betriebsspannung wird zuerst in den Freilauf, dann nach halber Resonanzperiodendauer auf negative Spannung geschaltet. Aus den zwei Spannungssprüngen folgen zwei einzelne Erregungen mit 180° Phase bezogen auf die mechanische Resonanzfrequenz, die sich zumindest teilweise kompensieren. Beschrieben ist eine 10 dB-Reduktion der primären Resonanzschwingung [35, S.: 118]. Dabei wird eine hohe zeitliche Auflösung benötigt.

Eine Abwandlung ist das dreistufige Ausschalten der Phasen [61] [37, S.: 340], das ohne einen Freilauf auskommt. Andere Ansätze nutzen variable/zufällige Schaltfrequenzen, Zufalls-PWM oder variable/zufällige Schaltwinkel [35, S.: 120], um die Erregung zu verteilen und eine Konzentration in einer Resonanz zu vermeiden.

Mit der early single pulse strategy (ESPS) [34] wird die Maschine nur in Winkelbereichen mit relativ geringer radialer Kraft angesteuert. Die Effizienz nimmt dabei ab und die Drehmomentwelligkeit deutlich zu.

Wenn die störenden Eigenfrequenzen ausreichend über der Grundfrequenz der Erregung liegen, dann kann eine resonante Schwingungserregung reduziert werden. Ein vereinfachtes Kriterium

für eine Optimierung ist, den Gradienten des Kraftbetrages zu minimieren [31]. Es existieren Stromverläufe, bei denen höhere Harmonische im Erregungsspektrum reduziert sind [13]. Eine Stromformung mit neuronalen Netzen ist in [23] betrachtet, die Auflösung ist jedoch zu gering.

Geeignete Stromverläufe zu berechnen ist ein komplexes Optimierungsproblem mit vielen lokalen Optima. In [53] wurde der Stromverlauf an 360 Stützstellen diskretisiert und mit einem genetischen Algorithmus optimiert. Das Modell dort berücksichtigt keine Sättigung, weshalb als Ergebnis für den Niederlastbereich ein sinusförmiger Stromverlauf angegeben wird. Der Vorzeichenwechsel dabei ist nicht nachvollziehbar. Allgemein lässt sich sagen, dass mit dafür optimierter Ansteuerung deutlich weniger Schwingungen angeregt werden.

3.1.3. Lösungsansatz ohne mechanische Modellbildung

Für die Lautstärke sind vor allem Schwingungen mit großer Amplitude relevant. Mechanische Resonanzen müssen also vermieden werden. Da die ersten Harmonischen in der Erregungskraft für die Funktion der Reluktanzmaschine benötigt werden, dürfen nur höhere Harmonische vermieden werden. Der folgende Ansatz funktioniert nur dann, wenn die mechanischen Eigenfrequenzen ausreichend größer sind als die Grundfrequenz der Reluktanzmaschine.

Für die relevanten Harmonischen in Resonanznähe ist aufgrund der unbekanntenen Dämpfung keine sinnvoll genaue, rein theoretische Vorhersage möglich. Ein rein theoretisches mechanisches Modell wäre zu ungenau. Eigene Versuche hatten eine deutlich höhere Dämpfung als Messungen in anderen Publikationen. Dies könnte durch den Verguss des Motors bedingt sein, was dann eine effektive Maßnahme wäre.

Bei einer Schwingungserregung deutlich unterhalb der mechanischen Eigenfrequenzen genügt eine statische Analyse (statische Auslenkung bei Maximalkraft). Da das mechanische System weitgehend linear ist, führt eine Erregungsreduktion auch immer zu einer Schwingungsreduktion. Ein detailliertes mechanisches Modell wird somit nicht benötigt, wenn das gesamte Erregungsspektrum reduziert wird, und es ist ausreichend, nur die erregende Reluktanzkraft zu betrachten.

Die Erregung wird durch periodische Verläufe von Zuständen über der Zeit beschrieben, wofür es zwei wesentlich verschiedene Parametrisierungen gibt: im Frequenzbereich und im Zeitbereich.

3.1.4. Frequenzbereich

Bei einer Parametrisierung im Frequenzbereich erfolgt die Beschreibung des Kraftverlaufes mit einem Gleichanteil und den ersten Harmonischen. Es sind also bereits durch die Parametrisierung nur niedrige Frequenzen in der Schwingungserregung enthalten. Dabei genügt ein komplexer Parameter je Harmonischer, von denen nur ca. fünf für einen guten Motorbetrieb benötigt werden.

Der Grundgedanke liegt darin, in einem derart kleinen Parameterraum ein globales Optimum finden zu können. Bei der Berechnung wird aus dem parametrisierten Kraftverlauf über inverse Kennfelder der magnetische Fluss oder der elektrische Strom berechnet. Aufgrund der Nichtlinearität erfolgen die Umrechnungen aber im Zeitbereich und mit mehr Stützstellen als im Frequenzbereich.

Ein entscheidendes Problem ist, dass das Kraftkennfeld $\mathbf{F}(\alpha, \theta)$ aus Abbildung 2.26 nahe der UNausgerichteten Position nur sehr kleine Werte zulässt. Die in Abbildung 3.2 mit Pfeilspitzen markierte Engstelle schränkt den Kraftverlauf (grün) ein, was (wenn zu eng und zu lang) bei einigen Motoren eine Lösung unmöglich machen kann. Eine solch extreme Form kann mit wenigen Harmonischen gar nicht beschrieben werden oder es kann nur ein geringer Betriebsbereich genutzt werden (gestrichelt). Des Weiteren ist der Rechenaufwand bereits sehr hoch, weil das Optimierungsproblem nicht konvex ist, gültige Bereiche vollständig von ungültigen Bereichen umgeben sind und es somit sehr viele lokale Optima gibt.

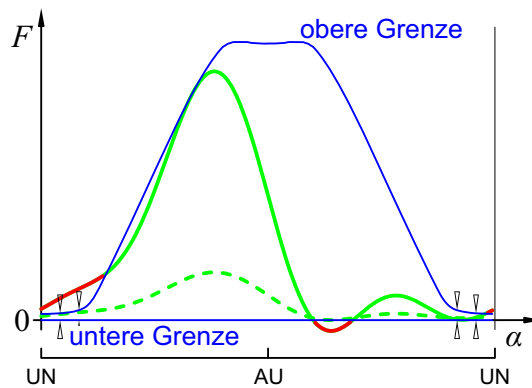


Abbildung 3.2.: Kraftgrenzen (blau), möglicher Verlauf (gestrichelt) und unmöglicher Verlauf (teilweise rot) mit nur drei Harmonischen

3.1.5. Zeitbereich

Da ein Umrechnen der verschiedenen nichtlinear verknüpften Größen ohnehin im Zeitbereich erfolgen muss, kann auch der Kraftverlauf in diesem parametrisiert werden. Um auch hohe Frequenzen abbilden zu können, werden viele Stützstellen benötigt. Damit folgen sehr viele Parameter, was es heutzutage praktisch unmöglich macht, ein globales Optimum zu finden. Daher erfolgt die Verbesserung durch eine iterative Anpassung der Sollverläufe [18].

3.2. Iterative Anpassung von Sollverläufen

Ein Sollverlauf für die Ansteuerung einer Reluktanzmaschine wird nun iterativ derart angepasst, dass eine verringerte Erregung mechanischer Schwingungen, vor allem hoher Frequenzen, erfolgt. Dabei wird mit dem magnetischen Fluss gearbeitet, da hieraus die mechanischen Größen direkt berechnet werden können. Es gibt die Option der genauen Flussregelung, so dass die Reluktanzkräfte ohne Verzerrungen von Hysterese oder Wirbelströmen gesteuert werden können, und die Iteration wird dabei nicht durch diese Verzerrungen beeinflusst.

Für Stromkriterien während der Iteration werden hysteresefreie Stromverläufe genutzt (Näherung). Die Betrachtungen hier gelten für eine magnetisch entkoppelte Reluktanzmaschine, so dass ein einfacher Strom-Fluss-Zusammenhang vorliegt. Erst nach der Iteration wird mit einem einfachen Hysteresemodell ein Stromverlauf berechnet, auf den einfacher geregelt werden kann, der aber ungenauer ist als der Flussverlauf.

Näherung: keine Wirbelströme (wären abhängig von der Winkelgeschwindigkeit).

Da sich die inneren Größen der Reluktanzmaschine periodisch und schneller ändern als die Bewegungsgeschwindigkeit, können Verläufe über der Zeit als Verläufe über der Position berechnet werden. Nur bei sehr kleiner Trägheit könnten Beschleunigungen auftreten, die als Schwingungserregung rückwirken. Aus Zeit-Frequenzbereich würde Positions-Repetanzbereich, wobei hier der Übersicht halber weiterhin Zeitbegriffe genutzt werden.

Näherung: konstante Winkelgeschwindigkeit.

Die iterative Berechnung ist in MATLAB implementiert. Die Diskretisierung entlang der Position muss ausreichend hoch sein, damit Maxima und Minima hinreichend genau durch Stützstellen repräsentiert werden. Der gewählte Wert mit 192 Stützstellen kann sogar alle hörbaren Harmonischen bei Nenndrehzahl abbilden, was aber auch über Interpolation sichergestellt werden könnte.

Alle Verläufe im Zeitbereich sind entlang der Position α über einem Intervall von einer magnetischen Periode definiert. Sie sind periodisch mit der Anzahl der Rotorzähne. Die Zähne sind in der Mitte der folgenden Abbildungen zueinander ausgerichtet und an den Rändern unausgerichtet. Es werden die Kennfelder aus Abschnitt 2.5.3 genutzt.

3.2.1. Iteration Übersicht

Ein guter initialer Flussverlauf ${}_0\phi(\alpha)$ ist die \sin^2 -Form im positiv-Moment-Bereich, die bereits mit kleinem Gradienten wenig Schwingungen anregt. Die iterative Anpassung des Flussverlaufs besteht aus einer Modifikation und einer Korrektur. Zuerst wird ein Modifikationsverlauf ${}_i m(\alpha)$ aus dem letzten Flussverlauf ${}_{i-1}\phi(\alpha)$ berechnet.

$${}_i m(\alpha) = m_F(\alpha) + m_M(\alpha) + \sum m_X(\alpha) = {}_i m({}_{i-1}\phi) \quad (3.1)$$

Der Modifikationsverlauf setzt sich aus mehreren Kriterien zusammen: zur Reduktion der Schwingungserregung $m_F(\alpha)$, zum Erreichen des Nennmoments $m_M(\alpha)$ und weiteren optionalen Kriterien $m_X(\alpha)$. Bei den Kriterien wird der Index $i = 1, 2, 3, \dots$ für die Iterationsnummer der Übersicht halber weggelassen. Die Schrittweite der Modifikation beeinflusst nur die Konvergenzgeschwindigkeit, aber nicht das Konvergenzresultat, wobei die Lösung bei zu großen Schritten divergiert. Der modifizierte Flussverlauf ${}_i^* \phi(\alpha)$ folgt zu

$${}_i^* \phi(\alpha) = {}_{i-1}\phi(\alpha) + {}_i m(\alpha) \quad (3.2)$$

Da der Modifikationsverlauf zu ungültigen Flusswerten in ${}_i^* \phi(\alpha)$ führen kann, erfolgt danach eine Korrektur nach Min-Max-Grenzen durch einen Korrekturverlauf ${}_i k(\alpha)$.

$${}_i \phi(\alpha) = {}_i^* \phi(\alpha) + {}_i k(\alpha) \quad (3.3)$$

Der korrigierte Flussverlauf ${}_i \phi(\alpha)$ dient als Anfang für den nächsten Iterationsschritt oder kann als Ergebnis ausgegeben werden.

3.2.2. Modifikation nach Schwingung $m_F(\alpha)$

Die Krafrichtung ist nicht konstant und ändert sich am stärksten nahe der unausgerichteten Position. Optimal könnte es sein, die Krafrichtung abhängig von den Eigenformen anzupassen, so dass frequenzabhängige Richtungen entstehen, die möglichst senkrecht zur Schwingungsrichtung der zugehörigen Eigenform sind. Die immer anziehende Reluktanzkraft hat aber einen zu stark eingeschränkten Richtungsbereich, als dass eine solche Forderung ausreichend erfüllt werden könnte. Daher wird mit den Kraftkomponenten gerechnet.

Der Modifikationsverlauf $m_F(\alpha)$ zur Reduktion der Schwingungserregung von hohen Frequenzen besteht aus Verläufen der Kraftkomponenten, die im Frequenzbereich und im Zeitbereich gewichtet werden.

Diese Verläufe der normalen Kraftkomponente $f_n(\alpha)$ und der tangentialen Kraftkomponente $f_t(\alpha)$ berechnen sich aus dem letzten Flussverlauf $i_{-1}\phi(\alpha)$ über die Kennfelder $\mathbf{F}(\alpha, \Phi)$ und $\mathbf{M}(\alpha, \Phi)$. Es gibt nur einen Fluss zur Steuerung von zwei Kraftkomponenten.

$$f_n(\alpha) = \mathbf{F}(\alpha, \phi(\alpha)) \quad (3.4)$$

$$f_t(\alpha) = \mathbf{M}(\alpha, \phi(\alpha)) \quad (3.5)$$

Mit der [inversen] diskreten Fourier-Transformation ([I]DFT) wird zwischen Zeitbereich und Frequenzbereich umgerechnet. Die Frequenzspektren $F_n(k)$ und $F_t(k)$ werden mit Gewichtungen $W(k)$ multipliziert. Die Nummer der Harmonischen k kann auch als dimensionslose Frequenz interpretiert werden (bezogen auf die Grundfrequenz der Kommutierung).

$$f_n(\alpha) \xrightarrow{\text{DFT}} F_n(k) \longrightarrow {}_iW_{F_n}(k) \cdot F_n(k) \xrightarrow{\text{IDFT}} m_{F_n}(\alpha) \quad (3.6)$$

$$f_t(\alpha) \xrightarrow{\text{DFT}} F_t(k) \longrightarrow {}_iW_{F_t}(k) \cdot F_t(k) \xrightarrow{\text{IDFT}} m_{F_t}(\alpha) \quad (3.7)$$

Zwischenergebnis sind Modifikationsverläufe $m_{F_n}(\alpha)$ und $m_{F_t}(\alpha)$ im Zeitbereich, je für die normale und für die tangentiale Kraftkomponente. Abbildung 3.3 skizziert diese Gewichtung im Frequenzbereich für die normale Kraftkomponente.

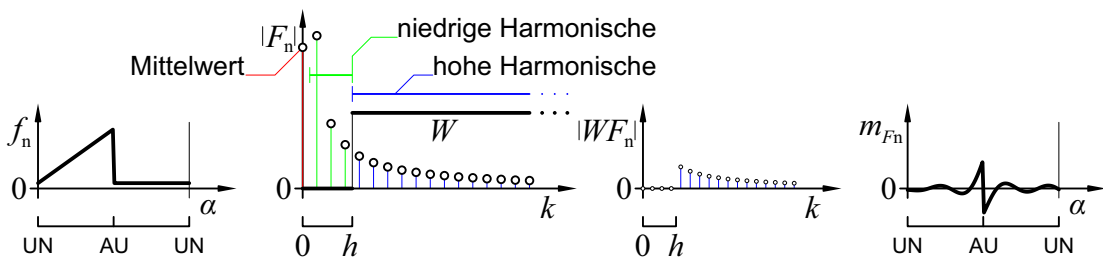


Abbildung 3.3.: Zeitbereich $\xrightarrow{\text{DFT}}$ Frequenzbereich \longrightarrow Frequenzbereich $\xrightarrow{\text{IDFT}}$ Zeitbereich

Der Modifikationsverlauf $m_F(\alpha)$ zur Reduktion der Schwingungserregung folgt durch eine Gewichtung $w(\alpha)$ im Zeitbereich aus den beiden Modifikationsverläufen der Kraftkomponenten.

$$m_F(\alpha) = -1 \cdot (w_{mn}(\alpha) \cdot m_{F_n}(\alpha) + w_{mt}(\alpha) \cdot m_{F_t}(\alpha)) \quad (3.8)$$

Gewichtung Frequenzbereich Der Modifikationsverlauf soll nur höhere Harmonische reduzieren. Dementsprechend werden die ersten h Harmonischen in den Frequenzspektren über Gewichtungen $W(k)$ zu null gesetzt und somit nicht reduziert.

$${}_0W_{F_n}(k) = {}_0W_{F_t}(k) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } k \leq h \\ 1 & \text{wenn } k > h \end{cases} \quad (3.9)$$

Für die verbleibenden hohen Harmonischen führt eine gleiche Gewichtung von normal und tangential zu deutlich größeren Amplituden der normalen Harmonischen.

Es wurde das Ziel gewählt, dass die Amplituden der normalen und der tangentialen Kraftkomponente für jede höhere Harmonische gleich seien. Keine der beiden Komponenten wird dabei vollständig entfernt. Umgesetzt wird das Ziel, indem die Gewichtung zwischen normal und tangential während der Iteration erhöht wird, wenn die zu reduzierende Amplitude größer ist, und umgekehrt. Also eine iterativ adaptive frequenzabhängige Gewichtung ${}_iW(k)$ im Frequenzbereich. Dabei liegen die Gewichte immer zwischen 0 und 1.

$${}_iW_{F_n}(k) = \begin{cases} \min(1, {}_{i-1}W_{F_n}(k) + 0.01) & \text{wenn } F_t(k) < F_n(k) \\ \max(0, {}_{i-1}W_{F_n}(k) - 0.01) & \text{wenn } F_n(k) \leq F_t(k) \end{cases} \quad (3.10)$$

$${}_iW_{F_t}(k) = \begin{cases} \min(1, {}_{i-1}W_{F_t}(k) + 0.01) & \text{wenn } F_n(k) \leq F_t(k) \\ \max(0, {}_{i-1}W_{F_t}(k) - 0.01) & \text{wenn } F_t(k) < F_n(k) \end{cases} \quad (3.11)$$

(Optional: es ist möglich, auf nur eine Kraftkomponente zu iterieren, z. B. $W_{F_t} = 0$.)

Durch die Gewichtung ist es nicht möglich, bestimmte Harmonische besonders zu vermeiden. Wird das Gewicht von tangentialer und normaler Komponente derselben Harmonischen gleichermaßen verändert, dann beeinflusst dies nur die Geschwindigkeit, mit der diese Harmonische bei der Konvergenz reduziert wird.

Gewichtung Zeitbereich Aus den gewichteten Frequenzspektren werden die Modifikationsverläufe für die Kraftkomponenten $m_{F_n}(\alpha)$ und $m_{F_t}(\alpha)$ berechnet. Um den Flussverlauf zu modifizieren, erfolgt in (3.8) eine Gewichtung $w(\alpha)$ im Zeitbereich, die von Kraft nach Fluss umrechnet.

Über inverse Kennfelder $\Phi(\alpha, F)$ umzurechnen wäre zwar genau, funktioniert aber nicht für alle Kräfte, die während der Iteration kurzzeitig auftreten können. So sind negative Werte nach den Kennfeldern nicht möglich. In der Engstelle nahe der unausgerichteten Position entstünden bereits aus kleinen Kraftdifferenzen zu große Flussdifferenzen, die dort Grenzen weit überschreiten. Änderungen im Flussverlauf haben also wenig Einfluss auf die Kraft. Diese Engstelle macht eine ideale Modifikation unmöglich (siehe auch Abschnitt 3.1.4 und 3.2.5).

Eine feste positionsabhängige Gewichtung $w(\alpha)$ im Zeitbereich, die bestimmte Ähnlichkeit mit den Kraftkennlinien haben muss, kann aus einer negativen Kraft einen negativen Fluss machen. Dies ist zwar physikalisch nicht möglich, aber ein notwendiger, Form erhaltender Zwischenschritt bei der Iteration. Die kleinen Modifikationsverläufe lassen hier grobe Näherungen zu. Die Kennlinie der normalen Kraftkomponente zeichnet sich durch die Engstelle in der unausgerichteten Position aus. Die Kennlinie der tangentialen Kraftkomponente zeichnet sich durch einen positiven und einen negativen Bereich sowie die dazwischenliegenden Nullstellen aus. Die folgenden drei Optionen sind auch in Abbildung 3.4 dargestellt.

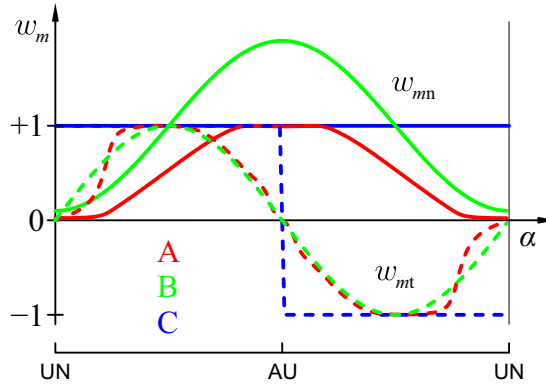


Abbildung 3.4.: Gewichtungsverläufe w_m für die Optionen A, B und C

Option A: mit normierten Kennlinien bei einer Referenzdurchflutung.

$${}_A w_{mn}(\alpha) = F(\alpha) = \mathbf{F}(\alpha, i_{\max})/F_{\max}(i_{\max}) \quad (3.12)$$

$${}_A w_{mt}(\alpha) = M(\alpha) = \mathbf{M}(\alpha, i_{\max})/M_{\max}(i_{\max}) \quad (3.13)$$

Das entspricht einer Umrechnung mit Kennfeldern $\Phi(\alpha, F)$, die entlang der Durchflutung linearisiert sind (Sekante, nicht Tangente). Die unausgerichtete Position ist durch kleine Werte gering gewichtet. Die ausgerichtete Position (Schaltflanke = primäre Schwingungserregung) ist stärker gewichtet.

Option B: Als feine Näherung für Kennlinien kann ein leicht angehobener Kosinus für die normale Komponente bzw. ein Sinus für die tangentielle Komponente genügen. Das Ergebnis ist etwas schlechter als mit normierten Kennlinien.

$${}_B w_{mn}(\alpha) = 1 + 0,9 \cos N_R \alpha \quad (3.14)$$

$${}_B w_{mt}(\alpha) = -\sin N_R \alpha \quad (3.15)$$

Option C: Die größte noch ausreichende Näherung hat die normale Gewichtung konstant auf eins und die tangentielle Gewichtung ähnlich, aber mit benötigtem Vorzeichenwechsel und der Eigenschaft, im Nulldurchgang keine Kraft zu erzeugen. Dies genügt für die Konvergenz.

$${}_C w_{mn}(\alpha) = 1 \quad (3.16)$$

$${}_C w_{mt}(\alpha) = \text{sign}(-\sin N_R \alpha) \quad (3.17)$$

Das mittlere Motormoment verändert sich fast gar nicht, da der Verlauf nur hohe Frequenzen enthält. Die Modifikation erzeugt einen überschwingenden Flussverlauf ähnlich dem gibbsschen Phänomen. Dabei werden Grenzen überschritten. Diese ausgeprägten lokalen Maxima und Minima sind aber notwendig, damit keine hohen Frequenzen enthalten sind.

Eine Verringerung hoher Harmonischer erfolgt schnell, jedoch konvergiert die Lösung nur mit dieser Modifikation nicht, da es sehr viele lokale Optima für die Kraftverläufe gibt. Es kommt zu einem Wandern der lokalen Maxima und Minima entlang der Position bis zum Divergieren, was daher durch andere Kriterien unterbunden werden muss. Ein Wirkungsgradkriterium verhindert z. B. zu große lokale Maxima.

3.2.3. Modifikation nach Drehmoment $m_M(\alpha)$

Eine Regelung auf das gewünschte mittlere Drehmoment M_{soll} vermeidet ein Divergieren der Lösung. Beispielsweise würden einfache Wirkungsgradkriterien die Maschine iterativ abschalten. Ein I-Anteil im Regler wäre nur bei starker Belastung notwendig, die aber im Sinne geringer Verzerrungen vermieden werden muss. Kleine bleibende Regelabweichungen sind wegen einer Soll-Ist-Korrektur unproblematisch. Daher genügt ein P-Regler.

$$u = K_P (M_{\text{soll}} - \bar{M}_{\text{ist}}) \quad (3.18)$$

Aus der skalaren Stellgröße u wird ein modifizierender Verlauf $m_M(\alpha)$, indem mit einer geeignet geformten Gewichtung $w_r(\alpha)$ multipliziert wird.

$$m_M(\alpha) = w_r(\alpha) \cdot u \quad (3.19)$$

Es sind Formen/Gewichtverläufe zu bevorzugen, die andere Kriterien wenig belasten.

Option A: konstante Formen wie z. B. $w_r(\alpha) = \sin^2(N_R \alpha)$ oder die Drehmomentkennlinie $w_r(\alpha) = \mathbf{M}(\alpha, i_{\text{nein}})$ für $\alpha < \text{AU}$, sonst 0. Damit begrenzter Stromanstieg, stetig differenzierbar und guter Wirkungsgrad (Strommaximum im Bereich maximalen Momentes).

Die Form der Gewichtung $w_r(\alpha)$ beeinflusst das Ergebnis der Iteration deutlich und konstante Formen neigen dazu, die Grenze bei hoher Last zu überschreiten und damit die Iteration stark zu belasten. Obwohl der maximale Fluss an einigen Positionen erreicht ist, erhöht eine konstante Form den Fluss dort weiterhin.

Option B: iterative Formen ${}_i w_r(\alpha)$, davon abhängig, wie viel Platz vom aktuellen Fluss $\phi(\alpha)$ bis zum maximalen Fluss $\phi_{\text{max}}(\alpha)$ oder minimalen Fluss ϕ_{min} vorhanden ist. Je nach Vorzeichen der Stellgröße u gibt es eine Gewichtung $w_{\text{pos}}(\alpha)$ oder $w_{\text{neg}}(\alpha)$ für die korrekte Momentrichtung, die zusätzlich mit einer Effizienzform $w_{P_V}(\alpha)$ multipliziert wird, um Ränder zu glätten, für den Vorzeichenwechsel im Moment und um den Wirkungsgrad positiv zu beeinflussen.

Es wird zunächst ein relativer Flussverlauf $\phi_{\text{rel}}(\alpha)$ definiert, der immer zwischen 0 und 1 liegt und dabei den Fluss zwischen seinen Grenzen beschreibt. Dann ist der Platz für eine Flussverringerng $\phi_{\text{rel}}(\alpha)$ und für eine Flussserhöhung $1 - \phi_{\text{rel}}(\alpha)$.

$$\phi_{\text{rel}}(\alpha) = \frac{\phi(\alpha) - \phi_{\text{min}}}{\phi_{\text{max}}(\alpha)} \quad (3.20)$$

Abbildung 3.5 zeigt einen beispielhaften momentanen relativen Flussverlauf (in schwarz) bei einem mittleren Drehmoment M_{soll} von 2 Nm. Daraus folgen die iterativen Formen der Gewichtung für positive Momentänderung ${}_i w_{\text{pos}}(\alpha)$ und negative Momentänderung ${}_i w_{\text{neg}}(\alpha)$.

$${}_i w_{\text{pos}}(\alpha) = \begin{cases} 1 - \phi_{\text{rel}}(\alpha) & \text{wenn } \alpha < \text{AU} \\ \phi_{\text{rel}}(\alpha) & \text{wenn } \alpha > \text{AU} \end{cases} \quad (3.21)$$

$${}_i w_{\text{neg}}(\alpha) = \begin{cases} \phi_{\text{rel}}(\alpha) & \text{wenn } \alpha < \text{AU} \\ 1 - \phi_{\text{rel}}(\alpha) & \text{wenn } \alpha > \text{AU} \end{cases} \quad (3.22)$$

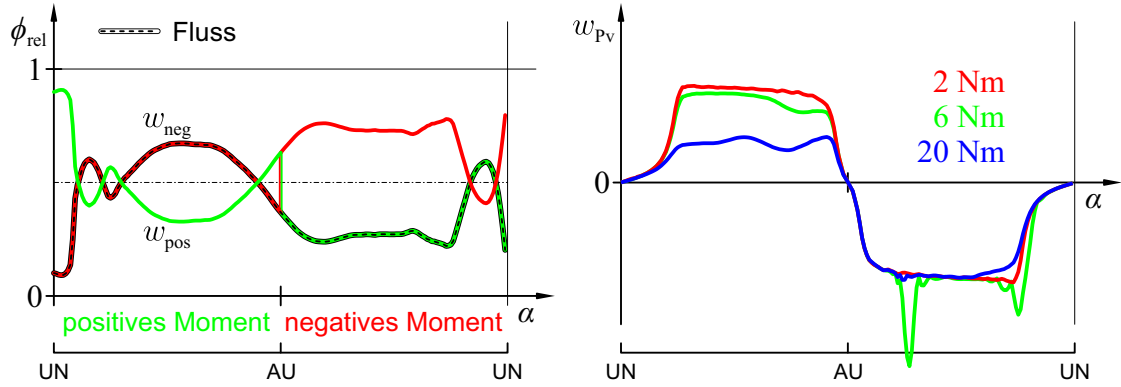


Abbildung 3.5.: Iterative Formen für mehr (grün) und weniger (rot) mittleres Drehmoment (links) und Effizienz bei verschiedenen mittleren Momenten (rechts)

Die Effizienzform $w_{Pv}(\alpha)$ ist z. B. eine Gewichtung mit einem Verlauf, der das erzeugte Drehmoment mit den Kupferverlusten der Spulen in Relation setzt.

$$w_{Pv}(\alpha) = \frac{f_t(\alpha)}{i^2(\alpha)} \quad (3.23)$$

Bei zunehmendem mittlerem Drehmoment sinkt die Effizienz. Die grünen Spitzen in der rechten Hälfte entstehen durch Interpolation der FEM-Kennfelder. Der absolut kleine Fehler ist bei sehr kleinen Strömen relativ groß. Bei verschwindendem Strom ist keine Effizienz definiert, so dass der Grenzwert stark durch numerische Fehler beeinflusst wird.

Für Gleichung (3.19) folgt die iterative Gewichtung als Produkt zu

$${}_i w_r(\alpha) = w_{Pv}(\alpha) \cdot \begin{cases} {}_i w_{\text{neg}}(\alpha) & \text{wenn } u < 0 \\ {}_i w_{\text{pos}}(\alpha) & \text{wenn } u > 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

3.2.4. Zusätzliche Modifikationen $m_X(\alpha)$

Die Drehmomentwelligkeit kann iterativ verringert werden. Hierbei müssen das Gesamtmoment $M_g(\alpha)$ aus allen Phasen und dessen Mittelwert \bar{M}_g genutzt werden. Die Gewichtung mit dem Gradienten des Moments in Flussrichtung modifiziert vor allem an den Positionen, an denen eine Verbesserung nur kleine Verzerrungen des Flusses benötigt.

$$m_g(\alpha) = -1 \cdot \frac{\partial \mathbf{M}(\alpha, \phi)}{\partial \phi} \cdot (M_g(\alpha) - \bar{M}_g) \cdot \begin{cases} w_{\text{pos}}(\alpha) & \text{wenn } (M_g(\alpha) - \bar{M}_g) < 0 \\ w_{\text{neg}}(\alpha) & \text{wenn } (M_g(\alpha) - \bar{M}_g) > 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

Für einen besseren Wirkungsgrad η dient eine Modifikation derart, dass über den Verlauf ein konstantes Verhältnis aus erzeugtem Drehmoment zu Verlustleistung entsteht.

$$m_\eta(\alpha) = -1 \cdot (\phi(\alpha) - \phi_{\text{min}}) \cdot \begin{cases} w_{Pv}(\alpha) - \min(w_{Pv}(\alpha)) & \text{wenn } M_{\text{soll}} < 0 \text{ und } w_{Pv}(\alpha) < 0 \\ \max(w_{Pv}(\alpha)) - w_{Pv}(\alpha) & \text{wenn } M_{\text{soll}} > 0 \text{ und } w_{Pv}(\alpha) > 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.26)$$

Eine endliche benötigte elektrische Spannung folgt bereits durch die mechanischen Kriterien. Erst bei hohen Drehzahlen wirkt die Betriebsspannung begrenzend, dann versagt aber auch dieser Ansatz zur Erregungsreduktion. Daher ist hier noch kein Spannungskriterium enthalten. Eine zusätzliche Modifikation für geringe Flussänderung bzw. benötigte Spannung kann den Betrieb bei hohen Drehzahlen verbessern. Ohne ein Kriterium dieser Art gibt es eine geringere Maximalgeschwindigkeit. Mehrere mögliche Verläufe könnten in einer zusätzlichen Dimension ω/U_B abgelegt werden (siehe Abschnitt 2.4.5), was aber die Datenmenge sehr erhöht.

Zusätzliche Modifikationen werden zwar erkennbar in der Lösung umgesetzt, dabei treten aber größere Amplituden bei den höheren Harmonischen im Kraftspektrum auf. Die Erregungsreduktion wird also schlechter. Allgemein kann man sagen, dass diverse Kriterien gegeneinander iterieren und sich somit gegenseitig verzerren. Zusätzliche Modifikationen beeinflussen die Richtung der Konvergenz positiv. Es werden bessere lokale Optima gefunden. Für die letzten paar Iterationen können sekundäre Kriterien deaktiviert werden, um einen unverzerrten lokalen Verlauf nach primärem Kriterium zu erhalten.

3.2.5. Randbedingungen, Grenzen

Das Erreichen eines Nennmomentes ist eine mehr formale Randbedingung. Abweichungen im Ergebnis können durch eine Soll-Ist-Korrektur nachträglich beseitigt werden. Damit muss diese Randbedingung nicht streng eingehalten werden.

Eine obere Grenze ist die zulässige Temperatur. Bei Vernachlässigung der Wärmekapazität und bei Nenndrehzahl folgt eine (sichere) statische obere Grenze für den Strom i_{\max} und damit auch den Fluss $\phi_{\max}(\alpha) = \Phi(\alpha, Ni_{\max})$ mit dem Kennfeld $\Phi(\alpha, \Theta)$ aus Abbildung 2.25.

