# Marco Thomisch

Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen

# Berichte aus dem INSTITUT FÜR MASCHINEN- UND GERÄ-TEKONSTRUKTION (IMGK)

# Herausgegeben von

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin (Maschinenelemente), Univ.-Prof. Dr.-Ing. René Theska (Feinwerktechnik) und Univ.-Prof. Dr.-Ing. Christian Weber (Konstruktionstechnik)

aus dem Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK) an der TU Ilmenau.

# Band 31

Diese Reihe setzt die "Berichte aus dem Institut für Maschinenelemente und Konstruktion" fort.

# Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen

Marco Thomisch



Universitätsverlag Ilmenau 2018

# **Impressum**

## Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Diese Arbeit hat der Fakultät für Maschinenbau der Technischen Universität Ilmenau als Dissertation vorgelegen.

Tag der Einreichung: 27. Februar 2018

1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin

(Technische Universität Ilmenau)

2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Markus Kley

(Hochschule Aalen)

3. Gutachter: Dr.-Ing. Günther Lange

(Technische Universität Ilmenau)

Tag der Verteidigung: 4. Juli 2018

Technische Universität Ilmenau/Universitätsbibliothek

# Universitätsverlag Ilmenau

Postfach 10 05 65 98684 Ilmenau

http://www.tu-ilmenau.de/universitaetsverlag

readbox unipress in der readbox publishing GmbH Am Hawerkamp 31 48155 Münster http://unipress.readbox.net

**ISSN** 2191-8082

**ISBN** 978-3-86360-187-4 (Druckausgabe) **URN** urn:nbn:de:gbv:ilm1-2018000300

# Geleitwort der Herausgeber

Die Konstruktion von Maschinen und Geräten sowie die zugehörigen Methoden und Werkzeuge sind seit den frühen 1950er Jahren ein profilbildender Schwerpunkt an der Technischen Universität Ilmenau und ihren Vorgängerinstitutionen. Es war daher ein naher liegender Schritt, dass die drei konstruktiv orientierten Fachgebiete der Fakultät für Maschinenbau – Maschinenelemente, Feinwerktechnik/Precision Engineering, Konstruktionstechnik – im Mai 2008 das Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK) neu gegründet haben. Das IMGK steht in der Tradition einer Kette ähnlicher Vorgängerinstitute, deren wechselnde Zusammensetzung hauptsächlich durch sich über der Zeit ändernde Universitätsstrukturen bedingt war.

Zweck des Institutes ist es, die Kompetenzen und Ressourcen der beteiligten Fachgebiete zu bündeln, um Forschung und Lehre zu verbessern und erzielte wissenschaftliche Ergebnisse gemeinsam in die Fachöffentlichkeit zu tragen.

Ein wesentliches Instrument hierzu ist die Schriftenreihe des Instituts für Maschinen- und Gerätekonstruktion. Sie führt eine erfolgreiche Schriftenreihe des im Jahr 1991 gegründeten unmittelbaren Vorgängerinstitutes IMK (Institut für Maschinenelemente und Konstruktion) fort.

In der Schriftenreihe erscheinen in erster Linie die am Institut entstandenen Dissertationen, daneben werden aber auch andere Forschungsberichte, die in den thematischen Rahmen passen und von allgemeinem Interesse sind, in die Schriftenreihe aufgenommen.

Der vorliegende Band 31 ist als Dissertation am Fachgebiet für Maschinenelemente unter der wissenschaftlichen Betreuung von Professor Ulf Kletzin und kooperativer Betreuung von Professor Markus Kley von der Hochschule Aalen entstanden. Die Herausgeber wünschen sich reges Interesse an der Schriftenreihe und würden sich freuen, wenn sie zum fruchtbaren Dialog in Wissenschaft und Praxis beitragen würde.

Ilmenau, im August 2018

Univ. Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin (Maschinenelemente)
Univ. Prof. Dr.-Ing. René Theska (Feinwerktechnik)
Univ. Prof. Dr.-Ing. Christian Weber (Konstruktionstechnik)

#### Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Antriebstechnik und Abwärmenutzung (IAA) der Hochschule Aalen. Das Thema der Arbeit wurde durch ein gemeinsames Forschungsvorhaben der Hochschule Aalen und der Franke GmbH in Aalen angeregt. Mein Dank gilt zuerst Herrn Prof. Dr.-Ing. Markus Kley, der mir durch sein Vertrauen und seine umfangreiche Unterstützung diese wissenschaftliche Arbeit ermöglicht hat. Der Franke GmbH, speziell den Herren Dipl.-Ing. (FH) Jörg Egelhaaf und Dipl.-Ing. (FH) Franz Öhlert, danke ich für die bereitwillige fachliche und materielle Unterstützung sowie für die kritische Diskussion der gewonnenen Erkenntnisse.

Meinem Doktorvater, Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin der Technischen Universität Ilmenau, Lehrstuhl für Maschinenelemente, danke ich für die Betreuung und sein förderliches Interesse am Fortgang der Arbeit sowie für die wertvollen Diskussionen.

Für die Erstellung der Gutachten danke ich den Herren Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin, Dr.-Ing. Günther Lange und Prof. Dr.-Ing. Markus Kley.

Des Weiteren danke ich allen Mitarbeitern des Instituts, die meine Arbeit unterstützt und durch kritische Diskussionen gefördert haben.

Meiner Familie und speziell meiner Frau Simone bin ich zu großem Dank verpflichtet. Durch ihre selbstlose Unterstützung und Akzeptanz war es mir überhaupt erst möglich diese Arbeit anzufertigen.

Aalen, im August 2018

Marco Thomisch



# Zusammenfassung

Drahtumformprozesse, und hier im Speziellen das Rollbiegen bzw. Winden, stellen die fertigungstechnische Grundlage für einige Maschinenelemente wie beispielsweise Schraubenfedern, Drahtringe für Drahtwälzlager oder Kolbenringe dar. Bei Produkten mit geringen Anforderungen an Form und Beanspruchbarkeit findet das Rollbiegen in Form eines einstufigen Umformprozesses statt. Für technisch anspruchsvollere Bauteile hingegen sind Eigenspannungen und Formgenauigkeit für das Betriebsverhalten von Bedeutung, was einen umfangreicheren Herstellungsprozess erfordert. Deshalb wird anstelle des einstufigen Prozesses ein mehrstufiger Umformprozess eingesetzt, da hiermit beispielsweise eine höhere Formgenauigkeit gewährleistet oder die zerspanende Wegnahme von eigenspannungsbehafteten Querschnittsbereichen berücksichtigt werden kann. Bei diesen komplexeren bzw. mehrstufigen Prozessen ist die Ermittlung der resultierenden Eigenspannungen sowohl analytisch als auch numerisch bisher nur bedingt möglich. Insbesondere die Abhängigkeit der aufeinander folgenden Prozessschritte zueinander erfährt nur mangelhafte Beachtung. Zielsetzung der vorliegenden Arbeit ist die Bereitstellung einer Methodik zur Bestimmung der optimalen Parameter beim Drahtumformen, was beispielsweise zur Erzielung günstiger Umformeigenspannungen oder zu einer hohen Formgenauigkeit führt. Diese Methodik als eigentliches Ergebnis beinhaltet im Rahmen der Arbeit drei Teilbereiche. Als erstes wird die zur Beschreibung des Umformvorgangs nötige Werkstoffcharakterisierung durchgeführt. Diese Charakterisierung basiert auf Experimenten, die sowohl den BAUSCHINGER-Effekt als auch Ver- und Entfestigungsmechanismen untersuchen und quantifizieren. Darauf aufbauend folgt der zweite Teilbereich, die analytische Beschreibung des mehrstufigen Umformprozesses. Durch Anwendung dieses deskriptiven Algorithmus werden sowohl die (Eigen-)Spannungen als auch die elastischen und plastischen Verformungen zu jedem Zeitpunkt des Umformvorgangs bestimmt. Als dritter Teilbereich werden verschiedene Optimierungsalgorithmen mit unterschiedlichen Zielsetzungen für den deskriptiven Algorithmus vorgestellt.

### **Abstract**

Wire forming processes are the basic manufacturing principle for many machine elements like helical springs, wire coils used for wire race bearings and piston rings. In case of low product requirements a one-step, forming process does the forming with sufficiently results. For ambitious products with high operational or fatigue requirements especially related to residual stress and dimensional accuracy, a multi-step forming process is mandatory. Additional, several challenging products are finished by using mechanical chipping, in particular grinding, for best accuracy and surface quality. For these more complex manufacturing forming processes, neither the calculation by FEM nor by analytical calculation delivers satisfactory results for residual stress of bending situation, resulting strain or spring back as well. Especially the dependencies between the succeeding processing steps are not fully included in available calculation methods yet. The present dissertation provides a methodology for determining the ideal parameters for wire forming. For optimizing residual stresses based on spring back or high forming accuracy as well the methodology raises as a suitable tool. The methodology consists of three major parts. First, the material behavior has to be characterized by several selected trials and defined trial proceedings. The trials especially consider the behavior of hardening and softening and the BAUSCHINGER-Effect as well. Finally the mathematical description of the needed material behavior is done. Second part of methodology includes the completely analytical description of multi-step wire forming. Appliance of the algorithm, leads to results of all stress-strain situations of every forming stage in progress. Last part of methodology includes several optimization strategies for this analytical algorithm. Due to specific application, the usage of the right optimization strategy provides the needed manufacturing parameters. Based on these forming parameters respectively best fit results are possible for the chosen forming situation.

# Inhaltsverzeichnis

Impres	ssum	IV
Geleity	wort der Herausgeber	V
Vorwo	rt	VI
Zusam	nmenfassung	IX
Abstra	ct	X
Inhalts	sverzeichnis	XI
Forme	lzeichen	XIV
Abkürz	zungen	XIX
1	Einleitung	1
2	Zielsetzung	3
3	Aufbau der Arbeit	5
4	Stand der Technik	7
4.1	Mechanisches Umformen	7
4.2	Richten	9
4.3	Eigenspannungen	10
4.3.1	Theorie der Eigenspannungen	10
4.3.2	Eigenspannungen durch mechanisches Schleifen	13
4.3.3	Bestimmung von Eigenspannungen	15
4.4	Plastizität	19
4.4.1	Ver- und Entfestigung	20
4.4.2	BAUSCHINGER-Effekt	23
4.4.3	Elastische Hysterese	30
4.4.4	Zyklisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten	30
4.4.5	Wechselverformungsverhalten	32
4.5	Umformsimulation mit Finiten Elementen	34
5	Grundlagen	37
5.1	Analytische Ansätze zur Geometrie von Sichelflächen	37
5.2	Apollonisches Berührproblem	40

5.3	Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Kurve	41
5.4	Analytisches Biegespannungsmodell	43
6	Werkstoffe und Vorrichtungen	49
6.1	Versuchswerkstoffe	49
6.1.1	Hochfester ölschlussvergüteter Federstahl – 54SiCr6 (1.7102)	49
6.1.2	Unlegierter Vergütungsstahl – C45E+N (1.1191)	51
6.2	Probengeometrien und Vorrichtungen	52
6.2.1	Zug-/Druckversuche	52
6.2.2	Biegewechselversuche	55
6.2.3	Torsionswechselversuche	59
6.2.4	Schleifversuche	60
6.3	Finite-Elemente Modelle	61
6.3.1	Zug-/Druckversuche	62
6.3.2	Biegewechselversuche	62
7	Untersuchungsergebnisse	65
7.1	Empirische Methoden	65
7.1.1	Zug-/Druck Hysterese	65
7.1.2	Wechselverformungskurven – wechselnde Biegung	81
7.1.3	Torsionswechselhysterese	93
7.1.4	Schleifversuche	.102
7.1.5	Röntgendiffraktometrie	.104
7.1.6	Ergebnis der empirischen Untersuchung	.106
7.2	Numerische Methoden	.107
7.2.1	Materialkarte MAT003	.108
7.2.2	Materialkarte MAT024	.110
7.2.3	Materialkarte MAT125	.111
7.2.4	Ergebnis der numerischen Untersuchung	.113
7.3	Analytische Methoden und Modell	.116
7.3.1	Modifiziertes Biegespannungsmodell	.117

7.3.2	Beschreibung der primären Beanspruchung – Phase 1	121
7.3.3	Beschreibung der primären Rückfederung – Phase 2	124
7.3.4	Beschreibung der sekundären Beanspruchung – Phase 3	131
7.3.5	Beschreibung der sekundären Rückfederung – Phase 4	136
7.3.6	Berechnung der nichtlinearen Rückfederungsspannungen	140
7.3.7	Beschreibung des zweistufigen Umformvorgangs	142
7.3.8	Methoden zum optimalen Bestimmen von Parametern	145
7.3.9	Spannungsverifikation	151
8	Zusammenfassung und Ausblick	155
9	Literaturangaben	169
10	Anhang	181
10.1	Analytische Ansätze zur Geometrie von Sichelflächen	181
10.1.1	Definition der Geometrie und der Variablen	181
10.1.2	2 Schnittpunkte der Kreise	183
10.1.3	B Flächenmoment nullten Grades – Flächeninhalt	184
10.1.4	Flächenmoment ersten Grades – Geometrischer Schwerpunk	at 186
10.1.5	Flächenmomente zweiten Grades	188
10.1.6	Transformation auf xy-Koordinaten	193
10.2	54SiCr6 Schliffbilder	194
10.3	54SiCr6	196
10.4	C45E+N	198
10.5	S235JR+C	199
10.6	11SMn30+C	200
10.7	AlCu4PbMgMn	201
10.8	CuCn39Pb3	202

# Formelzeichen

Symbol	Einheit	Beschreibung
A	$mm^2$	Flächeninhalt, allgemein
$A_{SF}$	$mm^2$	Flächeninhalt Sichelfläche
$A_{\text{SF.ges}}$	$mm^2$	Gesamtfläche Sichelfläche
$A_3$	0/0	Bruchdehnung
a, aʻ	-	Koeffizienten Apollonisches Kreisproblem
$a_{\rm el}$	mm	Elastisch-Plastische Grenze
$a_{pl}^*$	-	Konstante zur plastischen Rückverformung
$a_3$	MPa	Sättigungswert Sekundärfließkurve
b, b'	-	Koeffizienten Apollonisches Kreisproblem
b(z)	mm	Kreissehne
$\mathbf{b_{pl}^*}$	-	Konstante zur plastischen Rückverformung
$C_0$	-	Konstante zum Tangentenmodul
$C_{\rm L}$	MPa	LUDWIK-Parameter
c, cʻ	-	Koeffizienten Apollonisches Kreisproblem
$c_{ m pl}^*$	-	Konstante zur plastischen Rückschiebung
D	mm	Ringdurchmesser, Rolldurchmesser
$D_{\mathrm{Vor},1}$	mm	Vorrolldurchmesser
$D_{\mathrm{Vor,2}}$	mm	Vorrolldurchmesser mit Rückfederung
$D_{\text{Fertig,3}}$	mm	Fertigrolldurchmesser
$D_{\text{Fertig,4}}$	mm	Fertigrolldurchmesser mit Rückfederung
d, d'	-	Koeffizienten Apollonisches Kreisproblem
d	mm	Durchmesser, allgemein
$d_{pl}^*$	-	Konstante zur plastischen Rückschiebung
$d_s$	mm	Schleifscheibendurchmesser
$d^{\{hkl\}}$	mm	Gitternetzabstand, allgemein
$d_{\phi\psi}^{\{hkl\}}$	mm	Gitternetzabstand, in Probenrichtung

Formelzeichen XV

$d_0^{\{hkl\}}$	mm	Gitternetzabstand, dehnungsfrei
E, E <sub>allg</sub>	MPa	Elastizitätsmodul
Eo, Ea	MPa	Konstanten zum Tangentenmodul
$\mathrm{E}_{\mathrm{T}}$	MPa	Tangentenmodul
F()	MPa	Funktion der Fließfläche
F	N	Kraft, allgemein
$\Delta F_{i,abs}$	N	Bezogene Maximalkraftdifferenz
$\Delta F_{i,rel}$	0/0	Relative Maximalkraftdifferenz
G	MPa	Schubmodul
$G_{\mathrm{T}}$	MPa	Tangentenschubmodul
g()	MPa	Verfestigungsfunktion
$h_{\rm o}(\ldots)$	mm	Funktion der oberen Geometriekontur
$h_{\text{u}}(\ldots)$	mm	Funktion der unteren Geometriekontur
$I_{vv}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die v-Achse
$I_{\rm vv,1}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die v-Achse
$I_{vv,2}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die v-Achse
${ m I}_{ m vw}$	$mm^4$	Polares Flächenträgheitsmoment um Ursprung
${ m I}_{ m ww}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die w-Achse
${ m I}_{ m yy}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die y-Achse
${ m I_{yz}}$	$mm^4$	Polares Flächenträgheitsmoment um Ursprung
$I_{zz}$	$mm^4$	Axiales Flächenträgheitsmoment um die z-Achse
$k_{\rm f}$	MPa	Charakterisierung einachsiger Spannungszustand
$k_R$	MPa	RAMBERG-OSGOOD Parameter
$\Delta l$	0/0	Längenänderung
$l_0$	mm	Probenlänge
$l_{\mathrm{Mess}}$	mm	Messlänge
$\mathrm{M}_{\mathrm{bF}}$	Nm	Belastungsmoment durch Biegung
$ m M_{RF}$	Nm	Rückstellmoment durch Biegung
N	-	Zyklenzahl
$n_{\rm L}$	-	LUDWIK-Parameter
$n_{pl}$	-	Stützzahl nach NEUBER

$n_R$	-	RAMBERG-OSGOOD Parameter
$n_{RD}$	-	Ordnung der Beugung (Röntgendiffraktometrie)
$n_s$	1/min	Drehzahl Schleifscheibe
$q_s$	-	Geschwindigkeitsverhältnis Schleifen
R	-	Spannungsverhältnis
$R_e$	MPa	Fließgrenze
$R_{\rm m}$	MPa	Zugfestigkeit
$R_{p0,1}$	MPa	Streckgrenze, bei 0,1 % bleibender Dehnung
$R_{p0,2}$	MPa	Streckgrenze, bei 0,2 % bleibender Dehnung
r	mm	Radius, allgemein
<b>r</b> <sub>1</sub> , <b>r</b> <sub>2</sub> , <b>r</b> <sub>3</sub>	mm	Radius
$r_{\rm D}$	mm	Drahtradius
SP	-	Schnittpunkt
$S_1^{\{hkl\}}$	1/MPa	Röntgenographische Elastizitätskonstante
$S_2^{\{hkl\}}$	1/MPa	Röntgenographische Elastizitätskonstante
T	MPa	Tangentenmodul, Normal- und Schubspannung
${ m T}$ $\Delta { m U}$	MPa J	Tangentenmodul, Normal- und Schubspannung Energieverlust durch elastische Hysterese
ΔU	J	Energieverlust durch elastische Hysterese
ΔU vsp	J mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt
$\Delta U$ VSP VgSP	J mm mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt
$\Delta U$ $v_{SP}$ $v_{gSP}$	J mm mm m/s	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit
$\Delta U$ $v_{SP}$ $v_{gSP}$ $v_{c}$ $\Delta W$	J mm mm m/s	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft
$\Delta U$ $v_{SP}$ $v_{gSP}$ $v_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$	J mm mm m/s N mm³	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung
$\Delta U$ $V_{SP}$ $V_{gSP}$ $V_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$	J mm mm m/s N mm³ mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie
$\Delta U$ $V_{SP}$ $V_{gSP}$ $V_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$ $W_{SP}$	J mm mm m/s N mm³ mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie w-Koordinate Schnittpunkt
$\Delta U$ $V_{SP}$ $V_{gSP}$ $V_{C}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$ $W_{SP}$	J mm mm m/s N mm³ mm mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie w-Koordinate Schnittpunkt w-Koordinate geometrischer Schwerpunkt
$\Delta U$ $VSP$ $V_{gSP}$ $V_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$ $WSP$ $W_{gSP}$ $X_{k}$	J mm mm m/s N mm³ mm mm mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie w-Koordinate Schnittpunkt w-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Koordinate Apollonisches Kreisproblem
$\Delta U$ $VSP$ $V_{gSP}$ $V_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$ $WSP$ $W_{gSP}$ $X_{k}$ $Y_{gSP}$	J mm mm m/s N mm³ mm mm mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie w-Koordinate Schnittpunkt w-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Koordinate Apollonisches Kreisproblem y-Koordinate geometrischer Schwerpunkt
$\Delta U$ $VSP$ $V_{gSP}$ $V_{c}$ $\Delta W$ $W_{b}$ $W(x)$ $WSP$ $W_{gSP}$ $X_{k}$ $Y_{gSP}$ $Y_{k}$	J mm mm m/s N mm³ mm mm mm mm	Energieverlust durch elastische Hysterese v-Koordinate Schnittpunkt v-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Schnittgeschwindigkeit Wechselverformungskraft Widerstandsmoment, Biegung Durchbiegung Biegelinie w-Koordinate Schnittpunkt w-Koordinate geometrischer Schwerpunkt Koordinate Apollonisches Kreisproblem y-Koordinate Geometrischer Schwerpunkt Koordinate Apollonisches Kreisproblem

Formelzeichen XVII

β	%	Dehnung der Rückverformung
$eta_arepsilon$	-	BAUSCHINGER-Dehnungsparameter
γ	rad	Schiebungswinkel
$\delta_{pl}^*$	-	Konstante zur plastischen Rückschiebung
$\delta_A$ , $\delta_B$	-	Parameter Sekundärflieskurve
$\delta(\ldots)$	-	Sekundärfkließkurvenfunktion
ε	0/0	Dehnung
$\Delta$ e	0/0	Doppelte Dehnungsamplitude Spannungshysterese
$\Delta \varepsilon_p^*$	%	Plastische Rückverformung
$\Delta \varepsilon_{pl}^*$	%	Halbe plastische Dehnung (nach CHRIST)
$\Delta arepsilon_{RF,it}$	0/0	Dehnungsinkrement
$\epsilon_{ m el}$	0/0	Dehnung, elastisch
ε <sub>F</sub>	%	Fließdehnung
٤ <sub>ges</sub> , ٤ <sub>Ges</sub>	0/0	Dehnung, gesamt
$\epsilon_{max}$	0/0	Dehnung, maximal
$\epsilon_{min}$	0/0	Dehnung, minimal
$\epsilon_{\mathrm{pl}}$	%	Dehnung, plastisch
$\epsilon_{pl,nom}$	%	Dehnung, plastisch nominell
$\epsilon_{pl,tats}$	%	Dehnung, plastisch tatsächlich
$\epsilon_{pl,kum}$	%	Dehnung, kumuliert
ERF, ERand	%	Dehnung, Randfaser
$arepsilon_{RF,it}$	%	Dehnung, iterativ
$\epsilon_{\mathrm{Res}}$	0/0	Dehnung, resultierend
$arepsilon_{arphi\psi}^{\{hkl\}}$	%	Gitterdehnung
γ	0/0	Schiebung, allgemein
$\Delta \gamma_p^*$	0/0	Plastische Rückschiebung
$\gamma_{\rm pl}$	0/0	Schiebung, plastisch
K	1/mm	Krümmung
λ	m	Wellenlänge
$\lambda_{pl}^*$	-	Konstante zur plastischen Rückverformung

$\Delta\sigma$	MPa	Doppelte Spannungsamplitude der Hysterese
$\sigma$	MPa	Spannung, allgemein
$\sigma_{\!\scriptscriptstyle ES}$	MPa	Eigenspannung
$\sigma_B$ , $\sigma_b$	MPa	Biegespannung
$\sigma_{BS}$	MPa	Biegespannung
$\sigma_{\!F}$	MPa	Fließspannung
$\sigma_{max}$	MPa	Maximale Spannung der Spannungshysterese
$\sigma_{min}$	MPa	Minimale Spannung der Spannungshysterese
$\sigma_{Res}$	MPa	Resultierende Spannung
$\sigma_{RF}$	MPa	Rückfederungsspannung
$\sigma_{RF,Rand}$	MPa	Rückfederungsspannung in der Randfaser
$\sigma_{\!11}$	MPa	Spannungskomponente, vektoriell
$\sigma_{22}$	MPa	Spannungskomponente, vektoriell
$\sigma_{33}$	MPa	Spannungskomponente, vektoriell
$\sigma^I$	MPa	Eigenspannung I. Art
$\sigma^{II}$	MPa	Eigenspannung II. Art
$\sigma^{III}$	MPa	Eigenspannung III. Art
$\sigma_I$	MPa	Erste Hauptspannung
$\sigma_{II}$	MPa	Zweite Hauptspannung
$\sigma_{III}$	MPa	Dritte Hauptspannung
$\sigma_{oldsymbol{arphi}}$	MPa	Spannungskomponente unter dem Winkel φ
τ	MPa	Schubspannung, allgemein
$artheta_{Korr}$	-	Korrekturfaktor Dehnung
$ heta^{\{hkl\}}$	rad	BRAGG-Winkel, Glanzwinkel
φ	rad	Azimuth-Winkel (Röntgendiffraktometrie)
$\phi_{\mathrm{T}}$	rad	Torsionswinkel
ψ	rad	Neigungswinkel (Röntgendiffraktometrie)
ν	-	Querdehnzahl

# Abkürzungen

CAD	Computer Aided Design
EFB	Europäische Forschungsgesellschaft für Blechbearbeitung
FEM	Finite-Elemente-Methode
KQ	Methode der kleinsten Quadrate

# 1 Einleitung

Drahtumformprozesse, und hier im Speziellen das Rollbiegen bzw. Winden, stellen die fertigungstechnische Grundlage für einige Maschinenelemente dar. Das bekannteste Element hierfür ist sicherlich die Schraubenfeder, Abbildung 2. Weitere Bauteile wie Drahtringe für Drahtwälzlager (Abbildung 1) oder Kolbenringe (Abbildung 3) aber auch Formteile im Rohrleitungsbau werden ebenfalls durch dieses Fertigungsverfahren hergestellt.



Abbildung 1: Drahtwälzlager [1] Abbildung 2: Schraubenfeder [2] Abbildung 3: Kolbenringe [3]

Bei herkömmlichen Massenfedern findet das Rollbiegen in Form eines einstufigen Umformprozesses auf speziell dafür entwickelten Maschinen statt. Rohrleitungsteile und andere untergeordnete Bauteile werden ebenfalls im einstufigen Umformprozess und üblicherweise auf Universal-Rollbiegemaschinen gefertigt. Die durch das Umformen eingebrachten und zum Teil sehr hohen Eigenspannungen haben bei diesen Bauteilen keinen signifikanten Einfluss auf deren Betriebsverhalten, da die Belastungen meist zu keinen nennenswerten Beanspruchungen führen. Die mathematische bzw. numerische Beschreibung dieser Umformprozesse ist zudem hinreichend bekannt.

Für technisch anspruchsvollere Bauteile hingegen, wie die bereits angesprochenen Kolbenringe oder Drahtringe für Drahtwälzlager, sind diese Eigenspannungen für das Betriebsverhalten von Bedeutung, was einen umfangreicheren Herstellungsprozess erfordert. Um eine Beeinflussung der nach Umformung verbleibenden Umformeigenspannungen zu ermöglichen, wird anstelle des einstufigen Biegerollprozesses ein zweistufiger Umformprozess eingesetzt, da hiermit beispielsweise eine höhere Formgenauigkeit gewährleistet werden kann. Da diese angesprochenen Bauteile zum einen sehr enge geometrische Toleranzen aufweisen und zum anderen definierte Ansprüche an die Oberflächengüte haben, ist nach dem Umformen eine Zerspanung, üblicherweise durch Schleifen, nötig.

Durch die Wegnahme von eigenspannungsbehafteten Querschnittsbereichen stellt sich zwangsläufig ein neues Gleichgewicht mit verändertem Verlauf ein. Zudem bringt das mechanische Schleifen zu den bereits vorhandenen Umformeigenspannungen zusätzlich weitere thermisch und mechanisch bedingte Eigenspannungen in das Bauteil ein. Durch diese Überlagerung entsteht im Drahtquerschnitt ein teilweise sehr komplexer Eigenspannungszustand. Die daraus resultierenden Eigenspannungen sind sowohl maßgeblich für den sich durch Rückfederung ergebenden Drahtringdurchmesser, als auch für die im Betrieb zulässigen Spannungen verantwortlich. Da die Schleifeigenspannungen erst nach der erfolgten Umformung eingebracht werden, kann dies zudem zu einer ungewollten Geometrieveränderung des bereits hinreichend genau hergestellten Drahtrings führen. Bei diesen komplexeren bzw. mehrstufigen Prozessen ist die Ermittlung der resultierenden Eigenspannungen sowohl analytisch als auch numerisch bisher nur bedingt möglich. Insbesondere die Abhängigkeit der aufeinander folgenden Prozessschritte zueinander erfährt nur mangelhafte Beachtung. Da zusätzlich die Charakterisierung des vorliegenden Materialverhaltens im hierfür benötigen Umfang nicht bekannt ist, werden die beim Umformen benötigten Fertigungsparameter hinsichtlich der Eigenspannungen in der industriellen Praxis derzeit, wenn überhaupt, empirisch ermittelt. Dies führt zu nicht stabilen Fertigungsprozessen, langen Rüst- und Einstellzeiten sowie hohen Ausschussraten. Die Berechnung der Lebensdauer ist aufgrund der fehlenden Kenntnis des Eigenspannungsverlaufs ebenfalls nur eingeschränkt bzw. mit entsprechend hoher Wahl der Sicherheit möglich. Für eine wirtschaftlichere und prozesssicherere Herstellung ist eine hinreichend genaue Beschreibung des Herstellungsprozesses nötig. Des Weiteren sind die zur Beschreibung nötigen Werkstoffkennwerte zu definieren und ebenfalls zu ermitteln.

# 2 Zielsetzung

Die vorliegende Arbeit greift das in der Einleitung beschriebene Problem auf. Zielsetzung der Arbeit ist die Bereitstellung einer Methodik zur Bestimmung der optimalen Parameter beim Drahtumformen, was beispielsweise zur Erzielung günstiger Umformeigenspannungen oder zu einer hohen Formgenauigkeit führt. Diese Methodik als eigentliches Ergebnis beinhaltet im Rahmen der Arbeit drei Teilziele. Als erstes ist die zur Beschreibung des Umformvorgangs nötige Werkstoffcharakterisierung durchzuführen. Grundlage für die Beschreibung des Umformprozesses ist die versuchstechnische Untersuchung des Materialverhaltens hinsichtlich einer mehrmaligen plastischen Umformung mit wechselnder Belastungsrichtung. Besonderes Augenmerk wird bei den Versuchen auf die stattfindenden Ver- und Entfestigungsprozesse gelegt. Es ist zu erwarten, dass insbesondere der BAUSCHINGER-Effekt eine zentrale Rolle im Rahmen der Untersuchungen haben wird. Ebenso ist zu untersuchen, inwieweit die gegenseitige Beeinflussung der aufeinander folgenden plastischen Umformungen vorhanden ist. Orientieren wird sich die Untersuchung am ölschlussvergüteten Federstahl 54SiCr6 und am Vergütungsstahl C45E+N, da diese in ihrer jeweiligen Gruppe von Stahlsorten zu den am meisten eingesetzten Vertretern gehören. Hinsichtlich der Drahtquerschnittsformen werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Kreis- und Mondsichelgeometrie berücksichtigt. Eine Verifikation der Ergebnisse durch Messungen ist, soweit möglich, durchzuführen.

Darauf aufbauend folgt als zweites Teilziel die entweder numerische oder analytische Beschreibung des mehrstufigen Umformprozesses. Durch Anwendung dieses deskriptiven Algorithmus sollen sowohl die (Eigen-)Spannungen als auch die elastischen und plastischen Verformungen zu jedem Zeitpunkt des Umformvorgangs bestimmbar sein. Durch diese Modellierung der Problemstellung ist eine Beschreibung und Auswertung tatsächlicher Umformsituationen möglich.

Als drittes Teilziel sind die jeweiligen Optimierungskriterien zu benennen und entsprechend zu formulieren. Die zu entwickelnde Methodik soll den analytisch deskriptiven Algorithmus durch die wahlweise Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen für eine Optimierung der Fertigungsparameter hinsichtlich der jeweils gewählten Zielsetzung modifizieren.

Ergänzend soll der Einfluss des mechanischen Schleifens hinsichtlich der Wirkung auf die Eigenspannungen qualitativ untersucht werden. Dazu werden ver-

schiedene Schleifversuche mit unterschiedlichen Parametern durchgeführt. Anschließend soll eine Bestimmung der Eigenspannungen durch geeignete Messverfahren stattfinden. Es wird erwartet, dass die Wahl der Schleifparameter signifikanten Einfluss auf die Höhe und die Richtung der Eigenspannungen hat.

Durch das beschriebene Vorgehen wird eine Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen bereitgestellt.

### 3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in zehn Kapitel. Aufbauend auf den drei einleitenden Kapiteln wird in Kapitel 4 der zu Grunde gelegte Stand der Technik vorgestellt. Hier findet zuerst eine knappe Einordnung des vorliegenden Fertigungsverfahrens statt. Da die Eigenspannungen eine zentrale Rolle beim vorliegenden Umformproblem haben, folgen anschließend eine umfangreiche Beschreibung der Theorie der Eigenspannungen sowie deren experimentelle Bestimmbarkeit. Da die plastische Umformung unter anderem ursächlich für die Eigenspannungen ist, wird danach der aktuelle Stand der Technik zur Plastizitätstheorie diskutiert. Im Rahmen der Untersuchungen wird zudem auf einen numerischen Lösungsansatz zurückgegriffen, weshalb abschließend die für die Arbeit benötigten Hintergründe zur numerischen Simulation vorgestellt werden.

Für die Erarbeitung der "Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen" ist das Verständnis des betreffenden Umformprozesses obligatorisch. Die dafür benötigten mathematischen Grundlagen werden in Kapitel 5 zusammengefasst. Kapitel 6 stellt sowohl die verwendeten Werkstoffe als auch die zur Ermittlung der benötigten Werkstoffkenngrößen eingesetzten Vorrichtungen und Probengeometrien vor. Die eigentlichen Untersuchungen und Ergebnisse sind in Kapitel 1 dokumentiert. Zudem ist das methodische Vorgehen übersichtlich in Abbildung 4 dargestellt. Analog dazu gliedert sich das Kapitel 1 in drei Ziffern: In Kapitel 7.1 werden die experimentell erzielten Versuchsergebnisse vorgestellt, welche die Grundlage für die beiden möglichen Lösungswege darstellen. In Kapitel 7.2 wird die Untersuchung mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) durchgeführt. Wesentliches Augenmerk hierbei liegt auf der Eignung der FEM für die vorliegende Problemstellung. In Kapitel 7.3 werden die Ergebnisse des zweiten Lösungswegs, der analytischen Berechnungsmethoden, diskutiert. Die jeweiligen Ergebnisse der Untersuchungen werden der Ubersichtlichkeit halber direkt im jeweiligen Unterkapitel erörtert. Das Kapitel 8 widmet sich der abschließenden Zusammenfassung und der eigentlichen Darstellung der entwickelten Methodik mit integriertem Ausblick. Die letzten zwei Kapitel beinhalten die Liste der verwendeten Literatur und die Anhänge. Folgendes Schema visualisiert das zu Grunde gelegte Vorgehen.

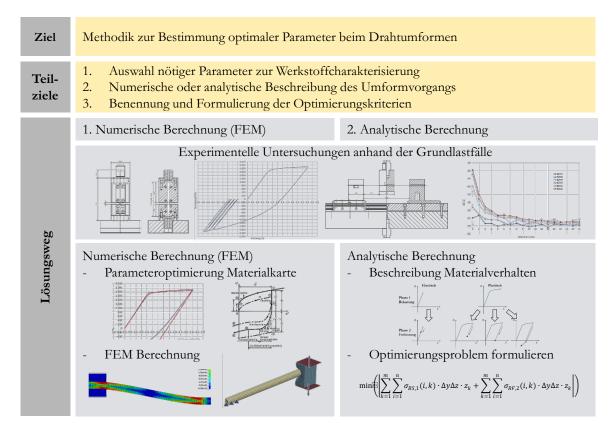


Abbildung 4: Aufbau der Arbeit

### 4 Stand der Technik

Der angestrebte Berechnungsalgorithmus soll unter anderem den Umformprozess des Drahts hinsichtlich der Umformgeometrie und der Eigenspannungen beschreiben. Um eine hinreichende Beschreibung des Umformvorgangs zu ermöglichen, ist zuerst eine Abgrenzung des Umformverfahrens durchzuführen (4.1). Da eine hohe Analogie zwischen dem betrachteten Umformprozess und dem allgemeinen Richtprozess vorliegt, wird dieses Fertigungsverfahren der Vollständigkeit halber kurz vorgestellt (4.2). Anschließend folgt eine umfangreiche Darstellung des Stands der Technik zu den elementaren Themen der Eigenspannungen (4.3) und der Plastizität (4.4) für den vorliegenden Umformprozess. Als abschließender Punkt werden die benötigten Informationen zur Finite-Elemente-Berechnung aufgeführt (4.5).

#### 4.1 Mechanisches Umformen

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem mehrstufigen Umformen von Halbzeugen. Diese werden im vorliegenden Fall durch mehrere Umformrollen, die nacheinander angeordnet sind, zu Drahtringen gebogen. Abbildung 5 zeigt den schematischen Aufbau einer sogenannten Drahtrollbiegemaschine.

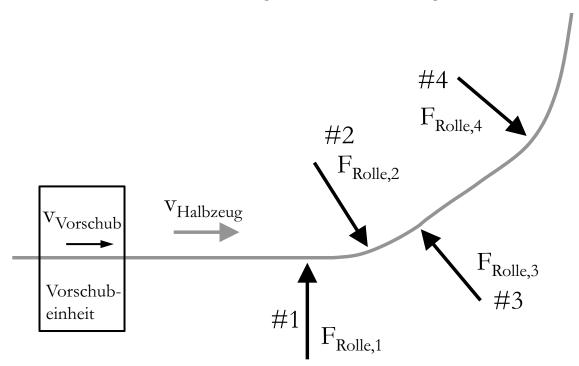


Abbildung 5: Schema Drahtrollbiegemaschine

Das Halbzeug wird mittels der Vorschubeinheit durch die anschließenden Umformrollen geschoben. Durch diese vier Umformrollen wird ein zweistufiger Umformprozess realisiert, wobei die Rollen #1 bis #3 die erste (das sog. Vorrollen) und die Rollen #2 bis #4 die zweite, entgegengesetzte Umformstufe (das sog. Fertigrollen) darstellen. Um den gewünschten Ringdurchmesser zu erhalten sind sowohl Rolle #3, als auch Rolle #4 in ihrer Position verschiebbar. Theoretisch ist der Umformvorgang auch mit einem einstufigen Prozess realisierbar. Allerdings ist die Beeinflussung auf die daraus resultierenden Umformeigenspannungen im Grunde ausgeschlossen. Der mehrstufige Umformprozess ermöglicht hier umfangreichen Gestaltungsspielraum. Das hier angewendete Fertigungsverfahren ist der Umformtechnik zuzuordnen. In DIN 8580 [4] sind die sechs Hauptgruppen der möglichen Fertigungsverfahren aufgeführt. Die zweite Hauptgruppe definiert den Begriff des Umformens. Hierunter ist ein Verändern der äußeren Gestalt durch ein bildsames bzw. plastisches Einwirken unter konstanter Masse zu verstehen. In DIN 8582 [5] sind alle umformenden Fertigungsverfahren und die jeweiligen Verweise auf die entsprechenden weiterführenden Normen aufgelistet, Abbildung 6. Im vorliegenden Fall ist das Drahtrollbiegen der Ordnungsnummer 2.4 (Biegeumformen) zuzuordnen. DIN 8586 [6] klassifiziert die Biegeumformverfahren im Detail. Für den oben beschriebenen Umformvorgang lassen sich zwei Verfahren nennen die grundsätzlich zur Charakterisierung in Frage kommen. Als erstes wird in der Norm unter der Ordnungsnummer 2.4.1.4 das "Rollbiegen" bzw. unter der angehängten Ordnungsnummer 2.4.1.4.1 das "Winden" beschrieben. Die Beschreibung in DIN 8586 hierfür lautet: "Stetiges Biegen durch Hineinstoßen eines Werkstückes, z. B. eines Drahtes, Blechstreifens oder Rohres, in ein Werkzeug mit gekrümmter Wirkfläche". Sobald sich der Rollbiegevorgang über mehr als 360° erstreckt, spricht die Norm vom Winden. Unter der Ordnungsnummer 2.4.2.1 ist das Walzbiegen zu finden. Die kurze Erklärung beschreibt das Verfahren als ein Aufbringen des Biegemoments durch Walzen. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird von Rollbiegen bzw. von Winden gesprochen, da die Analogie zum Federwinden unterstrichen werden soll. DOEGE und BEHRENS [7] wie auch HOFFMANN et al. [8] orientieren sich in ihrer Einteilung der Umformverfahren ebenfalls an den genannten Regelwerken.

Stand der Technik 9

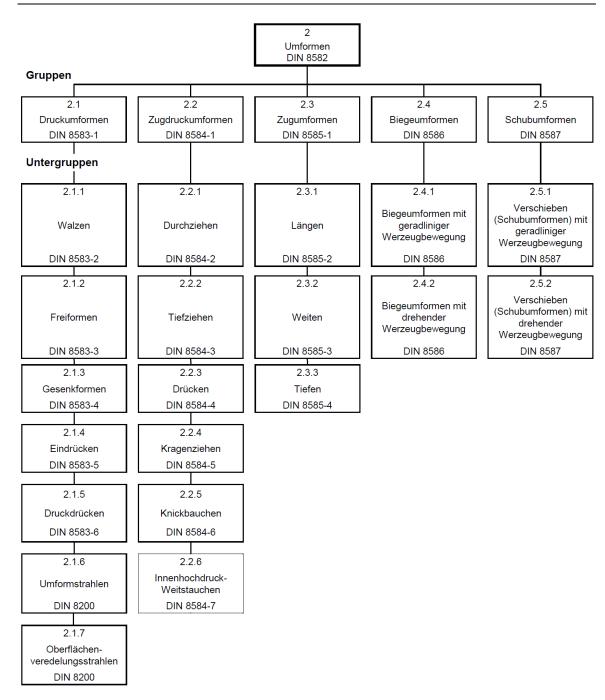


Abbildung 6: Übersicht der Umformverfahren [5]

#### 4.2 Richten

Richten beschreibt einen Umformprozess der zur Beseitigung nicht gewünschter Krümmungen im Material angewendet wird [8]. Grundsätzlich wird das Richten in "freies Richten" und in "Walzrichten" unterschieden [7]. Freies Richten findet seine hauptsächliche Anwendung bei Wellen, Achsen und anderen kurzen, flachen Erzeugnissen. Das zu richtende Bauteil wird durch eine nicht kontinuierliche Biegung an einzelnen Stellen umgeformt um die gewünschte Geometrie zu

erhalten. Im Vergleich dazu wird das Walzrichten als Umformverfahren hauptsächlich im Bereich der Blechverarbeitung angewendet. Der Prozess des Walzrichtens kann als eine Biegewechselbeanspruchung auf das Blech verstanden werden. Üblicherweise durchläuft das Blech oder das Halbzeug mehrere Walzen oder Rollen, die nacheinander angeordnet sind. Diese Rollen sind in Bezug zur Blech- oder Halbzeugachse in senkrechter Richtung versetzt, das heißt sie dringen unterschiedlich stark in die theoretische Blechebene ein. Der Versatz wird so groß gewählt, dass eine plastische Biegewechselverformung erreicht wird. Je nach Grad der unerwünschten Deformation sind die Positionen der Rollen zu wählen. In der technischen Praxis wird die Position der Richtrollen üblicherweise empirisch bestimmt. Theoretisch ist auch eine Berechnung dieser Parameter möglich. Im Rahmen verschiedener Arbeiten wurden die Grundlagen zur Beschreibung des Richtprozesses bereits beschrieben [9 bis 13]. Für die vorliegende Arbeit sind insbesondere Halbzeuge mit Kreisquerschnitt relevant [14]. Die mathematischen Grundlagen für Biegeumformvorgänge werden gesondert in Ziffer 5.1 vorgestellt.

## 4.3 Eigenspannungen

Im Rahmen des Herstellprozesses der Lagerringe werden durch die Umformung und das Schleifen Eigenspannungen in das Bauteil eingebracht. Folgendes Kapitel befasst sich mit der Theorie, den Grundlagen zur Entstehung und der Bestimmung dieser Eigenspannungen.

## 4.3.1 Theorie der Eigenspannungen

Eigenspannungen sind Spannungen in Bauteilen, die ohne äußere Belastung oder Temperaturgradient im Bauteil vorliegen. Die durch diese Spannungen hervorgerufenen Kräfte und Momente stehen auf makroskopischer Ebene im Gleichgewicht [15, 16]. Diese Eigenspannungen haben erheblichen Einfluss auf die mechanischen und fertigungstechnologischen Eigenschaften des betroffenen Bauteils [17 bis 19].

Eigenspannungen können nach unterschiedlichen Gesichtspunkten eingeteilt werden. In der technischen Praxis ist häufig eine Unterscheidung nach der Entstehung der Spannungen anzutreffen [17 bis 20]. Im Folgenden werden die gängigsten drei Entstehungsarten vorgestellt.

<u>Thermische Eigenspannungen:</u> Beim Abkühlen von Bauteilen, sei es durch den Herstellprozess (Gießen, Sintern, etc.) oder durch ergänzende Wärmebehandlungen (Härten, Vergüten, etc.), können Eigenspannungen entstehen. Der Ab-

Stand der Technik 11

kühlprozess in den Randbereichen läuft schneller ab als im Kern. Durch die damit einhergehende unterschiedliche Schrumpfung des Materials bilden sich Eigenspannungen aus [17]. Dies führt dann aufgrund des bereits erstarrten Rands zu Zugeigenspannungen im Kern und zu Druckeigenspannungen im Randbereich. Beim mechanischen Schleifen wie es im Rahmen der Lagerringherstellung Anwendung findet, entstehen unter anderem thermisch bedingte Eigenspannungen.

Verformungseigenspannungen: Eine plastische Verformung eines Bauteils, beispielsweise ein plastischer Biegevorgang mit anschließender Rückfederung des elastischen Biegeanteils, führt zu Eigenspannungen [17]. Diese Art von Eigenspannungen ist bei der vorliegenden Herstellung der Lagerringe sowohl beim Umformen maßgeblich, als auch teilweise beim Schleifen anzutreffen. Eine detaillierte Erklärung dieser Eigenspannungen aufgrund einer plastischen Biegung ist unter Ziffer 5.4 zu finden. Unter Ziffer 4.3.2 werden die Eigenspannungen durch mechanisches Schleifen detailliert erklärt.

<u>Umwandlungseigenspannungen:</u> Basierend auf partiellen Änderungen des Gefüges ist eine Ausbildung von Eigenspannungen ebenfalls möglich. Dies ist auf die Veränderung der Raumausdehnung (und somit des partiellen Volumens) der unterschiedlichen Gefüge zurückzuführen. [17, 21].

Eine weitere Möglichkeit zur Einteilung der Eigenspannungen kann anhand des technologischen Verfahrens (Fügeeigenspannungen, Urformeigenspannungen, ...) durchgeführt werden [17]. Große Verbreitung im wissenschaftlichen Umfeld hat mittlerweile die Einteilung nach MASING [22], die sich an der Reichweite der Eigenspannungen orientiert. Hier werden die Eigenspannungen in drei Arten unterschieden (siehe Abbildung 7):

- Eigenspannungen I. Art werden auch als Makroeigenspannung bezeichnet. Die Reichweite erstreckt sich nahezu homogen über mehrere Körner hinweg. Ein Eingriff in dieses Kräfte- bzw. Momentengleichgewicht führt immer zu Längenänderungen im makroskopischen Maßstab [20, 23].
- Eigenspannungen II. Art, auch als homogene Mikroeigenspannungen bekannt, erstrecken sich lediglich über ein Korn oder einen Kornbereich. Allerdings liegen die Eigenspannungen homogen im betroffenen Korn oder Kornbereich vor. Auch hier sind Längenänderungen bei Störungen des Gleichgewichts möglich aber nicht obligatorisch [23].
- Eigenspannungen III. Art bezeichnen inhomogene Mikroeigenspannungen, die lediglich über mehrere Atomabstände hinweg homogen sind. Die

Ursache für Eigenspannungen III. Art können beispielsweise Leerstellen oder Fremdatome im Gitter sein. Eine makroskopische Längenänderung ist bei einer Gleichgewichtsstörung nicht möglich [17].

Die Eigenspannungen an einem lokalen Punkt setzen sich aus den drei Arten von Eigenspannungen zusammen, Abbildung 7.

$$\sigma = \sigma^I + \sigma^{II} + \sigma^{III} \tag{4-1}$$

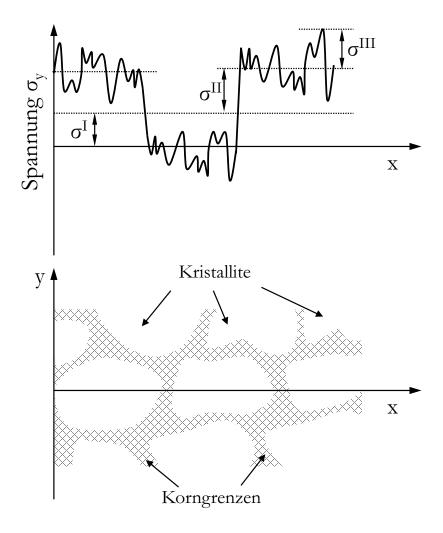


Abbildung 7: Schematischer Verlauf der Eigenspannungen im Metallgefüge (vgl. [24])

Hinsichtlich der technischen Bedeutung und somit auch den nachfolgenden Berechnungen sind lediglich die Eigenspannungen I. Art von Relevanz [25]. Wenn im Folgenden von Eigenspannungen gesprochen wird, sind stets diese gemeint.

Stand der Technik 13

### 4.3.2 Eigenspannungen durch mechanisches Schleifen

Nach der plastischen Verformung, hier auch Biegerollen genannt, werden die Lagerringe im Bereich der Kugellaufflächen mechanisch geschliffen. Durch dieses Schleifen, was einer Zerspanung mit geometrisch unbestimmter Schneide entspricht, werden ebenfalls Eigenspannungen in die Oberfläche des Werkstücks eingebracht [17]. Um die Entstehung der Eigenspannungen zu verstehen, ist der Zerspanungsprozess beim Schleifen detailliert zu betrachten. Hierzu wird der Eingriff der Schneide in drei Phasen unterteilt [26, 27]. In der ersten Phase trifft die Schneide (hier das Schleifkorn) auf der Werkstückoberfläche auf. Durch dieses Auftreffen wird eine elastische Verformung im Material hervorgerufen. Allerdings entsteht bereits in diesem Bereich eine Erwärmung durch die auftretende Reibung. Mit weiterem Eindringen des Korns in das Werkstück wird die Fließgrenze überschritten und eine elastisch-plastische Verformung in der zweiten Phase ist die Folge. Der Prozess wird durch die hohe Wärmeentwicklung begünstigt, da die Fließgrenze bei erhöhter Temperatur absinkt. Erst in der dritten Phase beginnt die eigentliche Spanbildung, da hier die benötigte Schnitttiefe erreicht wird. An diese drei Phasen schließt sich der sogenannte Kornauslauf an, der durch den Kornaustritt charakterisiert ist. Die Eigenspannungen lassen sich somit einerseits auf mechanische Belastungen und zum anderen auf thermische Belastungen zurückführen [26, 27]. KRUSZYNAKSI et al. [28, 29] haben hierzu direkte Abhängigkeiten festgestellt. Bei einigen Autoren wird noch von einer zusätzlichen chemischen Einwirkung gesprochen [26, 30], dies soll im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht berücksichtigt werden. Hinsichtlich der Wirkung der Eigenspannungen in zur Oberfläche senkrechten Richtung zeigen die Untersuchungen von LANGE et al. [31] und HAUK et al. [32] eine Ausbreitung der Spannungen über den Bereich von wenigen Zehntelmillimetern. Die Eigenspannungen, basierend auf mechanischen und thermischen Belastungen, lassen sich auf vier Prozesse zurückführen: plastische Verformung durch Einwirken des Schleifkorns, Deformation des Kristallkorns, lokale Erwärmung der Randschichten und Veränderungen im Gefüge durch Phasenumwandlung. Grundsätzlich kann keine generelle Aussage getroffen werden, welcher Mechanismus vorherrschend ist. Trotzdem kann davon ausgegangen werden, dass mechanische Einflussfaktoren eher Druckeigenspannungen einbringen, thermische Einflussfaktoren hingegen eher zu Zugeigenspannungen in der Oberfläche führen [27, 33, 34]. Die Einflussfaktoren hierfür sind sehr vielschichtig. Ansätze zur Auflistung liefern TÖNSHOFF und GRABNER [27] sowie BRINKSMEIER [26] als auch MALDANER [35]. Im Rahmen dieser Arbeit sollen lediglich einige relevante Faktoren hervorgehoben werden.

<u>Vorschubgeschwindigkeit:</u> Mit Erhöhung der Vorschubgeschwindigkeit wird auch der Druck auf die Oberfläche erhöht. Dies führt zu vorherrschenden Druckeigenspannungen im oberflächennahen Bereich. Wird hingegen die Vorschubgeschwindigkeit reduziert, dominieren die thermisch induzierten Zugeigenspannungen, da nun mehr Wärme in das Bauteil eingebracht wird [28, 35].

Schnittgeschwindigkeit: Eine Erhöhung der Schnittgeschwindigkeit hat eine Reduktion der Druckeigenspannungen zur Folge. Durch den höheren Verschleiß an der Schleifscheibe nimmt auch die eingebrachte Wärme zu, was wiederum zu höheren Zugeigenspannungen führt [35, 36].

Schleifscheibe: Elementaren Einfluss auf die Eigenspannungen hat auch die Wahl der verwendeten Schleifscheibe. Hierdurch werden verschiedenste Faktoren wie beispielsweise Korngröße, Kornform, Bindemittel, Wärmeleitfähigkeit, Verschleißverhalten usw. festgelegt. Den größten Einfluss aller Parameter hat die Körnung des Schleifmaterials [27, 35].

Einzelkornspanungsdicke: Diese Ersatzgröße beinhaltet unterschiedliche Größen des Schleifmittels (Korngröße und -konzentration) und des Fertigungsprozesses (Spanungsquerschnitt, Schnittgeschwindigkeit, Kontaktlänge, Zeitspanvolumen, etc.). Die Größe ist stellvertretend für die mittlere Spanungsdicke am Schleifkorn. Die Untersuchungen von DENKENA [33] haben gezeigt, dass die Druckeigenspannungen in der Randzone mit steigender Einzelkornspanungsdicke zunehmen. BRINKSMEIER et al. [37] kommen im Rahmen ihrer Untersuchungen zum selben Ergebnis.

Kühlschmierstoff: Maßgeblichen Einfluss auf die durch thermische Effekte verursachten Eigenspannungen hat der verwendete Kühlschmierstoff. Im Rahmen verschiedener Untersuchungen [27, 28, 33, 35] konnte ein signifikanter Zusammenhang zwischen Kühlschmierstoffeinsatz und Eigenspannungen festgestellt werden. Die Art bzw. Zusammensetzung des Kühlmittels spielt ebenfalls eine Rolle.

Eine Berechnung bzw. Vorhersage der durch Schleifen eingebrachten Eigenspannungen ist, wenn auch nur begrenzt, durch unterschiedliche Modelle möglich. Verschiedene Autoren haben entsprechende Zusammenhänge entwickelt [28, 30, 37]. Insbesondere Tönshoff et al. [38] zeigen eine umfassende Übersicht zu den verfügbaren Modellen.

Stand der Technik 15

## 4.3.3 Bestimmung von Eigenspannungen

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein analytischer Berechnungsalgorithmus erarbeitet, durch den unter anderem die Eigenspannungen während und nach dem Herstellprozess berechnet werden können. Um eine Verifikation dieser analytischen Ergebnisse zu erreichen, ist eine messtechnische Bestimmung der Eigenspannungen nötig. Die Bestimmung von Eigenspannungen hat in der Vergangenheit eine Vielzahl an unterschiedlichen Verfahren hervorgebracht. TIETZ [17] unterteilt die Verfahren zur Bestimmung der Eigenspannungen grundsätzlich in zerstörende und zerstörungsfreie Verfahren. Die zerstörenden Verfahren werden von manchen Autoren [39, 40] nach dem Grad der Zerstörung des Bauteils in teilzerstörende und zerstörende Verfahren unterteilt. Der Unterschied besteht darin, ob das Bauteil nach der Messung trotz zerstörendem Eingriff noch seinen ursprünglichen Zweck erfüllen kann oder nicht. Im Folgenden wird diese Unterscheidung verwendet und die Verfahren werden in zerstörende, teilzerstörende und zerstörungsfreie Verfahren gegliedert. Die Aufstellung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit; vielmehr soll ein ausreichender Überblick über die relevanten Verfahren präsentiert werden.

#### 4.3.3.1 Zerstörende Verfahren

Diese Gruppe beinhaltet mitunter die ersten Verfahren, die zur Bestimmung der Eigenspannungen angewendet werden. Grundsätzlich haben alle zerstörenden Verfahren gemein, dass durch mechanisches Einwirken ein Auslösen der Eigenspannungen hervorgerufen wird. Man unterscheidet:

Abtragverfahren: Hierbei werden am betroffenen Bauteil an der zu messenden Stelle dünne Schichten mechanisch und/oder chemisch abgetragen. Dadurch stellt sich ein neuer Gleichgewichtszustand hinsichtlich der Kräfte und der Momente im Bauteil ein. Durch eine entsprechende Messung dieser Formänderungen ist eine Bestimmung der freigesetzten Eigenspannungen möglich. Nachteilig an diesem Verfahren ist der hohe Zeitbedarf und der hohe Anspruch bzw. die hohe Genauigkeit an die Messausrüstung.