Der Strom könnte aus Kostengründen nur unipolar sein, wird hier zur Hysteresekompensation aber bipolar gelassen. Wegen der Symmetrie bezüglich der Durchflutung wird der Fluss auf positive Werte begrenzt. Damit sind auch Unstetigkeiten durch Vorzeichenwechsel ausgeschlossen. Ein sehr kleiner Mindestfluss ϕ_{\min} als untere konstante Grenze ist hilfreich für glattere Verläufe.

3.2.6. Korrektur nach Grenzen $k(\alpha)$

Durch die iterativen Modifikationen $m(\alpha)$ werden die Grenzen ϕ_{\min} und $\phi_{\max}(\alpha)$ verletzt. Im Flussverlauf in Abbildung 3.6 ist deutlich die höchste nicht reduzierte Harmonische zu erkennen. Es gibt also ausgeprägte lokale Maxima und Minima.

Da die Modifikationen für die Verbesserung maßgebend sind, dürfen Werte, die Grenzen verletzen, nicht einfach abgeschnitten werden. Ein hartes Abschneiden lässt die Iteration zudem divergieren. Dabei wachsen Plateaus entlang der Grenzen in die Breite.

Der gesamte Flussverlauf $\phi(\alpha)$ in der Nähe einer Grenzüberschreitung muss verschoben werden. Dazu werden Extrema außerhalb der Grenzen gesucht, die als Stützstellen für einen stetigen Korrekturverlauf $k(\alpha)$ dienen (gestrichelt). Der Wert an der Stützstelle ist gleich der Weite der Grenzüberschreitung.

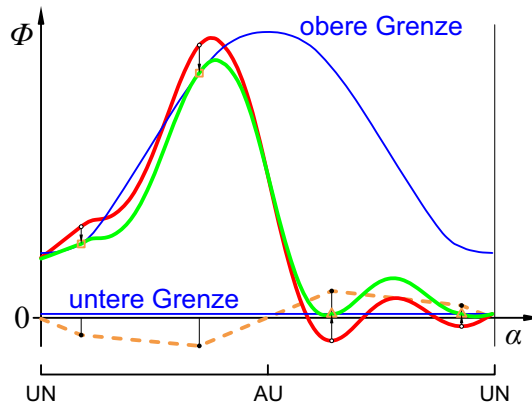


Abbildung 3.6.: Flussverläufe: die Grenzen verletzend (rot) und korrigiert (grün); Korrekturverlauf mit vier Stützstellen (gestrichelt).

Optional: Die lokalen Extrema im Positionsbereich, wo der Fluss *aus* sein soll, können divergieren und senken dabei den Wirkungsgrad. Daher kann der Fluss zusätzlich in der Nähe dieser Durchflutungmaxima leicht abgesenkt werden.

Zwischen den Stützstellen wird linear interpoliert, um einen gleichmäßigen Übergang zu erhalten, der höhere Harmonische möglichst wenig verstärkt. Eine lineare Interpolation ist robuster als Splines, die zu stark überschwingen können. Dieser Korrekturverlauf ist vor allem zu Beginn der Iteration wichtig und wird dann sehr klein, verzerrt also nur wenig.

3.2.7. Bewertung

Für eine iterative Anpassung ist eine Bewertung von Verläufen nicht notwendig. Das Ergebnis wird durch die Modifikationen selbst und nicht durch Bewertungskriterien beeinflusst.

Für die Beurteilung des Konvergenzverhaltens werden Bewertungskriterien wie der quadrierte Strom, der Drehmomentregelfehler und die Drehmomentwelligkeit, verbleibende hohe Harmonische der Schwingungserregung oder auch die Größe des Korrekturverlaufes als Funktion der Iterationsnummer dargestellt.

3.3. Ergebnisse

3.3.1. Simulation mit reduzierter Anregung

Mit dem Modell der Reluktanzmaschine nach Anhang A.1, implementiert in MATLAB Simulink, wurden die Spektrogramme nach Abbildung 3.7 simuliert. Während der zwei Sekunden bremst der Rotor zunächst schnell von Nenndrehzahl auf null ab und beschleunigt dann langsam wieder. Die mittlere Schwingungsreduktion beträgt 28 dB.

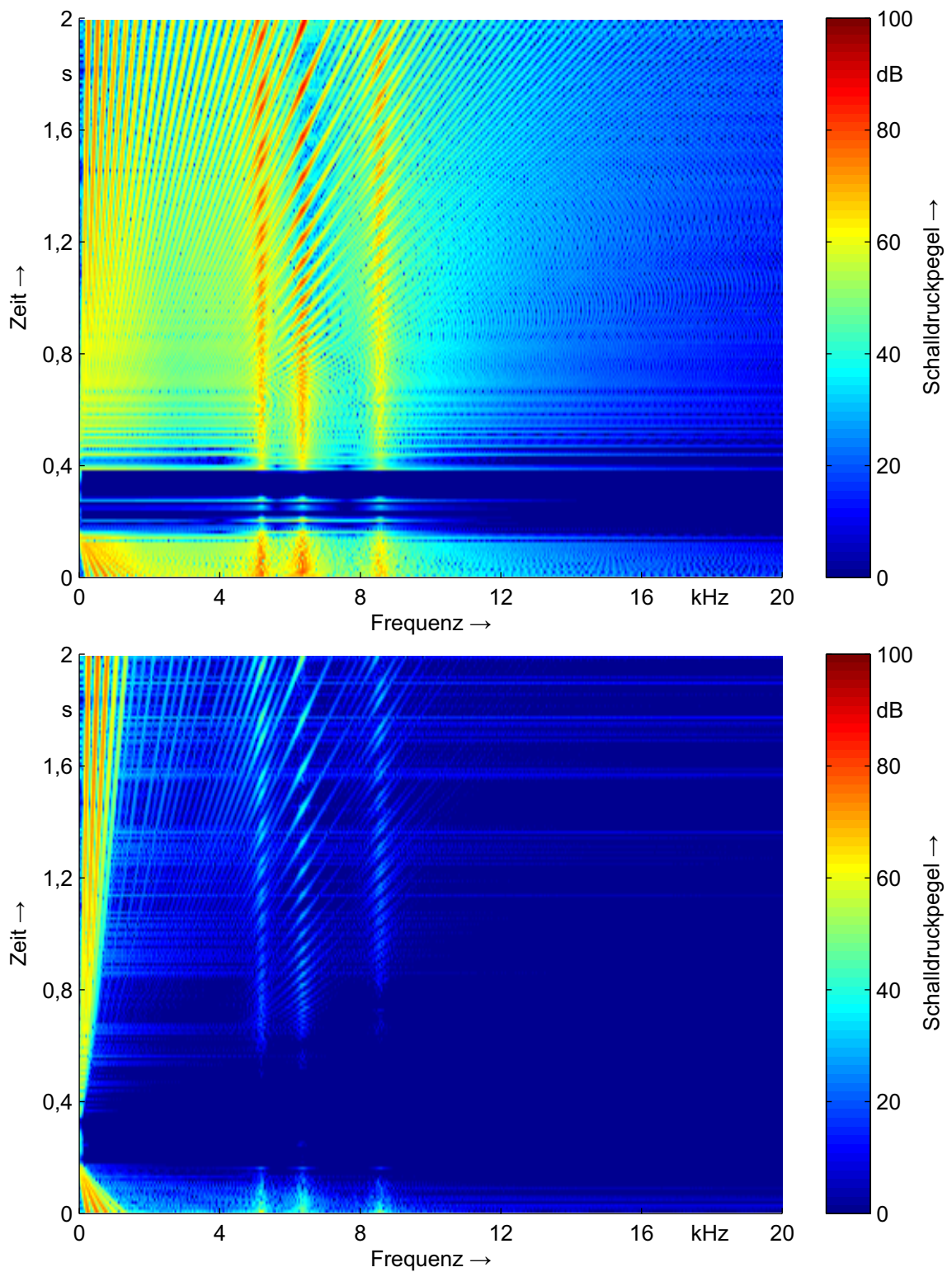


Abbildung 3.7.: Spektrogramm der Blockkommutierung (oben) und der lokal optimierten Ansteuerung (unten) mit gutem Stromregler [18]

Es sind drei beispielhafte Resonanzen zwischen 5 kHz und 9 kHz modelliert. Mit zunehmender Drehzahl breiten sich strahlenförmig die Harmonischen der periodischen Anregung aus. Diese Linien verlaufen bei ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz. Die ersten fünf Harmonischen sind nicht reduziert, damit die Reluktanzmaschine weiterhin arbeiten kann.

3.3.2. Messung mit reduzierter Anregung

Gemessen wurden die Schwingungsamplituden an drei Punkten des Gehäuses. Der Aufbau erzeugte dabei selbst ein deutliches Geräuschspektrum. Die erwarteten größeren Amplituden bestimmter Vielfacher der Grundfrequenz sind in Abbildung 3.8 kaum zu erkennen. Es dominierten beim Motor entweder die mechanische oder die magnetische Unwucht, die mittels Ansteuerung auch nicht beeinflusst werden können. Andere Schwingungsformen erscheinen deutlich gedämpft, wobei aber auch keine Referenzwerte bekannt sind.

Abbildung 3.8 zeigt Pegeldifferenzen von einer klassischen Blockkommutierung zu der lokal optimierten Ansteuerung. Die beiden Enden einer jeden Linie entsprechen den Messwerten. Bei grünen Linien ist der obere Punkt die Blockkommutierung und der untere Punkt die optimierte Ansteuerung, bei orangen Linien umgekehrt. Eine mittlere Reduktion um 12 dB wurde gemessen, 22 dB maximal.

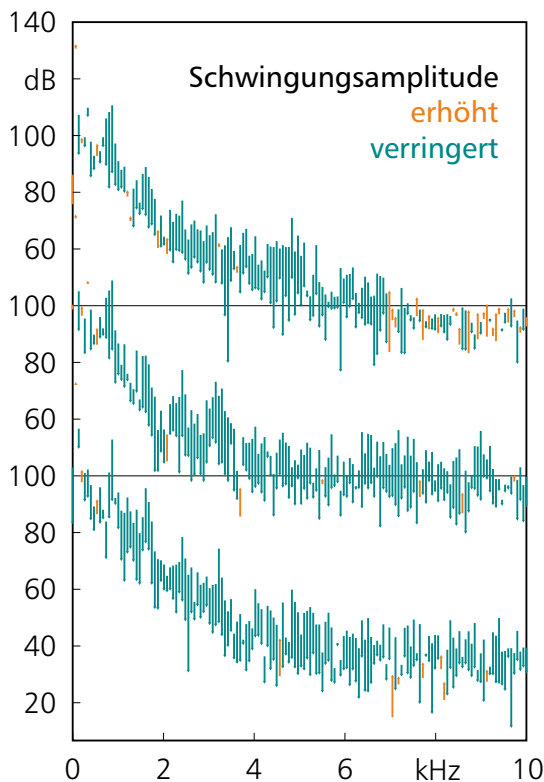


Abbildung 3.8.: Gemessene Spektren an drei Punkten und Reduktion durch Stromform; aus Poster zu [18].

3.3.3. Zusammenfassung

Durch geeignete Strom- oder Flussverläufe $\phi(\alpha)$ können Schwingungen reduziert werden. Abbildung 3.9 zeigt oben einige Größen bei Blockkommutierung und unten bei einem iterativ angepassten Verlauf. Mechanische Schwingungen sind durch die Geschwindigkeit v_n und Auslenkung x_n in radialer Richtung dargestellt. Mit iterativer Anpassung sind diese quasistatisch und es dominieren die verbliebenen niedrigen Harmonischen. Eine iterative Modifikation von Verläufen wäre zur Laufzeit möglich, wenn die Kraftkomponenten gemessen werden könnten.

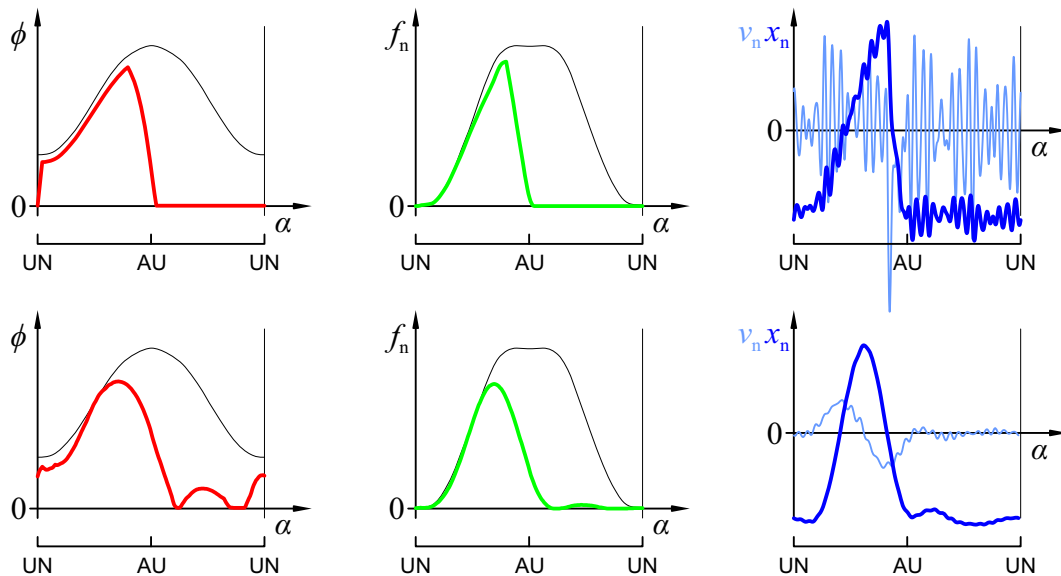


Abbildung 3.9.: Vergleich von Fluss, Kraft und Schwingung durch eine Trapez-Stromform mit jenen durch eine iterierte Flussform; nach Poster zu [18].

Für eine gute Reduktion der Schwingungserregung muss der Kraftverlauf sehr genau gesteuert werden. Wenn aus dem Flussverlauf ein Stromverlauf berechnet wird, dann haben Fehler in der Modellierung der Hysterese einen deutlichen negativen Einfluss. Weitere Fehler entstehen durch ungenaue Kennfelder während der Iteration und durch die Stromregelung.

Ein gleichmäßiger Amplitudenfehler in $f_n(\alpha)$ bei korrekter Verlaufsform ist unkritisch, da die Verlaufsform das Spektrum bestimmt.

Es kann fast nur der Betrag der erregenden Kraft gesteuert werden. Die Richtung ist durch das System bestimmt und vor allem von der Position α abhängig. Eine Richtungsänderung der Kraft regt weiterhin Schwingungen an. Für nur eine Komponente der Kraft kann die Schwingungserregung hoher Frequenzen komplett verschwinden, wenn die andere Komponente weiterhin Schwingungen erregt.

Eine Kommutierungstabelle nach Abschnitt 2.4.5 wird berechnet, indem das Soll Drehmoment während einer einzigen Iteration einen Bereich überstreicht. Dadurch wird sichergestellt, dass benachbarte Soll Drehmomente ähnliche Stromverläufe haben, was wichtig ist, um einen stetigen Übergang zu ermöglichen. Aufgrund der vielen lokalen Optima wäre eine solche Bedingung bei voneinander unabhängigen Iterationen nicht erfüllt. Auch muss die Iteration nicht immer bei null beginnen. Abbildung 3.10 zeigt drei Beispiele von Kommutierungstabellen für einen Sollstrom i als Funktion der Position α und des Soll Drehmoments M .

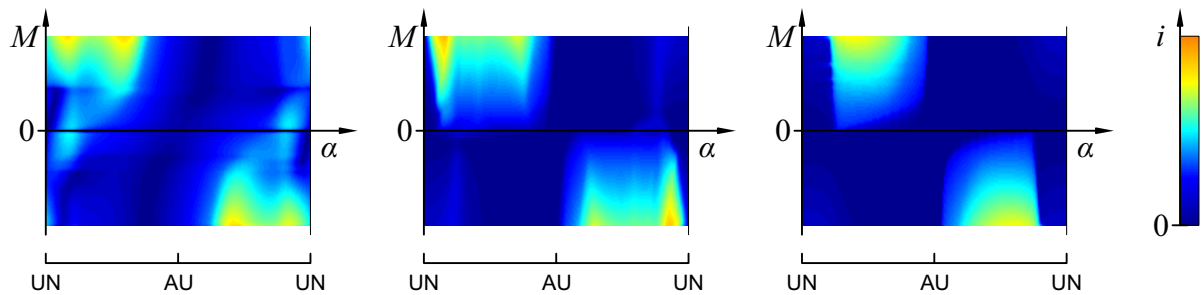


Abbildung 3.10.: Sollstrom für minimale Schwingungserregung (links), minimale Drehmomentwelligkeit (mittig) und minimale Kupferverlustleistung (rechts)

Für wenig Schwingungserregung entstehen weiche Änderungen in den Stromwerten. Für eine minimale Drehmomentwelligkeit entstehen Stromspitzen in Positionsbereichen, in denen die Reluktanzmaschine weniger Drehmoment erzeugt. Für eine minimale Verlustleistung werden solche Positionsbereiche komplett vermieden. Die Maschine ist dort aus.

Die Schwingungserregung in Reluktanzmaschinen kann nicht komplett vermieden werden. Nur die Kontur in der Φ - Θ -Ebene wurde iterativ verändert. Für den erregenden Kraftverlauf bedeutet dies, dass der Oberwellengehalt beeinflusst werden kann. Dabei sind die niedrigen Harmonischen weiterhin vorhanden und die hohen Harmonischen reduziert. Resonanzen im Bereich hoher Harmonischer werden weniger angeregt. Die Leistung bleibt dabei konstant. So sind die umrandeten Flächen in Abbildung 3.11 gleich groß.

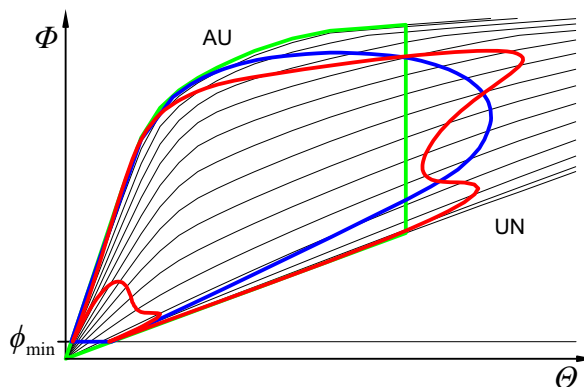


Abbildung 3.11.: Arbeitszyklen für optimierte Form nach Schwingung (rot), idealer Block (grün) und optimierte Form nach Verlustleistung (blau)

Ursprünglich dominierte die Ausschaltflanke die Schwingungserregung [13]. Nach der Iteration sind Ein- und Ausschaltflanke fast gleich. Dies ist auch mit anderen Bauformen erreichbar, wie z. B. dem Synchron-Reluktanzmotor. Als neue Alternative wird im folgenden Kapitel eine Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine vorgestellt, die einer Synchron-Reluktanzmaschine ähnlich ist, aber dabei konzentrierte Wicklungen und ausgeprägte Zähne nutzt. Es werden ebenfalls steile Schaltflanken vermieden, was eine geringe Geräusentwicklung erwarten lässt.

4. Magnetisch gekoppelte Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine

Die Schwingungserregung bei einer Reluktanzmaschine kann außer von der Ansteuerung auch durch eine neuartige Bauform reduziert werden. In diesem Kapitel wird mit einem inversen Entwurf eine neue Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine hergeleitet. Ziel ist es, an jeder Position in jede Richtung eine steuerbare Kraft erzeugen zu können. Mit dem inversen Entwurf sollen vor allem neue Möglichkeiten erkundet werden.

Die Reluktanzmaschinen werden oft in der Drei-Phasen-Version beschrieben, womit die Meinung einhergeht, eine vollständige Betriebsfähigkeit würde drei Phasen benötigen [49]. An Stelle von drei Phasen werden aber drei geeignete Kraftkennlinien benötigt, wie in Abschnitt 2.4.2 gezeigt ist. Die Anzahl der geeigneten Kraftkennlinien ist nur in magnetisch entkoppelten Maschinen gleich der Anzahl elektrischer Phasen, z. B. bei der geschalteten Reluktanzmaschine (SRM). Dennoch ist es in der Literatur verbreitet, je bestromter Phase nur eine Kraftkennlinie anzugeben, obwohl die Grundidee, die Gegeninduktivität zu nutzen [12], nicht neu ist.

Es wird gezeigt, dass mit nur zwei Phasen die Probleme mit dem Selbststart und der Kraftwelligkeit vollständig gelöst werden können. Eine *Phase* bei elektrischen Maschinen ist eine Klemme der Leistungselektronik. Damit wird die Spannung an einem *Strang* angelegt. Ein Strang kann aus einer oder mehreren fest verschalteten *Spulen* bestehen, die gleichzeitig angesteuert werden.

Abgrenzend: Als elektrische Phase bezeichnen einige Autoren eine Winkelposition des Rotors bezogen auf eine Periode der Maschine.

4.1. Einleitung

Der Entwurfsprozess bekannter Bauformen ist im Allgemeinen Stand der Technik. Es ist verbreitet, zuerst eine parametrisierte Geometrie vorzugeben, dann mit FEM die Kennlinien(felder) zu berechnen und anhand dieser zuletzt eine Kommutierung (Steuerung) festzulegen, welche die gewünschten Gesamteigenschaften (Effizienz, Kraftverlauf) liefert. Die Parameter der Geometrie schränken den Lösungsraum ein. Bestehende Bauformen können so optimiert werden, aber neue Bauformen werden nicht gefunden.

Für die Energiewandlung selbst gibt es keinen Unterschied zwischen Translation oder Rotation. Die folgenden Ausführungen mit Position und Kraft gelten auch für drehende Maschinen mit Winkel und Moment.

4.1.1. Inverser Entwurf

Um bei der Suche nach neuen Bauformen den Lösungsraum nicht einzuschränken, wird der Entwurf nun rückwärts durchgeführt [19]. Dabei werden neue Möglichkeiten erkennbar, die in anderer Richtung durch die Parametrisierung gar nicht vorkamen. Während des inversen Entwurfes sind bereits frühzeitig Analysen möglich, die vorwärts erst viel später möglich sind. Daher werden Abschnitte des Entwurfs und der Analyse zusätzlich markiert.

Die meisten folgenden Größen sind Funktionen der Position. Die Abhängigkeit von den Strömen lässt sich jedoch reduzieren. Damit schrumpfen die Kennfelder (Hyperflächen) auf wenige skalare Kennlinien zusammen. Mit Hilfe solch einfacher Kennlinien wird ein inverser Entwurf von Reluktanzmaschinen (mit Näherung: Abschnitt 4.3.2) erst möglich.

4.1.2. Wahl der Zustandsgrößen und Benennung

Eine Reluktanzmaschine hat einen unabhängigen mechanischen Zustandsvektor und einen unabhängigen elektromagnetischen Zustandsvektor (ohne Hysterese). Für die beiden Zustandsvektoren sind je diverse Größen möglich, die ineinander umgerechnet werden können; siehe Abschnitt 2.1.

Mechanisch gibt es z. B. die äußere Kraft, die sich mit der Komponente der Reluktanzkraft in Bewegungsrichtung (welche auch ein Drehmoment sein kann) im Kräftegleichgewicht befindet, kurz *Kraft* genannt. Oder direkt aus der Differentialgleichung folgt die Position des beweglichen Maschinenteils entlang der Bewegungsrichtung, die auch ein Winkel sein kann, kurz *Position* genannt. Da im magnetischen Energiespeicher keine mechanische Masse vorkommt, ist die Geschwindigkeit auch kein Zustand, sondern eine steuernde Größe.

Die Kraft ist entlang der Position periodisch und kann nicht invertiert werden. Damit muss die Kraft als Funktion der Position genutzt werden. Bei Elektromagneten ist auch die Position als Funktion der Kraft möglich. Der gewählte mechanische Zustand ist also die Position. Bezeichnungen mit Zustandsvektor entfallen hier, da die Dimension eins ist.

Elektromagnetisch gibt es z. B. den elektrischen Strom durch die Phasen, der auch unabhängig von der Windungszahl als Durchflutung ausgedrückt werden kann, kurz *Strom* genannt. Oder direkt aus der Differentialgleichung folgt der verkettete magnetische Fluss, der ein besonderer magnetischer Fluss ist, kurz *Fluss* genannt. Hysterese kann, je nach Modell, diverse weitere Zustände hinzufügen. Um die Komplexität zu begrenzen, wird Hysterese hier vernachlässigt.

Der Zusammenhang zwischen Strom und Fluss ist (ohne Hysterese) eineindeutig und somit invertierbar. Damit können beide als Zustand genutzt werden. Der gewählte elektromagnetische Zustand ist der Strom, weil dieser leichter gemessen werden kann. Der Zustandsvektor nur für den Strom hat eine Dimension je Phase.

4.1.3. Kraft allgemein

Die Permeanz dient als Bezeichner für die magnetisch relevanten Größen im Magnetkreis. Mehr dazu unter Abschnitt 4.5.2. Die Induktivität dient hier als Bezeichner für die elektrisch relevanten Größen bei der symmetrischen Induktivitätsmatrix \mathbf{L} , mit $M_{12} = M_{21}$.

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & M_{12} \\ M_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \mathbf{L}\mathbf{i} \quad (4.1)$$

Zunächst einige oft unzureichend dokumentierte Rechenschritte am Beispiel einer einzelnen Phase. Im Kontext einer Kommutierung ist der reale Strom i_r eine Funktion von der sich verändernden Position. Mit dieser mechanischen Bewegung wird elektrische und auch mechanische Leistung gewandelt.

Für die Herleitung der magnetischen Energie W_m dient oft die aufgenommene elektrische Leistung [32, S.: 49] [62, S.: 44]. Damit das Integral der elektrischen Leistung gleich der magnetischen Energie ist, darf es keine mechanische Bewegung geben. Daher wird eine fiktive Energiewandlung ohne mechanische Bewegung eingeführt, die real gar nicht stattfindet.

Die fiktive Energiewandlung wird durch den virtuellen Strom $i_v = i(t)$ beschrieben, der bei dem virtuellen elektromagnetischen Zustand ohne magnetische Energie mit $i(t_0) = 0$ beginnt (reine Reluktanzmaschine) und bei dem real vorhandenen Zustand $i(t_1) = i_r$ endet. Also ist i_r der reale Strom einer Kommutierung zum Zeitpunkt t_1 und i_v ist der virtuelle Strom der fiktiven Energiewandlung. Im Kontext der fiktiven Energiewandlung ist i_r eine Konstante und i_v eine Funktion. Bei einem konservativen System ist eine Energieänderung nur vom Anfang und Ende der Funktion $i_v = i(t)$ abhängig. Der Verlauf dazwischen kann beliebig gewählt werden.

Die elektrische Spannung an einer Phase ist

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt} \quad (4.2)$$

Die elektrische Energie E_e wird in magnetische Energie W_m und Wärme Q gewandelt:

$$E_e = \int_{t_0}^{t_1} ui \, dt = R \int_{t_0}^{t_1} i^2 \, dt + \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\Psi}{dt} i \, dt = Q + W_m \quad (4.3)$$

Da in der Praxis oft der Strom geregelt wird, erfolgt die Umstellung von $W_m(\Psi)$ nach $W_m(i)$ durch partielle Integration; vorbereitend für kommende Substitution. (ohne Wärmeverluste: $R \rightarrow 0$ oder mit Grenzübergang $t_0 \rightarrow t_1$)

$$E_e - Q = W_m = \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\Psi}{dt} i \, dt = \Psi(t_1) i(t_1) - \Psi(t_0) i(t_0) - \int_{t_0}^{t_1} \Psi \frac{di}{dt} \, dt \quad (4.4)$$

Ein Kürzen der dt ist nicht zulässig. Korrekt ist eine Substitution, bei der sich sowohl die Differentiale als auch die Integrationsgrenzen ändern [55, S.: 456]. Außerdem kann nur so die Zeitabhängigkeit in Ψ verschwinden.

Die magnetische Energie W_m mit allen Abhängigkeiten vor der Substitution:

$$W_m(\alpha, t_0, t_1) = \Psi(\alpha, i(t_1)) i(t_1) - \Psi(\alpha, i(t_0)) i(t_0) - \int_{t_0}^{t_1} \Psi(\alpha, i(t)) \frac{di(t)}{dt} dt \quad (4.5)$$

Substitution:

$$i(t) = i_v \quad (4.6)$$

Neue untere Grenze:

$$i(t_0) = 0 \quad (4.7)$$

Neue obere Grenze:

$$i(t_1) = i_r \quad (4.8)$$

Differential (folgt aus Ableitung der Substitution):

$$\frac{di(t)}{dt} dt = di_v \quad (4.9)$$

Die magnetische Energie W_m mit allen Abhängigkeiten nach der Substitution:

$$W_m(\alpha, i_r) = \Psi(\alpha, i_r) i_r - \int_0^{i_r} \Psi(\alpha, i_v) di_v \quad (4.10)$$

Mit $\Psi = Li$ ist die magnetische Energie bei einer einzelnen Phase

$$W_m = Li^2 - \int_0^i Li_v di_v = Li^2 - W_m^* = W_m^* = \frac{1}{2} Li^2 \quad (4.11)$$

Mit mehreren Phasen ist der Strom ein Vektor \mathbf{i} und die magnetische (Ko)Energie ist

$$W_m = W_m^* = \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \mathbf{L} \mathbf{i} = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + M_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 \quad (4.12)$$

Die äußere Kraft F in Richtung α folgt zu

$$F(\alpha, \mathbf{i}) = - \left. \frac{\partial W_m^*}{\partial \alpha} \right|_{\mathbf{i}=\text{konst.}} = - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial L_{11}}{\partial \alpha} i_1^2 + \frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} i_1 i_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial L_{22}}{\partial \alpha} i_2^2 \right) = - \frac{1}{2} \mathbf{i}^T \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \alpha} \mathbf{i} \quad (4.13)$$

oder alternativ auch

$$F(\alpha, \Psi) = \left. \frac{\partial W_m}{\partial \alpha} \right|_{\Psi=\text{konst.}} = \frac{1}{2} \Psi^T \frac{\partial \mathbf{L}^{-1}}{\partial \alpha} \Psi \quad (4.14)$$

Bei einer magnetisch entkoppelten Reluktanzmaschine (\mathbf{L} ist eine Diagonalmatrix) ist klar zu erkennen, dass mit beiden Gleichungen dieselbe Kraftrichtung folgt, da sich das Vorzeichen der partiellen Ableitung ändert. Durch das Invertieren wird aus steigend fallend und umgekehrt.

4.2. Kommutierung

Kommutierung ist hier die Steuerung des Stromes (elektromagnetischer Zustand der Reluktanzmaschine) zum Erzeugen einer definierten Kraft.

Da die mechanischen Zeitkonstanten wesentlich größer sind als die elektrischen Zeitkonstanten, wird in den hier betrachteten Zeitspannen die Geschwindigkeit (Änderung der Position) als konstant angenommen. Somit erfolgt keine Steuerung der Position (mechanischer Zustand) und der Einfluss von Abweichungen in der Kraft auf das mechanische Teilsystem wird vernachlässigt. Viele Größen bleiben dabei abhängig von der Position. Die Position ist aber kein Zustand mehr, sondern nur ein sich gleichmäßig verändernder Parameter.

Der Begriff *Kommutierung* ist sehr allgemein. Es können drei Grundfunktionen einer effizienten* Kommutierung identifiziert werden:

1. Die *Verteilung des Stromes* auf die Phasen bestimmt primär** die Richtung der Kraft. Dies beeinflusst vor allem die Betriebsart: Motor oder Generator.
2. Die *Stärke des Stromes* bestimmt die Stärke der Kraft. Damit lässt sich die Leistung beeinflussen, die die Maschine aufnimmt oder erzeugt.
3. Die *Positionsabhängigkeit* führt bei Bewegung zu einer Änderung von Verteilung und Stärke als ein zyklischer Vorgang. Dies wird in der Steuerung/Regelung berücksichtigt: während die Kraft gesteuert wird, wird die Position gemessen und zurückgeführt.

* Die Leistung kann auch nur durch die Verteilung des Stromes beeinflusst werden, wobei aber unnötig viel Blind- oder Verlustleistung entsteht.

** Durch Sättigung kann auch die Stärke des Stromes einen kleinen Einfluss auf die Richtung der Kraft haben. Dieser wird jedoch im Folgenden vernachlässigt.

4.2.1. Zustand, Zustandsvektor im Zustandsraum

Die elektrischen Ströme der Phasen definieren vollständig den steuerbaren *Zustand*. Die mechanische Position ist in diesem Kontext nicht steuerbar.

Der Zustand ist im N_P -dimensionalen Zustandsraum definiert. N_P ist die Anzahl der Phasen. Im Koordinatenursprung verschwindet der Strom. In diesem Punkt beginnt der *Zustandsvektor* \mathbf{i} , dessen Komponenten die Ströme der Phasen sind.

$$\mathbf{i} = (i_1, i_2, \dots, i_{N_P})^T \quad (4.15)$$

Die Darstellung in Polarkoordinaten erlaubt eine Trennung einiger Grundfunktionen der Kommutierung. Die Verteilung des Stromes ist die Richtung des Zustandsvektors, eine Funktion \mathbf{k} von den $N_P - 1$ Winkeln κ . \mathbf{k} beschreibt eine Sphäre mit dem Radius 1. Die Stärke des Stromes ist der Betrag des Zustandsvektors $|\mathbf{i}| = r$, der auch die Einheit enthält.

$$\mathbf{i} = r \cdot \mathbf{k}(\kappa_1, \dots, \kappa_{N_P-1}) \quad (4.16)$$

Für die Durchflutung könnte man z. B. einen Betrag $\rho = Nr$ definieren.

4.2.2. Ein-Phasen-Maschine

Mit nur einer Phase gibt es nur eine Richtung des Zustandsvektors und keine Winkel κ . Die Grundfunktion Verteilung des Stromes reduziert sich auf das Vorzeichen eines Skalars und entfällt daher bei Reluktanzmaschinen. Entsprechend der Positionsabhängigkeit verändert sich im Betrieb nur der Betrag des Zustandsvektors $|\mathbf{i}| = |i_1| = r$, um die Stärke des Stromes für eine nützliche Kraft zu steuern (mehr dazu in Abschnitt 2.4.2).

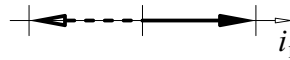


Abbildung 4.1.: Zustandsraum für Ein-Phasen-Maschine: Gerade

Magnetisch entkoppelte Mehr-Phasen-Maschinen verhalten sich wie drei entlang der Position versetzte Ein-Phasen-Maschinen.

4.2.3. Zwei-Phasen-Maschine

Mit zwei Phasen ist der Zustandsraum eine Ebene. Es gibt nun einen Winkel κ für die Richtung des Zustandsvektors. Bei der Kommutierung erfolgt die Verteilung des Stromes ausschließlich über κ und die Stärke des Stromes wird durch r eingestellt.

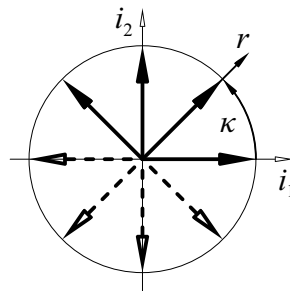


Abbildung 4.2.: Zustandsraum für Zwei-Phasen-Maschine: Ebene

Der Zustandsvektor ist mit

$$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = r \cdot \mathbf{k}(\kappa) = r \cdot \begin{pmatrix} \cos \kappa \\ \sin \kappa \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

ein drehender Zeiger im ebenen Zustandsraum.

4.3. Mathematische Darstellungsformen

Für die weitere Trennung der Funktionen der Kommutierung in der mathematischen Darstellung wird zunächst auf das Sättigungsverhalten am Beispiel der Ein-Phasen-Maschine eingegangen. Mit einer geeigneten Näherung folgen weitere mathematische Darstellungsformen für die Kraft einer Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine.

4.3.1. Ein-Phasen-Maschine

Das Kraftkennfeld $F(\alpha, r)$ kann näherungsweise als Produkt einer Sättigungskennlinie $s(r)$ und einer Formkennlinie $f(\alpha)$ ausgedrückt werden. Ohne Sättigung verbleibt nur noch die Formkennlinie und die Kraft ist wie in Gleichung (2.12).

$$F(\alpha, r) \approx -s(r)f(\alpha) \approx -\frac{r^2}{2}f(\alpha) = -\frac{r^2}{2}\frac{\partial L}{\partial \alpha} \quad (4.18)$$

4.3.2. Sättigungsverhalten

In Abschnitt 2.5.3 Abbildung 2.27 ist das Sättigungsverhalten einer einzelnen Phase abgebildet. Nur Kraftkennfelder können alle Details dieser Flächen abbilden.

Die folgenden mathematischen Darstellungsformen sind auf das Kraftkennfeld nur dann anwendbar, wenn eine Trennung in Sättigungskennlinie $s(r)$ und Formkennlinie $f(\alpha)$ möglich ist. In Abbildung 4.3 sind die Sättigungskennlinie und die Kraftkennlinie $-F(\alpha) = s(r_{\text{nenn}})f(\alpha)$ des Nennarbeitspunktes ähnlich angeordnet wie bei der formgetreuen Interpolation nach Abschnitt 2.5.2. Damit werden Sättigung und Periodizität voneinander unabhängig.

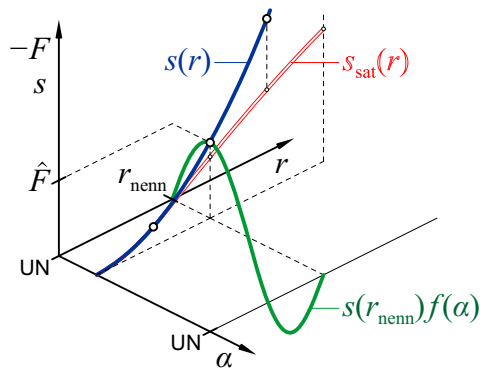


Abbildung 4.3.: Sättigungskennlinie und Formkennlinie eines Kraftkennfeldes

Beide Kennlinien werden durch Sättigung beeinflusst. Abweichungen zwischen dem Kraftkennfeld und dem Produkt der Kennlinien können auf nur eine der beiden Kennlinien zurückgeführt werden, während die andere als genau definiert wird. Da mit Sättigungseinfluss auch die Superposition mehrerer Formkennlinien nicht zulässig wäre, werden Fehler per Definition der ohnehin fehlerbehafteten Formkennlinie zugeschrieben.

Näherung: Vernachlässigen des Sättigungseinflusses auf die Formkennlinien.

Um den Fehler bei dieser Näherung klein zu halten, werden Formkennlinien im Nennarbeitspunkt r_{nenn} verwendet. Die Verzerrungen der Form einer Kraftkennlinie bei anderem r werden somit vernachlässigt.

$$f(\alpha, r) = -\frac{F(\alpha, r)}{s(r)} \approx -\frac{F(\alpha, r_{\text{nenn}})}{s(r_{\text{nenn}})} = f(\alpha) \quad (4.19)$$

Die Form einer Kraftkennlinie verändert sich bei Sättigung, weshalb Größen wie die Kraftwelligkeit weit außerhalb von r_{nenn} fehlerbehaftet sind. Ein zusätzlicher Fehler entsteht bei Superposition mehrerer Formkennlinien unter Sättigungseinfluss.

4.3.3. Zwei-Phasen-Maschine

Mit dem Zustandsvektor (4.17) eingesetzt in die Gleichung der äußeren Kraft (4.13) folgt

$$F(\alpha, r, \kappa) = -\frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial L_{11}}{\partial \alpha} \cos^2 \kappa + \frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} 2 \cos \kappa \sin \kappa + \frac{\partial L_{22}}{\partial \alpha} \sin^2 \kappa \right) \quad (4.20)$$

Die äußere Kraft F als Funktion von drei Veränderlichen besteht aus Teilfunktionen, die von je nur einer Veränderlichen abhängen.

$$F(\alpha, r, \kappa) = -s(r) \cdot (f_0(\alpha) c_0(\kappa) + f_{13}(\alpha) c_{13}(\kappa) + f_2(\alpha) c_2(\kappa)) \quad (4.21)$$

mit der *Sättigungskennlinie* (Spezialfall: nicht sättigend)

$$s(r) = \frac{r^2}{2} \quad (4.22)$$

mit den *Formkennlinien*

$$f_0(\alpha) = \frac{\partial L_{11}}{\partial \alpha} \quad f_{13}(\alpha) = \frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} \quad f_2(\alpha) = \frac{\partial L_{22}}{\partial \alpha} \quad (4.23)$$

mit den *Koeffizienten*

$$c_0(\kappa) = \cos^2 \kappa \quad c_{13}(\kappa) = 2 \cos \kappa \sin \kappa \quad c_2(\kappa) = \sin^2 \kappa \quad (4.24)$$

4.3.4. Sättigungskennlinie $s(r)$

Die Sättigungskennlinie beschreibt, wie sich z. B. nach Abbildung 4.3 der Maximalwert einer Kraftkennlinie (grün) bei zunehmendem Betrag r des Zustandsvektors \mathbf{i} verändert (es muss nicht ein Maximalwert sein, sondern nur eine beliebige vertikale Skalierung). Die Sättigungskennlinie ist bei linearem Material eine Parabel $s(r)$ (blau). Materialsättigung bei großem Betrag r kann durch eine entsprechende Sättigungskennlinie $s_{\text{sat}}(r)$ (rot) berücksichtigt werden. $s(r)$ kann so gewählt werden, dass die (mittlere) Leistung einer Reluktanzmaschine mit Sättigung korrekt beschrieben wird. Daher die Bezeichnung als Sättigungskennlinie.

4.3.5. Formkennlinien $f(\alpha)$

Für alle möglichen Kraftkennlinien bei allen möglichen Zuständen bilden die Formkennlinien eine Basis. Sie sind nur noch Funktionen der Position α . Die partiellen Ableitungen einzelner Elemente der Induktivitätsmatrix nach der Position bilden in der Gleichung die kleinsten Einheiten und sind daher geeignet, als Basis zu fungieren.

Die Koeffizienten und Indizes zeigen, dass Selbstinduktivitäten und Gegeninduktivität eine unterschiedliche mathematische Struktur haben. Für eine einheitliche Struktur wird die Formkennlinie f_{13} in zwei Formkennlinien mit entgegengesetzten Vorzeichen aufgespalten.

$$\frac{\partial M_{12}}{\partial \alpha} = f_1 = f_{13} = -f_3 = \frac{\partial M_{21}}{\partial \alpha} \quad (4.25)$$

Zusätzlich sei für eine einheitliche Struktur der Spezialfall

$$\frac{\partial L_{11}}{\partial \alpha} = f_0 = f_{02} = -f_2 = -\frac{\partial L_{22}}{\partial \alpha} \quad (4.26)$$

definiert, bei dem sich die Wirkungen der Selbstinduktivitäten gegenseitig kompensieren können. Damit wird der Effekt der Selbstinduktivität mathematisch analog dem der Gegeninduktivität und die Wirkung der Gegeninduktivität kann wie die der Selbstinduktivitäten einzeln angesteuert oder gemessen werden.

4.3.6. Koeffizienten $c(\kappa)$

Die Form einer Kraftkennlinie ist eine Linearkombination von Formkennlinien, deren Koeffizienten von der Richtung κ des Zustandsvektors abhängen. Die Indizes sind nach dem Winkel κ in $\frac{\pi}{4}$ Schritten gewählt, für den der Koeffizient maximal wird; oder bei Doppelindex auch minimal.

Die beiden Koeffizienten c_0 und c_2 sind immer positiv (Selbstinduktivität). Wegen des r^2 kann sich z. B. bei Reluktanzmaschinen mit magnetisch entkoppelten Phasen die Richtung der Kraftwirkung nicht verändern. Diese Aussage gilt jeweils für eine Formkennlinie mit individuellem Index an einer beliebigen, aber konstanten Position α .

Der Koeffizient c_{13} entstammt einem Produkt der Ströme verschiedener Phasen und kann daher beide Vorzeichen annehmen (Gegeninduktivität). Für eine einheitliche Struktur bietet es sich an, jeweils zu (4.25) passende neue Koeffizienten zu definieren. Dazu werden die beiden möglichen Vorzeichen von c_{13} in zwei positive Koeffizienten c_1 und c_3 überführt. Das Minuszeichen kommt per Definition aus der Formkennlinie f_3 . Im Spezialfall (4.26) können auch die beiden positiven Koeffizienten c_0 und c_2 in einen Koeffizienten c_{02} überführt werden, der beide Vorzeichen haben kann.

$$c_{02} = c_0 - c_2 \quad (4.27)$$

$$c_{13} = c_1 - c_3 \quad (4.28)$$

Dafür werden die Koeffizienten (4.24) zunächst trigonometrisch umgeformt zu

$$c_0(\kappa) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\kappa \quad c_{13}(\kappa) = \sin 2\kappa \quad c_2(\kappa) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\kappa \quad (4.29)$$

Die zusätzlich definierten Koeffizienten für eine einheitliche Struktur sind dann

$$c_1(\kappa) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sin 2\kappa \quad c_{02}(\kappa) = \cos 2\kappa \quad c_3(\kappa) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin 2\kappa \quad (4.30)$$

Der Betrag der Koeffizienten kann maximal eins werden. An den Koeffizienten ist die Symmetrie der Kraftwirkung in (reinen) Reluktanzmaschinen bezüglich der beiden Orientierungen des Zustandsvektors (Stromvorzeichen) bereits erkennbar. Die Orientierungen unterscheiden sich um $\Delta\kappa = \pi$, was auf die gleichen Koeffizienten führt. Damit können beim Kommutieren Sprünge des Zustandes vermieden werden, indem die Sprungstellen über einen Pfad im symmetrischen Halbraum verbunden werden (benötigt bipolare Stromversorgung).

4.3.7. Zusammenfassung, neue mathematische Darstellungsformen

Die Gleichung der äußeren Kraft einer gekoppelten Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine (4.21) enthält zunächst mit den Selbst- und Gegeninduktivitäten insgesamt drei Formkennlinien. Durch den Spezialfall und die einheitliche Struktur (4.25) bis (4.30) entstehen daraus zwei Paare 0 2 und 1 3 von Formkennlinien, die entgegengesetzte Vorzeichen haben. Diese ermöglichen zwei neue mathematische Darstellungsformen:

$$F = -s \cdot (c_0 f_0 + c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3) \quad (4.31)$$

$$= -s \cdot (c_{02} f_{02} + c_{13} f_{13}) \quad (4.32)$$

Die Darstellungsform (4.31) enthält vier Formkennlinien in einer nicht-negativen Linearkombination, ähnlich einer entkoppelten Vier-Phasen-Reluktanzmaschine mit vier Selbstinduktivitäten. Mit den Koeffizienten (4.29) und (4.30) sind alle vier Formkennlinien gleichzeitig vorhanden, wobei sich ihre Wirkungen wegen des entgegengesetzten Vorzeichens teilweise kompensieren. Für einen Leser, der eher mit magnetisch entkoppelten Reluktanzmaschinen vertraut ist, wird im Folgenden mit dieser Darstellungsform gearbeitet.

Die Darstellungsform (4.32) enthält zwei Formkennlinien in einer Linearkombination ohne Vorzeichenbeschränkung. Dies entspricht einer fiktiven Maschine, die nur aus zwei Gegeninduktivitäten besteht (physikalisch unmöglich). Zwei Gegeninduktivitäten entstehen z. B. bei fremd erregten Maschinen aus einem Erregerstrom und dem Ankerstrom der ersten Phase und einem Erregerstrom und dem Ankerstrom der zweiten Phase. Dabei sind aber drei Phasen notwendig, die Ströme sind voneinander unabhängig und es gibt Selbstinduktivitäten.

Die drei Darstellungsformen (4.21), (4.31) und (4.32) bilden jeweils alles ab, was eine Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine mit linearem Material erzeugen kann. Bei diversen Reluktanzmaschinen haben einige Formkennlinien vernachlässigbar kleine Werte, so dass die Anzahl nutzbarer Formkennlinien kleiner sein kann.

4.4. Formkennlinien und Kraft

Mit drei gleichförmigen gleichmäßig versetzten Reluktanzkennlinien folgen verzerrte Formkennlinien (Wellen im Kraftkoeffizienten von Abbildung A.7 im Anhang). Daher ist es besser, die Formkennlinien vorzugeben. Wie sich die Kennlinien der Reluktanzen oder Permeanzen für einen konkreten Magnetkreis daraus berechnen, ist im Folgenden beschrieben.

4.4.1. Konstruktion von Formkennlinien, Entwurf

Bei einem sich stetig drehenden Zustandsvektor \mathbf{i} wechseln sich selbstinduktive und gegeninduktive Wirkungen immer ab. Die Wirkungen sollten in dieser Reihenfolge eine nützliche Kraft erzeugen, da eine stetige Kommutierung leichter umsetzbar ist. In Tabelle 4.1 ist daher eine Reihenfolge mit gleichmäßig zunehmendem Winkel gewählt. Dabei sind immer genau die beiden Formkennlinien f_k durch große Koeffizienten c_k aktiviert, zwischen deren Winkeln κ_k der aktuelle Winkel κ liegt.

Tabelle 4.1.: Kombinationsmöglichkeiten der Kommutierung

k	0	1	2	3	4	5	6	7	Index
κ_k	$\frac{0}{4}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{2}{4}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{4}{4}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{6}{4}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	Kommutierung
$i_1 r^{-1}$	++	+	0	-	--	-	0	+	Phase A rot
$i_2 r^{-1}$	0	+	++	+	0	-	--	-	Phase B grün
c_0	++	+	0	+	++	+	0	+	Selbstinduktivität
c_1	+	++	+	0	+	++	+	0	virtuell
c_2	0	+	++	+	0	+	++	+	Selbstinduktivität
c_3	+	0	+	++	+	0	+	++	virtuell
c_{02}	++	0	--	0	++	0	--	0	virtuell
c_{13}	0	++	0	--	0	++	0	--	Gegeninduktivität

Jede Kombination aus Phasenströmen i kommt nur einmal vor. Bei den Koeffizienten in Tabelle 4.1 ist die Symmetrie der Kraftwirkung in (reinen) Reluktanzmaschinen bezüglich der beiden Orientierungen des Zustandsvektors (Stromvorzeichen) erkennbar. Die linke und rechte Seite sind identisch. Auch ist zu erkennen, wie die Koeffizienten fortschreitend die nächste Formkennlinie aktivieren. Dementsprechend müssen Formkennlinien auch fortschreitend versetzt sein. Formkennlinien haben, genau wie Kraftkennlinien, immer den Mittelwert null.

Während die Koeffizienten durch die einheitliche Struktur der Gleichung definiert sind, gibt es für die Formkennlinien sehr viele Möglichkeiten. Zur Lösung seien Werte für gewählte Formkennlinien zunächst auf das Vorzeichen $\{-, 0, +\}$ einer Kraftwirkung beschränkt. Für eine konstante Kraftwirkung entstehen stückweise konstante, aber nicht stetige Formkennlinien, wie in Abbildung 4.4 (links). Daraus werden zunächst stückweise stetige trapezförmige Induktivitätskennlinien (Mitte; mehr Details dazu in Abbildung A.8 im Anhang). Physikalisch

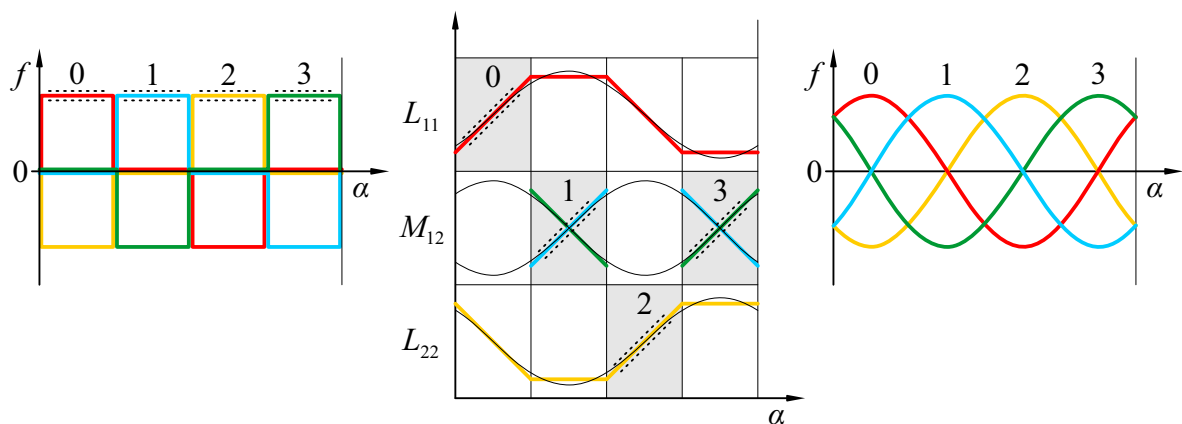


Abbildung 4.4.: Kraft Block, Induktivität Trapez und Übergang auf harmonische Form

notwendig ist der Übergang auf stetig differenzierbare, z. B. auf harmonische, Funktionen in Abbildung 4.4 (rechts; z. B. würden Ecken durch Streufluss verrundet). Weitere Vorteile harmonischer Kennlinien zeigen sich in der folgenden Analyse.

Die vier idealen harmonischen Formkennlinien haben p Perioden in einem Positionsbereich von $\Delta\alpha = 2\pi$ (eine Umdrehung) und eine Amplitude von \hat{f} . Ein Nullphasenwinkel wie in Abbildung 4.4 ist nicht notwendig (kann durch Koordinatentransformation eliminiert werden).

$$f_0 = +\hat{f} \cos p\alpha \qquad f_2 = -\hat{f} \cos p\alpha \qquad (4.33)$$

$$f_1 = +\hat{f} \sin p\alpha \qquad f_3 = -\hat{f} \sin p\alpha \qquad (4.34)$$

Die Reihenfolge von 1 und 3 in der Gegeninduktivität könnte auch vertauscht werden (Vorzeichenwechsel). Dann würde sich nur die Richtung der Kommutierung verändern und κ wird dann kleiner, wenn α größer wird.

4.4.2. Kraft speziell, Analyse

Mit den harmonischen Formkennlinien (4.33) und (4.34) ist die äußere Kraft

$$F = -\hat{f} \frac{r^2}{2} \cos(p\alpha - 2\kappa) \qquad (4.35)$$

Der \cos -Term kann durch geeignete Winkel κ immer zu 1 oder -1 gewählt werden (Kommutierung). Damit folgt eine Kraft, die über der Position α konstant ist, also keine Kraftwelligkeit hat. Dabei ist κ linear abhängig von α , d. h., die Stromverläufe sind bei konstanter Geschwindigkeit auch harmonisch. \rightarrow geringe Betriebsspannung, geringere Schwingungsanregung

Abbildung 4.5 zeigt die möglichen stellbaren Kräfte für alle Stromzustände mit $r < 1$ und $\hat{f} = 2$. Die harmonischen Formkennlinien sind die Basis für den erreichbaren Raum, der sich bis $\hat{F} = 1$ erstreckt. Graue Bereiche sind nicht möglich, grüne Bereiche sind mit Strom in nur einer Phase möglich, rote Bereiche sind mit gleichem Stromvorzeichen in beiden Phasen möglich und blaue Bereiche sind mit entgegengesetztem Stromvorzeichen in beiden Phasen möglich. Die Farbmischung ist additiv. Weitere Abbildungen mit anderen Kennlinien sind A.4 bis A.11 im Anhang. Dort ist vor allem zu erkennen, dass bei klassisch üblichen Kennlinien Bereiche entstehen, in denen keine Kraftwirkung in beide Richtungen möglich ist. Maschinen mit derartigen Kennlinien sind nur eingeschränkt funktionsfähig.

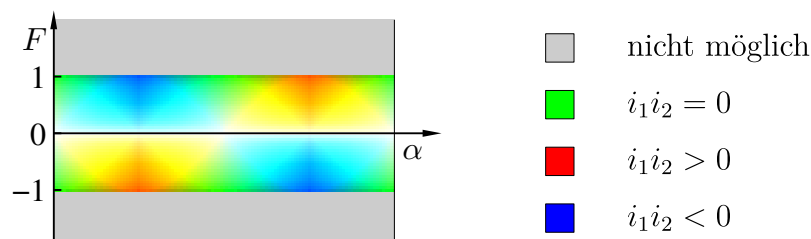


Abbildung 4.5.: Mögliche Kräfte bei harmonischen Formkennlinien

Der Raum der Möglichkeiten ist sehr groß und im Rahmen dieser Arbeit nur angerissen. Es kann weitere Spezialfälle mit besonderen Eigenschaften geben.

4.4.3. Kraftkoeffizient und Kommutierung, Analyse

Der *Kraftkoeffizient* ist der rechte Faktor einer Darstellungsform (die Linearkombination von Formkennlinien) und beschreibt die Kraft abhängig von der Position α und dem Winkel κ . Das Vorzeichen des Kraftkoeffizienten beschreibt die Richtung der Kraft und der Betrag des Kraftkoeffizienten (unabhängig vom Betrag r des Zustandsvektors) sagt aus, wie effizient der Arbeitspunkt ist.

$$F(\alpha, r, \kappa) = -s(r) \cdot \text{Kraftkoeffizient}(\alpha, \kappa) \quad (4.36)$$

Anhand des Kraftkoeffizienten kann die Kommutierung bereits analysiert werden, bevor die Induktivitäten, ein Magnetkreis oder gar dessen Geometrie überhaupt definiert sind. Eine Kommutierung ist ein Pfad über die Fläche des Kraftkoeffizienten. Je nach geforderter Kraftrichtung werden Minima oder Maxima genutzt, um eine hohe Effizienz zu erreichen. Für Maxima mit Beispiel-Kommutierungen ergeben sich verschiedene Pfade über die Fläche des Kraftkoeffizienten wie in Abbildung 4.6. Die unipolaren Beispiele wählen aus einem begrenzten Winkelintervall für κ , bipolar gibt es keine Einschränkung und spezipolar nutzt eine Phase mit konstantem Strom. Die dargestellten Pfade sind das Ergebnis einer numerischen Suche an jeder Position α nach dem Winkel κ mit maximalem Kraftkoeffizienten.

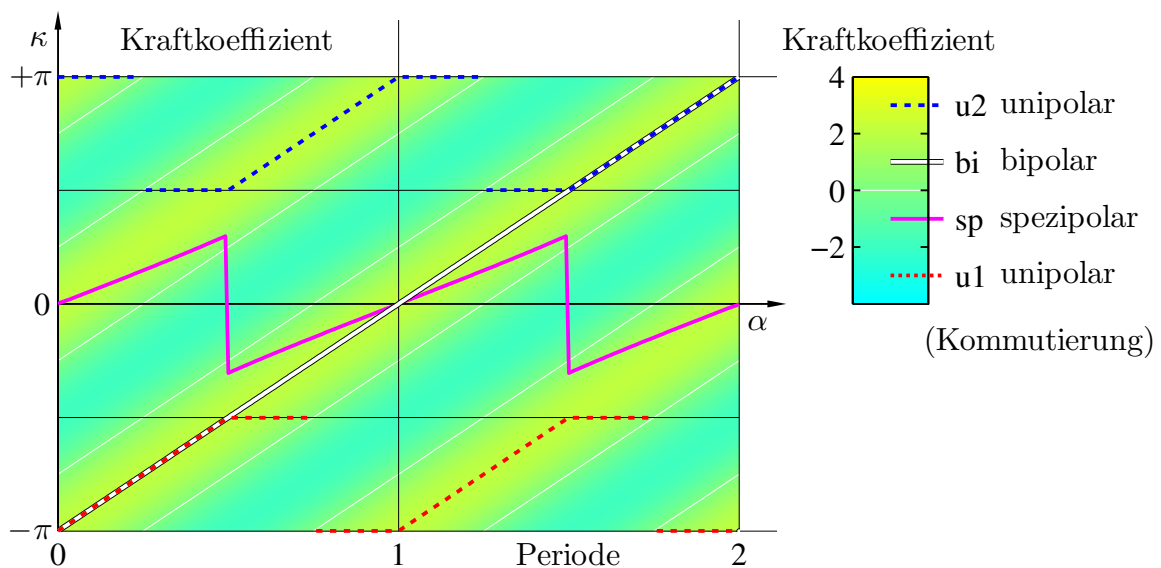


Abbildung 4.6.: Kraftkoeffizient bei harmonischen Formkennlinien [19]

Die Stromverläufe der Beispiel-Kommutierungen mit einem r für $F = -1$ sind in Abbildung 4.7 dargestellt. Der Strom der roten Phase A (i_1), der Strom der grünen Phase B (i_2) und der Verlauf der Kraft (blau). Die dickeren Linien entsprechen einem dynamisch möglichen Verlauf mit begrenztem Gradienten, die dünneren Linien sind die idealen Verläufe.

Es kann Stellen geben, an denen sich die beiden Stromvorzeichen vertauschen müssten. Bei den dynamisch möglichen Verläufen sind dort Spitzen mit positiver Kraft erkennbar. Diese Spitzen können mit der Symmetrie der Kraftwirkung in (reinen) Reluktanzmaschinen bezüglich der beiden Orientierungen des Zustandsvektors (Stromvorzeichen) durch Spiegelung des Zustandes vermieden werden. Dabei wird eine bipolare Stromversorgung benötigt.

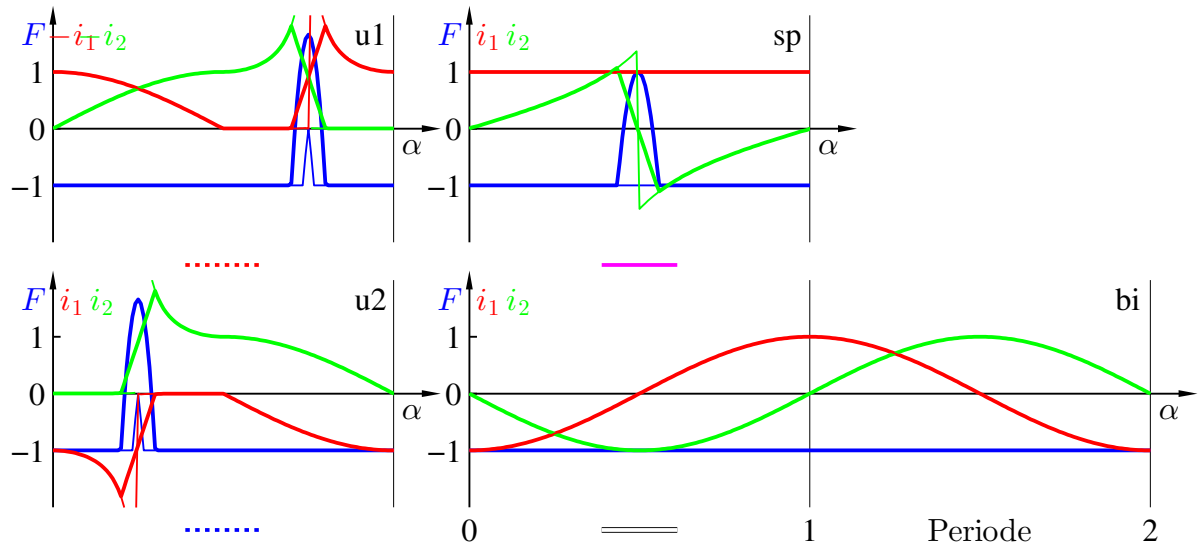


Abbildung 4.7.: Verschiedene Kommutierungen bei harmonischen Formkennlinien [19]

Die Polarität der Stromversorgung hat einen Einfluss auf die Eisenverluste und die Komplexität der Leistungselektronik. Es ist aber z. B. eine unipolare Reluktanzmaschine für den Betrieb mit einer Krafrichtung möglich, die problemlos kommutierbar ist: u2 von Abbildung A.10 im Anhang.

4.5. Induktivitäten und Permeanzen

Die Induktivitäten müssen bestimmte Bedingungen erfüllen, um physikalisch-theoretisch und technisch-praktisch umsetzbar zu sein. Die Formkennlinien $f(\alpha)$ unterliegen weniger Beschränkungen. Wenn sich Induktivitäten als nicht umsetzbar herausstellen, ist ein iterativer Entwurf notwendig, bei dem die geforderten Induktivitätskennlinien angepasst werden.

4.5.1. Form der Induktivitätskennlinien, Entwurf

Die Elemente der Induktivitätsmatrix \mathbf{L} folgen mit (4.33) und (4.34) zu

$$L_{11}(\alpha) = \int f_0(\alpha) d\alpha = \bar{L} + \hat{L} \sin p\alpha \quad \text{mit } 0 < \hat{L} \quad (4.37)$$

$$M_{12}(\alpha) = M_{21}(\alpha) = \int f_1(\alpha) d\alpha = \bar{M} - \hat{L} \cos p\alpha \quad (4.38)$$

$$L_{22}(\alpha) = \int f_2(\alpha) d\alpha = \bar{L} - \hat{L} \sin p\alpha \quad (4.39)$$

bei harmonischen Formkennlinien und haben alle die gleiche Amplitude $\hat{L} = \hat{f}/p$.

Die Formkennlinien definieren nur die Änderung der Induktivitäten. Es ist also noch ein vertikaler Versatz möglich (Mittelwerte, Integrationskonstanten, \bar{L} und \bar{M}). Eine Selbstinduktivität kann nur positiv sein, womit der vertikale Versatz größer sein muss als die Amplitude. Weitere Bedingungen für den vertikalen Versatz folgen aus dem Magnetkreis.

4.5.2. Minimale Magnetkreise Stern und Dreieck, Entwurf

Abbildung 4.8 zeigt die beiden möglichen Magnetkreise für zwei allgemein gekoppelte Phasen: Stern-Magnetkreis und Dreieck-Magnetkreis. Es gibt drei Reluktanzen $R_m(\alpha)$, von denen aber immer mehrere gleichzeitig an möglichen Magnetisierungen beteiligt sind. Die Änderung der drei Reluktanzen entlang der Position α ist durch deren Reluktanzkennlinien beschrieben.

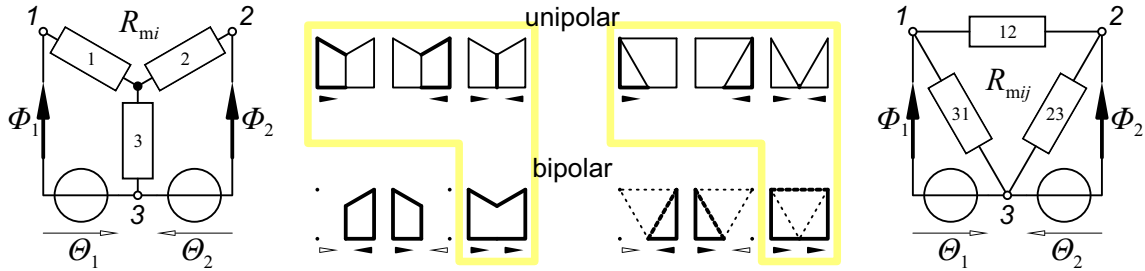


Abbildung 4.8.: Magnetkreise und die jeweiligen Magnetisierungen [20]

Die Abbildung 4.8 enthält auch skizzierte Magnetisierungen. Je nach Stern oder Dreieck und unipolarer oder bipolarer Stromversorgung durchdringen unterschiedlich große magnetische Flüsse die Reluktanzen. Unipolar spaltet sich der gewollte dominierende Fluss (dicke Linie) auf die beiden anderen Reluktanzen auf (normale Linie). Mit dem nichtlinearen Fluss-Kraft-Zusammenhang entstehen dabei nutzbare Kräfte. Bipolar passiert der Fluss beim Stern nur zwei Reluktanzen und beim Dreieck wird es parasitäre Nebenflüsse (gestrichelte Linie) geben. Mit einer kleinen Durchflutung (leere Pfeilspitze) kann der Fluss durch eine der Spulen auf null geregelt werden. Die vier Formkennlinien nutzen die vier gelb markierten Zustände; mehr Details in Abbildung 4.24.