Ausschneidverfahren: Diese Methode wird für komplexe Bauteilgeometrien angewandt. Das Abtragverfahren ist hier nicht mehr zielführend, da keine analytischen Modelle zur Beschreibung vorhanden sind. Im Unterschied zum Abtragverfahren wird hier das Bauteil an der betreffenden Stelle aufgeschnitten. Anschließend werden mit Dehnmessstreifen die Verformungen bestimmt und damit die Spannungen berechnet.

#### 4.3.3.2 Teilzerstörende Verfahren

Findet lediglich eine Zerstörung in einem lokalen Bereich mit begrenztem Einfluss auf das Bauteil statt, spricht man von teilzerstörenden Verfahren.

Bohrlochmethode: Dieses Verfahren ist in ASTM E 837 genormt [41]. Das Grundprinzip der Bohrlochmethode basiert auf einer minimalen Bohrung, die im Bereich der eigenspannungsbehafteten Oberfläche mechanisch eingebracht wird. Durch das Freisetzen der Eigenspannungen finden Deformationen in der direkten Umgebung der Bohrung statt. Diese werden mit Dehnmessstreifen gemessen und können nun in Spannungen umgerechnet werden [41, 42].

Eigenspannungsbestimmung mittels Eindringhärtemessung: Diese Methode fand in der Mitte des 20. Jahrhunderts weite Verbreitung und war Gegenstand vieler Publikationen und Untersuchungen [43 bis 48]. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, dass die Härteeindringmessung nicht ohne weiteres für eine Bestimmung der Eigenspannungszustände verwendet werden kann. Für eine über das qualitative Maß hinausreichende Aussage der Messung sind weitere Randbedingungen bzw. Messungen durchzuführen [49].

## 4.3.3.3 Zerstörungsfreie Verfahren

Bei den zerstörungsfreien Verfahren wird nicht direkt der Spannungszustand untersucht. Vielmehr erfolgt eine Messung von Materialgrößen, die durch Eigenspannungen beeinflusst werden. Die bedeutendsten zerstörungsfreien Verfahren sind die Röntgendiffraktometrie, das Neutronenverfahren, Ultraschallmessung und die magnetischen Messverfahren [39]. Die größte Bedeutung hat die Röntgendiffraktometrie. Im Rahmen der Untersuchungen für diese Arbeit wird dieses Verfahren ebenfalls angewendet und somit im Folgenden skizziert.

Röntgendiffraktometrie: Die Röntgendiffraktometrie als Methode zur Eigenspannungsbestimmung in Gitterstrukturen wird in einer Vielzahl von Lehrwerken [50 bis 52], Dissertationen [53] und Veröffentlichungen [54 bis 57] ausführlich beschrieben. Durch die Reflexion der monochromatischen Röntgenstrahlen nahe den Atomkernen der Gitterebene ist eine sehr genaue Bestimmung der Gitternetzabstände möglich. Durch das Reflexionsgesetz entspricht der Einfallswinkel dem Ausfallswinkel, Abbildung 8. Die Strecke, die der Teilstrahl #2 verglichen mit Teilstrahl #1 in Abbildung 8 zurücklegt, ist um die Strecke  $\overline{ADC}$  länger. Dies führt zu einer Phasenverschiebung der beiden Teilstrahlen zueinander. Beträgt nun die Strecke  $\overline{ADC}$  ein Vielfaches der Wellenlänge, dann findet ein Interferieren durch Verstärkung der Teilstrahlen statt. Dies trifft, je nach Abstand der

Gitterebenen, nur für einen bestimmten Winkel  $\theta$  zu, was durch die BRAGGsche Gleichung zum Ausdruck gebracht wird.

$$n_{RD} \cdot \lambda = 2 \cdot d^{\{hkl\}} \cdot \sin\theta^{\{hkl\}} \tag{4-2}$$

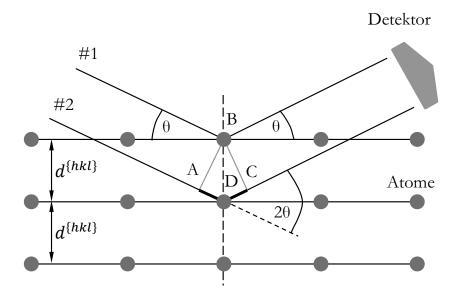


Abbildung 8: Reflexion von Röntgenstrahlen

In der Gleichung entspricht  $\lambda$  der Wellenlänge der Strahlung,  $n_{RD}$  stellt die Ordnung der Beugung dar (ganzzahlig),  $\mathbf{d}^{\{hkl\}}$  ist der entsprechende Abstand der Gitterebenen und  $\mathbf{\theta}^{\{hkl\}}$  ist der BRAGG-Winkel.

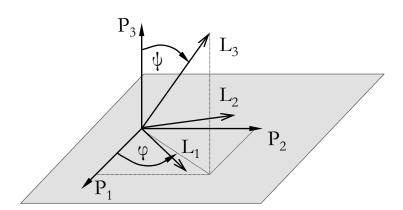


Abbildung 9: Probensystem und Laborsystem bei der Röntgendiffraktometrie [58]

Um nun auf die Dehnungen im Gitter zu schließen, muss der dehnungsfreie Abstand  $d_0^{\{hkl\}}$  des entsprechenden Gefüges bekannt sein. Der in einer vorgegebenen Probenrichtung (L<sub>3</sub> in Abbildung 9) unter dem Azimut-Winkel  $\varphi$  und

dem Neigungswinkel  $\psi$  ermittelte Abstand  $d_{\phi\psi}^{\{hkl\}}$  führt somit zur folgenden Gitterdehnung.

$$\varepsilon_{\varphi\psi}^{\{hkl\}} = \frac{d_{\varphi\psi}^{\{hkl\}} - d_0^{\{hkl\}}}{d_0^{\{hkl\}}}$$
(4-3)

Für elastisch-isotrope Materialien ergibt sich unter Berücksichtigung des HOOKEschen Gesetzes folgende Grundgleichung der röntgenographischen Spannungsanalyse [52].

$$\varepsilon_{\varphi\psi}^{\{hkl\}} = s_{1}^{\{hkl\}} \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{2} s_{2}^{\{hkl\}} \sigma_{33} 
+ \frac{1}{2} s_{2}^{\{hkl\}} [(\sigma_{11} - \sigma_{33}) \cos^{2} \varphi \sin^{2} \psi + (\sigma_{22} - \sigma_{33}) \sin^{2} \varphi \sin^{2} \psi] 
+ \frac{1}{2} s_{2}^{\{hkl\}} [\sigma_{12} \sin 2\varphi \sin^{2} \psi + \sigma_{13} \cos \varphi \sin 2\psi 
+ \sigma_{23} \sin \varphi \sin 2\psi]$$
(4-4)

Die beiden röntgenographischen Elastizitätskonstanten entsprechen in VOIGHTscher Notation:

$$s_1^{\{hkl\}} = \frac{-\nu}{E}; \frac{1}{2}s_2^{\{hkl\}} = \frac{1+\nu}{E}$$
 (4-5)

Im Rahmen der Spannungsuntersuchung wird im Wesentlichen auf das sogenannte sin²ψ-Verfahren zurückgegriffen. Da die Eindringtiefe der Röntgenstrahlen klein ist, dient dieses Verfahren hauptsächlich dazu, zweiachsige ebene Spannungszustände an der Oberfläche der Probe zu messen. Wird nun noch der Azimut-Winkel als konstant und beispielsweise mit 0° angenommen, vereinfacht sich die Gleichung (4-4) zu

$$\varepsilon_{\varphi\psi}^{\{hkl\}} = s_1^{\{hkl\}} \cdot (\sigma_{11} + \sigma_{22}) + \frac{1}{2} s_2^{\{hkl\}} \sigma_{\varphi} \sin^2 \psi \tag{4-6}$$

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_{11} \cos^2 \varphi + \sigma_{22} \sin^2 \varphi + \sigma_{12} \sin^2 \varphi \tag{4-7}$$

Die Gleichungen können wie folgt interpretiert werden: Für jeden Azimut-Winkel  $\varphi$  besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Dehnung  $\varepsilon_{\varphi\psi}^{\{hkl\}}$  und  $\sin^2\psi$ . Die Steigung dieser Geraden entspricht nach Betrag und Vorzeichen der

Spannungskomponente  $\sigma_{\varphi}$ . Um ein brauchbares Ergebnis zu erzielen, ist allerdings eine hinreichende Anzahl an  $\psi$ -Kippungen nötig. Bezogen auf den Winkelbereich von  $\pm 45^{\circ}$  werden elf Kippungen als ausreichend angesehen [18, 52].

#### 4.4 Plastizität

Der Prozess des Drahtrollbiegens basiert auf mehreren unterschiedlich gerichteten und aufeinander folgenden elastisch-plastischen Biegungen mit anschließenden Entlastungen. Verglichen mit dem elastischen Bereich ist das plastische Verhalten wesentlich umfangreicher und komplexer zu bestimmen. Zur Beschreibung des Prozesses wird ein analytischer Berechnungsalgorithmus entworfen. Grundlage für diesen Algorithmus ist die Plastizitätstheorie. Folgendes Kapitel präsentiert die benötigten theoretischen Grundlagen und greift die für die vorliegende Arbeit relevanten Themen der Plastizitätstheorie auf. Hierbei wird insbesondere der BAUSCHINGER-Effekt umfangreich vorgestellt, da die mehrmalige und unterschiedlich gerichtete plastische Verformung des Drahtes durch diesen Effekt maßgeblich charakteristisch beeinflusst wird.

Wird ein fester Körper durch eine äußere Kraft belastet, verformt sich dieser zunächst elastisch um die Dehnung  $\varepsilon_{el}$ . Wird der Körper anschließend wieder entlastet, findet eine komplette Rückverformung statt, das heißt, der Körper nimmt seine ursprüngliche Geometrie und Gestalt an [59]. Dieses elastische Verhalten tritt allerdings nur bis zur sogenannten Fließgrenze bzw. Fließspannung  $\sigma_F$  auf. Im Bereich bis zu dieser Grenze ist bei den gängigen Metallen und insbesondere bei Stahl das HOOKEsche Gesetz gültig. Wird der Körper über diese Fließgrenze hinaus belastet, stellt sich nach der Entlastung eine bleibende Verformung  $\varepsilon_{pl}$  ein. Die gesamte Verformung während der Belastung lässt sich somit durch folgenden Zusammenhang beschreiben [60, 61].

$$\varepsilon_{ges} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \tag{4-8}$$

Die Abbildung 10 verdeutlicht graphisch die beiden Bereiche der Fließkurve im Spannungs-Dehnungs-Diagramm. Die Plastizitätstheorie beschreibt bei Festkörpern das Materialverhalten, welches nicht durch die elastischen Stoffgesetze abgedeckt wird.

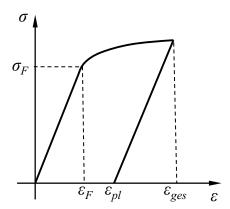


Abbildung 10: Allgemeines Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Genau genommen ist die Plastizität durch bleibende Verformungen nach vollständiger Entlastung charakterisiert [62]. Das Thema wird im Rahmen verschiedener Lehrwerke [62 bis 67] ausführlich vorgestellt. Folgende Abschnitte behandeln ausgewählte Bereiche der Plastizitätstheorie welche einen direkten Bezug zur Arbeit aufweisen.

## 4.4.1 Ver- und Entfestigung

Erreicht die Spannung  $\sigma$  die Fließspannung  $\sigma_F$ , beginnt der Werkstoff zu fließen. Bei idealplastischem Werkstoffverhalten nimmt die plastische Dehnung  $\varepsilon_{pl}$  nach Erreichen der Fließspannung  $\sigma_F$  ohne einen weiteren Anstieg der anliegenden Spannung stetig zu, Abbildung 11 Kurve (a). Dieses Verhalten des Werkstoffs ist für technisch relevante Metalle unüblich. Üblicherweise tritt ein verfestigendes Materialverhalten, wie in Abbildung 11 Kurve (b) dargestellt, ein [62]. Das in Abbildung 11 durch Kurve (b) dargestellte Werkstoffverhalten ist typisch für viele Stähle und Leichtmetalllegierungen und wird als elastoplastisches Verhalten bezeichnet.

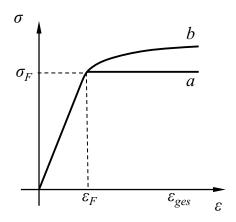


Abbildung 11: ideal-plastisches Werkstoffverhalten (a), verfestigendes Werkstoffverhalten (b)

Wird dieses Verhalten auf den dreidimensionalen Fall übertragen, wird die Fließgrenze als Fließfläche dargestellt. Innerhalb des Bereichs, der von dieser Fläche eingeschlossen wird, verhält sich das Material elastisch. Auf dem Rand der Fließfläche liegt plastisches Materialverhalten vor. Ein Überschreiten der Fließfläche ist per Definition nicht möglich [65]. Die heutzutage für Metalle übliche Fließbedingung wurde 1913 von MISES [68] auf Basis des TRESCA-Kriteriums [69] aufgestellt. Erreicht nun die Beanspruchung eines Körpers die Fließfläche, beginnt sich der Körper plastisch zu verformen. Da ein Überschreiten der Fließfläche per Definition [65] nicht möglich ist, muss eine Vergrößerung der Beanspruchung zu einer Veränderung der Fließfläche (in welcher Form auch immer) führen. Dies ist nach heutigem Stand auf drei Arten möglich [66, 70, 71]:

### 1. Veränderung der Größe der Fließfläche (isotrope Verfestigung):

Diese Art der Verfestigung führt zu einer gleichmäßigen Aufweitung der ursprünglichen Fließfläche bei gleichbleibender Form bzw. Gestalt und Lage. Folgende Abbildung zeigt die Fließflächenvergrößerung durch eine isotrope Verfestigung. In der Abbildung steht die Funktion F für die Fließfläche und  $k_f$  für die Beziehung zum einachsigen Spannungszustand. Die Verfestigungsfunktion wird durch g beschrieben [62, 65, 66].

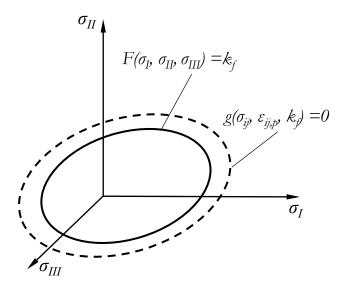


Abbildung 12: Rein isotrope Verfestigung

# 2. Veränderung der Gestalt der Fließfläche (anisotrope Verfestigung):

Diese Form der Verfestigung führt zu einer Gestaltänderung der Fließfläche in irgendeiner, hier nicht näher beschriebenen, Art. Für eine detaillierte Erklärung

dieser Verfestigungsart wird auf weiterführende Literatur verwiesen [72]. Folgende Abbildung zeigt die grundsätzliche Idee, die hinter der anisotropen Verfestigung steht.

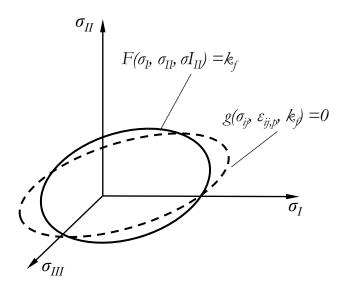


Abbildung 13: Rein anisotrope Verfestigung

## 3. Veränderung der Lage der Fließfläche (kinematische Verfestigung):

Bei der anisotropen Verfestigung findet eine Verschiebung der Fließfläche statt. Die Gestalt und die Größe der Fließfläche bleiben unverändert. Formuliert wurde diese Verfestigungsart durch PRAGER [73]. Als anschauliche Erklärung dient ein glatter zylindrischer Stab, der den Spannungszustand im Diagramm repräsentiert. Solange sich dieser Stab innerhalb der Fließfläche bewegt, liegt ein elastischer Spannungszustand vor. Sobald der Stab den Rand der Fließfläche berührt und der Spannungszustand weiter angehoben wird, verschiebt der Stab die Fließfläche in Richtung der äußeren Normalen der Fließfläche [62], Abbildung 14. Diese Verfestigungsart ist eine der Grundlagen für den in 4.4.2 beschriebenen BAUSCHINGER-Effekt. Bei der Entfestigung handelt es sich nicht um einen der Verfestigung entgegen gerichteten Mechanismus, sondern vielmehr grundsätzlich um ein Abnehmen der Festigkeitseigenschaften bei dynamischer Beanspruchung [74]. Die Entfestigung wird hier lediglich erwähnt und umfangreich im Rahmen des Kapitels 4.4.4 ff. behandelt.

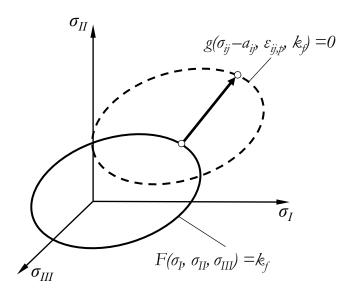


Abbildung 14: Rein kinematische Verfestigung

#### 4.4.2 BAUSCHINGER-Effekt

BAUSCHINGER begründete durch seine Untersuchungen zur Elastizitätsgrenze im Jahr 1886 den nach ihm benannten BAUSCHINGER-Effekt (alternative Schreibweisen u. a.: BAUSCHINGEReffekt oder BAUSCHINGER Effekt) [75, 76]. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen an Schweißeisen und BESSEMER-Stahl zeigen, dass die Elastizitätsgrenze nach einer Lastumkehr, welche auf eine vorangegangene plastische Beanspruchung in entgegengesetzter Richtung erfolgt, deutlich sinkt. Ist die Verformung der vorangegangenen Beanspruchung lediglich elastisch, hat dies keinen Einfluss auf die Elastizitätsgrenze und der BAUSCHINGER-Effekt tritt nicht auf [75]. Ebenfalls konnte im Rahmen der Untersuchungen festgestellt werden, dass bereits geringe plastische Verformungen in der entgegengesetzten Richtung zu einem starken Absenken der Elastizitätsgrenze in der betrachteten Richtung führen können [75]. Der Einfluss des BAU-SCHINGER-Effekts bezieht sich allerdings nicht nur auf die Herabsetzung der Fließgrenze, sondern beeinflusst das gesamte Verformungsverhalten was sowohl den Verlauf der Entlastungskurve als auch die Fließkurve nach Lastumkehr betrifft.

Im Lauf der Jahre wurden verschiedene, teilweise aufeinander aufbauende, Theorien für die Erklärung des BAUSCHINGER-Effekts erarbeitet. Aus heutiger Sicht sind diese Überlegungen teilweise zu modifizieren bzw. sogar zu revidieren. Grundsätzlich lassen sich die Theorien in zwei Kategorien unterteilen [77]. Die erste Kategorie umfasst die Theorien, die auf Basis von internen Spannungen entwickelt wurden, die zweite Kategorie diejenigen, die auf der Einflussnahme

der Versetzungen in den Kristallen aufbauen. Gute Darstellungen zu den unterschiedlichen Modellen liefern SCHOLTES [78] und ELLERMANN [20]. Im Folgenden wird eine Darstellung der verschiedenen Theoriemodelle präsentiert.

#### 4.4.2.1 Modell nach HEYN und MASING

HEYN stellte 1921 ein Modell zur Erklärung des BAUSCHINGER-Effekts vor [59]. Der Effekt wurde durch das Vorhandensein von Reibungswiderständen, die zu "verborgenen elastischen Dehnungen" und "verborgenen Spannungen" führen, erklärt. Zur Verdeutlichung wurde von HEYN ein bildliches Werkstoffmodell, bestehend aus Plastilin und eingelagerten metallischen Federn, beschrieben. Die heute vorliegenden Erkenntnisse zum BAUSCHINGER-Effekt lassen diese Theorie unschlüssig wirken. MASING stellte 1924 eine eigene und plausiblere Interpretation zur vorgestellten Theorie von HEYN auf [79, 80]. Die Bedeutung der inneren Spannungen für den BAUSCHINGER-Effekt wird durch MASING unterstrichen. Allerdings werden sowohl die Bedeutungen des "inneren Widerstands" im Material als auch die Verschiedenheit der "verborgenen elastischen Spannungen" und der "elastischen inneren Spannungen" aufgehoben. Kerngedanke von MASINGs Modell ist das Vorhandensein von statistisch zufällig ausgerichteten Kristallen im Material und dadurch auch unterschiedlichen Elastizitätsgrenzen in diesen Kristallen [22]. Diese unterschiedlichen Elastizitätsgrenzen führen unter Belastung zu sogenannten Texturspannungen [81]. Spätere Arbeiten von MASING und MAUKSCH [82] erweitern diese Theorie.

#### 4.4.2.2 Modell nach Orowan

Die beschriebenen Modelle nach HEYN und MASING basieren auf der zwingenden Annahme einer polykristallinen Struktur. Die Untersuchungen von SACHS und SHOJI [83] konnten den BAUSCHINGER-Effekt aber auch an Einkristallen nachweisen, was sich durch die Theorie in Ziffer 4.4.2.1 nicht erklären lässt. RAHLFS und MASING zeigen ebenfalls die fehlende Übereinstimmung von dieser Theorie und eigenen Experimenten auf [84]. WOLLEYS Betrachtungen zeigen weitere Schwächen wie die fehlende Berücksichtigung der plastischen Rückverformung in MASINGS Überlegungen. OROWAN sah 1958 die eigentliche Ursache des BAUSCHINGER-Effekts in den Versetzungsbewegungen [85, 86]. Bei Anliegen einer äußeren Spannung bewegen sich diese durch das Kristallgitter hindurch. Durch unterschiedliche Inhomogenitäten werden diese Versetzungsbewegungen aufgehalten. Eine weitere Verformung ist nur durch eine Erhöhung der Spannung möglich. Findet hingegen ein Lastwechsel statt, bewegt sich die Versetzung auf dem bereits "geebneten" Weg durch das Kristallgitter [86]. Die benötigte äußere Spannung ist entsprechend geringer. Die Versetzung bewegt

sich solange fort, bis ein erneutes Gleichgewicht mit auftretenden Hindernissen entsteht. Erst dann ist wieder eine Erhöhung der Spannung notwendig.

#### 4.4.2.3 Rückspannungsmodelle

Im Laufe weiterer Untersuchungen hat sich das OROWAN-Modell ebenfalls als mangelhaft erwiesen. Aktuellere Untersuchungen gehen davon aus, dass die Versetzungsbewegungen nicht direkt für den BAUSCHINGER-Effekt verantwortlich sind. Vielmehr führen diese zu sogenannten Rückspannungen. Diese Spannungsfelder werden als ursächlich für den BAUSCHINGER-Effekt angesehen [87 bis 91]. Die Bildung von Rückspannungen basiert im Wesentlichen auf drei Mechanismen [20]:

- Aufstauen von Versetzungen an den Korngrenzen [92]
- OROWAN-Mechanismus [93]
- Anpassungsinhomogenitäten

KASSNER et al. [94] gehen zudem von harten und weichen Bereichen im Korn bzw. Kristall aus. Die Korngrenzen werden als harte und das Korninnere als weiche Bereiche genannt. Dadurch ist es möglich, dass die Korngrenzen beispielsweise beim Entlasten noch über Zugspannungen verfügen, aber bereits Druckspannungen im Korninneren induzieren [92].

Die Bedeutung der sogenannten "beweglichen Versetzungen" wird von ABEL und Muir explizit betont [77]. Speziell wird in dem Zusammenhang neben anderen Faktoren die Dichte dieser Versetzungen als wichtigster Einflussfaktor genannt. Nach Queyreau und Devincre [95] muss hinsichtlich des Bauschinger-Effekts unterschieden werden, ob die Ausscheidungen in den Kristallen durch die beweglichen Versetzungen geschnitten oder umgangen werden. Dies hängt im Wesentlichen mit der Größe und der Inkohärenz der Teilchen zusammen [25]. Findet aus energetischen Gründen ein Umgehen dieser Partikel statt [93, 96], ist der Bauschinger-Effekt wesentlich stärker ausgeprägt. Dies ist auf die Annihilation der Orowan-Ringe durch die bewegliche Versetzung zurückzuführen. Han et al. [90] kommen zum selben Ergebnis: Die Annihilation der Orowan-Ringe spielt eine wesentliche Rolle bei der Intensität des Bauschinger-Effekts. Nach heutigem Stand der Untersuchungen lässt sich der Bauschinger-Effekt hauptsächlich auf folgende drei Ursachen zurückführen [97]:

- Unterschiedliche Elastizitätsgrenzen basierend auf der Kornorientierung
- Spanungsfelder durch Gitterfehler
- Interaktion zwischen Versetzungen und Ausscheidungen/Fremdatomen

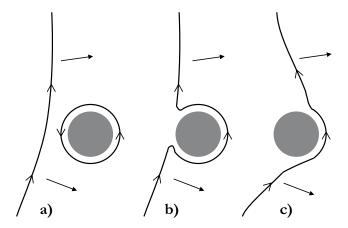


Abbildung 15: Annihilation der Orowan-Ringe [vgl. 95]

Aus aktueller Sicht sind im Wesentlichen die Eigenspannungen im Material für den BAUSCHINGER-Effekt verantwortlich [81, 98]. Analog der bereits dargestellten Systematik der Eigenspannungen im Abschnitt 4.3.1 sind die Eigenspannungen I. und II. Art maßgebend [99].

Der BAUSCHINGER-Effekt ist somit ein komplexer Mechanismus, der nicht allein mit einer Ursache erklärt werden kann. Die bereits veröffentlichten Untersuchungen haben zudem gezeigt, dass die Einflussparameter auf den Effekt sehr vielschichtig sind. Scholtes gibt eine ausführliche Übersicht zu den unterschiedlichen Einflussgrößen hinsichtlich des BAUSCHINGER-Effekts an und vergleicht alle (bis zum Zeitpunkt des Erscheinens) relevanten Literaturstellen [78]. Im Folgenden werden verschiedene Einflussgrößen genannt, wobei die Auflistung keinesfalls einen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt, sondern sich vielmehr an der Notwendigkeit für diese Arbeiten orientiert.

Vorverformungseinfluss: In vielen Untersuchungen werden Aussagen zur Bedeutung der plastischen Vorverformung gemacht. Einstimmig lässt sich zusammenfassen, dass mit zunehmender Vorverformung auch die Intensität des BAUSCHINGER-Effekts grundsätzlich zunimmt. SCHOLTES [78, 100] konnte dies für Ck45 und für Eisenbasislegierungen nachweisen. ROBILLER und STRAßBURGER [98] zeigen, dass die Zunahme des BAUSCHINGER-Effekts bis zu gewissen Grenzen der Vorverformung bei unlegiertem Baustahl (St37-3), C35 und C70 ebenfalls vorhanden ist. SCHLIMMER [101] bescheinigt allgemein den metallischen Werkstoffen einen Zusammenhang (bis zu gewissen Grenzen) zwischen zunehmender Vorverformung und zunehmendem Einfluss des BAUSCHINGER-Effekts. Für einkristalline Messingproben wurde derselbe Zusammenhang (bis zu gewissen Grenzen) von SACHS und SHOJI [83] vorgestellt. Bei Kupfer zeigt sich

ebenfalls diese Abhängigkeit [92]. CORBIN et al. [102] bescheinigen diese Abhängigkeit zudem für Aluminiumwerkstoffe. ABEL und MUIR [77] kommen zum selben Ergebnis bei ihren Untersuchungen an Kohlenstoffstählen. HAN et al. [90] zeigen bei ihren Untersuchungen ebenfalls die Zunahme des BAUSCHINGER-Effekts durch Zunahme der plastischen Vorverformung. Bei den Torsionsuntersuchungen an unlegierten Kohlenstoffstählen von JÄNICHE et al. [81] wird ebenfalls eine Abhängigkeit des BAUSCHINGER-Effekts von der Höhe der Vorverformung festgestellt. Diese Abhängigkeit bezieht sich hauptsächlich auf kleine Vorverformungsbereiche. Die Autoren versuchen sich zudem an der Verwendung von BAUSCHINGER-Kenngrößen, die von der Vorverformung unabhängig sind. EL MAGD [103] beschreibt das Fließverhalten von metallischen Werkstoffen losgelöst vom BAUSCHINGER-Effekt aber abhängig von der Vorverformung. Zu den ölschlussvergüteten Stählen liegen bisher wenige Untersuchungen vor. Lediglich bei FISCHER [99] und NEUHAUS [104] finden sich Untersuchungen zum BAUSCHINGER-Effekt bei ölschlussvergüteten Stählen.

<u>Belastungshistorie</u>: Die Autoren einiger der oben genannten Untersuchungen [77, 83] postulieren zudem, dass lediglich die direkt vor der zu betrachtenden plastischen Verformung erfolgte Vorverformung einen Einfluss auf den BAU-SCHINGER-Effekt hat.

<u>Umformgeschwindigkeit:</u> Die Untersuchung von HAN et al. [90] hat verschiedene Umformgeschwindigkeiten hinsichtlich des Einflusses auf den BAUSCHINGER-Effekt betrachtet. Hierbei konnte kein Zusammenhang festgestellt werden.

Quantität der Legierungsatome: Die Legierungsatome im Gefüge haben ebenfalls eine Bedeutung für die Höhe des BAUSCHINGER-Effekts. SCHOLTES und VÖHRINGER bescheinigen den Legierungselementen und deren Konzentration einen Einfluss auf den Effekt [92]. Speziell der für Stahl relevante Kohlenstoffgehalt ist hiervon betroffen. Verschiedene Untersuchungen weisen einen Zusammenhang zwischen steigendem Kohlenstoffgehalt und steigender Ausprägung des Effekts aus [81, 98, 99]. Mit der Anzahl der Fremdatome steigt auch die Versetzungsdichte, was zu einem Absinken der Stapelfehlerenergie [78] führt und somit wiederum mit einem Anstieg des BAUSCHINGER-Effekts einhergeht [105].

<u>Wärmebehandlung:</u> Intensive Untersuchungen zum Einfluss von Wärmebehandlungen sind ebenfalls vorhanden. Insbesondere die Aufhebung bzw. Neutralisation des BAUSCHINGER-Effekts durch Anlassen des Werkstoffs wird bei

FISCHER [99] für ölschlussvergütete Stähle und von ROBILLER und STRAßBUR-GER [98] sowie von JÄNICHE et al. [81] für unlegierte Stähle thematisiert. SCHOLTES und VÖHRINGER [96] zeigen die sinkende Intensität des BAUSCHINGER-Effekts bei Zunahme der Anlasstemperatur.

## 4.4.2.4 Quantitative Beschreibung

Im Lauf der Jahre haben sich unterschiedliche Beschreibungen des BAUSCHIN-GER-Effekts ergeben [74, 77, 81, 87, 90, 92, 96, 100, 101, 106]. Aufgrund der Vielschichtigkeit des Effekts lässt sich das Verhalten nicht mit einer singulären Kenngröße beschreiben. Für eine hinreichende Charakterisierung des Materialverhaltens sind daher mehrere Kenngrößen notwendig. Im Folgenden werden drei, für die vorliegende Arbeit relevante, Kenngrößen vorgestellt. Durch die Verwendung dieser drei Parameter lässt sich der BAUSCHINGER-Effekt ausreichend genau beschreiben.

Plastische Rückverformung: Ausgangssituation ist die qualitative Fließkurve eines überelastischen Zugversuchs, Abbildung 16. Bis zum Erreichen der Fließgrenze unterliegt der Werkstoff dem HOOKEschen Gesetz. Bei überelastischer Beanspruchung geht die HOOKEsche Gerade in die flachere Fließkurve über. Nach der Entlastung stellt sich dann eine bleibende plastische Verformung ein. Die Entlastung nimmt im Idealfall den Verlauf einer Parallelen zur HOOKEschen Geraden an (gestrichelte Linie in Abbildung 16). Viele Stähle haben diese Charakteristik. Bei einigen Stählen sind jedoch Abweichungen zum beschriebenen linearen Verlauf der Entlastungskurve feststellbar (durchgezogene Linie in Abbildung 16). Insbesondere eine kleiner werdende Steigung der Entlastungskurve bei zunehmender Entlastung ist typisch für den BAUSCHINGER-Effekt. Die Differenz zwischen der tatsächlichen plastischen Dehnung und der linearen idealplastischen Dehnung im Schnittpunkt mit der Abszisse wird als plastische Rückverformung  $\Delta \varepsilon_p^*$  bezeichnet [78]. Liegt hingegen eine Torsionsbeanspruchung vor, wird die Differenz zwischen der tatsächlichen plastischen Schiebung und der ideal-plastischen Schiebung als plastische Rückschiebung  $\Delta \gamma_p^*$  bezeichnet.

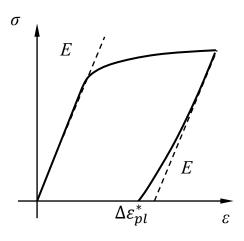


Abbildung 16: Plastische Rückverformung (vgl. [20])

<u>Tangentenmodul:</u> Weitere Kenngröße für den BAUSCHINGER-Effekt ist der sogenannte Tangentenmodul T oder E<sub>T</sub>, welcher der Steigung der Entlastungskurve im Nulldurchgang (das Bauteil ist ohne äußere Belastung) der Abszisse entspricht, Abbildung 17.

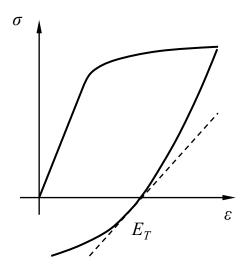


Abbildung 17: Tangentenmodul (vgl. [20])

Dieser Wert entspricht der Anfangssteigung der Fließkurve beim erneuten Belasten in entgegengesetzter Richtung. Diese Größe ist nicht mit dem Elastizitätsmodul zu verwechseln, da der Elastizitätsmodul Aufschluss über das linear-elastische Werkstoffverhalten gibt. Bei der Verformung in entgegengesetzter Richtung liegt kein linear-elastischer Zusammenhang (mehr) vor, weswegen das HOOKEsche Gesetz hier nicht (mehr) gilt [20, 78].

<u>Sekundärfließkurve:</u> ABEL und MUIR haben im Rahmen ihrer Untersuchungen zum BAUSCHINGER-Effekt weitere Kenngrößen festgelegt [77]. Unter anderem

konnte gezeigt werden, dass der BAUSCHINGER-Effekt den Verlauf der Sekundärfließkurve bei zwei aufeinander folgenden entgegengesetzten plastischen Dehnungen beeinflusst [77]. Da der Verlauf der Sekundärfließkurve für das vorliegende Problem relevant ist, ist deren Beschreibung notwendig.

## 4.4.3 Elastische Hysterese

Wird nun ein Werkstoff schwellend plastisch beansprucht, das heißt, nach einer ersten plastischen Verformung mit anschließender vollständigen Wegnahme der Beanspruchung erfolgt eine erneute gleichsinnige Beanspruchung mit größerer Spannung als bei der ersten plastischen Verformung, ergibt sich eine Fließkurve wie in Abbildung 18 dargestellt.

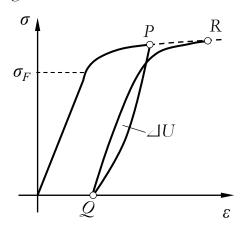


Abbildung 18: Mehrere Be- und Entlastungen mit gleichsinniger Belastungsrichtung (vgl. [62])

Diese Situation ist Gegenstand der im Rahmen der Arbeit durchgeführten empirischen Versuche. Die Spannungs-Dehnungs-Kurve infolge der Wegnahme der Beanspruchung von Punkt P nach Q weicht von der Spannungs-Dehnungs-Kurve der erneuten Beanspruchung zwischen den Punkten Q und R ab. Dieser Bereich zwischen den beschriebenen Kurven wird elastische Hysterese genannt [62, 66]. Abgesehen von diesen Hysteresebereichen nimmt die Fließkurve wieder denselben Verlauf wie bei einer einmaligen Beanspruchung an (ab Punkt R). Allerdings stellt die eingeschlossene Fläche der elastischen Hysterese einen Energieverlust von  $\Delta U$  dar [62].

## 4.4.4 Zyklisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten

Bauteile unterliegen in der Praxis entweder statischen oder dynamischen Belastungen. Als eine der ersten umfassenden und systematischen Betrachtungen des Materials hinsichtlich des Verhaltens bei dynamischer Last können die Versuche von WÖHLER genannt werden [107]. Durch diese Untersuchungen konnte ge-

zeigt werden, dass die ertragbare Spannungsamplitude bei zyklischer Beanspruchung unter der Streckgrenze liegt und zudem mit steigender Zyklenzahl abnimmt [74]. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen haben im Rahmen der sogenannten Wöhlerkurven Einzug in die technische Praxis genommen. Handelt es sich bei einer dynamischen Beanspruchung um eine ständig wiederkehrende Beanspruchung, wird dies als zyklisch bezeichnet. Grundsätzlich lassen sich die dynamischen Beanspruchungen in schwellende und wechselnde Beanspruchung unterscheiden. Definiert werden diese Begriffe über das Spannungsverhältnis zwischen minimaler und maximaler Spannung einer Spannungsamplitude (Abbildung 19):

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{4-9}$$

Bei rein schwellender Last nimmt das Spannungsverhältnis beispielsweise den Wert Null oder ∞ an. Bei rein wechselnder Last beträgt das Spannungsverhältnis R = -1 [60]. Folgende Abbildung 19 zeigt das Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer sogenannten Hysteresekurve.

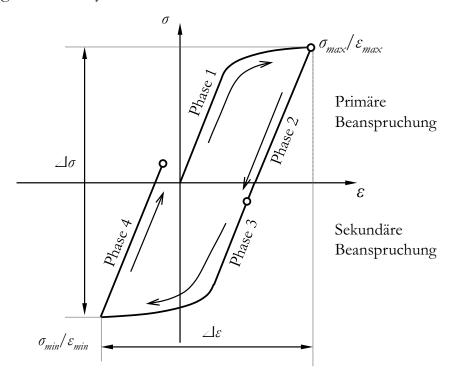


Abbildung 19: Hysteresekurve

Die (plastische) Hysteresekurve setzt sich grundsätzlich aus zwei gegensätzlich gerichteten plastischen Beanspruchungen (hier auch Halbzyklen genannt) zusammen, welche im Folgenden als primäre und sekundäre Beanspruchung bezeichnet werden. Die beiden Beanspruchungen werden wiederum in jeweils zwei Phasen unterteilt: die eigentliche Beanspruchung und die Wegnahme der Beanspruchung. In der dargestellten Situation ergeben sich somit zwei Beanspruchungsphasen (Phase 1 und 3) und zwei Phasen durch Wegnahme der Beanspruchung (Phase 2 und 4). Die absolute Differenz zwischen den maximalen Spannungen der beiden Beanspruchungsphasen wird mit  $\Delta \sigma$  abgekürzt; die absolute Differenz der maximalen Dehnungen der Beanspruchungsphasen mit  $\Delta \varepsilon$  [74]. Halbiert man diese Werte, ergeben sich die Amplitude der Spannung und die Amplitude der Dehnung. Im Rahmen von Versuchen werden die Hysteresen entweder mit konstanter Spannung oder mit konstanter Dehnung betrachtet. Verglichen mit der einsinnigen Beanspruchung eines Werkstoffs existiert bei zyklischer Beanspruchung kein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Dehnung und der Spannung, was somit beide Herangehensweisen legitimiert [74]. Basierend auf der Entwicklung des COFFIN-MANSON-Gesetzes werden allerdings hauptsächlich Versuche mit konstanter Dehnung durchgeführt [74].

## 4.4.5 Wechselverformungsverhalten

Für festigkeitsrelevante Berechnungen, insbesondere für Zeitfestigkeitsbetrachtungen im Lastwechselbereich N > 10.000 wird üblicherweise auf das sog. WÖHLER-Diagramm zurückgegriffen [107]. Für umformorientierte Betrachtungen im niederzyklischen Bereich bieten sich die sogenannten Wechselverformungskurven an. Grundlage dieser Darstellungen sind die Hysteresekurven bei plastischer Wechselbeanspruchung. Abbildung 19 zeigt das Spannungs-Dehnungs-Diagramm von zwei aufeinander folgenden Hysteresen einer plastisch-wechselnden Beanspruchung. Die Dehnung der Wechselbeanspruchung ist in beiden Richtungen gleich groß ( $|\varepsilon_{max}|$  = konstant). Der Abbildung ist zu entnehmen, dass nach dem zweiten Erreichen der positiven maximalen Dehnung  $\varepsilon_{max}$  die benötigte Spannung  $\sigma$  geringer ist als bei der ersten Beanspruchung.

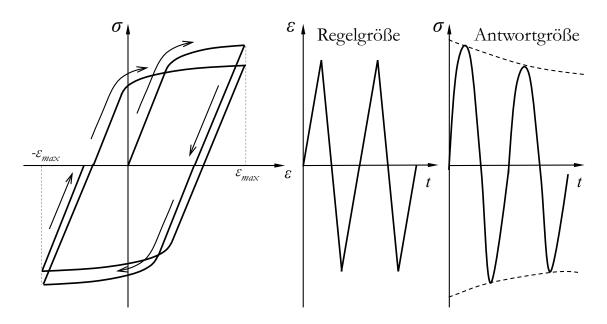


Abbildung 20: Entfestigung bei wechselnder Beanspruchung

Dieses Verhalten wird als zyklische Entfestigung bezeichnet und lässt sich vereinfacht wie folgt interpretieren: bei gleichbleibender Dehnungsamplitude nimmt die Spannungsamplitude mit zunehmender Lastwechselzahl ab, Abbildung 21 links. Denkbar ist ebenfalls eine plastische Wechselbeanspruchung bei konstanter Spannungsamplitude. Zyklisch entfestigende Werkstoffe verzeichnen dann mit steigender Zyklenzahl eine Zunahme der Dehnungsamplitude  $\Delta \varepsilon/2$ , Abbildung 21 rechts. Wird nun die Amplitude, im einen Fall die Spannungs- und im anderen Fall die Dehnungsamplitude über der Zyklenzahl aufgetragen, erhalten wir die sogenannten Wechselverformungskurven. Bei beiden Diagrammen in Abbildung 21 ist auf der Abszisse die Zyklenzahl aufgetragen. Qualitativ handelt es sich in beiden Fällen um eine Entfestigung. Alternativ kann auch die kumulierte plastische Dehnung

$$\varepsilon_{pl,kum} = 2N\Delta\varepsilon_{pl} \tag{4-10}$$

über der Zyklenzahl aufgetragen werden [74]. Diese kumulierte Dehnung übersteigt üblicherweise die ertragbare Dehnung einer einsinnigen Belastung um ein Vielfaches.

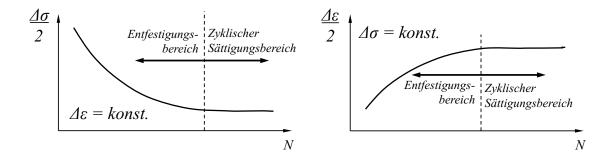


Abbildung 21: Wechselverformungskurve konst. Dehnung (links), konst. Spannung (rechts) (vgl. [74])

Die Wechselverformungskurven in Abbildung 21 können in zwei Bereiche unterteilt werden. Anfänglich ist bei konstanter Dehnung (linkes Diagramm) ein fallender Verlauf und bei konstanter Spannung (rechtes Diagramm) ein steigender Verlauf vorhanden. Dieses Verhalten entspricht der eigentlichen zyklischen Entfestigung, da die Spannungsamplitude bei konstanter Dehnung abnimmt, bzw. die Dehnungsamplitude bei konstanter Spannung zunimmt. Nach einer gewissen Lastwechselzahl geht die Kurve in eine Horizontale über, was konstant bleibenden Spannungsamplituden bzw. Dehnungsamplituden entspricht. Dieser Bereich wird auch als zyklischer Sättigungsbereich bezeichnet. Theoretisch schließt sich an diesen konstanten zweiten Bereich noch ein dritter an. Da dieser jedoch wegen der geringen Lastwechselzahlen für die vorliegende Arbeit keine Relevanz hat, wird auf eine Erklärung verzichtet und auf weiterführende Literatur (beispielsweise CHRIST [74]) verwiesen.

Analog der zyklischen Entfestigung existiert auch eine zyklische Verfestigung. Dies zeigt sich im ersten Bereich der Wechselverformungskurven: bei konstanter Dehnung nimmt die Spannungsamplitude zu und bei konstanter Spannung nimmt die Dehnungsamplitude ab. Die Kurvenverläufe in Abbildung 21 sind entsprechend zu tauschen [74]. Die Untersuchung der Ver- und Entfestigung ist Gegenstand einer großen Zahl an Untersuchungen wovon sich allerdings die meisten mit den werkstoffwissenschaftlichen Zusammenhängen befassen. Zur weiteren Vertiefung wird auf die entsprechende Literatur verwiesen [108, 109].

#### 4.5 Umformsimulation mit Finiten Elementen

Alternativ zur empirischen Untersuchung von Umformvorgängen und zudem häufig genauer als analytische Berechnungen, ist als dritte Untersuchungssäule die Finite-Elemente-Methode (FEM) zu nennen. Im Grunde ist FEM ein numerischer Lösungsansatz für Differentialgleichungen im größeren Umfang [110,

111]. Zu unterscheiden sind hinsichtlich des Lösungsalgorithmus bei instationären Berechnungen implizite und explizite Lösungsverfahren.

Implizites Berechnungsverfahren: Das implizite Verfahren berechnet für jeden Zeitschritt eine Lösung des Systems. Dies geschieht anhand einer Matrizenaufstellung die iterativ zu lösen ist. Das implizite Berechnungsverfahren ist sehr robust und bietet eine gewisse Kontrolle des Berechnungsprozesses. Allerdings ist der Rechenaufwand sehr groß. Daher ist eine Eignung für größere Verformungen selten gegeben.

Explizites Berechnungsverfahren: Beim expliziten Verfahren wird für jeden Berechnungsschritt lediglich die Zustandsmatrix mit einem Vektor multipliziert. Eine komplette Lösung des Systems wird nicht vorgenommen. Die Berechnungszeit richtet sich mitunter nach dem kleinsten Element im System (Wellenlaufzeit in diesem Element ist entscheidend). Das Verfahren liefert wesentlich schneller ein Ergebnis als das implizite Verfahren. Allerdings ist die Stabilität auf Grund der fehlenden Lösung des Gleichungssystems nicht zu jedem Zeitpunkt vorhanden. Insbesondere bei Crash-Simulationen oder plastischen Umformsimulationen findet das explizite Verfahren Anwendung.

Auf dem Markt sind mehrere FEM-Systeme verfügbar, die üblicherweise die drei Komponenten *Preprocessing* (Modellerstellung und -vorbereitung), *Solving* (Modellberechnung) und *Postprocessing* (Auswertung) beinhalten.

## 5 Grundlagen

In diesem Kapitel werden verschiedene analytische Ansätze, welche im Rahmen der vorliegenden Arbeit Verwendung finden, vorgestellt. Zuerst werden die mathematischen Ansätze zur Beschreibung der sogenannten Sichelquerschnitte dargestellt (5.1). Daran schließt sich das Apollonische Berührproblem zur Beschreibung der nominellen Drahtringgeometrie an (5.2). Im Rahmen der Arbeit wird auf verschiedene mathematische Beschreibungen der Spannungs-Dehnungs-Kurve zurückgegriffen. Die für die Untersuchung möglichen Formulierungen werden in 5.3 vorgestellt. Als letzter Punkt wird die zu Grunde gelegte allgemeine Biegetheorie in 5.4 besprochen.

## 5.1 Analytische Ansätze zur Geometrie von Sichelflächen

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Drähte weisen zwei Querschnittsformen auf: Zum einen werden kreisrunde Drähte verwendet und umgeformt. Zum anderen werden Drähte mit bereits vor der Umformung vorhandener Sichelgeometrie eingesetzt, Abbildung 22.

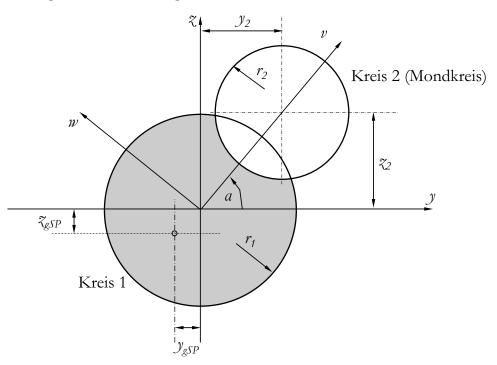


Abbildung 22: Übersicht Sichelgeometrie

Entscheidendes Kriterium für die Wahl eines Drahts mit Sichelquerschnitt ist häufig die Größe des zu zerspanenden Querschnitts. Ist dieser zu groß, kann die Verwendung des teureren Drahts mit Sichelquerschnitt und anschließend geringer Zerspanung wirtschaftlicher sein. In diesem Fall wird die Sichelgeometrie

bereits beim Drahtziehen berücksichtigt und lediglich ein kleiner Querschnittsbereich nach dem Umformen geschliffen. Im folgenden Abschnitt werden die für die vorliegende Arbeit relevanten mathematischen Zusammenhänge der Sichelfläche vorgestellt. Die ausführliche Herleitung dieser Formeln ist im Anhang unter Ziffer 10.1 zu finden. Abbildung 22 zeigt die zu betrachtende allgemeine Sichelfläche (grau ausgefüllt), welche sich aus dem Kreis 1, reduziert um den Schnittbereich mit dem Kreis 2, ergibt. Um die folgenden Berechnungen allgemeingültig zu formulieren, wird das globale yz-Koordinatensystem um den Winkel α gedreht. Das um diesen Winkel gedrehte vw-Koordinatensystem liegt nun mit seiner v-Achse im geometrischen Schwerpunkt des zweiten Kreises. Dadurch ergibt sich ein symmetrisches Profil um diese v-Achse. In Abbildung 23 ist die Sichelgeometrie im neuen vw-Koordinatensystem mit allen weiteren Variablen dargestellt.

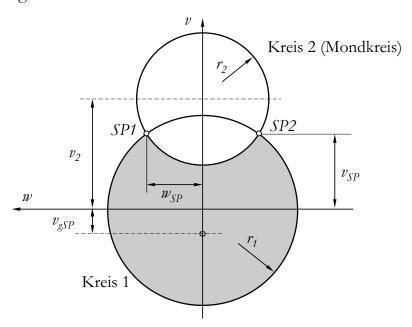


Abbildung 23: Gedrehte Sichelgeometrie

#### Flächenmoment nullten Grades – Flächeninhalt

Die Sichelfläche ergibt sich nach folgendem Zusammenhang:

$$\begin{split} A_{SF,ges} = & 2 \cdot \left( r_{1}^{2} \cdot \frac{\pi}{2} - w \sqrt{r_{1}^{2} - w_{SP}^{2}} - r_{1}^{2} arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{1}}\right) \right) - \\ w_{SP} \sqrt{r_{2}^{2} - w_{SP}^{2}} - r_{2}^{2} arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{2}}\right) + 2v_{2}w_{SP} + w_{SP} \sqrt{r_{1}^{2} - w_{SP}^{2}} + \\ r_{1}^{2} arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{1}}\right) \end{split} \tag{5-1}$$

Grundlagen 39

Für die strukturmechanischen Berechnungen ist sowohl die Berechnung der beiden axialen Flächenmomente zweiten Grades, als auch das gemischte Flächenmoment zweiten Grades nötig.

Axiales Flächenmoment zweiten Grades um die w-Achse:

$$\begin{split} I_{ww} &= 2 \left( -\frac{1}{12} \left( -3r_1^4 \arcsin(1) - \sqrt{r_1^2 - w_{SP}^2} \cdot (2w_{SP}^3 - 5r_1^2 w_{SP}) + \right. \\ &3r_1^4 \arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_1}\right) \right) \frac{1}{12} \left( 3arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_2}\right) r_2^4 + w_{SP} \sqrt{r_2^2 - w_{SP}^2} \cdot (5r_2^2 + 12v_2^2 - 2w_{SP}^2) + 12v_2 \left( v_2 arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_2}\right) - 2w_{SP} \right) r_2^2 - 8w_{SP} v_2^3 + 8w_{SP}^3 v_2 - 3r_1^4 \arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_1}\right) + w_{SP} \sqrt{r_1^2 - w_{SP}^2} \cdot (2w_{SP}^2 - 5r_1^2) \right) - v_{gSP}^2 \cdot A_{ges} \end{split}$$

Axiales Flächenmoment zweiten Grades um die v-Achse:

$$\begin{split} I_{vv} &= A \frac{1}{12} \left( -3r_1^4 arcsin \left( \frac{r_2 - v_2}{r_1} \right) + \sqrt{-r_2^2 + 2v_2 r_2 + r_1^2 - v_2^2} \cdot \right. \\ &\left. (2r_2^3 - 6v_2 r_2^2 + (6v_2^2 - 5r_1^2)r_2 + 5v_2 r_1^2 - 2v_2^3) + \right. \\ &\left. 3r_1^4 arcsin(1) \right) + \frac{1}{24} \left( -6r_1^4 arcsin \left( \frac{v_2 - r_2}{r_1} \right) + \right. \\ &\left. 6r_2^4 arcsin \left( \frac{v_2 - v_{SP}}{r_2} \right) + \sqrt{-v_2^2 + 2r_2 v_2 - r_2^2 + r_1^2} \cdot (4v_2^3 - 12r_2 v_2^2 + (12r_2^2 - 10r_1^2) \cdot v_2 - 4r_2^3 + 10r_1^2 r_2) + \right. \\ &\left. \sqrt{-v_2^2 + 2v_{SP} v_2 + r_2^2 - v_{SP}^2} \cdot (-4v_2^3 + 12v_{SP} v_2^2 - (12v_{SP}^2 - 10r_2^2) \cdot v_2 + 4v_{SP}^3 - 10r_2^2 v_{SP} \right) - 3\pi r_2^4 + 6r_1^4 arcsin \left( \frac{v_{SP}}{r_1} \right) + \right. \\ &\left. \sqrt{r_1^2 - v_{SP}^2} \cdot (10r_1^2 v_{SP} - 4v_{SP}^3) \right) \end{split}$$

Polares Flächenmoment zweiten Grades bezogen auf den Ursprung:

$$I_{vw} = 0 \tag{5-4}$$

Transformation auf xy-Koordinaten

$$I_{zz} = \frac{I_{ww} + I_{vv}}{2} + \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \cos(2\alpha) - I_{vw} \sin(2\alpha)$$

$$I_{yy} = \frac{I_{ww} + I_{vv}}{2} - \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \cos(2\alpha) + I_{vw} \sin(2\alpha)$$

$$I_{yz} = \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \sin(2\alpha) + I_{vw} \cos(2\alpha)$$
(5-5)

## 5.2 Apollonisches Berührproblem

Der in Abbildung 5 dargestellte Umformprozess lässt sich grundsätzlich durch zwei aufeinander folgende Biegestufen mit je drei Umformrollen beschreiben was dann letztlich jeweils einem Drei-Punkt-Biegeversuch entspricht. Um die nominelle Ringgeometrie (ohne Rückfederung) des umgeformten Drahts mathematisch zu beschreiben, wird auf das Apollonische Berührproblem zurückgegriffen. Das Apollonische Berührproblem (auch Apollonisches Kreisproblem genannt) geht auf den griechischen Mathematiker APOLLONIUS VON PERGE zurück. Der Ansatz stellt einen Berechnungsansatz zur Verfügung, um in der Ebene einen Kreis zu beschreiben, welcher drei weitere Kreise berührt [112].

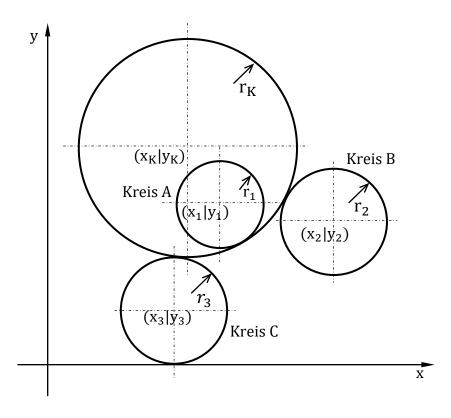


Abbildung 24: Apollonisches Berührproblem

Die drei Kreise werden über deren Mittelpunkt und ihren Radius definiert, wobei der Radius unendlich klein (Punkt) bis unendlich groß (Linie) sein kein. Für die vorliegende Arbeit ist lediglich der Fall CCC (C: Circle) relevant. Die Berechnung resultiert in einem Kreis, der drei weitere Kreise berührt, deren jeweiliger Radius größer Null und kleiner Unendlich ist. RÖTTGEN-BURTSCHEIDT [112] zeigt acht mögliche Lösungen für die beschriebene Situation auf. Das Problem lässt sich sowohl graphisch (Radiusreduktion der Berührkreise), als auch analytisch lösen.

Grundlagen 41

Nachstehende Ausführungen zeigen die analytische Lösung des Berührproblems. Die Mittelpunkte der drei Berührkreise sind durch  $A(x_1|y_1)$ ,  $B(x_2|y_2)$  und  $C(x_3|y_3)$  gegeben; die Radien werden mit  $r_1$ ,  $r_2$  und  $r_3$  angegeben.