Die Modellbildung nutzt lineares Materialverhalten. Streuflüsse und eine endliche (konstante) Permeabilität des Eisens können in den drei Reluktanzen berücksichtigt werden. Damit sind von den relevanten Effekten nur Sättigung, Hysterese und Wirbelströme nicht erfasst.

Aus den Magnetkreisen nach Abbildung 4.8 folgen, wie in Anhang A.4 gezeigt, die relevanten Zeilen für den Stern zu

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{R_{m2} + R_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}} & \frac{-R_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}} \\ \frac{-R_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}} & \frac{R_{m1} + R_{m3}}{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

und für das Dreieck zu

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{12} + \Lambda_{31} & -\Lambda_{12} \\ -\Lambda_{12} & \Lambda_{12} + \Lambda_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} \quad (4.41)$$

mit den Reluktanzen R_m und Permeanzen Λ [20]. Mit den Windungszahlen N_1 und N_2 der Phasen und wegen $M_{21} = M_{12}$ gilt auch

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{L_{11}}{N_1 N_1} & \frac{M_{12}}{N_1 N_2} \\ \frac{M_{12}}{N_2 N_1} & \frac{L_{22}}{N_2 N_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

4.5.3. Vertikaler Versatz der Induktivitätskennlinien, Parameter

Über den Vergleich der Matrixelemente von (4.41) mit (4.42) folgen weitere Bedingungen für den vertikalen Versatz der Induktivitätskennlinien.

$$A_{12} + A_{31} = L_{11}/N_1^2 \quad (4.43)$$

$$-A_{12} = M_{12}/(N_1 N_2) \quad (4.44)$$

$$A_{12} + A_{23} = L_{22}/N_2^2 \quad (4.45)$$

Eine Permeanz Λ kann nicht negativ sein. Mit (4.44) in (4.43) oder (4.45) eingesetzt und der Bedingung $\Lambda > 0$ folgen die drei Ungleichungen

$$A_{31} = L_{11}/N_1 + M_{12}/N_2 > 0 \quad (4.46)$$

$$M_{12} < 0 \quad (4.47)$$

$$A_{23} = L_{22}/N_2 + M_{12}/N_1 > 0 \quad (4.48)$$

In den Induktivitätskennlinien (4.37) bis (4.39), bei harmonischen Formkennlinien und gleicher Windungszahl $N_1 = N_2$ der beiden Phasen, sind die Extremwerte, die der Null am nächsten kommen,

$$\min(L_{11} + M_{12}) = \bar{L} + \bar{M} - \sqrt{2}\hat{L} > 0 \quad (4.49)$$

$$\max(M_{12}) = \bar{M} + \hat{L} < 0 \quad (4.50)$$

$$\min(L_{22} + M_{12}) = \bar{L} + \bar{M} - \sqrt{2}\hat{L} > 0 \quad (4.51)$$

wobei $-\sqrt{2}$ das Minimum von $\sin + \cos$ ist. Es verbleiben zwei Ungleichungen für den vertikalen Versatz der Induktivitätskennlinien

$$\bar{M} < -\hat{L} \quad (4.52)$$

$$\bar{L} > \sqrt{2}\hat{L} - \bar{M} \quad (4.53)$$

Diese Ungleichungen werden mit neuen dimensionslosen positiven Parametern M^* und L^* zu Gleichungen ergänzt.

$$\bar{M} = -\hat{L} - \hat{L}M^* \quad (4.54)$$

$$\bar{L} = \sqrt{2}\hat{L} - \bar{M} + \hat{L}L^* \quad (4.55)$$

Aus den Induktivitätskennlinien (4.37), (4.38) und (4.39) werden mit den neuen Parametern

$$L_{11}(\alpha) = \hat{L} (1 + \sqrt{2} + M^* + L^* + \sin p\alpha) \quad \text{mit } 0 < L^* \quad (4.56)$$

$$M_{12}(\alpha) = M_{21}(\alpha) = \hat{L} (-1 - M^* - \cos p\alpha) \quad \text{mit } 0 < M^* \quad (4.57)$$

$$L_{22}(\alpha) = \hat{L} (1 + \sqrt{2} + M^* + L^* - \sin p\alpha) \quad (4.58)$$

Dabei ist die 1 wegen der Amplitude immer notwendig. Beide neuen Parameter sollten möglichst klein sein und können voneinander unabhängig gewählt werden. Wegen der zusätzlichen $\sqrt{2}$ und der Summe beider neuer Parameter ist für die Selbstinduktivität der vertikale Versatz groß und das Verhältnis von maximal zu minimal unvermeidlich nicht gut.

4.5.4. Energiewandlung pro Zyklus, Analyse

Der große vertikale Versatz in den Induktivitätskennlinien deutet darauf hin, dass viel ungenutzte magnetische Energie gespeichert wird. Dadurch wird die Leistungselektronik mit mehr Blindleistung belastet. Zusätzlich ist ein Energiefluss zwischen den Reluktanzen möglich, womit zusätzliche Eisenverluste verbunden sind.

In Abbildung 4.9 ist die Energiewandlung in der Φ - Θ -Ebene dargestellt. Betrachtet wird der Betriebspunkt der Reluktanzmaschine als Motor in positiver Bewegungsrichtung. Der Strom ist harmonisch nach Abbildung 4.7 **bi**.

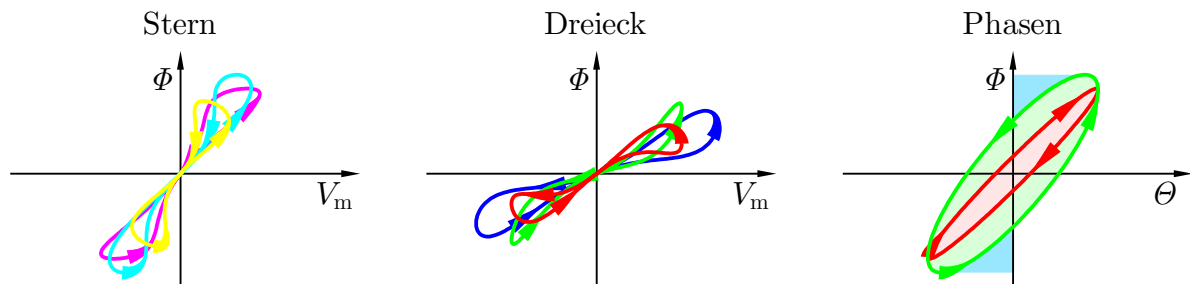


Abbildung 4.9.: Φ - V_m -Ebenen: Zustände an den Permeanzen von Stern und Dreieck.
 Φ - Θ -Ebene: rote Phase A (Generator) und grüne Phase B (Motor). [19]

Alle Permeanzen in beiden Magnetkreisen, Stern und Dreieck, wandeln elektrische Energie in mechanische Arbeit. Bei A.6 und A.7 im Anhang sind Überschneidungen erkennbar, die auf eine lokale Richtungsumkehr des Zyklus hindeuten. Im Mittel aber bleibt die Richtung der Wandlung bestehen. Ein Zyklus besteht aus zwei magnetischen Perioden.

Strom und Spannung sind rein harmonisch ohne Mittelwert. Ihr Phasenwinkel relativ zueinander bestimmt die elektrische Leistung. Diese kann sowohl positiv als auch negativ werden. Im Allgemeinen kommen beide Fälle an jeder Phase vor (siehe Abbildung 4.12). Die Leistung hat einen Mittelwert und ist als positiv in die Maschine hinein definiert. Da die Leistung von der Drehzahl abhängt, sind im Folgenden die konstanten Energien je Zyklus betrachtet.

Es gibt je Zyklus verschiedene Möglichkeiten, die Teilenergien (Integrale der Leistungen über verschiedene Zeiten) zu definieren. Das Integral der Leistungen jeweils von einem Nulldurchgang zum nächsten ist die Energie, die je Zyklus in die Reluktanzmaschine hinein- oder herausfließt. Abbildung 4.10 zeigt diese Energien abhängig von den Parametern L^* und M^* .

Die hellblaue Fläche außerhalb des Zyklus in Abbildung 4.9 ist magnetische Energie E_{mag} , die nur gespeichert und nicht gewandelt wird. Die drei Grenzlinien sind der Zyklus, die Ordinate und der maximale Fluss (siehe auch Abschnitt 2.3.7). Bei dem motorischen Zyklus der grünen Phase B ist E_{mag} negativ. Diese Energie geht zurück in die Phase. Bei dem generatorischen Zyklus der roten Phase A ist E_{mag} positiv. Diese Energie muss anfangs bereitgestellt werden, bevor elektrische Leistung generiert werden kann.

Die magnetische Energie innerhalb des Zyklus wird motorisch in mechanische Energie E_{mot} oder generatorisch in elektrische Energie E_{gen} gewandelt (jeweils positiv definiert). Sie ist der Betrag des Integrals der Leistung einer Phase über eine komplette Periode des Zyklus.

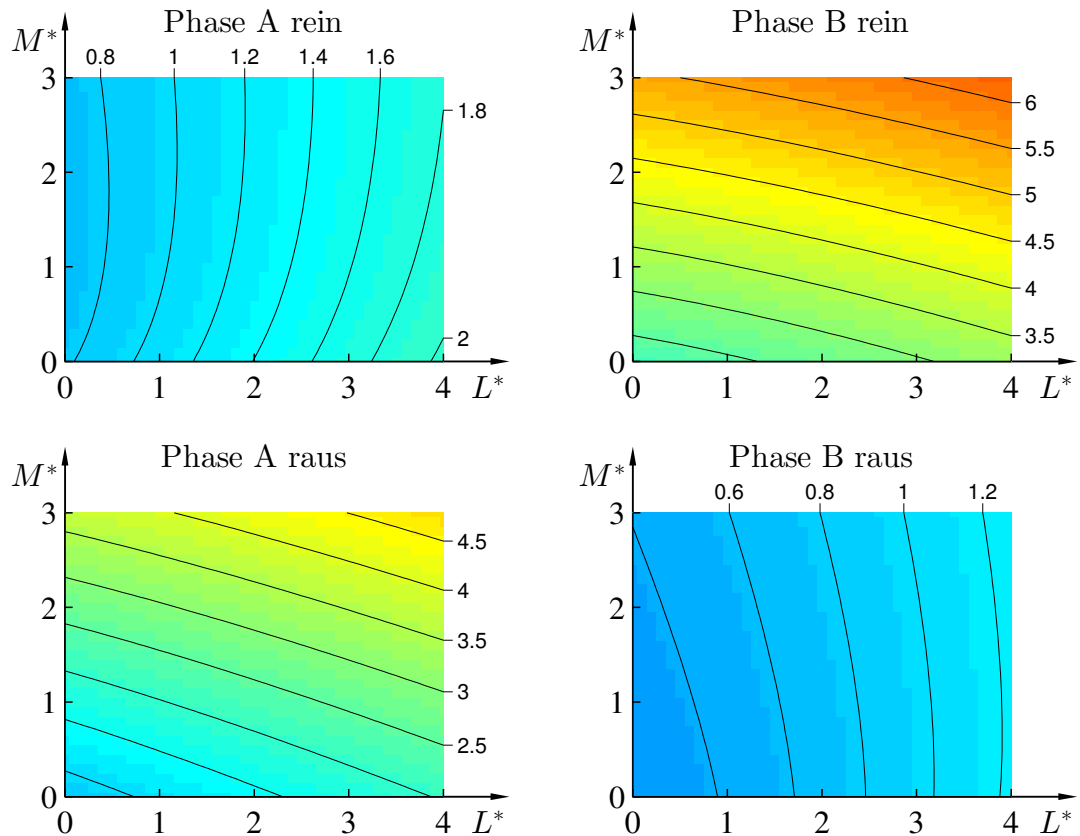


Abbildung 4.10.: Integrale der Leistungen in die Maschine hinein und heraus (Betrag)

Da aber die Permeanzen rein motorisch wandeln, könnte der Betrieb der roten Phase A auch nicht als Generator, sondern als Transformator interpretiert werden. Der transformatorische Zyklus speist sich komplett aus magnetischer Energie, die zuvor durch die grüne Phase B mit elektrischer Leistung eingebracht worden ist. Dieser Energiefluss ist auch in Abbildung 4.10 erkennbar: (oben rechts) in Phase B hinein und (unten links) aus Phase A heraus.

4.5.5. Vertikaler Versatz der Induktivitätskennlinien, Analyse

Die Kraft der kommutierten Maschine hängt nur von der Amplitude $\hat{f} = p\hat{L}$ der Formkennlinien und der Stromstärke r ab. Diese sind bei folgender Betrachtung konstant gehalten. Auch die Ströme der harmonischen Kommutierung sind immer gleich. Damit sind das Drehmoment und die Kupferverluste unabhängig von den Parametern L^* und M^* . Zum Einhalten dieser Parameter ändert sich aber der Bauraum.

Der Bauraum folgt aus einer Geometrie, die notwendig ist, um die benötigten Reluktanzkennlinien zu erzeugen. Er beeinflusst vor allem die Leistungsdichte und die Energieeffizienz, zwei wesentliche Größen zur Bewertung der Reluktanzmaschine. Da die Geometrie im Rahmen des umgekehrten Entwurfs noch nicht eingeschränkt ist, gibt es derart viele Möglichkeiten, dass es nicht möglich ist, einen exakten Zusammenhang anzugeben. In Abbildung 4.11 sind einige Größen dargestellt, mit denen eine abstrakte Bewertung möglich ist.

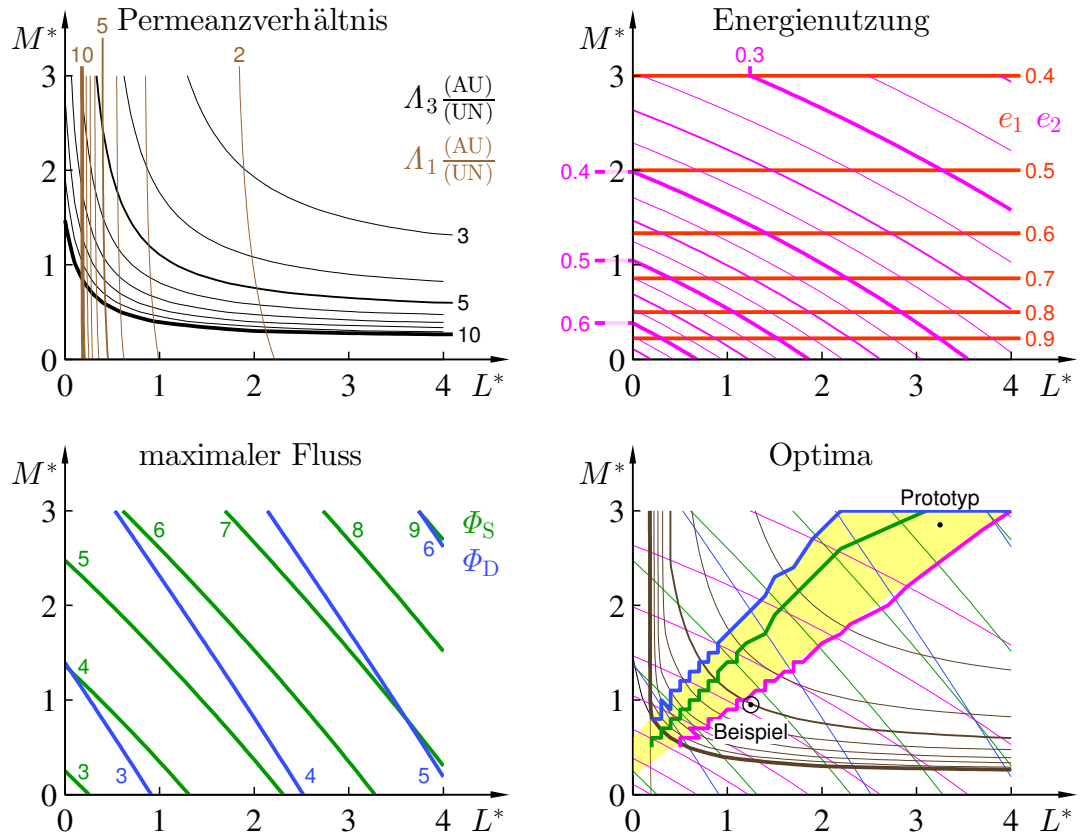


Abbildung 4.11.: Parameterstudie zum vertikalen Versatz der Induktivitätskennlinien

Das Permeanzverhältnis der AUSgerichteten zu den UNausgerichteten Permeanzen ist ein Kriterium, das im Englischen als *salience ratio* bezeichnet wird (Maximum zu Minimum der Permeanzen $\Lambda(\alpha)$, in Anhang A.4.4). Große Werte sind energieeffizient, aber kleine Verhältnisse sind technisch leichter realisierbar (z. B. mit größerem Luftspalt, Toleranzen). Bei ca. 10 gibt es eine obere Grenze des technisch Machbaren. Bei kleinen Parametern L^* und M^* nimmt das Verhältnis schnell zu. Daher müssen die Ungleichungen mit erkennbarem Abstand erfüllt sein. Dabei haben Λ_1 und Λ_2 geringere Anforderungen (braun), so dass das Verhältnis von Λ_3 dominiert (schwarz).

In Abbildung 4.10 ist die deutliche Abhängigkeit der hinein- und herausfließenden Energie vom Parameter M^* erkennbar. Im Sinne eines Transformators mit zwei gleichen Windungszahlen ist es ein reiner Verlustmechanismus.

Der Anteil e_1 der mittleren mechanischen Leistung zur mittleren elektrischen Leistung von Phase B beschreibt in Abbildung 4.11 waagerechte Linien (rot) und hängt nur vom Parameter M^* ab (Gegeninduktivität). Für $M^* > 0$ fließt mittlere elektrische Leistung über Phase A zurück in das elektrische System.

$$e_1 = \frac{E_{\text{mot}} - E_{\text{gen}}}{E_{\text{mot}}} \quad (4.59)$$

Der Parameter L^* beeinflusst vor allem die Energie E_{mag} (siehe Abschnitt 4.5.4), die fast immer vorhanden ist. Der Anteil e_2 der mechanischen Arbeit eines Zyklus zur Summe der

hineinfließenden Energien von beiden Phasen A und B wird als Referenz für die gesamte *Energienutzung* herangezogen (magenta).

$$e_2 = \frac{E_{\text{mot}} - E_{\text{gen}}}{E_{\text{rein}}^A + E_{\text{rein}}^B} = 1 - \frac{E_{\text{raus}}^A + E_{\text{raus}}^B}{E_{\text{rein}}^A + E_{\text{rein}}^B} \quad (4.60)$$

Die Energienutzung beeinflusst nur die Spannungen (Betriebsspannung, Spannungsfestigkeit) und die Blindenergie (Zwischenkreiskapazität). Der Strom ist weiterhin immer gleich.

Der benötigte Eisenquerschnitt hängt vom maximalen Fluss ab. Die Summe der maximalen Flüsse ist somit ein Referenzwert für den benötigten Bauraum. Die Eisenlänge bleibt konstant, solange die Spule gleich bleibt. Für die Stern- oder Dreiecksanordnung folgen

$$\Phi_{S(\text{tern})} = 2 \max(\max \Phi_1, \max \Phi_2) + \max \Phi_3 \quad (4.61)$$

$$\Phi_{D(\text{reieck})} = \max \Phi_{12} + 2 \max(\max \Phi_{23}, \max \Phi_{31}) \quad (4.62)$$

Dabei wird zwei mal der Maximalwert der äußeren Permeanzen genutzt, da diese symmetrisch sind. Unterschiede im betrachteten Fall hängen nur vom Betrieb als Motor oder Generator ab. Allgemein soll die Maschine aber beides können, wobei sich dann die Werte von Φ_1 und Φ_2 vertauschen.

Nach Abbildung 4.11 nimmt der magnetische Fluss mit dem vertikalen Versatz der Induktivitätskennlinien zu. Ein größerer Fluss benötigt mehr Eisen, da die Flussdichte durch Sättigung begrenzt wird. Mehr Eisen bedingt höhere Eisenverluste, größeren Bauraum und eine höhere Masse. Kleine Werte sind daher anzustreben. Mehr Fluss führt auch zu mehr Spannung, was aber bereits in der Energienutzung berücksichtigt ist.

Die Energienutzung und der maximale Fluss, jeweils bei minimalem Permeanzverhältnis, liefern Optima (Tangenten der Kennfelder). Je nach Gewichtung der Kriterien liegen Werte der optimalen Parameter L^* und M^* im gelben Bereich.

Die Zyklen und Permeanzkennlinien in diesem Kapitel gelten für das Beispiel unten rechts in Abbildung 4.11 mit einem schwarzen Kreis beim Permeanzverhältnis von 5: $L^* = 1,25$ und $M^* = 0,95$. Da dieses Design bereits sehr kleine Luftspalte benötigt, sind für den (bestellten) Prototyp $L^* = 3,25$ und $M^* = 2,85$ vorgesehen.

4.5.6. Permeanzen und elektrische Leistung

Die Permeanzen sind die Zielgröße beim Finden einer Eisengeometrie. Die konkreten Permeanzen für das Beispiel mit harmonischen Formkennlinien sind in Abbildung 4.12 dargestellt. Sie berechnen sich direkt aus den Gleichungen des Magnetkreises und den beispielhaft gewählten Induktivitäten. Die Gleichungen sind in Anhang A.4.4.

Die elektrische Leistung ist eine Anforderung für die Leistungselektronik. Für eine äußere Kraft $F = -\frac{1}{2}\hat{f}r^2$ nach (4.35) muss $p\alpha - 2\kappa = 2\pi n$ gelten. Dabei ist n eine beliebige ganze Zahl. Mit diesem Winkel κ eingesetzt in (4.17) folgen für den Zustandsvektor \mathbf{i} die beiden möglichen Lösungen für $n = 0$ oder $n = 1$ zu

$$\mathbf{i} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{1}{2}p\alpha - \pi n\right) \\ \sin\left(\frac{1}{2}p\alpha - \pi n\right) \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

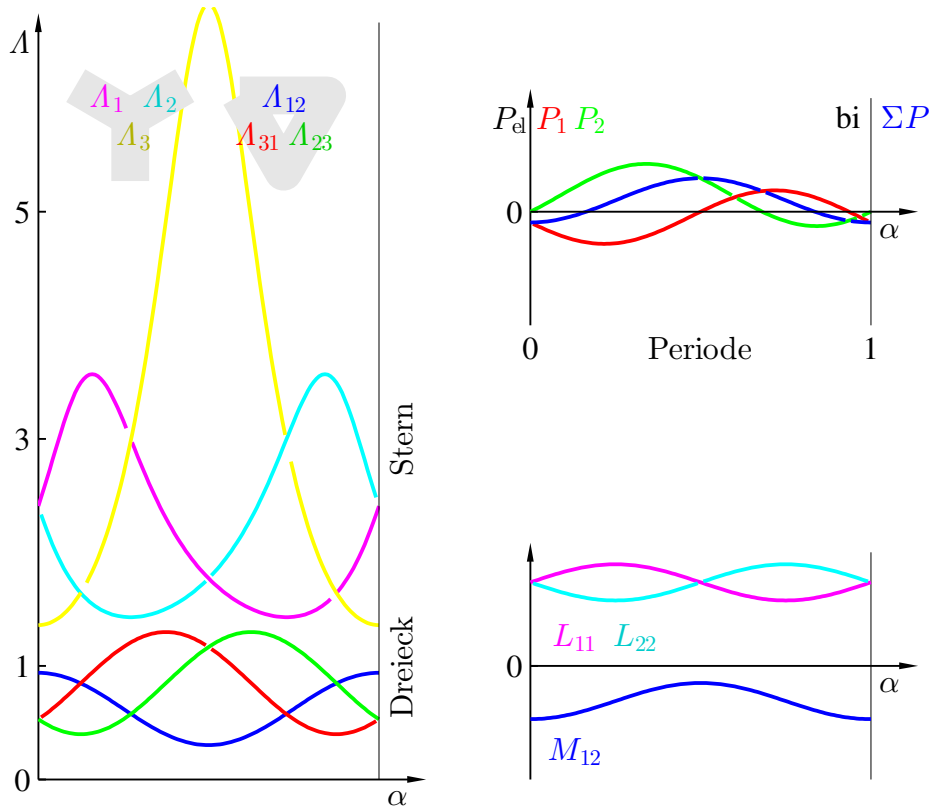


Abbildung 4.12.: Permeanzkennlinien für Beispiel nach Abbildung 4.11 [19] und Leistungen der roten Phase A und grünen Phase B (oben rechts)

und die dazugehörigen Spannungen nach (4.2) mit $R = 0$, (4.1) und (4.56) bis (4.58) sind

$$\mathbf{u} = \frac{1}{2} \hat{L} p r \omega \cdot \begin{pmatrix} (-1 - \sqrt{2} - M^* - L^*) \sin\left(\frac{1}{2} p \alpha - \pi n\right) - M^* \cos\left(\frac{1}{2} p \alpha - \pi n\right) \\ (2 + M^*) \sin\left(\frac{1}{2} p \alpha - \pi n\right) + (1 + \sqrt{2} + M^* + L^*) \cos\left(\frac{1}{2} p \alpha - \pi n\right) \end{pmatrix} \quad (4.64)$$

mit der Winkelgeschwindigkeit ω . Die Frequenz der Kommutierung ist nur halb so groß wie die Frequenz der p Perioden je 2π . Bei der elektrischen Gesamtleistung $\sum P = P_1 + P_2 = \mathbf{u}^T \mathbf{i}$ heben sich die Terme mit Selbstinduktivitäten gegenseitig auf.

$$\sum P = \frac{1}{2} \hat{L} p r^2 \omega \cdot (1 - (1 + M^*) \cos p \alpha) \quad (4.65)$$

Die hohen Selbstinduktivitäten belasten also nicht die Zwischenkreiskapazität, da diese Leistung aus einer Phase direkt in die andere Phase fließt, in Summe also verschwindet. Nur die Gegeninduktivität trägt zu einer schwingenden elektrischen Gesamtleistung bei. Die mechanische Leistung (positiv in die Maschine hinein definiert) ist dem Gleichanteil der elektrischen Gesamtleistung entgegengesetzt.

$$P_{\text{mech}} = F \omega = -\frac{1}{2} \hat{L} p r^2 \omega \quad (4.66)$$

Dabei ist $F < 0$ (Motorbetrieb) und $\hat{L} p = \hat{f}$.

4.6. Bauformen und Vergleich mit ähnlichen Maschinen

Abschließend werden nun einige Bauformen gezeigt, um die Machbarkeit von Permeanzkennlinien zu überprüfen. Dafür ist zunächst eine Kennlinienformung notwendig. Die Radialflussmaschine hat Ähnlichkeit mit bekannten Maschinen, nutzt aber die besonderen Zahnformen der Kennlinienformung. Für die Transversalflussmaschine sind keine Referenzen bekannt. Der experimentelle Prototyp bestätigt die theoretischen Ergebnisse.

4.6.1. 2D-Kennlinienformung und lineare Bewegung

Eine detaillierte Kennlinienformung erfolgt im Rahmen dieser Arbeit nicht. Aber für einen Prototyp wird eine funktionsfähige Geometrie benötigt. Daher erfolgte eine manuelle Anpassung im Rahmen weniger Geometrieparameter. Die Zahnkontur am Luftspalt wird über nur vier Punkte beschrieben. Um die Machbarkeit sicherzustellen, wird mit großem vertikalen Versatz in den Induktivitätskennlinien gearbeitet (Prototyp in Abbildung 4.11). Das größere Permeanzverhältnis soll Λ_3 haben, da eine symmetrische Kennlinie besser auf maximales Verhältnis optimiert werden kann. Die beiden anderen Reluktanzen verlieren Verhältnis, wenn diese mit Asymmetrie ausgestattet werden.

Der 2D-Versuch in Abbildung 4.13 zeigt mehrere Reluktanzkennlinien mit FEM bei unterschiedlicher Sättigung berechnet. Vor allem deutliche Extrema sind schwierig zu erzeugen. Durch Streuflüsse werden Extrema breiter als benötigt (blau). Die lokale Sättigung kann

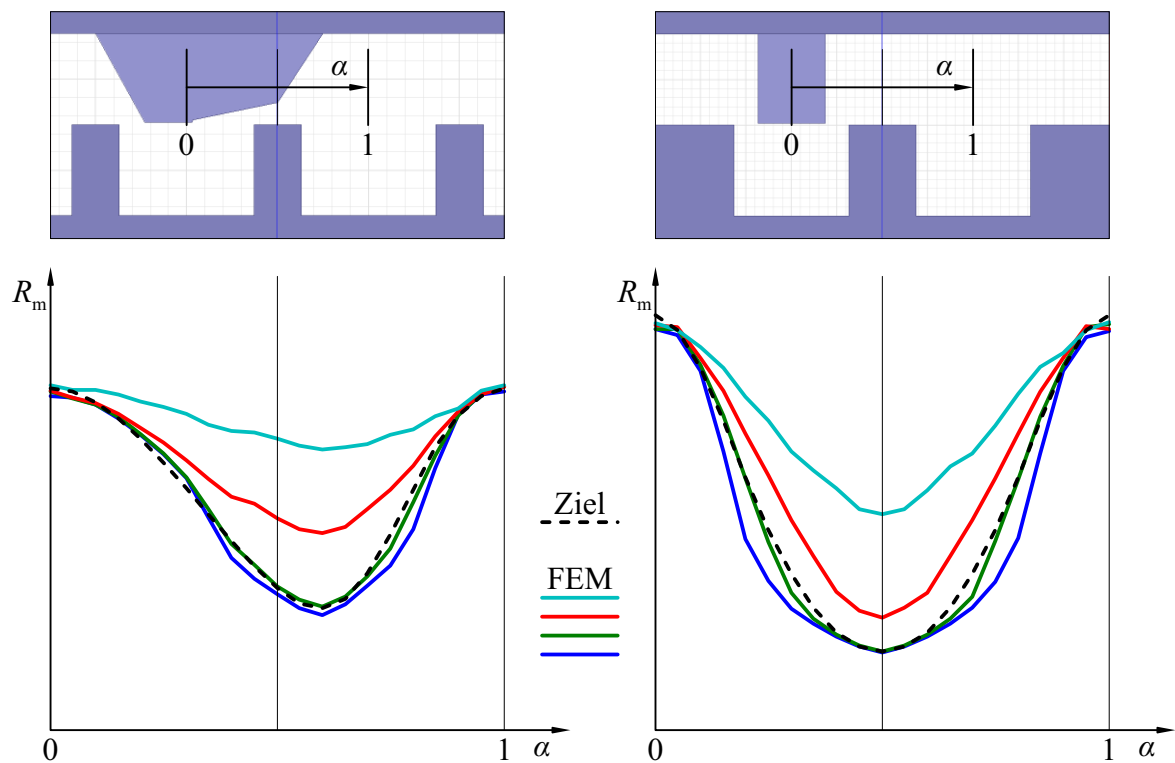


Abbildung 4.13.: Kennlinienformung: manueller 2D-Versuch. $1/A_1$ (links) und $1/A_3$ (rechts). Die Position α relativ von 0 bis 1 gilt nur in diesem Bild.

deutliche Formveränderungen hervorrufen, tritt aber nur bei ausgeprägten Ecken auf (blau und grün). Die Änderung der Amplituden bei Sättigung selbst ist kein Problem, sofern dabei die benötigte Form eingehalten wird (rot und cyan). Kleine Amplituden spiegeln nur den Sachverhalt wider, dass der Drehmomentgewinn mit steigender Sättigung ab einem gewissen Punkt weniger wird.

4.6.2. Radialflussmaschine

Der Übergang von Translation zu Rotation ist kein Problem. Radialflussmaschinen haben die Vorteile einer einfachen Konstruktion des Eisenkreises und (in Näherung) nur zweidimensionalen Auslegung. Daher sind sie sehr verbreitet. Die radiale Bauform in Abbildung 4.14 ist radial symmetrisch mit zwei periodischen Grundeinheiten. Dadurch kompensieren sich die radialen Kräfte und die Lager werden entlastet. Bei dieser Bauform nutzen alle Reluktanzen die gleichen Rotorzähne, was die Geometriemöglichkeiten einschränkt. Diese Form ist nicht optimiert, sondern geraten.

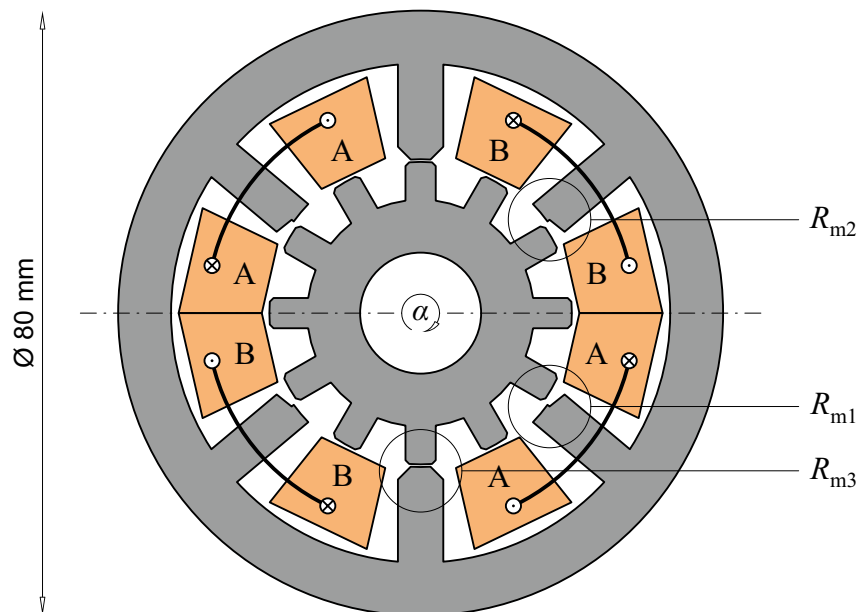


Abbildung 4.14.: Radialflussmaschine mit geformten Zähnen

Die vier Drehmomentkennlinien in Abbildung 4.15 sind nicht ideal, aber ausreichend. Da immer alle drei Reluktanzen am Drehmoment beteiligt sind, ist es schwierig, aus den Drehmomentkennlinien direkt auf notwendige Geometrieänderungen zu schließen. Deshalb werden für manuell vorgegebene Geometrien zusätzlich zu den Drehmomentkennlinien auch die Reluktanzkennlinien berechnet. Die Darstellung hier erfolgt als Permeanzkennlinien wegen der Nähe zur Induktivität und weil bei Sättigung dann kleinere Werte auftreten, die den Bildbereich nicht verlassen.

Mit Sättigung nehmen Streuflüsse so stark zu, dass die Permeanzen mit einfachen Mitteln kaum mehr bestimmbar werden. Die Integration der Flussdichte über eine Fläche in FEM ist hier unzureichend, da Anteile des Flusses die Spulenwicklungen durchdringen. Die Permeanzen

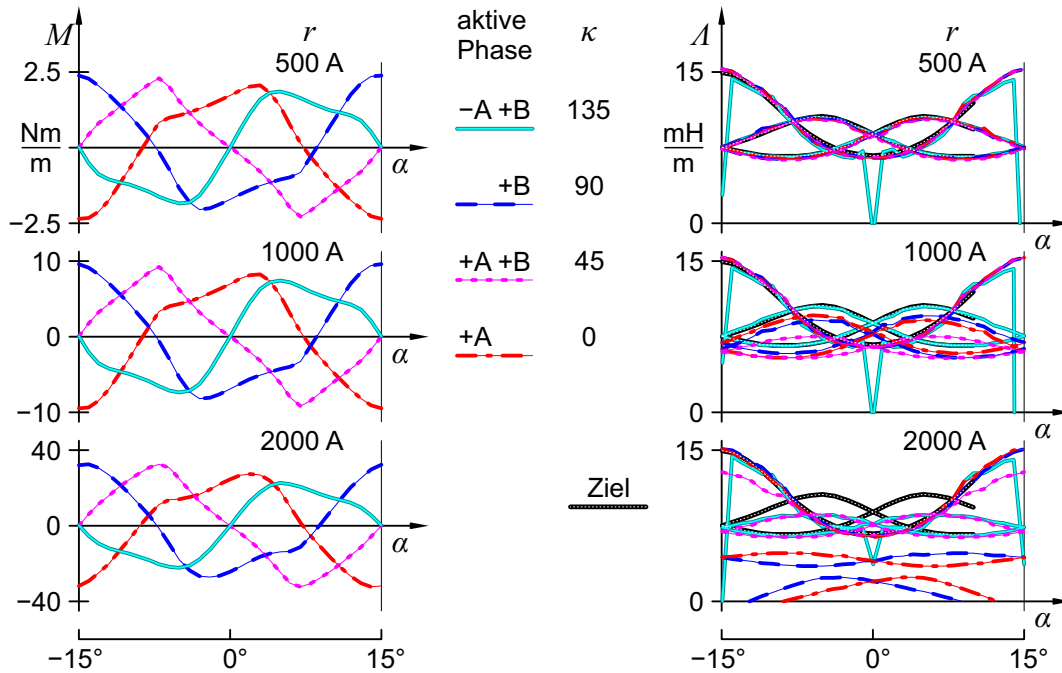


Abbildung 4.15.: Kennlinien der Radialflussmaschine, $M \sim -F$

weichen daher nicht nur durch Sättigung ab, sondern auch durch falsch gewählte Integrationsflächen, also Berechnungsfehler. Die Spitzen in der Mitte und am Rand in Abbildung 4.15 sind numerische Fehler bei der Division von null durch null.

Die Magnetfeldformen bei fortschreitender Kommutierung (Winkel κ aus Abbildung 4.15) sind in Abbildung 4.16 gezeigt. Der Rotor befindet sich in der stabilen Position zu der entsprechenden Kraftwirkung. Die Feldform ist derart komplex, dass Kraftwirkungen nicht mehr direkt aus dem Feld erkennbar sind.

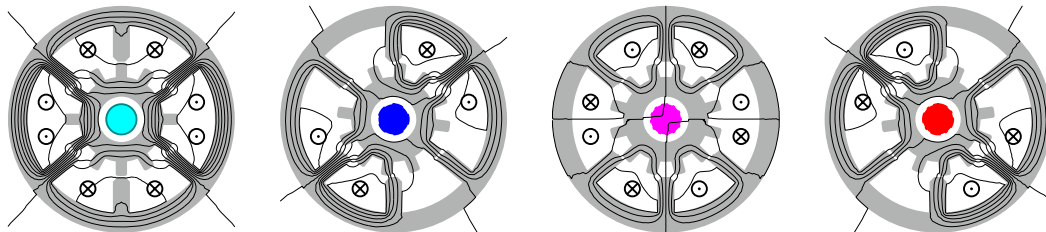


Abbildung 4.16.: Magnetfelder der Radialflussmaschine

Diese Radialflussmaschine nutzt den gleichen Magnetkreis wie der E-Kern-SRM [38], bei dem jedoch die Gegeninduktivität durch einen breiteren Zahn gezielt verringert ist, weshalb weiterhin asymmetrische Zähne für die Richtungsvorgabe genutzt werden. Kennlinien, wie sie der E-Kern-SRM vermutlich haben könnte, sind in Abbildung A.11 im Anhang gezeigt.

Auch ist der Magnetkreis identisch mit dem einer MCSRM mit konzentrierten Windungen, die ebenfalls zwei periodische Grundeinheiten für die Symmetrie nutzt. Auf die dritte Phase könnte man dort verzichten (abhängig von den Kennlinien), wozu aber keine Publikation bekannt ist. Es wurde sogar die Aufteilung der Spulenstränge in noch mehr Phasen vorgeschlagen [46].

Diese beiden Referenzen zeigen deutlich, wie wichtig die Permeanzkennlinien sind. Eine Maschine mit unzureichenden Kennlinien kann nicht an jeder Position eine ausreichende Kraft in beide Richtungen erzeugen. Beispiele für weitere üblich geformte, aber auch ungeeignete Kennlinien befinden sich in Anhang A.5.

4.6.3. Streuflüsse im 2D-3D-Vergleich

Für eine schnell rechnende Auslegung ist die dritte Raumdimension bei der Formung nicht berücksichtigt. Streuflüsse breiten sich aber auch in dieser Raumdimension aus. Zum Vergleich der Abweichungen zwischen 2D- und 3D-FEM sind in Abbildung 4.17 die Drehmoment- und Reluktanzkennlinien der Radialflussmaschine abgebildet. Die verschiedenen Farben stehen für verschiedene Winkel κ (Abschnitt 4.2) beim Drehmoment M oder die drei Reluktanzen R_m des Stern-Magnetkreises (Abschnitt 4.5.2). Wegen Symmetrie ist nur eine halbe magnetische Periode dargestellt.

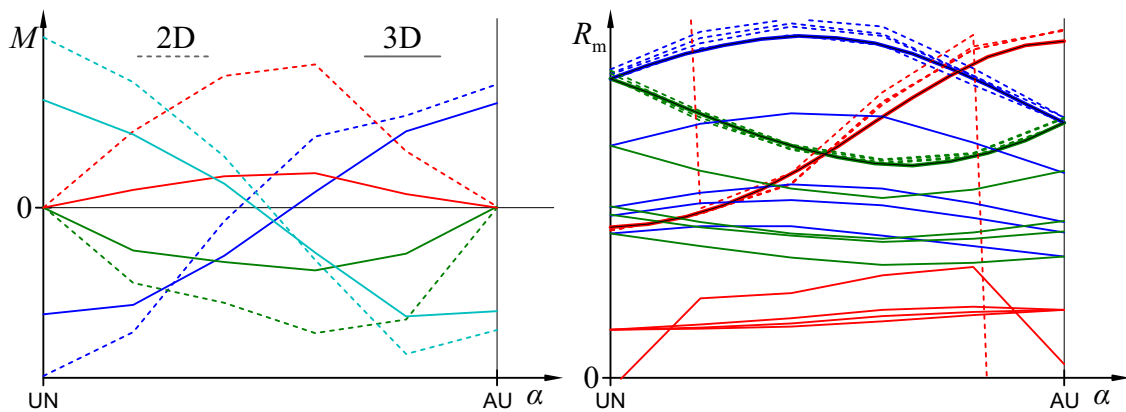


Abbildung 4.17.: Vergleich der Radialflussmaschine mit 2D- und 3D-FEM

Für die FE-Simulation wurde die Maschine mit handlichen 80 mm Durchmesser und nur 10 mm Tiefe für eine geringe Leistung angesetzt. Während die Zielkennlinien (schwarz) in 2D gut erreichbar sind, entstehen an den Enden derart große Streuflüsse, dass in 3D eine deutliche Verschlechterung eintritt. Der Streufluss ist ähnlich groß wie der maximale Nutzfluss (ausgerichtet).

Das Verhältnis von Streufluss zu Nutzfluss ist ein allgemeines Problem von 2D-Maschinendesigns. Bei stabförmigen Maschinen ist es besser als bei scheibenförmigen Maschinen. Dieser Streufluss ist ein selten genannter Grund, warum die zylinderförmige Maschine mit dominierender Länge deutlich verbreiteter ist. Bei der Transversalflussmaschine könnten die Streuflüsse geringer sein, weil die dritte Raumrichtung beim Entwurf berücksichtigt wird.

Die Wickelköpfe werden häufiger als Grund für zylinderförmige Maschinen genannt. Doch minimale Kupferverluste würden für die Scheibenform sprechen. Wickelköpfe sind relativ. Wird dieselbe Spule von einer anderen Seite betrachtet, dann können andere Kanten zum Wickelkopf werden. Die allgemeine Überlegung hierzu spricht im nächsten Abschnitt ebenfalls für die Transversalflussmaschine.

4.6.4. Transversalflussmaschine, allgemein

Bei einer Transversalflussmaschine kann jeder Statorzahn seine eigenen Rotorzähne haben, denn der magnetische Fluss und die mechanische Bewegung erfolgen in verschiedenen, zueinander orthogonalen Ebenen. Somit können die Permeanzen voneinander unabhängig in eigene Zahngeometrien überführt werden. Für den Magnetkreis genügt eine einzige Grundeinheit, da radiale Kräfte auch über Periodizität entlang der Bewegungsrichtung kompensiert werden können. Einziger Nachteil ist die Blechung des Eisens.

Sowohl Widerstand als auch Reluktanz benötigen maximalen Querschnitt und minimale Länge, um eine effiziente Maschine zu erhalten. Was für den einen die Länge, ist für den anderen der Umfang. Der Kreis hat die maximale Fläche bei minimalem Umfang. Danach wären Geometrien wie in Abbildung 4.18 die effizientesten für ein Optimum, das sowohl Kupfer- als auch Eisenverluste minimiert. Diese Struktur ist inhärent dreidimensional, wodurch die Konstruktion des Eisenkreises und die Auslegung aufwendiger sind.

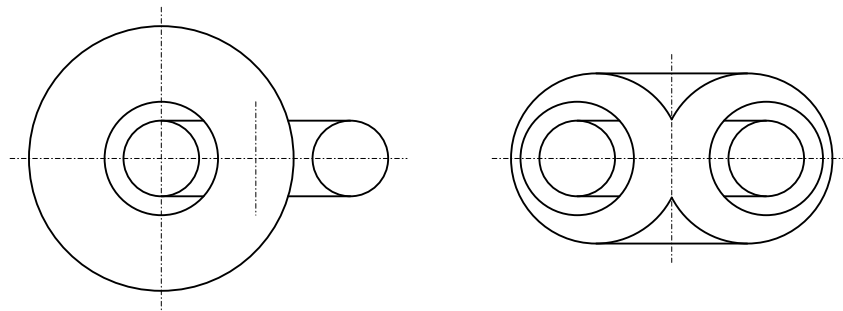


Abbildung 4.18.: Effiziente Verkettung zweier Leitungsvolumina

Auch die Materialausnutzung ist entscheidend. Für die gesamte Energieeffizienz müssen aber neben den üblichen Verlusten (Kupfer, Wirbelströme, Hysterese, Reibung, Leistungselektronik) auch die Herstellungsenergie, Recyclingenergie und Verlust nicht recyclebarer Anteile, Transportenergie, Bereitstellung der elektrischen Energie beim Betrieb, abzüglich z. B. nützlicher Abwärme-Heizleistung, oder auch Wartungsenergie berücksichtigt werden. Das Ergebnis von Vergleichen lässt sich fast beliebig manipulieren, indem nur einige Anteile berücksichtigt werden. Ein Effizienzvergleich ist somit im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich.

Die Anzahl p der Perioden je Umdrehung beeinflusst die Anzahl der Zähne. Bei zu vielen Zähnen entsteht durch tangentiale Streuflüsse (Umlaufrichtung) ein zu kleines (schlechtes) Permeanzverhältnis. Bei zu wenigen Zähnen ist die größere tangentiale Distanz verschenkter Bauraum und die axialen oder radialen Streuflüsse dominieren. Vereinfachend kann man sagen, dass die Permeanzen, über denen sich ungewollte Streuflüsse ausbilden, in allen Raumrichtungen ähnlich klein sein sollten.

Für große p können nur höhere Moden zu Schwingungen angeregt werden. Da die mechanischen Perioden bei einer Transversalflussmaschine unabhängig von den elektrischen Phasen sind, steigt damit die Anzahl der Spulen nicht. Es lässt sich also mit geringerem konstruktivem Aufwand der Spulen eine gleichmäßigere Kraftverteilung erzeugen, die weniger Schwingungen anregt.

4.6.5. Transversalflussmaschine, speziell

Ausgehend vom Stern-Magnetkreis folgen ein E-förmiger Stator (äußere Knoten 1, 2 und 3) und einfacher Rotor (innerer Knoten 0) wie in Abbildung 4.19. Jede Permeanz bildet dann eine Scheibe, unabhängig von den anderen. Entlang dem Umfang um diese Scheiben muss sich die Permeanz (z. B. durch Zahnstrukturen) verändern, um die geforderten Permeanzkennlinien umzusetzen.

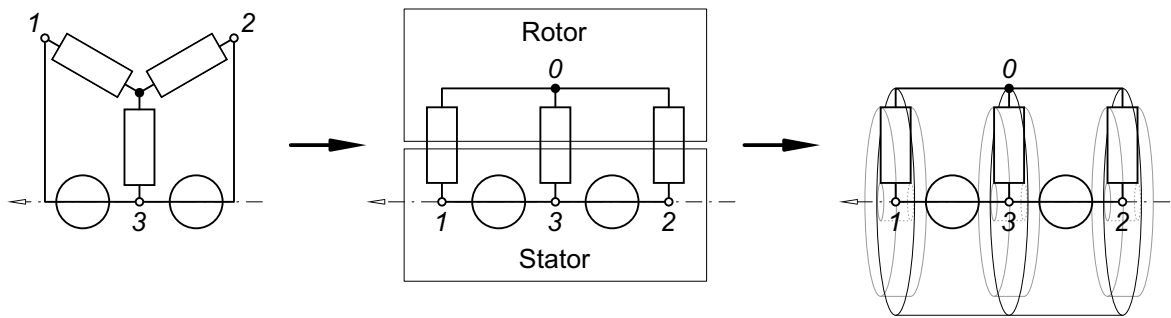


Abbildung 4.19.: Übergang von Stern auf E und Rotation entlang der Bewegungsrichtung

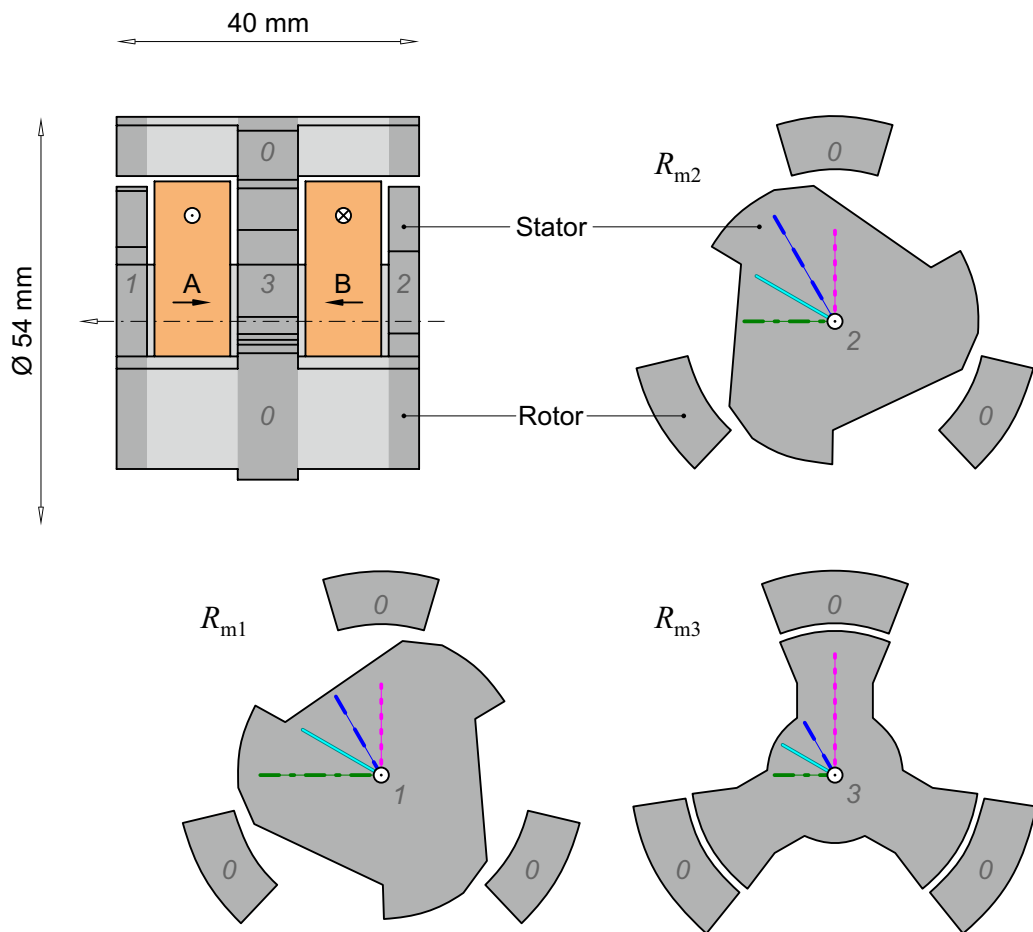


Abbildung 4.20.: Zahnformen der Scheiben zum Erzeugen der Permeanzen (Prototyp)

Für geringere Schaltfrequenzen wurden wenige Perioden bevorzugt. Abbildung 4.20 zeigt die Geometrie mit drei Perioden je Umdrehung. Diverse mögliche Rotoren für eine Transversalflussmaschine sind in Abbildung 4.21 dargestellt. Neben dem inneren Stator, der aus Abbildung 4.19 folgt, sind drei äußere Rotoren, geordnet nach zunehmendem Streufluss. Der Rotor Ro1 ist magnetisch ausreichend. Die beiden anderen verbinden die einzelnen Zähne nur mechanisch, um einen monolithischen Rotor zu erhalten.

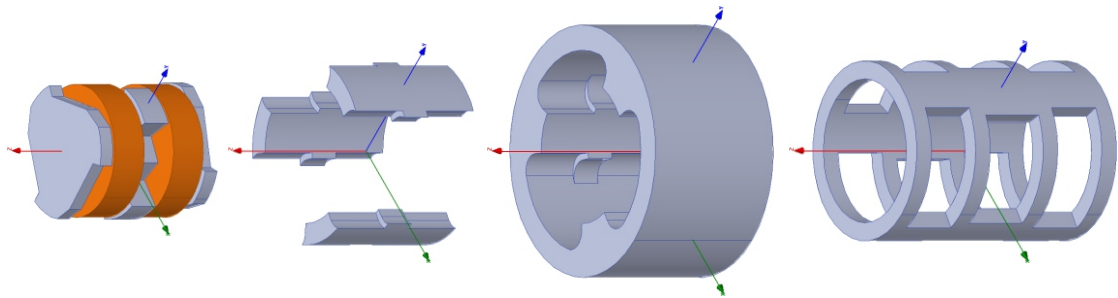


Abbildung 4.21.: Transversalflussmaschine konstruktiv: Stator; Rotoren Ro1, Ro2 und Ro3

Alternative Konstruktion Ro3: Anstatt über einen Zahn magnetischen Fluss zu konzentrieren, kann auch ein Loch genutzt werden, um magnetischen Fluss zu vermeiden. Der Vorteil: Löcher in einer Ebene benötigen weniger radialen Bauraum. Der Nachteil: Mehr Streufluss am nahen Lochrand benötigt mehr axialen Bauraum.

Die geringen Unterschiede in den Kennlinien zwischen den Rotorformen sind in Abbildung 4.22 angedeutet. Jeder Zustandsvektor des Stromes liefert je eine Kennlinie für das Moment und die drei Reluktanzen.

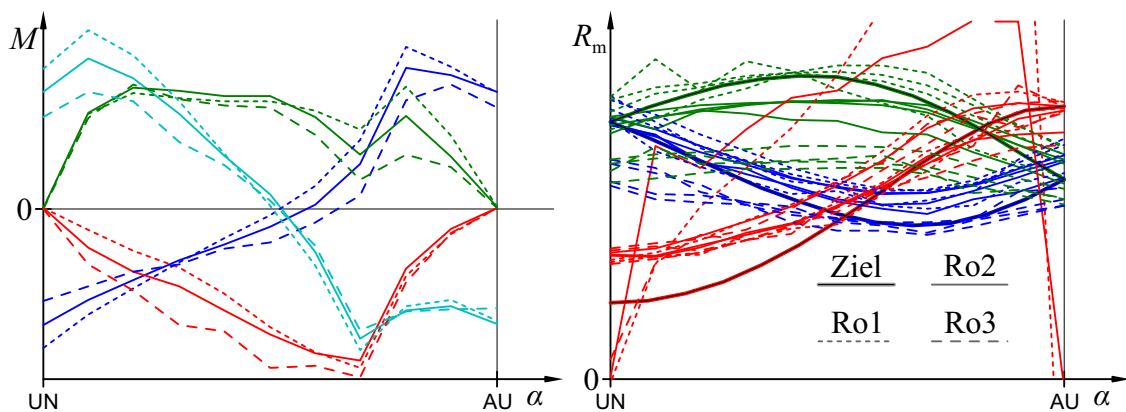


Abbildung 4.22.: Vergleich Transversalflussmaschinen mit Rotoren Ro1, Ro2 und Ro3

Die vier Drehmomentkennlinien und die Permeanzkennlinien für den Prototyp mit Rotor Ro2 sind in Abbildung 4.23 gezeichnet. Die wesentliche Form der Kennlinien wird wie bei der Radialflussmaschine ebenfalls erfüllt. Nur eine der Kennlinien sättigt wegen kürzerer Flusspfade erst später. Allgemein fällt auch auf, dass die Transversalflussmaschine entweder weniger störende Streuflüsse hat oder die genauere Integrationsfläche der kreisrunden Spulenform zu weniger Berechnungsfehlern führt. Die Permeanzkennlinien bei Sättigung weichen nicht so stark vom Ziel ab wie jene bei der Radialflussmaschine.

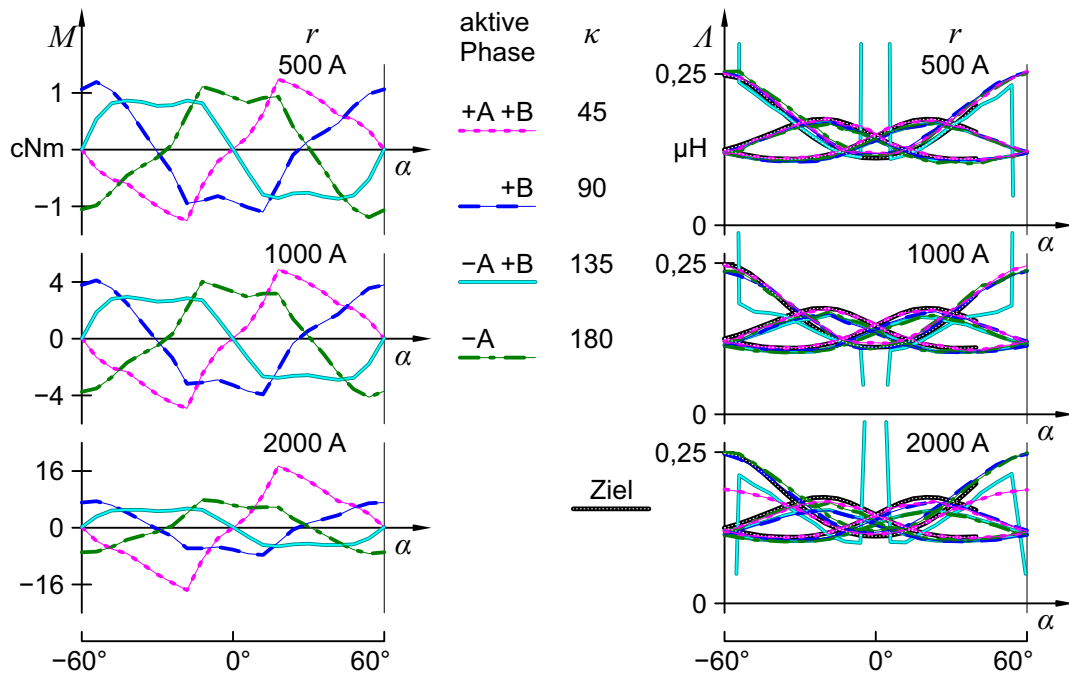


Abbildung 4.23.: Kennlinien der Transversalflussmaschine (Prototyp), $M \sim -F$

Die Magnetfeldformen bei fortschreitender Kommutierung (Winkel κ aus Abbildung 4.23) sind in Abbildung 4.24 skizziert. Die Ansichten zeigen eine Schnittebene aus Abbildung 4.20, die sich mit einem Rotorzahn mitdreht. Die Flusslinien sind basierend auf den berechneten Flussdichten (Farbe) skizziert.

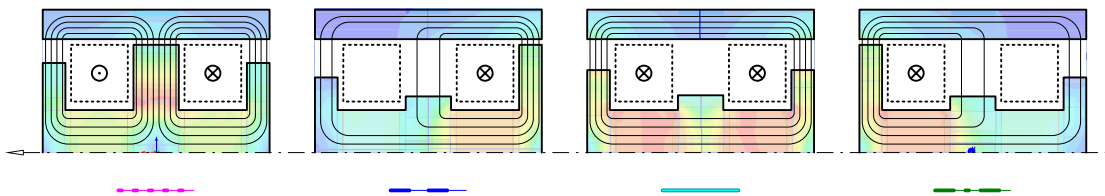


Abbildung 4.24.: Magnetfelder der Transversalflussmaschine (Prototyp)

4.6.6. Transversalflussmaschine, experimenteller Prototyp

Der Prototyp wurde erfolgreich im Experiment als Motor betrieben. Abbildung 4.25 zeigt den Experimental Aufbau in vereinfachter Darstellung. Die mittige Hardware und diverse Softwarekomponenten sind doppelt ausgeführt, je für eine der beiden Phasen.

Die Steuerung wird über einen PC programmiert. Das Programm beinhaltet eine Sollwertzeugung von harmonischen Formen mit der konstanten Amplitude r und dem veränderlichen Argument κ für die beiden Phasen A und B der Reluktanzmaschine. Der Winkel κ steuert die Position der Ruhelagen des Rotors im Magnetfeld. Die Regeldifferenz vergleicht den Sollstromvektor mit dem Iststromvektor, den zwei Sensoren *LTS 15-NP* messen. Basierend auf der kontinuierlichen Regeldifferenz wählt ein *Drei-Punkt-Regler* mit Hysterese einen von

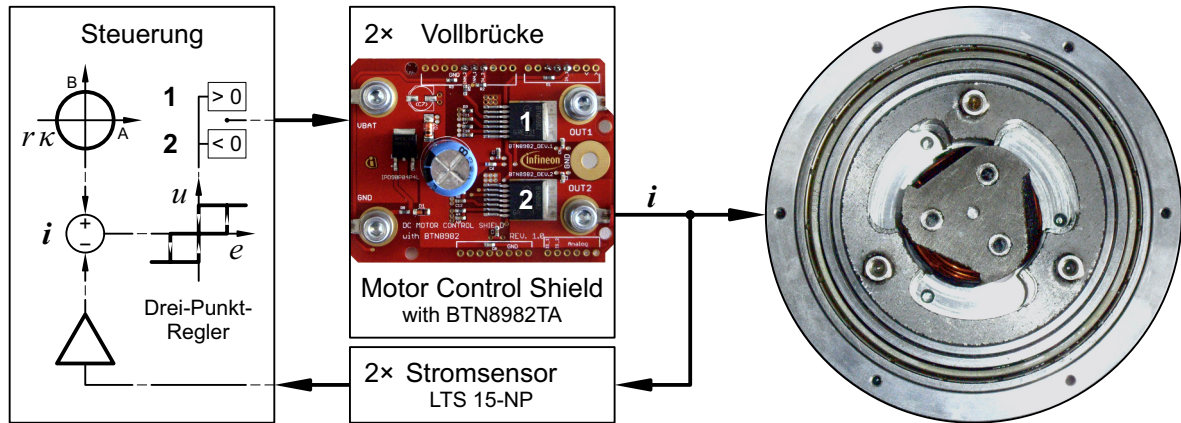


Abbildung 4.25.: Experimentalaufbau: Steuer-, Leistungselektronik und Prototyp

drei möglichen Spannungswerten aus, so dass entweder eine positive, eine negative oder keine Betriebsspannung an der jeweiligen Phase anliegen soll. Eine Logik berechnet daraus die Steuersignale **1** und **2** für die beiden *BTN8982TA* einer Vollbrücke auf dem *Motor Control Shield*, das jeweils den gewählten Spannungswert einstellt. Dadurch wird der elektromagnetische Zustand geregelt. Der Rotor schwingt dann im Magnetfeld und folgt seiner bewegten Ruhelage. Die Position α wird also nur gesteuert.

Bei gesteuerter Position überlagert sich zur Bewegung der Ruhelage des Rotors auch eine Störschwingung. Durch Drehmomentwelligkeit (ca. 50 %) wird diese Störschwingung zusätzlich angeregt. Bei zu großer Amplitude wird die Bewegung kurzzeitig instabil, was im Experiment zum Stillstand führte. Dieses Problem ist von Schrittmotoren bekannt und kann durch eine Positionsregelung vermieden werden.

Zum Vergleich der theoretischen Aussagen mit dem experimentellen Prototyp wurden die Kräfte und Momente zwischen Rotor und Stator gemessen. Die Messanordnung und die gemessenen Kraft- und Momentkomponenten sind in Anhang A.6 dargestellt. Abbildung 4.26 zeigt, an allen Positionen α des Rotors und bei allen Winkeln κ des Zustandsvektors \mathbf{i} (Strom), die Kraftkoeffizienten, die unabhängig vom Betrag r des Zustandsvektors sind, solange noch keine Sättigung einsetzt. Die Amplitude der analytischen Lösung aus (4.35) und (4.36) mit (4.22) ist $\hat{f} = p\hat{L} = 0.559 \text{ mN} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2}$, wobei die Amplitude der Induktivitäten \hat{L} gemittelt aus den Permeanzkennlinien von Abbildung 4.23 folgt, die mittels FEM berechnet sind. Die beiden anderen Kraftkoeffizienten beziehen jeweils das mit FEM berechnete oder das gemessene aktorische Drehmoment auf die nicht sättigende Sättigungskennlinie $s(r) = \frac{1}{2}r^2$.

Bezogen auf die analytische Amplitude \hat{f} liegt die Standardabweichung der Differenz zwischen Analytisch und FEM bei 20 %, zwischen Analytisch und der Messung bei 28 % und zwischen FEM und der Messung bei 17 %. Der Mittelwert der Messung weicht um nur 2 % ab. Da je bei nur einem einzigen Betrag r gemessen (5 A) bzw. berechnet (10 A) wurde, kann der geringe Fehler im Mittelwert auch zufällig sein. Die beiden Maxima und Minima, wo der Kraftkoeffizient nach FEM über oder unter der analytischen Amplitude \hat{f} liegt, sind auch in der Messung nachweisbar. Weitere Abweichungen in der Messung entstehen durch eine fehlerhafte Ausrichtung zwischen Rotor und Stator, systematische Messfehler (komplette Spalten im Bild können einen gemeinsamen Versatz aufweisen) sowie Geometrie- und Materialschwankungen.