Folgendes Gleichungssystem beschreibt den entsprechenden Fall des Berührproblems [112]:

$$(x_K - x_1)^2 + (y_K - y_1)^2 = (r_K + r_1)^2$$

$$(x_K - x_2)^2 + (y_K - y_2)^2 = (r_K + r_2)^2$$

$$(x_K - x_3)^2 + (y_K - y_3)^2 = (r_K + r_3)^2$$
(5-6)

Unter Zuhilfenahme der Substitutionen:

$$a = 2(x_1 - x_2)$$

$$b = 2(y_1 - y_2)$$

$$c = \pm 2(r_1 - r_2)$$

$$d = (x_1^2 + y_1^2 - r_1^2) - (x_2^2 + y_2^2 - r_2^2)$$

$$a' = 2(x_1 - x_3)$$

$$b' = 2(y_1 - y_3)$$

$$c' = \pm 2(r_1 - r_3)$$

$$d' = (x_1^2 + y_1^2 - r_1^2) - (x_3^2 + y_3^2 - r_3^2)$$
(5-7)

ergeben sich die Koordinaten des gesuchten Kreises nach folgenden Gleichungen:

$$x_{K} = \frac{b'd - bd' - b'cr + bc'r}{ab' - a'b}$$

$$y_{K} = \frac{ad' - a'd + a'cr + ac'r}{ab' - a'b}$$
(5-8)

Für die ausführliche Herleitung der mathematischen Beziehungen wird auf die entsprechende Literatur verwiesen (Beispielsweise [112]).

# 5.3 Beschreibung der Spannungs-Dehnungs-Kurve

Um das elastisch-plastische Verhalten des Werkstoffs im analytischen Berechnungsalgorithmus zu berücksichtigen, ist eine mathematische Beschreibung der Fließkurve bzw. der Spannungs-Dehnungs-Kurve nötig. Nachstehend werden die für die Arbeit in Frage kommenden mathematischen Modelle besprochen.

Eine kurze Darstellung einiger gängiger Werkstoffmodelle bietet RECKLING [62]. Zusätzlich findet sich bei MEYER und STASKEWITSCH [113] eine Übersicht zu gängigen Modellgesetzen.

<u>LUDWIK-Gleichung</u>: Eine der gängigsten Beschreibungen des Spannungs-Dehnungs-Zusammenhangs ist die LUDWIK-Gleichung [114].

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_F + C_L \cdot \varepsilon_{pl}^{n_L} \tag{5-9}$$

Die beiden LUDWIK Kostanten  $C_L$  und  $n_L$  werden über zwei günstig gewählte Stützpunkte im plastischen Bereich der Fließkurve ( $\sigma_1 | \epsilon_{pl,1}$ ) und ( $\sigma_2 | \epsilon_{pl,2}$ ) bestimmt. Die Dehnungen der beiden Stützpunkte beziehen sich lediglich auf den plastischen Anteil; die elastische Dehnung ist herauszurechnen.

$$n_{L} = \frac{\log\left(\frac{\sigma_{1} - \sigma_{F}}{\sigma_{2} - \sigma_{F}}\right)}{\log\left(\frac{\varepsilon_{pl,1}}{\varepsilon_{pl,2}}\right)}$$

$$C_{L} = \frac{\sigma_{1} - \sigma_{F}}{\varepsilon_{pl,1}^{n_{L}}}$$
(5-10)

Wichtig bei der Anwendung ist die Tatsache, dass die LUDWIK-Gleichung an sich lediglich den plastischen Bereich beschreibt. Das heißt, bis zum Fließbeginn bei  $\sigma_F$  ist die HOOKEsche Gerade zu verwenden.

RAMBERG-OSGOOD Beziehung: Ein weiterer Ansatz ist die RAMBERG-OSGOOD Beziehung [115]. Hier wird nicht wie üblich eine Gleichung für die Spannung abhängig der Dehnung aufgestellt, sondern für die Dehnung abhängig der Spannung verwendet.

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{k_R}\right)^{\frac{1}{n_R}} \tag{5-11}$$

Die beiden Konstanten k<sub>R</sub> und n<sub>R</sub> werden wie üblich numerisch über eine Optimierung bestimmt. Für die Berechnung der Scherung im Falle einer Schubspannung bietet die RAMBERG-OSGOOD Beziehung folgende Zusammenhänge.

Grundlagen 43

$$\gamma(\tau) = \frac{\tau}{G} + \left(\frac{\tau}{k_R'}\right)^{\frac{1}{n_{R'}}}$$
wobei  $k_R = k_R' \sqrt{3}$  und  $n_R' = n_R$  und  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ 

Polygonzug-Modell: Eine weitere Möglichkeit, die Fließkurve insbesondere im plastischen Bereich zu beschreiben, ist die Verwendung eines Polygonzugs. Hierfür wird die Fließkurve in sinnvolle Segmente unterteilt und durch Geradenstücke angenähert. Dadurch verliert die Kurve ihre vollständige Differenzierbarkeit im Definitionsbereich. Entscheidend für die Güte der Kurve ist der Abstand der gewählten Anfangs- und Endpunkte der Geraden.

Weitere mathematische Formulierungen, wie beispielsweise von HOLLOMON, SWIFT, VOCE oder NUTTING und POLLARD sind ebenfalls denkbar, aber meist aufwändiger in der Bestimmung der Koeffizienten (für eine geraffte Übersicht wird auf THOMAS [116] verwiesen).

## 5.4 Analytisches Biegespannungsmodell

Der analytische Berechnungsalgorithmus basiert auf den Ansätzen der allgemeinen Biegetheorie und wird entsprechend den Anforderungen angepasst bzw. abgewandelt. Folgender Abschnitt befasst sich mit diesen mathematischen Formulierungen und theoretischen Ansätzen. Die Thematik des Biegebalkens wird in ihren Grundlagen in vielen Werken der Festigkeitslehre und Mechanik vorgestellt (beispielsweise [60, 61, 117 bis 121]). Im Folgenden werden die mathematischen Gleichungen und Zusammenhänge für eine allgemeine elastisch-plastische Biegung, wie sie in diversen Veröffentlichungen behandelt werden, vorgestellt [14, 122 bis 126].

Wird ein Körper auf Biegung beansprucht, krümmt sich dieser entsprechend dem wirkenden Biegemoment. Diese Krümmung kann über den Krümmungsradius  $\varkappa$  ausgedrückt werden, wobei D dem Biegeradius entspricht.

$$\kappa = \frac{1}{D} \tag{5-13}$$

Allgemein kann festgehalten werden: je kleiner dieser Krümmungsradius ist, desto stärker wird der Körper deformiert. Die Seite des Körpers, die dem Mittelpunkt des Krümmungsradius zugewandt ist, wird als Innenseite bezeichnet, die gegenüberliegende Seite als Außenseite.

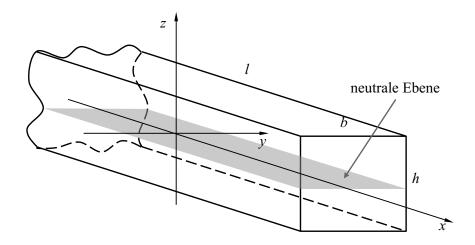


Abbildung 25: Koordinatensystem und Balkengrößen

Im gebogenen Bauteil existiert im zweidimensionalen Fall eine Linie bzw. bei dreidimensionaler Betrachtung eine Ebene, die keine Dehnung erfährt. Diese wird neutrale Faser bzw. neutrale Ebene genannt. Der Bereich zwischen Innenseite und neutraler Faser erfährt Stauchungen, zwischen Außenseite und neutraler Faser Dehnungen (genauer Längungen). Der Einfachheit halber wird im Folgenden generell von positiven und negativen Dehnungen (bei Stauchungen) gesprochen. Für alle Berechnungen im Rahmen dieser Arbeit wird die x-Achse in Richtung des Halbzeugs angenommen. Im Querschnitt ist die Achse, um welche die Biegung stattfindet (hier üblicherweise die Horizontale) die y-Achse und die Senkrechte die z-Achse. Abbildung 25 zeigt diese Konventionen.

Die Dehnung (+) bzw. Stauchung (-) am Rand lässt sich über folgenden Zusammenhang berechnen (wobei D der Biege- bzw. Rolldurchmesser des Rings und r<sub>D</sub> der Drahtradius ist).

$$\varepsilon_{Rand} = \pm \frac{h}{D} = \pm \frac{2r_D}{D} \tag{5-14}$$

Die zur neutralen Faser hin betragsmäßig abnehmenden Dehnungen bzw. Stauchungen lassen sich mit folgender Gleichung in Abhängigkeit der z-Richtung bestimmen.

$$\varepsilon_z(z) = \varepsilon_{Rand} \cdot \frac{z}{r_D}$$
 (5-15)

Entsprechend den Dehnungen nehmen auch die Spannungen zu. Solange die Randdehnung kleiner als die plastische Dehnung  $\varepsilon_F$  ist, können die elastischen Spannungen über der gesamten Querschnittshöhe (z-Richtung) anhand des HOOKEschen Gesetzes ermittelt werden.

Grundlagen 45

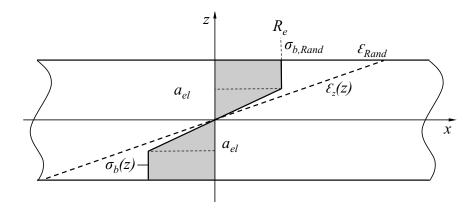


Abbildung 26: Dehnungen und Spannungen bei elastisch-plastischer Biegung

Sobald allerdings die Randdehnung größere Werte als die plastische Dehnung annimmt, findet ein Plastifizieren der betroffenen Bereiche statt (ael in Abbildung 26). Die Spannung muss in diesen Bereichen anhand der Fließkurve bestimmt werden. Dieser Zustand wird elastisch-plastisches Biegen genannt. Die Abbildung 26 zeigt sowohl die Dehnungen (gestrichelte Linie), als auch die Spannungen für den elastisch-plastischen Biegefall.

Die z-Koordinate, ab der plastisches Fließen auftritt, hier a<sub>el</sub> genannt, lässt sich über die Gleichung (5-16) bestimmen.

$$a_{el} = \varepsilon_F \cdot \frac{D}{2} = \frac{D \cdot \sigma_F}{2E}$$
 für  $\varepsilon_{Rand} > \varepsilon_F$ 

$$a_{el} = r \text{ für } \varepsilon_{Rand} \le \varepsilon_F$$
(5-16)

Unter der sog. BERNOULLIschen Hypothese, welche das Ebenbleiben der Querschnitte auch unter plastischer Biegung annimmt, führt die elastisch-plastische Biegespannung zu einem Belastungsmoment. Dieses Belastungsmoment lässt sich über folgenden Zusammenhang berechnen.

$$M_{bF} = 2 \int_{0}^{r} \sigma_{b}(z) \cdot z \cdot b(z) dz$$
 (5-17)

Für den Spannungsverlauf  $\sigma_b(z)$  muss eine entsprechende Funktion eingesetzt werden, die den Verlauf des Spannungs-Dehnungs-Diagramms ausreichend gut beschreibt (siehe Abschnitt 5.3). Die Breite b(z) des Kreissegments ist gleichbedeutend mit der Kreissehne. Diese errechnet sich nach folgendem Zusammenhang.

$$b(z) = 2\sqrt{r^2 - z^2} \tag{5-18}$$

In der Literatur findet sich häufig die sogenannte NEUBER-Stützzahl n<sub>pl</sub> [127]. Diese Verhältniszahl bringt zum Ausdruck, wie hoch das wirkende Belastungsmoment im Verhältnis zum rein elastischen Belastungsmoment ist. Folgende Formulierung hat sich mittlerweile etabliert.

$$M_{bF} = \sigma_b(z) \cdot W_b \cdot n_{pl} \tag{5-19}$$

Nimmt man einen vollplastischen Zustand ohne Verfestigung des Werkstoffs im plastischen Bereich an, beträgt die Stützzahl beim kreisrunden Querschnitt 1,7 [117].

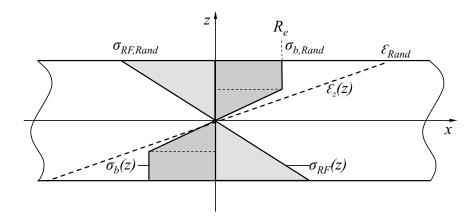


Abbildung 27: Elastische Rückfederung bei elastisch-plastischer Biegung

Wird nun das wirkende Biegemoment entfernt, beginnt der Werkstoff aus der deformierten Lage aus zurückzufedern, das heißt es findet eine Rückverformung in Richtung der Ausgangsgeometrie statt. Das Entfernen des wirkenden Biegemoments ist gleichbedeutend mit dem Aufbringen eines entgegengesetzt wirkenden theoretischen Moments mit betragsmäßig gleicher Größe von M<sub>bF</sub>. Die theoretische Randspannung durch das Moment errechnet sich nach

$$\sigma_{RF,Rand} = \frac{-M_{bF}}{W_b}. (5-20)$$

Für die lineare Verteilung der Spannungen zwischen den Randbereichen ergibt sich die Rückstellspannung durch

$$\sigma_{RF}(z) = \frac{-M_{bF} \cdot z}{I_{yy}}.$$
(5-21)

Grundlagen 47

Diese Rückstellspannung führt zum Rückfedern des Werkstücks [128]. Die Superposition dieser beiden Spannungen  $\sigma_b(z)$  und  $\sigma_{RF}(z)$  nach (5-22) führt dann zum verbleibenden Eigenspannungsverlauf  $\sigma_{ES}(z)$  über dem Querschnitt.

$$\sigma_{ES}(z) = \sigma_b(z) + \sigma_{RF}(z)$$
(5-22)

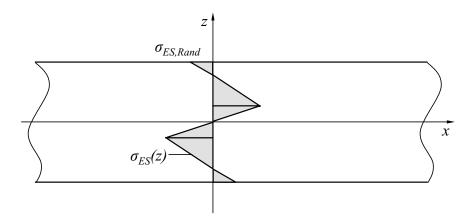


Abbildung 28: Eigenspannungsverlauf nach Rückfederung (elastisch-plastische Biegung)

Der Eigenspannungsverlauf in Abbildung 28 hat charakteristisch drei Nullstellen. Ebenfalls typisch, und auf den ersten Blick paradox wirkend, sind die Druckspannungen auf der Außenseite (Zugseite) und die Zugspannungen auf der Innenseite (Druckseite). Daran anschließende Lastfälle mit Biegespannung sind ausgehend von diesem Spannungsverlauf zu berechnen.

# 6 Werkstoffe und Vorrichtungen

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Erarbeitung einer Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen. Wie bereits eingangs erwähnt, wird z. B. das Drahtrollen bei der Herstellung von Federn, Kolbenringen und Drahtwälzlagern eingesetzt. Entsprechend den Anforderungen dieser Produkte werden hier hauptsächlich hochfeste Federstähle und Vergütungsstähle verwendet. Als prominenter Vertreter der hochfesten Federstähle wird im Rahmen dieser Arbeit der ölschlussvergütete Federstahl 54SiCr6 (Werkstoffnummer 1.7102) betrachtet. Aus der Gruppe der Vergütungsstähle wird der häufig verwendete C45E+N (1.1191) im normalisierten Zustand gewählt. Abschnitt 6.1 stellt diese verwendeten Werkstoffe im Detail vor.

Grundlage für die numerische und analytische Untersuchung zur Beschreibung der Werkstoffcharakteristika in den Kapiteln 7.2 und 7.3, ist das Werkstoffverhalten bei mehrmaliger plastischer Umformung. Entsprechend den Grundbeanspruchungsarten werden Zug-/Druck-, Biegungs- und Torsionsversuche durchgeführt. In Abschnitt 6.2 werden die hierfür verwendeten Vorrichtungen und Probengeometrien besprochen.

#### 6.1 Versuchswerkstoffe

## 6.1.1 Hochfester ölschlussvergüteter Federstahl – 54SiCr6 (1.7102)

Bei diesem Werkstoff handelt es sich um einen hochfesten ölschlussvergüteten Stahl, welcher in der DIN EN 10270-2 geregelt ist [129]. Hauptsächliche Anwendung findet dieser Stahl als Federnwerkstoff. Die Herstellung des Drahts setzt sich aus den zwei Schritten "Ziehen" und "Vergüten" zusammen. Der Vergütungsprozess entspricht einer Härtung bei 830 °C bis 860 °C mit anschließendem Abschrecken im Ölbad. Das darauffolgende Anlassen geschieht bei 350 °C bis 550 °C mit einer Verweilzeit von wenigen Sekunden. Üblicherweise findet der Herstellungsprozess kontinuierlich statt, das heißt der Draht durchläuft eine automatisierte Vergütungsstraße. Durch das Verfahren werden hohe Zugfestigkeiten und hohe Streckgrenzen erreicht [130, 131]. Tabelle 1 zeigt die chemische Zusammensetzung der Stahlsorte 54SiCr6, wobei die Werte für Phosphor und Schwefel als maximale Obergrenze zu verstehen sind (mit \* gekennzeichnet).

Tabelle 1: 54SiCr6 – Chemische Zusammensetzung [132]

C [%]	Si [%]	Mn [%]	P* [%]	S* [%]	Cr [%]
0,50 – 0,60	1,20 – 1,60	0,50 – 0,80	0,025	0,025	0,50 – 0,80

Für die Bestimmung der charakteristischen Werkstoffkennwerte liegen sieben Zugversuche vor. Der Anlieferungszustand des Materials ist ein elastisch aufgewickelter Runddraht mit 4 mm Drahtdurchmesser. Die sieben Zugversuche zeigen das Verhalten des unbearbeiteten Halbzeugs. Abbildung 29 zeigt das Ergebnis der sieben Zugversuche. Aufgetragen ist die wahre Spannung über der Dehnung. Das heißt, die Spannung bezieht sich stets auf den zum Betrachtungszeitpunkt vorherrschenden Querschnitt solange Gleichmaßdehnung vorliegt.

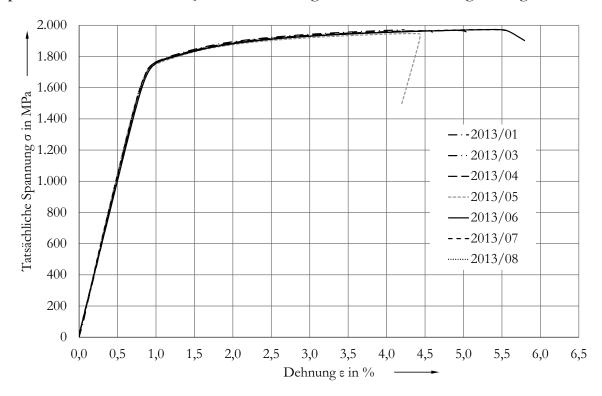


Abbildung 29: 54SiCr6 – wahres Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Auf Basis dieser Versuche lassen sich folgende Werkstoffkennwerte bestimmen. Eine detaillierte Darstellung des Gefüges ist im Anhang unter 10.2 zu finden.

Tabelle 2: 54SiCr6 – Werkstoffkennwerte

R <sub>p0,2</sub> [MPa]	R <sub>p0,1</sub> [MPa]	R <sub>e</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	E [MPa]	A <sub>3</sub> [%]
1.750	1.680	1618	1.900	206.000	4,4 – 5,2

## 6.1.2 Unlegierter Vergütungsstahl – C45E+N (1.1191)

Bei C45E+N handelt es sich um einen unlegierten Vergütungsstahl. Aufgrund des erhöhten Kohlenstoffgehalts ist dieser Werkstoff nicht für Schweißbauteile geeignet. C45E+N besitzt eine relativ niedrige Wasser- und Ölhärtbarkeit. Eine Randschichthärtbarkeit ist hingegen gegeben. Allgemein ist der Werkstoff durch einen gleichmäßigen Gefügeaufbau gekennzeichnet. Das Zusatzzeichen "N" steht hier für eine bereits vor Auslieferung erfolgte Normalisierung des Gefüges. Abbildung 30 zeigt die Fließkurve des Werkstoffs.

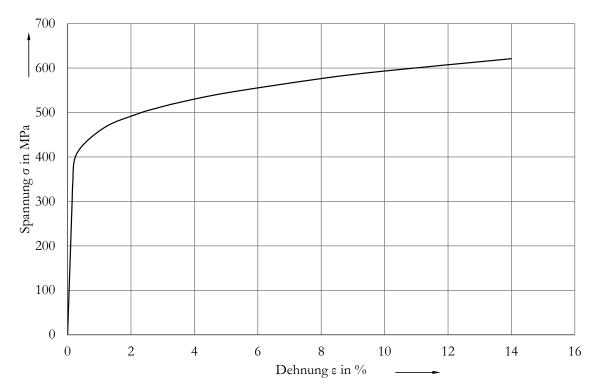


Abbildung 30: C45E+N – wahres Spannungs-Dehnungs-Diagramm

Die chemische Zusammensetzung und weitere Details sind in der DIN EN 10083-1 [133] geregelt, wobei die Werte für Silizium, Phosphor, Chrom und Schwefel als maximale Obergrenze zu verstehen sind (mit \* gekennzeichnet).

Tabelle 3: C45E+N – Chemische Zusammensetzung [133]

C [%]	Si* [%]	Mn [%]	P* [%]	Cr* [%]	S* [%]	Ni [%]
0,42 – 0,50	0,40	0,5 – 0,8	0,045	0,40	0,045	0,40

Der Werkstoff C45E+N wurde bereits im Rahmen der Arbeiten von SCHOLTES [78] bzw. SCHOLTES und VÖHRINGER [78, 96, 100] ausführlich betrachtet. Daher zeigt Abbildung 30 lediglich eine Fließkurve. Folgender Tabelle 4 können die entsprechenden charakteristischen Werkstoffwerte entnommen werden.

Tabelle 4: C45E+N – Werkstoffkennwerte

$R_{p0,1}$ [MPa]	R <sub>p0,2</sub> [MPa]	R <sub>m</sub> [MPa]	E [MPa]	A <sub>3</sub> [%]
N. N.	340	620	210.000	14

## 6.2 Probengeometrien und Vorrichtungen

Nachstehender Abschnitt dokumentiert die im Rahmen der vorliegenden Arbeit verwendeten Probengeometrien und die entsprechenden Versuchsvorrichtungen.

## 6.2.1 Zug-/Druckversuche

Für die bereits in Abschnitt 6.1 dargestellten Fließkurven sind Zugversuche und entsprechende Zugproben nötig. Des Weiteren soll speziell das Material 54SiCr6 auf das Verhalten bei zyklischer Zug-/Druckbeanspruchung untersucht werden. Problematisch ist in diesem Zusammenhang die Geometrie des als Ausgangsbasis vorliegenden Halbzeugs, da im Rahmen dieser Arbeit das Verhalten von dünnen Drähten betrachtet wird. Als Referenzdurchmesser der Drahtproben wird 4 mm festgelegt. Dies stellt aufgrund der hohen Knickgefahr bei Druckversuchen ein Problem dar. Bei den Versuchen werden Dehnungen von bis zu 4 % erreicht, was nach Tabelle 2 einer Spannung in Höhe der Zugfestigkeit entspricht. Bei einem 4 mm Runddraht ergibt dies eine benötigte Kraft von etwa 23,9 kN. Nach EULER lässt sich dann die maximale Knicklänge l<sub>k</sub> berechnen [60]. Die Randbedingungen für die Berechnung sind eine beidseitige Einspannung des Druckstabs und aufgrund der Einspann- und Fluchtungsfehler eine gewählte Sicherheit S von 3.

$$l_K = \sqrt{\frac{4\pi^3 EI}{F_K}} = \sqrt{\frac{4\pi^3 E \cdot d^4}{64 \cdot S \cdot F_{zul}}} \approx 38 \ mm$$
 (6-1)

Um einen prozesssicheren Druckversuch durchführen zu können, sollte diese Probenlänge nicht überschritten werden. Wie nachstehend zu sehen ist, lässt sich diese kurze Länge aufgrund der Versuchsbedingungen praktisch nicht realisieren. Deshalb wird zwangsläufig auf einen geführten Druckversuch zurückgegriffen. Optional wäre noch eine Zugprobengeometrie, wie in DIN 50125 genormt, denkbar. Durch die mechanische Bearbeitung des Werkstoffs ist allerdings mit Veränderungen im Eigenspannungshaushalt und ggf. sogar im Gefüge zu rechnen was letztlich die Ergebnisse unnötig verfälschen würde. Zusätzlich hat die Untersuchung des Gefüges (6.1.1) gezeigt, dass im Randfaserbereich ein feineres Gefüge als im Kern vorliegt. Entsprechend wird eine mechanische Bearbeitung der Proben ausgeschlossen.

Reiner Zugversuch: Beim Zugversuch soll die Fließkurve des Halbzeugs bestimmt werden. Um den bereits erwähnten Einfluss einer Zerspanung auszuschließen, werden unbearbeitete Halbzeug-Zugproben mit den folgenden Abmessungen verwendet.

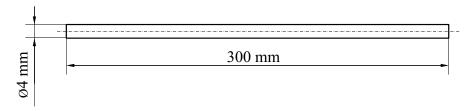


Abbildung 31: Halbzeug-Zugprobe

Der Zugversuch wird mit einer Zugprüfmaschine "Zwick Z100" durchgeführt. Fixiert werden die Proben über prismatische Klemmbacken auf beiden Seiten. Die Klemmlänge beträgt je Seite 80 mm was zu einer freien Länge von 140 mm führt.

Die Dehnungsmessung erfolgt über eine Feindehnmessung "Multisense". Dazu werden die Messfühler mit einem Abstand von 80 mm zwischen den beiden geklemmten Bereichen angeordnet.

Zug-/Druckversuch: Um eine Zug-/Druckhysterese aufzuzeichnen, ist das Halbzeug zuerst im Zugversuch (Primärbeanspruchung) plastisch zu verformen, anschließend zu entspannen und danach durch eine Druckbelastung (Sekundärbeanspruchung) erneut plastisch zu verformen. Aufgrund der bereits erwähnten Stabilitätsprobleme durch die Knickgefahr und der mangelnden Möglichkeiten an mechanischer Bearbeitung von Probengeometrien wird analog dem reinen Zugversuch zuerst eine Probe mit 300 mm Länge im Zugversuch vorverformt. Da auf beiden Seiten der Probe eine Länge von jeweils 80 mm in den Klemmbacken eingespannt ist, wird lediglich der freie Bereich dazwischen mit 140 mm Länge frei verformt. Die anschließende Druckverformung muss aufgrund der

erwähnten Knickgefahr mit einer geführten Druckvorrichtung durchgeführt werden. Dazu wird aus dem frei verformten Bereich der Zugprobe eine Druckprobe mit beispielsweise 110 mm geschnitten. Abbildung 32 zeigt die verwendete Druckvorrichtung, bestehend aus Ober- und Unterführung in Gesamt- und Schnittansicht [134].

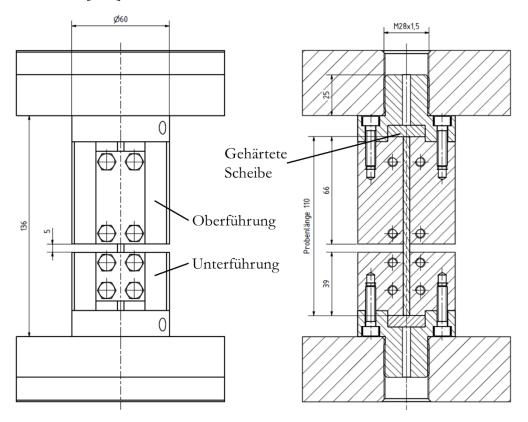


Abbildung 32: Druckversuch – Vorrichtung

Die Probe ist sowohl in der Ober- als auch Unterführung nahezu spielfrei geführt, das heißt bei einer Druckbelastung verformt sich die Probe über die gesamte Länge. Bei einer Probenlänge von 110 mm beträgt die freie Länge zwischen Ober- und Unterführung 5 mm. Diese freie Länge ist die maximale Stauchungslänge der Probe. Da diese Länge kleiner als die mit (6-1) errechneten 38 mm ist, ist das Risiko des Knickens praktisch ausgeschlossen. Die geführten Bereiche (66 mm und 39 mm) sind entsprechend dem Halbzeugdurchmesser und der durch die Stauchung auftretenden Querdehnung (hier eine Vergrößerung des Durchmessers) toleriert um ein Klemmen zu verhindern. Um eine Verformung der Vorrichtung weitgehend auszuschließen, ist an beiden Enden der Probe je eine Scheibe mit 23 mm Durchmesser und einer Stärke von 7 mm eingesetzt. Diese Scheiben sind aus 100Cr6 hergestellt und anschließend auf 68 HRC gehärtet. Die Messung der Dehnung erfolgt in diesem Fall ebenfalls

über eine Feindehnmessung. Da die freie Länge der Druckprobe von 5 mm zu klein für eine Messung mit den Feindehnaufnehmern ist, werden die Messfühler außerhalb an Ober- und Unterführung angebracht. Durch diese Messung wird lediglich die Stauchung zwischen den beiden Messpunkten ermittelt, was nicht der tatsächlichen Probenlänge entspricht. Die so ermittelte Dehnung muss anschließend auf die gesamte Probenlänge umgerechnet werden. Idealerweise beträgt der Abstand zwischen beiden Messfühlern der Feindehnmessung 60 mm ( $l_{Mess}$ ). Bei einer Probenlänge von 110 mm ( $l_0$ ) ergibt sich der folgende Umrechnungsfaktor.

$$\vartheta_{Korr} = \frac{l_0}{l_{Mess}} = \frac{110 \ mm}{60 \ mm} = 1,833 \tag{6-2}$$

Die maximal mögliche Stauchung der Probe ist bestimmt durch den lichten Abstand von Ober- und Unterführung. Bei vorliegender Konfiguration ergibt sich folgende maximale Stauchung.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{5 mm}{110 mm} = 4,54 \% \tag{6-3}$$

Durch dieses Vorgehen ist es möglich eine Zug-/Druckhysterese aufzuzeichnen.

### 6.2.2 Biegewechselversuche

Für die Biegewechselversuche wird auf einen Versuchsaufbau der Europäischen Forschungsgesellschaft für Blechverarbeitung (EFB) zurückgegriffen [135]. Diese Vorrichtung wurde von der EFB erarbeitet, um ein normiertes Vorgehen zur numerischen Parameteridentifikation von Werkstoffkennwerten zur Verfügung zu stellen. Entgegen dieser ursprünglichen Konzeption wird die Vorrichtung im Rahmen dieser Arbeit zur Ermittlung des ver- und entfestigenden Verhaltens der Werkstoffe verwendet. Primär wird durch die Verwendung der Vorrichtung in einer Zug-/Druck-Versuchsanlage ein Kraft-Weg-Hysterese-Diagramm aufgezeichnet. Folgende Abbildung 33 zeigt die Vorrichtung in der für Runddrähte angepassten Form.

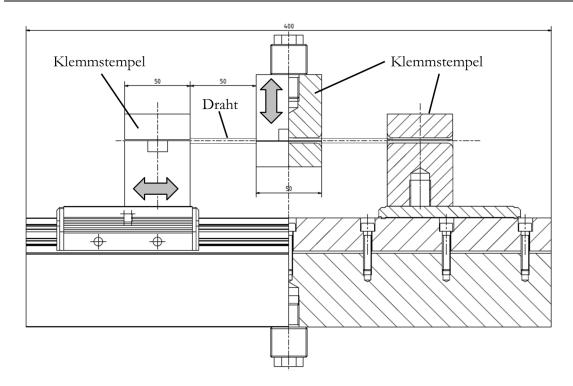


Abbildung 33: Biegewechselvorrichtung

Die Vorrichtung verfügt über drei identische Klemmstempel. Die beiden äußeren Klemmstempel sind auf spielfreien Linearführungen mit einem axialen Freiheitsgrad montiert. Die Schiene der Linearführungen ist über einen horizontalen Balken am stehenden Teil der Zug-/Druck-Prüfanlage montiert. Der mittlere Klemmstempel wird am vertikal beweglichen Teil der Anlage montiert und kann senkrechte Auf- und Abwärtsbewegungen ausführen. Als Probenkörper werden 250 mm lange Halbzeug-Drahtsegmente mit 4 mm Drahtdurchmesser verwendet. Die drei Klemmstempel werden vor dem Einbau der Biegeprobe ausgerichtet. Dazu wird die Bohrung des mittleren Klemmstempels in Flucht zu den Bohrungen der beiden äußeren Klemmstempel gebracht. Anschließend ist die Probe einzuschieben und die Klemmbacken zu verschließen. Dadurch wird die Biegeprobe in axialer Richtung an allen drei Einspannstellen fixiert. Nachdem der Versuchsaufbau kraftlos eingerichtet ist, das heißt der Draht ist ohne jegliche Belastung, wird durch vertikale Oszillation des mittleren Klemmstempels eine kontinuierliche Biegewechselhysterese durchgeführt. Um Kerbwirkung an den Einspannungen zu vermeiden, sind am Drahtaus- und Drahteintritt der Klemmstempel 4 mm Radien angebracht. Um die Wirkung der Einspannung auf die Probe zu beurteilen, wird eine Finite-Elemente-Berechnung der Simulation durchgeführt. Folgende Abbildung zeigt den Vergleich zwischen der numerischen und der analytischen Biegelinie bei einer Auslenkung von 9 mm.

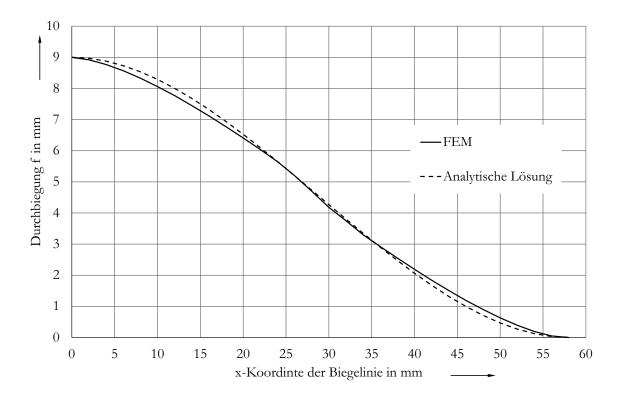


Abbildung 34: Biegewechselversuch – Vergleich der Biegelinien

Die numerische Lösung führt zu annähernd gleichen Ergebnissen wie die analytische Lösung. Die Abweichungen der beiden Kurven lassen sich durch zwei Effekte erklären: Zum einen ist beim numerischen Modell, wie auch beim experimentellen Aufbau, ein horizontales Gleiten der Klemmstempel und somit des Drahtendes im Randbereich möglich; beim analytischen Berechnungsansatz ist dies ausgeschlossen. Zusätzlich sind die mathematischen Randbedingungen der klassischen Biegetheorie (Theorie I. Ordnung) beim analytischen Berechnungsansatz aufgrund der großen Verformungen nicht mehr uneingeschränkt anwendbar [60]. Unter Berücksichtigung dieser Aspekte lässt sich die Biegelinie des Biegewechselversuchs durch die folgende Formel hinreichend genau beschreiben [136].

$$w(x) = \frac{F \cdot l^3}{12EI} \left[ 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \right] \tag{6-4}$$

Ergänzend zeigt folgende Abbildung 35 die Vergleichsspannung in GPa bei einer Auslenkung von 9 mm. Die Spannungen an Ober- und Unterseite des Drahts sind dem Betrage nach identisch. Der Spannungsverlauf in axialer Richtung deckt sich zudem mit dem Biegemomentenverlauf der klassischen Biegetheorie: Das Biegemoment ist an den Rändern am größten, hat einen linearen

Verlauf und in der Drahtmitte seinen Nulldurchgang [136]. Die Spannungen in der Simulation erreichen Werte von mehr als 2.000 MPa, was auf die Anwendung eines einfachen linear-plastischen Materialmodells zurückzuführen ist (MAT003).

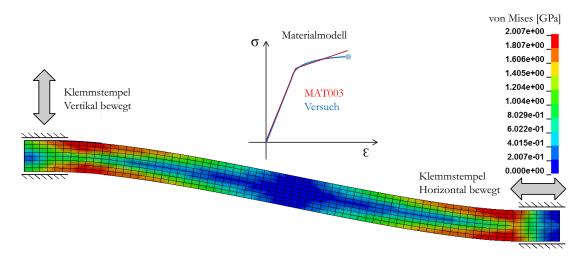


Abbildung 35: Biegewechselvorrichtung – numerische Vergleichsspannung (von Mises) in GPa

Für die folgenden Versuche wird die Bewegung aus der Nulllage nach oben (auch Primärverformung genannt) mit einem positiven Vorzeichen versehen, nach unten hingegen (Sekundärverformung) mit einem negativen. Die folgende Abbildung 36 zeigt die Dehnung des Randelements mit der höchsten Spannung (vgl. Abbildung 35) über der Auslenkung des mittleren Stempels. Die Dehnung steigt mit Zunahme der Auslenkung nicht linear an. Dies hängt mit der Plastifizierung der unterschiedlichen Bereiche zusammen. Nach kompletter Rückstellung der Auslenkung verbleibt eine plastische Dehnung was aufgrund der plastischen Verformung (zumindest in den Randbereichen) auch zu erwarten ist.

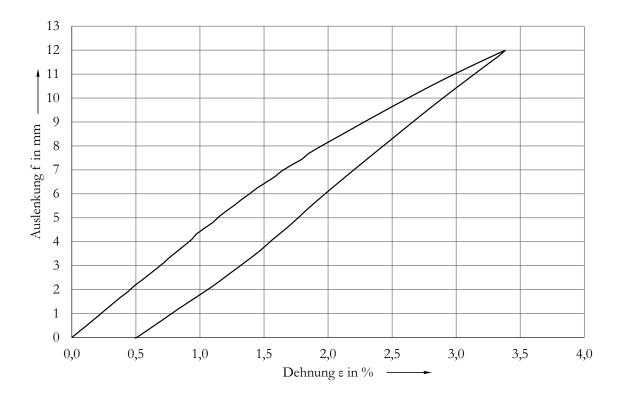


Abbildung 36: Biegewechselvorrichtung – Auslenkung über elastisch-plastischer Dehnung

#### 6.2.3 Torsionswechselversuche

Ergänzend zu den genannten Zug-/Druck- und Biegewechselversuchen werden Torsionswechselversuche durchgeführt. Im Vergleich zum Zug-/Druckversuch bringt der Torsionsversuch mehrere Vorteile mit sich: Bei einer Torsionsbelastung bleibt der Probenquerschnitt konstant, das heißt die Spannung kann stets auf den Ausgangsquerschnitt bezogen werden [137, 138]. Des Weiteren sind Hysteresen mit wechselnder Belastungsrichtung problemlos durchführbar, da hier keine Stabilitätsprobleme, wie beispielsweise Knicken beim Zug-/Druckversuch, vorliegen. Für die Versuche wird analog den Zug-/Druck- und Biegewechselversuchen ein Runddraht mit Referenzdurchmesser von 4 mm verwendet. Zur Anwendung kommt eine modifizierte Zugprüfmaschine [138]. Am unteren feststehenden Maschinenbalken ist ein elektrischer Drehaktuator mit aufgesetzter Spannzange angebracht. An der oberen beweglichen Maschinentraverse ist ebenfalls eine Spannzange vorhanden. Sowohl die Aktuatorachse als auch die Achsen der Spannzangen liegen in einer Flucht. Die Drahtprobe mit einer Länge von 450 mm wird an beiden Enden mit den Spannzangen reibschlüssig eingespannt. Die freie Länge zwischen den Spannzangen beträgt bei einer Probenlänge von 450 mm etwa 220 mm. Um einen definierten Zustand zu erhalten, wird die obere bewegliche Maschinentraverse nach dem Einspannen der Probe nach oben bewegt um eine definierte Zugspannung im Draht zu erhalten (hier 20 MPa). Über den Antrieb kann der Probenkörper kontrolliert verdreht werden. Die Messung des Schiebungswinkels erfolgt über eine Feindehnungsmessung, welche mit zwei Drehsensoren am freien Teil des Drahts zwischen den Spannzangen befestigt wird. Durch die Verdrillung des Drahts bei reiner Torsionsbelastung findet zwangsläufig eine, wenn auch geringe, Verkürzung des Drahts in axialer Richtung statt. Um dies auszugleichen, wird die obere Traverse auf die axiale Zugspannung geregelt und entsprechend verschoben, was bei Belastung zur Bewegung nach unten und bei Entlastung zu einer Bewegung nach oben führt. Wie bereits erwähnt, wird bei den Torsionsversuchen nicht die lineare Dehnung ε, sondern der Schiebungswinkel γ gemessen. Dieser ist über folgenden Zusammenhang definiert.

$$\gamma = \frac{r \cdot \varphi_T}{l_0} \tag{6-5}$$

In dieser Gleichung sind die Variablen wie folgt definiert: r. Drahtradius,  $\varphi_T$ : Torsionswinkel,  $l_0$ : freie Länge. Die Versuche können sowohl kraft- als auch weggesteuert durchgeführt werden.

#### 6.2.4 Schleifversuche

Um mehr Aufschluss über die durch mechanisches Schleifen eingebrachten Eigenspannungen zu erhalten, werden verschiedene Schleifversuche in axialer Richtung mit unterschiedlichen Parametern durchgeführt. Folgender Versuchsaufbau wird dabei einheitlich eingesetzt.

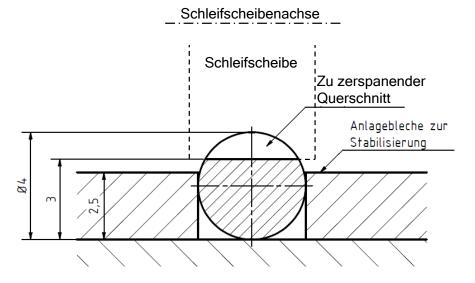


Abbildung 37: Versuchsaufbau Axialschleifen [139]

Verwendet wird eine unverformte, gerade Drahtprobe mit Durchmesser 4 mm und einer Länge von 150 mm. Die Anordnung der Probe erfolgt auf dem Magnettisch parallel zur Hauptvorschubrichtung. Somit befindet sich die Probenachse in tangentialer Richtung zur Schleifscheibe. Um ein ungewolltes Verrutschen der Probe zu vermeiden, wird der Draht mit vier umliegenden magnetischen Blechen gesichert. Von der Zerspanung ist der obere Bereich des Drahtquerschnitts mit einer Höhe von 1 mm betroffen, Abbildung 37. Die Schleifversuche werden mit einer Flachschleifmaschine vom Typ Jung HF 50 R durchgeführt. Bei der Schleifscheibe handelt es sich um eine Edelkorund-Schleifscheibe des Typs Atlantic EK1 46 G6VY (ISO 525-A/F 46 G 6 V) mit einem Nenndurchmesser d<sub>s</sub> von 210 mm und einer Schleifscheibenbreite von 40 mm. Den Angaben kann entnommen werden, dass die Körnung der Schleifscheibe 46 beträgt und somit einen mittleren Korndurchmesser von 390 µm hat. Die Härte der Scheibe wird mit "weich" angegeben. Die Bindung der Schleifkörner ist keramisch. Die Drehzahl der Scheibe beträgt n<sub>s</sub> = 3.000 U/min. Die Schnittgeschwindigkeit beträgt dann

$$v_c = \pi \cdot d_s \cdot n_s = 32,9 \text{ m/s} \tag{6-6}$$

Die Vorschubgeschwindigkeit des Tischs beträgt konstant  $v_{fw} = 30$  m/min was zu einem Geschwindigkeitsverhältnis von  $q_s = 65,8$  führt. Bei dem verwendeten Kühlschmierstoff handelt es sich um AVILUB METACOOL JVW. Die Emulsion hat eine Konzentration von 5 %. [139]

#### 6.3 Finite-Elemente Modelle

Prinzipiell kann die vorliegende Problemstellung auch mit der Finite-Elemente-Berechnung untersucht werden. Um hierzu eine Aussage treffen zu können, werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit verschiedene Finite-Elemente-Berechnungen mit der Software LS-DYNA© in der Version 9.0.1 durchgeführt. Das Pre- und Postprocessing wird vornehmlich mit LS-PrePost in der Version 4.2 vorgenommen. Die Parameteroptimierung wird mit der Programmerweiterung LS-Opt durchgeführt. Alle erwähnten Programme und -erweiterungen werden von Livermore Software Technology Corporation (LSTC) entwickelt und vertrieben. Der jeweilige Modellaufbau sowie die entsprechenden Konfigurationen werden im Unterkapitel 7.2 anhand der jeweiligen Untersuchungen vorgestellt.

### 6.3.1 Zug-/Druckversuche

Für die numerische Simulation der Zug-/Druckversuche wird ein sehr einfaches Volumenmodell verwendet, Abbildung 38. Das Modell besteht lediglich aus einem Würfelelement, welches an seiner Unterseite in z-Richtung festgehalten wird. Zusätzlich wird durch die Randbedingungen sichergestellt, dass eine Kontraktion bzw. Ausdehnung in x- und y-Richtung möglich, ein Verschieben des Elements aber ausgeschlossen ist. An den oberen vier Knoten wird die vorgesehene Verformung in z-Richtung aufgebracht. [140, 141]

Das Volumenelement ist ein vollintegriertes Element, das heißt, die Zustandsgrößen wie Spannungen und Dehnungen werden im Element jeweils an den  $1/\sqrt{3}$  Punkten bestimmt [142].

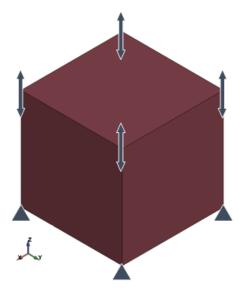


Abbildung 38: Numerisches Zug-/Druck-Volumenmodell [140]

Für die Beschreibung des Materialverhaltens werden drei Materialkarten verwendet: MAT003, MAT024 und MAT125 [143]. Die Wahl der Werkstoffparameter für die einzelnen Materialkarten wird im Rahmen der Untersuchungsergebnisse in Kapitel 7.2 detailliert vorgestellt.

# 6.3.2 Biegewechselversuche

Für die Simulation der Biegewechselversuche wird das Modell dem Versuchsaufbau aus Kapitel 6.2.2 nachempfunden, Abbildung 39.

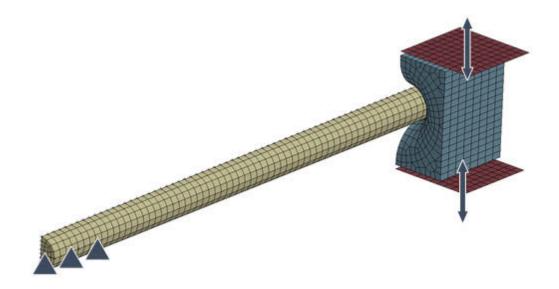


Abbildung 39: Numerisches Biegewechsel-Volumenmodell [140]

Zur Reduktion der Rechenzeit wird lediglich ein Viertelmodell verwendet. Sowohl der Draht (gelb) als auch der Klemmstempel (blau) werden mit Volumenelementen aufgebaut. Um eine homogene Bewegung zu ermöglichen, befindet sich ober- und unterhalb des Klemmstempels jeweils eine horizontale Platte aus Schalenelementen (rot). Über diese Platten werden die Auf- und Abwärtsbewegungen des Klemmstempels aufgebracht. Der Klemmstempel und die beiden Platten werden im Modell als mechanisch starre Körper behandelt (MAT020). Für den Draht wird analog dem Zug-/Druckmodell wieder auf die Materialkarten MAT003, MAT024 und MAT125 zurückgegriffen.

# 7 Untersuchungsergebnisse

Vorliegendes Kapitel dokumentiert die einzelnen Untersuchungsergebnisse und deren jeweilige Auswertung. Im ersten Unterkapitel (7.1) werden die durch empirische Versuche erzielten Ergebnisse besprochen. Das zweite Unterkapitel (7.2) behandelt die numerischen Resultate. Im dritten und letzten Unterkapitel (7.3) werden die analytischen Berechnungen und Algorithmen vorgestellt.

# 7.1 Empirische Methoden

Sowohl für eine numerische Berechnung mittels FEM als auch im Rahmen eines analytischen Berechnungsansatzes ist die Kenntnis des Werkstoffverhaltens obligatorisch. Im Rahmen dieses Abschnitts werden unterschiedliche Versuchsreihen durchgeführt, um Aufschluss über das Verhalten des Werkstoffs 54SiCr6 hinsichtlich mehrmaliger plastischer Beanspruchung zu erhalten. Für den Vergütungsstahl C45E+N wird auf die bereits erwähnten Versuchsergebnisse von SCHOLTES [78] zurückgegriffen. Hauptsächlich wird bei der empirischen Untersuchung aufgrund der einfachen analytischen Beschreibbarkeit auf die Grundbeanspruchungsfälle zurückgegriffen. Da für den Vergütungsstahl C45E+N bei SCHOLTES keine Versuchsergebnisse zu Biegewechselversuchen vorhanden sind, wird dieser Werkstoff zusätzlich zum 54SiCr6 untersucht. Bereits veröffentlichte Untersuchungen zu ähnlichen Fragestellungen im Bereich der Umformung nutzen ebenfalls die Grundbeanspruchungsfälle zur Ermittlung des Materialverhaltens [144].

## 7.1.1 Zug-/Druck Hysterese

Unter Verwendung der in Ziffer 6.2.1 vorgestellten Versuchsvorrichtungen werden Zug-/Druckhysteresen des Werkstoffs 54SiCr6 mit einem Referenzdurchmesser von 4 mm aufgezeichnet. Ziel der Versuche ist eine Quantifizierung des BAUSCHINGER-Effekts. Entsprechend dem Versuchsaufbau folgen auf eine primäre elastisch-plastische Zugbeanspruchung mehrere sekundäre elastisch-plastische Druckbeanspruchungen. Die Beanspruchung kann kraft- oder dehnungsgeregelt durchgeführt werden. Bei der ersten Versuchsreihe erfolgt die Primärbeanspruchung kraftgeregelt, Tabelle 5. Für die zweite Versuchsreihe hingegen wird die primäre Beanspruchung dehnungsgeregelt aufgebracht, Tabelle 6. Die sekundäre Beanspruchung wird bei beiden Versuchsreihen mehrstufig kraftgeregelt durchgeführt, das heißt nach der ersten Druckbeanspruchung erfolgen eine vollständige Wegnahme der Beanspruchung und anschließend die Wiederbeanspruchung in gleicher Richtung etc.

	ruckversuche – kraftgeregelt

Versuchs- nummer	Primäre Beanspruchung [MPa]	Sekundäre Beanspruchungen [MPa]
2014/5	1.930	-
2014/10	1.800	-1.800, -1.850, -1.900, -1.925
2014/11	1.850	-1.800, -1.850, -1.900, -1.925
2014/12	1.900	-1.800, -1.850, -1.900, -1.925
2014/13	1.900	-1.800, -1.850, -1.900, -1.925

Tabelle 6: 54SiCr6 – Übersicht Zug-/Druckversuche – kraft-/dehnungsgeregelt

Versuchsnummer	Primäre Dehnung [%]	Sekundäre Beanspruchungen [MPa]
2015/58 und /59	0,5	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850
2015/60, /61, /62	1,0	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850
2015/63, /64, /65	1,5	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850
2015/66, /67, /68	<b>2,</b> 0	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850
2015/69, /70, /71	2,5	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850
2015/73, /74, /75	3,0	-1.700, -1.750, -1.800, -1.850

Grundsätzlich kann die maximale Randfaserdehnung aufgrund der auftretenden Wickelverhältnisse bis minimal w=12,5 auf  $\varepsilon_{max}=4$ % eingeschränkt werden. Die nachstehende Abbildung 40 zeigt das Spannungs-Dehnungs-Diagramm für den Versuch 2014/12. Sowohl im primären (Zugbeanspruchung) als auch im sekundären Bereich (Druckbeanspruchung) ist nach Erreichen der jeweiligen Fließgrenze  $R_{p0,2}$  ein kontinuierlicher Anstieg der Fließspannung zu beobachten, was einer Verfestigung entspricht [93]. Im sekundären Bereich zeigt die Fließkurve zudem mehrere gleichgerichtete Belastungen und Entlastungen. Der BAUSCHINGER-Effekt lässt sich nun an zwei Sachverhalten feststellen:

1. Nach der erfolgten primären plastischen Zugbelastung erfolgt die sekundäre plastische Druckbeanspruchung. Die Fließgrenze  $R_p$ , welche im primären Bereich bei  $R_{p0,2} = 1.750$  MPa liegt, beträgt im anschließenden Druckbereich lediglich etwa  $R_{p0,2} = 300$  MPa und ist somit wesentlich niedriger als sie ohne Vorbeanspruchung wäre.

2. Im Druckbereich steigt die Druckfließgrenze nach erstmaliger plastischer Druckbeanspruchung und anschließender Wegnahme der Beanspruchung bei erneuter gleichgerichteter Beanspruchung auf das Endniveau der zuvor erfolgten Beanspruchung an. Nach Erreichen dieser neuen, erhöhten (Druck-)Fließgrenze schwenkt die Fließkurve wieder in die bereits bekannte Verfestigungskurve ein. Dieser Effekt ist auf die durch Versetzungen hervorgerufenen Eigenspannungszonen zurückzuführen [62].

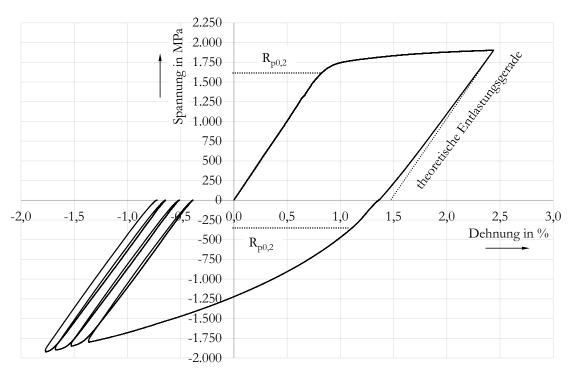


Abbildung 40: 54SiCr6 – Zug-/Druckbysteresekurve 2014/12 (30.10.2014)

Des Weiteren lassen sich bei der Wiederbeanspruchung im sekundären Bereich die sogenannten elastischen Hysteresen erkennen (Ziffer 4.4.3). Auf Basis dieser Werkstoffversuche werden die plastische Rückverformung, der Tangentenmodul und die Sekundärfließkurve ermittelt (siehe Ziffer 4.4.2.4).

### 7.1.1.1 Plastische Rückverformung

Im ersten Schritt ist der Elastizitätsmodul anhand der HOOKEschen Geraden zu bestimmen. Im ideal-elastischen Fall ist diese Werkstoffkenngröße bis zum Erreichen der Fließgrenze konstant. Bei realer Betrachtung zeigt sich allerdings, dass der Elastizitätsmodul (wie auch der Schubmodul) mit steigender Beanspruchung stetig abnimmt [145, 146]. Eine eindeutige Erklärung für diesen Umstand lässt sich nicht ohne Weiteres nennen [147]. Aus diesem Grund wird der Elastizitätsmodul im Bereich der HOOKEschen Geraden zwischen Beanspruchungs-

sprung und der elastischen Spannung von 200 MPa berechnet, da in diesem Bereich konstantes Verhalten angenommen werden kann. Zur rechnerischen Bestimmung der theoretisch bleibenden Verformung wird, ausgehend vom Punkt der maximalen Dehnung bei maximaler Beanspruchung, eine theoretische Entlastungsgerade (gestrichelte Gerade in Abbildung 40) angenommen. Die Steigung dieser Entlastungsgerade entspricht dem zuvor ermittelten Elastizitätsmodul. Die Entlastungsgerade ist somit eine Parallele zur Hookeschen Geraden. Die Differenz zwischen theoretischer Entlastungsgeraden und tatsächlicher Entlastungskurve am Schnittpunkt mit der Abszisse entspricht der plastischen Rückverformung  $\Delta \varepsilon_p^*$ . Die Ermittlung der plastischen Rückverformung erfolgt für die primäre und die sekundäre Beanspruchung jeweils getrennt. Für eine bessere Unterscheidung der plastischen Rückverformung  $\Delta \varepsilon_p^*$  wird dies im Index für die primäre Entlastung (Phase 2)  $\Delta \varepsilon_{p,2}^*$  und sekundäre Entlastung (Phase 4)  $\Delta \varepsilon_{p,4}^*$ , berücksichtigt.

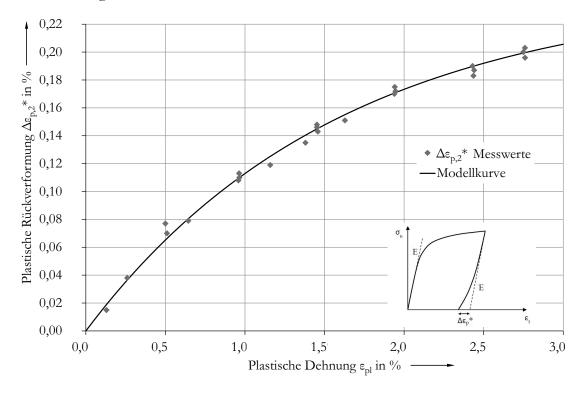


Abbildung 41: 54SiCr6 – Plastische Rückverformung nach primärer Beanspruchung

Die in Abbildung 41 dargestellte Modellkurve lässt sich mit der nachstehenden mathematischen Formulierung (7-1) in Form einer Sättigungsfunktion beschreiben. Die Koeffizienten werden anhand der Methode der kleinsten Quadrate (im Folgenden Abk. KQ) bestimmt, wobei  $a_{pl}^*$  den maximal erreichbaren

Wert darstellt. Als hinreichende Bedingung für die Güte bzw. die Verwendbarkeit der gewonnenen Koeffizienten wird das Bestimmtheitsmaß berechnet. Für eine ausreichende Genauigkeit sollte dieses Maß den Wert von  $R^2 = 90$  % nicht unterschreiten.

$$\Delta \varepsilon_{pl,2}^* = a_{pl}^* \left( 1 - e^{\lambda_{pl}^* \varepsilon_{pl}} \right) + b_{pl}^* \tag{7-1}$$

Wobei 
$$a_{pl}^* = a_{pl,2}^* = 0.00243, b_{pl}^* = b_{pl,2}^* = 0, \lambda_{pl}^* = \lambda_{pl,2}^* = -62,495$$
 ist.