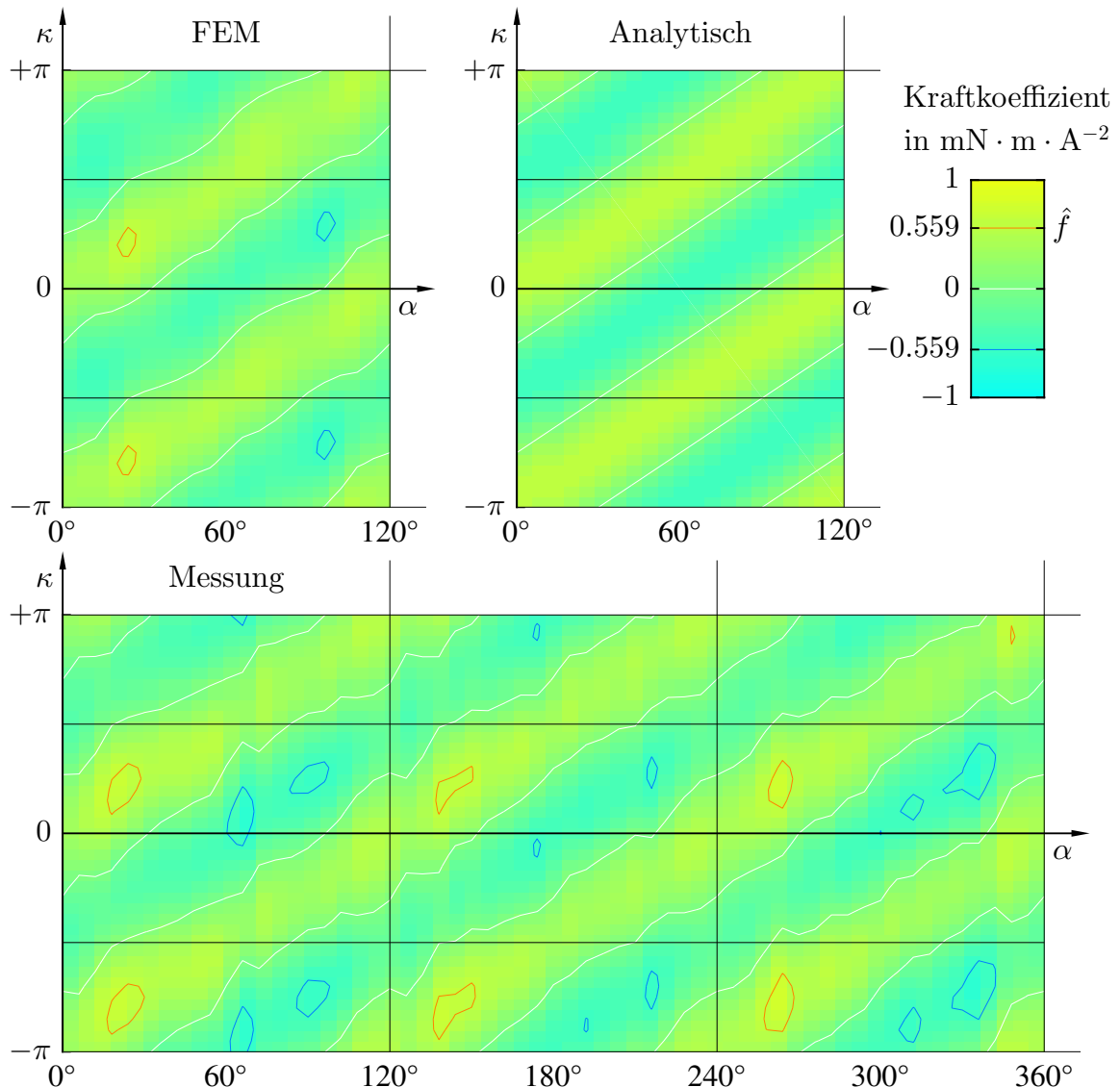


Abbildung 4.26.: Kraftkoeffizienten nach FEM, Analytisch und Messung

4.7. Schlussfolgerung und Zusammenfassung

Es wurde gezeigt, dass eine Reluktanzmaschine mit Gegeninduktivität und nur zwei Phasen an jeder Position in jede Richtung eine Kraft erzeugen kann. Messungen bestätigen die theoretischen Vorhersagen.

4.7.1. Vergleich mit Drehfeld

Ein Drehfeld hat keine Selbststartprobleme mit zwei Phasen. Ein Synchron-Reluktanzmotor sollte daher auch mit nur zwei Phasen selbst starten können. Zusammen mit der möglicherweise identischen Performance folgt die Vermutung, dass die neue Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine magnetisch gleich einer Synchron-Reluktanzmaschine ist.

Der wesentliche Unterschied liegt in der konstruktiven Ausführung, bedingt durch den Ursprung, aus denen sich die Maschinen entwickelt haben. Während eine Synchron-Reluktanzmaschine einen einfachen Eisenkreis mit komplexen mehrspuligen Phasen hat, besteht die neue Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine aus sehr einfachen Spulen mit komplexem Eisenkreis.

4.7.2. Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine aus inversem Entwurf

Die vorgeschlagenen konstruktiven Ausführungen sind nicht optimiert. Die ideale konstruktive Ausführung dieser Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine hätte harmonische Drehmomentkennlinien und würde auch harmonisch kommutiert (bipolare Stromversorgung). Damit entfallen schwingungsanregende Schaltflanken komplett. Diese Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine sollte also deutlich leiser sein als eine geschaltete Reluktanzmaschine. Weitere Vorteile harmonischer Kennlinien und Kommutierung sind eine geringe benötigte elektrische Spannung und weniger Wirbelströme.

Als Nachteil zeichnet sich eine hohe Blindleistung ab. Diese folgt vor allem aus nicht gewandelter Leistung, die in eine Phase hinein- und aus der anderen herausfließt. Die damit verbundenen großen magnetischen Flüsse lassen auch erhöhte magnetische Hystereseverluste erwarten. Des Weiteren belasten die schwankenden elektrischen Leistungen die Leistungselektronik ungleichmäßig.

Der Vorteil des inversen Entwurfs ist, dass bewiesen werden kann, dass (in Näherung) eine optimale Lösung existiert. So folgt auf abstrakter Ebene eine Lösung für das Selbststartproblem und eine deutlich reduzierte Drehmomentwelligkeit. Dieses optimale Ziel ist über die Kennlinien integral definiert. Damit ist es möglich, in Teildomänen zielgerichtet zu optimieren.

Beim inversen Entwurf ist es sehr wichtig, dass die Induktivitätskennlinien exakt umgesetzt werden. Dafür gibt es mehrere mögliche Magnetkreise und für jeden Magnetkreis mehrere mögliche Permeanzkennlinien. Für jede Permeanzkennlinie wiederum gibt es sehr viele mögliche Eisengeometrien. Der inverse Entwurf ist damit vor allem geeignet, um die Möglichkeiten elektrischer Maschinen zu erkunden. Dieser riesige Lösungsraum macht das Finden einer Geometrie wesentlich aufwendiger als bei einem üblichen Entwurf. Daher erfolgte die manuelle Anpassung der Reluktanzkennlinien in dieser Arbeit nicht invers.

4.7.3. Formkennlinien

Die Formkennlinien bilden die Basis für mögliche Kraftkennlinien. Im Speziellen können hier sehr gleichmäßige Gleichungen entstehen. So sind mit zwei Phasen bis zu vier Formkennlinien (linear unabhängige Kraftkennlinien) möglich. Es wird vermutet, dass eine Kennlinie je Element der Induktivitätsmatrix existieren kann. Elemente außerhalb der Hauptdiagonalen, die in der symmetrischen Matrix doppelt vorkommen, können durch zwei Vorzeichen zu zwei Kennlinien führen.

Vor allem durch magnetische Symmetrie können auch identische Formkennlinien entstehen. Bei konstanten Induktivitäten verschwinden Formkennlinien. Zusammen mit den verschiedenen möglichen Gleichungen ist die Anzahl verschiedener Formkennlinien nicht eindeutig.

5. Ausblick

5.1. Zu dieser Arbeit

5.1.1. Schwingung

Da eine Reluktanzmaschine elektro-magnetisch periodische Zyklen durchläuft, sind Schwingungen für den Betrieb notwendig und nie vollständig vermeidbar. Über die Außenkonturen der Zyklen kann das Frequenzspektrum der Erregung beeinflusst werden. Dabei sind die Grundschiwingung und wenige erste Harmonische für die Energiewandlung notwendig.

Diese verbleibenden Schwingungen haben niedrige Frequenzen. Ergänzende aktive Maßnahmen können somit gut geregelt werden. Solche Maßnahmen sollten aber nicht versuchen, die Festkörperschwingungen zu unterdrücken, was zu viel Energie benötigt. Das größte Potenzial liegt im Bereich der akustischen Abstrahlung, so dass Schwingungen sich nicht ausbreiten. Sowohl aktive als auch passive Maßnahmen können mit geeignet ausgelegter Interferenz die Lautstärke von Reluktanzmaschinen weiter verringern.

5.1.2. Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine

Die neue Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine benötigt genaue Kennlinienformung. Es wird vermutet, dass eine nahezu exakte Kennlinienformung – zumindest für einen Arbeitspunkt – möglich ist, wenn die Zahl der Geometrieparameter gegen unendlich geht. Eine solche Berechnung müsste folglich vollständig automatisiert werden. Hier können Methoden verfeinert oder neu entwickelt werden.

Interessant ist auch, die Kennlinienformung möglichst unabhängig von Sättigung zu erreichen, mit dem Ziel, bei verschiedenen Lasten die gewünschten Kennlinien nutzen zu können. Hier sind geeignete Geometrien zu finden, deren Kennlinien durch Sättigung weniger verzerrt werden. Forschung im Bereich der Kennlinienformung ist auch für Elektromagnete relevant.

Mit guten Kennlinien kann dann eine komplette Optimierung der neuen Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine erfolgen. Nur so kann eine Frage der Effizienz sicher beantwortet werden. Aufbauend darauf wären Vergleiche mit anderen Maschinen möglich.

Da komplexe Eisenkreisgeometrien zu erwarten sind, gibt es auch Entwicklungsmöglichkeiten für kostengünstige Konstruktionen, vor allem von Transversalflossmaschinen. Dabei sollte auch die Nachhaltigkeit besonders berücksichtigt werden.

5.2. Zu Reluktanzmaschinen allgemein

5.2.1. Fertigungstechnologien

Nur neue Fertigungstechnologien ermöglichen neue Geometrien, die Applikation neuer Materialien, bessere Genauigkeit/Toleranzen und verringerte Kosten. Die 2D-Maschine ist z. B. heutzutage mehr durch geblechtes Eisen motiviert als durch ihre Berechnung oder Optimierung. Alternative Materialien müssen auch in der Fertigung berücksichtigt werden.

Ein deutliches Entwicklungspotenzial zeigt sich bei der Wickeltechnologie. Das Einbringen der Spulen kann die Maschinenkonstruktion deutlich einschränken. Oft entstehen nicht nutzbare Hohlräume durch nicht zueinander passende Geometrien oder benötigte Montagespalten. Dies beeinflusst auch deutlich die Kühlung. Alternativen montieren das Eisen um die Spulen herum.

5.2.2. Materialien

Neue Materialien sind z. B. weichmagnetische Verbundwerkstoffe oder Aluminiumspulen. Größter limitierender Faktor sind aber die Spulenisolationsmaterialien, die oft auch ökologisch bedenklich sind. Besonders Reluktanzmaschinen werden in ihren Einsatztemperaturen nur durch die Isolationsmaterialien begrenzt. Daher empfiehlt sich eine Entwicklung besserer Materialien und der dazugehörigen Fertigungstechnologie für die elektrische Isolierung der Spulendrähte.

5.2.3. Kühlkonzepte

Dass die Temperatur die begrenzende Größe ist, wird oft nicht ausreichend hervorgehoben. Die Spule, deren elektrische Isolierung und die Art der Montage dominieren die maximalen Temperaturen in der Reluktanzmaschine. Entwicklungen der anderen Bereiche sollten immer auch den Einfluss auf die Entwärmung berücksichtigen. Mit guter Kühlung kann die Energiedichte deutlich gesteigert werden. Eine größere Maschine ist allerdings oft billiger als eine gut gekühlte Maschine. Forschungsbedarf besteht daher erst, wenn Rohstoffe knapp werden oder für mobile Anwendungen.

5.2.4. Elektronik

Zur Ansteuerung von Reluktanzmaschinen wird eine aufwendige Elektronik benötigt. Entwicklungen im Bereich der Leistungs- und Steuerelektronik haben das Ziel, die Kosten zu verringern und gleichzeitig komplexere Ansteuerungen zu ermöglichen. Da die elektronischen Komponenten auch in vielen anderen Bereichen Einsatz finden, ist die Entwicklung von neuen Komponenten ausreichend durch wirtschaftliche Interessen vorangetrieben. Für Reluktanzmaschinen muss nur eine Anpassung auf aktuell verfügbare Hardware erfolgen.

5.3. Zur Forschung allgemein

Das größte Potenzial für eine allgemeine Entwicklung hat nicht das Lösen einer konkreten Aufgabe, sondern die Entwicklung von Werkzeugen zum Lösen solcher Aufgaben. Mit besseren Werkzeugen können alle Aufgaben effizienter gelöst werden. Daher sollte die Entwicklung von Werkzeugen Priorität haben.

Ein Großteil der Werkzeuge ist virtuell (Software, Digitalisierung). Während reale Systeme durch physikalische Gesetze nur begrenzte Möglichkeiten haben, sind die virtuellen Möglichkeiten praktisch grenzenlos. Einzig die Berechnungsdauer kann für eine konkrete Implementierung begrenzend wirken. Aufgrund der sehr hohen Komplexität sind aktuelle Lösungen weit von einem Optimum entfernt.

5.3.1. Redundanz begrenzen

Eine geringe Redundanz gibt Sicherheit gegen Manipulation. Eine hohe Redundanz ist ineffizient. Die aktuelle Art der Veröffentlichung ist rein archivierend. Dadurch entsteht eine derart hohe Redundanz, dass es unmöglich wird, seltene Inhalte zu finden. Die Redundanz könnte begrenzt werden, wenn bestehende Inhalte iterativ aktualisiert würden.

Das Konzept der zentralen Dezentralität könnte hier weiterhelfen. Zentrale Erfassung von allen virtuellen Inhalten (beliebig kopierbar, frei und kostenlos zugänglich). Dezentrale Koordination (nach Interesse) und Ausführung realer Systeme (ressourcengebunden). Da somit mehrere Autoren an der gleichen Stelle schrieben, wäre inhärent eine Zusammenarbeit vorhanden.

Der erste Schritt wäre die Erstellung von (echtem) Hypertext mit eindeutigen und einmaligen Knoten zu jedem kleinsten Sachverhalt. Die Einmaligkeit ist fundamental wichtig, um eine Redundanz bei der Navigation zu vermeiden. Mit bidirektionalen Links entstehen Zusammenhänge wie Hierarchie, Analogie oder Chronologie, die bereits analysiert werden können. Unter den Knoten würden Sachverhalte eingearbeitet und auch redundante Inhalte gelistet sein.

5.3.2. Kommunikation

Bei der Kommunikation ist die Dominanz von Ton auffallend. Dabei ist das Sehen der primäre Sinn des Menschen. Besonders bei der Zusammenarbeit in Gruppen hat Text einige Vorteile:

- Text ist leise (weniger gegenseitige Störung bei mehreren Personen im selben Raum)
- Text ist parallelisierbar (weniger Warten auf andere durch gleichzeitiges Schreiben)
- Text hat inhärent eine Protokoll-Funktion (noch einmal lesen wenn nicht verstanden)
- Text kann überflogen werden (damit kann mehr Inhalt in kurzer Zeit erfasst werden)
- Text ist asynchron (damit sind mehrere Gespräche zeitgleich möglich)

In Gruppen sollte das Potenzial der textbasierten Kommunikation besser genutzt werden.

A. Anhang

A.1. Modellbildung zur Regelungsimulation

Die Modellbildung der Reluktanzmaschine mit konzentrierten Parametern und Kennfeldern ermöglicht eine Simulation verschiedener Ansteuerungsarten. Eine Variation von Geometrieparametern ist hier nicht mehr möglich. Einen Überblick über die umgesetzten Varianten der Modellbildung bietet Abbildung A.1.

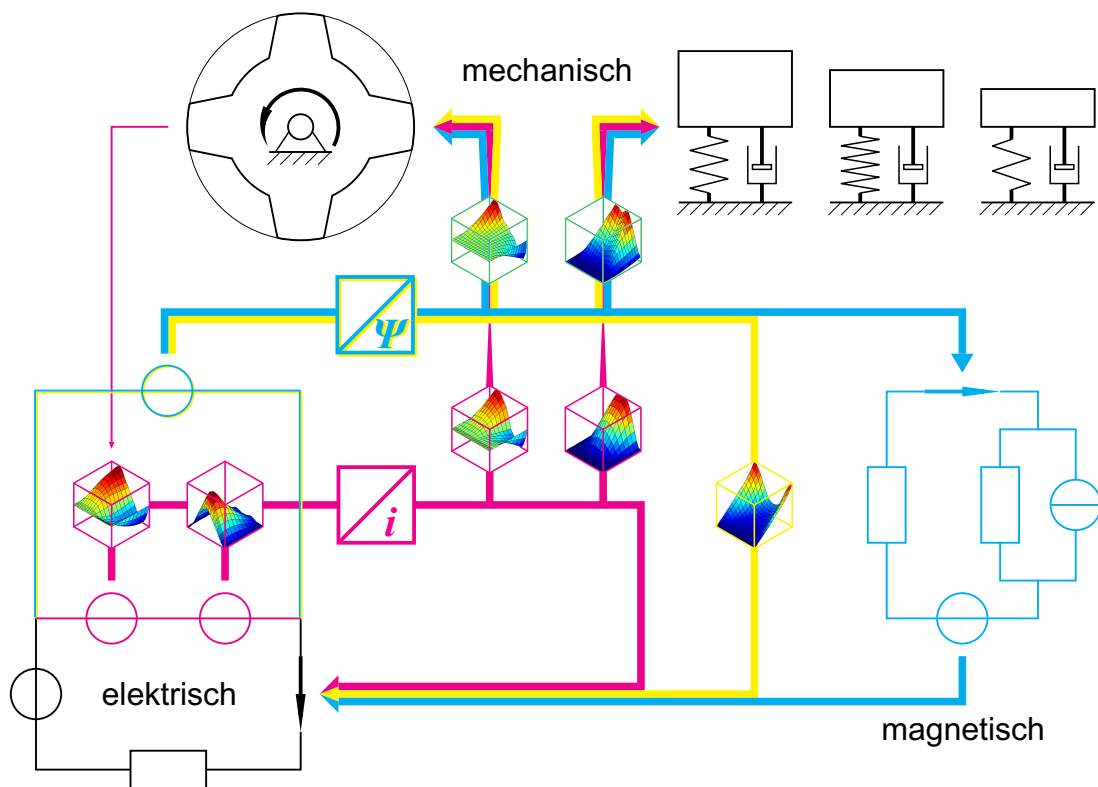


Abbildung A.1.: Eine Variante der Modellbildung je Farbe

Mit dem elektrischen Strom als Zustand treten keine magnetischen Größen auf (magenta). Sättigung wird mit den nichtlinearen Kennfeldern erfasst. Dabei wird ein Kennfeld mehr benötigt, wodurch der Speicherbedarf steigt.

Mit dem magnetischen (verketteten) Fluss als Zustand kann Sättigung ebenfalls in einem Kennfeld enthalten sein (gelb). Alternativ ist es auch möglich, magnetische Hysterese zu modellieren (cyan), wobei die Sättigung im Materialmodell enthalten ist. Durch einen kleinen

Magnetkreis werden die Materialparameter mit den Geometrieparametern zu den Zustandsgrößen verknüpft.

Eine Modellbildung nur über die Koenergie ist in [52, S.: 60] enthalten. Dabei ist der verkettete Fluss die partielle Ableitung nach dem Strom, die Bewegungsinduktion ist die partielle Ableitung nach Strom und Winkel und das Moment ist die partielle Ableitung nach dem Winkel.

A.1.1. Elektro-magnetisches Teilsystem

Jede Phase kann für sich unabhängig betrachtet werden, wenn keine Gegeninduktivitäten vorhanden sind. Die Kräfte aller Phasen auf den Rotor werden dann später addiert. Ausgehend von der elektrischen Spannung u an einer Phase gibt es zwei mögliche Zustände für die Differentialgleichung.

$$u = Ri + \frac{d\Psi}{dt}$$

Zustand Strom

Das totale Differential des verketteten magnetischen Flusses ist

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \frac{di}{dt}$$

Die partielle Ableitung nach der Position α entspricht der Bewegungsinduktion.

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha} = \frac{\partial L}{\partial\alpha} i$$

Die partielle Ableitung nach dem Strom ist die differentielle Induktivität, der Anstieg der Tangente am verketteten magnetischen Fluss in Richtung des Stroms. Die Induktivität L ist der Anstieg der Sekante.

$$\frac{\partial\Psi}{\partial i} = L + \frac{\partial L}{\partial i} i$$

Das Kennfeld des magnetischen Flusses $\Phi(\alpha, \theta)$ als Funktion der Position und der Durchflutung ist mit FEM berechnet. Durch partielle Differentiation folgen zwei neue Kennfelder. Die nachträgliche Verrechnung mit der Windungszahl N erlaubt eine einfachere Parametervariation.

$$\frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt} = N \frac{\partial\Phi(\alpha, \theta)}{\partial\alpha} \frac{d\alpha}{dt} + N^2 \frac{\partial\Phi(\alpha, \theta)}{\partial\theta} \frac{di}{dt}$$

Für die Integration wird die Spannungsgleichung nach der Stromänderung umgestellt.

$$\frac{di}{dt} = \frac{u - Ri - N \frac{\partial\Phi(\alpha, \theta)}{\partial\alpha} \frac{d\alpha}{dt}}{N^2 \frac{\partial\Phi(\alpha, \theta)}{\partial\theta}}$$

Zustand Fluss

Wie bei der Flussregelung wird der Fluss als Zustand eingeführt und einmal integriert [65]. Dazu wird die Spannungsgleichung nach der Flussänderung umgestellt.

$$\frac{d\Psi}{dt} = u - Ri$$

Der Strom bzw. die Durchflutung für diese Berechnung folgt aus dem invertierten Kennlinienfeld $\Phi(\alpha, \Theta) \rightarrow \Theta(\alpha, \Phi)$ als Funktion des Flusses (ohne Hysterese) oder aus der Durchflutung eines Magnetkreismodells (mit Hysterese).

$$\frac{d\Psi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt} = u - R \frac{\Theta(\alpha, \Phi)}{N}$$

A.1.2. Mechanisches Teilsystem

Die Kopplung des elektrischen oder magnetischen Teils auf den mechanischen Teil sind die wirkenden Kräfte und Momente. Je nach Zustand für die Modellierung werden die entsprechenden Kennfelder genutzt.

$$M(\alpha, Ni) \quad \text{oder} \quad M\left(\alpha, \frac{\Psi}{N}\right)$$

$$F(\alpha, Ni) \quad \text{oder} \quad F\left(\alpha, \frac{\Psi}{N}\right)$$

Das mechanische Teilsystem besteht aus dem Rotor der Maschine und einer Modellierung der Eigenschwingungen, die minimiert werden sollen. Die Bewegung des ideal gelagerten Rotors mit einem Trägheitsmoment J folgt aus dem Drehimpulssatz. Die Last wird durch die Dämpfung d abgebildet. Damit ist das Lastmoment $-d\dot{\alpha}$ der Bewegung entgegengerichtet. Hinzu kommen die Motormomente je durch die Phasen M_p .

$$J\ddot{\alpha} + d\dot{\alpha} = \sum_p M_p$$

Die ersten drei erregbaren Eigenformen des Stators sind modelliert. Die Beschreibung erfolgt je Mode n , um entkoppelte Einmassenschwinger zu erhalten. Dabei gibt es je Phase eine Auslenkung, \mathbf{x} und \mathbf{F} sind daher Vektoren.

$$m_n \ddot{\mathbf{x}}_n + d_n \dot{\mathbf{x}}_n + c_n \mathbf{x}_n = A_n \mathbf{F}$$

Durch die drei Phasen entstehen je drei Kräfte(paare, ohne Hebel), die durch die Kopplungsmatrix A_n (siehe A.2.2) auf drei resultierende Krafterregungen an den drei Phasenpositionen für jede Mode umgerechnet werden.

$$A_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

Die Auslenkung von den Moden wird dann addiert.

$$\mathbf{x} = \sum_n \mathbf{x}_n$$

Diese Form der Modellierung entspricht dem Stand der damaligen Literatur, nach dem die Simulationsergebnisse folgten. Im Nachhinein erscheint diese Modellierung unübersichtlich. Die modalen Koordinaten sind gemischt mit ihren Eigenvektoren, was zu unnötig vielen, linear abhängigen Gleichungen führt. In modalen Koordinaten benötigt man nur eine Modalmatrix und nicht mehrere Kopplungsmatrizen. Auch gäbe es nur eine skalare Gleichung je Mode.

Die Parametrisierung der Steifigkeiten reproduziert die statische Auslenkung von FE-Berechnungen. Die Massen wurden entsprechend der Eigenfrequenzen (Modalanalyse, FEM) gewählt. Die Dämpfungen sind für einen Dämpfungsgrad 0,01 eingestellt.

Schalldruckpegel sind aus der Schwinggeschwindigkeit berechnet, unter der Annahme einer idealen Abstrahlung (worst case). Das Modell enthält verschiedene Stromregler, vom einfachen drei-Punkt-Regler bis zum ideal vorgesteuerten P-Regler.

A.2. Kopplung der Schwingungsanregung mehrerer Phasen

Es folgt eine Zusammenfassung aus dem Stand der Technik zur Kopplung von Schwingungsanregung bei geschalteten Reluktanzmaschinen. Die Darstellungen in der Literatur sind teilweise nur eingeschränkt gültig. Das Wissen über die Kopplung könnte Messungen erklären, die in dieser Arbeit aber nicht reproduziert werden konnten (zu hohe Dämpfung).

Symbole:

- N_P Phasenanzahl
- N_S Anzahl der Statorzähne
- N_R Anzahl der Rotorzähne
- Winkel zwischen Rotorpolen $2\pi/N_R$
- Winkel zwischen Statorpolen $2\pi/N_S$
- Zahnkombination für einen Reluktanzmotor in N_S/N_R angegeben
- n Zahl der Mode (Ort), n te Mode
- k Zahl der Harmonischen (Zeit), k te Harmonische

Folgende Zusammenfassung basiert auf [65], [27] und [26, Fehler in der Herleitung]. Weitere Literatur mit ähnlichen Aussagen sind [68], [25].

A.2.1. Phasenanzahl

Ausgehend von der N_S/N_R -Darstellung ist die Phasenanzahl nicht immer trivial erkennbar. Beispiel: Wie viele Phasen hat ein 10/4 oder 32/20 Reluktanzmotor? Oft wird die Zahl der Rotorzähne als Funktion der Statorzähne definiert, [22]: 6/10 mit $N_R = 2N_S - 2$, die Zahl der Phasen ist dabei nicht konstant.

Bei geschalteten Reluktanzmaschinen funktionieren die Formeln:

$$N_P = \frac{N_S}{\text{ggT}(N_S, N_R)} \quad (\text{größter gemeinsamer Teiler})$$

$$N_P = \frac{\text{kgV}(N_S, N_R)}{N_R} \quad (\text{kleinstes gemeinsames Vielfaches})$$

Wenn $|N_S - N_R| > \text{ggT}(N_S, N_R)$ ist, entstehen spezielle Formen, die in der Literatur selten genannt werden. Einige Publikationen enthalten nicht genannte Bedingungen dieser Art, die ihre Gültigkeit einschränken.

Die Zählreihenfolge der Phasen ist wichtig:

- im oder gegen den Uhrzeigersinn
 - wenn $N_R < N_S$ Kommutierungsdrehung entgegen der Rotordrehung
 - komplizierte Phasenwinkel für die Kommutierung (Zeit)
 - einfacher Winkel für die Position (Ort)
- in Kommutierungsreihenfolge
 - einfacher Ausdruck für Phasenwinkel der Kommutierung (Zeit) in Formeln
 - komplizierter Ausdruck für die Position (Ort) der Phasen um den Motor herum
 - über transiente Rotorbewegung empirisch ableitbar

A.2.2. Zusammenfassung

Phasen gezählt gegen Uhrzeigersinn, in α -Richtung, in Drehrichtung.

- Allgemein Normierung mit $\frac{1}{N_S}$ möglich, dann für jede Zahnkombination maximal 1
 - bei mehr Zähnen verteilt sich die Kraft auf mehrere Zähne
 - durch Normierung wäre die Gesamtkraft/Nennmoment je die gleiche
 - dadurch bessere Vergleichbarkeit
 - ob Verformung oder Kraft ist zunächst gleichwertig, für beides anwendbar
- zunächst jeder Statorzahn/Phase für sich:

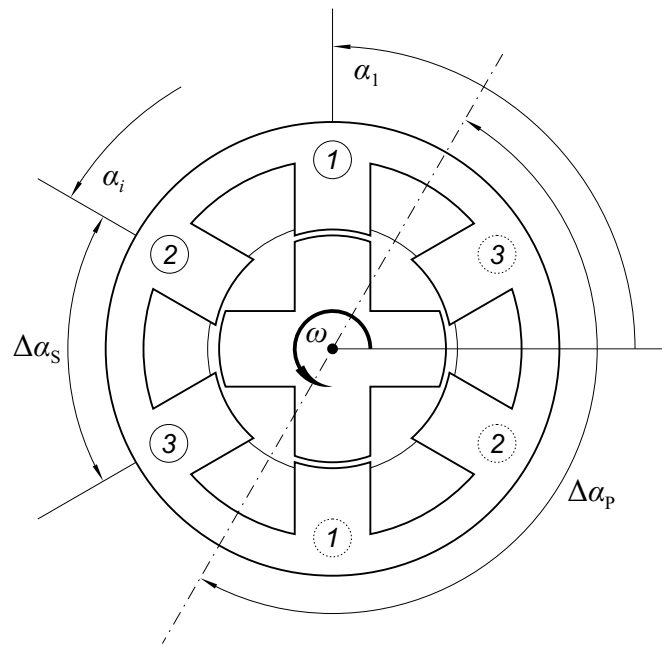


Abbildung A.2.: Prinzipdarstellung eines 6/4 Reluktanzmotors

- Option A, mit Symmetrie zu nutzen: Verformung nur durch die Phase p bewirkt, die sich an der Winkelposition α_p befindet (und symmetrischen Erweiterungen davon):
 - * Summe bis N_P , nur ein Teilbereich
 - * Mode muss die gleiche Symmetrie haben wie Rotor und Stator zusammen
 - * es ist daher nur jede $\frac{N_S}{N_P}$ -te Mode gültig berechnet, sonst wäre null richtig
 - * die Auslenkung muss um den Faktor $\frac{N_S}{N_P}$ erhöht werden
 - * $\frac{N_S}{N_P}$ ist die Anzahl der Zähne, die gleichzeitig ausgerichtet sein können
- Option B, ohne Symmetrie zu nutzen: Verformung nur durch den Statorzahn p bewirkt, der sich an der Winkelposition α_p befindet:
 - * Index p beibehalten, da sonstige Formeln für beide gültig
 - * Summe bis N_S , über alle Statorzähne laufen lassen
 - * gültig für jede Mode, durch Symmetrie werden die nicht möglichen Moden zu null
 - * Auslenkung stimmt direkt
- Formen der Verformung über dem Ort (Winkel) α

- für beide Optionen (A, B) kann die Form in ihre Moden zerlegt werden:

$$x_p(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \cos(n(\alpha - \alpha_p) + \alpha_n)$$

- jede Mode n wird unabhängig betrachtet

- * Amplitude zu 1 gewählt

- * oft $\alpha_n = 0$ gesetzt, allgemein nur bei symmetrischer Geometrie gültig

$$x_{n,p}(\alpha) = \cos(n(\alpha - \alpha_p) + \alpha_n)$$

- * Winkelpositionen

- Annahme: gleichverteilte Statorzähne

$$\alpha_p = \frac{2\pi}{N_S}(p-1) + \alpha_1$$

- * oft $\alpha_1 = 0$ gewählt

- Koordinatenursprung: Beginn Winkelmessung bei erstem Statorzahn/Phase

- * Zusammenfassen von Anfangswinkel α_1 und Phasenwinkel α_n

$$n\alpha_1 + \alpha_n = \beta_n$$

- eingesetzt:

$$x_{n,p}(\alpha) = \cos\left(n\left(\alpha - \frac{2\pi}{N_S}(p-1)\right) + \beta_n\right)$$

- Kopplungsmatrix für den Ort durch alle Statorzähne (Summe über die Statorzähne), statisch

- gesamte Wirkung an den Statorzahnpositionen α_q durch die Wirkungen aller Statorzähne an ihren Positionen je durch sich selbst $x_{n,p}(\alpha_p)$

- Option B gewählt

- Annahme: $\alpha_n = 0$ (symmetrische Erregung)

$$\begin{pmatrix} x_n(\alpha_1) \\ x_n(\alpha_q) \\ x_n(\alpha_{N_S}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \dots & c_{qp} \\ \vdots & \cos\left(\frac{2\pi n(q-p)}{N_S}\right) & \vdots \\ c_{N_S,p} & \dots & c_{N_S N_S} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n,1}(\alpha_1) \\ x_{n,p}(\alpha_p) \\ x_{n,N_S}(\alpha_{N_S}) \end{pmatrix}$$

- Verläufe der Verformung über der Zeit t

- für beide Optionen (A, B) kann der Verlauf in seine Harmonischen zerlegt werden:

$$x_p(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \cos(k\Omega(t - t_p) + \alpha_k)$$

- Kreisfrequenz der Erregung Ω folgt aus der Winkelgeschwindigkeit des Rotors ω und der Anzahl der Rotorzähne N_R

$$\Omega = N_R\omega$$

- jede Harmonische k wird unabhängig betrachtet

- * Amplitude zu 1 gewählt
- * Annahme: die k ten Harmonischen haben zur Zeit t_p für alle Statorzähne/Phasen die gleichen Phasenwinkel α_k , d. h., alle Statorzähne/Phasen werden mit den gleichen Verläufen angesteuert
- * oft [26] $\alpha_k = 0$ angenommen, allgemein nur bei symmetrischer Erregung gültig

$$x_{k,p}(t) = \cos(kN_R\omega(t - t_i) + \alpha_k)$$

- * einfache Formulierung, die Periodizität nutzend:

- Die Zeiten entsprechen nicht der Schaltreihenfolge (sind teilweise länger als eine Periode von $\frac{2\pi}{N_R\omega}$).
- Ein und derselbe Rotorzahn passiert nacheinander alle Statorzähne/Phasen (damit Zeiten bis zu $\frac{2\pi}{\omega}$).

$$t_p = \frac{2\pi}{N_S\omega}(p - 1) + t_1$$

- * Zeiten in Schaltreihenfolge?