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 99,4 \%$  und ist somit ausreichend genau.

Bei der sekundären (Druck-)Beanspruchung liegt sowohl eine negative Spannung als auch eine negative Dehnung (Stauchung) vor. Aus Gründen der Vergleichbarkeit sind beide Größen in Abbildung 42 dem Betrag nach aufgetragen.

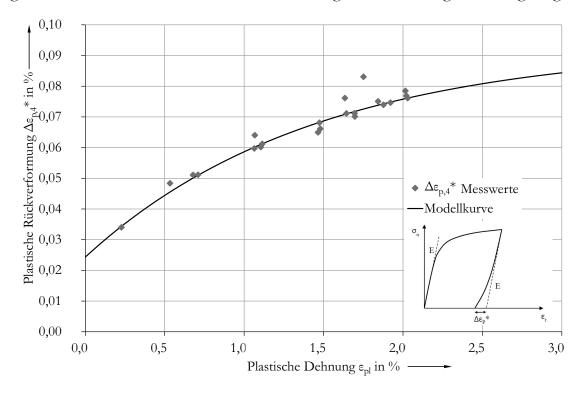


Abbildung 42: 54SiCr6 – Plastische Rückverformung nach sekundärer Beanspruchung

Die in Abbildung 42 dargestellte Kurve lässt sich ebenfalls mit der Gleichung (7-1) beschreiben. Die Parameter sind allerdings unter Zuhilfenahme der KQ wie folgt zu wählen, (7-2).

$$a_{pl}^* = a_{pl,4}^* = \text{0,000686}, b_{pl}^* = b_{pl,4}^* = \text{0,00024}, \lambda_{pl}^* = \lambda_{pl,4}^* = -69,\!29 \tag{7-2}$$

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten in Abbildung 42 beträgt  $R^2 = 93.5$  % und ist somit ebenfalls größer als 90 %.

Sowohl für die primäre als auch für die sekundäre Beanspruchung ist ein stetiger Anstieg der plastischen Rückverformung mit zunehmender plastischer Dehnung zu verzeichnen, was bei Stahlwerkstoffen zu erwarten ist [77, 81, 90, 99, 101]. Erklärt werden kann dies durch die steigende Dichte an frei werdenden Gleitversetzungen bei zunehmender plastischer Verformung, was wiederum einer höheren Anzahl an gleitfähigen Versetzungen bei Entlastung entspricht [20, 78]. Bei beiden Graphen handelt es sich im betrachteten Bereich um streng konkave Funktionen. Vergleichend ist festzustellen, dass die plastische Rückverformung bei der primären Beanspruchung etwa doppelt so groß ist, wie bei der sekundären Beanspruchung. Der Grund hierfür liegt im Wesentlichen an der hohen Anzahl an Versetzungen im martensitischen Ausgangsgefüge, die bei der primären Beanspruchung in Bewegung gesetzt werden. Bei einer sekundären Beanspruchung haben sich bereits einige der beweglichen Versetzungen gegenseitig aufgehoben und tragen somit nicht mehr zum Mechanismus bei. Die Kurve der plastischen Rückverformung bei sekundärer Beanspruchung, verglichen mit derer bei primärer Beanspruchung, beginnt nicht im Ursprung. Für den Bereich zwischen 0 % und 0,2 % plastischer sekundärer Dehnung liegen keine Messwerte vor, da dieser Bereich versuchstechnisch schwer abzubilden ist. Der Kurvenverlauf ist somit in diesem Bereich nicht auf das Werkstoffverhalten, sondern auf die mathematische Formulierung (7-1) zurückzuführen.

Die Untersuchungen von SCHOLTES [78] zeigen, dass der Werkstoff C45E sowohl im normalisierten (+N) als auch im vergüteten Zustand ebenfalls über eine plastische Rückverformung verfügt, Abbildung 43. Verglichen mit der plastischen Rückverformung des 54SiCr6 ist diese beim C45E+N geringer. Dies ist zum einen auf das gröbere, nicht-martensitische Gefüge und zum anderen auf den normalisierten Zustand zurückzuführen. Beide Faktoren haben zur Folge, dass die Dichte an Versetzungen und deren Aufstauen an den Korngrenzen geringer ausfällt als beim ölschlussvergüteten Federstahl.

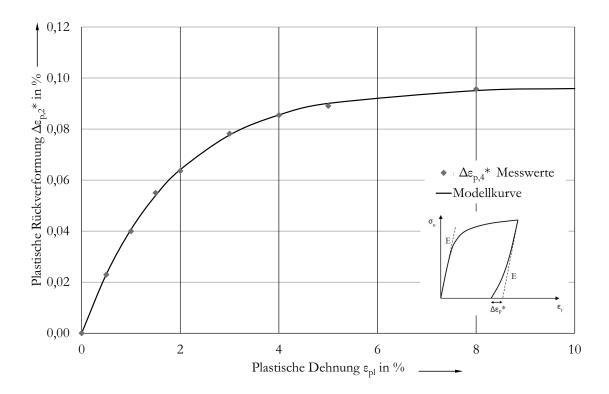


Abbildung 43: C45E+N – Plastische Rückverformung nach primärer Beanspruchung (vgl. [78])

Der qualitative Verlauf der Kurve ist dennoch vergleichbar: Beginnend im Ursprung ist eine mit zunehmender plastischer Verformung auch zunehmende plastische Rückverformung festzustellen. Der mit zunehmender plastischer Verformung sinkende Gradient ist auch bei diesem Werkstoff zu finden. Die Koeffizienten der Gleichung (7-1) ergeben sich nach Anwendung der KQ wie folgt.

$$a_{pl}^* = a_{pl,2}^* = \text{0,000963}, \, b_{pl}^* = b_{pl,2}^* = 0, \, \lambda_{pl}^* = \lambda_{pl,2}^* = -54,\!79 \eqno(7-3)$$

Die Ermittlung des Bestimmtheitsmaßes ist in diesem Fall nicht nötig, da hier keine einzelnen Versuchsergebnisse verwendet werden, sondern bereits die von SCHOLTES verwendete Kurve zu Grunde liegt. Für die sekundäre Beanspruchung lassen sich keine plastischen Rückverformungen aus den vorhandenen Daten ermitteln. Da es die Charakteristik mit sicherer Wahrscheinlichkeit der plastischen Rückverformung bei primärer Beanspruchung entspricht, wird für die folgenden Modellbetrachtungen die Analogie zum 54SiCr6 gezogen und die Werte in erster Näherung halbiert, Abbildung 44. Entsprechend dieser Annahme kann die mathematische Formulierung auf folgende Parameter zurückgeführt werden.

$$a_{pl}^* = a_{pl,4}^* = 0,000481, b_{pl}^* = b_{pl,4}^* = 0, \lambda_{pl}^* = \lambda_{pl,4}^* = -54,79 \tag{7-4}$$

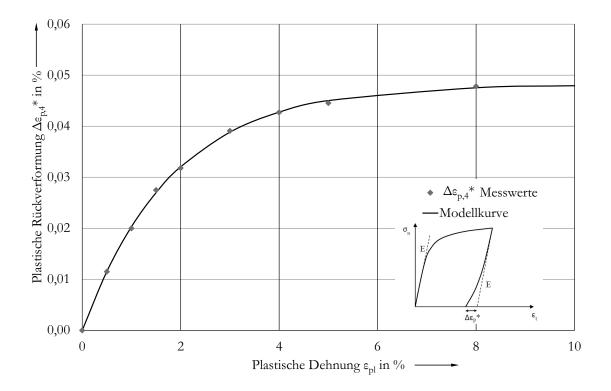


Abbildung 44: C45E+N – Konstruierte plastische Rückverformung nach sekundärer Beanspruchung

#### 7.1.1.2 Tangentenmodul

Aus den beiden Versuchsreihen wird als weitere Information die Steigung beim Nulldurchgang im Spannungs-Dehnungs-Diagramm ermittelt. Diese Größe wird nach Ziffer 4.4.2.4 auch Tangentenmodul genannt. Der Tangentenmodul wird auf der Entlastungskurve unmittelbar vor Erreichen der horizontalen Achse im Entlastungsbereich bestimmt. Dieser Bereich wird, bezogen auf die Ordinate, auf 20 MPa vor Erreichen der Abszisse eingegrenzt. Eine Ermittlung des Tangentenmoduls bei anschließender Belastung in entgegengesetzter Richtung, also über den Nulldurchgang hinweg (beispielsweise von -10 MPa bis +10 MPa) erscheint im ersten Moment sinnvoll und zielführend. Allerdings ist dieses Verfahren nur dann anwendbar, wenn die Fließkurve nach Erreichen der Abszisse im angrenzenden Quadranten fortgesetzt wird. Dies ist nur dann der Fall, wenn ein Vorzeichenwechsel in der Beanspruchung vorliegt. Die ausschließliche Bestimmung des Tangentenmoduls im Entlastungsbereich der Fließkurve führt zu einer durchgängigen Vergleichbarkeit der Ergebnisse. Zudem wäre der Tangentenmo-

dul bei einer Betrachtung über den Nulldurchgang hinweg abhängig von der Sekundärfließkurve. Analog der Bestimmung der plastischen Rückverformung wird auch beim Tangentenmodul zwischen den Ergebnissen bei primärer und sekundärer Beanspruchung unterschieden.

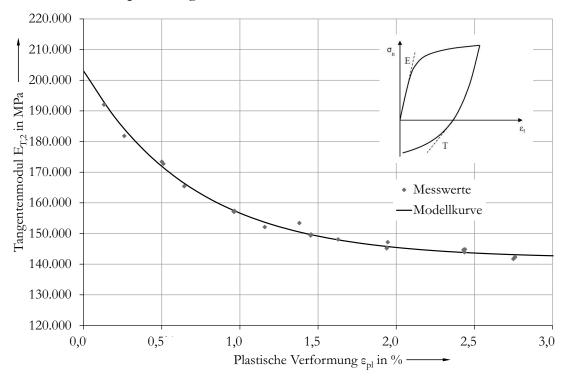


Abbildung 45: 54SiCr6 – Tangentenmodul nach primärer Beanspruchung

Die Abbildung 45 zeigt den Tangentenmodul für die primäre plastische Beanspruchung. Der Tangentenmodul nimmt mit zunehmender plastischer Verformung ab. Ab etwa 2,5 % plastischer Dehnung nimmt der Graph einen konstanten Wert von 141.975 MPa an. Der Verlauf des Tangentenmoduls über der plastischen Verformung lässt sich mit der Beziehung nach YOSHIDA et al. beschreiben [148].

$$E_{T,2}=E_0-(E_0-E_a)(1-e^{-C_0\cdot \varepsilon_{pl}})$$
 wobei 
$$E_0=E_{0,2}=206.000~MPa, E_a=E_{a,2}=141.975~MPa$$
 und  $C_0=C_{0,2}=141.9$  ist.

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 99.3 \%$ .

Dieser Verlauf der Kurve erscheint aus Sicht der plastischen Rückverformung völlig plausibel: Analog der im Bereich kleiner plastischer Verformungen steilen Zunahme der plastischen Rückverformung findet hier ein steiler Abfall des Tangentenmoduls statt. Ab etwa 2,5 % plastischer Verformung stellt sich beim Tangentenmodul ein konstanter Wert von etwa 68,5 % des ursprünglichen Elastizitätsmoduls ein. Dieselbe Grafik lässt sich ebenfalls für die sekundäre Beanspruchung erstellen, Abbildung 46. Der Graph nimmt qualitativ einen vergleichbaren Verlauf wie in der in Abbildung 45 an. Interessant ist, dass auch hier der Tangentenmodul auf etwa 68,5 % des ursprünglichen Elastizitätsmoduls abfällt. Mathematisch ist ebenfalls eine Beschreibung nach YOSHIDA et al. anhand Gleichung (7-5) möglich; die entsprechenden Parameter sind wie folgt zu wählen.

$$E_0 = E_{0,4} = 192.177 \ MPa, E_a = E_{a,4} = 141.925 \ MPa$$
 und  $C_0 = C_{0,4} = 139.1$  (7-6)

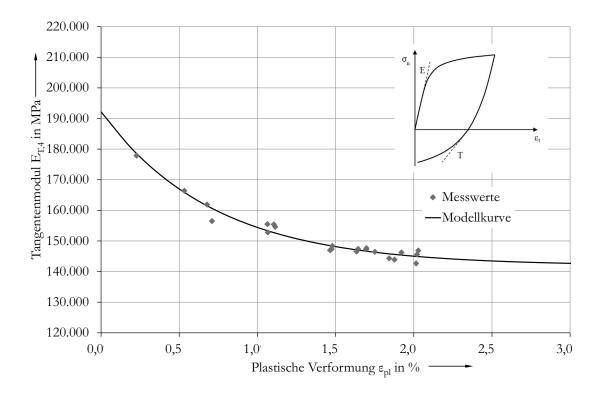


Abbildung 46: 54SiCr6 – Tangentenmodul nach sekundärer Beanspruchung

Für den Bereich zwischen 0 und 0,2 % plastischer Verformung liegen, wie vorstehend erwähnt, keine Messungen vor. Wie bereits bei der plastischen Rückverformung ist auch hier der Kurvenverlauf in diesem Bereich nicht zwangsläufig

auf das Werkstoffverhalten, sondern auf die mathematische Formulierung zurückzuführen. Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 96,4 \%$ .

Für den Werkstoff C45E+N wird hinsichtlich des Tangentenmoduls ebenfalls auf die Ergebnisse der Untersuchungen von SCHOLTES [78] zurückgegriffen. Abbildung 47 zeigt den Verlauf des Tangentenmoduls, ebenfalls aufgetragen über der plastischen Verformung. Der Tangentenmodul fällt auf einen konstanten Wert von 38,1 % seines ursprünglichen Werts ab. Auch für diesen Werkstoff lässt sich der Verlauf des Tangentenmoduls mit der Gleichung (7-5) nach YOSHIDA et al. beschreiben. Die Parameter sind in diesem Fall wie folgt zu wählen.

$$E_0 = E_{0,2} = 209.324 \, MPa, E_a = E_{a,2} = 79.721 \, MPa$$
 und  $C_0 = C_{0,2} = 387.8$ 

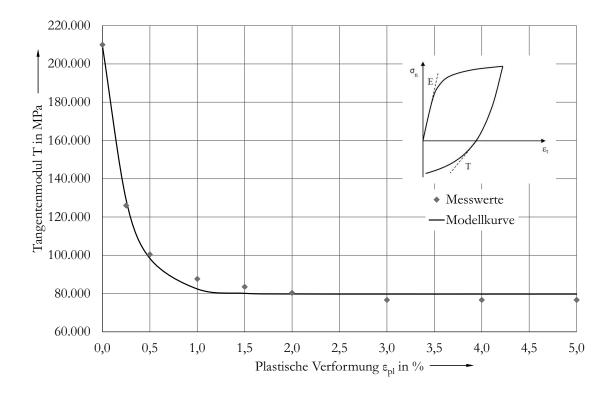


Abbildung 47: C45E+N-T angentenmodul nach primärer Beanspruchung

Die Darstellung des Tangentenmoduls nach sekundärer Beanspruchung ist aufgrund der vorhandenen Daten nicht möglich. Wie sich im weiteren Verlauf der Arbeit zeigen wird, ist die Kenntnis dieser Größe nicht zwingend erforderlich. Um einen Vergleich der Tangentenmoduli zu erhalten, lassen sich die Kurven

aus den Abbildungen 45 bis 47 auf ihren jeweiligen Startwert, hier den Elastizitätsmodul, normieren. Dies führt zum sogenannten bezogenen Sekantenmodul und ist für alle drei Kurven in folgender Abbildung 48 dargestellt. Die beiden Verläufe des bezogenen Sekantenmoduls für 54SiCr6 sind nahezu deckungsgleich und finden sich bei 68,5 % ein. Der Unterschied zum C45E+N hingegen ist sehr gut erkennbar. Der Vergütungsstahl erreicht viel kleinere Werte für den Sekantenmodul als der ölschlussvergütete Federstahl, nämlich 38,1 %. Allerdings erreicht der C45E+N bereits bei etwa 1,25 % plastischer Dehnung sein konstantes Niveau, was beim 54SiCr6 erst bei etwa 2,75 % erreicht wird.

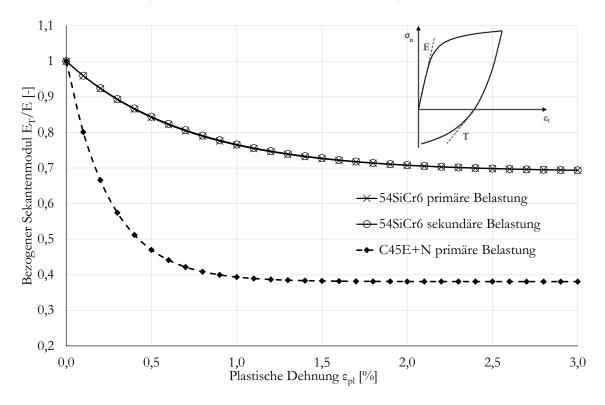


Abbildung 48: Bezogener Sekantenmodul für 54SiCr6 und C45E+N

#### 7.1.1.3 Sekundärfließkurve

Als dritte Eigenschaft wird für beide Werkstoffe die Abhängigkeit der sekundären Fließkurve von der bereits erfolgten primären Beanspruchung untersucht. Im Folgenden werden die Fließkurven für die sekundäre Beanspruchung über der sekundären Gesamtverformung (elastisch und plastisch) aufgetragen und als Grundlage für diese Untersuchung herangezogen. Dabei sind aus Gründen der Vergleichbarkeit sowohl die Spannung als auch die Dehnung dem Betrage nach aufgetragen. Zudem werden alle Fließkurven in den Koordinatenursprung gelegt. Tatsächlich befindet sich der jeweilige Kurvenursprung am Nulldurchgang

der primären Entlastungskurve, was der Phase 2 bzw. der Phase 3 in Abbildung 19 entspricht.

Für den Werkstoff 54SiCr6 zeigt das Diagramm in Abbildung 49 sieben Sekundärfließkurven, das heißt die Kurven sind durch plastische Druckbeanspruchung entstanden. Allen Fließkurven gemeinsam ist eine zuvor durchgeführte plastische Zugverformung. Die Höhe der primären plastischen Verformung variiert bei den aufgetragenen Kurven und beträgt zwischen 0,26 % beim Versuch 2014/10 und 2,76 % beim Versuch 2015/73. Der Kurvenschar im Diagramm ist zu entnehmen, dass mit steigender plastischer Primärverformung die Sekundärfließkurve einen flacheren Verlauf annimmt, wobei der Bereich bis etwa 300 MPa quasi-elastisch verläuft.

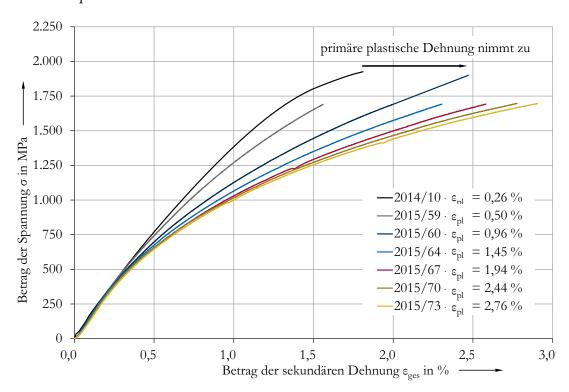


Abbildung 49: 54SiCr6 – Sekundärfließkurve abhängig der primären plastischen Dehnung (0 bis 3 %)

Abbildung 50 zeigt die Sekundärfließkurven für den Werkstoff C45E+N. Die vier dargestellten Kurven basieren auf den bereits erwähnten Versuchen von SCHOLTES [78]. Beim C45E+N zeigt sich ein ähnliches Werkstoffverhalten wie bereits beim 54SiCr6: Mit steigender plastischer primärer Dehnung flacht die Sekundärfließkurve ab. Der quasi-elastische Bereich verläuft hier, wie in [78] bereits festgestellt, zwischen Null und 130 MPa. Die Steigung dieses Bereichs entspricht dem Tangentenmodul, was zum Absinken der Steigung mit zunehmender plastischer Dehnung führt.

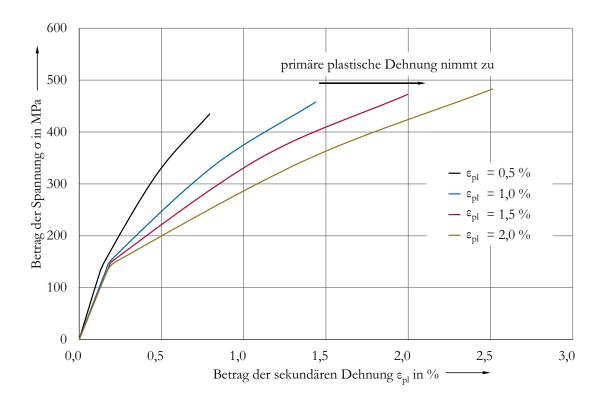


Abbildung 50: C45E+N: Konstruierte Sekundärfließkurve abh. der plastischen Dehnung (0 bis 2 %)

Da sowohl die Versuchstemperatur stets bei Raumtemperatur ist, als auch die Versuchsgeschwindigkeit stets bei ca. 5 mm/min liegt, wird unterstellt, dass die sekundäre Fließkurve allein von der plastischen Dehnung im primären Beanspruchungsbereich abhängig ist. Dies ist plausibel, da dies der einzige variable Parameter bei den Versuchen ist und sich auch mit den Beobachtungen anderer Autoren [20, 78] deckt. Die mathematische Beschreibung der Kurvenschar lässt sich folgendermaßen formulieren. Alle Kurven in Abbildung 49 und Abbildung 50 haben anfangs ein quasi-elastisches Verhalten. Der Elastizitätsmodul für diesen Bereich entspricht dem Tangentenmodul, welcher wiederum von der plastischen Dehnung der primären Beanspruchung abhängt. Die Fließdehnung ergibt sich demnach anhand des Quotienten aus sekundärer Fließgrenze und dem Tangentenmodul  $\sigma_{F,3}/E_T(\varepsilon_{pl,2})$  und ist somit für jede plastische Dehnung unterschiedlich. Anschließend nimmt die Kurve einen von der vorherigen Plastifizierung abhängigen Verlauf an. Für die mathematische Beschreibung der sekundären Fließkurve wird auf folgende Formulierung zurückgegriffen.

$$\begin{split} \sigma \left( \varepsilon_{ges,3} \right) &= E_T (\varepsilon_{pl,2}) \cdot \varepsilon_{ges,3} \text{ für } \varepsilon_{ges,3} \leq \frac{\sigma_{F,3}}{E_T (\varepsilon_{pl,2})} \\ \sigma \left( \varepsilon_{ges,3} \right) &= \sigma_{F,3} + a_3 \cdot \left( 1 - e^{-\delta(\varepsilon_{pl,2}) \cdot \left( \varepsilon_{ges,3} - \varepsilon_{F,3} \right)} \right) \text{ für } \varepsilon_{ges,3} > \frac{\sigma_{F,3}}{E_T (\varepsilon_{pl,2})} \end{split}$$
(7-8)

Für Dehnungen kleiner der Fließdehnung  $\varepsilon_{F,3} = \sigma_{F,3}/E_T(\varepsilon_{pl,2})$  wird aufgrund des quasi-elastischen Verhaltens ein linearer Zusammenhang angenommen. Der anschließende Bereich wird anhand einer Sättigungsfunktion mit dem Sättigungswert von  $a_3 = R_m$  beschrieben. Diese Annahme ist bereits bei SCHOLTES [78] zu finden: Die Zugfestigkeit des Werkstoffs C45E+N ist sowohl im Zugals auch im Druckbereich unabhängig von der plastischen Vorverformung stets unverändert. Die vorliegende Untersuchung am 54SiCr6 zeigt auch dieses Verhalten und hat ebenfalls die Zugfestigkeit als Grenzwert. Somit lassen sich für die beiden Werkstoffe folgende Parameter festlegen.

54SiCr6 
$$\sigma_{F,3}=300~MPa~\mathrm{und}~a_3=R_m=1.900~MPa$$
  
C45E+N  $\sigma_{F,3}=130~MPa~\mathrm{und}~a_3=R_m=620~MPa$ 

Im Exponent befindet sich das Produkt aus plastischer Dehnung ( $\varepsilon_{ges,3} - \varepsilon_{F,3}$ ) und der sogenannten Sekundärfließkurvenfunktion  $\delta(\varepsilon_{pl,2})$ , welche die eigentliche Abhängigkeit zur plastischen Vorverformung darstellt. Für die Bestimmung der Funktion wird für die vorhandenen Sekundärfließkurven aus den Versuchen 2014/10 bis 2014/13 und 2015/58 bis 2015/75 (teilweise in Abbildung 49 dargestellt) der entsprechend benötigte Funktionswert für  $\delta(\varepsilon_{pl,2})$  anhand der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt [149]. Folgende Tabelle 7 und 8 zeigen die so ermittelten Ergebnisse für die Sekundärfließkurvenfunktion bei den Werkstoffen 54SiCr6 und C45E+N.

Tabelle 7: 54SiCr6 – Parameter der Sekundärfließkurvenfunktion

Primäre plastische Dehnung $\varepsilon_{pl,2}$ [%]	Sekundärfließkurvenparameter $\delta(arepsilon_{pl,2})$ [-]
0,51	87,48
0,96	71,91
1,46	62,84
1,96	56,21
2,45	52,28
2,76	49,80

Tabelle 8:	C45E+N-	Parameter	der Sek.	undärflies	Skurvenfunktion

Primäre plastische Dehnung $\varepsilon_{pl,2}$ [%]	Sekundärfließkurvenparameter $\delta(arepsilon_{pl,2})$ [-]
0,5	104
1,0	60,0
1,5	45,0
2,0	35,5

Die Ergebnisse aus Tabelle 7 und 8 lassen sich auch grafisch darstellen, Abbildung 51.

Die Sekundärfließkurvenfunktion  $\delta(\varepsilon_{pl,2})$  in Abbildung 51 kann durch eine streng monoton fallende Abklingfunktion mit den beiden Parametern  $\delta_A$  und  $\delta_B$  beschrieben werden.

$$\delta(\varepsilon_{pl,2}) = \delta_A \cdot \varepsilon_{pl,2}^{\delta_B} \tag{7-9}$$

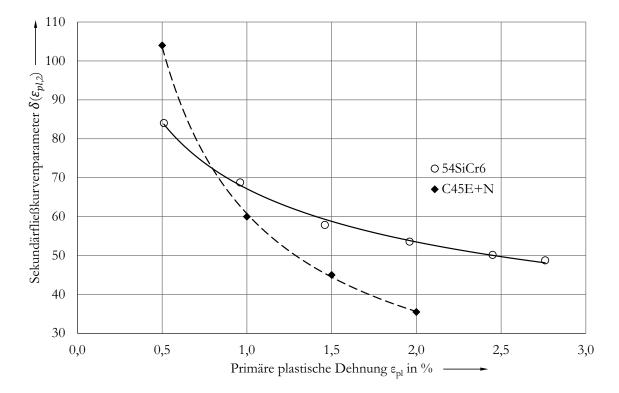


Abbildung 51:  $54SiCr6 - Sekundärfließkurvenparameter \delta(\varepsilon_{pl,2})$ 

Die ermittelten Parameter für die jeweilige Sekundärfließkurvenfunktion können folgender Tabelle entnommen werden. Zusätzlich ist das jeweilige Bestimmtheitsmaß aufgeführt.

Tabelle 9: C45E+N – Parameter der Sekundärfließkurvenfunktion	

Werkstoff	$\delta_A$	$\delta_B$	R <sup>2</sup>
54SiCr6	15,18	-0,333	99,8 %
C45E+N	1,751	-0,77	99,9 %

Somit lassen sich mit den beiden Formulierungen (7-8) und (7-9) die Sekundärfließkurven der beiden Werkstoffe hinreichend genau beschreiben.

### 7.1.2 Wechselverformungskurven – wechselnde Biegung

Folgender Abschnitt dokumentiert die Versuchsergebnisse, die auf der in Ziffer 6.2.2 vorgestellten Biegewechselvorrichtung basieren. Im Rahmen der Untersuchung werden sechs Werkstoffe betrachtet, nämlich die vier Stahlsorten 54SiCr6 (1.7102), S235JR+C (1.0038), C45E+N (1.1191), 11SMb30+C (1.0715) sowie der Aluminiumwerkstoff AlCu4PbMgMn (EN AW-2007) und die Kupferlegierung CuZn39Pb3 (CW614N). Für diese Arbeit sind allerdings nur die Ergebnisse für die Werkstoffe 54SiCr6 und C45E+N relevant. Für die Ergebnisse der anderen Versuchsreihen wird auf [150] verwiesen. Ziel der Versuche ist die Untersuchung und die Beschreibung bzw. Quantifizierung der Ver- und Entfestigung der Werkstoffe. Nachstehend werden zuerst die Ergebnisse getrennt nach Werkstoffen vorgestellt. Eine vergleichende Betrachtung erfolgt im Anschluss.

## 7.1.2.1 54SiCr6 (1.7102)

Tabelle 10 zeigt die für den Werkstoff 54SiCr6 durchgeführten Biegewechselversuche. Bei der Untersuchung variieren sowohl die Auslenkung als auch die Umformgeschwindigkeit. Um die Ergebnissicherheit zu verbessern werden von jeder Konfiguration mehrere Versuche durchgeführt. Jeder Versuch beinhaltet zehn Zyklen. Das heißt, die Hysterese umfasst zehn Hinverformungen (Phase 1 und 2) sowie zehn Rückverformungen (Phase 3 und 4). Einzelne Hin- oder Rückverformungen, einschließlich der daran anschließenden Entlastung, werden auch als Halbzyklen bezeichnet. Ein Zyklus setzt sich somit aus zwei Halbzyklen zusammen.

Tabelle 10: 54SiCr6 — Übersicht Biegewechselhysterese (beidseitige Biegung)

Versuchsnummer	An- zahl	Auslenkung [mm]	Geschwindig- keit [mm/min]
2016/30, /33, /36	3	<u>±</u> 4	10
2015/5, /12, /78, 2016/8, /9	5	±5	10
2015/147, /148	2	<u>±</u> 5	15
2016/15 bis 2015/19	5	<u>±</u> 5	100
2016/7, /11 bis /14	5	<u>±</u> 5	200
2016/28, /31, /34	3	<u>±</u> 6	10
2015/8, /10, /79, 2016/20	4	<u>±</u> 7	10
2015/149, /150	2	<u>±</u> 7	15
2016/10, /37, /38	3	<u>±</u> 7	100
2016/36, /40	2	<u>±</u> 7	200
2016/29, /32, /35	3	<u>±</u> 8	10
2015/9, /11, /80, 2016/21, /22	5	<u>±</u> 9	10
2015/151, /152	2	<u>+</u> 9	15
2016/23, /27	5	<u>+</u> 9	100
2016/41, /42	2	<u>+</u> 9	200
2015/13, /14, /81	3	±10	10
2015/111, /124	2	±11	10
2015/153 bis /155	3	±11	15
2015/112, /126	2	±12	10
2015/123, /125	2	±13	10

Nachstehende Abbildung 52 zeigt exemplarisch die Biegewechselhysterese für den Versuch 2015/155 mit einer Auslenkung des mittleren Klemmstempels von ±11 mm bei einer konstanten Umformgeschwindigkeit von 15 mm/min. Im Vergleich zu den Zug-/Druckhysteresen wird hier kein Spannungs-Dehnungs-Diagramm verwendet, sondern ein Kraft-Weg-Diagramm. CHRIST [74] baut bereits bei seinen Untersuchungen auf diese Darstellung auf. Da diese ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit geschieht, wird die Darstellung im beibehalten.

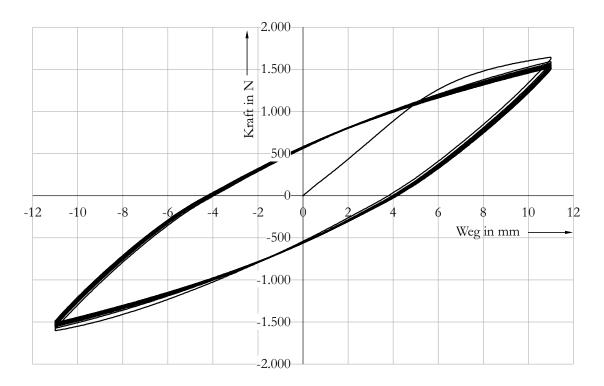


Abbildung 52: 54SiCr6 – Biegewechselhysterese, Versuch 2015/155

Nach Erreichen der maximalen Auslenkung verweilt der mittlere Klemmstempel für eine Sekunde in der erreichten Position, bevor die Bewegung in der entgegengesetzten Richtung fortgesetzt wird. Die Eindeutigkeit der Ergebnisse wird durch dieses Verweilen wesentlich verbessert. Verglichen mit einem üblichen Spannungs-Dehnungs-Diagramm zeigt das Biegewechseldiagramm die Kraft des mittleren Klemmstempels über dem Weg bzw. der Auslenkung. Der Graph beschreibt zehn Zyklen mit wechselnder Auslenkung von ±11 mm. Gut zu erkennen ist das betragsmäßige Absinken der Maximal- bzw. Minimalkraft am Ende des jeweiligen Halbzyklus im Vergleich zum vorherigen Halbzyklus. Die Abnahme der Maximalkraft von der ersten Hinverformung zur zweiten Hinverformung (beides Phase 1, im ersten Quadranten des Diagramms) ist hier am größten. Nach der letzten Rückverformung wird die Probe bis zur Kraftfreiheit entlastet und verbleibt bei einer plastischen Verformung von etwa -4 mm. Analog den Ausführungen in Ziffer 4.4.5 zeigt Abbildung 53 die Wechselverformungskurven nach CHRIST für die Biegewechselversuche mit konstanter Auslenkung bei einer Umformgeschwindigkeit von 10 mm/min über zehn Zyklen (N). Die einzelnen Kurven basieren auf den arithmetischen Mittelwerten der Versuche aus Tabelle 10. Im Anhang befinden sich jeweiligen Ergebnisse in Tabellenform, Tabelle 20.

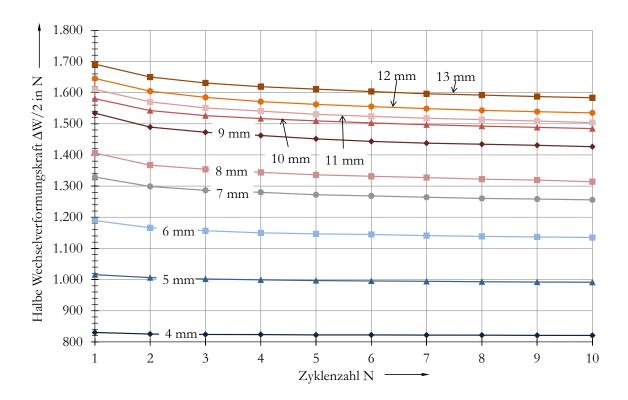


Abbildung 53: 54SiCr6 - Wechselverformungskurven v = 10 mm/min

Der Vergleich der Wechselverformungskurven untereinander zeigt mit dem Ansteigen der Auslenkung von 4 bis 13 mm eine stetige Zunahme der  $\Delta W/2$  Werte. Bezogen auf die jeweilige Kurve mit konstanter Auslenkung ist eine stetige Abnahme der ΔW/2 Werte mit zunehmender Zyklenzahl festzustellen, wobei die Differenz zweier aufeinander folgender Halbzyklen mit steigender Zyklenzahl, im Vergleich zum vorherigen Wert, abnimmt. Dieses Verhalten wird als Entfestigung bezeichnet [74]. Die Entfestigung ist, absolut gesehen, bei größerer Auslenkung stärker ausgeprägt als bei kleinen. Insbesondere bei den Kurven mit kleiner Auslenkung ist das entfestigende Verhalten in Abbildung 53 graphisch und auch rechnerisch nur schwer zu erkennen. Dies ist zum einen auf das hohe Kraftniveau und der speziell bei kleiner Auslenkung gering abnehmenden Maximalkraft zurückzuführen. Zudem ist eine Vergleichbarkeit von zwei Kurven nicht ohne weiteres möglich, da aufgrund der unterschiedlich hohen Kraftniveaus kein einheitlicher Bezug existiert. Aus diesem Grund erscheint die alleinige Darstellung der Ergebnisse anhand der Wechselverformungskurven für eine Beurteilung der Ver- bzw. Entfestigung nicht ausreichend. Die Versuchsergebnisse werden im Folgenden durch die Darstellung der Maximalkraftdifferenz [150], welche auf den Grundüberlegungen von PAUL et al. [151] basiert, ergänzt. Hierzu

wird jeweils die Differenz der Maximalkraft zweier aufeinander folgenden primären oder sekundären Beanspruchungen ermittelt, Abbildung 54. Ein Zyklus umfasst somit zwei Maximalkraftdifferenzen.

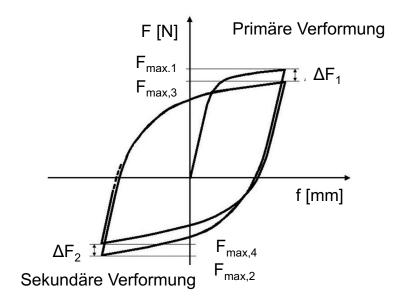


Abbildung 54: Definition der bezogenen Maximalkraftdifferenz

Mathematisch lässt sich die absolute Maximalkraftdifferenz wie folgt ausdrücken.

$$\Delta F_{i,abs} = \left| F_{max,i} \right| - \left| F_{max,i+2} \right| \tag{7-10}$$

Um die Vergleichbarkeit verschiedener Materialien bzw. verschiedener Lastniveaus sicherzustellen, wird die absolute Maximalkraftdifferenz modifiziert und auf den ersten Maximalwert  $F_{max,1}$  normiert bzw. bezogen.

$$\Delta F_{i,rel} = \frac{\Delta F_{i,abs}}{F_{max,1}} = \frac{\left| F_{max,i} \right| - \left| F_{max,i+2} \right|}{F_{max,1}}$$
(7-11)

Durch diese relative Maximalkraftdifferenz ist eine prozentuale und vom jeweiligen Belastungsniveau unabhängige Ver- bzw. Entfestigung des Materials bestimmbar. Die folgenden beiden Diagramme (Abbildung 55 und Abbildung 56) zeigen die relative Maximalkraftdifferenz für den Werkstoff 54SiCr6. Die Aufteilung der Kurven auf zwei Diagramme ist der besseren Übersichtlichkeit geschuldet und umfasst in der ersten Abbildung die Auslenkungen von 4 mm bis 9 mm und in der weiteren Abbildung die Auslenkungen von 9 mm bis 13 mm.

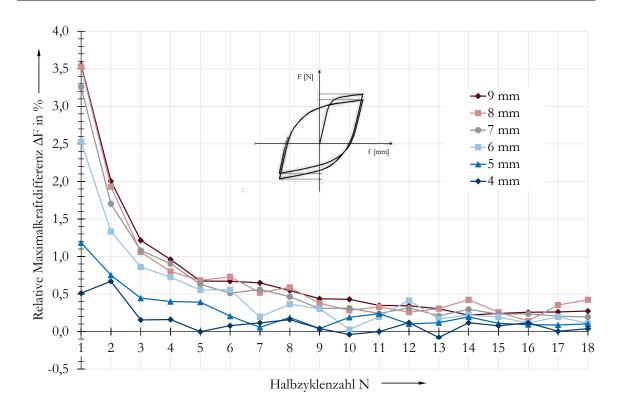


Abbildung 55: 54SiCr6 – relative Maximalkraftdifferenz (4 mm – 9 mm)

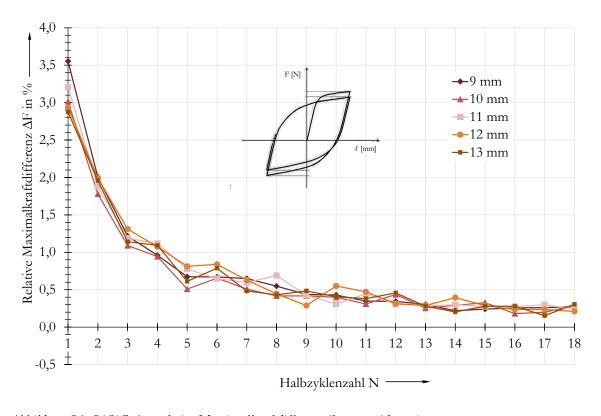


Abbildung 56: 54SiCr6 – relative Maximalkraftdifferenz (9 mm – 13 mm)

Beiden Diagrammen ist zu entnehmen, dass der Werkstoff 54SiCr6 unter der Biegewechselbelastung entfestigt, da die einzelnen  $\Delta F_{rel}$ -Werte durchgehend positiv sind. Die relative Maximalkraftdifferenz als Kenngröße für die Entfestigung des Materials nimmt bei konstant bleibender Auslenkung mit zunehmender Zyklenzahl ab und tendiert mit steigender Zyklenzahl gegen Null. Eine Verfestigung (negative ΔF<sub>rel</sub>-Werte) ist rechnerisch lediglich bei der 4 mm Kurve vereinzelt zu finden und ist vermutlich auf Messungenauigkeiten zurückzuführen. Im Folgenden findet dies aufgrund der kleinen Beträge keine weitere Beachtung. Ab dem zehnten Halbzyklus betragen die relativen Maximalkraftdifferenzen bei allen Auslenkungen weniger als 0,5 %. Bei der Betrachtung der Ergebnisse für den ersten Zyklus ist festzustellen, dass mit steigender Auslenkung bis einschließlich 9 mm eine Zunahme der Entfestigung erfolgt. Größere Auslenkungen führen zu keiner größeren Entfestigung, was an den, abgesehen von werkstoff- und messtechnischer Unschärfe, gleichbleibenden ΔF<sub>rel</sub>-Werten erkennbar ist. Bei den Versuchen mit Auslenkungen von mehr als 10 mm kann an der Probenoberund Probenunterseite (Stellen mit maximaler Biegespannung) bereits nach der ersten Belastung anfangs mikroskopische und später makroskopische Rissbildung festgestellt werden. Aufgrund der geringen Bruchdehnung des Materials (Tabelle 2) liegen in diesen Querschnittsbereichen lokale Gewaltbrüche aufgrund Überlast vor. Da dieser Bruch bereits bei der ersten Auslenkung auftritt, ist dies durch die graphische Betrachtung der Wechselverformungskurven nicht erkennbar: Aufgrund des bei größeren Auslenkungen geringeren Querschnitts (nach dem Versagen der äußersten Randfasern) ist mit einer Reduktion der benötigten Umformkraft durch die Verringerung des Widerstandsmoments zu rechnen, was beim ersten  $\Delta F_{rel}$ -Wert auch durch die Reduktion des Kraftniveaus sichtbar ist. Bei den folgenden Halbzyklen wird dies allerdings durch die zusätzlich benötigte Kraft der bereits plastifizierten Bereiche des Querschnitts kompensiert. Abgesehen vom ersten  $\Delta F_{rel}$ -Wert sind somit die Kurven mit größerer Auslenkung quasi deckungsgleich. Die Kurve mit einer Auslenkung von 4 mm ist die einzige, bei der der erste  $\Delta F_{rel}$ -Wert niedriger ist als der zweite. Beim Blick auf die Standardabweichung lässt sich feststellen, dass die Streuung der Werte nicht die Ursache dieser Abweichung ist. Verantwortlich hierfür ist die Tatsache, dass bei einer sehr geringen Auslenkung, wie dies bei einem Hub von 4 mm der Fall ist, die erste Belastung nur zu einer minimalen Plastifizierung der äußersten Randfaser führt. Nach Abbildung 36 beträgt die Dehnung an der höchst belasteten Stelle etwa 0,9 %, was bei einer Fließgrenze von etwa 0,8 % nur zu einer geringfügigen plastischen Verformung von etwa 0,1 % führt. Diese geringe plastische Deformation führt dazu, dass der BAUSCHINGER Effekt beim zweiten Halbzyklus, also bei der ersten Sekundärbelastung, nur sehr begrenzt auftritt. Mit steigender Halbzyklenzahl nimmt der BAUSCHINGER Effekt allmählich immer stärker zu, was in diesem Fall dazu führt, dass die relative Maximalkraftdifferenz beim zweiten Halbzyklus am größten ist. Bei größeren Auslenkungen ist die plastische Verformung bereits beim zweiten Halbzyklus ausreichend vorhanden, was zu hohen ersten relativen Maximalkraftdifferenzen führt.

Hinsichtlich der Umformgeschwindigkeit liegen für die Auslenkungen 5 mm, 7 mm und 9 mm Versuche mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten vor. Folgende Abbildung 57 zeigt exemplarisch die vier Verläufe der relativen Maximalkraftdifferenz über der Zyklenzahl bei einer Auslenkung von 9 mm. Der  $\Delta F_{\text{rel}}$ -Wert des ersten Halbzyklus beträgt für die Geschwindigkeiten 10 mm/min, 15 mm/min und 200 mm/min etwa 3,6 %. Lediglich bei einer Geschwindigkeit von 100 mm/min wird ein niedriger  $\Delta F_{\text{rel}}$ -Wert von 3,2 % erreicht. Die anschließenden Werte liegen unabhängig der Geschwindigkeit alle auf demselben Niveau und weisen keine wesentlichen Unterschiede auf. Die Abweichungen der ersten Werte zueinander werden auf die allgemeine Streuung zurückgeführt. Ein Einfluss der Umformgeschwindigkeit zwischen 10 mm/min und 200 mm/min ist somit nicht vorhanden.

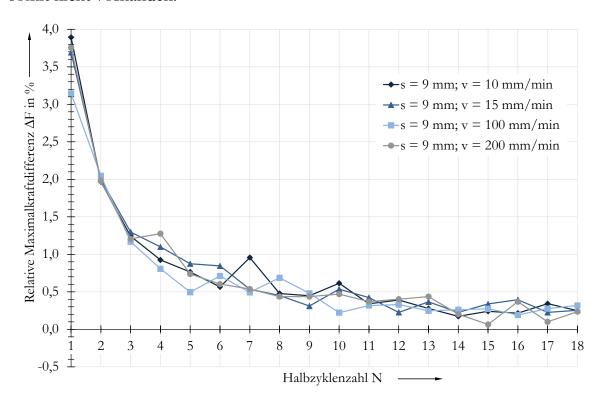


Abbildung 57: 54SiCr6 – relative Maximalkraftdifferenz (9 mm mit 10 mm/min bis 200 mm/min)

Üblicherweise sind Gefügeänderungen für die Geschwindigkeitsabhängigkeit verantwortlich [93]. Da sich durch plastische Verformungen die Versetzungsdichte und die Leerstellenkonzentration erhöht, sowie die Körner eine bleibende Längung erfahren, ist ein zeitabhängiger Abbau bzw. eine Verlagerung der Gitterfehler in Form von Erholung, (primärer oder sekundärer) Rekristallisation und Kornvergröberung verantwortlich. Allerdings ist für diese Mechanismen ein Temperaturniveau von etwa 50 % der Schmelztemperatur nötig [152]. EMDE [153] zeigt in seinen Untersuchungen, dass ein Einfluss der Umformgeschwindigkeit bei Raumtemperatur bei den von ihm untersuchten Stählen erst bei Dehnraten von etwa 10 1/s eine Änderung zur Folge hat. Die Umformgeschwindigkeit bei vorliegenden Versuchen haben Dehnraten von 0,00074 1/s (bei 10 mm/min) bis 0,01481 1/s (bei 200 mm/min). Eine Geschwindigkeitsabhängigkeit ist demnach auszuschließen und die vorhandene Reduktion der Entfestigung bei zunehmender Dehnrate bzw. Umformgeschwindigkeit auf die Anzahl der Versuche und der dadurch vorhandenen Streuung zu schließen.

## 7.1.2.2 C45E+N (1.1191)

Für den Vergütungsstahl C45E+N liegen hinsichtlich der Biegewechselhysterese folgende Versuche vor, Tabelle 11. Wie beim 54SiCr6 umfassen die Versuche zehn vollständige Belastungszyklen.

Tabelle 11: $C45E+N$ –	Ubersicht Biegewechselhysterese	(beidseitige Biegung)

Versuchsnummer	An- zahl	Auslenkung [mm]	Geschwindig- keit [mm/min]
2015/40, /41, /92, /168, /169	5	±5	10
2015/42, /43, /93, /170, /171	5	<u>±</u> 7	10
2015/44, /45 und /94	3	±9	10
2015/95, /96 und /97	3	±10	10
2015/113	1	±11	10
2015/114	1	±12	10

Analog der Auswertung beim vorgestellten 54SiCr6 zeigt folgende Abbildung 58 die Wechselverformungskurven bei einer Umformgeschwindigkeit von 10 mm/min über die ersten zehn Zyklen. Verglichen mit den Wechselverformungskurven des 54SiCr6 (Abbildung 53) haben die C45E+N Kurven eine ähnliche, jedoch wesentlich stärker ausgeprägte Charakteristik: Die Kurven zeigen

für alle Auslenkungen ein deutlich sichtbar entfestigendes Verhalten was zum einen auf das niedrige Kraftniveau (die benötigte Umformkraft) zurückzuführen ist. Die  $\Delta W/2$ -Werte nehmen auch hier für die gleiche Zyklenzahl mit größer werdender Auslenkung zu. Bei konstanter Auslenkung findet mit zunehmender Zyklenzahl eine stetige Abnahme der  $\Delta W/2$ -Werte statt, was der eigentlichen Entfestigung entspricht. Aufgrund der nach zehn Zyklen immer noch vorhandenen negativen Steigung der Kurven, ist bei Zyklen größer zehn auf weitere Entfestigung zu schließen.

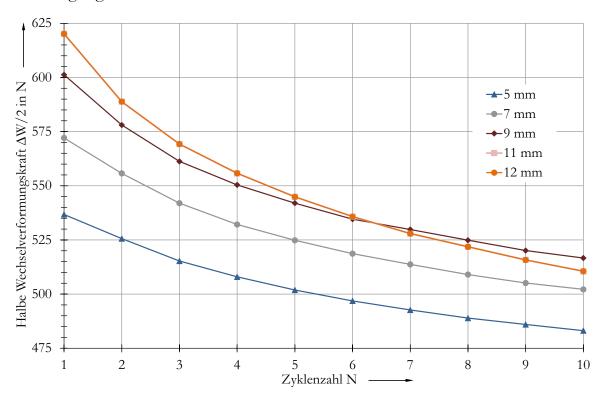


Abbildung 58: C45E+N-W echselverformungskurven

Die Kurven für 11 mm und 12 mm Auslenkung sind deckungsgleich und haben eine etwas andere Charakteristik als die für die geringeren Auslenkungen: beide Kurven schneiden die 9 mm Kurve zwischen dem sechsten und siebten Zyklus. Dies ist auf eine Ermüdung der Probe während des Versuchs zurückzuführen, was zu einem Absinken der benötigten Verformungskraft führt: Die maximale Bruchdehnung wird in den Randfasern überschritten. Dies zeigt sich nach wenigen Zyklen an der Ober- und Unterseite der Biegewechselproben in Form von Rissen. Verglichen mit dem Versagen der Proben beim 54SiCr6 findet dies nicht beim ersten Zyklus statt (Bruch), sondern die Ermüdung nimmt mit steigender Zyklenzahl zu (Ermüdung). Der Werkstoff C45E+N weist anhand der relativen Maximalkraftdifferenzen bei allen Auslenkungen entfestigendes Verhalten auf.

Die prozentuale Entfestigung (relative Maximalkraftdifferenz) befindet sich bis zur Auslenkung von 9 mm auf ähnlichem Niveau wie bei 54SiCr6. Bei höheren Auslenkungen sind hingegen höhere Maximalkraftdifferenzen festzustellen. Dies ist auf die höhere Bruchdehnung des Werkstoffs zurückzuführen, das heißt die Randfasern erleiden bei den hohen Auslenkungen (noch) keinen Gewaltbruch wie dies beim 54SiCr6 der Fall ist. Die relative Maximalkraftdifferenz nimmt bei niedrigen Auslenkungen (5 mm und 7 mm) vom ersten zum zweiten Zyklus zu. Dieses Verhalten ist, wie bereits bei kleinen Auslenkungen der vorherigen Werkstoffe, auf das unterschiedlich starke Auftreten des BAUSCHINGER-Effekts zurückzuführen; die Erklärung hierfür ist unter Ziffer 7.1.2.1 zu finden.

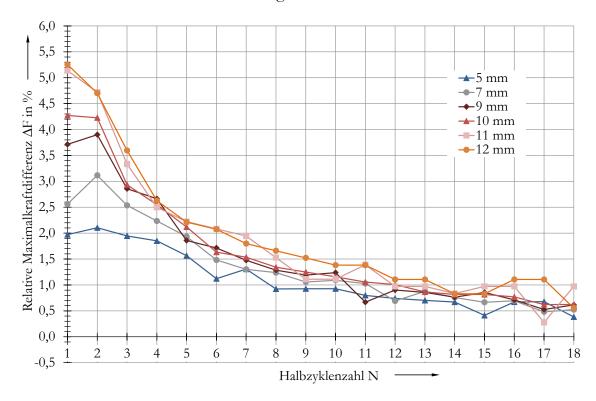


Abbildung 59: C45E+N – relative Maximalkraftdifferenz (5 mm – 12 mm)

Bei Auslenkungen von 9 mm und 10 mm sind die Maximalkraftdifferenzen für die beiden ersten Zyklen nahezu gleich. Bei höheren Auslenkungen ist die Maximalkraftdifferenz beim ersten Halbzyklus am größten und fällt dann kontinuierlich ab. Dies lässt darauf schließen, dass der BAUSCHINGER-Effekt für den ersten Zyklus mit steigender Auslenkung eine entsprechend ansteigende Bedeutung erfährt. Das ist auch plausibel, da mit steigender Auslenkung die plastifizierenden Bereiche zunehmen. Nach neun Zyklen (hier als 18 Halbzyklen dargestellt) beträgt die Entfestigung für nahezu alle Auslenkungen immer noch mehr

als 0,5 %. Verglichen mit dem 54SiCr6 ist die Entfestigung beim C45E+N nach zehn Zyklen noch nicht auf null abgesunken.

## 7.1.2.3 Zusammenfassender Vergleich

Die Ver- bzw. Entfestigung bei den untersuchten Werkstoffen wird sowohl anhand der Wechselverformungskurven, als auch anhand der hier eigens definierten relativen Maximalkraftdifferenz untersucht. Beide Darstellungen sind nur dann aussagekräftig, wenn eine makroskopische Schädigung des Bauteils während des Tests ausgeschlossen werden kann. Unter dieser Voraussetzung zeigt sich, dass beide Darstellungen ihre Berechtigung haben: Mit beiden Auswerteformen lässt sich eine Entfestigung erkennen. Speziell bei geringen Ausprägungen dieser Mechanismen kombiniert mit einem hohen Belastungsniveau, was beides auf den 54SiCr6 zutrifft, ist die Darstellung anhand der Wechselverformungskurven nicht aussagekräftig. Ob die Ver- oder Entfestigung in ihrer Effektstärke zu- oder abnimmt ist ebenfalls anhand der Wechselverformungskurven praktisch nicht feststellbar. Der Einfluss des BAUSCHINGER-Effekts (stärkeres Plastifizieren und damit größere Entfestigung im zweiten Halbzyklus) lässt sich ebenfalls nur durch die relative Maximalkraftdifferenz feststellen. Für die Beantwortung dieser Fragestellungen bietet sich die Auswertung anhand der relativen Maximalkraftdifferenz an. Eine mögliche Schädigung oder ein Setzen während des Versuchs lässt sich allerdings, wenn überhaupt, nur mit den Wechselverformungskurven feststellen (Schnittpunkte der Kurven und Steigungscharakteristika). Der Vergleich verschiedener Werkstoffe untereinander ist anhand der relativen Maximalkraftdifferenz sehr gut möglich - die Wechselverformungskurven sind hierfür ungeeignet.

Folgende Beobachtungen treffen auf beide untersuchten Werkstoffe zu.

- 1. Grundsätzlich kann festgestellt werden, dass bei beiden Werkstoffen Entfestigung auftritt und bei gleichbleibender Auslenkung mit steigender Zyklenzahl stetig abnimmt. Eine Zunahme der Auslenkung hingegen führt bei gleicher Zyklenzahl zur Zunahme der Entfestigung. Lediglich bei kleineren Auslenkungen ist ein einmaliger Anstieg der relativen Maximalkraftdifferenz und somit der Entfestigung vom ersten zum zweiten Halbzyklus zu erkennen, was auf das Einsetzen des BAUSCHINGER Effekts zurückzuführen ist.
- 2. Wird durch die Biegung nur der äußerste Randbereich plastisch verformt, setzt der BAUSCHINGER Effekt und somit hier die Entfestigung nicht sofort in vollem Umfang ein. Erst im folgenden Belastungszyklus nimmt die Plastifizierung zu,

was ein einmaliges Ansteigen der relativen Maximalkraftdifferenz im zweiten Halbzyklus zur Folge hat.

3. Ein Einfluss der Umformgeschwindigkeit auf die Entfestigung kann im betrachteten Geschwindigkeitsbereich (Klemmstempelgeschwindigkeit zwischen 10 und 200 mm/min) ausgeschlossen werden.

Unterschiede zwischen beiden Werkstoffen sind sowohl in der Höhe der Entfestigung als auch im Verlauf über der Zyklenzahl feststellbar und lassen folgende Schlüsse zu.

- 1. Beim 54SiCr6 ist für alle untersuchten Auslenkungen (4 mm bis 12 mm) die Entfestigung nach fünf vollen Zyklen im Grunde abgeschlossen und beträgt weniger als 0,5 %. Der C45E+N hingegen hat selbst nach zehn Zyklen noch deutlich vorhandene relative Maximalkraftdifferenzen (größer 0,5 %).
- 2. Beim ölschlussvergüteten Federstahl ist ab einer gewissen Höhe der Auslenkung, hier 9 mm, keine Zunahme der relativen Maximalkraftdifferenz mehr festzustellen. Dies ist auf das Überschreiten der Bruchdehnung und Gewaltbruch in der Randfaser zurückzuführen. Beim Vergütungsstahl ist durchweg mit steigender Auslenkung eine steigende relative Maximalkraftdifferenz festzustellen, da hier eine wesentlich größere Bruchdehnung vorhanden ist. Durch das Fließen der Randfaser beim C45E+N findet hingegen ein kontinuierlicher Versagensprozess der Drahtober- und Drahtunterseite über der Zyklenzahl statt was sich durch Schnittpunkte bei den Wechselverformungskurven mit tiefer liegenden Auslenkungskurven zeigt.

## 7.1.3 Torsionswechselhysterese

Die unter 7.1.1 durchgeführten Zug-/Druckversuche haben den Nachteil, dass die Versuchsdurchführung keine mehrfachen Hysteresen zulässt. Zudem muss bei der Ermittlung der Ergebniswerte stets die Veränderung des Probenquerschnitts berücksichtigt werden. Um die gewonnenen Erkenntnisse beim 54SiCr6 zu verifizieren, werden nachstehend für diesen Werkstoff Torsionswechselhysteresen durchgeführt. Unter Ziffer 6.2.3 wird der entsprechende Versuchsaufbau vorgestellt. Die damit erzielten Versuchsergebnisse sind in vorliegendem Abschnitt dokumentiert und sind in ausführlicher Form bereits in [154] erschienen. Durchgeführt werden die Versuche mit einem Referenzdurchmesser von 4 mm. Die Belastung kann sowohl kraft- als auch weggeregelt bzw. dehnungsgeregelt durchgeführt werden. Vorliegende Versuche erfolgen ausschließlich kraftgeregelt (hier stellvertretend durch die Spannung), Tabelle 12.

Tabelle 12: 54SiCr6 – Übersicht Torsionswechselversuche - kraftgeregelt

Versuchs- nummer	Primäre Beanspruchung [MPa]	Sekundäre Beanspruchung [MPa]
2014/7	1.400	-1.400
2014/8	1.300	-1.300
2014/9	1.450	-1.450
2015/76	1.350	-1.350
2015/77	1.325	-1.325
2015/78	1.375	-1.375
2015/79	1.425	-1.425

Dazu werden nach Möglichkeit zehn vollständige Zyklen durchlaufen, das heißt ein kompletter Zyklus besteht aus einer primären Beanspruchung (Phase 1) mit anschließender Wegnahme der Beanspruchung (Phase 2) sowie der darauf folgenden sekundären Beanspruchung (Phase 3) mit umgekehrten Vorzeichen und anschließender Wegnahme der Beanspruchung (Phase 4), Abbildung 19.

Alle sieben Versuche zur Torsionswechselhysterese werden mit konstanter Winkelgeschwindigkeit von 0,2 rad/s durchgeführt. Nach Erreichen der maximalen Beanspruchung verweilt die Probe für eine Sekunde in der erreichten Endposition, bevor die Belastungsrichtung geändert wird. Abbildung 60 zeigt beispielhaft eine Torsionswechselhysterese für eine Beanspruchung von ±1.400 MPa (Versuch 2014/7). Der Graph in Abbildung 60 zeigt sieben Zyklen. Nach dem letzten Zyklus mit einer maximalen Schiebung von etwa 6,5 % verbleibt die Probe bei etwa 4,5 % bleibender Schiebung. Analog den Versuchen aus Ziffer 7.1.1 ist nach Erreichen der Fließgrenze im primären Beanspruchungsbereich (Phase 1) ein kontinuierlicher Anstieg der Spannung festzustellen. Dies ist aufgrund der verfestigenden Charakteristik zu erwarten.

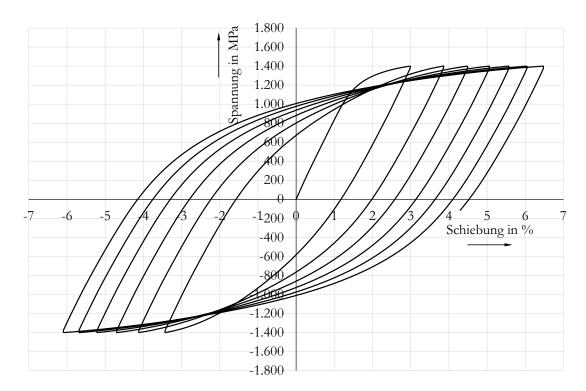


Abbildung 60: 54SiCr6 — Torsionswechselhysterese, Versuch 2014/7

Die Wegnahme der Beanspruchung erfolgt ebenfalls mit derselben Winkelgeschwindigkeit wie die Beanspruchung. Nach der vollständigen Entlastung der Probe (Phase 2) verbleibt eine plastische Schiebung. Anschließend erfolgt die erneute Beanspruchung in entgegengesetzter Richtung (Phase 3). Hier ist, wie bereits bei den Zug-/Druckversuchen, ein ausgeprägter BAUSCHINGER-Effekt festzustellen, da die Torsionsfließgrenze bei sekundärer Beanspruchung nach erstmaliger primärer Beanspruchung stark herabgesetzt ist [75]. Anschließend erfolgt die erneute Wegnahme der Beanspruchung (Phase 4) mit wiederum bleibender Schiebung. Gut zu erkennen ist die mit steigender Zyklenzahl größer werdende maximale Schiebung bei gleichbleibender Maximalspannung, was einer zyklischen Entfestigung entspricht [74]. Der Abstand der einzelnen Hysteresen zueinander nimmt mit zunehmender Zyklenzahl kontinuierlich ab, das heißt die Entfestigung ist bei der ersten wiederholten Beanspruchung am größten und nimmt dann kontinuierlich ab. Dies deckt sich mit den bisherigen Erkenntnissen der Biegewechselhysteresen und ergänzt somit die Ergebnisse der Zug-/Druckversuche. Wie bereits bei den Zug-/Druckversuchen folgt hier die Ermittlung der plastischen Rückschiebung und des Tangentenschubmoduls (siehe Ziffer 4.4.2.4).

## 7.1.3.1 Plastische Rückschiebung

Um die plastische Rückschiebung zu ermitteln wird zuerst der Schubmodul (analog dem Elastizitätsmodul bei Normalspannungen) anhand der Steigung des elastischen Bereichs bestimmt. Im ideal-elastischen Fall ist diese Werkstoffkenngröße bis zum Erreichen der Fließgrenze konstant. Bei genauer Betrachtung zeigt sich analog den Zug-/Druckversuchen allerdings auch hier, dass die Steigung der Kurve mit zunehmender Beanspruchung bereits im elastischen Bereich stetig abnimmt [145, 146]. Eine eindeutige Erklärung für diesen Umstand lässt sich nicht nennen; für genauere Ausführungen wird auf [147] verwiesen. Wie bereits bei den Zug-/Druckversuchen wird daher für die Ermittlung des Schubmoduls lediglich der Bereich zwischen Beanspruchungsbeginn im Ursprung und der elastischen Spannung von 200 MPa berücksichtigt.

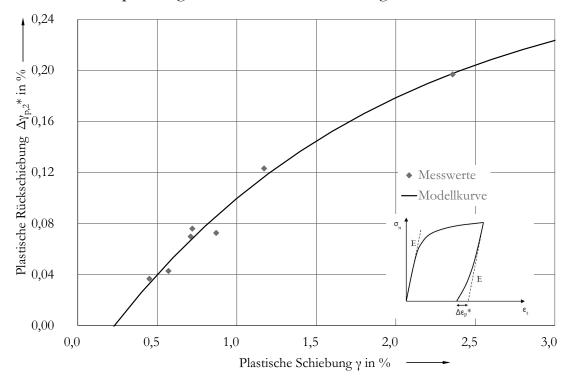


Abbildung 61: 54SiCr6 – Plastische Rückschiebung nach primärer Beanspruchung

Diese Steigung entspricht dem Schubmodul G und wird zur Ermittlung der theoretischen, plastischen Schiebung (analog der theoretischen, plastischen Dehnung) nach der Wegnahme der Beanspruchung zugrunde gelegt. Die Differenz zwischen der theoretischen und tatsächlichen plastischen Schiebung wird als plastische Rückschiebung  $\Delta \gamma_{pl}^*$  (analog der plastischen Rückverformung) bezeichnet [154]. Wie bei der Ermittlung der plastischen Rückverformung  $\Delta \varepsilon_{pl}^*$  erfolgt die Darstellung der Werte getrennt für die primäre und die sekundäre Beanspruchung. Dargestellt ist der Verlauf der plastischen Rückschiebung über

der plastischen Schiebung, Abbildung 61. Die hier dargestellte Kurve lässt sich mit der nachstehenden mathematischen Formulierung (7-12) beschreiben. Die Formulierung ist im Grunde identisch mit der Gleichung (7-1), allerdings mit veränderten Bezeichnungen der Variablen.

$$\Delta\gamma_{pl,2}^* = c_{pl}^* \left(1 - e^{-\delta_{pl}^* \gamma_{pl}}\right) + d_{pl}^*$$
 wobei 
$$c_{pl}^* = c_{pl,2}^* = 0,0032, \qquad d_{pl}^* = d_{pl,2}^* = -0,00039$$
 und 
$$\delta_{pl}^* = \delta_{pl,2}^* = 56,41$$
 ist.

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 98.2 \%$ .

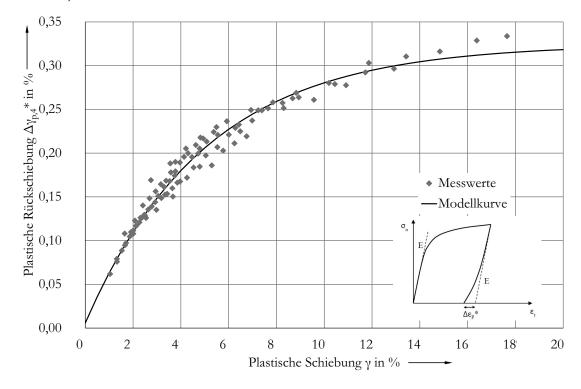


Abbildung 62: 54SiCr6 – Plastische Rückschiebung nach sekundärer Beanspruchung

Die sekundäre Beanspruchung umfasst bei den Torsionswechselhysteresen alle Beanspruchungen die nach der primären Beanspruchung stattfinden. Im Vergleich zu den Zug-/Druckversuchen sind somit mehrere plastische Rückschiebungen je Versuch verfügbar (alle Halbzyklen nach der primären Beanspruchung und Wegnahme der Beanspruchung). Entsprechend sind positive und negative plastische Rückschiebungswerte verfügbar. Der Einfachheit halber sind alle Werte dem Betrag nach aufgetragen, Abbildung 62. Die sekundäre plastische

Rückschiebung lässt sich ebenfalls mit der Gleichung (7-12) beschreiben, allerdings sind die Koeffizienten wie folgt zu wählen.

$$c_{pl}^* = c_{pl,2}^* =$$
0,0032,  $d_{pl}^* = d_{pl,2}^* =$ 0,000058 und  $\delta_{pl}^* = \delta_{pl,2}^* =$ 19,78 (7-13)

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 92,7$  %.

Sowohl für die primäre als auch für die sekundäre Beanspruchung ist ein Anstieg der plastischen Rückschiebung mit zunehmender plastischer Schiebung zu beobachten. Bei beiden Graphen handelt es sich um streng konkave Funktionen. Vergleicht man die Kurve für die primäre Beanspruchung mit der Kurve der sekundären Beanspruchung, ist leicht festzustellen, dass die plastische Rückschiebung bei einer primären Beanspruchung etwa doppelt so groß ist, wie bei einer sekundären Last mit gleicher plastischer Schiebung. Dies konnte bereits bei den plastischen Rückverformungen der Zug-/Druckversuche beobachtet werden. Auffallend im Vergleich zu den Graphen der plastischen Rückverformung ist, dass der Kurvenverlauf bei primärer Torsionsbeanspruchung nicht im Koordinatenursprung beginnt, sondern bei etwa 0,25 % Schiebung und 0 % plastischer Rückschiebung. Dies bedeutet, dass theoretisch bis zu einer plastischen Dehnung (nach Entlastung der Probe) von 0,25 % keine plastische Rückverformung auftritt. Für dieses Phänomen kann aufgrund der durchgeführten Versuche keine physikalische Erklärung geliefert werden; es wird angenommen, dass in diesem Schiebungsbereich zu wenig Versuche vorliegen. Diese Erkenntnisse der plastischen Rückschiebung decken sich mit denen der plastischen Rückverformung aus 7.1.1.1 und sichern die aufgestellten Thesen.

## 7.1.3.2 Tangentenschubmodul

Das Vorgehen zur Ermittlung des Tangentenschubmoduls nach erfolgter Wegnahme der Beanspruchung der Probe wird analog dem Abschnitt 7.1.1.2 durchgeführt. Es wird ebenfalls eine Gerade durch zwei Kurvenpunkte auf der Entlastungskurve mit definiertem Abstand gelegt und deren Steigung berechnet. Als vertikaler Abstand der beiden Punkte wird wieder 20 MPa gewählt. Um auch hier Vergleichbarkeit der Werte zu erreichen, befinden sich beide Punkte der Geraden auf der Entlastungskurve; für eine genauere Erklärung zur Wahl der Punkte siehe 7.1.1.2. Folgende Abbildungen zeigen den Verlauf des Tangentenschubmoduls getrennt für die primäre und sekundäre Beanspruchung.

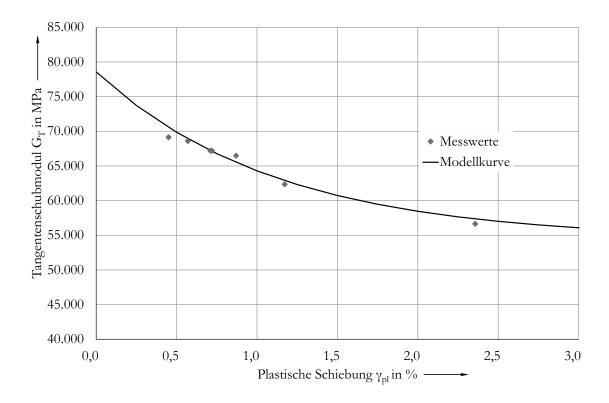


Abbildung 63: 54SiCr6 – Tangentenschubmodul nach primärer Beanspruchung

In Abbildung 63 sind zusätzlich zu den Werten des Schubmoduls noch die eigentlichen Schubmoduli der elastischen Bereiche eingetragen (zwischen 80.000 und 85.000 MPa). Rechnerisch lässt sich der Schubmodul über die Querdehnzahl und den Elastizitätsmodul wie folgt ermitteln.

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1+v)} = \frac{206.000MPa}{2(1+0.28)} = 80.468 MPa$$
(7-14)

Allgemein lässt sich feststellen, dass der Tangentenschubmodul mit zunehmender plastischer Schiebung abnimmt. Verglichen mit den Ergebnissen der Zug-/Druckversuche lässt sich mit den vorhandenen Torsionsmesswerten im betrachteten Bereich keine horizontale Begrenzung ermitteln. Trotzdem wird für die Beschreibung des Schubmoduls auf die Beziehung nach YOSHIDA et al. zurückgegriffen [148].

$$G_{T,2} = G_0 - (G_0 - G_a)(1 - e^{-C_0 \cdot \gamma_{pl}})$$
(7-15)

wobei 
$$G=G_{0,2}=78.560~MPa, G_a=G_{a,2}=54.450~MPa$$
 und  $C_0=C_{0,2}=89.51$  ist.

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 99.3$ %.

Entsprechend der Kurvenwerte sinkt der Schubmodul auf 69,5 % des ursprünglichen Werts von 78.560 MPa ab. Dieselbe Grafik lässt sich für die sekundäre Beanspruchung erstellen, Abbildung 64. Der Graph nimmt einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie bei der primären Beanspruchung in Abbildung 63 an. Interessant ist, dass auch hier der Tangentenmodul auf etwa 69,5 % des ursprünglichen Elastizitätsmoduls abfällt. Für den Tangentenmodul zwischen 0 % und 1 % plastische Dehnung liegt keine Messung vor. Anhand des Kurvenverlaufs ist hier allerdings anzunehmen, dass dieser nicht wie im primären Fall bei 78.560 MPa liegt, sondern bei etwa 71.118 MPa.

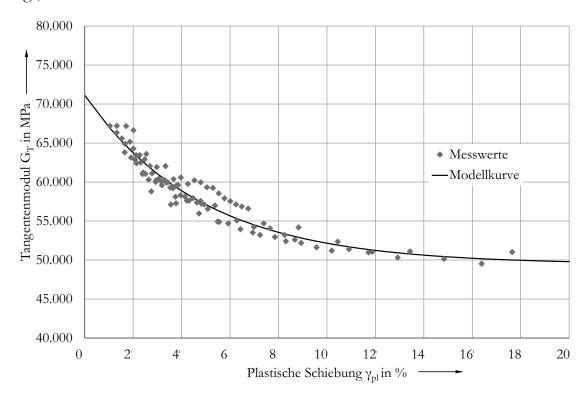


Abbildung 64: 54SiCr6 – Tangentenschubmodul nach sekundärer Beanspruchung

Mathematisch ist ebenfalls eine Beschreibung anhand Gleichung (7-15) möglich; die entsprechenden Parameter sind wie folgt zu wählen.

$$G_0 = G_{0,4} = 71.118 \, MPa, G_a = G_{a,2} = 49.455 \, MPa$$
 und  $C_0 = C_{0,2} = 20.82$ 

Das Bestimmtheitsmaß der Modellkurve zu den Messwerten beträgt  $R^2 = 92,6 \%$ .

Verglichen mit dem Verlauf der Tangentenmodulkurven der Zug-/Druckversuche lässt sich ein charakteristisch gleicher Verlauf feststellen, welcher sich mit dem gleichen mathematischen Ansatz nach YOSHIDA et al. beschrieben werden kann. Sowohl die Tangentenmoduli der Zug-/Druckversuche als auch die Tangentenschubmoduli der Torsionsversuche fallen auf ein Niveau zwischen 68,5 % bis 69,5 % ab. Folgende Grafik zeigt die bezogenen Tangentenschubmoduli für die Torsionswechselversuche. Auffällig ist, insbesondere im Vergleich zur Abbildung 48, dass die Kurven für primäre und sekundäre Beanspruchung nicht deckungsgleich sind. Dies ist hauptsächlich auf die ungleichmäßige Beanspruchung über dem Querschnitt zurückzuführen: Die Randfasern sind bei der Torsionsbeanspruchung der größten Dehnung ausgesetzt. Beim Zug-/Druckversuch wird der Querschnitt überall gleich deformiert. Somit ist bei Torsionsbeanspruchung eine Überlagerung verschiedener plastischer Zustände vorhanden.

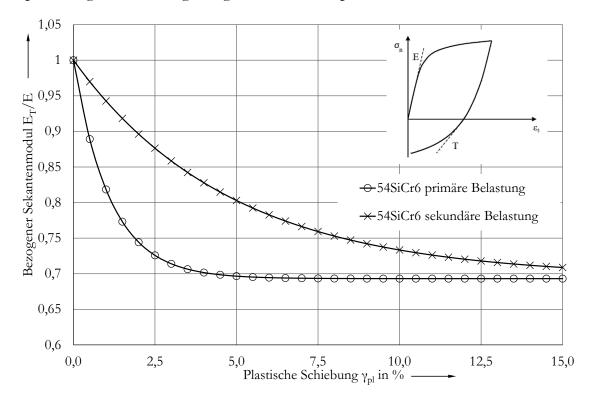


Abbildung 65: Bezogener Sekantenschubmodul für 54SiCr6

#### 7.1.4 Schleifversuche

Im Rahmen der Schleifversuche wird folgendes Versuchsprogramm für den ölschlussvergüteten Federstahl 54SiCr6 durchgeführt, Tabelle 13.

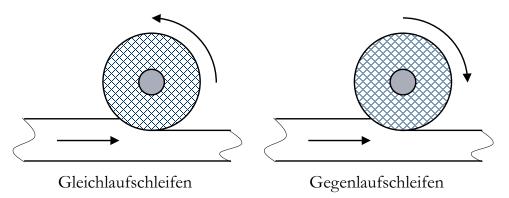


Abbildung 66: Gleichlauf- und Gegenlaufschleifen

Variiert werden die drei Parameter: Zustellung je Hub, Zustellung im Gegenoder Gleichlauf (Abbildung 66) und Einsatz von Kühlschmierstoff. Die Versuche basieren auf den in Abschnitt 6.2.4 beschriebenen Randbedingungen.

	••
<i>Tabelle 13: 54SiCr6 –</i>	TT1 '1, C 11'C 1
1 anelle 12: 24.11(.m) -	U persiont Achieitversuche
100000 13.3100010	Collector Stratellici Strates

Versuchsnum- mer	Kühlschmier- stoff	Gegenlauf/Gleich- lauf	Zustellung je Hub
2016/8	An	Gegenlauf	0,04 mm
2016/9	An	Gegenlauf	0,02 mm
2016/10	An	Gleichlauf	0,04 mm
2016/11	An	Gleichlauf	0,02 mm
2016/12	Aus	Gegenlauf	0,04 mm
2016/13	Aus	Gegenlauf	0,02 mm
2016/14	Aus	Gleichlauf	0,04 mm
2016/15	Aus	Gleichlauf	0,02 mm

Nach erfolgter Zerspanung ergeben sich folgende Eigenspannungen an der Oberfläche in axialer Richtung (0°, graue Balken) sowie in der dazu senkrechten Messrichtung (90°, blaue Balken). Die Spannungsermittlung erfolgt durch Röntgendiffraktometrie (siehe 4.3.3.3). [139]

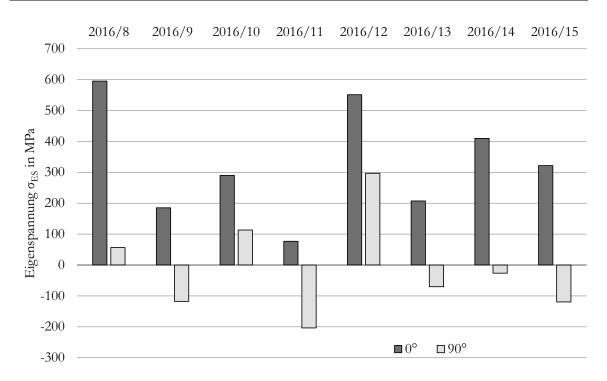


Abbildung 67: 54SiCr6 – Eigenspannungen durch mechanisches Schleifen [139]

## Beobachtungen für die Spannungen in drahtaxialer Richtung:

Folgende Beobachtungen lassen sich für die drahtaxialen Eigenspannungen festhalten: Durch den Prozess des mechanischen Schleifens haben alle acht Proben in drahtaxialer Richtung (0°) ausschließlich bleibende Zugspannungen unterschiedlicher Höhe erhalten. Dies ist auch visuell an den Proben erkennbar, da alle eine Krümmung in derselben Richtung aufweisen, Abbildung 68.

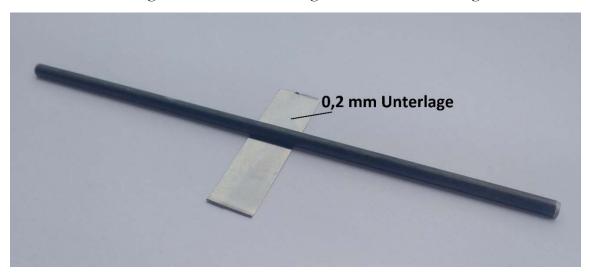


Abbildung 68: 54SiCr6 – Krümmung durch Schleifen [139]

Die axialen Zugspannungen (0°) bei einer Zustellung von 0,04 mm sind stets höher als bei 0,02 mm mit ansonsten gleichen Versuchsparametern. Fast ausnahmslos führt das Schleifen im Gegenlauf zu höheren axialen Zugspannungen als im Gleichlauf. Lediglich beim Vergleich zwischen den Versuchen 2016/13 und 2016/15 trifft dies nicht zu. Der Einfluss des Kühlschmierstoffs auf die axialen Spannungen lässt sich anhand der dargestellten Ergebnisse nicht aussagekräftig herausarbeiten. Qualitativ bestätigen die Ergebnisse die Tatsache, dass bei fehlendem Kühlschmierstoff (2016/12 bis 2016/15) eine höhere thermische Belastung auftritt und dadurch mit höheren Zugspannungen zu rechnen ist.

## Beobachtungen für die Spannungen in zur Drahtachse senkrechten Richtung:

Die zur Drahtachse senkrechten Spannungen haben sowohl positive als auch negative Vorzeichen. Hinsichtlich der Höhe der Zustellung kann festgehalten werden, dass bei der niedrigeren Zustellung von 0,02 mm (eher) mit Zugspannungen zu rechnen ist. Bei der größeren Zustellung je Hub von 0,04 mm ergeben sich ausschließlich Druckspannungen. Findet die mechanische Schleißearbeitung im Gegenlauf statt, ist tendenziell eher mit betragsmäßig niedrigeren Spannungen zu rechnen. Allerdings ist diese Aussage nicht für alle Vergleiche gültig: Versuch 2016/12 weist, absolut gesehen, wesentlich höhere Spannungen auf als Versuch 2016/14. Wie bereits bei den axialen Spannungen lässt sich hinsichtlich der senkrechten Spannungen keine Aussage in Bezug auf den Einsatz von Kühlschmiermittel treffen.

#### 7.1.5 Röntgendiffraktometrie

Zur Bestimmung der Eigenspannungen nach erfolgter Umformung bzw. nach einem mechanischen Schleifen wird auf die Röntgendiffraktometrie zurückgegriffen.

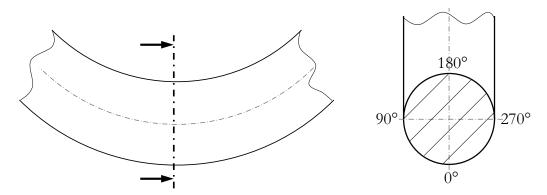


Abbildung 69: Positionen zur Röntgendiffraktometrie

Für verschiedene Proben des Werkstoffs 54SiCr6 werden im Rahmen der Arbeit röntgendiffraktometrische Spannungsermittlungen durch die Firma SCHER-DEL, 95615 Marktredwitz, durchgeführt. Für die genauen Messparameter wird auf die jeweiligen Messprotokolle verwiesen. Im Folgenden werden die einzelnen Proben vorgestellt und die ermittelten Spannungswerte dokumentiert. Für die Benennung der gemessenen Positionen wird folgendes Schema verwendet. Die Positionen 90° und 270° sind gleichwertig; daher wird im Folgenden lediglich 90° verwendet. Beim gebogenen Draht wird die Außenfaser mit 0° und die Innenfaser mit 180° angegeben. Die Ergebnisse der röntgendiffraktometrischen Spannungsermittlung für nachfolgende Versuche sind in Tabelle 14 dargestellt.

<u>Probe 2015/58:</u> Hierbei handelt es sich um eine Drahtprobe mit 4 mm Durchmesser, welche direkt aus dem gelieferten Material herausgetrennt ist. Die Probe ist mechanisch unbehandelt, das heißt, es liegt keine Umformung und keine zerspanende Bearbeitung vor – die Probe ist gerade.

Theoretisch ist der Draht durch seinen Herstellungsprozess eigenspannungsfrei. Die untersuchte Probe hingegen weist Spannungen in der Randfaser bis etwa 75 MPa auf. Dies ist auf zwei Ursachen zurückzuführen. Zum einen ist eine absolute Spannungsfreiheit durch den Ölschlussvergütungsprozess praktisch nicht möglich. Zum anderen hat die Röntgendiffraktometrie als Spannungsmessverfahren eine nicht unerhebliche Streuung von etwa +/- 50 MPa. Aus diesen Gründen sind die Ergebnisse in Tabelle 14 durchaus denkbar.

<u>Probe 2015/59:</u> Diese Drahtprobe entstammt aus demselben Halbzeug-Coil wie die Probe 2015/58 und hat ebenfalls einen Durchmesser von 4 mm. Der Draht hat einen Vorrolldurchmesser von 200 mm.

<u>Probe 2016/10:</u> Der 4 mm Draht hat wie die Probe 2015/59 einen Vorrolldurchmesser von 200 mm erfahren. Anschließend erfolgte ein Aufrollen der Probe auf einen Enddurchmesser von 300 mm. Für die Eigenspannungsmessung liegen lediglich für die Außenfaser (0°) und die Innenfaser (180°) Ergebnisse vor.

<u>Probe 2015/IL:</u> Der 4 mm Draht hat einen Vorrolldurchmesser von 48 mm und keinen Aufrolldurchmesser. Für die Eigenspannungsmessung liegen lediglich für die Außenfaser (0°) und die Innenfaser (180°) Ergebnisse vor.

<u>Probe 2016/11:</u> Der 4 mm Draht hat dieselbe Umformgeometrie wie 2016/10. Für die Eigenspannungsmessung liegen lediglich für die Außenfaser (0°) und die Innenfaser (180°) Ergebnisse vor.

Tabelle 14: 54SiCr6 – Ergebnisse Röntgendiffraktometrie

Versuch	Spannung 180° [MPa]	Spannung 90° [MPa]	Spannung 0° [MPa]
2015/58	-74,5	14,5	-69,9
2015/59	612,8	17,3	-401,2
2016/10	-2,2	N. V.	-77,3
2015/IL	485,6	N. V.	-534,2
2016/11	8,1	N. V.	-53,3

An den Ergebnissen lässt sich sehr gut die nicht zu vernachlässigende Messungenauigkeit erkennen. Da es sich um einen kreisrunden Draht handelt, sollte die Spannung theoretisch bei 0° und bei 180° dem Betrage nach identisch sein. Problematisch bei der Spannungsmessung sind insbesondere die doppelt gewölbte Oberfläche und die Handhabung der Probe, da Stöße an der Oberfläche bereits zu einer Spannungsänderung führen können. Die Ergebnisse werden trotzdem für die Verifikation der numerischen und analytischen Ergebnisse in Ziffer 7.2 und 7.3 verwendet.

## 7.1.6 Ergebnis der empirischen Untersuchung

Die vorliegende empirische Untersuchung des Werkstoffs hat zum Ziel, die Charakteristik des Werkstoffs aufzuzeigen und diese zu quantifizieren. Die gewonnenen Erkenntnisse stellen die Grundlage für die anschließend folgende numerische und analytische Beschreibung des Umformprozesses dar. Ausgehend von den Versuchsergebnissen der Zug-/Druckhysteresen werden zusätzlich zu den klassischen Werkstoffgrößen Elastizitätsmodul, Streckgrenze und Zugfestigkeit zusätzliche Kenngrößen, die das plastische Werkstoffverhalten betreffen, beschrieben. Zum einen sind dies die drei BAUSCHINGER-Kenngrößen: die plastische Rückverformung, der Tangentenmodul und die Beschreibung der Sekundärfließkurve. Die Auswertung der Versuche zeigt, dass vorgenannte Kenngrößen nicht durch konstante Werte beschrieben werden können, sondern jeweils Funktionen in Abhängigkeit der plastischen Verformung darstellen. Für alle drei Kenngrößen werden entsprechende Formulierungen bereitgestellt. Die Ergebnisse der Zug-/Druckversuche werden durch die Ergebnisse der Torsionswechselversuche untermauert, was die Charakteristiken der plastischen Rückverformung und des Tangentenmoduls betrifft. Für beide Kenngrößen kommen die Auswertungen der Torsionsversuche zu gleichen Resultaten. Ebenso stützen die

durchgeführten Biegewechselversuche die gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich der Ver- und Entfestigungsmechanismen. Auf Basis der Versuchsergebnisse ist die Herausbildung weiterer bereits bekannter oder ggf. zu entwickelnder Kenngrößen möglich, aber aufgrund der Problemstellung keinesfalls nötig.

Zusätzlich werden die Eigenspannungen für ausgewählte Konfigurationen des mechanischen Schleifens vorgestellt. Bei diesen Ergebnissen steht lediglich die grobe Quantifizierung im Vordergrund; konkrete Gesetzmäßigkeiten lassen sich aufgrund der wenigen Versuche nicht ableiten.

Abschließend werden verschiedene Umformkonstellationen mittels röntgendiffraktometrischer Messung hinsichtlich ihrer Eigenspannungen untersucht. Diese Ergebnisse stellen eine Grundlage zur Verifikation der in den folgenden Kapiteln betrachteten numerischen und analytischen Berechnungen dar.

Die Güte der verwendeten Modellfunktionen für die einzelnen Kenngrößen ist in Form des Bestimmtheitsmaßes angegeben. Für alle hier betrachteten Modellfunktionen haben die Bestimmtheitsmaße Werte zwischen 92 % und 100 %. Dies bedeutet, dass das mathematische Modell eine entsprechend hohe Qualität der Approximation für die jeweiligen Messwerte hat. Für zukünftige Untersuchungen an anderen Werkstoffen ist die Güte des Modells, also die Übereinstimmung der Modellkurve mit den Messwerten mitunter von entscheidender Bedeutung. Letztlich lässt sich hierfür keine eindeutige Aussage hinsichtlich dem mindestens erforderlichen Bestimmtheitsmaß abgeben. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Untergrenze für das Bestimmtheitsmaß auf 90 % festgelegt. Letztlich ist dies von der gewünschten Ergebnisgenauigkeit bezogen auf die Anwendungssituation abhängig.

#### 7.2 Numerische Methoden

Unter Ziffer 7.1 ist die Untersuchung des Werkstoffverhaltens an den Werkstoffbeispielen 54SiCr6 und C45E+N und die allgemeingültige Bestimmung bzw. Generierung der für die Beschreibung nötigen Kenngrößen dokumentiert. Aufbauend auf dieser Charakterisierung ist nun die Beschreibung des Umformprozesses durchzuführen. Hierfür sind im Rahmen dieser Arbeit zwei mögliche Ansätze vorgesehen, nämlich die numerische Simulation und die analytische Berechnung. Vorliegendes Kapitel stellt die Ergebnisse der numerischen Simulation des Umformvorgangs vor. Im Vordergrund der Untersuchung steht die generelle Eignung der numerischen Methode, die empirisch ermittelte Spannungsund Dehnungscharakteristik des Umformproblems korrekt abzubilden. Ziel ist eine hinreichend genaue Berücksichtigung aller werkstofftechnisch auftretenden

Mechanismen. Insbesondere die Implementierung bzw. Berücksichtigung des BAUSCHINGER-Effekts (siehe 7.1) in den vorhandenen Materialmodellen steht hierbei im Fokus. Eine hinreichend genaue Beschreibung liegt vor, wenn die (Eigen-)Spannungen und Dehnungen während des gesamten Umformprozesses möglichst realitätsgetreu bestimmbar sind. Grundlage für die numerische Untersuchung sind die unter Ziffer 6.3 vorgestellten Modelle. Ausgangsbasis sind die Versuche mit dem Werkstoff 54SiCr6, da hier die auftretenden Effekte im Vergleich zum C45E+N stärker ausgeprägt sind.

#### 7.2.1 Materialkarte MAT003

Das Materialmodell MAT003 (plastisch-kinematisches Materialmodell) wird durch eine elastische Gerade (HOOKEscher Bereich) und eine plastische Gerade (Tangentenmodul) beschrieben, Abbildung 70.

Der Tangentenmodul E<sub>t</sub> wird entsprechend der durchgeführten Zugversuche nach der Methode der kleinsten Quadrate gebildet. Folgende Tabelle zeigt die verwendeten Werkstoffwerte.

Tabelle 15: MAT003 – Werkstoffwerte

Streckgrenze	Elastizitätsmodul	Tangentenmodul	Beta β
[MPa]	[MPa]	[MPa]	[-]
1.749	206.000	8.393	0,0

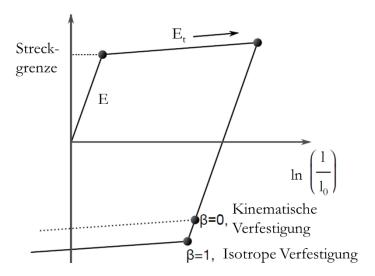


Abbildung 70: Materialmodell MAT003 [143]

Zusätzlich zu den Parametern in Tabelle 15 stellt das Materialmodell den β-Parameter für die Beschreibung des Verfestigungsverhaltens zur Verfügung. Anhand der bereits durchgeführten Zug-/Druckversuche aus Kapitel 7.1.1 ist bekannt, dass beim Werkstoff 54SiCr6 ein stark ausgeprägter BAUSCHINGER-Effekt vorliegt. Daher muss der β-Parameter auf seinen kleinsten Wert, hier Null, festgelegt werden, Abbildung 70.

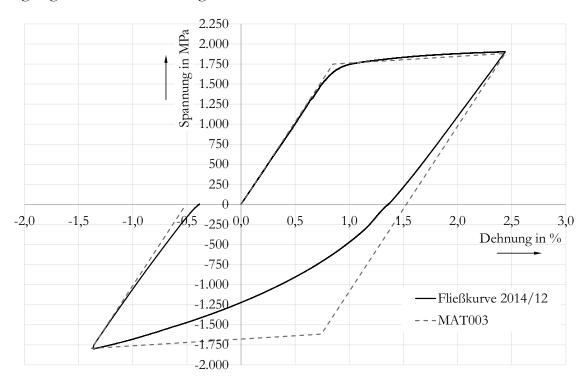


Abbildung 71: Materialmodell MAT003 – Vergleich Versuch und FEM

Um die Eignung des Materialmodells zu prüfen, wird ein Vergleich der Finite-Elemente Ergebnisse unter Verwendung des Modells aus 6.3.1 zu den Versuchsergebnissen aus 7.1 durchgeführt. Dieser zeigt, dass im Bereich der primären Beanspruchung (Phase 1) eine gute bzw. akzeptable Übereinstimmung vorliegt. Der primäre Entlastungsbereich (Phase 2) hingegen lässt deutlich erkennen, dass die plastische Rückverformung durch das Modell nicht berücksichtigt werden kann, da hierfür keine Parameter vorliegen. Erhebliche Abweichung von den Versuchswerten ist im Bereich der sekundären Beanspruchung (Phase 3) zu erkennen. Das maximal mögliche Herabsetzen der sekundären Fließgrenze durch die Wahl der kinematischen Verfestigung ( $\beta = 0$ ) führt nicht zum gewünschten Verlauf der sekundären Fließkurve. Die sekundäre Wegnahme der Beanspruchung (Phase 4) zeigt ebenfalls das Fehlen der plastischen Rückverformung. Das

Materialmodell MAT003 ist aus den besagten Gründen für eine Simulation des plastischen Verhaltens daher ungeeignet [140, 141, 155].

#### 7.2.2 Materialkarte MAT024

Das Materialmodell MAT024 (teilweise linear-plastisches Materialmodell) stellt in gewissem Maß eine Erweiterung des MAT003 dar. Der plastische Bereich der Fließkurve lässt sich entweder durch acht Stützpunkte oder durch eine separat definierte Kurve darstellen. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung werden acht Stützpunkte verwendet, Tabelle 16. Die plastische Dehnung dieser Stützpunkte ist auf den Fließbeginn bezogen, das heißt der erste Punkt markiert den Fließbeginn und hat demnach keine plastische Dehnung.

Tabelle 16: MAT024 – Stützpunkte für plastische Fließkurve

Spannung [MPa]	1.618	1.734	1.763	1.783	1.799	1.824	1.861	1.961
Plast. Dehnung [%]	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	1,0	3,0

Eine Berücksichtigung des Verfestigungsverhaltens wie beispielsweise durch den β-Parameter beim MAT003 ist nicht möglich. Entsprechend stellt sich folgende Fließkurve bei der Simulation des Zug-/Druckversuchs 2014/12 ein, Abbildung 72.

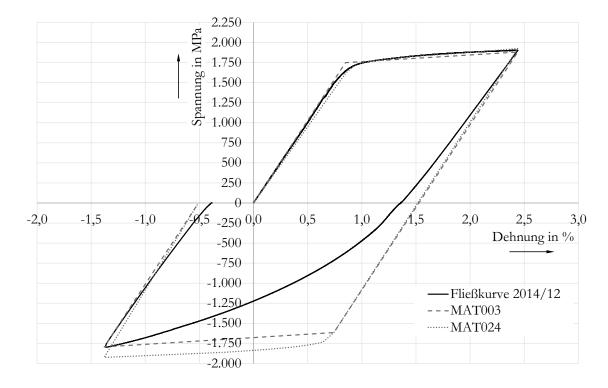


Abbildung 72: Materialmodell MAT024 – Vergleich Versuch und FEM

Der Vergleich zwischen der Fließkurve des Versuchs und des FE-Modells führt zu einem ähnlichen Ergebnis wie beim Materialmodell MAT003 [140, 141]. Durch die acht Stützstellen ist der Bereich der primären Beanspruchung (Phase 1) sehr gut abgebildet. Bei Betrachtung der primären Wegnahme der Beanspruchung (Phase 2) zeigt sich allerdings auch hier keine Berücksichtigung der plastischen Rückverformung, da ebenfalls keine Parameter hierfür vorgesehen sind. Die Abweichung im sekundären Beanspruchungsbereich (Phase 3) ist noch größer als dies beim Materialmodell MAT003 der Fall ist, da die Fließkurve anhand der Stützpunkte aus Tabelle 16 gebildet wird. Durch die fehlende Berücksichtigung des Ver- bzw. Entfestigungsverhaltens (vgl. 7.2.1) entsteht eine noch größere Abweichung im Vergleich zu den Versuchsdaten. Analog der Phase 2 fehlt auch in Phase 4 die Möglichkeit zur Abbildung der plastischen Rückverformung. Die Anwendung des Materialmodells MAT024 auf das zu behandelnde Problem führt aus diesen Gründen ähnlich dem Materialmodell MAT003 zu unzureichenden Ergebnissen [140, 141, 155].

#### 7.2.3 Materialkarte MAT125

Das Materialmodell MAT125 basiert auf dem nichtlinearen Verfestigungsmodell nach YOSHIDA [148, 156]. Dieses Modell stellt eine Weiterentwicklung bereits existierender Materialmodelle (wie beispielsweise nach PRAGER CHABOCHE) dar, welches mehrere Effekte aus dem Bereich der Ver- und Entfestigung und speziell den BAUSCHINGER-Effekt berücksichtigt. Für eine umfangreiche Beschreibung der berücksichtigten Effekte wird auf die Publikation von YOSHIDA et al. [148] verwiesen. Das Materialmodell verfügt über eine Vielzahl an Parametern zur Gestaltung des Werkstoffverhaltens. Da dies manuellanalytisch nur eingeschränkt durchführbar ist, wird üblicherweise eine numerische Parameteroptimierung durchgeführt. Hierzu wird im Rahmen der vorliegenden Untersuchung auf das Programm LS-Opt von Livermore zurückgegriffen. Grundlage für die Parameteroptimierung sind entsprechend durchgeführte experimentelle Versuche [157]. Diese werden im Rahmen einer Finite-Elemente-Berechnung numerisch nachgestellt und die beiden Resultate (in diesem Fall die Spannungs-Dehnungs-Diagramme und Kraft-Weg-Diagramme) verglichen [140].

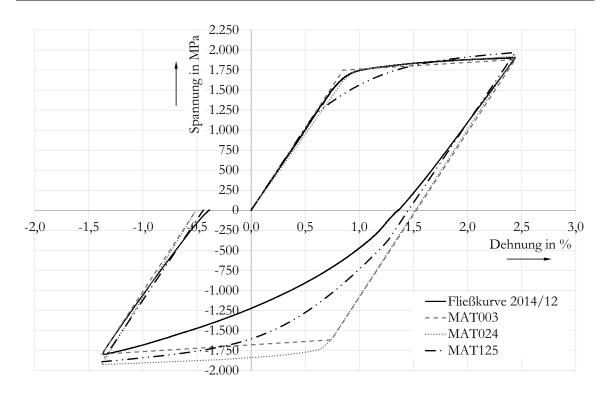


Abbildung 73: Materialmodell MAT125 – Vergleich Versuch und FEM [141]

Anschließend führt der Programmalgorithmus eine iterative Anpassung der Werkstoffparameter durch, um die Abweichung zwischen Versuch und numerischem Materialmodell zu minimieren. Der Vergleich zwischen der optimierten Materialkurve und dem tatsächlichen Versuch ist in Abbildung 73 dargestellt. Die durch die Parameteroptimierung des Werkstoffmodells resultierende Fließkurve hat einen charakteristisch anderen Verlauf als die der MAT003 und MAT024 Modelle. Insbesondere der Fließbeginn bei der primären Beanspruchung setzt wesentlich früher ein. Dies führt dazu, dass beim MAT125 Modell bereits in Phase 1 eine signifikante Abweichung festzustellen ist. Die Fließkurve lenkt mit zunehmender plastischer Dehnung in die experimentelle Kurve ein. Bei der primären Wegnahme der Beanspruchung (Phase 2) ist ebenfalls ein lineares Verhalten festzustellen, was somit keine Berücksichtigung der plastischen Rückverformung zulässt. Bei der sekundären Beanspruchung nimmt die Fließkurve dem Betrage nach, wenn auch nicht so gravierend wie bei den MAT003 und MAT024 Modellen, ebenfalls höhere Werte als die experimentelle Fließkurve an. Generell ist die Abweichung des optimierten Werkstoffmodels für eine aussagekräftige Simulation des Ausgangsproblems auch bei diesem Modell zu hoch. Das YOSHIDA Werkstoffmodell basiert unter anderem auf folgenden Zusammenhängen, Abbildung 74.

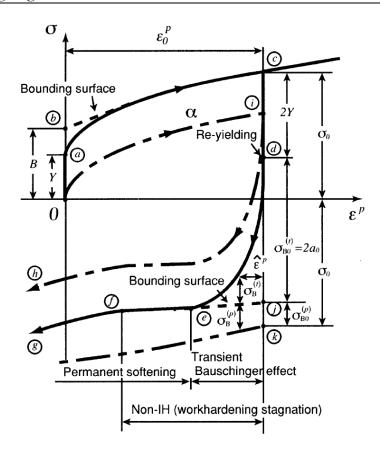


Abbildung 74: Yoshida-Materialmodell [148]

Der Fließbeginn (in Abbildung 74 mit Y ausgewiesen) bei sekundärer Beanspruchung (Re-yielding) kann frühestens nach einer Spannungsdifferenz zwischen maximaler primärer Spannung und erneuter Fließgrenze von 2Y eintreten. Aufgrund des flachen Verlaufs der Fließkurve im plastischen Bereich und des niedrigen Fließbeginns bei sekundärer Beanspruchung trifft dieses Kriterium beim Werkstoff 54SiCr6 nicht zu. Dies erklärt auch den Verlauf der parameteroptimierten MAT125 Kurve hinsichtlich der niedrigen Fließgrenze im primären Lastbereich: Ein höherer primärer Fließbeginn hätte eine wesentlich höhere Fließgrenze im sekundären Bereich zur Folge. Zusätzlich müsste die Fließkurve im plastischen Bereich einen flacheren Verlauf einnehmen, was in letzter Konsequenz in einem ähnlichen Verlauf wie die MAT003 und MAT024 Kurven münden würde.

# 7.2.4 Ergebnis der numerischen Untersuchung

Im Rahmen der numerischen Simulation liegen Ergebnisse für die Materialmodelle MAT003, MAT024 und MAT125 vor. Das Programmpaket LS-DYNA beinhaltet darüber hinaus noch weitere Werkstoffmodelle welche allerdings entweder auf denselben Annahmen wie die genannten Modelle basieren oder für die

vorliegende Umformthematik ungeeignet sind. Durch den Abgleich der Simulationsergebnisse mit den vorhandenen Daten der experimentellen Untersuchung kann gezeigt werden, dass eine Simulation des zweistufigen Drahtrollbiegevorgangs mit dem Werkstoff 54SiCr6 zu keinen befriedigenden Ergebnissen führt: Die beiden Modelle MAT003 und MAT024 bieten nur unzureichende Möglichkeiten zur Berücksichtigung der benötigten Werkstoffeffekte; das Modell MAT125 hingegen bietet zwar die Möglichkeit der Berücksichtigung aller Effekte, verfügt aber über inhärente Randbedingungen, die eine Anwendung auf das Umformproblem ausschließen [158]. In 7.1.5 sind die Ergebnisse der Eigenspannungsmessung an der Randfaser aufgelistet und werden in Abbildung 94 dargestellt. Bei den Versuchen 2016-10 und 2016/11 werden in der äußeren Randfaser zwischen -77 MPa und -8 MPa ermittelt, was aufgrund der Messungenauigkeit der Röntgendiffraktometrie als nahezu Null gedeutet werden kann. Für diese beiden Versuche sind ein Vorrolldurchmesser von  $D_{Vor,1} = 102 \text{ mm}$ und einem Aufrolldurchmesser D<sub>Fertig,3</sub> = 550 mm gewählt, was zu einem rückgefederten Durchmesser nach Primärbeanspruchung von  $D_{Vor,2} = 200$  mm und nach Sekundärbeanspruchung von D<sub>Fertig,4</sub> = 300 mm führt. Die numerisch berechneten Eigenspannungsverläufe für MAT003 und MAT125 sind nachstehend dargestellt.

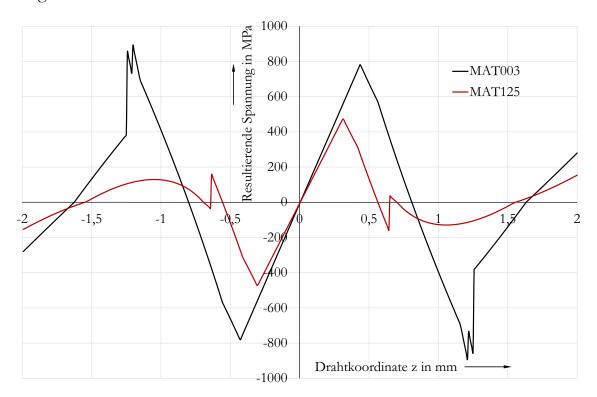


Abbildung 75: Resultierende Eigenspannungsverläufe für MAT003 und MAT125

Die resultierenden Randfasereigenspannungen weichen von der gemessenen praktischen Eigenspannungsfreiheit ab. Zudem stellen sich bei identischen Vorund Aufrolldurchmesser andere Durchmesser nach der erfolgten Rückfederung ein, siehe Tabelle 17.

Tabelle 17: Rückfederungsdurchmesser

Modell	D <sub>Vor,1</sub> [mm]	D <sub>Vor,2</sub> [mm]	D <sub>Fertig,3</sub> [mm]	D <sub>Fertig,4</sub> [mm]
Fertigung	102	200	550	300
MAT003	102	200	550	227,84
MAT125	102	188,54	550	267,72

Um dieselben rückgefederten Durchmesser zu erhalten, sind die Vor- und Aufrolldurchmesser bei der numerischen Simulation anzupassen, Tabelle 18. Dies führt allerdings auch zu veränderten resultierenden Eigenspannungsverläufen, welche in Abbildung 76 dargestellt sind.

Tabelle 18: Rückfederungsdurchmesser mit modifizierten Vor- und Aufrolldurchmessern

Modell	$\mathbf{D}_{\mathrm{Vor,1}}$ [mm]	$D_{Vor,2}$ [mm]	D <sub>Fertig,3</sub> [mm]	D <sub>Fertig,4</sub> [mm]
Fertigung	102	200	550	300
MAT003	102	200	2500	300
MAT125	106	200	729	300

Es zeigt sich, dass die Abweichungen im Eigenspannungsverlauf als auch hinsichtlich der Wahl des Vor- und Aufrolldurchmessers erheblich sind und somit die realen Verhältnisse nicht abbilden können. Es ist zu erwarten, dass zukünftige Materialmodelle wie beispielsweise MAT165B zu besseren Resultaten führen können. Zum Zeitpunkt der Untersuchung stehen diese allerdings nicht zur Verfügung. Ein einstufiger Umformvorgang hingegen ist durch die vorhandenen Materialmodelle sehr gut abbildbar, da die numerischen Fließkurven im primären Beanspruchungsbereich eine befriedigende Übereinstimmung aufweisen.

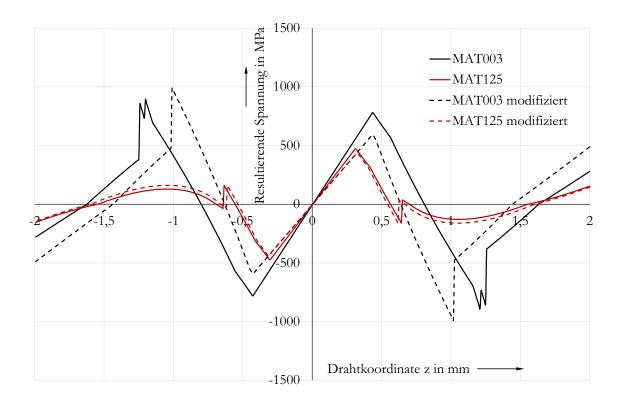


Abbildung 76: Resultierende Eigenspannungsverläufe für MAT003 und MAT125 modifiziert

## 7.3 Analytische Methoden und Modell

Der vorangegangene Abschnitt 7.2 zeigt, dass eine numerische Simulation des Umformvorgangs unter Berücksichtigung der vorgestellten Materialcharakteristik nur mit erheblichen Einschränkungen hinsichtlich der Ergebnisqualität möglich ist. Zusätzlich würden bei einer Finite-Elemente-Berechnung die allgemein bekannten Schwierigkeiten der hohen Rechenzeit und der teilweise komplexen Entscheidungen im Rahmen der Modellerstellung auftreten.

Alternativ zur numerischen Finite-Elemente-Methode wird im folgenden Abschnitt der zweite Lösungsweg aus Abbildung 3 vorgestellt. Hierbei handelt es sich um einen analytischen Berechnungsansatz zur Bestimmung der Spannungen und Dehnungen während und nach dem Umformprozess. Aufbauend auf dem allgemeinen Biegespannungsmodell aus 5.4 sind umfangreiche Modifikationen bzw. Erweiterungen nötig, welche zuerst unter Ziffer 7.3.1 besprochen werden. Dazu wird auf die bereits bekannte und verwendete Nomenklatur aus Abbildung 19 zurückgegriffen. Analog dieser Konvention wird jede der vier Phasen des Umformvorgangs, zunächst für sich alleine, analytisch beschrieben (Ziffer 7.3.2 bis 7.3.5). Ergänzend wird unter Ziffer 7.3.6 die Ermittlung des nichtlinearen Rückfederungsverhalten vorgestellt, welches für die Phase 2 in 7.3.3 und die

Phase 4 in 7.3.5 notwendig ist. Anschließend erfolgt in Ziffer 7.3.7 die obligatorische Zusammenführung dieser einzelnen Module zu einem Gesamtalgorithmus. Der Abschnitt beinhaltet ebenfalls eine Übersicht des Algorithmus in Abbildung 89. Aufbauend auf diesem Gesamtalgorithmus erfolgt unter Ziffer 7.3.8 die Vorstellung der einzelnen Optimierungsbedingungen. Im Rahmen dieser Arbeit werden drei Optimierungsbedingungen vorgestellt, die aber keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben, sondern, bezogen auf die Fertigung von Kolbenringen und Drahtwälzlagerringen, als wahrscheinlichste Vertreter gelten.

## 7.3.1 Modifiziertes Biegespannungsmodell

Der Abschnitt 5.4 stellt das allgemein bekannte Biegespannungsmodell vor. Dieses Modell beinhaltet einige Vereinfachungen, die allerdings bei der Anwendung auf die meisten Biegeproblemstellungen unproblematisch sind und daher keine nennenswerte Auswirkung auf das Ergebnis haben. Dies trifft insbesondere auf Werkstoffe ohne ausgeprägten BAUSCHINGER-Effekt zu. Problematisch hinsichtlich der Anwendung des allgemein bekannten Biegespannungsmodells (Ziffer 5.4), bezogen auf die hier zu betrachtende Situation mit mehrmaliger plastischer Biegebeanspruchung, ist die Voraussetzung von ausreichend vorhandenen elastischen Tragreserven in sekundärer Beanspruchungsrichtung nach einer bereits erfolgten primären plastischen Beanspruchung. Dieser Sachverhalt ist nicht selbstredend und wird im Folgenden genauer diskutiert. Bei der Biegung des Drahts stellen sich üblicherweise an der Drahtaußenseite (dies ist die Seite, welche vom Krümmungsmittelpunkt abgewandt ist) während der Belastung Zugspannungen ein. Sofern diese Dehnung die Fließdehnung überschreitet, führt dies zu einer plastischen Deformation in der Randfaser. Bei der anschließenden Wegnahme der Beanspruchung führt das sich einstellende Rückstellmoment zu Rückfederungsspannungen mit entgegengesetztem Vorzeichen wie bei den Beanspruchungsspannungen was auch der Grund für die auftretende Rückfederung ist. Analog den Ausführungen in 5.4 entsteht durch die Superposition von plastischer Beanspruchungsspannung und Rückfederungsspannung in den Randbereichen ein Vorzeichenwechsel zur Beanspruchungsspannung, was bei der vorliegenden Zugspannung an der Drahtaußenseite nach Überlagerung mit der Rückfederungsspannung eine resultierende Druckeigenspannung zur Folge hat. Das allgemeine (klassische) Biegespannungsmodell, wie in Abschnitt 5.4 vorgestellt, geht nun von einem ausreichend linear-elastischem HOOKEschen Bereich der sekundären Fließkurve (im hier betrachteten Fall der Außenfaser also der Druckbereich der Fließkurve) aus. Solange sich die durch das Rückstellmoment verursachte Spannung im elastischen Bereich der sekundären Fließkurve befindet, ist diese Annahme erfüllt und das allgemeine (klassische) Biegespannungsmodell kann ohne Einschränkung angewendet werden, Abbildung 77 links.