- Der einem Statorzahn/Phase nächste Rotorzahn entsprechend der Drehrichtung.
- Zeit bis Ausrichtung relativ zur Nullzeit. Winkel/Winkelgeschwindigkeit.

$$t_p = ???_p + t_1$$

- nicht bestimmt worden

- * oft Zeit $t_1 = 0$ gewählt

- Anfangsbedingung bei $t = 0$: beliebiger Rotorzahn auf Statorzahn/Phase 1 ausgerichtet
- $\rightarrow \alpha_k = \alpha_k(t_1 = 0) = \beta_k$

- * Zusammenfassen von Anfangszeit t_1 und Phasenwinkel α_k

$$kN_R\omega t_1 + \alpha_k = \beta_k$$

- o eingesetzt:

$$x_{k,p}(t) = \cos\left(kN_R\omega\left(t - \frac{2\pi}{N_S\omega}(p-1)\right) + \beta_k\right)$$

- Verformung über Ort und Zeit durch alle Statorzähne/Phasen (Summe über die Statorzähne/Phasen) mit Normierung

$$x_{k,n}(\alpha, t) = \frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} x_{k,p}(t) x_{n,p}(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{N_P} \sum_{i=1}^{N_P} x_{k,p}(t) x_{n,p}(\alpha) & \forall n \in \frac{N_S}{N_P} \mathbb{N} \\ 0 & \forall n \notin \frac{N_S}{N_P} \mathbb{N} \end{cases}$$

- o einsetzen, Gleichung V121213, Option B gewählt

$$x_{k,n}(\alpha, t) = \frac{1}{N_S} \sum_{p=1}^{N_S} \cos\left(kN_R\left(\omega t - \frac{2\pi}{N_S}(p-1)\right) + \beta_k\right) \cos\left(n\left(\alpha - \frac{2\pi}{N_S}(i-1)\right) + \beta_n\right)$$

		Harmonische		
		0	1	2
Mode	0	1	0	0
	1	0	0	0
	2	0	1/2	1/2
	3	0	0	0
	4	0	1/2	1/2
	5	0	0	0

Tabelle A.1.: Beispiel 6/4 RM, $x_{k,n}(0,0)|_{\beta_k=0, \beta_n=0}$

- o Erweiterung um Vorfaktor vor jedem cos-Produkt in der Summe? Damit Berücksichtigung von exzentrischer Position der Lagerung im Stator. Vorfaktor zeitvariant für Rotor exzentrisch zur Lagerung. Rotor – Lager – Stator. Vorfaktor wäre dann:

- * $1 + e_S \cos\left(\frac{2\pi}{N_S}(i-1) + \alpha_{eS}\right) + e_R \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{N_S}(i-1) + \alpha_{eR}\right)$

- * regt Starrkörperschwingungen des Rotors an

A.3. Energien, alternative Darstellung

Die Gerade der Durchflutung nach (2.24) wird aufgespalten in die beiden Reluktanzen,

$$\theta = (R_{mL} + R_{mD}) \Phi_L + V_J \quad \rightarrow \quad \theta - R_{mL} \Phi_L = R_{mD} \Phi_L + V_J$$

deren Gleichheit einen Schnittpunkt im zweiten Quadranten erzeugt (nicht immer).

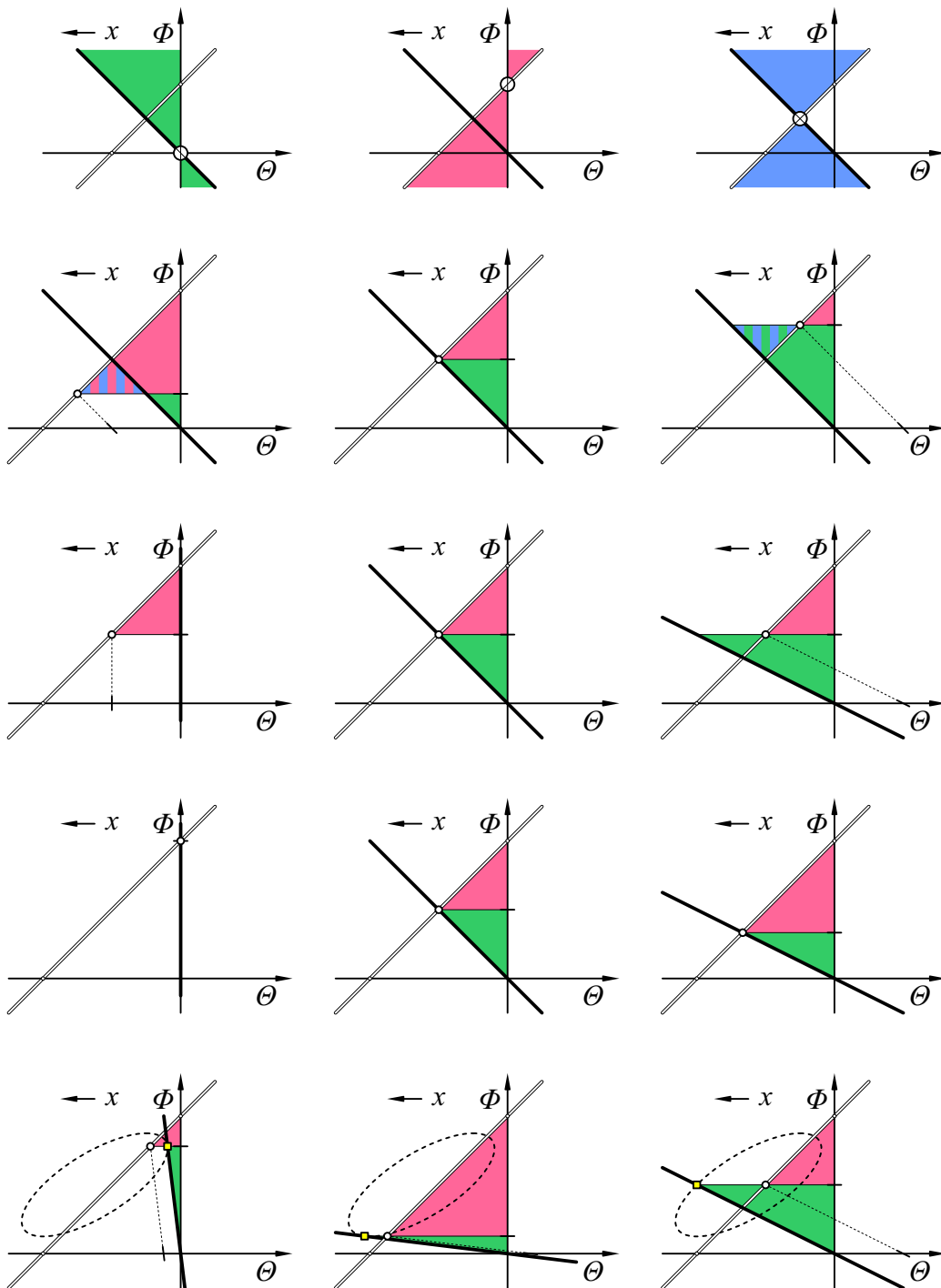


Abbildung A.3.: Luftspalt (grün), Dauermagnet (rot), elektrisch (blau). Motor im UZS.

A.4. Minimaler Magnetkreis

Das Invertieren erfolgte in Mathematica: rm2p.nb

A.4.1. Stern

Die Maschen- und Knotengleichungen ...

$$\Theta_1 = R_{m1} \Phi_1 - R_{m3} \Phi_3$$

$$\Theta_2 = R_{m2} \Phi_2 - R_{m3} \Phi_3$$

$$0 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$$

... als Matrixform ...

$$\begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{m1} & 0 & -R_{m3} \\ 0 & R_{m2} & -R_{m3} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix}$$

... und nach Invertieren ...

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}} \begin{pmatrix} R_{m2} + R_{m3} & -R_{m3} & R_{m2}R_{m3} \\ -R_{m3} & R_{m1} + R_{m3} & R_{m3}R_{m1} \\ -R_{m2} & -R_{m1} & R_{m1}R_{m2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Permeanzen bestehen aus der Reihenschaltung des erregten Pfades (1) (2) mit der Parallelschaltung der beiden verbleibenden Pfade (2 + 3) (1 + 3).

Magnetische Energie wird in allen drei Luftspalten gespeichert, aber nur über zwei Spulen eingebracht. Daher wird die dritte Zeile für die Kraftberechnung nicht benötigt.

A.4.2. Dreieck

Die Maschen- und Knotengleichungen ...

$$\Theta_1 = -R_{m31} \Phi_{31}$$

$$\Theta_2 = R_{m23} \Phi_{23}$$

$$0 = R_{m12} \Phi_{12} + R_{m23} \Phi_{23} + R_{m31} \Phi_{31}$$

$$0 = \Phi_1 - \Phi_{12} + \Phi_{31}$$

$$0 = \Phi_{12} + \Phi_2 - \Phi_{23}$$

... als Matrixgleichung ...

$$\begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -R_{m31} \\ 0 & 0 & 0 & R_{m23} & 0 \\ 0 & 0 & R_{m12} & R_{m23} & R_{m31} \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{31} \end{pmatrix}$$

... und nach Invertieren ...

$$\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Lambda_{12} + \Lambda_{31} & -\Lambda_{12} & \Lambda_{12} & 1 & 0 & 0 \\ -\Lambda_{12} & \Lambda_{12} + \Lambda_{23} & -\Lambda_{12} & 0 & 1 & 0 \\ \Lambda_{12} & -\Lambda_{12} & \Lambda_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Lambda_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A.4.3. Umrechnung, Stern, Dreieck

Zur Umrechnung ...

$$R_{m1} = \frac{R_{m31}R_{m12}}{R_{m12} + R_{m23} + R_{m31}}$$

$$R_{m2} = \frac{R_{m12}R_{m23}}{R_{m12} + R_{m23} + R_{m31}}$$

$$R_{m3} = \frac{R_{m23}R_{m31}}{R_{m12} + R_{m23} + R_{m31}}$$

... oder ...

$$R_{m12} = \frac{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}}{R_{m3}}$$

$$R_{m23} = \frac{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}}{R_{m1}}$$

$$R_{m31} = \frac{R_{m1}R_{m2} + R_{m2}R_{m3} + R_{m3}R_{m1}}{R_{m2}}$$

A.4.4. Permeanzen und Reluktanzen

Mit (4.56) bis (4.58) eingesetzt in (4.43) bis (4.43) folgen die Permeanzen für den Stern zu

$$\Lambda_1 = \frac{L_{11}L_{22} - M_{12}^2}{N_1^2L_{22} + N_1N_2M_{12}} = \frac{1}{R_{m1}}$$

$$\Lambda_2 = \frac{L_{11}L_{22} - M_{12}^2}{N_2^2L_{11} + N_1N_2M_{12}} = \frac{1}{R_{m2}}$$

$$\Lambda_3 = \frac{L_{11}L_{22} - M_{12}^2}{-N_1N_2M_{12}} = \frac{1}{R_{m3}}$$

und für das Dreieck zu

$$\Lambda_{12} = -\frac{M_{12}}{N_1N_2} = \frac{1}{R_{m12}}$$

$$\Lambda_{23} = \frac{L_{22}}{N_2N_2} + \frac{M_{12}}{N_1N_2} = \frac{1}{R_{m23}}$$

$$\Lambda_{31} = \frac{L_{11}}{N_1N_1} + \frac{M_{12}}{N_1N_2} = \frac{1}{R_{m31}}$$

A.5. Abbildungen verschiedener Kennlinien

Die folgenden Darstellungen sind für die Dreieck-Permeanz normiert. Diese Normierung dient nur der Darstellung auf einer Seite. Mehrere Seiten sind unterschiedlich normiert und daher untereinander nur qualitativ vergleichbar. Jede Seite beschreibt eine mögliche Reluktanzmaschine. Erklärungen zu den Abbildungen sind in den Abschnitten 4.4 und 4.5 am Beispiel A.9 zu finden.

A.4: Wenn man bei einer MCSRМ eine Phase einfach weglässt, sollte es bereits funktionieren. Die Kräfte sind jedoch sehr gering. Der Fehler durch Linearisierung der Kennlinien könnte die Aussage verfälschen.

A.5: Dies ist eine Variante mit linearisierten Gradienten in den Permeanzkennlinien für beide Magnetkreisformen gleichzeitig.

A.6: Wenn die Gegeninduktivität eine Selbstinduktivität ersetzt, dann entstehen zwar drei gleichmäßig versetzte Induktivitäten, eine beliebige Überlagerung der Ansteuerung der einzelnen Induktivitäten ist aber nicht möglich. Solche linearen Kennlinien sind unbrauchbar, da die Maschine in einigen Bereichen in eine Richtung keine Kraft erzeugen kann.

A.7: Der Übergang auf drei gleichmäßig versetzte harmonische Induktivitätskennlinien genügt für eine funktionsfähige Maschine. Dabei schwankt die erreichbare Kraft deutlich, da der optimale Versatz bei 90° und 180° liegt (siehe Beispiel in Abbildung A.9).

A.8: Vier stückweise lineare Formkennlinien entsprechend Abbildung 4.4.

A.9: Das Beispiel für ideale Kennlinien nach Kapitel 4.

A.10: Wird die Periodizität der Gegeninduktivität verdoppelt, dann können nur positive oder nur negative Gradienten genutzt werden. Dies ermöglicht die Lücken zwischen den Selbstinduktivitäten unipolar zu schließen, ohne Probleme bei der Kommutierung zu haben. Mit der unipolaren Stromversorgung sind weniger Eisenverluste verbunden. Die Polarität gibt dann aber die Krafrichtung fest vor.

A.11: Kennlinien, wie sie der E-Core-SRM [38] vermutlich hat. Die beiden zueinander versetzten Zahnreihen erzeugen $+\cos$ (cyan) und $-\cos$ (magenta) und der breitere gemeinsame Zahn (gelb) wird als konstant angegeben. Die hier abgebildete Approximation nutzt symmetrische Kennlinien. Die Positionen, an denen kein Selbststart möglich ist, treten nur bei asymmetrischen Rotorzähnen nicht auf. Der E-Core-SRM enthält also Asymmetrie.

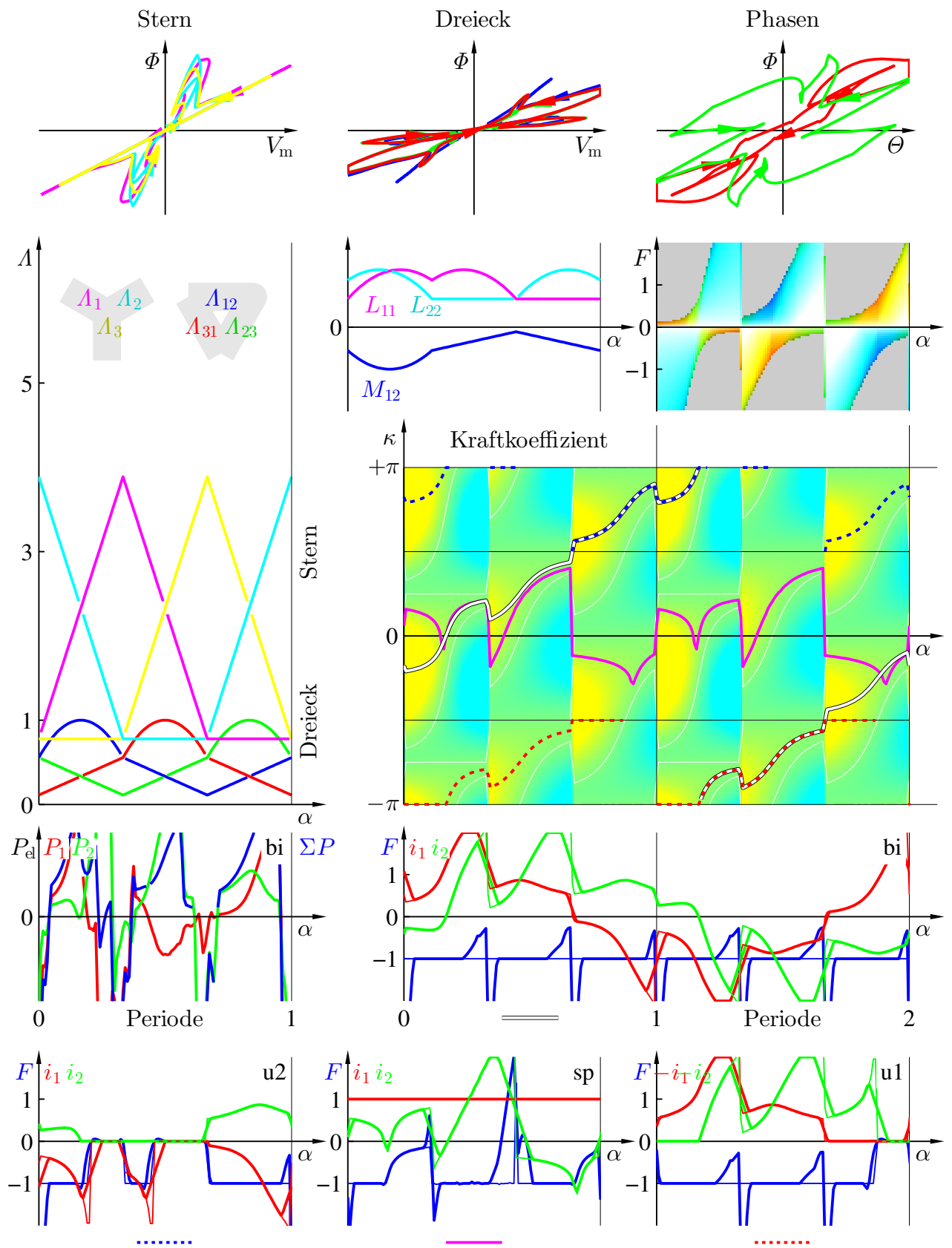


Abbildung A.4.: Standard-MCSRМ-Kennlinie (Stern): Bereiche mit sehr kleiner Kraft

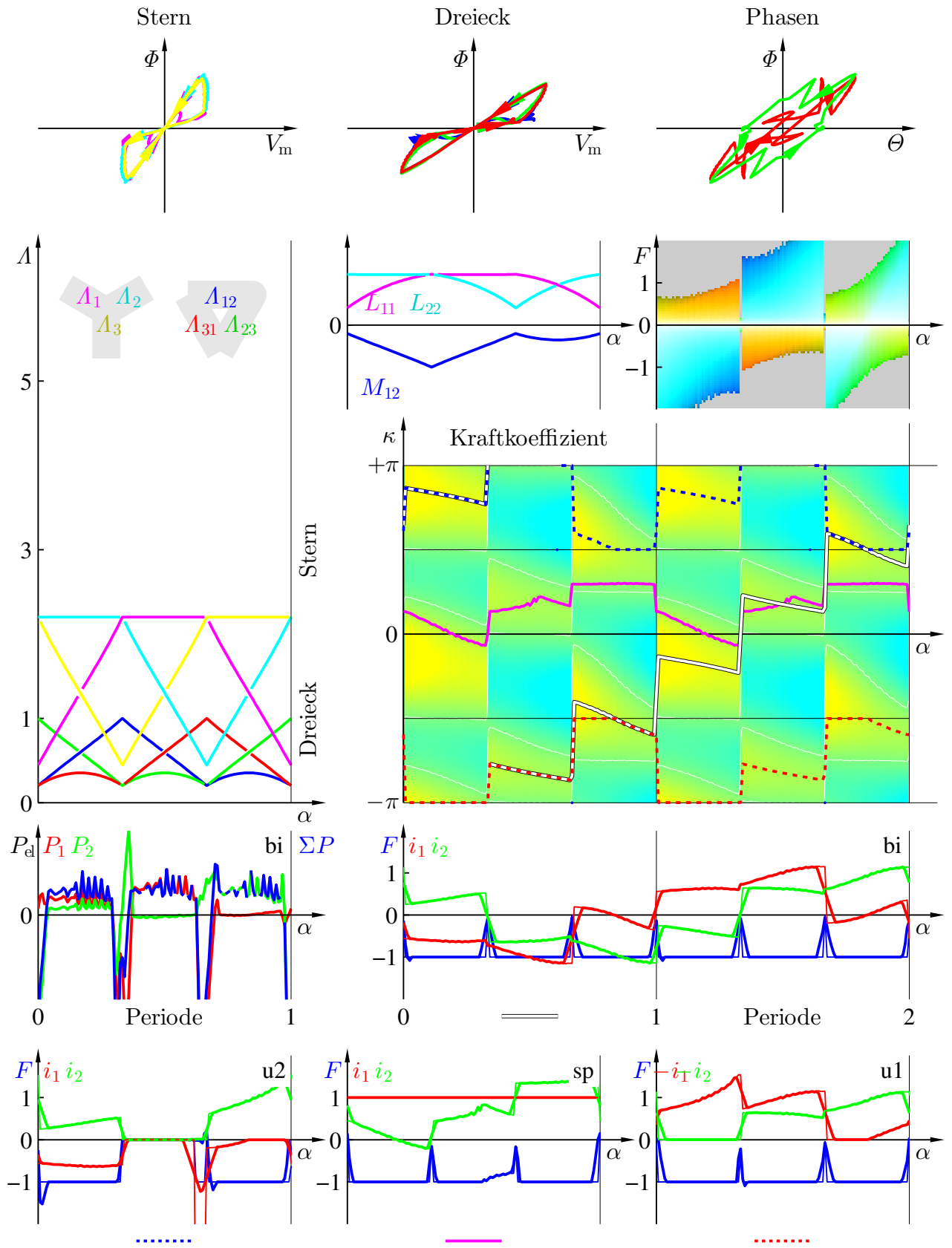


Abbildung A.5.: Stern-Dreieck-Kompromiss-Kennlinie: Stellen mit sehr kleiner Kraft

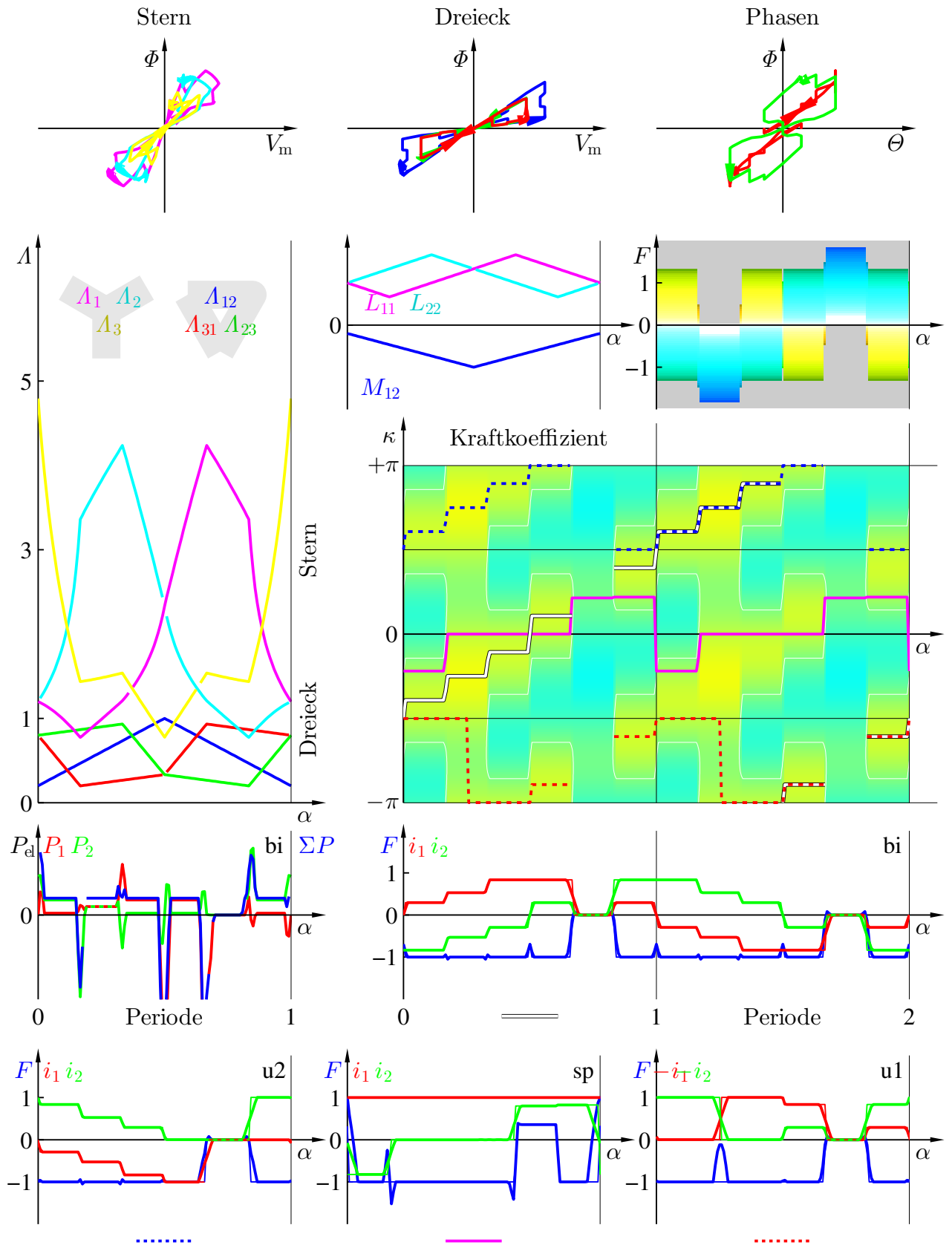


Abbildung A.6.: Übliche Kennlinie für Induktivität: nicht funktionsfähig

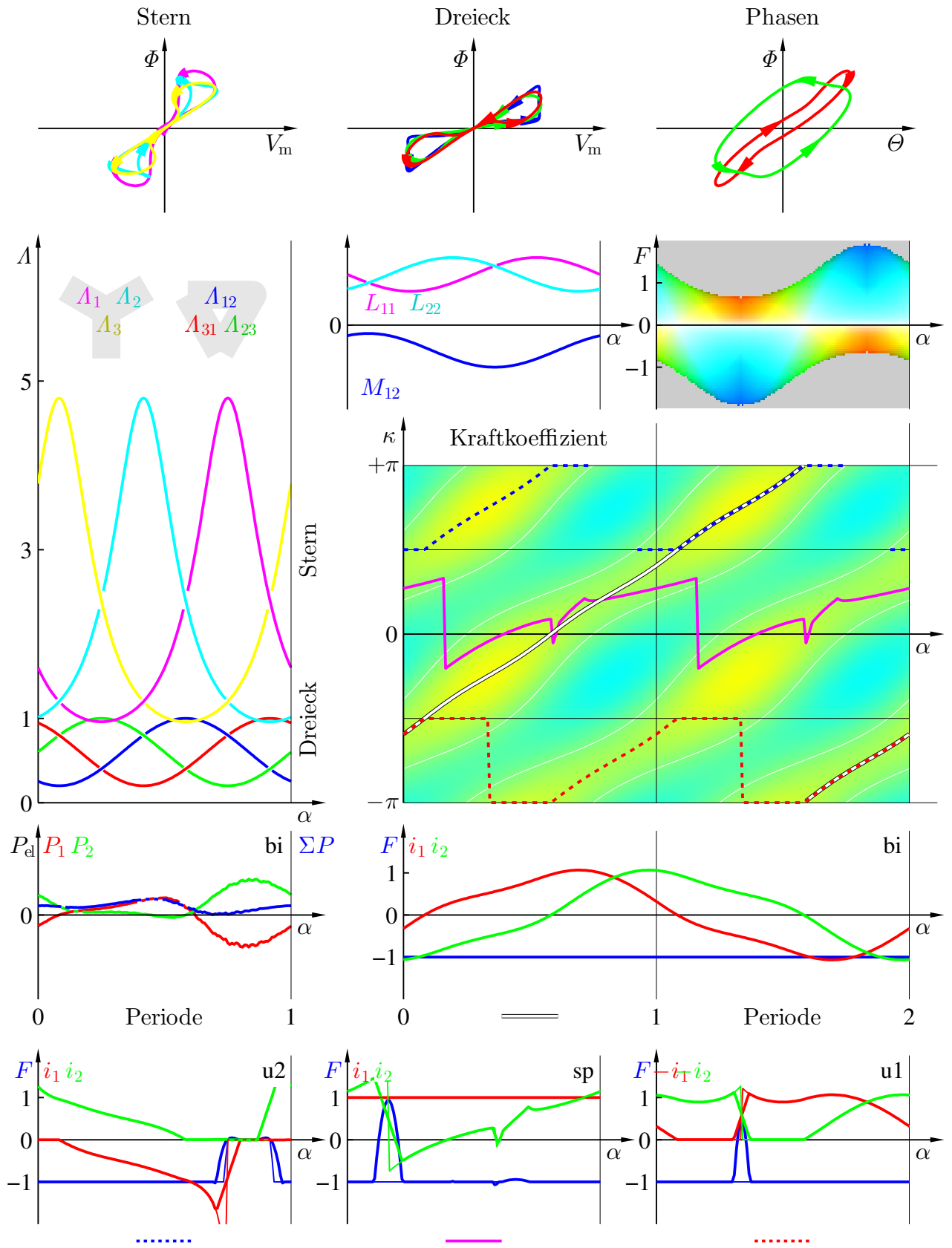


Abbildung A.7.: Dreieck-Sinus-Kennlinie: vollständig funktionsfähig

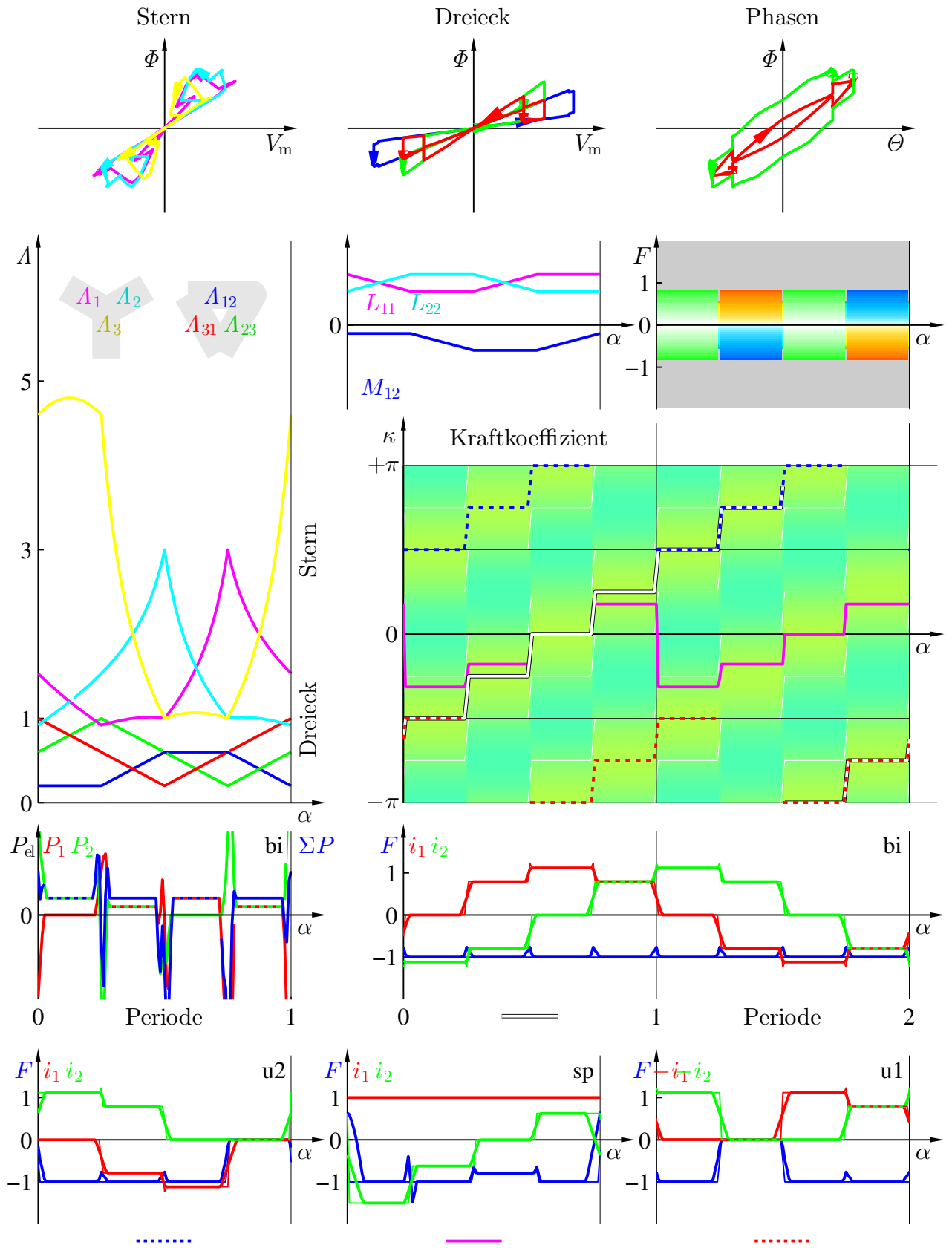


Abbildung A.8.: Vier stückweise lineare Formkennlinien: vollständig funktionsfähig

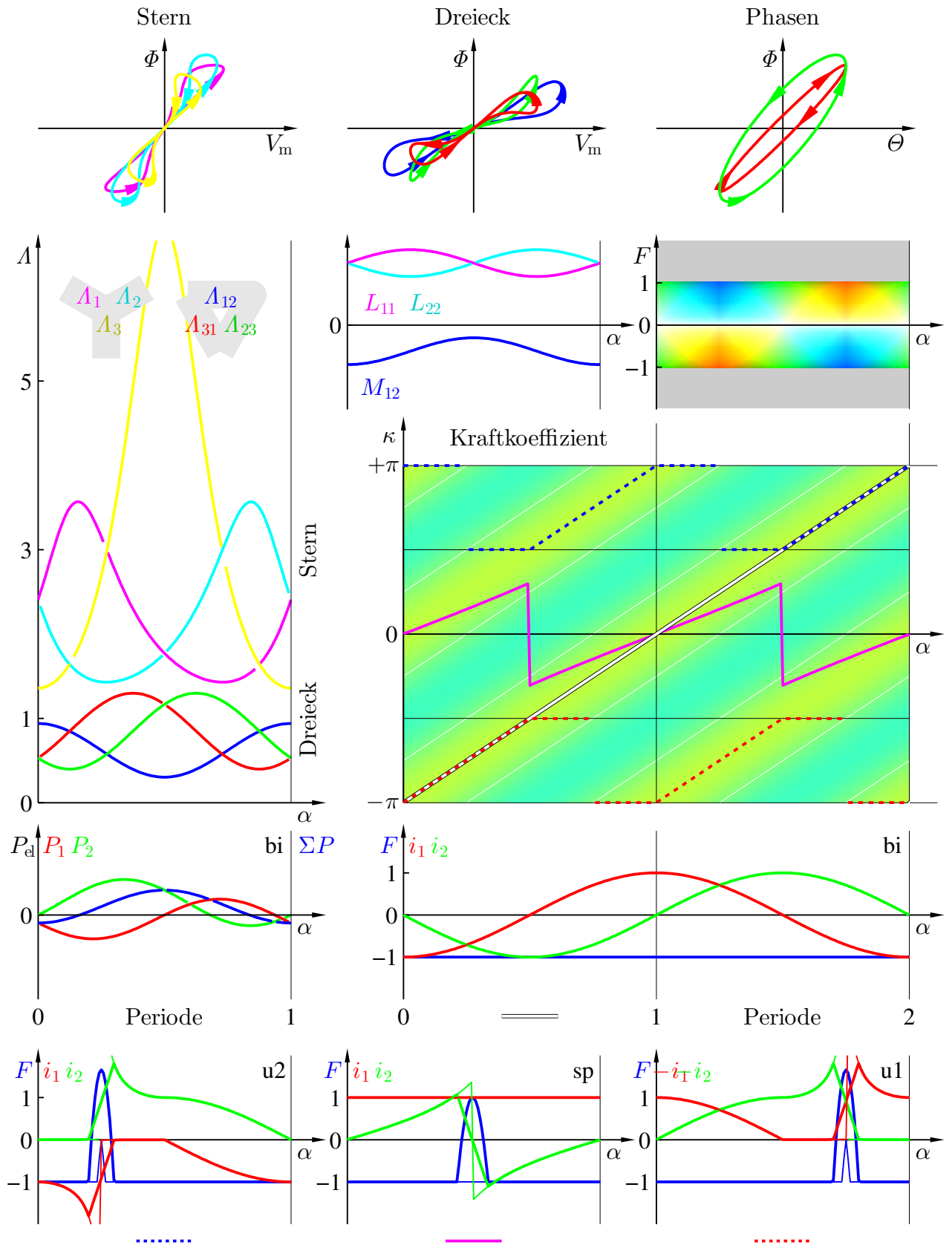


Abbildung A.9.: Das Beispiel für ideale Kennlinien nach Kapitel 4

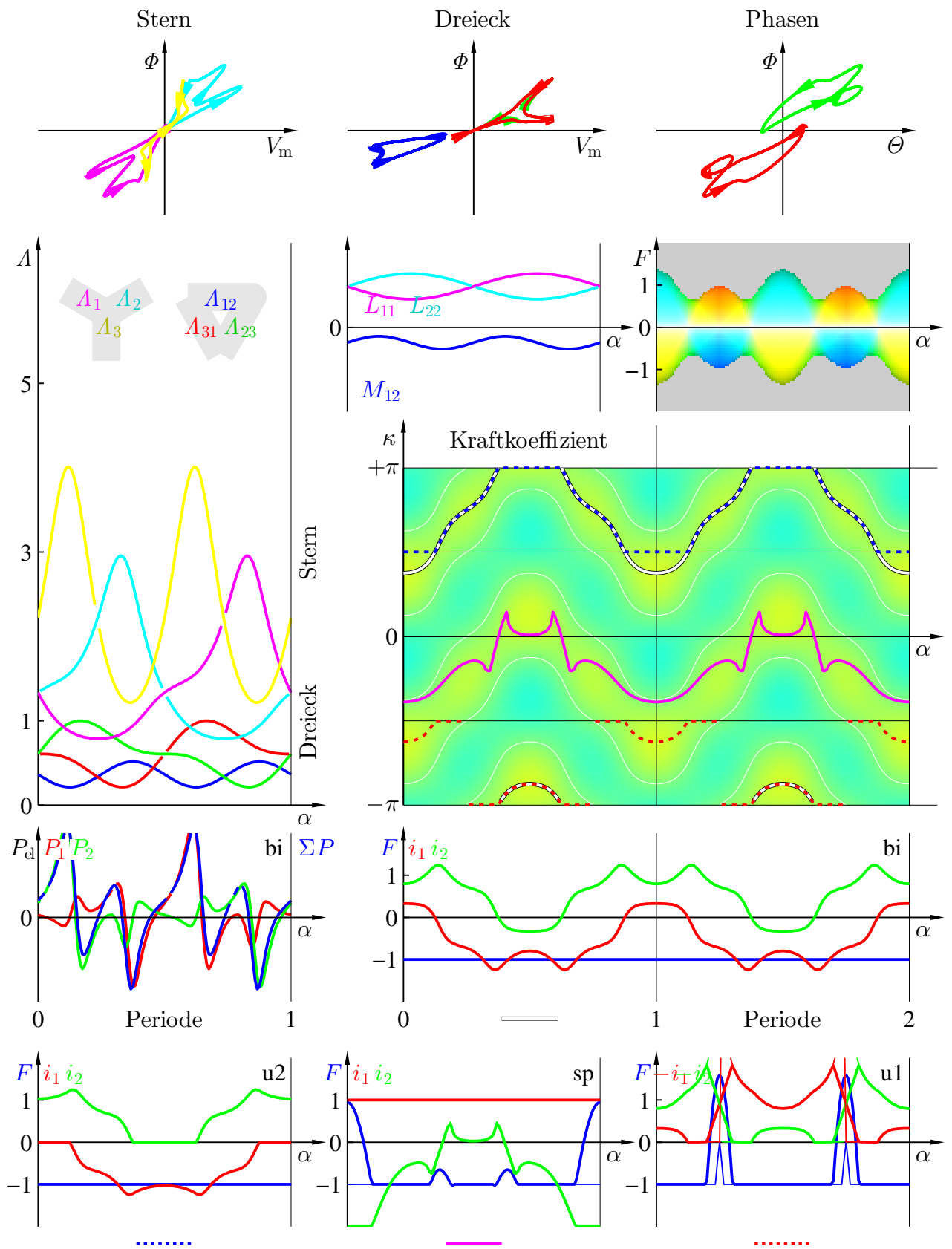


Abbildung A.10.: Unipolarer Strom u2 für unidirektionale Kraft

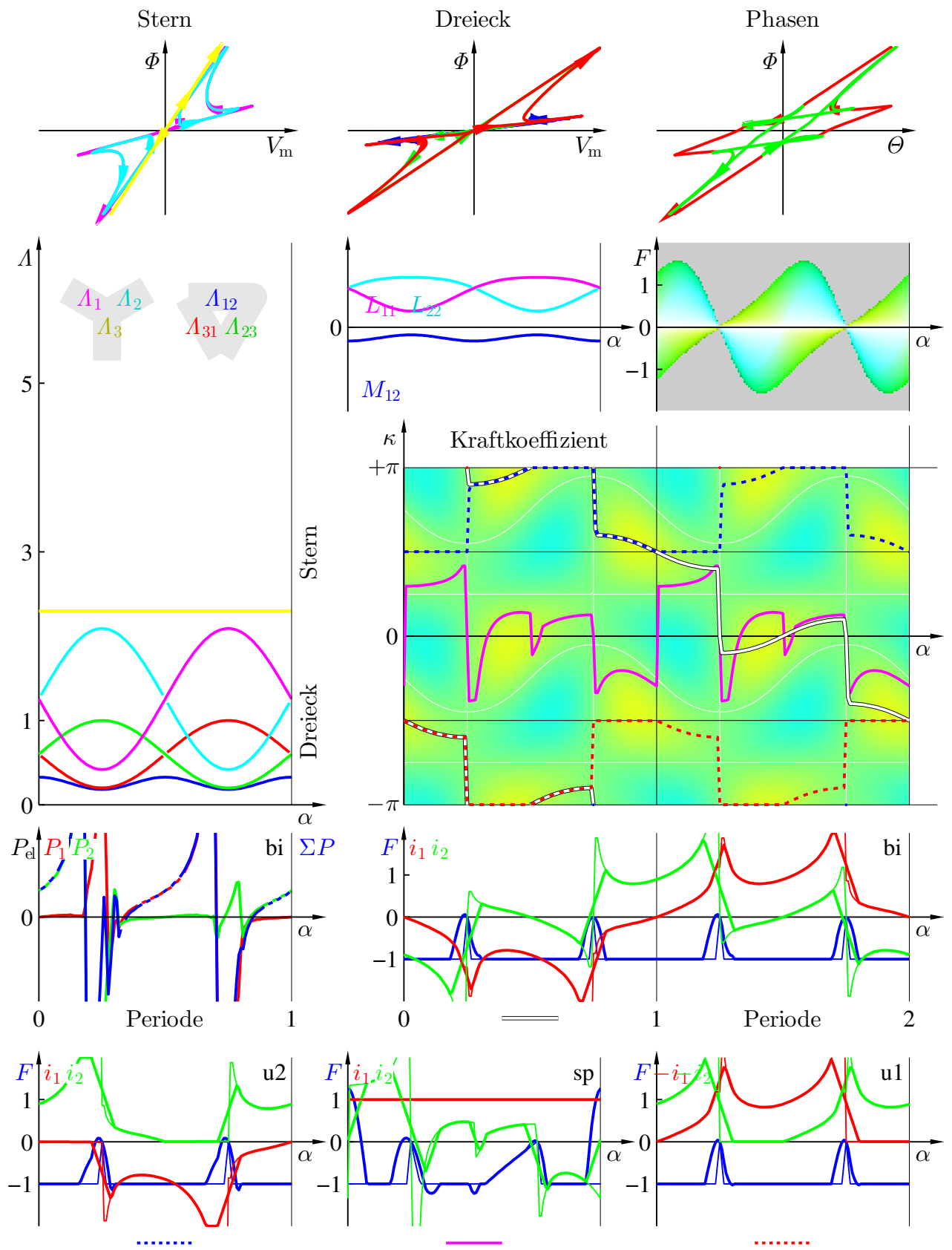


Abbildung A.11.: Approximation von Kennlinien für den E-Core-SRM

A.6. Messaufbau und Messdaten

Zum Messen der Kräfte zwischen Rotor und Stator wurde die mechanische Lagerung des Prototyps entfernt. Damit gibt es keinen mechanischen Kontakt entlang der roten Linie in Abbildung A.12. Der geschnitten dargestellte Rotor wird über einen Adapter von dem Dynamometer 9254 der Firma Kistler gehalten. Das Dynamometer misst an vier Punkten die Kraft in allen drei Richtungen. Daraus können die Kräfte F und Momente M berechnet werden. Der Stator befindet sich auf einem manuell bedienbaren Drehtisch, über den die relative rotatorische Position α eingestellt wird. Eine Messung erfolgt bei konstanter Position. Dabei durchläuft der Winkel κ mehrmals den kompletten möglichen Bereich. Aufgezeichnet werden der gemessene Strom und diverse Kraftkomponenten.

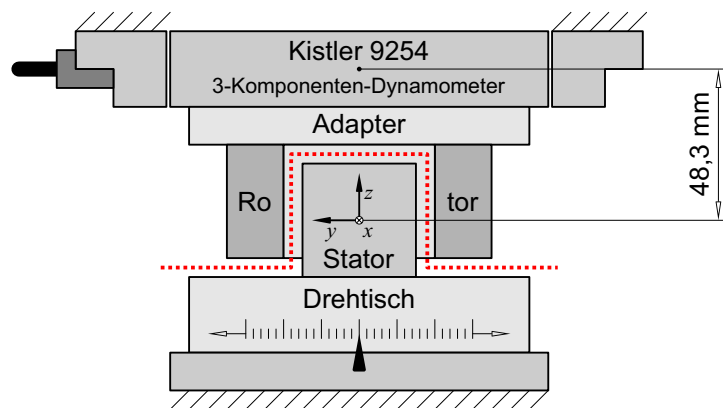


Abbildung A.12.: Messanordnung zur Kraftmessung

Um vertikal ein Berühren zu vermeiden, sind Rotor und Stator nicht exakt mittig ausgerichtet. Der Versatz beträgt geschätzt 1 mm. Besonders das Moment M_x deutet auf weitere Fehlausrichtung hin. Durch eine Fehlausrichtung werden andere Kräfte gemessen, als mit FEM oder analytisch berechnet worden sind. Die Messung selbst wird dadurch nicht fehlerhaft.

Ein systematischer Messfehler ist als konstanter Versatz für jede Teilmessung möglich. Dieser Fehler (aus einem nicht reproduzierbaren Nullen des Messsystems) ist je Position α konstant entlang des Winkels κ . Er stellt vermutlich den größten Fehler bei der Messung dar. Da das Dynamometer bis 1000 N dimensioniert ist, ist selbst bei kleinstem Messbereich noch ein

Tabelle A.2.: Parameter des Prototyps

Parameter	Sym.	Analytisch	FEM	Messung	Einh.
Windungszahl	N		1	75 ± 10	
Betrag Stromzustand	r		500 1000 2000	5	A
Amplitude Permeanz	\hat{A}		$p \cdot (1 \pm 0,1)$		10^{-8} H
Erste Harmonische (100 %)		$\hat{L} \cdot N^{-2}$	3,31 3,23 2,95		10^{-8} H
Zweite Harmonische		0	3 7 6		%
Dritte Harmonische		0	4 4 4		%
Versatz Selbstinduktivität	L^*	3,25 (Ziel)	3,36 3,34 3,71		
Versatz Gegeninduktivität	M^*	2,85 (Ziel)	2,58 2,63 2,93		

deutliches Messrauschen vorhanden. Durch 6×10 Messungen (6 Wiederholungen je Teilmessung, 10 Teilmessungen) je Position und anschließender Mittelwertbildung wurde versucht, den Einfluss von zufälligen Fehlern zu minimieren.

Abbildung A.13 enthält die gemessenen Kräfte und Momente umgerechnet in das Maschinenkoordinatensystem.

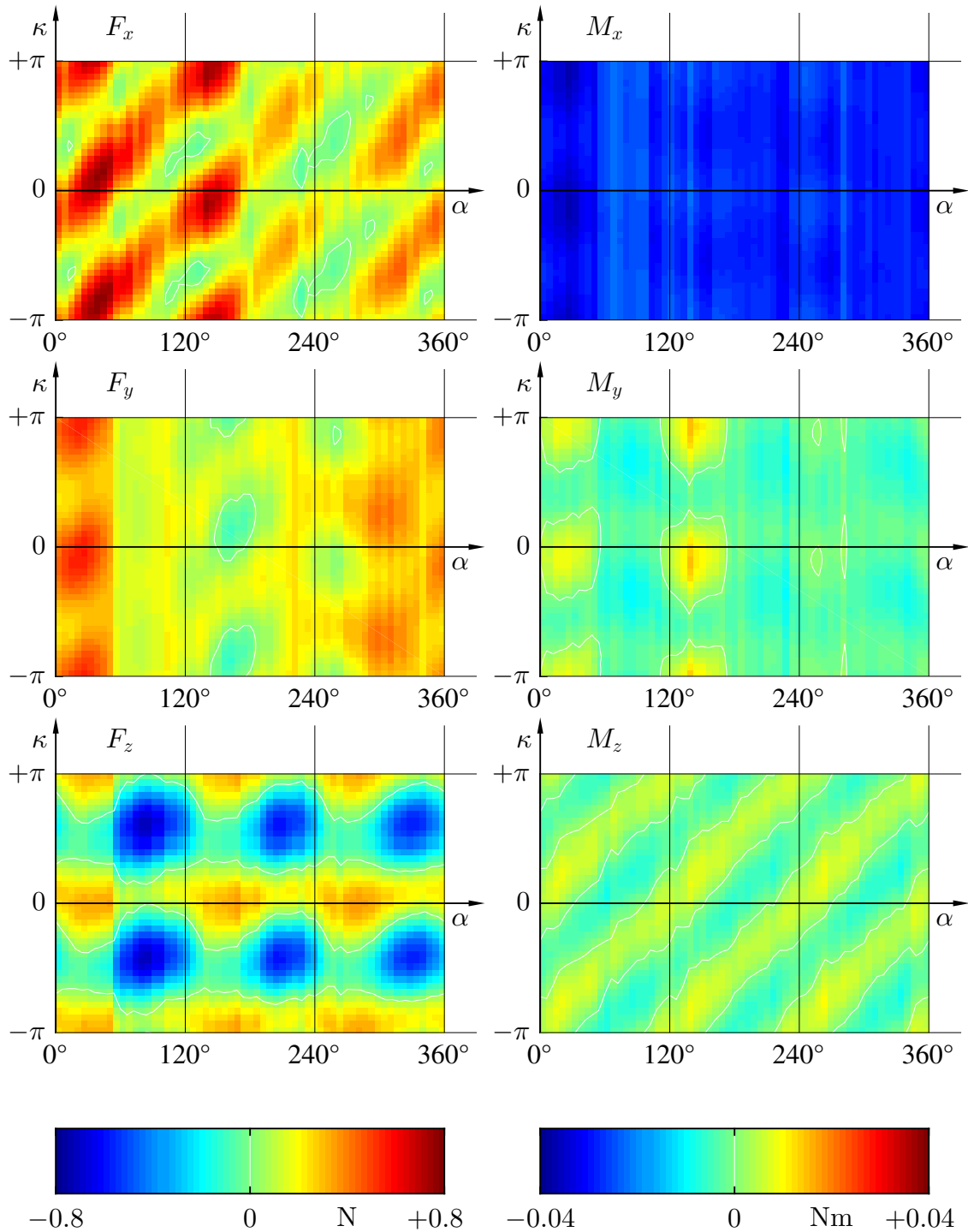


Abbildung A.13.: Kräfte und Momente im Maschinenkoordinatensystem

Literaturverzeichnis

- [1] *Grundlagen der Schallmessung*. DIN 45630, 1971
- [2] *Berechnung des Lautstärkepegels und der Lautheit aus dem Geräuschspektrum*. DIN 45631, 1991
- [3] *Schwingungen und schwingungsfähige Systeme*. DIN 1311, 2002
- [4] *Akustik – Normalkurven gleicher Lautstärkepegel*. DIN ISO 226, 2003
- [5] *Akustik – Bevorzugte Bezugswerte für Pegel in der Akustik und Schwingungstechnik*. DIN EN ISO 1683, 2008
- [6] *Akustik – Begriffe*. DIN 1320, 2009
- [7] *Aktive Schwingungsisolierung*. VDI 2064, 2010
- [8] *Schwingungsisolierung*. VDI 2062, 2011
- [9] *Logarithmische Größen und Einheiten*. DIN 5493, 2013
- [10] *Elektromagnetisches Feld*. DIN 1324, Teil 1: 2014, Teil 2: 1988
- [11] BALLAS, Rüdiger G. ; PFEIFER, Günther ; WERTHSCHÜTZKY, Roland: *Elektromechanische Systeme der Mikrotechnik und Mechatronik*. Springer, 2009
- [12] BYRNE, John V. ; O'DWYER, Jeremiah B.: *Electrical Drive System Incorporating Variable Reluctance Motors*. US Patent 4,698,537. <http://www.google.com/patents/US4698537>. Version: Oct. 1987
- [13] CAMERON, D. E. ; LANG, J. H. ; UMANS, S. D.: The origin of acoustic noise in variable-reluctance motors. In: *Industry Applications Society Annual Meeting, 1989., Conference Record of the 1989 IEEE*, 1989, S. 108 – 115
- [14] CAMERON, D. E. ; LANG, J. H. ; UMANS, S. D.: The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 28 (1992), nov/dec, Nr. 6, S. 1250 – 1255. <http://dx.doi.org/10.1109/28.175275>. – ISSN 0093–9994
- [15] CAMPBELL, Peter: Comments on Energy Stored in Permanent Magnets. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 36 (2000), S. 401 – 403
- [16] CHAI, J. Y. ; LIN, Y. W. ; LIAW, C. M.: Comparative study of switching controls in vibration and acoustic noise reductions for switched reluctance motor. In: *Electric Power Applications, IEE Proceedings -* 153 (2006), may, Nr. 3, S. 348 – 360. <http://dx.doi.org/10.1049/ip-epa:20050340>. – ISSN 1350–2352

- [17] CHOI, Yong K. ; YOON, Hee S. ; KOH, Chang S.: Pole-Shape Optimization of a Switched-Reluctance Motor for Torque Ripple Reduction. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 43 (2007), april, Nr. 4, S. 1797 – 1800. <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2006.892292>. – ISSN 0018–9464
- [18] DAHLMANN, M. ; SATTEL, T.: Continuous control for reduced vibration excitation in reluctance machines. In: *Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2014), 7th IET International Conference on*, 2014, S. 1 – 5
- [19] DAHLMANN, Martin ; SATTEL, Thomas: Inverse design of a harmonic two-phase reluctance machine. In: *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics* 55 (2017), Aug, Nr. 1, S. 13–27. <http://dx.doi.org/10.3233/JAE-160087>. – ISSN 1383–5416
- [20] DAHLMANN, Martin ; SATTEL, Thomas: *Zwei-Phasen-Reluktanzmaschine*. Patent DE 10 2015 010 993 A1, 2017
- [21] DELFINO, F. ; PROCOPIO, R. ; ROSSI, M.: Evaluation of forces in magnetic materials by means of energy and co-energy methods. In: *The European Physical Journal B* 25 (2002), S. 31 – 38. <http://dx.doi.org/10.1140/e10051-002-0005-y>
- [22] DESAI, P. C. ; KRISHNAMURTHY, M. ; SCHOFIELD, N. ; EMADI, A.: Novel Switched Reluctance Machine Configuration With Higher Number of Rotor Poles Than Stator Poles: Concept to Implementation. In: *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 57 (2010), feb., Nr. 2, S. 649 – 659. <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2009.2034678>. – ISSN 0278–0046
- [23] FAHIMI, B. ; SURESH, G. ; RAHMAN, K. M. ; EHSANI, M.: Mitigation of acoustic noise and vibration in switched reluctance motor drive using neural network based current profiling. In: *Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. The 1998 IEEE Bd. 1*, 1998. – ISSN 0197–2618, S. 715 – 722
- [24] FIEDLER, J. O. ; KASPER, K. A. ; CHAPARRO, F. ; DE DONCKER, R. W.: Effectiveness of Noise Reducing Measures in Switched Reluctance Drives. In: *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE Bd. 3*, 2006. – ISSN 0197–2618, S. 1163 – 1170
- [25] FIEDLER, J. O. ; KASPER, K. A. ; DE DONCKER, R. W.: Spectral composition of stator vibrations resulting from modal superposition in SRM. In: *Power Electronics, Machines and Drives, 2006. PEMD 2006. The 3rd IET International Conference on*, 2006. – ISSN 0537–9989, S. 216 – 220
- [26] FIEDLER, J. O. ; KASPER, K. A. ; DE DONCKER, R. W.: Calculation of the Acoustic Noise Spectrum of SRM Using Modal Superposition. In: *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* 57 (2010), sept., Nr. 9, S. 2939 – 2945. <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2010.2046573>. – ISSN 0278–0046
- [27] FIEDLER, Jens: *Design of Low-Noise Switched Reluctance Drives*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Diss., 2006

- [28] FURLANI, Edward P.: *Permanent Magnet and Electromechanical Devices*. Elsevier, 2001 <http://www.sciencedirect.com/science/book/9780122699511>. – ISBN: 978-0-12-269951-1
- [29] HENNEN, M. D. ; DE DONCKER, R. W. ; FUENGWARODSAKUL, Nisai H. ; FIEDLER, J. O.: Single-Phase Switched Reluctance Drive With Saturation-Based Starting Method. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 26 (2011), May, Nr. 5, S. 1337 – 1343. <http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2010.2076366>. – ISSN 0885–8993
- [30] HERRMANN, Marcus: *Entwurf, Berechnung und Regelung magnetischer Reluktanzaktoren*, Technische Universität München, Diss., 2008. <https://mediatum.ub.tum.de/doc/646481/646481.pdf>
- [31] KAISERSEDER, M. ; SCHMID, J. ; AMRHEIN, W. ; SCHEEF, V.: Current shapes leading to positive effects on acoustic noise of switched reluctance drives. In: *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 22 (2003), Nr. 4, S. 998 – 1008
- [32] KALLENBACH, Eberhard ; EICK, Rüdiger ; QUENDT, Peer ; STRÖHLA, Tom ; FEINDT, Karsten ; KALLENBACH, Matthias ; RADLER, Oliver: *Elektromagnete*. Vieweg+Teubner Verlag, 2012
- [33] KANG, B. J. ; LIAW, C. M.: Random hysteresis PWM inverter with robust spectrum shaping. In: *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on* 37 (2001), apr, Nr. 2, S. 619 – 629. <http://dx.doi.org/10.1109/7.937473>. – ISSN 0018–9251
- [34] KASPER, K. A. ; FIEDLER, J. O. ; SCHMITZ, D. ; DE DONCKER, R. W.: Noise Reduction Control Strategies for Switched Reluctance Drives. In: *Vehicle Power and Propulsion Conference, 2006. VPPC '06. IEEE, 2006*, S. 1 – 6
- [35] KASPER, Knut A.: *Analysis and Control of the Acoustic Behavior of Switched Reluctance Drives*, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Diss., 2010
- [36] KOKERNAK, J. M. ; TORREY, D. A.: Magnetic circuit model for the mutually coupled switched reluctance machine. In: *Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS '97., Conference Record of the 1997 IEEE* Bd. 1, 1997. – ISSN 0197–2618, S. 302 – 309
- [37] KRISHNAN, R. ; IRWIN, J. D. (Hrsg.): *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and application*. CRC Press, 2001
- [38] LEE, Cheewoo ; KRISHNAN, R.: New Designs of a Two-Phase E-Core Switched Reluctance Machine by Optimizing the Magnetic Structure for a Specific Application: Concept, Design, and Analysis. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 45 (2009), sept.-oct., Nr. 5, S. 1804 – 1814. <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2009.2027570>. – ISSN 0093–9994
- [39] LI, G. J. ; OJEDA, X. ; HLIQUI, S. ; HOANG, E. ; GABSI, M. ; BALPE, C.: Comparative study of Switched Reluctance Motors performances for two current distributions and excitation modes. In: *Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE, 2009*. – ISSN 1553–572X, S. 4047 – 4052

- [40] LI, Jian ; CHO, Yunhyun: Investigation into Reduction of Vibration and Acoustic Noise in Switched Reluctance Motors in Radial Force Excitation and Frame Transfer Function Aspects. In: *Magnetics, IEEE Transactions on* 45 (2009), oct., Nr. 10, S. 4664 – 4667. <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2009.2021858>. – ISSN 0018–9464
- [41] LI, Yue ; TANG, Yifan: Switched reluctance motor drives with fractionally-pitched winding design. In: *Power Electronics Specialists Conference, 1997. PESC '97 Record., 28th Annual IEEE Bd. 2, 1997.* – ISSN 0275–9306, S. 875 – 880
- [42] LIANG, X. B. ; LI, G. J. ; OJEDA, J. ; GABSI, M. ; REN, Z.: Comparative study of vibration and acoustic noise between classical and mutually coupled switched reluctance motors. In: *Electrical Machines (ICEM), 2012 XXth International Conference on, 2012,* S. 2955 – 2960
- [43] LIPO, T. A.: Synchronous Reluctance Machines-A Viable Alternative for AC Drives? In: *Electric Machines & Power Systems* 19 (1991), Nr. 6, 659 – 671. <http://dx.doi.org/10.1080/07313569108909556>
- [44] LOVATT, Howard C. ; WATTERSON, Peter A.: Energy Stored in Permanent Magnets. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 35 (1999), S. 505 – 507
- [45] MA, Cong ; QU, Liyan: Multiobjective Optimization of Switched Reluctance Motors Based on Design of Experiments and Particle Swarm Optimization. In: *Energy Conversion, IEEE Transactions on* 30 (2015), Sept, Nr. 3, S. 1144 – 1153. <http://dx.doi.org/10.1109/TEC.2015.2411677>. – ISSN 0885–8969
- [46] MA, Cong ; QU, Liyan ; TANG, Zhangjun: Torque ripple reduction for mutually coupled switched reluctance motor by bipolar excitations. In: *Electric Machines Drives Conference (IEMDC), 2013 IEEE International, 2013,* S. 1211 – 1217
- [47] MECROW, B. C.: New winding configurations for doubly salient reluctance machines. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 32 (1996), Nr. 6, S. 1348 – 1356. <http://dx.doi.org/10.1109/28.556638>. – ISSN 0093–9994
- [48] MECROW, B. C. ; WEINER, C. ; CLOTHIER, A. C.: The modeling of switched reluctance machines with magnetically coupled windings. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 37 (2001), Nr. 6, S. 1675 – 1683. <http://dx.doi.org/10.1109/28.968178>. – ISSN 0093–9994
- [49] MEDREA, Nicoleta ; VIOREL, Ioan A.: Switched Reluctance Motors with Concentrated Stator Windings and Salient Poles of Different Shape on Rotor. In: *Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series No. 32* (2008), S. 118 – 123
- [50] MEEKER, David: *Magnetic Circuit Derivation of Energy Stored in a Permanent Magnet.* Finite Element Method Magnetics. <http://www.femm.info/wiki/PMEnergy>. Version: 2007
- [51] MICHAELIDES, A. ; POLLOCK, C.: Reduction of noise and vibration in switched reluctance motors: new aspects. In: *Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE Bd. 2, 1996,* S. 771 – 778

- [52] MILLER, T. J. E. ; HANSELMAN, Duane ; JAHNS, Thomas M. ; McDONALD, Jim ; MILLER, T. J. E. (Hrsg.): *Electronic Control of Switched Reluctance Machines*. Newnes, 2001
- [53] OJEDA, X. ; MININGER, X. ; GABSI, M. ; LECRIVAIN, M.: Sinusoidal feeding for Switched Reluctance Machine: Application to vibration damping. In: *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, 2008, S. 1 – 4
- [54] PANDA, Debiprasad ; RAMANRAYANAN, V.: Low-noise switched reluctance drive. In: *Power Electronic Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1998. Proceedings. 1998 International Conference on Bd. 2*, 1998, S. 627 – 633
- [55] PAPULA, Lothar: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 1*. Vieweg+Teubner, 2009
- [56] PENGOV, W. ; HENDERSHOT, J. R. ; MILLER, T. J. E.: A new low-noise two-phase switched reluctance motor. In: *Electric Machines and Drives, 2005 IEEE International Conference on*, 2005, S. 1281 – 1284
- [57] PIERSOL, Allan G. (Hrsg.) ; PAEZ, Thomas L. (Hrsg.): *Harris' Shock and Vibrations Handbook*. McGraw-Hill, 2010
- [58] POLLOCK, C. ; BRACKLEY, M.: Comparison of the acoustic noise of a flux-switching and a switched reluctance drive. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 39 (2003), may-june, Nr. 3, S. 826 – 834. <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2003.810626>. – ISSN 0093–9994
- [59] POLLOCK, C. ; POLLOCK, H. ; BARRON, R. ; COLES, J. R. ; MOULE, D. ; COURT, A. ; SUTTON, R.: Flux-Switching Motors for Automotive Applications. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 42 (2006), Sept, Nr. 5, S. 1177 – 1184. <http://dx.doi.org/10.1109/TIA.2006.880842>. – ISSN 0093–9994
- [60] POLLOCK, C. ; WALLACE, M.: The flux switching motor, a DC motor without magnets or brushes. In: *Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE Bd. 3*, 1999. – ISSN 0197–2618, S. 1980 – 1987
- [61] POLLOCK, C. ; WU, Chi-Yao: Acoustic noise cancellation techniques for switched reluctance drives. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 33 (1997), mar/apr, Nr. 2, S. 477 – 484. <http://dx.doi.org/10.1109/28.568013>. – ISSN 0093–9994
- [62] PREUMONT, A.: *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*. Springer, 2006
- [63] RAMU, K. ; STALEY, A. M.: *PMBDCM and two phase SRM motor, two phase SRM rotor and stator, and coil wrap for PMBDCM and SRM motors*. <http://www.google.com/patents/US7420308>. Version: September 2 2008. – US Patent 7,420,308
- [64] RASMUSSEN, P. O. ; BLAABJERG, F. ; PEDERSEN, J. K. ; JENSEN, F.: Switched reluctance-shark machines-more torque and less acoustic noise. In: *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE Bd. 1*, 2000. – ISSN 0197–2618, S. 93 – 98

- [65] RASMUSSEN, P. O. ; BLAABJERG, F. ; PEDERSEN, J. K. ; KJAER, P. C. ; MILLER, T. J. E.: Acoustic noise simulation for Switched Reluctance Motors with audible output. In: *Proc. Eur. Conf. Power Electron. Appl. (EPE)* (1999)
- [66] SANADA, M. ; MORIMOTO, S. ; TAKEDA, Y. ; MATSUI, N.: Novel rotor pole design of switched reluctance motors to reduce the acoustic noise. In: *Industry Applications Conference, 2000. Conference Record of the 2000 IEEE* Bd. 1, 2000. – ISSN 0197–2618, S. 107 – 113
- [67] VANDANA, R. ; FERNANDES, B. G.: Segmented switched reluctance motor with novel winding and excitation strategy. In: *Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on*, 2010, S. 1 – 4
- [68] VANDEVELDE, Lieven ; GYSELINCK, Johan J. C. ; BOKOSE, Francis ; MELKEBEEK, Jan A. A.: Vibrations of magnetic origin of switched reluctance motors. In: *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering* 22 (2003), Nr. 4, S. 1009 – 1020. <http://dx.doi.org/10.1108/03321640310482968>
- [69] WU, C. Y. ; POLLOCK, C.: Time domain analysis of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive. In: *Electrical Machines and Drives, 1993. Sixth International Conference on (Conf. Publ. No. 376)*, 1993, S. 558 –563
- [70] WU, Chi-Yao ; POLLOCK, C.: Analysis and reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive. In: *Industry Applications, IEEE Transactions on* 31 (1995), jan/feb, Nr. 1, S. 91 – 98. <http://dx.doi.org/10.1109/28.363045>. – ISSN 0093–9994
- [71] ZHU, Z. Q. ; HOWE, D.: Improved methods for prediction of electromagnetic noise radiated by electrical machines. In: *Electric Power Applications, IEE Proceedings* 141 (1994), mar, Nr. 2, S. 109 – 120. <http://dx.doi.org/10.1049/ip-epa:19949961>. – ISSN 1350–2352