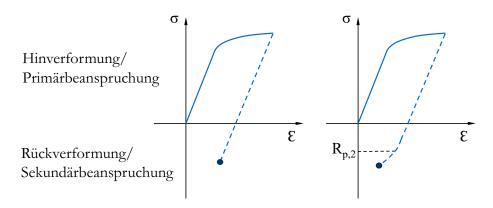


Abbildung 77: Vorzeichenwechsel durch Rückstellmoment (links elastisch, rechts elastisch-plastisch)

Uberschreitet die Rückstellspannung allerdings die Elastizitätsgrenze der Sekundärfließkurve, liefert das Modell fehlerhafte Ergebnisse, Abbildung 77 rechts. Das allgemeine Modell lässt sich bei vielen, insbesondere duktilen Stählen problemlos anwenden. Ist allerdings, wie bei den im Rahmen der vorliegenden Arbeit betrachteten Werkstoffen ein ausgeprägter BAUSCHINGER-Effekt vorhanden, ist die Annahme des ausreichend elastischen Bereichs der sekundären Fließkurve nicht mehr zutreffend: Durch das Vorhandensein des BAUSCHINGER-Effekts findet eine signifikante Herabsetzung der sekundären Fließgrenze statt. Im Fall des 54SiCr6 beträgt diese von ursprünglich 1.680 MPa noch lediglich etwa 300 MPa, beim C45E+N von 340 MPa noch etwa 130 MPa, was einer verhältnismäßig geringen elastischen Tragreserve entspricht (siehe 7.1.1). Durch diese Herabsetzung ist ein Überschreiten der sekundären Fließgrenze durch das Rückstellmoment und der daraus resultierenden Rückstellspannungen in Phase 2 wahrscheinlich, was ein erneutes (Rück-)Plastifizieren des Werkstoffs beim Rückfederungsvorgang zur Folge hat. Die Annahme der rein elastischen Rückfederung, wie sie in Abbildung 27 dargestellt ist, wird für die folgenden Betrachtungen zur sogenannten elastisch-plastischen Rückfederung weiterentwickelt, Abbildung 78.

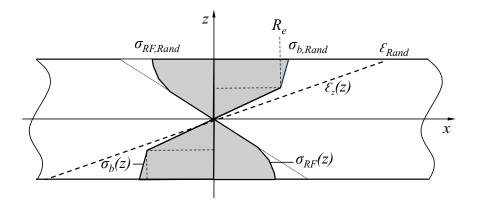


Abbildung 78: Elastisch-plastische Rückfederung bei elastisch-plastischer Biegung

Der Verlauf der Rückstellspannungen durch das Rückstellmoment hat nun nicht mehr den linearen Verlauf über den Querschnitt (dünne Linie), sondern orientiert sich an der sekundären Fließkurve. Durch die Superposition der Spannungen mit Gleichung (5-22) ergibt sich ein veränderter Verlauf der resultierenden Eigenspannungen  $\sigma_{ES}(z)$ . Entsprechend kann Abbildung 28 nun nur noch als qualitative Orientierung dienen; der Eigenspannungsverlauf an sich wird insbesondere in den Randbereichen keinen linearen Verlauf mehr annehmen. Für die folgenden Berechnungen werden unterschiedlich definierte Dehnungswerte verwendet. Abbildung 79 zeigt diese Dehnungen und ihren jeweiligen Bezug. Dabei kann generell gesagt werden, dass die "Res-Dehnungen" (=Resultierende absolute Dehnung nach Abschluss einer Phase) stets auf den absoluten Koordinatenursprung bezogen sind. Die "Ges-Dehnungen" (=Gesamte Dehnung, bezogen auf den Endzustand der vorherigen Phase) und "RF-Dehnungen" (=Rückfederungsdehnungen) hingegen beziehen sich stets auf den Endpunkt der zuvor abgeschlossenen Phase, was dem Beginn der aktuellen Phase entspricht.

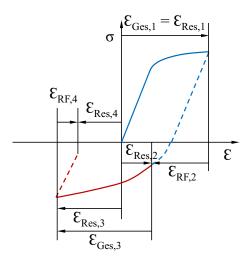


Abbildung 79: Nomenklatur der Dehnungen

In Abbildung 79 sind die primäre Beanspruchung und Wegnahme der Beanspruchung in "blau" (Phase 1 und 2) und die sekundäre in "rot" (Phase 3 und 4) dargestellt. Die Rückfederungsdehnungen (RF) der zweiten und der vierten Phase sind gestrichelt dargestellt und stets auf den Endwert der Entlastungskurve bezogen.

Die Anwendung der im Folgenden vorgestellten mathematischen Modellbildung setzt eine Diskretisierung des Querschnitts voraus. Für jedes diskrete Querschnittselement sind die jeweiligen Dehnungen und Spannungen zu ermitteln. Die Diskretisierung erfolgt, unabhängig der Querschnittsform, anhand eines  $n \times m$  Rasters mit konstanter Elementgröße, Abbildung 80. Im Rahmen der Berechnung werden lediglich die Elemente des Rasters verwendet, welche sich im Drahtquerschnitt befinden. Die folgenden Formulierungen werden daher in allgemeingültiger Form aufgestellt und sind somit für jeden Punkt des Drahtquerschnitts gültig. Dementsprechend sind viele Variablen, insbesondere die Dehnungen und Spannungen, abhängig ihrer y- und z-Koordinate zu verstehen.

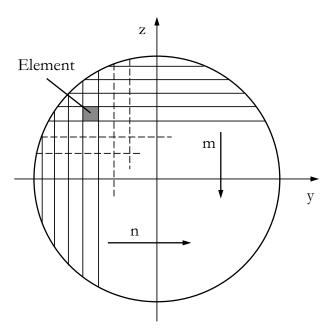


Abbildung 80: Diskretisierung n x m Raster

Um eine bessere Lesbarkeit zu gewährleisten wird für diese positionsabhängigen Variablen folgende vereinfachte Schreibweise verwendet (hier beispielhaft für eine Spannung).

$$\sigma(y,z) = \hat{\sigma} \tag{7-17}$$

Übertragen auf den Biegerollvorgang, wie er bereits unter 4.1 beschrieben ist, entsprechen die Phase 1 und 2 dem sogenannten Vorrollen mit anschließender Entlastung (primäre Beanspruchung). Der fertigungstechnisch durch die Umformrollen #1 bis #3 (siehe Abbildung 5) eingestellte Vorrolldurchmesser wird als D<sub>Vor,1</sub> bezeichnet, die anschließende Rückfederung führt dann zum Durchmesser D<sub>Vor,2</sub>. Durch die Umformrollen #2 bis #4 wird in Phase 3 das sogenannte Fertigrollen auf den Durchmesser D<sub>Fertig,3</sub> realisiert. Sobald der Draht die Umformstufe verlässt findet in Phase 4 die Rückfederung auf D<sub>Fertig,4</sub> statt. Grundsätzlich sind alle Vor- und Fertigrolldurchmesser während des Drahtrollbiegens möglich. Da der Fertigrollvorgang aufgrund der Systematik stets eine Vergrößerung des Ringdurchmessers hat, ist darauf zu achten, dass Dvor,2 kleiner als der rückgefederte Fertigrolldurchmesser D<sub>Fertig,4</sub> ist. Ausgeschlossen wird zudem an dieser Stelle ein Rückfedern nach dem Fertigrollen auf den ursprünglichen Zustand des geraden Drahts, was theoretisch einem Fertigrolldurchmesser von  $D_{Fertig,4} = \infty$  entspricht, oder sogar darüber hinaus  $D_{Fertig,4} < 0$ . Entsprechend sind folgende Randbedingungen einzuhalten.

$$D_{Vor,2} < D_{Fertig,4}$$

$$D_{Fertig,4} > 0$$
(7-18)

Der Durchmesser  $D_{Fertig,3}$  ist von dieser Randbedingung nicht betroffen, da es für entsprechend große Unterschiede zwischen Vorroll- und Fertigrolldurchmesser durchaus nötig sein kann, dass  $D_{Fertig,3}$  kleiner Null gewählt werden muss. Ein negativer  $D_{Fertig,3}$  entspricht einer Biegung über den ursprünglichen geraden Zustand hinaus.

## 7.3.2 Beschreibung der primären Beanspruchung – Phase 1

Im ersten Schritt ist die primäre Fließkurve des Werkstoffs mathematisch zu beschreiben. In Ziffer 5.3 werden verschiedene Möglichkeiten zur mathematischen Beschreibung von Fließkurven besprochen. Von den drei vorgestellten Modellen (Ludwik, Ramberg-Osgood, Polygonzug) ist nach Möglichkeit die Formulierung nach Ludwik zu bevorzugen. Vorteilhaft an dieser Gleichung ist die explizite Trennung zwischen elastischem und plastischem Bereich sowie die einfache Ermittlung der beiden Koeffizienten, welche durch das KQ-Verfahren unterstützt werden kann. Falls die Anwendung der Ludwik-Gleichung nicht ohne vertretbare Einschränkungen möglich ist, sollte die Fließkurve durch einen entsprechend gewählten Polygonzug abgebildet werden. Eine Modellierung durch

das RAMBERG-OSGOOD Modell ist zwar möglich, aber aufgrund der invertierten Formulierung  $\varepsilon(\sigma)$  umständlich in der weiteren Implementierung. Weitere mathematische Modelle, wie beispielsweise nach HOLLOMON, SWIFT, VOCE oder NUTTING und POLLARD sind ebenfalls denkbar, aber meist aufwändiger in der Bestimmung der Koeffizienten (für eine geraffte Übersicht dieser Modelle wird auf THOMAS [116] verwiesen). Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden exemplarisch die beiden Werkstoffe C45E+N und 54SiCr6 behandelt, welche beide mit dem LUDWIK-Modell beschrieben werden. Folgende Abbildung 81 zeigt erneut die Fließkurve des Werkstoffs 54SiCr6, ergänzt um die Fließkurve nach LUDWIK. Die Übereinstimmung der tatsächlichen Messwerte und der Modellkurve weist geringe Abweichungen im Bereich unmittelbar nach Fließbeginn und im mittleren plastischen Bereich (1,5 % bis 3,0 %) auf, welche hier als unkritisch gesehen werden. Alternativ ist eine Beschreibung der Fließkurve durch einen Polygonzug oder eine nicht näher vorgestellte Modellierung möglich. Eine Verbesserung des Ergebnisses, insbesondere durch das Polygonzugverfahren, ist nur unter erheblichem Mehraufwand (sehr hohe Anzahl an Liniensegmenten) möglich.

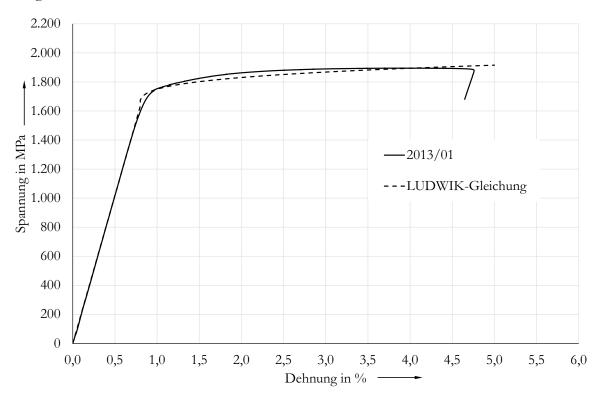


Abbildung 81: 54SiCr6 – Fließkurvenbeschreibung nach LUDWIK (Phase 1)

Für den Werkstoff C45E+N ist eine erneute Darstellung der Kurve nicht nötig, da bereits die Kurve in Abbildung 30 auf der LUDWIK-Gleichung basiert. Die entsprechend gewählten LUDWIK-Parameter für die beiden Modellkurven sind nachstehend zusammengefasst.

Tabelle 19: Phase 1 – LUDWIK-Parameter

Werkstoff	Fließspannung	Fließdehnung	$n_{ m L}$	$\mathbf{C}_{ ext{L}}$
54SiCr6	1618 MPa	0,79 %	0,269	698,4
C45E+N	340 MPa	0,16 %	0,305	513,4

Anhand Gleichung (5-14) kann für jeden Dehnungswert eine entsprechende z-Koordinate im Drahtquerschnitt, bezogen auf die neutrale Faser, berechnet werden. So lassen sich die elastischen und elastisch-plastischen Bereiche der Fließkurve den Abschnitten des Drahtquerschnitts in z-Richtung zuordnen, Abbildung 80.

### 7.3.2.1 Dehnungsberechnung

In 5.4 ist dokumentiert, wie die Dehnung abhängig des gewählten Ringdurchmessers berechnet werden kann. Die mathematische Formulierung (5-14) kann somit unter Berücksichtigung der gewählten Variablenbenennungen wie folgt in allgemeiner Form, abhängig des gewählten Vorrolldurchmessers  $D_{\text{Vor},1}$  und der Koordinate  $\hat{z}$  geschrieben werden.

$$\hat{\varepsilon}_{Ges,1} = \hat{\varepsilon}_{Res,1} = \frac{2\hat{z}}{D_{Vor,1}} \tag{7-19}$$

In der vorliegenden Phase 1 ist die resultierende (Index "Res") und die gesamte Dehnung (Index "Ges") nach Abbildung 79 definiert. Da die Phase 1 im Ursprung des Koordinatensystems beginnt sind, die beiden Dehnungen in dieser Phase identisch und hinsichtlich der Gleichung (7-19) synonym zu verwenden. Deshalb ist es unerheblich, mit welcher der beiden Dehnungswerte in den folgenden Gleichungen (7-20) und (7-21) gerechnet wird. Das hier zu entwickelnde mathematische Modell orientiert sich an der BERNOULLI-NAVIER-Hypothese wonach die Querschnitte bei elastischer und plastischer Biegung eben bleiben [62]. Basierend auf einem bekannten Biegeradius des Drahts lässt sich unter Berücksichtigung dieser Hypothese für jeden beliebigen Punkt des Querschnitts die Dehnung durch einen linearen Verlauf berechnen.

## 7.3.2.2 Spannungsberechnung

Bei der Berechnung der Spannungen ist entscheidend, in welchem Bereich der Fließkurve sich die betrachtete Position befindet. Die Spannung  $\hat{\sigma}_{BS,1}$  für den elastischen Bereich ( $\hat{\varepsilon}_{Ges,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ ) lässt sich über das HOOKEsche Gesetz beschreiben ( $E_{allg}$ : Elastizitätsmodul,  $\sigma_{F,1}$ : Fließgrenze,  $\varepsilon_{F,1}$ : Fließdehnung).

$$\hat{\sigma}_{BS,1} = E_{allg} \cdot \hat{\varepsilon}_{Ges,1} = \sigma_{F,1} \frac{\hat{z}}{a_{F,1}}$$

$$(7-20)$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Ges,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ 

Für den elastisch-plastischen Bereich ist folgende Formulierung für die Spannungsberechnung zu verwenden.

$$\hat{\sigma}_{BS,1} = \left(\sigma_{F,1} + C_L \cdot \left(\left|\hat{\varepsilon}_{Ges,1}\right| - \varepsilon_{F,1}\right)^{n_L}\right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{Ges,1}}{\left|\hat{\varepsilon}_{Ges,1}\right|} \tag{7-21}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Ges,1} > \varepsilon_{F,1}$ 

Der Klammerausdruck der Gleichung setzt sich aus zwei Summanden zusammen: Der erste Summand repräsentiert die Fließspannung  $\sigma_{F,1}$  und ist daher selbstredend. Im zweiten Summand wird die über die Fließgrenze hinaus gehende Spannung anhand der plastischen Dehnung ( $|\hat{\epsilon}_{Ges,1}| - \epsilon_{F,1}$ ) über die LUDWIK-Gleichung berechnet. Um eine allgemeingültige und vom Vorzeichen der Dehnung unabhängige Formulierung zu verwenden, wird der plastische Anteil der Spannungen stets positiv verwendet (hier durch die Betragsfunktion realisiert). Anschließend erfolgt die Multiplikation des Klammerausdrucks mit dem sogenannten Vorzeichenterm, der entweder über den Wert 1 bei Zug- und -1 bei Druckspannungen das Vorzeichen der Spannung steuert.

# 7.3.3 Beschreibung der primären Rückfederung – Phase 2

Die Phase 2 beschreibt den Rückfederungsvorgang, der sich unmittelbar nach Wegnahme der primären Beanspruchung anschließt. Im Rahmen dieses Vorgangs sind vier unterschiedliche Situationen denkbar. Die erste dieser vier Situationen hat in Phase 1 lediglich eine elastische Beanspruchung erfahren, Abbildung 82. Die anderen drei Situationen setzen eine plastische Beanspruchung in Phase 1 voraus, Abbildung 83. Alle vier werden im Folgenden beschrieben. Durch die Biegebeanspruchung in Phase 1 entstehen in Bereichen mit Dehnungen kleiner der Fließdehnung lediglich elastische Spannungen; in den anderen

Bereichen plastische Spannungen. Eine über dem gesamten Querschnitt rein elastische Beanspruchung würde zu einer vollständigen Rückfederung in Phase 2 führen. Nach einer elastisch-plastischen Primärbeanspruchung ist eine komplette Rückfederung des Drahts in den Ausgangszustand des geraden Drahts oder sogar darüber hinaus nicht mehr möglich.

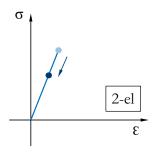


Abbildung 82: Phase 2 – rein elastische Beanspruchung/Entlastung

Die Rückfederung der elastischen Bereiche nach einer elastisch-plastischen Biegebeanspruchung lässt sich im Spannungs-Dehnungs-Diagramm qualitativ mit der Situation [2-el] in Abbildung 82 beschreiben (hellblauer Punkt ist Zustand nach Phase 1, dunkelblauer Punkt ist Zustand nach Phase 2). Im Fall einer vorangegangenen plastischen Beanspruchung der betrachteten Stelle in Phase 1 sind drei unterschiedliche Entlastungssituationen denkbar, Abbildung 83.

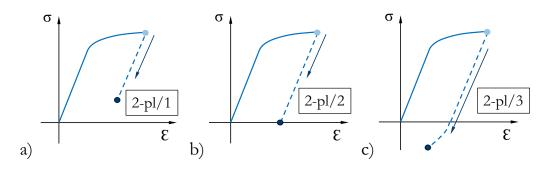


Abbildung 83: Phase 2 – Entlastungsmöglichkeiten nach plastischer Primärbeanspruchung

Das linke Teilbild a), Situation 2-pl/1, in Abbildung 83 zeigt, dass die Rückfederungsspannung (dunkelblauer Punkt) zwar der Spannung (hellblauer Punkt) aus Phase 1 entgegen wirkt, diese aber nicht vollständig kompensiert. Wichtig für die folgenden Berechnungen ist die Tatsache, dass in dieser Konstellation sowohl die primäre Beanspruchung aus Phase 1 als auch die resultierende Spannung nach Rückfederung in Phase 2 dasselbe Vorzeichen haben. Das mittlere Teilbild b), Situation 2-pl/2, zeigt, dass die primäre Beanspruchung durch die Rückfederung vollständig kompensiert wird. Diese Situation entsteht an zwei

Stellen über dem Querschnitt, vergleiche Abbildung 28. In der neutralen Faser liegt im Grunde ebenfalls die Situation vor, dies wird hier aber nicht dazugerechnet, da sowohl Beanspruchung als auch Rückstellspannung den Wert Null haben. Im rechten Teilbild c), Situation 2-pl/3, ist zu sehen, bei der die Rückstellspannung einen größeren Betrag annimmt als die eigentliche Belastungsspannung. Dies hat zur Folge, dass zur Zustandsbeschreibung die sekundäre Fließkurve nötig ist und die resultierende Spannung ein anderes Vorzeichen aufweist als die Belastungsspannung. Nachstehende Abbildung zeigt die möglichen Konstellationen aus der primären Beanspruchung in Phase 1 und der primären Wegnahme der Beanspruchung in Phase 2.

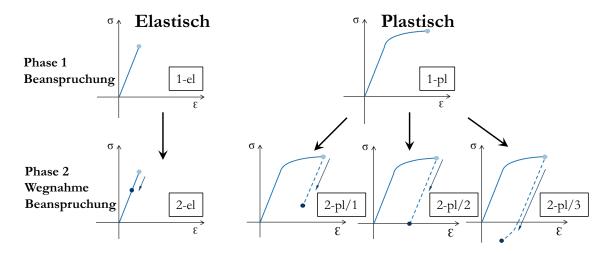


Abbildung 84: Phase 1 und 2 – mögliche Umformkonstellationen

#### 7.3.3.1 Dehnungsberechnung

Beim allgemeinen (klassischen) Biegespannungsmodell nach 5.4 lässt sich die Rückfederungsdehnung aufgrund des linearen Verlaufs analytisch ermitteln. Beim hier entwickelten modifizierten Biegespannungsmodell ist dies aufgrund des nichtlinearen Verlaufs der Sekundärfließkurve nicht mehr möglich. Die Berechnung der sich ergebenden Rückfederungsdehnung  $\hat{\varepsilon}_{RF,2}$  lässt sich nur iterativ durchführen. Dieser iterative Ansatz ist Gegenstand des Abschnitts 7.3.6. Im Vorgriff wird allerdings bereits hier die resultierende Dehnung nach der zweiten Phase formuliert.

$$\hat{\varepsilon}_{Res,2} = \hat{\varepsilon}_{Res,1} + \hat{\varepsilon}_{RF,2} = \hat{\varepsilon}_{Ges,1} + \hat{\varepsilon}_{RF,2}$$
(7-22)

Anschließend lässt sich auch der technisch relevante rückgefederte Drahtringdurchmesser über die Dehnung und die Position jeder beliebigen Stelle des Drahtquerschnitts ermitteln.

$$D_{Vor,2} = \frac{2\hat{z}}{\hat{\varepsilon}_{Res,2}} \tag{7-23}$$

Sowohl für die iterative Berechnung der Rückfederungsdehnung als auch für die Rückfederungsspannungen ist die Kenntnis der jeweiligen Entlastungskurve nötig. Hierbei wird zwischen dem nominellen ( $\hat{\mathcal{E}}_{pl,2,nom}$ ) und dem tatsächlichen Verlauf ( $\hat{\mathcal{E}}_{pl,2,tats}$ ) unterschieden. Der nominelle Verlauf orientiert sich einzig am Elastizitätsmodul und beschreibt somit einen zur HOOKEschen Geraden parallelen Verlauf, auch bekannt als Entlastungsgerade. Für die Beschreibung ist daher der Schnittpunkt mit der horizontalen Dehnungsachse ausreichend. Für die ausschließlich elastisch beanspruchten Bereiche (siehe Abbildung 82) beträgt der nominelle und somit auch der tatsächliche Schnittpunkt mit der Abszisse den Wert Null.

$$\hat{\varepsilon}_{pl,2,nom} = 0 \tag{7-24}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ 

Für die plastisch beanspruchten Bereiche nach Abbildung 83 ergibt sich der Schnittpunkt der Entlastungsgeraden über folgenden Zusammenhang.

$$\hat{\varepsilon}_{pl,2,nom} = \hat{\varepsilon}_{Ges,1} - \frac{\hat{\sigma}_{BS,1}}{E_1} \tag{7-25}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1}$ 

Wird zusätzlich die plastische Rückverformung  $\Delta \varepsilon_{pl,2}^*$  aus Ziffer 7.1.1.1 berücksichtigt, ergibt sich der tatsächliche Verlauf, was der Entlastungskurve entspricht. Für die elastisch beanspruchten Bereiche ist keine plastische Rückverformung zu berücksichtigen und die Gleichung (7-24) kann unverändert weiterverwendet werden.

wobei

$$\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} = \hat{\varepsilon}_{pl,2,nom} = 0$$

$$\hat{\varepsilon}_{Res,1} \le \varepsilon_{F,1}$$
(7-26)

Für die plastisch beanspruchten Bereiche ist die Gleichung (7-1) zu berücksichtigen.

$$\begin{split} \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} &= \hat{\varepsilon}_{pl,2,nom} + \Delta \varepsilon_{pl,2}^* = \\ &= \hat{\varepsilon}_{Ges,1} - \frac{\hat{\sigma}_{BS,1}}{E_1} - \left( a_{pl}^* \left( 1 - e^{\lambda_{pl}^* |\hat{\varepsilon}_{pl,2,nom}|} \right) + b_{pl}^* \right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{Ges,1}}{|\hat{\varepsilon}_{Ges,1}|} \end{split} \tag{7-27}$$
 wobei 
$$\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1}$$

Um auch hier eine allgemeingültige Formulierung zu erhalten, wird der Betrag der nominellen plastischen Dehnung zur Berechnung der plastischen Rückfederung verwendet. Das Vorzeichen des Terms wird anschließend über den sogenannten Vorzeichenterm definiert. Die zur Beschreibung der plastischen Rückverformung nötigen Konstanten sind bereits in Ziffer 7.1.1.1 definiert. Die Unterscheidung in den Gleichungen (7-24) bis (7-27), ob die Dehnung  $\hat{\varepsilon}_{Ges,1}$  kleiner oder größer der Fließdehnung ist, kann im Grunde vernachlässigt werden, da die Gleichung (7-25) für die elastischen Bereiche den Wert Null liefert und somit auch Gleichung (7-27) Null wird.

Der tatsächliche Verlauf der Entlastungskurve ist nur unter hohem Aufwand zu erfassen und weder Gegenstand dieser Arbeit noch im Rahmen anderer Arbeiten bisher hinreichend genau beschrieben. Für die praktisch anwendbare und immer noch hinreichend genaue Beschreibung der Entlastungskurve zwischen der maximalen plastischen Dehnung aus Phase 1 und dem tatsächlichen Schnittpunkt mit der horizontalen Achse  $\varepsilon_{pl,2,tats}$  wird entgegen dem tatsächlichen Verlauf der Entlastungskurve durch eine Entlastungsgerade mit der Steigung  $\widehat{T}_2$  durch lineare Interpolation angenommen. Für Werkstoffe mit plastischer Rückverformung muss diese Steigung stets kleiner als der Elastizitätsmodul sein. Der durch diese Linearisierung auftretende Fehler ist vernachlässigbar. Die Entlastungsgerade wird nach folgendem Zusammenhang berechnet.

$$\widehat{T}_2 = \frac{\widehat{\sigma}_{BS,1}}{\widehat{\varepsilon}_{Ges,1} - \widehat{\varepsilon}_{pl,2,tats}} \tag{7-28}$$

Die bisher für alle Berechnungen vorgenommene Unterscheidung in den elastischen und den plastischen Bereich entfällt hier, da eine Anwendung der Formel auf den elastischen Bereich als Ergebnis den Elastizitätsmodul ergibt (da  $\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} = 0$ ).

### 7.3.3.2 Spannungsberechnung

Auf Basis der (noch nicht vorgestellten) iterativ bestimmten Rückfederungsdehnungen (erfolgt im Abschnitt 7.3.6) lassen sich die Rückfederungsspannungen bestimmen. Diese Rückfederungsspannungen sind nicht zu verwechseln mit den resultierenden Eigenspannungen, die nach der erfolgten Rückfederung am Ende der Phase 2 im Bauteilquerschnitt verbleiben. Für die Berechnung der Spannungen ist in vier unterschiedliche Konstellationen zu differenzieren, Abbildung 84. Die resultierenden Eigenspannungen nach der Entlastung lassen sich dann durch Überlagerung der Beanspruchung aus Phase 1 und der Rückfederungsspannung aus Phase 2 berechnen.

$$\hat{\sigma}_{Res,2} = \hat{\sigma}_{BS,1} + \hat{\sigma}_{RF,2} \tag{7-29}$$

# Konstellation 2-el:

Im Fall der in Phase 1 vorangegangenen elastischen Beanspruchung (Abbildung 82) lässt sich die Rückfederungsspannung anhand dem folgendem Zusammenhang berechnen.

$$\hat{\sigma}_{RF,2} = \hat{T}_2 \cdot \hat{\varepsilon}_{RF,2} = E_1 \cdot \hat{\varepsilon}_{RF,2} = \tag{7-30}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ 

Für die Berechnung der Spannungen der plastisch beanspruchten Bereiche ist eine Unterscheidung nach Abbildung 84 nötig.

## Konstellation 2-pl/1 und 2-pl/2:

Ist die Spannung durch die Rückfederung dem Betrag nach kleiner (Konstellation 2-pl/1) oder gleich der primären Beanspruchung (Konstellation 2-pl/2), verbleibt der Zustand im ursprünglichen Quadranten. Für diese beiden Fälle ist lediglich die interpolierte Entlastungsgerade T<sub>2</sub> relevant und die Gleichung (7-30) kann unverändert angewendet werden.

$$\hat{\sigma}_{RF,2} = \hat{T}_2 \cdot \hat{\varepsilon}_{RF,2}$$
wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge |\hat{\varepsilon}_{Res,2}| \ge |\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}|$ 

Über die beiden Bedingungen wird sichergestellt, dass in Phase 1 der plastische Bereich erreicht wird und die Abszisse nicht geschnitten wird, was als nicht vollständige Entlastung interpretiert wird. Aufgrund der identischen Ergebnisse wird im weiteren Verlauf nicht mehr zwischen den beiden Situationen 2-pl/1 und 2-pl/2 unterschieden.

# Konstellation 2-pl/3:

Bei dieser Konstellation wird der bisherige Quadrant im Spannungs-Dehnungs-Diagramm verlassen, da die Abszisse geschnitten wird. Für die Bestimmung der Rückfederungsspannungen ist nun die Sekundärfließkurve (7.1.1.3) maßgebend. Zusätzlich muss hier unterschieden werden, ob sich die Spannung im elastischen oder plastischen Bereich der Sekundärfließkurve befindet. Für den Bereich der elastischen Sekundärfließkurve beschreibt folgende Formulierung die Rückfederungsspannung.

$$\hat{\sigma}_{RF,2} = \left( \left| \hat{\sigma}_{BS,1} \right| + E_T(\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}) \cdot \left| \hat{\varepsilon}_{RF,2} + \hat{\varepsilon}_{Ges,1} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{RF,2}}{\left| \hat{\varepsilon}_{RF,2} \right|}$$
(7-32)

wobei 
$$\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge |\hat{\varepsilon}_{Res,2}| < |\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}| \wedge |\hat{\varepsilon}_{Res,2} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}| \le \varepsilon_{F,3}$$

Die Rückfederungsspannung berechnet sich im Klammerausruck über zwei Summanden. Der erste Summand entspricht der Biegespannung  $\hat{\sigma}_{BS,1}$  aus Phase 1 welche ja aufgrund des Wechsels des Vorzeichens der resultierenden Spannung auf jeden Fall erreicht wird. Im zweiten Ausdruck wird die elastische Spannung der sekundären Fließkurve berechnet. Dazu wird die gesamte Rückfederungsdehnung  $\hat{\varepsilon}_{RF,2}$  um den Teil, der bereits für die vollständige Kompensation der Biegespannung im ursprünglichen Quadranten nötig ist ( $\hat{\varepsilon}_{Ges,1} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}$ ), verringert. Zuletzt wird das Vorzeichen des gesamten Klammerausdrucks über den Vorzeichenterm bestimmt. Die drei Bedingungen der Gleichung sind wie folgt zu interpretieren: Die erste Bedingung prüft, ob in Phase 1 überhaupt der plastische Bereich erreicht wird. Die zweite Bedingung überprüft,

ob die Abszisse geschnitten wird. Über die dritte Bedingung wird sichergestellt, dass die Spannung sich im elastischen Bereich der Sekundärfließkurve befindet.

Für den Bereich, der über die sekundäre Fließgrenze hinausgeht und somit beim Rückfedern erneut plastifiziert ist folgende Gleichung anzuwenden.

$$\widehat{\sigma}_{RF,2} = \left( \left| \widehat{\sigma}_{BS,1} \right| + \sigma_{F,3} + a_3 \left( 1 - e^{-\delta_A \cdot \left| \varepsilon_{pl,2,tats}^{\delta_B} \right| \cdot \left( \left| \widehat{\varepsilon}_{RF,2} + \widehat{\varepsilon}_{Ges,1} - \widehat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| - \varepsilon_{F,3} \right)} \right) \right) \frac{\widehat{\varepsilon}_{RF,2}}{\left| \widehat{\varepsilon}_{RF,2} \right|}$$
wobei
$$\left| \widehat{\varepsilon}_{Res,2} \right| < \left| \widehat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \wedge \left| \widehat{\varepsilon}_{Res,2} \right| < \left| \widehat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \wedge \left| \widehat{\varepsilon}_{Res,2} - \widehat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| > \varepsilon_{F,3}$$

$$(7-33)$$

Der Klammerausdruck setzt sich aus drei Summanden zusammen. Der erste Summand entspricht der Belastungsspannung  $\hat{\sigma}_{BS,1}$  aus Phase 1 und der zweite der gesamten sekundären elastischen Fließspannung  $\sigma_{F,3}$ . Der dritte Summand beschreibt den plastischen Bereich der Sekundärfließkurve anhand dem bereits bekannten mathematischen Zusammenhang (7-8) und (7-9). Die benötigten Parameter ( $a_3 = R_m$ ,  $\delta_A$  und  $\delta_B$ ) sind unter Ziffer 7.1.1.3 zu finden. Die zugrunde gelegte sekundäre plastische Dehnung errechnet sich nach  $|\hat{\varepsilon}_{RF,2} + \hat{\varepsilon}_{Ges,1} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}| - \varepsilon_{F,3}$ .

### 7.3.4 Beschreibung der sekundären Beanspruchung – Phase 3

In Phase 3 erfolgt das sogenannte Fertigrollen des Drahts, das heißt, der bereits zu einem Ring vorgerollte Draht wird entgegen der primären Beanspruchungsrichtung nun wieder teilweise aufgebogen mit dem Ziel einen größeren Ringdurchmesser zu erhalten. Werden in Phase 3 durch das Fertigrollen auf den Durchmesser D<sub>Fertig,3</sub> lediglich elastische Biegespannungen in den Draht eingebracht, findet nach Wegnahme dieser Beanspruchung eine vollständige Rückfederung auf den bereits bekannten Ringdurchmesser D<sub>Vor,2</sub> statt. Werden durch diesen zweiten Umformschritt allerdings plastische Biegespannungen eingebracht, was letztlich auch Sinn und Zweck des Fertigrollens ist, wird der bereits vorhandene vorgerollte Ringdurchmesser nach dem Rückfedern in Phase 4 von D<sub>Fertig,3</sub> auf die Größe D<sub>Fertig,4</sub> anwachsen. Die analytischen Berechnungen zur Phase 3 (sekundäre Beanspruchung) basieren grundsätzlich auf den Zusammenhängen aus Phase 1 (Ziffer 7.3.2). Wesentlicher Unterschied zur Phase 1 sind allerdings die aufgrund des Vorrollvorgangs bereits vorhandenen und keinesfalls über dem Querschnitt konstanten Eigenspannungen  $\hat{\sigma}_{Res,2}$ . Ähnlich der Phase 2 muss zu Beginn der Phase 3 zuerst für jede Position geklärt werden, in welchem Zustand (hinsichtlich Spannung und Dehnung) sich die betrachtete Stelle befindet und welche verformungstechnische Historie vorliegt. Unter Ziffer 7.3.3 werden hinsichtlich der Verformungshistorie vier unterschiedliche Konstellationen vorgestellt, wobei jede dieser vier Konstellationen eine mögliche Rückfederung durch Phase 2 beschreibt. Ausgehend von diesen vier Spannungs-Dehnungs-Zuständen ergeben sich in Phase 3 weitere Konstellationen, Abbildung 85. Die Benennung der jeweiligen Konstellation ist wieder in der hier verwendeten Notation durch eckige Rahmen bei der jeweiligen Situation aufgeführt.

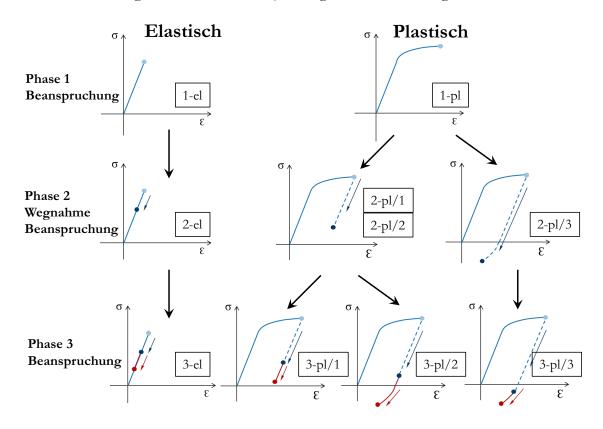


Abbildung 85: Phase 3 – mögliche Umformkonstellationen

Durch die Randbedingung (7-18) ist ein Fertigrollen des Drahts auf den ursprünglichen geraden Ausgangszustand ( $D_{\text{Fertig,4}} = \infty$ ) bzw. darüber hinaus ( $D_{\text{Fertig,4}} < 0$ ) ausgeschlossen. Entsprechend dieser Annahme ist auf eine primäre elastische Beanspruchung (Phase 1, Konstellation  $\boxed{1\text{-el}}$ ) lediglich eine sekundäre elastische Beanspruchung in Phase 3 möglich (Konstellation  $\boxed{3\text{-el}}$ ); eine plastische Beanspruchung ist ausgeschlossen. Formal lässt sich dies an einer exemplarisch gedachten (Biege-)Zugspannung aufzeigen: In den in Phase 1 elastisch belasteten Bereichen sind die Dehnungen  $\hat{\varepsilon}_{Ges,1} = \hat{\varepsilon}_{Res,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ , was einem elastischen Zustand auf der Hookeschen Geraden entspricht. Da die Rückfederungsdehnung  $\hat{\varepsilon}_{RF,2}$  in Phase 2 stets kleiner ist als die gesamte Dehnung  $\hat{\varepsilon}_{Ges,1}$ 

der Phase 1, ist ein Erreichen des Ursprungs der HOOKEschen Geraden im Spannungs-Dehnungs-Diagramm durch die Rückfederung in Phase 2 ausgeschlossen, was somit an allen rein elastisch (zug-)beanspruchten Stellen zu  $\hat{\varepsilon}_{Res,2} > 0$  führt. Um ein vollständiges Zurückbiegen des Drahts durch die darauf folgende Sekundärbeanspruchung zu erreichen, müsste der Fertigrolldurchmesser D<sub>Fertig,3</sub> so gewählt werden, dass nach der Rückfederung in Phase 4 der Ursprung der HOOKEschen Geraden erreicht wird und somit keine Eigenspannung bzw. Dehnung im betrachteten Punkt vorliegt  $\hat{\varepsilon}_{Res,4} = 0$ . Um weiterhin im betrachteten Bereich rein elastisch zu bleiben, darf die sekundäre Fließgrenze  $\varepsilon_{F,3}$  nicht überschritten werden. Die sekundäre Fließgrenze bzw. Fließdehnung ist dem Betrage nach gleich groß wie die Fließgrenze der ersten Beanspruchung  $\varepsilon_{F,1}$ , da im elastischen Fall keinerlei Effekte wie BAUSCHINGER etc. wirken. Zudem kann vorausgesetzt werden, dass die betroffenen Stellen in Phase 2 nicht über den Ursprung hinaus zurückfedern. Da der Fertigrolldurchmesser in jedem Fall positiv ist, sind Bereiche mit positiver Dehnung (Längung) nach Wegnahme der Beanspruchung in Phase 2 auch zwingend Bereiche mit positiver Dehnung nach Phase 4 und umgekehrt. Ein Überschreiten der sekundären Fließkurve  $\varepsilon_{F,3}$  durch elastische Bereich ist damit ausgeschlossen. Entgegen der dargestellten Konstellation in Abbildung 85 ist allerdings in Phase 3 ein Wechsel auf die HOOKEsche Gerade im Druckbereich durchaus möglich. Die Berechnung bleibt hiervon unberührt.

#### 7.3.4.1 Dehnungsberechnung

Die Berechnung der Dehnungen orientiert sich an den Inhalten des Abschnitts 7.3.2.1. Die resultierende Dehnungen, bezogen auf den gewünschten Durchmesser D<sub>Fertig,3</sub>, lassen sich analog (5-14) bzw. in angepasster Form auf Basis der Gleichung (7-19) berechnen.

$$\hat{\varepsilon}_{Res,3} = \frac{2\hat{z}}{D_{Fertia,3}} \tag{7-34}$$

Die relative Dehnung, die durch das Fertigrollen eingebracht wird, errechnet sich über die Differenz der beiden resultierenden Dehnungen.

$$\hat{\varepsilon}_{Ges,3} = \hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{Res,2} \tag{7-35}$$

Wie bereits in Abschnitt 7.3.2.1 angenommen, lassen sich aufgrund der BERNOULLI-NAVIER-Hypothese alle Dehnungen über dem Querschnitt als linearer Verlauf annehmen und müssen lediglich an einer Stelle ermittelt werden.

### 7.3.4.2 Spannungsberechnung

Die resultierenden Spannungen nach der zweiten Biegebeanspruchung lassen sich dann durch Superposition der Eigenspannungen nach Phase 2 und der Biegespannungen aus Phase 3 berechnen.

$$\hat{\sigma}_{Res,3} = \hat{\sigma}_{Res,2} + \hat{\sigma}_{BS,3} \tag{7-36}$$

Für die Biegespannungsberechnung ist analog Abbildung 85 in vier unterschiedliche Situationen zu unterscheiden.

## Konstellation 3-el:

Im Fall der elastischen Biegebeanspruchung lassen sich die Biegespannungen analog Gleichung (7-20) ermitteln.

$$\hat{\sigma}_{BS,3} = E_{allg} \cdot \hat{\varepsilon}_{Ges,3} \tag{7-37}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} \leq \varepsilon_{F,1}$ 

## Konstellation 3-pl/1:

Für die zweite Konstellation in Abbildung 85 wird die Situation einer plastischen Primärbeanspruchung (hellblauer Punkt) mit anschließend nicht vollständig erfolgter Wegnahme der Beanspruchung (dunkelblauer Punkt) vorausgesetzt. Es wird entweder durch die nun folgende Phase 3 (roter Punkt) immer noch keine vollständige Wegnahme der Biegespannung aus Phase 1 erreicht oder die Biegespannungen werden komplett abgebaut, was dem Erreichen der horizontalen Achse im Spannungs-Dehnungs-Diagramm entspricht. Für die Berechnung der Biegespannungen wird Gleichung (7-31) verwendet und hinsichtlich der Indizes angepasst.

$$\hat{\sigma}_{BS,3} = \hat{T}_2 \cdot \hat{\varepsilon}_{Ges,3} \tag{7-38}$$

wobei  $\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge |\hat{\varepsilon}_{Res,3}| \geq |\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}|$ 

# Konstellation 3-pl/2:

Bei dieser Konstellation muss unterschieden werden, ob die Sekundärbeanspruchung sich ausschließlich auf der HOOKEschen Geraden der Sekundärfließkurve befindet oder sich bereits im plastischen Bereich der sekundären Fließkurve bewegt. Im elastischen Fall (bezogen auf die Sekundärfließkurve) lässt sich der mathematische Zusammenhang aus der Gleichung (7-32) aufbauen.

$$\hat{\sigma}_{BS,3} = \left( \left| \hat{\sigma}_{Res,2} \right| + E_T(\varepsilon_{pl,2,tats}) \cdot \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{Res,3}}{\left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} \right|}$$
wobei 
$$\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} \right| < \left| \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \wedge \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \le \varepsilon_{F,3}$$

Die beiden Summanden im Klammerausruck bilden zum einen mit  $\hat{\sigma}_{Res,2}$  die noch vorhandene Eigenspannung aus Phase 2 ab und zum anderen mit  $\hat{\varepsilon}_{Res,3}$  –  $\hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}$  die Dehnung im sekundären Hookeschen Bereich multipliziert mit dem sekundären Elastizitätsmodul  $E_T$ , der sich abhängig der plastischen Verformung  $\varepsilon_{pl,2,tats}$  aus der primären Beanspruchung ergibt. Die erste Bedingung betrifft den Übergang von Entlastungsgerade zu Sekundärfließkurve. Die zweite Bedingung schränkt auf den elastischen Bereich der Sekundärfließkurve ein.

Führt die Beanspruchung zu einer plastischen Verformung auf der Sekundärfließkurve, ist die Formulierung an Gleichung (7-33) angelehnt.

$$\hat{\sigma}_{BS,3} = \left( \left| \hat{\sigma}_{Res,2} \right| + \sigma_{F,3} + a_3 \cdot \left( 1 - e^{-\delta_A \cdot \left| \varepsilon_{pl,2,tats}^{\delta_B} \right| \cdot \left( \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| - \varepsilon_{F,3} \right) \right) \right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{Res,3}}{\left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} \right|}$$
wobei
$$\hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} \right| < \left| \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| \wedge \left| \hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats} \right| > \varepsilon_{F,3}$$

In diesem Fall existieren im Klammerausdruck drei Summanden. Mit  $\hat{\sigma}_{Res,2}$  wird die noch vorhandene Resteigenspannung aus Phase 2 abgebildet, da sich die betrachtete Position nach der Phase 2 immer noch auf der Entlastungskurve bzw. Entlastungsgerade befindet. Als zweiter Summand ist die sekundäre Fließgrenze  $\sigma_{F,3}$  aufgeführt. Die über die sekundäre Fließgrenze hinausgehende plastische Sekundärspannung wird über die bereits bekannte Formulierung der Sekundärfließkurve berechnet. Die maßgebende plastische Dehnung (welche über die

elastische Dehnung hinaus geht) wird durch den Ausdruck ( $|\varepsilon_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}| - \varepsilon_{F,3}$ ) berechnet.

Konstellation 3-pl/3:

Bei der vierten Konstellation erfolgt bereits in Phase 2 eine vollständige Entlastung mit anschließender Bewegung auf der Sekundärfließkurve. Die Spannung lässt sich nach folgendem Zusammenhang ermitteln.

$$\hat{\sigma}_{BS,3} = \left(\sigma_{F,3} + a_3 \left(1 - e^{-\delta_{A} \cdot \left|\varepsilon_{pl,2,tats}^{\delta_B}\right| \cdot (\left|\hat{\varepsilon}_{Res,3} - \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}\right| - \varepsilon_{F,3})}\right) - \left|\hat{\sigma}_{Res,2}\right|\right) \frac{\hat{\varepsilon}_{Res,3}}{\left|\hat{\varepsilon}_{Res,3}\right|} \\
\text{wobei} \quad \hat{\varepsilon}_{Res,1} > \varepsilon_{F,1} \wedge \frac{\hat{\sigma}_{Res,2}}{\hat{\sigma}_{Res,1}} < 1 \tag{7-41}$$

Die Gleichung (7-41) ist im Grunde an die Gleichung (7-40) angelehnt, allerdings wird durch die Subtraktion berücksichtigt, dass die Wegnahme der Beanspruchung bereits zu einer Spannung im Bereich der Sekundärfließkurve führt, und die Spannung nach Phase 3 lediglich die Differenz zwischen beiden Spannungen darstellt.

### 7.3.5 Beschreibung der sekundären Rückfederung – Phase 4

Die Phase 4 beschreibt den Rückfederungsvorgang, der sich unmittelbar nach Wegnahme der sekundären Beanspruchung anschließt. Im vorherigen Abschnitt sind vier mögliche Konstellationen für die Phase 3 dokumentiert. Nachstehende Abbildung 86 zeigt diese vier Konstellationen, die gleichzeitig die Ausgangssituationen für die möglichen Konstellationen in Phase 4 sind. Zusätzlich sind alle denkbaren Konstellationen der Entlastungsphase (Phase 4) in der Grafik zu finden. Wie zu erwarten folgt auf die elastische Beanspruchung in 3-el logischerweise eine Wegnahme der Beanspruchung auf der HOOKEschen Geraden in 4-el. Die Konstellation 4-pl/1 zeigt die einzig mögliche Entlastungssituation bei einer nach Phase 3 immer noch nicht komplett abgebauten Biegespannung aus Phase 1: Die Entlastung bewegt sich, wie bereits die Beanspruchung in Phase 3 und die Wegnahme der Beanspruchung in Phase 2, auf der Entlastungskurve bzw. der Entlastungsgeraden.

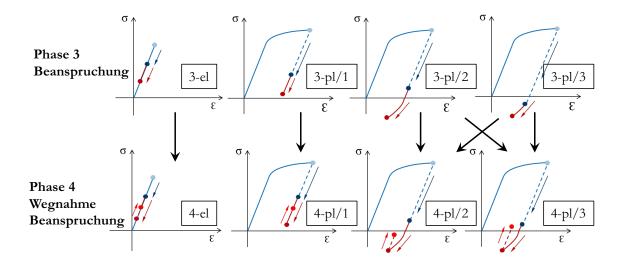


Abbildung 86: Phase 4 – mögliche Umformkonstellationen

Lediglich bei den beiden Konstellationen [3-pl/2] und [4-pl/3], die sich nach Abschluss der Phase 3 irgendwo auf der Sekundärfließkurve befinden, existieren zwei unterschiedliche Endsituationen. Aufgrund der bereits umfangreich erfolgten Erklärungen in den vorangegangenen Abschnitten und den großen Analogien, wird hier auf eine erneute qualitative Beschreibung verzichtet und in den beiden folgenden Unterabschnitten lediglich die mathematische Beschreibung vorgestellt und erklärt.

### 7.3.5.1 Dehnungsberechnung

Analog der primären Rückfederungsberechnung ist auch bei der sekundären Rückfederungsberechnung keine direkte Ermittlung der Dehnungen bzw. Rückfederungen aufgrund des nichtlinearen Verlaufs nicht möglich. Entsprechend ist auch hier eine iterative Berechnung, welche in Abschnitt 7.3.6 vorgestellt wird, nötig. Im Vorgriff wird allerdings bereits hier die resultierende Dehnung nach der vierten Phase formuliert.

$$\hat{\varepsilon}_{Res,4} = \hat{\varepsilon}_{Res,3} + \hat{\varepsilon}_{RF,4} \tag{7-42}$$

Anschließend lässt sich auch der technisch relevante rückgefederte Durchmesser des Drahtrings über die Dehnung und die Position an jeder beliebigen Stelle des Drahtquerschnitts ermitteln.

$$D_{Fertig,4} = \frac{2\hat{z}}{\hat{\varepsilon}_{Res,4}} \tag{7-43}$$

Die Berechnung der Rückfederung für die Konstellationen 4-pl/2 und 4-pl/3 erfordert die Kenntnis der sekundären Entlastungskurve (goldene Kurve in Abbildung 86). Wie bereits bei der primären Wegnahme der Beanspruchung ist auch hier ein nomineller ( $\hat{\epsilon}_{pl,2,nom}$ ) und ein tatsächlicher ( $\hat{\epsilon}_{pl,2,tats}$ ) Verlauf zu unterscheiden. Für eine Erklärung beider Verläufe wird auf Abschnitt 7.3.3.1 verwiesen. Eine mathematische Beschreibung ist sowohl für den nominellen, als auch für den tatsächlichen Schnittpunkt der Konstellationen 4-el und 4-pl/1 in Abbildung 86 nicht nötig. Für die Konstellationen 4-pl/2 und 4-pl/3 gelten folgende Zusammenhänge bei elastischer Beanspruchung auf der Sekundärfließkurve.

$$\hat{\varepsilon}_{pl,4,tats} = \hat{\varepsilon}_{pl,2,tats}$$
wobei 
$$\frac{\hat{\sigma}_{Res,3}}{\hat{\sigma}_{Res,1}} < 0 \; \Lambda \big| \hat{\sigma}_{Bs,3} \big| \le \sigma_{F,3}$$

Die beiden Bedingungen sind wie folgt zu interpretieren: Durch den Quotienten  $\hat{\sigma}_{Res,3}/\hat{\sigma}_{Res,1}$ <1 wird sichergestellt, dass die sekundäre Beanspruchung zu einem Vorzeichenwechsel, verglichen mit der primären Beanspruchung, führt. Das zweite Kriterium stellt sicher, dass die Spannung  $\hat{\sigma}_{BS,3}$  die sekundäre Fließgrenze  $\sigma_{F,3}$  nicht überschreitet und somit zu keiner plastischen Verformung führt. Für die im Bereich der sekundären Fließkurve plastisch belasteten Bereiche gelten hingegen folgende Zusammenhänge. Für eine Erklärung der Zusammenhänge wird ebenfalls auf Abschnitt 7.3.3.1 verwiesen. Die bereits bekannten Gleichungen (7-25) und (7-27) werden entsprechend weiterentwickelt.

$$\hat{\varepsilon}_{pl,4,nom} = \hat{\varepsilon}_{Ges,3} - \frac{\hat{\sigma}_{BS,3}}{E_{1}}$$
wobei
$$\frac{\hat{\sigma}_{Res,3}}{\hat{\sigma}_{Res,1}} < 0 \quad \wedge \left| \hat{\sigma}_{BS,3} \right| > \sigma_{F,3}$$

$$\hat{\varepsilon}_{pl,4,tats} = \hat{\varepsilon}_{Ges,3} - \frac{\hat{\sigma}_{BS,3}}{E_{1}} - \left( a_{pl}^{*} \left( 1 - e^{\lambda_{pl}^{*} |\hat{\varepsilon}_{pl,2,nom}|} \right) + b_{pl}^{*} \right) \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_{Ges,3}}{|\hat{\varepsilon}_{Ges,3}|}$$
wobei
$$\frac{\hat{\sigma}_{Res,3}}{\hat{\sigma}_{Res,1}} < 0 \quad \wedge \left| \hat{\sigma}_{BS,3} \right| > \sigma_{F,3}$$
(7-46)

Sowohl (7-45) als auch (7-46) haben, wie auch Gleichung (7-44) als Bedingung, dass ein Vorzeichenwechsel  $\left(\frac{\hat{\sigma}_{Res,3}}{\hat{\sigma}_{Res,1}} < 0\right)$  stattfindet. Die zweite Bedingung stellt sicher, dass die sekundäre Beanspruchung die Fließgrenze überschreitet. Wie bereits bei der Berechnung zur primären Rückfederung wird auch für diese Konstellationen eine Entlastungsgerade als Ersatz für die Entlastungskurve gebildet, siehe Gleichung (7-28).

$$\widehat{T}_4 = \frac{\widehat{\sigma}_{BS,3}}{\widehat{\varepsilon}_{Ges,3} - \widehat{\varepsilon}_{pl,4,tats}} \tag{7-47}$$

### 7.3.5.2 Spannungsberechnung

Für die Berechnung der Rückfederungsspannungen wird ebenfalls auf die bereits hinreichend vorgestellten Zusammenhänge aus 7.3.3 aufgebaut und im Folgenden entsprechend knapp vorgestellt.

Für die beiden ersten Konstellationen aus Abbildung 86 kann mit folgender Formulierung die Rückfederungsspannung ermittelt werden.

$$\hat{\sigma}_{RF,4} = \hat{T}_2 \cdot \hat{\varepsilon}_{RF,4}$$
 wobei  $\frac{\hat{\sigma}_{BS,3}}{\hat{\sigma}_{BS,1}} \ge 0$ 

In Gleichung (7-48) wird richtigerweise  $\hat{T}_2$  verwendet, da die gültige Entlastungsgerade immer noch zur Primärbeanspruchung gehört.

Die beiden letzten Konstellationen unterscheiden sich dahingehend, dass die Rückfederung in Phase 4 zu einem zweiten Spannungsnulldurchgang führt oder nicht. Ist dies nicht der Fall (Konstellation 4-pl/2), dann lässt sich über folgenden Zusammenhang die Rückfederungsspannung berechnen.

$$\hat{\sigma}_{RF,4} = \hat{T}_4 \cdot \hat{\varepsilon}_{RF,4}$$
wobei 
$$\frac{\hat{\sigma}_{BS,3}}{\hat{\sigma}_{RS,1}} < 0 \land |\hat{\varepsilon}_{Res,4}| < |\hat{\varepsilon}_{pl,4,tats}|$$

Die beiden Bedingungen betreffen zum einen den Vorzeichenwechsel von Phase 1 zu Phase 3, sowie den nicht stattfindenden Vorzeichenwechsel durch die Rückfederung, hier durch die Betrachtung der Dehnungen ausgedrückt.

Im Fall eines erneuten Vorzeichenwechsels, wie in Konstellation 4-pl/3 zu sehen, lassen sich die Formeln (7-32) und (7-33) in angepasster Form verwenden. Auf eine explizite Darstellung der Formulierungen wird an der Stelle verzichtet.

#### 7.3.6 Berechnung der nichtlinearen Rückfederungsspannungen

In den vorangegangenen Kapiteln 7.3.3 und 7.3.5 wird der Rückfederungsvorgang beschrieben und auf die noch zu bestimmende Rückfederungsdehnung hingewiesen. In beiden Fällen muss die Rückfederungsdehnung iterativ bestimmt werden. Der Grund hierfür ist die, im Vergleich zum klassischen Biegespannungsmodell, fehlende lineare Proportionalität zwischen Rückfederungsspannung und Rückfederungsdehnung, Abbildung 78. Dies wird umfassend in 7.3.1 dargestellt. Aufbauend auf den Ausführungen in Ziffer 5.4 (analytisches Biegespannungsmodell) führt die Biegebeanspruchung bzw. das Biegemoment zu Biegespannungen über dem Querschnitt. Nach Wegnahme des Biegemoments wirkt ein Rückstellmoment in entgegengesetzter Richtung. Um einen statisch bestimmten Zustand am Draht zu erhalten, muss ein Kräfte- und Momentengleichgewicht vorliegen. In vorliegender Situation wird angenommen, dass lediglich die Spannungen in drahtaxialer Richtung (x-Richtung) für den Biegeprozess entscheidend sind [119, 120]. Somit sind für die beiden Rückfederungsvorgänge folgende Bedingungen zu erfüllen.

$$M_{bF,1} + M_{RF,2} = 0$$
  
 $M_{bF,3} + M_{RF,4} = 0$  (7-50)

Für die Anwendung des vorliegenden Algorithmus wird der Drahtquerschnitt in y- und z-Richtung in  $n \times m$  finite Elemente aufgeteilt und für jedes dieser Elemente individuell sowohl die Dehnungen als auch die Spannungen ermittelt. Um die gesuchte Rückfederungsdehnung zu ermitteln, ist die Gleichgewichtsbedingung (7-50) zu verwenden. Aufgrund des gewählten Finite-Elemente-Ansatzes und der damit einhergehenden endlichen Anzahl an möglichen Rückfederungsdehnungen ist eine exakte Lösung des Gleichgewichts nach (7-50) praktisch nicht möglich. Entsprechend ist die Gleichgewichtsbedingung umzuformen und als Optimierungsproblem zu betrachten (hier geschehen für die primäre Rückfederung).

$$\min\left(\left|M_{bF,1}+M_{RF,2}(\varepsilon_{RF,2})\right|,\varepsilon_{RF,2}\in\mathbb{R}\right)=\tag{7-51}$$

$$min\left(\left|\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{BS,1}(i,k)\cdot\Delta y\Delta z\cdot z_{ik}+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{RF,2}(i,k,\varepsilon_{RF,2})\cdot\Delta y\Delta z\cdot z_{ik}\right|\right)$$

Das Biegemoment in Phase 1 ist per Definition positiv. Entsprechend ist für die Minimierung des Momentengleichgewichts eine negative Dehnung der Rückfederung nötig. Die Betragsfunktion stellt sicher, dass tatsächlich das Momentengleichgewicht das Optimum darstellt; ohne die Betragsfunktion liegt das Minimum bei  $\varepsilon_{RF,2} = -\infty$ . Die Teilmomente der jeweiligen finite Elemente werden über das Produkt der Elementspannung mit der Elementfläche  $\Delta y \Delta z$  multipliziert mit dem jeweiligen Hebelarm  $z_{ik}$  bezogen auf den Schwerpunkt.

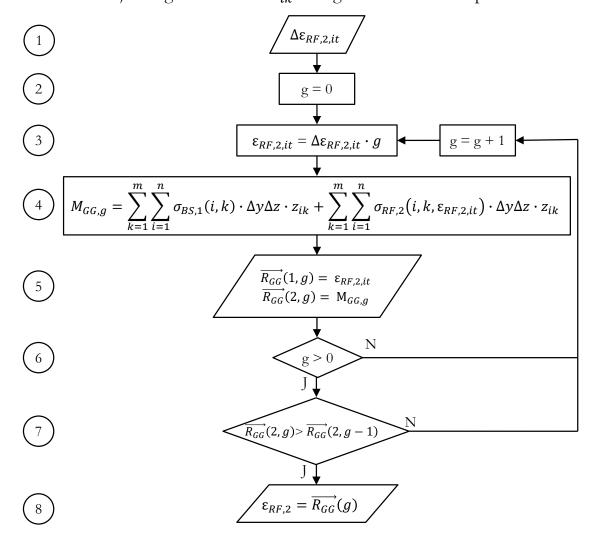


Abbildung 87: Ablaufplan – iterative Bestimmung der Rückfederungsdehnung

Hinsichtlich des Berechnungsalgorithmus ist das Minimierungsproblem entsprechend dem Ablaufplan in Abbildung 87 folgendermaßen zu interpretieren: Zuerst ist in Schritt 1 die Schrittweite  $\Delta \varepsilon_{RF,2,it}$  für die Rückfederungsdehnung  $\varepsilon_{RF,2}$ zu wählen. Anschließend wird die Rückfederungsdehnung in den Schritten 2 und 3 vom Startwert Null iterativ in g Schritten jeweils um  $\Delta \varepsilon_{RF,2,it}$  erhöht. Das jeweilige Ergebnis des Optimierungsproblems aus (7-51) in Schritt 4 wird in Schritt 5 in einem Gleichgewichtsvektor  $\overline{R_{GG}}$  hinterlegt. Aufgrund der stetigen Zunahme der Rückfederungsdehnung und dadurch auch der dem Betrage nach zunehmenden Rückfederungsspannung findet eine Annäherung an das angestrebte Minimum mit steigendem Iterationsschritt statt. Sobald das Ergebnis der Minimierungsgleichung (7-51) wieder zunimmt (Schritt 7), ist das Optimum überschritten und somit auch (näherungsweise) bekannt. Dieses Vorgehen ist möglich, da mathematisch gesehen lediglich ein Minimum existieren kann. Der Algorithmus wird nach Eintritt des Ereignisses gestoppt (Schritt 7), und die so bestimmte Rückfederungsdehnung (Schritt 8) lässt sich für den gesamten Querschnitt in gewohnter linearer Interpolation berechnen.

### 7.3.7 Beschreibung des zweistufigen Umformvorgangs

Die Kapitel 7.3.2 bis 7.3.5 beschreiben die vier Phasen des zweistufigen Umformprozesses. Die Phasen werden in verschiedene Konstellationen unterteilt, welche jeweils für sich mit mathematischen Formulierungen beschrieben werden. Folgender Ablaufplan zeigt den Ablauf für deskriptive Berechnung. Die benötigten Eingabeparameter lassen sich in drei Gruppen unterteilen: 1. Die Geometrie des Drahts ist vorzugeben und zusätzlich ist die Elementgröße bzw. die Anzahl an Elementen in der y-z-Ebene festzulegen ( $m \times n$ , siehe 7.3.1). 2. Es sind alle Materialdaten vorzugeben, die für die Beschreibung nötig sind. Dies richtet sich mitunter nach der Wahl des Fließkurvenmodells. 3. Die Fertigungsparameter in Form des Vorroll- und Fertigrolldurchmessers sind ebenfalls anzugeben.

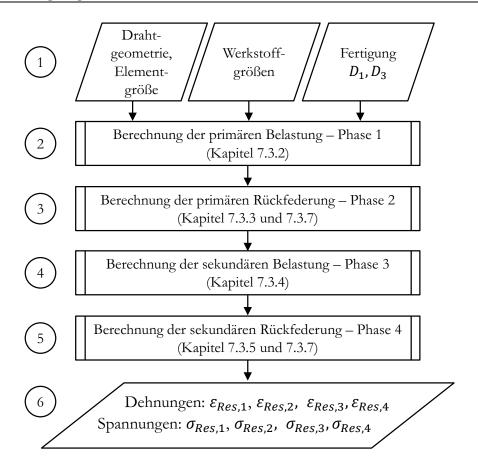


Abbildung 88: Ablaufplan – zweistufiger Umformprozess

In Abbildung 89 sind alle möglichen Verzweigungen zwischen den Konstellationen der einzelnen Phasen abgebildet. Die Benennungen der jeweiligen Konstellationen sind ebenfalls bei den symbolischen Spannungs-Dehnungs-Diagrammen umrandet dargestellt. Zusätzlich sind unter jeder Darstellung die entsprechenden mathematischen Randbedingungen notiert. Die blau hinterlegten Formulierungen beziehen sich auf Unterscheidungen hinsichtlich elastischer oder plastischer Beanspruchung; die gelb markierten beziehen sich auf mögliches Schneiden der Fließkurve mit der Abszisse, was der Berücksichtigung einer weiteren bzw. früheren Fließkurve entspricht.

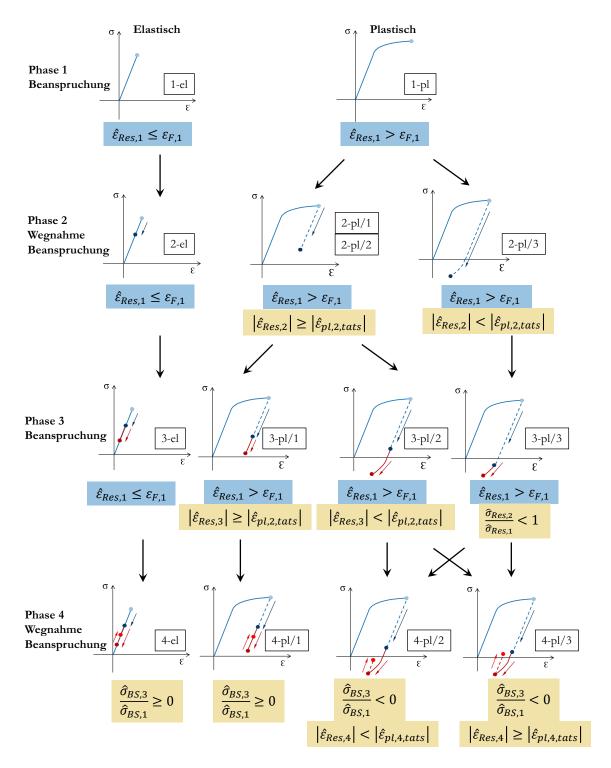


Abbildung 89: Übersicht zum analytischen Modell des zweistufigen Umformprozesses

Auf die ausführliche Darstellung eines Ablaufplans für die Berechnung des zweistufigen Umformprozesses wird an dieser Stelle verzichtet. Für die weitere Verwendung wird auf die vereinfachte Darstellung verwiesen, wie sie in Abbildung 88 ersichtlich ist. Folgende Abbildung zeigt ein theoretisch mögliches Ergebnis

einer Umformsimulation in Schichtdarstellung mit den unterschiedlichen Bereichen analog den beschriebenen Konstellationen.

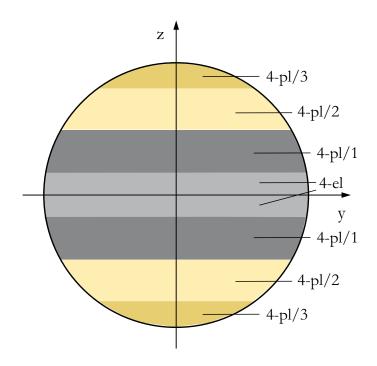


Abbildung 90: Mögliches Ergebnis einer Umformsimulation in Schichtdarstellung

### 7.3.8 Methoden zum optimalen Bestimmen von Parametern

Der bisher beschriebene Algorithmus hat lediglich deskriptiven Charakter, das heißt durch die Vorgabe der beiden Fertigungsdurchmesser, Vorrollen und Fertigrollen (D<sub>Vor,1</sub> und D<sub>Fertig,3</sub>), sowie der eigentlichen Drahtgeometrie lassen sich die Dehnungen und Spannungen (speziell die Eigenspannungen) über alle vier Phasen hinweg berechnen. Insbesondere der rückgefederte Durchmesser D<sub>Fertig,4</sub> nach erfolgter Wegnahme der Beanspruchung, welcher für die Herstellung von Drahtringen mit definiertem Enddurchmesser notwendig ist, lässt sich abhängig der Eingabeparameter ermitteln. Mit der Übertragung dieser errechneten Durchmesser lassen sich mit dem Apollonischen Berührproblem, wie in Ziffer 5.2 beschrieben, die Positionen der Umformrollen #3 und #4 bestimmen. Demnach ist eine Optimierung der Fertigungsparameter hinsichtlich bestimmter Ergebnisgrößen in diesem deskriptiven Modell nicht integriert. Aufbauend auf dem beschriebenen Algorithmus ist dies allerdings möglich und wird im Folgenden anhand dreier ausgewählter Optimierungskriterien vorgestellt.

#### 7.3.8.1 Optimierung hinsichtlich des Enddurchmessers

Für die Herstellung von umgeformten Produkten, wie beispielsweise Kolbenringen oder Drahtwälzlagerringen ist geometrisch gesehen der Rückfederungsdurchmesser D<sub>Fertig,4</sub> als Ergebnis- bzw. Zielgröße zu verstehen. Die Fertigungsdurchmesser D<sub>Vor,1</sub> und D<sub>Fertig,3</sub> sind anhand dieser Ergebnisgröße zu ermitteln. Nun kann die Ermittlung der Fertigungsdurchmesser auf zwei Arten erfolgen: Im einfacheren Fall ist der Vorrolldurchmesser D<sub>Vor,1</sub> zu wählen und der Fertigrolldurchmesser D<sub>Fertig,3</sub> entsprechend zu ermitteln. Der komplexere Fall ist die Ermittlung aller denkbaren Kombinationen aus Vorroll- (D<sub>Vor,1</sub>) und Fertigrolldurchmesser (D<sub>Fertig,3</sub>).

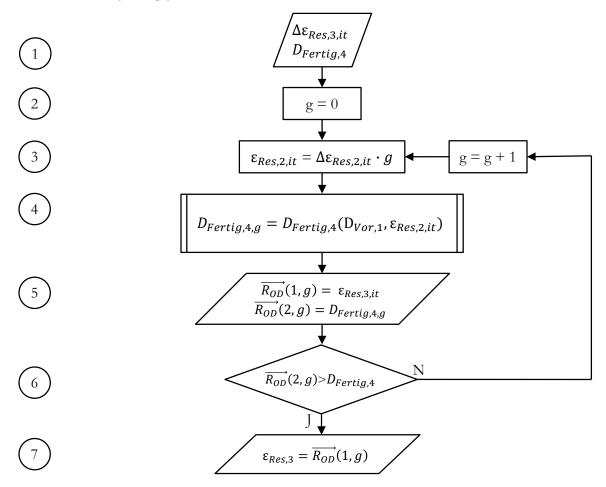


Abbildung 91: Ablaufplan – Optimierung hinsichtlich des Fertigrolldurchmessers

Theoretisch ist hier eine unbegrenzte Anzahl an Lösungen möglich. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird im Rahmen dieses Abschnitts der einfachere Fall vorgestellt. Der Ablaufplan in Abbildung 91 verdeutlicht den Optimierungsalgorithmus. Für die iterative Berechnung ist im ersten Schritt ein Inkrement  $\Delta \epsilon_{Ges,3,it}$  für die Rückfederung und der Fertigrollzieldurchmesser  $D_{Fertig,4}$  festzu-

legen. Der zweite Schritt setzt den Laufparameter g gleich Null. Durch die iterative Erhöhung des Fertigrolldurchmessers um dieses Inkrement ergibt sich zu jeder gerechneten Fertigrolldehnung  $\varepsilon_{Ges,3,it}$  (Schritt 3) ein Fertigrolldurchmesser D<sub>Fertig,4,g</sub> (Schritt 4). Dieses Wertepaar aus Dehnung und Durchmesser wird in Schritt 5 im Ergebnisvektor  $\overrightarrow{R_{OD}}$  gespeichert. Aufgrund der zum Zeitpunkt g = 0 nicht vorhandenen Rückfederungsdehnung ist der errechnete Fertigrolldurchmesser per Definition kleiner als der Fertigrolldurchmesser. Sobald der errechnete Rückfederungsdurchmesser D<sub>Fertig,4,g</sub> dann den gewünschten Rückfederungsdurchmesser D<sub>Fertig,4</sub> überschreitet (Schritt 6), wird der Optimierprozess abgebrochen und die entsprechend errechnete Dehnung festgelegt. Durch die so bestimmte Dehnung  $\varepsilon_{Ges,3}$  (Schritt 7) lässt sich der Fertigrolldurchmesser  $D_{\text{Fertig,3}}$  ableiten. Wichtig an der Stelle ist die Wahl des Inkrements  $\Delta\epsilon_{\text{Ges,3,it}}.$ Wird dies zu groß gewählt, ist der eventuell auftretende Berechnungsfehler zu groß. Entsprechend dem Wert in  $\overrightarrow{R_{OD}}(2, g-1)$  lässt sich der Fehler gut abschätzen. Eine zu kleine Wahl des Inkrements führt unter Umständen zu hohen Rechenzeiten. Dies ist allerdings bei einer adäquaten Wahl der Elementanzahl (hier beispielsweise 250 x 250) nicht zu erwarten. Daher wird empfohlen, eher ein kleines Inkrement zu wählen.

### 7.3.8.2 Optimierung hinsichtlich der Randfasereigenspannung

Durch den zweistufigen plastischen Umformprozess werden Eigenspannungen in den Draht eingebracht. Diese Eigenspannungen können sich auf zwei Arten nachteilig auf das Bauteil auswirken. Erstens schließt sich häufig an den eigentlichen Umformprozess eine mechanische Bearbeitung (üblicherweise Schleifen) der Ringe an. Liegen nun in den zu zerspanenden Bereichen Eigenspannungen vor, muss sich nach der Zerspanung ein neues Momentengleichgewicht über dem Querschnitt einstellen, was mit einer Veränderung des Ringdurchmessers einhergeht. Zweitens wirken sich die Eigenspannungen nachteilig hinsichtlich der Uberlagerung mit im Betrieb auftretenden Belastungen aus, was entweder zu einer Reduzierung der Lebensdauer führt, oder die Verringerung der zulässigen Spannungen zur Folge hat. Für die vorliegende Optimierung wird angenommen, dass die Randfaser außen und innen (0° und 180°, Abbildung 69) nach dem Umformen über keine bzw. möglichst geringe Eigenspannungen verfügen soll. Aufbauend auf der Optimierung hinsichtlich des Enddurchmessers ist hier ebenfalls ein gewünschter Rückfederungsdurchmesser zu erreichen. Entsprechend wird zu jeder möglichen Kombination der beiden Fertigungsdurchmesser D<sub>Vor,1</sub> und D<sub>Fertig,3</sub> die Randspannung bei 0° bzw. 180° festgehalten. Für die Optimierung in Abbildung 92 sind im ersten Schritt die Inkremente für die Vorroll- und Fertigrolldehnungen ( $\Delta \epsilon_{Ges,1,it}$  und  $\Delta \epsilon_{Ges,3,it}$ ), sowie der Rückfederungsdurchmesser  $D_{Fertig,4}$  zu wählen.

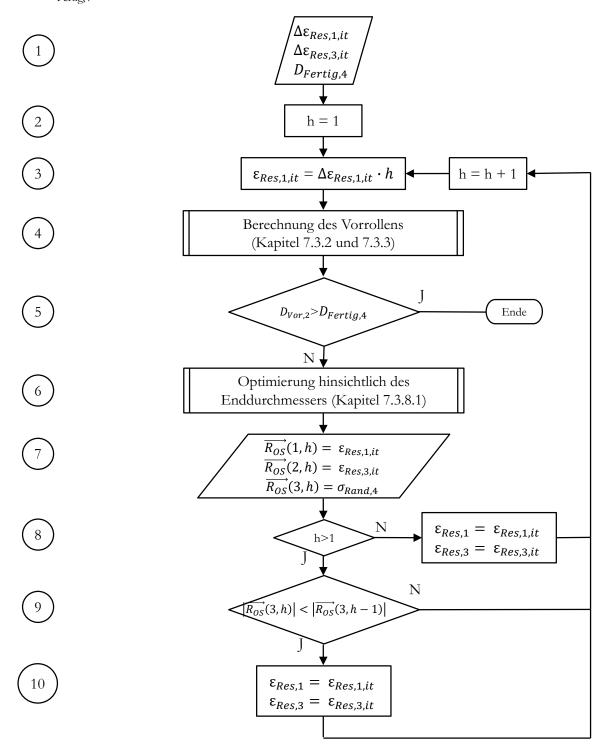


Abbildung 92: Ablaufplan – Optimierung hinsichtlich der Randfaserspannung

Anschließend wird von Schritt 2 bis Schritt 10 eine Schleife durchlaufen, in der der Vorrolldehnung und somit der Vorrolldurchmesser solange vergrößert wird, bis der rückgefederte Vorrolldurchmesser den gewünschten Enddurchmesser überschreitet (If-Abfrage in Schritt 5), da dann ein Fertigrollprozess nicht mehr möglich ist. In der Schleife werden im Schritt 4 der bekannte deskriptive Berechnungsalgorithmus zur Berechnung des Vorrolldurchmessers D<sub>Vor,2</sub> angewendet. Im Schritt 6 wird die Optimierung hinsichtlich des Enddurchmessers, wie im vorherigen Kapitel 7.3.8.1 vorgestellt, angewendet. Im Schritt 7 werden im Ergebnisvektor die Dehnungen für Vorrollen und Fertigrollen sowie die Randfaserdehnung nach dem Fertigrollen gespeichert. Die Schritte 8 und 9 beinhalten Verzweigungen zur Bestimmung der optimalen Ergebnisse: Schritt 8 stellt sicher, dass mehr als ein Ergebnispaar vorliegt. Falls nicht, wird zuerst ein weiteres Ergebnispaar ermittelt und die Dehnungswerte des ersten Wertepaares als Ergebnis definiert. Nach der Ermittlung des zweiten Wertepaares wird in Schritt 9 ein Vergleich zwischen der aktuellen Randfaserspannung und der vorherigen durchgeführt. Falls die aktuelle dem Betrage nach kleiner ist, werden in Schritt 10 die bereits vorhandenen Werte überschrieben.

### 7.3.8.3 Optimierung hinsichtlich der Formstabilität beim Zerspanen

Im vorherigen Abschnitt wird die Randfaserspannung als entscheidendes Kriterium betrachtet. Bei manchen umgeformten Produkten wird allerdings nach der zweistufigen Umformung ein signifikanter Teil des Querschnitts durch Zerspanung entfernt. Beispielsweise wird hier das Schleifen der Wälzkörperlaufflächen bei Drahtwälzlagerringen genannt, was letztendlich zur sogenannten Mondsichelgeometrie führt. Unter Ziffer 5.1 sind die entsprechenden Grundlagen dokumentiert. Um eine nachträgliche und ungewollte Verformung der Ringe zu vermeiden bzw. zu verringern, sind die Umformparameter so zu wählen, dass die Eigenspannungen in den zu zerspanenden Querschnittsbereichen minimal sind, siehe Ziffer 4.3. Durch das Freiwerden von Eigenspannungen sind zwei unerwünschte Verformungen denkbar:

1. Der Drahtdurchmesser verändert sich. Hierfür sind die aus den freiwerdenden Eigenspannungen resultierenden Momente um die y-Achse des Querschnitts relevant.

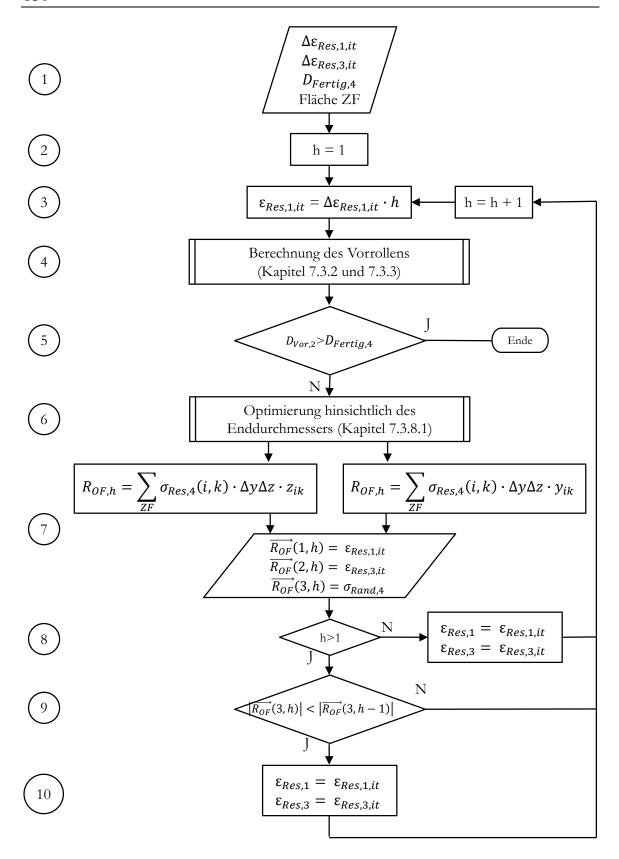


Abbildung 93: Ablaufplan – Optimierung hinsichtlich der Formstabilität beim Zerspanen

2. Die Ringenden zeigen nicht mehr zueinander; der Ring beschreibt die Geometrie einer Schraubenfeder. Hierfür sind die aus den freiwerdenden Eigenspannungen resultierenden Momente um die z-Achse (Abbildung 25) des Querschnitts relevant.

Für beide Optimierungsansätze ist auf den bereits bekannten Algorithmus, wie bereits bei der Optimierung nach der Randfaserspannung (7.3.8.2) zurückzugreifen lediglich das Optimierungskriterium ist entsprechend zu wählen. Die Schritte 1 bis 6 und 8 bis 10 in Abbildung 93 sind mit denen bei der Optimierung hinsichtlich der Randfaserspannung (7.3.8.2) identisch. Die eigentliche Optimierung in Schritt 7 gliedert sich in diesem Fall in die beiden bereits erwähnten Möglichkeiten. Der linke Pfad repräsentiert die Optimierung hinsichtlich Drahtdurchmesser und der rechte hinsichtlich Spiralisierung des Drahts.

### 7.3.9 Spannungsverifikation

In Ziffer 7.1.5 ist die Röntgendiffraktometrie als geeignete Messmethode zur Bestimmung von Eigenspannungen dokumentiert. Um die Ergebnisqualität des analytischen Berechnungsmodells zu verifizieren, werden für die bereits in Ziffer 7.1.5 bestimmten Spannungen die jeweiligen Umformkonfigurationen mittels des hier vorgestellten analytischen Modells berechnet und gegenübergestellt.

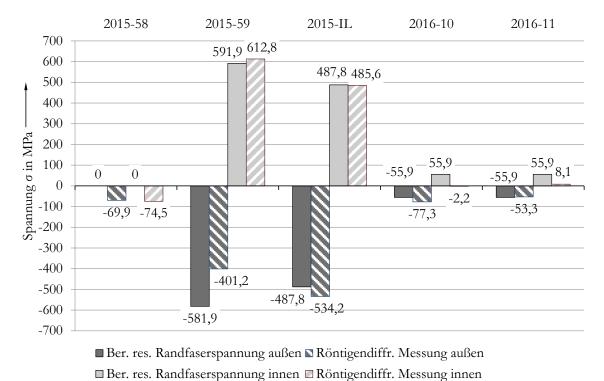


Abbildung 94: Vergleich analytische und experimentelle Ergebnisse

Abbildung 94 zeigt die Vergleiche der analytischen und röntgendiffraktometrischen Ergebnisse. Die schraffierten Werte entsprechen den röntgendiffraktometrisch gemessenen Spannungswerten der inneren (hellgrau) und äußeren (dunkelgrau) Randfaser. Die nicht schraffierten Balken stellen die Ergebnisse des analytischen Berechnungsmodells dar. Unter Berücksichtigung der in Ziffer 7.1.5 beschriebenen zu erwartenden Messungenauigkeit von etwa 50 MPa zeigen die Messwerte teilweise eine gute Übereinstimmung mit den analytisch berechneten Spannungswerten. An der Probe 2015-58 lässt sich eine wichtige Tatsache ableiten: Der theoretisch eigenspannungsfreie ölschlussvergütete Draht verfügt bereits im unverformten Zustand etwa 70 MPa an Eigenspannungen auf. Bei der Probe 2015-59 ist auffällig, dass die Messung an der Außenfaser um 180 MPa zur analytischen Rechnung abweicht und hingegen die Ergebnisse der Innenfaser wesentlich bessere Übereinstimmung aufweist. Trotz der Abweichungen kann allerdings von einer befriedigenden Übereinstimmung zwischen analytischen und experimentellen Werten ausgegangen werden. Folgendes Diagramm zeigt den durch das analytische Modell errechneten resultierenden Eigenspannungsverlauf für den Versuch 2016/10 und 2016/11 im Vergleich zu den numerischen Berechnungsergebnissen aus Abbildung 75.

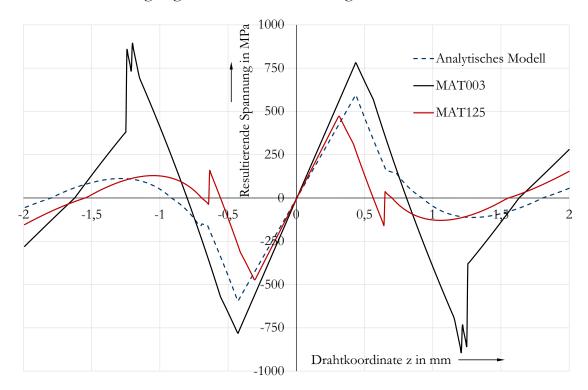


Abbildung 95: Vergleich der resultierenden Eigenspannungsverläufe

Die Unterschiede zwischen dem analytischen Ergebnis und MAT003 sind erheblich größer als die zum MAT125. Dies ist auch zu erwarten, da die Fließkurve des MAT125 eine bessere Übereinstimmung mit der tatsächlichen Zug-/Druckhysterese aufweist als beim MAT003 (Abbildung 73). Trotz der visuell guten Übereinstimmung von MAT125 mit dem analytischen Ergebnis beträgt die Spannungsdifferenz teilweise etwa 500 MPa was eine Eignung des numerischen Modells sehr zweifelhaft erscheinen lässt. Ergänzend kommt die erhebliche Abweichung hinsichtlich der Durchmesser aus Tabelle 17 und 18 hinzu.

### 8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird eine Methodik zur Bestimmung der optimalen Parameter beim Drahtumformen vorgestellt. Die Aufarbeitung des Stands der Technik hat in diesem Zusammenhang gezeigt, dass bisher keine Methodik zur Verfügung steht, die die beschriebenen Umformsituationen zufriedenstellend abbilden kann. Einzelne Ansätze zur Beschreibung bestimmter Größen sind in der Literatur bereits zu finden [97, 119, 120, 144, 159], allerdings sind diese Betrachtungen nur für einstufige Umformprozesse uneingeschränkt anwendbar. Insbesondere die Problematik des mehrstufigen Umformprozesses und die Behandlung von ausgeprägten Ver- und Entfestigungsmechanismen, wie hier dem BAUSCHINGER Effekt, lassen eine Untersuchung des Umformproblems bisher nur unter starker Vereinfachung zu.

Im Rahmen der vorliegenden Untersuchung werden zwei mögliche Lösungswege in Abbildung 4 benannt. Für beide Wege, sowohl der numerische als auch der analytische, ist eine empirische Untersuchung des Materialverhaltens obligatorisch. Dies wurde umfänglich am Werkstoff 54SiCr6 durchgeführt. Beim C45E+N waren diese Untersuchungen nur teilweise notwendig, da hier auf bereits vorhandene Daten von SCHOLTES [78] zurückgegriffen werden konnte. Generell hat sich bei der empirischen Untersuchung gezeigt, dass die Standardwerkstoffgrößen wie Elastizitätsmodul, Fließ- und Streckgrenze sowie Bruchdehnung für die benötigte Werkstoffbeschreibung des mehrstufigen Umformvorgangs nicht ausreichend sind. Insbesondere die Entlastungsvorgänge und die sekundäre Beanspruchung des Werkstoffs machen weitere Kenngrößen erforderlich. Daher werden zunächst die Erkenntnisse aus der empirischen Werkstoffuntersuchung in allgemeiner Form vorgestellt. Aus diesen allgemeinen Erkenntnissen werden jeweils anschließend die nötigen Schlüsse für die Anwendung der Methodik explizit herausgearbeitet.

Zug-/Druck Hystereseversuche: Die durchgeführten Zug-/Druckversuche bilden die Grundlage für die benötigten Werkstoffbeschreibungen. In diesem Zusammenhang wurden die plastische Rückverformung, der Tangentenmodul und die Sekundärfließkurve in Abhängigkeit ihrer plastischen Verformungshistorie am Werkstoff 54SiCr6 detailliert untersucht. Dabei hat sich gezeigt, dass für alle drei Parameter eine Abhängigkeit von der plastischen Dehnung besteht. Folgende Erkenntnisse können dabei festgehalten werden:

- 1. Die plastische Rückverformung ist sowohl beim Werkstoff 54SiCr6 als auch beim C45E+N vorhanden und nimmt mit steigender plastischer Verformung zu. Die Zunahme wird allerdings mit steigender plastischer Verformung geringer. Bereits vorangegangene Untersuchungen an anderen Stahlsorten haben dieses Verhalten ebenfalls dargestellt [20, 81, 98]. Zudem ist zwischen der Höhe der plastischen Rückverformung nach primärer und nach sekundärer Beanspruchung zu unterscheiden, welche bei zweitgenannter nur etwa halb so groß ist. Zur mathematischen Beschreibung wird auf eine Sättigungsfunktion zurückgegriffen, siehe Formel (7-1).
- 2. Der Tangentenmodul ist ebenfalls abhängig von der plastischen Verformung und nimmt mit steigender Verformung ab. Dies findet sich auch in den genannten beispielhaften Veröffentlichungen [20, 81, 98]. Analog der plastischen Rückverformung ist auch hier zwischen der primären und sekundären Beanspruchung zu unterscheiden. Beim 54SiCr6 nimmt die Kurve ab einer entsprechenden plastischen Verformung sowohl für die primäre als auch für die sekundäre Beanspruchung einen konstanten Wert von 68,5 % des ursprünglichen Elastizitätsmoduls an. Beim C45E+N beträgt der konstante Wert 38,1 %. Die mathematische Beschreibung erfolgt anhand der YOSHIDA-Gleichung (7-5) [148].
- 3. Die Untersuchung der Sekundärfließkurve zeigt, dass diese ebenfalls eine Abhängigkeit von der plastischen Verformung in Phase 1 aufweist. Dabei kann festgehalten werden, dass sich die sekundäre Fließgrenze beim 54SiCr6 konstant bei etwa 300 MPa befindet; beim C45E+N bei 130 MPa vgl. [78]. Anschließend folgt der plastische Bereich der Sekundärfließkurve. Dieser plastische Bereich verläuft umso flacher je größer die plastische Primärverformung ist. Die Beschreibung der Sekundärfließkurve erfolgt anhand der Gleichung (7-8), welche zum einen die bereits angesprochene Abhängigkeit von der plastischen Verformung der sekundären Beanspruchung aufweist und zudem hinsichtlich des grundsätzlichen Kurvenverlaufs eine Abhängigkeit zur primären plastischen Verformung hat.

Aufbauend auf diesen drei wesentlichen Erkenntnissen kann festgehalten werden, dass beide Werkstoffe über einen ausgeprägten BAUSCHINGER-Effekt verfügen. Wie bereits vom Verfasser erwähnt und von anderen Autoren ebenfalls festgestellt wurde [20, 78], sind die beschriebenen drei Parameter zur umfänglichen Charakterisierung des BAUSCHINGER-Effekts nicht ausreichend. Insbesondere der genaue Verlauf der Entlastungskurve und die Berücksichtigung von bei-

spielsweise den elastischen Hysteresen, siehe Ziffer 4.4.3, werden nicht thematisiert. Ziel der vorliegenden Arbeit ist jedoch nicht die umfängliche Beschreibung des BAUSCHINGER-Effekts, sondern die Erarbeitung einer Methodik zur Beschreibung des Drahtrollbiegevorgangs, wofür die drei im Rahmen der Arbeit verwendeten Kenngrößen (plastische Rückverformung, Tangentenmodul und Sekundärfließkurve) vollkommen ausreichend sind. Für alle drei Kenngrößen werden mathematische Zusammenhänge verwendet, die sich zur Anwendung bei anderen Werkstoffen eignen. Die Ergebnisse der Versuche und deren mathematische Beschreibung sind statistisch hinreichend genau über die Bedingung des Bestimmtheitsmaßes größer 90 % abgesichert. Wie sich im weiteren Verlauf der Zusammenfassung zeigen wird, ist die Anwendung der hier entwickelten Methodik an dieses Werkstoffverhalten gebunden. Das bedeutet, eine Anwendung der Methodik auf Werkstoffe, die ein davon signifikant abweichendes Verhalten aufweisen, führt zu nicht korrekten Ergebnissen. Treten die Effekte, wie insbesondere der BAUSCHINGER-Effekt, hingegen erst gar nicht auf (keine plastische Rückverformung, Sekundärfließkurve weist keine Abhängigkeit von der plastischen Verformung auf, etc.), kann durch entsprechende Wahl der Koeffizienten in den angesprochenen Gleichungen die "Ausschaltung" des jeweiligen Effekts erreicht werden. Bei derartigen Werkstoffen ist ggf. die Anwendung des klassischen Biegespannungsmodells sinnvoller, da in diesem Fall dieselben Ergebnisse erzielt werden.

<u>Biegewechselhysterese:</u> Des Weiteren wurde im Rahmen der Biegewechselversuche das ver- und entfestigende Verhalten verschiedener Werkstoffe untersucht. Im Rahmen dieser Arbeit werden lediglich die Ergebnisse für 54SiCr6 und C45E+N vorgestellt. Für weitere Werkstoffe wird auf die umfangreichen Versuche in [150] verwiesen. Folgende Erkenntnisse konnten dabei gewonnen werden.

1. Für die Quantifizierung der Ver- und Entfestigung wurden einerseits die Wechselverformungskurven nach CHRIST [74] und andererseits die neu eingeführte relative Maximalkraftdifferenz [150] verwendet. Beide Darstellungsformen setzen voraus, dass Schädigungen in Form von Rissen am Bauteil während der Belastung ausgeschlossen werden können. Ist dies der Fall, sind beide Formen zur Quantifizierung geeignet, wobei jede Variante ihre Stärken aufweist. Soll eine Zu- oder Abnahme der Ver- oder Entfestigung oder die Intensität des BAU-SCHINGER-Effekts beurteilt werden, ist dies praktisch nur mit der vorgestellten relativen Maximalkraftdifferenz möglich. Ebenso ist der relative Vergleich von Werkstoffcharakteristiken nur über die relative Maximalkraftdifferenz sinnvoll.

Eine mögliche Schädigung durch Risse etc. oder Ermüdung während des Versuchs lässt sich allerdings, wenn überhaupt, nur mit den Wechselverformungskurven feststellen. Dementsprechend ist eine Auswertung möglicher Versuche anhand beider Darstellungsformen anzustreben.

2. Beide betrachteten Werkstoffe entfestigen bei zyklischer plastischer Belastung. Die Entfestigung ist grundsätzlich nach der ersten Belastung am größten und fällt dann mit steigender Zyklenzahl ab. Lediglich bei kleinen Auslenkungen ist eine einmalige Zunahme der relativen Maximalkraftdifferenz zum zweiten Halbzyklus festzustellen. Dies ist auf einen anfänglich beim ersten Halbzyklus nur begrenzt vorhandenen BAUSCHINGER-Effekt zurückzuführen. Die relative Maximalkraftdifferenz nimmt mit steigender plastischer Verformung bei der entsprechend gleichen Zyklenzahl zu. Wird die plastische Verformung über einen bestimmten Grenzwert vergrößert, entstehen Risse an der Probenoberfläche, wodurch die relative Maximalkraftdifferenz und somit die Entfestigung wieder absinkt, was allerdings nichts über das eigentliche Werkstoffverhalten aussagt. Die Entfestigung über der Zyklenzahl bei gleichbleibender Verformung nähert sich stetig der Abszisse und damit dem Wert Null an und erreicht diesen im Rahmen der betrachteten zehn Zyklen praktisch gesehen nicht. Auffällig ist, dass beim 54SiCr6 anfänglich eine hohe relative Maximalkraftdifferenz vorhanden ist, diese aber bis zum fünften Zyklus nahezu verschwunden ist (kleiner 0,5 %). Beim C45E+N ist die anfängliche relative Maximalkraftdifferenz im Vergleich kleiner. Trotzdem sind selbst nach den hier betrachteten zehn Zyklen immer noch nennenswerte Entfestigungswerte vorhanden. Ein Einfluss der Umformgeschwindigkeit im untersuchten Bereich von 10 mm/min bis 200 mm/min Auslenkung konnte bei beiden Werkstoffen nicht festgestellt werden.

Eine weitere Verwendung der gewonnenen Ver- und Entfestigungsdaten ist im Rahmen der Arbeit nicht vorgesehen, da für den betrachteten Umformvorgang lediglich ein voller Belastungszyklus relevant ist. Die Entfestigung für diesen gesamten Zyklus wird bereits durch die Beschreibung der Sekundärfließkurve abgedeckt.

Torsionswechselhysterese: Die Torsionsversuche wurden zum Vergleich mit den Zug-/Druckversuchen durchgeführt, allerdings mit dem Vorteil, dass während der Belastung praktisch keine Querschnittsveränderung auftritt. Die Versuche dienen hauptsächlich der Verifikation der Zug-/Druckergebnisse. Eine

weitere Verwendung im Rahmen des Berechnungsalgorithmus ist nicht vorgesehen. Trotzdem können anhand der Versuche folgende Aussagen getroffen werden.

- 1. Wie bereits die Zug-/Druckversuche zeigen, ist auch bei den Torsionsversuchen für den 54SiCr4 eine plastische Rückschiebung vorhanden. Analog der plastischen Rückverformung ist auch bei der plastischen Rückschiebung eine Zunahme mit steigender plastischer Schiebung festzustellen. Die Zunahme wird auch mit steigender plastischer Schiebung geringer. Der bereits erwähnte Faktor 2 zwischen primärer und sekundärer plastischer Rückverformung ist auch bei der plastischen Rückschiebung bei Torsionsbeanspruchung zu finden.
- 2. Der Tangentenschubmodul verhält sich charakteristisch wie der Tangentenmodul der Zug-/Druckversuche. Der erreichte konstante Wert beträgt hier 69,5 % was praktisch gesehen als gleiches Ergebnis wie bei den Zug-/Druckversuchen (68,5 %) gewertet werden kann.

Schleifversuche: Da die gerollten Drähte im Anschluss an den Umformprozess üblicherweise mechanisch feinbearbeitet werden (normalerweise durch Schleifen), wurde eine erste Versuchsreihe mit anschließender Eigenspannungsbestimmung mittels Röntgendiffraktometrie durchgeführt. Im Rahmen der Versuche wurden drei Parameter, nämlich die Zustellung der Schleifscheibe je Arbeitsgang, die Verwendung von Kühlschmierstoff und die Zustellung wahlweise im Gleich- oder Gegenlauf durchgeführt. Durch die Untersuchung können erste qualitative Aussagen zum Einfluss getroffen werden. Für eine quantitative Beschreibung der Einflüsse sind umfangreichere Versuche mit größerem Probenumfang und mehr Stützpunkten je Kriterium notwendig. Folgende qualitative Ergebnisse lassen sich trotzdem aus den Versuchen ableiten:

- 1. Die durch das mechanische Schleifen eingebrachten Eigenspannungen betragen, je nach Versuchskonstellation in drahtaxialer Richtung zwischen 80 und 600 MPa sowie in dazu senkrechter Richtung der geschliffenen Oberfläche von -220 bis 300 MPa.
- 2. Hinsichtlich der axial gerichteten Spannungen an der Schleifoberfläche können folgende qualitative Aussagen getroffen werden. Durch das mechanische Schleifen wurden bei allen Versuchen ausschließlich Zugeigenspannungen eingebracht. Die Zugspannungen werden grundsätzlich mit steigender Zustellung größer. Ebenso führt eine Zustellung im Gegenlauf grundsätzlich zu größeren

Spannungen als eine Zustellung im Gleichlauf. Der Einfluss des Kühlschmierstoffs auf die axial gerichteten Spannungen lässt sich nicht ohne weiteres ableiten.

3. Die zur axialen Richtung senkrechten Oberflächenspannungen haben sowohl positive als auch negative Vorzeichen. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass bei höherer Zustellung eher mit Druckspannungen zu rechnen ist. Gegenlaufschleifen führt in dieser Richtung eher zu betragsmäßig niedrigen Eigenspannungen. Auch hier ist der Einfluss des Kühlschmierstoffs nicht ohne weiteres zu quantifizieren.

Die Ergebnisse der Versuche stellen aufgrund der fehlenden Probenredundanz als auch der geringen Ergebnisstützpunkte nur erste Tastversuche dar. Um quantitative Ergebnisse zu erhalten, ist eine umfangreiche Untersuchung nötig. Trotzdem kann bereits anhand der durchgeführten Versuche der signifikant hohe Einfluss des mechanischen Schleifens auf den Eigenspannungshaushalt aufgezeigt werden. Die Beträge der Eigenspannungen reichen durchaus in ihrer Höhe an die Umformeigenspannungen heran und sind daher für eine realitätsnahe Auslegung von Bauteilen obligatorisch zu bestimmen. Dies findet bisher allerdings meist keine Berücksichtigung in der Berechnung und Auslegung von Produkten.

Hinsichtlich der empirischen Versuche kann folgendes festgehalten werden: Die mathematischen Formulierungen für die plastische Rückverformung, den Tangentenmodul und die Sekundärfließkurve stellen die Grundlage sowohl für die numerische als auch die analytische Untersuchung dar. Entsprechend finden sich diese Formulierungen mit den Koeffizienten für die beiden beispielhaft betrachteten Materialien in beiden Untersuchungen wieder. Die besagten Formulierungen erfüllen somit die Forderung des ersten Teilziels "Auswahl nötiger Parameter zur Werkstoffcharakterisierung".

Numerische Untersuchung: Die numerische Simulation mittels kommerzieller FEM-Programme hat keine befriedigenden Ergebnisse des Umformproblems liefern können. Die verfügbaren Materialmodelle bieten nur unzureichende Optionen zur Berücksichtigung des BAUSCHINGER-Effekts und der mit steigender plastischer Vorverformung veränderlichen Sekundärfließkurve. Eine Parameteroptimierung hat für die zum Zeitpunkt der Untersuchung verfügbaren Materialmodelle des Programmpakets LS-DYNA keine brauchbare Lösung bieten können. Eine weitere Verwendung von FE-gestützter Berechnung wurde im Rahmen der Arbeit daher nicht angestrebt.

Analytisches Berechnungsmodell: Aufbauend auf den bereits bekannten Zusammenhängen der allgemeinen Biegespannungstheorie wurde zuerst ein deskriptives, analytisches Berechnungsmodell entwickelt (vgl. 7.3.1). Das Modell unterteilt den Umformvorgang in seine vier Phasen (primäre Beanspruchung, primäre Entlastung, sekundäre Beanspruchung, sekundäre Entlastung). Da die Drahtquerschnitte sowohl vorrangig kreisrund aber auch andere Geometrien aufweisen können, wurde stets eine allgemeine Formulierung berücksichtigt. Der betrachtete Querschnitt wird in n x m Elemente unterteilt und für jedes dieser Elemente werden die Spannungen und Dehnungen zu jeder Phase ermittelt. Im Grunde handelt es sich bei dem vorliegenden Berechnungsalgorithmus um ein zweidimensionales Finite-Elemente-Modell. Das Modell berücksichtigt die neu gewonnenen Erkenntnisse aus den durchgeführten empirischen Versuchen. Entsprechend ist eine Implementierung der plastischen Rückverformung, des Tangentenmoduls und der Sekundärfließkurve vorgesehen und obligatorisch. Die Berücksichtigung führt dazu, dass die Rückfederungen in den Entlastungsphasen 2 und 4 keinen linearen Spannungsverlauf über dem Querschnitt haben, wie dies durch die klassische Biegespannungstheorie vorgesehen ist, sondern sich teilweise bereits auf der sekundären Fließkurve bzw. im plastischen sekundären Fließbereich befinden. Da nun kein linearer Zusammenhang mehr zwischen Rückfederung und Rückfederungsspannung besteht, lässt sich das benötigte Momentengleichgewicht nur noch iterativ lösen. Für dieses iterative Modell wurde ein Optimierungsalgorithmus in Form einer Minimierungsgleichung formuliert, die eine adäquate Lösung liefert, da eine exakte Lösung aufgrund des finiten Elemente Ansatzes und dem unstetigen Verfahren nicht mehr möglich ist. Dieser vorgestellte Algorithmus spiegelt demnach die Forderung des zweiten Teilziels "Numerische oder analytische Beschreibung des Umformvorgangs" wieder, wobei eine numerische Lösung mittlerweile ausgeschlossen ist. Aufbauend auf diesen deskriptiven Algorithmus werden drei verschiedene Optimierungskriterien beschrieben:

1. Optimierung hinsichtlich des Enddurchmessers (vgl. 7.3.8.1): In diesem Fall werden nicht die beiden Fertigungsdurchmesser vorgegeben, sondern der angestrebte und rückgefederte Enddurchmesser. Der Optimierungsalgorithmus wählt nun die entsprechend möglichen Kombinationen aus Vor- und Fertigrolldurchmesser aus. Problematisch ist allerdings die theoretisch unendliche Anzahl an Lösungskombinationen, da für eine eindeutige und singuläre Lösung eine Randbedingung zu wenig vorhanden ist. Im einfacheren und eindeutigen Fall

wird bereits der Vorrolldurchmesser vorgegeben und der benötigte Fertigrolldurchmesser durch den Algorithmus bestimmt.

- 2. Optimierung hinsichtlich der Randfaserspannung: Bei dieser Optimierung ist als zusätzliche Randbedingung die Minimierung der Randfasereigenspannung auf der Außen- und Innenseite vorgegeben. Dadurch sind die möglichen Kombinationen aus Vor- und Fertigrolldurchmesser hinsichtlich der jeweiligen Spannungen zu vergleichen und die entsprechende Kombination zu wählen. Im Gegensatz zum ersten Optimierungsansatz ist hier eine eindeutige Auswahl der theoretisch unendlichen Anzahl an Lösungskombinationen aus Vor- und Fertigrolldurchmessers möglich, da als weiteres Kriterium die Spannungsminimierung vorhanden ist.
- 3. Optimierung hinsichtlich der Formstabilität beim Zerspanen: In diesem Fall ist nicht die Minimierung der Spannung in der Randfaser relevant, sondern die Minimierung des resultierenden Moments um die gewählte Querschnittsachse des zu zerspanenden Querschnitts. Durch diese Optimierung wird einer ungewollten Verformung weitestgehend vorgebeugt, die durch Wegnahme von Querschnittsbereichen und der damit einhergehenden Freisetzung von Eigenspannungen entsteht. Die ungewollten Verformungen können entweder eine Vergrößerung bzw. Verkleinerung des Drahtringdurchmessers oder auch die Spiralisierung (die Drahtenden zeigen nicht mehr aufeinander) zur Folge haben. Diese drei Optimierungsstrategien erfüllen somit das dritte Teilziel, welches die "Benennung und Formulierung der Optimierungskriterien" fordert.

Röntgendiffraktometrische Spannungsmessung: Der abschließend durchgeführte Vergleich zwischen den röntgendiffraktometrisch gemessenen Spannungen und den Ergebnissen des Berechnungsmodells ergeben ein befriedigendes Ergebnis.

Beschreibung der Methodik: Zusammengefasst kann die Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen für bereits bekannte und neue Werkstoffe mit den neun Schritten in Abbildung 96 beschrieben werden.

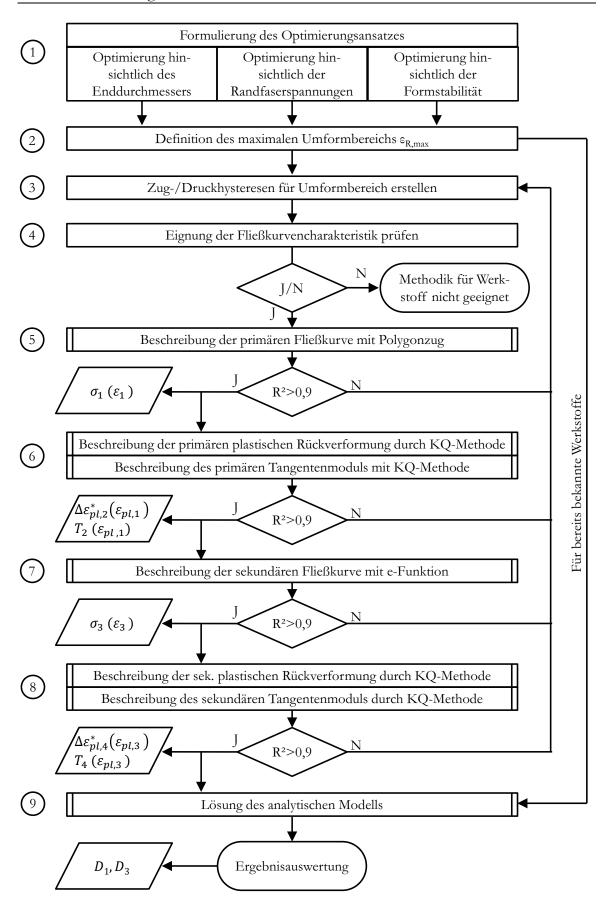


Abbildung 96: Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen

Für bereits bekannte Werkstoffe sind lediglich die Schritte 1, 2 und 9 zu durchlaufen. Für noch nicht hinterlegte Materialien müssen alle Schritte durchlaufen werden. Für die vorliegende Arbeit liegt der Algorithmus im Rahmen eines Mat-Lab Programms vor was die Anwendung vereinfacht.

Im ersten Schritt ist der gewünschte Optimierungsansatz zu wählen. Im Rahmen dieser Arbeit werden drei Ansätze unter Ziffer 7.3.8 zur Verfügung gestellt. Dies stellt keine abschließende Anzahl dar und kann jederzeit erweitert werden.

In Schritt zwei ist der maximal vorgesehene Dehnungsbereich festzulegen. Dies ergibt sich aus der maximal möglichen Dehnung, welche entweder durch den Fertigungsprozess oder eben durch andere Randbedingungen vorgegeben wird. Die maximale Dehnung ist Grundlage für die weiteren empirischen Versuche. Im dritten Schritt werden die Zug-/Druckversuche geplant. Entsprechend der maximal vorgesehenen Dehnung ist zuerst die Anzahl der Dehnungsstufen festzulegen. Eine konkrete Empfehlung hierzu kann nicht gegeben werden, da hierfür weitere Randbedingungen Einfluss haben. Orientierung kann allerdings folgende Staffelung der Dehnungspunkte geben: Für den Dehnungsbereich von 0 bis 1 % plastischer Dehnung sind Schritte im 0,25 % Abstand anzustreben. Im Bereich bis 2,5 % kann auf einen Abstand von 0,5 % erhöht werden. Darüber ist der Abstand auf 1,0 % zu erhöhen. Im Grunde richtet sich die Staffelung nach der Charakteristik: Je größer der Gradient bzw. je stärker die Anderung des Gradienten ausfällt, desto enger empfiehlt es sich, die Staffelung zu wählen. Teilweise ist dies auch iterativ zu entscheiden, das heißt nach den ersten Tastversuchen ist die benötigte Staffelung zu wählen.

Im vierten Schritt ist zu überprüfen, ob die Materialcharakteristik durch die eigentliche Fließkurve und zusätzlich durch die bereits erwähnten Parameter beschrieben werden kann. Grundsätzlich lassen sich drei Ergebnissituationen nach diesem vierten Schritt unterscheiden:

- 1. Das Materialverhalten lässt sich umfänglich durch die genannten Größen (Fließkurve, plastische Rückverformung, Tangentenmodul und Sekundärfließkurve) beschreiben. Eine Anwendung der Methodik ist demnach uneingeschränkt möglich.
- 2. Das Materialverhalten weist beispielsweise keine Verfestigung oder keinen BAUSCHINGER-Effekt auf, was keine Notwendigkeit für deren Beschreibung darstellt. Trotzdem kann die Methodik angewendet werden lediglich die Parameter der mathematischen Formulierungen für die entsprechenden Effekte müssen so gewählt werden, dass diese nicht zum Tragen kommen.

3. Das Materialverhalten weist zwar die berücksichtigten Effekte auf, diese gehorchen aber nicht den hinterlegten Gesetzmäßigkeiten oder das Materialverhalten beinhaltet zusätzliche Effekte, die mit den beschriebenen Formulierungen nicht berücksichtigt werden können. In diesen Fällen ist eine Anwendung der Methodik nicht zielführend.

Im fünften Schritt ist die mathematische Beschreibung der primären Fließkurve durchzuführen. Hierbei ist vorrangig eine Beschreibung anhand der LUDWIK-Gleichung zu wählen, siehe Ziffer 7.3.2. Falls dies nicht zur gewünschten Ergebnisqualität führt, ist auf andere Modelle zurückzugreifen. Die Übereinstimmung von Modell und realer Fließkurve sowie auch der Vergleich unterschiedlicher Materialmodelle untereinander lässt sich durch die Höhe des Bestimmtheitsmaßes erreichen. Darüber hinaus ist ein minimales Bestimmtheitsmaß der Modellbildung zugrunde zu legen. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird stets von 90 % ausgegangen. Diese Minimalforderung für das Bestimmtheitsmaß ist grundsätzlich vom Anwender zu wählen und richtet sich mitunter auch nach dem Werkstoff: Beispielsweise bei Edelstählen mit eng definierten Legierungsbestandteilen und hohen Anforderungen an den Herstellprozess sind höhere Werte an das Bestimmtheitsmaß sinnvoll; bei unlegierten Werkstoffen oder auch bei Guss- und Schmiedewerkstoffen ist ggf. eine Absenkung der Anforderung in Erwägung zu ziehen. Wird die geforderte Höhe des Bestimmtheitsmaßes nicht erreicht, lässt sich dies entweder auf ein ungenügendes mathematisches Modell oder eine zu hohe Streuung der empirischen Ergebnisse zurückführen. Im Fall der zu großen Streuung lässt sich durch zusätzliche Versuche ein höheres Bestimmtheitsmaß erreichen.

Im Rahmen des sechsten Schritts werden die plastische Rückverformung und der Tangentenmodul für die primäre Entlastung ermittelt. Grundlage sind die bereits durchgeführten empirischen Versuche aus Schritt 3. Dabei sind die Vorgehensweise aus den Ziffern 7.1.1.1 und 7.1.1.2 zu verwenden. Auch hier ist die Qualität durch ein gewähltes Bestimmtheitsmaß zu sichern. Falls dieses nicht erreicht wird, sind wiederum zusätzliche Versuche durchzuführen.

In Schritt sieben wird die Beschreibung der Sekundärfließkurve anhand einer e-Funktion durchgeführt. Dies ist anhand dem unter 7.1.1.3 vorgestellten Vorgehen durchzuführen. Auch hier ist die Qualität der Beschreibung durch das Bestimmtheitsmaß abzusichern.

Schritt acht orientiert sich am Vorgehen von Schritt sechs und liefert die gleichen Ergebnisse, allerdings für die sekundäre Entlastung.

Im neunten Schritt werden die gewonnenen Parameter in das mathematische Modell bzw. den Algorithmus eingefügt und das Optimierungsproblem gelöst. Die Ergebnisse sind entsprechend zu wählen.

<u>Ausblick:</u> Die vorliegende Arbeit stellt die Methodik zur analytischen Berechnung von Drahtrollbiegeproblemstellungen vor. Die Methodik wurde in allen neun Schritten nach Abbildung 96 an beiden vorgestellten Werkstoffen durchgeführt. Die Verifikation des thematisierten analytischen Modells fand im Rahmen von sechs gemessenen und durchgerechneten Proben für den Werkstoff 54SiCr6 statt (siehe 7.3.9).

Um eine Verifikation der Methodik im Allgemeinen zu erreichen, ist eine weitere Anwendung auf andere Materialien durchzuführen. Es ist davon auszugehen, dass die gewählten mathematischen Formulierungen auch für andere Stahlsorten Gültigkeit haben. Eine Modifikation der Formulierungen ist darüber hinaus denkbar und unbedenklich, da die Methodik dies ausdrücklich vorsieht. Bei häufig verwendeten Werkstoffen kann auf bereits durchgeführte Untersuchungen zur Ver- und Entfestigung bzw. zum BAUSCHINGER-Effekt zurückgegriffen werden. Eine Übertragung des Modells auf nichtmetallische Werkstoffe ist bisher nicht vorgesehen und muss kritisch untersucht werden. Hierzu ist speziell auf die getroffenen Annahmen hinsichtlich der Abhängigkeit des Materialverhaltens hinzuweisen. Insbesondere bei Werkstoffen bzw. Umformprozessen mit geschwindigkeitsabhängigem Fließverhalten ist die Anwendung der Methodik in der dargestellten Form nicht anwendbar. Ebenso ist eine Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des Fließverhaltens bisher nicht integriert.

Die bisher vorgesehenen drei Optimierungskriterien sind keinesfalls als abgeschlossen zu betrachten. Eine Weiterentwicklung auf ähnliche Sachverhalte bzw. eine neue Erstellung von Optimierungskriterien ist ausdrücklich vorgesehen. Die Trennung zwischen deskriptivem Algorithmus und Optimierung bietet hierzu die benötigten Freiheiten.

Eine Erweiterung der Methodik auf mehr als eine Hin- und Rückverformung (Primär- und Sekundärverformung) ist theoretisch einfach möglich, praktisch aber nicht ohne Modifikationen des Algorithmus machbar. Dieser stellt aufgrund der spezifischen Versuchsanordnung ein Problem dar, da die Probe nach dem Druckversuch zu kurz für einen weiteren Zugversuch ist. Für die Berücksichtigung weiterer Beanspruchungs(halb)zyklen ist auf andere Versuche zurückzugreifen, was voraussichtlich eine spanende Probenherstellung erfordert; die

Nachteile hierzu wurden bereits umfangreich besprochen (6.2.1). Der analytische Algorithmus hingegen ist problemlos auf weitere Beanspruchungszyklen anpassbar. Zu beachten ist hier im Wesentlichen die Berücksichtigung der Umformhistorie was bisher in Form von Zustandsvariablen realisiert ist.

Gegebenenfalls kann die Geometrieauswahl über eine Schnittstelle zum CAD realisiert werden. In diesem Fall bleibt die teilweise aufwändige Beschreibung des Querschnitts aus.

- [1] Franke GmbH: Drahtwälzlager: kompakt, hochbelastbar, individuell. https://www.franke-gmbh.de/drahtwaelzlager/grundlagen/#slide-4, abgerufen am: 04.04.2017
- [2] Hans Ziller Präzisionsfedern: Hans Ziller Präzisionsfedern, 2017. https://www.ziller-federn.de/standardfedern/, abgerufen am: 01.12.2017
- [3] Federal Mogul: Federal-Mogul, 2017. http://www.federalmogul.com/en-US/OE/Products/Pages/Product-Details.aspx?CategoryId=39&SubCategoryId=47&ProductId=828, abgerufen am: 01.12.2017
- [4] Norm DIN 8580; September 2003. Fertigungsverfahren Begriffe, Einteilung
- [5] Norm DIN 8582; September 2003. Fertigungsverfahren Umformen Einordnung, Unterteilung, Begriffe, Alphabetische Übersicht
- [6] Norm DIN 8586; September 2003. Fertigungsverfahren Biegeumformen Einordnung, Unterteilung, Begriffe
- [7] Doege, E. u. Behrens, B.-A.: Handbuch Umformtechnik. Grundlagen, Technologien, Maschinen. VDI-Buch. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag 2010
- [8] Hoffmann, H.: Handbuch Umformen. Edition Handbuch der Fertigungstechnik. München: Hanser 2012
- [9] Pfeiffer, I. u. Weber, H.: Einfluß des Richtens auf das mechanische Verhalten von Federlegierungen. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 11 (1980) 9, S. 319–324
- [10] Behrens, B.-A., El Nadi, T. u. Krimm, R.: Einstellung von Richtmaschinen. Umformtechnik (2009) III
- [11] Paech, M.: Die Zukunft des Erfolgs entwickelte teilautomatisierte Richttechnik. Draht. Bamberg: Meisenbach ISSN 00125911 (2008) 2, S. 1–6
- [12] Paech, M.: Positioning of Straightening Rolls. Wire Forming Technology International (2006)
- [13] Kruzel, R. u. Suliga, M.: The effect of multiple bending of wire on the residual stresses of high carbon steel wires. Metalurgija 52 (2013) 1, S. 93–95
- [14] Pawelski, O. u. Lueg, W.: Das elastisch-plastische Biegen von Rundstäben und seine Anwendung auf den Richtvorgang in Dreiwalzen-Richtmaschinen. Stahl u. Eisen 79 (1959) 25, S. 1852–1862
- [15] Heyn, E.: Internal strains of cold-wrougth metals, and some trubles caused thereby. The Journal of the Inst. Of Metals (1914) 12, S. 1–37

- [16] Kröner, E. u. Seeger, A.: Nicht-lineare Elastizitiätstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen. Arch. Rational Mech Anal. 3 (1959), S. 97–118
- [17] Tietz, H.-D.: Grundlagen der Eigenspannungen. Entstehung in Metallen, Hochpolymeren und silikatischen Werkstoffen Messtechnik und Bewertung. Leipzig: VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie 1982
- [18] Strauß, T.: Ermittlung von fertigungsprozessbezogenen Eigenspannungen bei komplexer Bauteilgeometrie, Universität Karlsruhe Dissertation. Karlsruhe 2013
- [19] Sobolevski, E. G.: Residual Stress Analysis of Components with Real Geometries Using the Incremental Hole-Drilling Technique and a Differential Evaluation Method, Universität Kassel Dissertation. Kassel 2007
- [20] Ellermann, A.: Der Bauschingereffekt bei vergüteten, bainitischen und normalisierten Zuständen der Stähle 42CrMoS4 und 100Cr6, Universität Kassel Dissertation. Kassel 2012
- [21] Tietz, H.-D.: Entstehung und Einteilung von Eigenspannungen in Werkstoffen. Neue Hütte 25 (1980), S. 371–377
- [22] Masing, G.: Eigenspannungen in kaltgereckten Metallen. Zeitschrift für technische Physik 6 (1925), S. 569–573
- [23] Kloos, K. H.: Eigenspannungen, Definition und Entstehungsursachen. Werkstofftechnik 10 (1979) 9, S. 293–332
- [24] Macherauch, E., Wohlfahrt, H. u. Wolfstieg, U.: Zur zweckmäßigen Definition von Eigenspannungen. Härterei-Technische Mitteilungen 28 (1973) 3, S. 201–211
- [25] Scholtes, B.: Eigenspannungen in mechanisch randschichtverformten Werkstoffzuständen - Ursachen, Ermittlung und Bewertung. Oberursel: DGM Informationsgesellschaft 1990
- [26] Brinksmeier, E.: Randzonenanalyse geschliffener Werkstücke, Universität Hannover Dissertation. Hannover 1982
- [27] Tönshoff, H. K. u. Grabner, T.: Zusammenhang zwischen Bearbeitungsbedingungen und Eigenspannungszustand beim Innenschleifen. In: Saljé, E. u. Saljé, E. (Hrsg.): Jahrbuch Schleifen, Honen, Läppen und Polieren. Verfahren und Maschinen; Jahrbuch. Essen: Vulkan-Verlag; Vulkan-Verl. 1982, S. 119–130
- [28] Kruszynski, B. W.: An attempt zu predict residual stresses in grinding of metals with the aid of a new grinding parameter. CIRP-Annalen 40 (1991) 1, S. 335–337
- [29] Kruszynski, B. W. u. Wojcik, R.: Residual stress in grinding. Journal of Materials Processing Technology 109 (2001), S. 254–257

[30] Brinksmeier, E., Cammett, J. T., König, W., Lskovar, P., Peters, J. u. Tönshoff, H. K.: Residual Stresses - Measurement and causes in machining processes. Annals of the CIRP 31 (1982), S. 491–510

- [31] Lange, F. F., James, M. R. u. Green, D. J.: Determination of residual surface stresses caused by grinding in polycrystalline Al2O3. Communications of the American Ceramic Society (1983), S. 16–17
- [32] Hauk, V. M., Oudelhoven, R. W. M. u. Vaessen, G. J. H.: The State of Residual Stress in the Near Surface Region of Homogeneous and Heterogeneous Materials after Grinding. Metallurgical Transactions (1982) 13A, S. 1239–1244
- [33] Denkena, B., Friemuth, T. Breidenstein, B. u. Spengler, C.: Einfluss der Prozessauslegung unterschiedlicher Schleifverfahren zur Herstellung von Hartmetallwerkzeugen auf den Eigenspannungszustand der Randzone. In: Tönshoff, H. K. u. Westkämper, E. (Hrsg.): Jahrbuch Schleifen, Honen, Läppen und Polieren. Verfahren und Maschinen; Jahrbuch. Essen: Vulkan-Verlag; Vulkan-Verl. 2003, S. 78–88
- [34] Brockhoff, T.: Grind-hardening: A comprehensive view. Annals of the CIRP 48 (1999) 1, S. 255–260
- [35] Maldaner, J.: Verbesserung des Zerspanverhaltens von Werkzeugen mit Hartmetall-Schneidelementen durch Variation der Schleifbearbeitung, Dissertation. Kassel 2008
- [36] Althaus, P. G.: Residual stresses in internal grinding. Industrial Diamond Review (1985) 3, S. 124–127
- [37] Brinksmeier, E., Tönshoff, H. K., Inasaki, I. u. Peddinghaus, J.: Basic parameters in grinding. Report in cooperative work in STC "G". Annals of the CIRP 42 (1993) 1, S. 795–799
- [38] Tönshoff, H. K., Peters, J., Inasaki, I. u. Paul, T.: Modelling and Simulation of grindign processes. Annals of the CIRP 41 (1992) 2, S. 677–688
- [39] Haase, F.: Eigenspannungsermittlung an dünnwandigen Bauteilen und Schichtverbunden, Universität Dortmund Dissertation. Dortmund 1998
- [40] Schindler, H. J.: Mechanische Werkstoffprüfung klassische Verfahren un neue Entwicklungen. Teil II: Mechanische Verfahren zur Bestimmung von Eigenspannungen. Vorlesung Abt. IIID/SS02. 2002
- [41] ASTM E 837 13a. Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method

- [42] Sobolevski, E. G.: Ein neues Verfahren zur Ermittlung des Eigenspannungszustandes am Beispiel der Scheibe mit Kreisloch mit Hilfe der Elektronischen Speckle-Pattern-Interferometrie und der Finite-Elemente-Methode, Universität Kassel Dissertation. Kassel 2007
- [43] Kostron, H.: Härte und Werkstoffspannungen. Mitteilung aus der Mechanisch-technischen Versuchsanstalt der Technischen Hochschule in Graz (1932), S. 17–31
- [44] Hönig, F.: Vorschlag zu einem neuen Verfahren zur Feststellung und angenäherten Ermittlung von Eigenspannungen. Berg- und hüttenmännisches Jahrbuch der Montanistischen Hochschule in Leoben 2 (1934) 82, S. 70–72
- [45] Sines, G. u. Carlson, R.: Hardness measurement for determination of residual stresses. ASTM bulletin 2 (1952) 180, S. 35–37
- [46] Hausseguy, L. u. Martinod, H.: Noveau procede non destructif pour la determination des constraintes residuelles. La Recherche Aeronautique 37 (1954), S. 43–50
- [47] Oppel, G.: Die zerstörungsfreie Ermittlung von Eigenspannungen mittels Härtemessung an der Oberfläche von metallischen Bauteilen. Materialprüfung 6 (1964) 1, S. 6–10
- [48] Tietz, H.-D. u. Tröger, A.: Ergebnisse der Eigenspannungsermittlung durch Härtemessungen. Feingerätetechnik 28 (1979) 4, S. 161–163
- [49] Gibmeier, J.: Zum Einfluss von Last- und Eigenspannungen auf die Ergebnisse instrumentierter Eindringhärteprüfungen, Univeristät Kassel Dissertation. Kassel 2005
- [50] He, B. B.: Two-dimensional x-ray diffraction. Hoboken, N.J.: Wiley 2009
- [51] Vickerman, J. C. u. Gilmore, I. S.: Surface analysis. The principal techniques. Chichester, U.K.: Wiley 2009
- [52] Spieß, L.: Moderne Röntgenbeugung. Röntgendiffraktometrie für Materialwissenschaftler, Physiker und Chemiker. Studium. Wiesbaden: Teubner 2008
- [53] Klaus, M.: Röntgendiffraktometrische Ermittlung tiefenabhängiger Eigenspannungsverteilungen in Dünnschichtsystemen mit komplexem Aufbau, Technische Universität Berlin Dissertation. Berlin 2009
- [54] Eigenmann, B. u. Macherauch, E.: Röntgenographische Untersuchung von Spannungszustanden in Werkstoffen. Teil 4. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 27 (1996) 10, S. 491–501
- [55] Eigenmann, B. u. Macherauch, E.: Röntgenographische Untersuchung von Spannungszustanden in Werkstoffen. Teil 1. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 26 (1995) 3, S. 148–160

[56] Eigenmann, B. u. Macherauch, E.: Röntgenographische Untersuchung von Spannungszustanden in Werkstoffen. Teil 2. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 26 (1995) 4, S. 199–216

- [57] Eigenmann, B. u. Macherauch, E.: Röntgenographische Untersuchung von Spannungszustanden in Werkstoffen. Teil 3. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 27 (1996) 9, S. 426–437
- [58] Denks, I. A.: Entwicklung einer Methodik zur Erfassung randschichtnaher Eigenspannungsverteilungen s(z) [sigma(z)] in polykristallinen Werkstoffen mittgels energiedispersiver Diffraktion, Universität Kassel Dissertation. Kassel 2008
- [59] Heyn, E.: Eine Theorie der "Verfestigung" von metallischen Stoffen infolge Kaltreckens. Festschrift der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft. 1921
- [60] Holzmann, G.: Technische Mechanik. Festigkeitslehre. Stuttgart: Teubner 2002
- [61] Hibbeler, R. C.: Technische Mechanik. Always learning. München [u.a.]: Pearson Studium 2013
- [62] Reckling, K.-A.: Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme. Ingenieurwissenschaftliche Bibliothek, Bd. 4249. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1967
- [63] Lippmann, H.: Mechanik des plastischen Fliessens. Grundlagen und technische Anwendungen. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1981
- [64] Kreissig R., Drey, K.-D. u. Naumann, J.: Methoden der Plastizität. Anwendung auf Umformprobleme. München, Wien: Hanser 1980
- [65] Ismar, H. u. Mahrenholtz, O.: Technische Plastomechanik. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1979
- [66] Betten, J.: Elastizitäts- und Plastizitätslehre. Mit über 200 Übungsaufg. u. vollst. ausgearb. Lösungen; mit 7 Tab. Braunschweig [u.a.]: Vieweg 1985
- [67] Lippmann, H. u. Mahrenholtz, O.: Plastomechanik der Umformung metallischer Werkstoffe. Erster Band. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1967
- [68] Mises, R. v.: Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse (1913), S. 582–592
- [69] Tresca, H.: Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à de fortes pressions. C. R. Acad. Sci. Paris 59 (1864), S. 754–758
- [70] Backhaus, G.: Zur Fließgrenze bei allgemeiner Verfestigung. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik 48 (1968) 2, S. 99–108

- [71] Bruhns, O., Lehmann, T. u. Pape, A.: On the description of transient cyclic hardening behavior of mild steel Ck15. International Journal of Plasticity 8 (1992) 4, S. 331–359
- [72] Baltov, S. u. Saxczuk, W.: A Rule of Anisotropic Hardening. Acta Mechanica 1 (1964), S. 81–92
- [73] Prager, W.: Probleme der Plastizitätstheorie. Basel, Stuttgart: Birkhäuser 1955
- [74] Christ, H.-J.: Wechselverformung von Metallen. Zyklisches Spannungs-Dehnungs-Verhalten und Mikrostruktur. Werkstoff-Forschung und -Technik, Bd. 9. Berlin, New York: Springer-Verlag 1991
- [75] Bauschinger, J.: Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und der Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmal wiederholte Beanspruchung. Mitteilung XV. Mitteilungen aus dem mechanisch-technischem Laboratorium der Königlich technischen Hochschule in München 13 (1886), S. 1–116
- [76] Mughrabi, H.: Hundert Jahre Bauschinger-Effekt. Zeitschrift für Metallkunde 77 (1986) 11, S. 703–707
- [77] Abel, A. u. Muir, H.: The Bauschinger effect and discontinuous yielding. Philosophical Magazine 26 (1972) 2, S. 489–504
- [78] Scholtes, B.: Die Auswirkung des Bauschingereffekts auf das Verformungsverhalten technisch wichtiger Vielkristalle, Universität Karlsruhe Dissertation. Karlsruhe 1980
- [79] Masing, G.: Zur Heyn'schen Theorie der Verfestigung der Metalle durch verborgene elastische Spannungen. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern (1924) 3, S. 231–239
- [80] Masing, G.: Berechnung von Dehnungs- und Stauchungslinien auf Grund von inneren Spannungen. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern 5 (1926), S. 135–141
- [81] Jäniche, W., Stolte, E. u. Kügler, J.: Untersuchungen zum Bauschinger-Effekt unlegierter Stähle und zu seinem Erholungsverhalten. Technische Mitteilungen Krupp 23 (1965) 4, S. 117–144
- [82] Masing, G. u. Mauksch, W.: Einfluß der plastischen Dehnung und Stauchung auf die Festigkeitseigenschaften und inneren Spannungen des Messings. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern 4 (1925), S. 74–90
- [83] Sachs, G. u. Shoji, H.: Zug- Druckversuche an Messingkristallen (Bauschingereffekt). Mitteilung aus dem Kaiser Wilhelm-Institut für Metallforschung (1927), S. 776–789

[84] Rahlfs, P. u. Masing, G. Zeitschrift für Metallkunde 41 (1950), S. 454

- [85] Orowan, E.: Causes and effects of internal stress. Proceedings of the Symposium on internal stresses and fatigue materials. Detroit Michigan 1959
- [86] Brown, L. M.: Orowan's explanation of the bauschinger effect. Scripta Metallurgica 11 (1977), S. 127–131
- [87] Sowerby, R., Uko, D. K. u. Tomita, Y.: A review of certain aspects of the bauschinger effect in metals. Materials Science and Engineering 41 (1979), S. 43–58
- [88] Hasegawa, T., Yakou, T. u. Karashima, S.: Deformation and dislocation structures upon stress reversal in polycrystaline aluminum. Materials Science and Engineering 20 (1975), S. 267–276
- [89] Owen, W. S. u. Carisella, J. V.: The role of dislocation substructure in the monotonic and cyclic yield and strain hardening of steels. Proceedings of the second International Conference on Mechanical Behavior of Materials. Matals, Park, Ohio 1976
- [90] Han, K., van Tyne, C. J. u. Levy, B. S.: Effect of strain and strain rate on the bauschinger effect response of three different steels. Metallurgical and Materials Transactions 36A (2005), S. 2379–2384
- [91] Taupin, V., Varadhan, S., Fressengeas, C. u. Beaudoin, A. J.: Directionality of yield point in strain-aged steels: The role of polar dislocations. Acta materialia 56 (2008), S. 3002–3010
- [92] Scholtes, B. u. Vöhringer, O.: Untersuchungen zum Bauschingereffekt an Kupfer und homogenen Kupferlegierungen. Zeitschrift für Metallkunde 77 (1986) 9, S. 595–602
- [93] Bargel, H.-J.: Werkstoffkunde. Düsseldorf: VDI-Verl. 1994
- [94] Kassner, M. E., Geantil, P., Levine, L. E. u. Larson, B. C.: Backstress, the Bauschinger Effect and Cyclic Deformation. Material and Science Forum 604-605 (2009), S. 39–51
- [95] Queyreau, S. u. Devincre, B.: Bauschinger effect in precipitation-strengthened materials: a dislocation dynamics investigation. Philisophical Magazine 89 (2009) 7, S. 419–430
- [96] Scholtes, B. u. Vöhringer, O.: Untersuchungen zum Bauschingereffekt von Ck45 in unterschiedlichen Wärmebehandlungszuständen. Härterei-Technische Mitteilungen 41 (1986) 5, S. 347–354
- [97] Hahn, F.: Untersuchung des zyklisch plastischen Werkstoffverhaltens unter umformnahen Bedingungen, Technische Universität Cheminitz Dissertation. Chemnitz 2003

- [98] Robiller, G. u. Straßburger, C.: Zum Bauschinger-Effekt unlegierter Stähle. Materialprüfung (1969) 11, S. 89–95
- [99] Fischer, P.: Zum Bauschingereffekt beim bleibenden Verbiegen von unlegiertem ölschlussvergütetem und von rostfreiem Federdraht. Draht-Welt 49 (1963) 7, S. 262–266
- [100] Scholtes, B., Vöhringer, O. u. Macherauch, E.: Die Auswirkungen des Bauschingereffekts auf das Verformungsverhalten von normalgeglühtem Stahl Ck45. Verein Deutscher Eisenhüttenleute; Max-Planck-Institut für Eisenforschung GmbH 56 (1985) 3, S. 157–162
- [101] Schlimmer, M.: Zur Formulierung des Bauschinger-Effekts. Zeitschrift für Werkstofftechnik 14 (1983), S. 130–135
- [102] Corbin, S. F., Wilkinson, D. S. u. Embury, J. D.: The Bauschinger effect in a particulate reinforced Al alloy. Materials Science and Engineering 207 (1996), S. 1–11
- [103] El-Magd, E.: Einfluss der plastischen Vorverformung auf den Verlauf der Fließkurve metallischer Werkstoffe. Metall: Fachzeitschrift für Metallurgie; Technik, Wissenschaft, Wirtschaft 33 (1979) 11, S. 1157–1160
- [104] Neuhaus, W.: Die elastische und plastische Biegung ölschlussvergüteter Federdrähte. Draht Fachzeitschrift für Drahtherstellung, Drahtbearbeitung, Drahtverarbeitung 5 (1954) 7, S. 262–267
- [105] Tietz, H.-D. u. Dietz, M.: Mikrostrukturelle Ursachen des Bauschinger-Effekts. Neue Hütte 24 (1979), S. 423–426
- [106] Woolley, R. L.: The Bauschinger effect in some face-centred and body-centred cubic materials. Philosophical Magazine 7 (1953), S. 597–618
- [107] Wöhler, A.: Bericht über die Versuche welche auf der Königl. Niederländisch-Märkischen Eisenbahn mit Apparaturen zum Messen der Biegung und Verdrehung von Eisenbahnwagen-Achsen während der Fahrt, angestellt wurden. Zeitschrift für Bauwesen 8 (1858), S. 642–652
- [108] Roven, H. J. u. Nes, E.: Cyclic deformation of ferritic steel I. stress-strain response and structure evolution. Acta metallurgica et materialia 39 (1991) 8, S. 1719–1733
- [109] Ye, D., Matsuoka, S., Nagashima, N. u. Suzuki, N.: The low-ycle fatigue, deformation and final fracture behaviour of an austenitic stainless steel.

  Materials Science and Engineering (2006), S. 104–117
- [110] Klein, B.: FEM. Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau. Wiesbaden: Springer Vieweg 2015
- [111] Steinke, P.: Finite-Elemente-Methode. Rechnergestützte Einführung. SpringerLink: Bücher. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg 2015

[112] Röttgen-Burtscheidt, J.: Das Apollonische Berührproblem. Sammlung von Lösungen eines jahrtausende alten Problems. Köln 2007

- [113] Meyer, L. W. u. Staskewitsch, E.: Modellgesetze zum Werkstoffverhalten unter hohen Belastungsgeschwindigkeiten. DVS-Berichte (1991) 142, S. 179–185
- [114] Ludwik, P.: Elemente der Technologischen Mechanik. Berlin: Springer-Verlag 1909
- [115] Description of Stress-Strain Curves by three Parameters Nr. 902, Ramberg, W. u. Osgood, W. R., 1943
- [116] Thomas, S.: Konstitutive Gleichungen und numerische Verfahren zur Beschreibung von Verformung und Schädigung, Technische Universität Darmstadt Dissertation. Darmstadt 2001
- [117] Issler, L., Häfele, P., Issler-Ruoß-Häfele u. Ruoß, H.: Festigkeitslehre Grundlagen. Springer-Lehrbuch. Berlin [u.a.]: Springer-Verlag 2006
- [118] Läpple, V.: Einführung in die Festigkeitslehre. Lehr- und Übungsbuch. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage, Wiesbaden 2008
- [119] Swida, W.: Die elastisch-plastische Biegung des krummen Stabes. Archive of Applied Mechanics 17 (1948) 16, S. 357–372
- [120] Swida, W.: Die elastisch-plastische Biegung des krummen Stabes unter Berücksichtigung der Materialverfestigung. Archive of Applied Mechanics 18 (1949) 17, S. 343–352
- [121] Neuhaus, W.: Die elastische und plastische Biegung ölschlussvergüteter Federdrähte. Draht. Bamberg: Meisenbach ISSN 00125911 (1954) 5, 203-207; 262-267
- [122] Rinagl, F.: Die Fließgrenze bei Biegebeanspruchung. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure 80 (1936) 39, S. 1199–1200
- [123] Geleji, A.: Das elastisch-plastische Biegen von Rundstäben. CIRP-Annalen 12 (1964) 3, S. 165–169
- [124] Boer, R. de u. Bruhns, O.: Zur Berechnung der Eigenspannungen bei einem durch Biegung verformten inkompressiblen Plattenstreifen. Acta Mechanica 8 (1969), S. 146–159
- [125] Degner, H.: Beeinflussung der Randfasern beim plastischen und elastischen Biegen. Sanfte Biegungen federn zurück. Maschinenmarkt 80 (1974) 73, S. 1415–1418

- [126] Hänert, M.: Rückfederung verschiedener Profilquerschnitte nach einer elastisch-plastischen Beanspruchung. Zeitschrift für Technologie und Organisation 34 (1984) 8, S. 481–483
- [127] Neuber, H.: Kerbspannungslehre. Theorie der Spannungskonzentration Genaue Berechnung der Festigkeit. Klassiker der Technik. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg; Imprint; Springer 2001
- [128] Engel, B.: Rückfederung Phänomen und plastomechanische Beschreibung. 2005
- [129] Norm DIN EN 10270-2; Januar 2012. Stahldraht für Federn Teil 2: Ölschlussvergüteter Federstahldraht
- [130] Weissbach, W.: Werkstoffkunde. Strukturen, Eigenschaften, Prüfung; mit 246 Tabellen. Studium. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2010
- [131] Liebermann, K., Beyer, P., Schocht, H.-J., Weiß, M. u. Kletzin, U.: Optimierung des Festigkeits- und Umformverhaltens von Federstahldraht. Draht. Bamberg: Meisenbach ISSN 00125911 (2006) 4, S. 16–22
- [132] Suzuki Garphyttan: STATO 70. 2012
- [133] Norm DIN EN 10083-1. Vergütungsstähle Teil 1: Allgemeine technische Lieferbedingungen
- [134] Thomisch, M. u. Kley, M.: Experimentelle Ermittlung von Werkstoffkenngrößen für innovative Leichtbauprodukte – Bauschinger-Kenngrößen für 54SiCr6 auf Basis von Zug-/Druckversuchen. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 46 (2015) 8, S. 852–859
- [135] Entwurf EFB-Nr. 12/210; 2013. Ermittlung des kinematischen Verfestigungsverhaltens im Wechselbiegeversuch
- [136] Dubbel, H., Feldhusen, J. u. Grote, K.-H.: Dubbel. Taschenbuch für den Maschinenbau. Berlin, Heidelberg: Springer 2007
- [137] Gräber, A. u. Pöhlandt, K.: Ermittlung der Fließkurven und des Umformvermögens metallischer Werkstoffe. Werkstoffe und Werkstoffprüfung für die Kaltmassivumformung (1994) 427, S. 111–126
- [138] Geinitz, V., Weiß, M. u. Kletzin, U.: Ermittlung beanspruchungsgerechter Materialkennwerte für den Entwurf von Schraubenfedern. Fortschritte der Kennwertermittlung für Forschung und Praxis/Tagung Werkstoffprüfung 2009.12.03.-04. (2009), S. 53–58
- [139] Thomisch, M., Kley, M., Kalhöfer, E., Schmid, H. u. Savsek, O.: Residual stress on surfaces caused by mechanical grinding on high strength spring steel. Materials Science and Engineering Technology 48 (2017) 6, S. 495–501

[140] Thomisch, M. u. Kley, M.: Parameter Identification for Forming Simulation of High-Strength Steels. In: Dynamore (Hrsg.): 10th European LS-DYNA Conference Würzburg. Stuttgart 2015

- [141] Thomisch, M., Kley, M. u. Rimkus, W.: Numerische Simulation von multiplen plastischen Umformprozessen. In: 3. Ilmenauer Federntag Tagungsband. Ilmenauer Federntag. Ilmenau 2015, S. 29–41
- [142] Thomisch, M., Pierro, M., Rimkus, W. u. Kley, M.: Simulation der Hertz'schen Pressung während der Biegeumformung. Draht. - Bamberg: Meisenbach ISSN 00125911 68 (2017) 1, S. 22–23
- [143] Autorenkollektiv Livermore Software Technology Corporation: LS-Dyna Keyword User's Manual. Volume II - Material Models. LS-Dyna Keyword User's Manual, Bd. 2. 2013
- [144] Geinitz, V.: Umformverhalten von Federstahldraht. Draht. Bamberg: Meisenbach ISSN 00125911 (2001) 6, S. 36–40
- [145] Werkstoffverhalten von Baustahl St37 unter plastischer Wechselbeanspruchung. Bericht Nr. 6211 Nr. 6211, Peil, U., Reininghaus, M. u. Dannemeyer, S., 1997
- [146] Experimentelle Untersuchungen zum Ratchetting-Verhalten bei Baustahl St52-3. Bericht Nr. 6215, Kuck, D., Braunschweig 1997
- [147] Dannemeyer, S.: Zur Veränderung der Fließfläche von Baustahl bei mehrachsiger plastischer Wechselbeanspruchung, Technische Universität Braunschweig Dissertation. Braunschweig 1999
- [148] Yoshida, F. u. Uemori, T.: A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation. International Journal of Plasticity 18 (2002), S. 661–686
- [149] Papula, L.: Mathematische Formelsammlung für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 2001
- [150] Bauer, M., Thomisch, M. u. Kley, M.: Experimentelle Ermittlung des Ver- und Entfestigungsverhaltens durch zyklische plastische Verformung auf Basis von Biegewechselversuchen. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik (2016)
- [151] Paul, S. K., Sivaprasad, S., Dhar, S. u. Tarafder, S.: Cyclic plastic deformation and cyclic hardening/softening behaviour in 304LN stainless steel. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 54 (2010), S. 63–70
- [152] Bürgel, R., Maier, H.-J. u. Niendorf, T.: Handbuch Hochtemperatur-Werkstofftechnik. Grundlagen, Werkstoffbeanspruchungen, Hochtemperaturlegierungen und -beschichtungen. Praxis. Wiesbaden: Vieweg + Teubner 2011

- [153] Emde, T.: Mechanisches Verhalten metallischer Werkstoffe über weite Bereiche der Dehnung, der Dehnrate und der Temperatur, RWTH Aachen Dissertation. Aachen 2008
- [154] Thomisch, M., Kletzin, U., Kley, M. u. Beyer, P.: Erprobungsmethodik für zyklisch überelastisch beanspruchte Bauteile unter Torsion Bauschinger-Kenngrößen 54SiCr6. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 46 (2015) 12, S. 1160–1168
- [155] Thomisch, M. u. Kley, M.: Simulation von Rollbiegeprozessen unter dem Schwerpunkt der Spannungsbetrachtung. In: SIMPEP (Hrsg.): 4. Kongress zu Einsatz und Validierung von Simulationsmethoden für die Antriebstechnik. Koblenz/Lahnstein 2014
- [156] Yoshida, F., Uemori, T. u. Fujiwara, K.: Elastic-plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain. International Journal of Plasticity 18 (2002), S. 633–659
- [157] Shi, M. F., Zhu, X., Xia, C. u. Stoughton, T.: Determination of nonlinear isotropic/kinematic hardening constitutive parameters for AHSS using tension and compression tests. Numisheet. Interlaken, Schweiz 2008 2008
- [158] Thomisch, M. u. Kley, M.: Simulation of multiple bending processes trial based material modell for high strength steel. In: NAFEMS Ltd. (Hrsg.): Engineering Simulation: The future begins today. NAF-EMS UK Conference. 2016, S. 253–258
- [159] Krasovskyy, A.: Verbesserte Vorhersage der Rückfederung bei der Blechumformung durch weiterentwickelte Werkstoffmodelle, Universität Karlsruhe Dissertation. Karlsruhe 2005
- [160] Vander Voort, G. F.: Buehler Sum-Met. The science behind materials preparation; a guide to materials preparation and analysis. [Lake Bluff, II]: Buehler 2010

#### 10.1 Analytische Ansätze zur Geometrie von Sichelflächen

#### 10.1.1 Definition der Geometrie und der Variablen

Abbildung 22 zeigt die zu betrachtende Sichelfläche (grau ausgefüllt), welche sich aus dem Kreis 1, reduziert um den Schnittbereich mit dem Kreis 2, ergibt. Um die folgenden Berechnungen allgemeingültig zu formulieren, wird das globale yz-Koordinatensystem um den Winkel  $\alpha$  gedreht. Das um diesen Winkel gedrehte vw-Koordinatensystem liegt nun mit seiner v-Achse im geometrischen Schwerpunkt des zweiten Kreises.

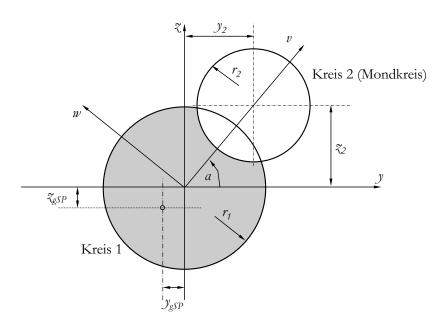


Abbildung 22 (wiederholt): Übersicht Sichelgeometrie

Dadurch ergibt sich ein symmetrisches Profil um diese v-Achse. In Abbildung 23 ist die Sichelgeometrie im neuen vw-Koordinatensystem mit allen weiteren Variablen dargestellt.

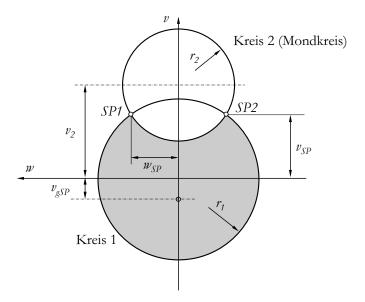


Abbildung 23 (wiederholt): Gedrehte Sichelgeometrie

Die Koordinatentransformationen des Mondkreismittelpunkts und des geometrischen Schwerpunkts (gSP) der Sichelfläche von Abbildung 22 zu Abbildung 23 ergeben sich nach folgenden Zusammenhängen.

$$v_2^2 = y_2^2 + z_2^2 \tag{10-1}$$

$$v_{gSP}^2 = y_{gSP}^2 + z_{gSP}^2 (10-2)$$

#### 10.1.2 Schnittpunkte der Kreise

Die beiden Kreise schneiden sich an den Schnittpunkten SP1 und SP2 mit den Koordinaten  $w_{SP}$  bzw. -  $w_{SP}$  und  $v_{SP}$ . Der geometrische Schwerpunkt des ersten Kreises befindet sich per Definition im Koordinatenursprung. Der zweite Kreis hat seinen geometrischen Schwerpunkt durch die Transformation mit (10-1) und (10-2) bei  $0 \mid v_2$ . Die Schnittpunktkoordinaten lassen sich über folgenden Zusammenhang herleiten.

Die Kreisgleichungen lassen sich allgemein für beide Kreise wie folgt formulieren [149]:

$$(v - v_1)^2 + (w - w_1)^2 = r_1^2$$
(10-3)

$$(v - v_2)^2 + (w - w_2)^2 = r_2^2$$
(10-4)

Durch Subtraktion der Gleichungen (10-3) von (10-4) ergibt sich:

$$2(v_2 - v_1)v_{SP} + 2(w_2 - w_1)w_{SP} = r_1^2 - v_1^2 - w_1^2 - r_2^2 + v_2^2 + w_2^2$$
(10-5)

Da die geometrischen Schwerpunktkoordinaten des ersten Kreises im Ursprung liegen und die w-Koordinate des zweiten Kreises sich auf der v-Achse befindet, können folgende Vereinfachungen getroffen werden.

$$v_1 = w_1 = w_2 = 0 (10-6)$$

Durch diese Vereinfachung ergibt sich aus (10-5) folgende Gleichung:

$$2v_2 \cdot v_{SP} = r_1^2 - r_2^2 + v_2^2 \tag{10-7}$$

Der Schnittpunkt der beiden Kreise kann dann über

$$v_{SP} = \frac{r_1^2 - r_2^2 + v_2^2}{2v_2} \tag{10-8}$$

berechnet werden.

Die zweite Koordinate der Schnittpunkte ergibt sich dann über die Kreisgleichung

$$w_{SP1,2} = \pm \sqrt{r_1^2 - v_{SP}^2} \tag{10-9}$$

#### 10.1.3 Flächenmoment nullten Grades – Flächeninhalt

Basierend auf dem vorherigen Abschnitt lässt sich nun der Flächeninhalt der Sichelfläche berechnen. Dazu wird die Sichelfläche in drei Teilflächen A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> unterteilt, wobei A<sub>1</sub> und A<sub>3</sub> identische Größe haben.

Berechnung Teilfläche A<sub>1</sub>:

Die Fläche A<sub>SF1</sub> lässt sich durch das Flächenmoment nullten Grades berechnen:

$$A_{SF,1} = \iint_{D_{A1}} f(v, w) dA = \int_{a}^{b} \left( \int_{h_{u,A1}(w)}^{h_{o,A1}(w)} f(v, w) dv \right) dw$$
 (10-10)

wobei  $D_{A1} = \{(v, w) | h_{u,A1}(w) \le v \le h_{o,A1}(w); \ a \le w \le b\}$ 

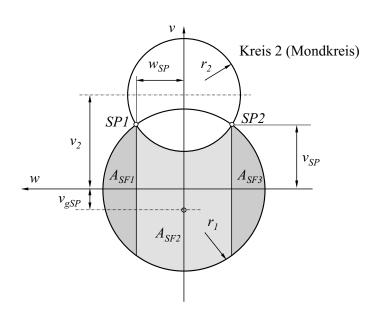


Abbildung 97: Flächenmoment nullten Grades - Sichelfläche

Die Grenzen des Definitionsbereichs D<sub>A1</sub> ergeben sich anhand folgender Festlegungen.

$$h_{o,A1}(w) = \sqrt{r_1^2 - w^2};$$
  
 $h_{u,A1}(w) = -\sqrt{r_1^2 - w^2};$   
 $a = w_{SP};$   
 $b = r_1$  (10-11)

Die Gleichung (10-10) lässt sich dann zu folgendem Zusammenhang umschreiben.

$$A_{SF,1} = \int_{w_{SP}}^{r_1} \left( \int_{-\sqrt{r_1^2 - w^2}}^{\sqrt{r_1^2 - w^2}} 1 \, dv \right) dw = \int_{w_{SP}}^{r_1} 2\sqrt{r_1^2 - w^2} \, dw$$
$$= w\sqrt{r_1^2 - w^2} + r_1^2 \arcsin\left(\frac{w}{r_1}\right) \Big|_{w_{SP}}^{r_1}$$
(10-12)

$$A_{SF,1} = r_1^2 \cdot \frac{\pi}{2} - w \sqrt{r_1^2 - w_{SP}^2} - r_1^2 arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_1}\right)$$

Die Teilfläche A2 ist nach demselben Ansatz zu berechnen.

$$A_{SF,2} = \iint_{D_{A2}} f(v,w) dA = \int_{d}^{c} \left( \int_{h_{u,A2}(w)}^{h_{o,A2}(w)} f(v,w) dv \right) dw$$
 (10-13)  
wobei 
$$D_{A2} = \left\{ (v,w) | h_{u,A2}(w) \le v \le h_{o,A2}(w); \ c \le w \le d \right\}$$

Die Grenzen des Definitionsbereichs D<sub>A2</sub> ergeben sich anhand folgender Festlegungen.

$$h_{o,A2}(w) = -\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2;$$
  
 $h_{u,A2}(w) = -\sqrt{r_1^2 - w^2};$   
 $c = w_{SP};$   
 $d = -w_{SP}$  (10-14)

Die Gleichung (10-13) lässt sich dann zu folgendem Zusammenhang umschreiben.

$$A_{SF,2} = \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \left( \int_{-\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2}^{\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2} dw \right) dw$$

$$= \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2 + \sqrt{r_1^2 - w^2} dw$$

$$A_{SF,2} = -\frac{1}{2} \left( w \sqrt{r_2^2 - w^2} + r_2^2 \arcsin\left(\frac{w}{r_2}\right) \right) + v_2 w$$

$$+ \frac{1}{2} \left( w \sqrt{r_1^2 - w^2} + r_1^2 \arcsin\left(\frac{w}{r_1}\right) \right) \Big|_{-w_{SP}}^{w_{SP}}$$
(10-15)

$$\begin{split} A_{SF,2} &= -w_{SP} \sqrt{r_2^2 - w_{SP}^2} - r_2^2 arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_2}\right) + 2v_2 w_{SP} \\ &+ w_{SP} \sqrt{r_1^2 - w_{SP}^2} + r_1^2 arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_1}\right) \end{split}$$

Die Sichelfläche ergibt sich dann anhand folgendem Zusammenhang:

$$A_{SF,ges} = 2A_{SF,1} + A_{SF,2} (10-16)$$

#### 10.1.4 Flächenmoment ersten Grades – Geometrischer Schwerpunkt

Aufbauend auf der Berechnung der Sichelfläche in Abschnitt 0 wird nun der geometrische Schwerpunkt der Sichelfläche bestimmt. In Abbildung 97 ist im bereits gedrehten v-w Koordinatensystem der Abstand des geometrischen Schwerpunkts zum Koordinatenursprung (vgSP) dargestellt. Das Maß kann nach folgender Formel berechnet werden [149].

$$v_{gSP} = \frac{1}{A_{SF,ges}} \int_{A} v dA = \frac{1}{A_{SF,ges}} \iint_{D_{gSP}} v \cdot dv dw$$
wobei 
$$D_{gSP} = \left\{ (v, w) | h_{u,gSP}(w) \le v \le h_{o,gSP}(w); \ e \le w \le f \right\}$$

Berücksichtigung im Integral findet lediglich der Bereich in der Fläche A<sub>SF,2</sub>, da die beiden seitlichen Flächen A<sub>SF,1</sub> und A<sub>SF,3</sub> symmetrisch zur horizontalen Achse sind und somit keinen Einfluss auf den Flächenmittelpunkt haben. Im Nenner wird trotzdem die Gesamtfläche A<sub>SF,ges</sub> berücksichtigt.

$$h_{u,gSP}(w) = -\sqrt{r_1^2 - w^2};$$
  
 $h_{o,gSP}(w) = -\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2;$   
 $e = w_{SP};$   
 $f = -w_{SP}$  (10-18)

Die Gleichung (10-17) lässt sich dann zu folgendem Zusammenhang umschreiben.

$$v_{gSP} = \frac{1}{A_{SF,ges}} \iint_{D_{gSP}} v \cdot dv dw = \int_{f}^{e} \left( \int_{h_{u,gSP}(w)}^{h_{o,gSP}(w)} v \, dv \right) dw$$
$$= \frac{1}{A_{SF,ges}} \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \left( -\sqrt{r_{1}^{2} - w^{2}} + v_{2} \right) dw$$
$$-\sqrt{r_{1}^{2} - w^{2}}$$

$$v_{gSP} = \frac{1}{A_{SF,ges}} \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \frac{v^2}{2} \Big|_{-\sqrt{r_1^2 - w^2}}^{-\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2} dw = \dots =$$
 (10-19)

$$v_{gSP} = \frac{1}{A_{SF,ges}} \left( (v_2^2 + r_2^2 - r_1^2) w_{SP} - r_2^2 \arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_2}\right) v_2 - w_{SP} v_2 \sqrt{r_2^2 - w_{SP}^2} \right)$$

#### 10.1.5 Flächenmomente zweiten Grades

Für die strukturmechanischen Berechnungen ist sowohl die Berechnung der beiden axialen Flächenmomente zweiten Grades als auch das gemischte Flächenmoment zweiten Grades nötig. Für die Herleitung dieser Flächenmomente wird das w-v-Koordinatensystem aus Abbildung 97 verwendet und anschließend um den Steinerschen Anteil ergänzt. Zuerst wird das axiale Flächenmoment um die w-Achse für die Fläche A<sub>SF1</sub> bestimmt [61].

Axiales Moment um die w-Achse:

$$I_{ww,1} = \int_{A} f(v, w) dA = \int_{D_{A,1}} v^{2} dv dw$$
 (10-20)

wobei 
$$D_{A1} = \{(v, w) | h_{u,A1}(w) \le v \le h_{o,A1}(w); a \le w \le b\}$$

Die Funktionen und Variablen des Definitionsbereichs sind bereits in (10-11) aufgeführt. Gleichung (10-20) führt dann zu folgendem Ergebnis.

$$I_{ww,1} = \int_{w_{SP}}^{r_1} \int_{h_{u,A_1}(w)}^{h_{u,A_1}(w)} v^2 dv dw$$

$$= \int_{w_{SP}}^{r_1} \frac{v^3}{3} \Big|_{-\sqrt{r_1^2 - w^2}}^{\sqrt{r_2^2 - w^2}} dw$$

$$= -\frac{2}{3} \int_{w_{SP}}^{r_1} \sqrt{r_1^2 - w^2} (w^2 - r_1^2) dw$$
(10-21)

$$I_{ww,1} = -\frac{1}{12} \left( -3r_1^4 \arcsin(1) - \sqrt{r_1^2 - w_{SP}^2} \right.$$
$$\left. \cdot \left( 2w_{SP}^3 - 5r_1^2 w_{SP} \right) + 3r_1^4 \arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_1}\right) \right)$$

Für die Fläche A<sub>SF2</sub> ergibt sich das Teilflächenträgheitsmoment nach folgendem Zusammenhang.

$$I_{ww,2} = \int_{A} f(v, w) dA = \iint_{D_{A2}} v^2 dv dw$$
 (10-22)

wobei  $D_{A2} = \{(v, w) | h_{u,A2}(w) \le v \le h_{o,A2}(w); c \le w \le d\}$ 

Die Funktionen und Variablen des Definitionsbereichs sind bereits in (10-14) aufgeführt. Gleichung (10-22) führt dann zu folgendem Ergebnis.

$$I_{ww,2} = \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \int_{h_{u,A2}(w)}^{h_{o,A2}(w)} v^{2} dv dw = \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \frac{v^{3}}{3} \Big|_{-\sqrt{r_{2}^{2} - w^{2}} + v_{2}}^{-\sqrt{r_{2}^{2} - w^{2}} + v_{2}} dw$$

$$I_{ww,2} = -\frac{1}{12} \left( 3arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{2}}\right) r_{2}^{4} + w_{SP} \sqrt{r_{2}^{2} - w_{SP}^{2}} \right)$$

$$\cdot (5r_{2}^{2} + 12v_{2}^{2} - 2w_{SP}^{2})$$

$$+ 12v_{2} \left( v_{2}arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{2}}\right) - 2w_{SP} \right) r_{2}^{2}$$

$$- 8w_{SP}v_{2}^{3} + 8w_{SP}^{3}v_{2} - 3r_{1}^{4} \arcsin\left(\frac{w_{SP}}{r_{1}}\right)$$

$$+ w_{SP} \sqrt{r_{1}^{2} - w_{SP}^{2}} \cdot (2w_{SP}^{2} - 5r_{1}^{2})$$

Für die Berechnung des gesamten Flächenträgheitsmoments sind die Einzelmomente zu addieren. Zusätzlich befindet sich der Koordinatenursprung nicht im geometrischen Schwerpunkt des Querschnitts. Entsprechend ist der STEINERsche Anteil zu berücksichtigen [60].

$$I_{ww} = 2 \cdot I_{ww,1} + I_{ww,2} - v_{gSP}^2 \cdot A_{ges}$$
(10-24)

#### Axiales Moment um die v-Achse:

Nachstehend folgt die Berechnung des Flächenmoments um die gewählte v-Achse. Hierbei wird die Symmetrie zur v-Achse genutzt und diese als untere Integralgrenze in w-Richtung verwendet. Anschließend wird das Ergebnis verdoppelt, um den tatsächlichen Wert des Flächenmoments zweiten Grades um die v-Achse zu erhalten.

wobei

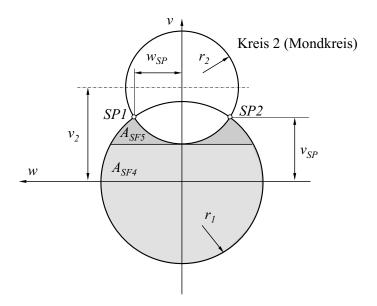


Abbildung 98: Flächenmoment zweiten Grades - Sichelfläche

$$I_{vv,1} = 2 \int_{A} f(v, w) dA = 2 \iint_{D_{vv,1}} w^{2} dw dv$$

$$D_{vv,1} = \{(v, w) | h_{u,vv,1}(w) \le v \le h_{o,vv,1}(w); k \le w \le l\}$$
(10-25)

Die Grenzen des Definitionsbereichs  $D_{{\rm vv},{\rm 1}}$  ergeben sich anhand folgender Festlegungen.

$$h_{u,vv,1}(v) = 0;$$
  
 $h_{o,vv,1}(v) = \sqrt{r_1^2 - v^2};$   
 $k = -r_1;$   
 $l = v_2 - r_2$  (10-26)

Gleichung (10-25) führt dann zu folgendem Ergebnis.

$$I_{vv,1} = 2 \int_{-r_1}^{v_2 - r_2} \int_{h_{u,vv,1}(v)}^{h_{u,vv,1}(v)} w^2 dw dv$$

$$= 2 \int_{-r_1}^{v_2 - r_2} \frac{w^3}{3} \Big|_{0}^{\sqrt{r_1^2 - v^2}} dv$$

$$= 2 \int_{-r_1}^{v_2 - r_2} \left( \frac{\sqrt{r_1^2 - v^2}}{3} \right)^3 dv$$

$$I_{vv,1} = \frac{1}{12} \left( -3r_1^4 arcsin\left( \frac{r_2 - v_2}{r_1} \right) + \sqrt{-r_2^2 + 2v_2r_2 + r_1^2 - v_2^2} (2r_2^3 - 6v_2r_2^2 + (6v_2^2 - 5r_1^2)r_2 + 5v_2r_1^2 - 2v_2^3) + 3r_1^4 arcsin(1) \right)$$

Für die Fläche A<sub>2</sub> in Abbildung 98 ergibt sich das Teilflächenträgheitsmoment nach folgendem Zusammenhang.

$$I_{vv,2} = 2 \int_{A} f(v, w) dA = 2 \iint_{D_{vv,2}} w^2 dw dv$$
 (10-28)

wobei

$$D_{vv,2} = \{(v,w)|h_{u,vv,2}(w) \le v \le h_{o,vv,2}(w); \ m \le w \le n\}$$

Die Grenzen des Definitionsbereichs  $D_{vv,2}$  ergeben sich anhand folgender Festlegungen.

$$h_{u,vv,2}(v) = \sqrt{r_2^2 - (v - v_2)^2};$$

$$h_{o,vv,2}(v) = \sqrt{r_1^2 - v^2};$$

$$k = -r_1;$$

$$l = v_2 - r_2$$
(10-29)

Gleichung (10-28) führt dann zu folgendem Ergebnis.

$$\begin{split} I_{vv,2} &= 2 \int\limits_{v_2-r_2}^{w_{SP}} \int\limits_{h_{u,vv,1}(v)}^{h_{o,vv,1}(v)} w^2 \, dw dv = 2 \int\limits_{v_2-r_2}^{w_{SP}} \frac{w^3}{3} \Bigg|_{\sqrt{r_1^2-v^2}}^{\sqrt{r_1^2-v^2}} \, dv \\ I_{vv,2} &= \frac{1}{24} \Bigg( -6r_1^4 arcsin \bigg( \frac{v_2-r_2}{r_1} \bigg) + 6r_2^4 arcsin \bigg( \frac{v_2-v_{SP}}{r_2} \bigg) \\ &+ \sqrt{-v_2^2 + 2r_2v_2 - r_2^2 + r_1^2} \\ &\cdot (4v_2^3 - 12r_2v_2^2 + (12r_2^2 - 10r_1^2)v_2 - 4r_2^3 \\ &+ 10r_1^2r_2 \bigg) + \sqrt{-v_2^2 + 2v_{SP}v_2 + r_2^2 - v_{SP}^2} \\ &\cdot (-4v_2^3 + 12v_{SP}v_2^2 - (12v_{SP}^2 - 10r_2^2)v_2 + 4v_{SP}^3 \\ &- 10r_2^2v_{SP} \bigg) - 3\pi r_2^4 + 6r_1^4 arcsin \bigg( \frac{v_{SP}}{r_1} \bigg) \\ &+ \sqrt{r_1^2 - v_{SP}^2} \cdot (10r_1^2v_{SP} - 4v_{SP}^3) \Bigg) \end{split}$$

Durch die Addition der beiden Teilflächenträgheitsmomente ergibt sich das gesamte Flächenträgheitsmoment um die v-Achse. Eine Berücksichtigung des STEINERschen Anteils ist nicht nötig, da der Querschnitt symmetrisch zur v-Achse ist.

$$I_{vv} = I_{vv,1} + I_{vv,2} (10-31)$$

#### Polares Moment bezogen auf den Ursprung:

Als Ausgangsgeometrie wird wieder die Abbildung 97 verwendet. Entsprechend sind drei Teilflächen zu berechnen und anschließend aufzusummieren. Die Teilflächen A<sub>1</sub> und A<sub>3</sub> können aufgrund der Punktsymmetrie zum Ursprung ohne Beachtung bleiben.

$$I_{vw,2} = \int_{A} f(v,w)dA = \iint_{D_{A2}} v \cdot w \cdot dvdw$$
(10-32)

Wobei 
$$D_{A2} = \{(v, w) | h_{u,A2}(w) \le v \le h_{o,A2}(w); c \le w \le d\}$$

Die Funktionen und Variablen des Definitionsbereichs sind bereits in (10-14) aufgeführt. Gleichung (5-4) führt dann zu folgendem Ergebnis.

$$I_{vw,2} = \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} \int_{h_{u,A_2}(w)}^{h_{o,A_2}(w)} v \cdot w \cdot dv dw$$

$$= \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} w \frac{v^2}{2} \Big|_{-\sqrt{r_1^2 - w^2}}^{-\sqrt{r_2^2 - w^2} + v_2} dw$$
(10-33)

$$I_{vw,2} = \int_{-w_{SP}}^{w_{SP}} -\frac{w}{2} (2v_2 \cdot \sqrt{r_2^2 - w^2} - r_2^2 + r_1^2 - v_2^2) dw = 0$$

Das gemischte Flächenmoment zweiten Grades ist, bezogen auf den Ursprung des v-w-Koordinatensystems gleich Null. Durch den STEINERschen Anteil ergibt sich ebenfalls kein Anteil am Flächenmoment, da der Abstand zur v-Achse Null beträgt.

$$I_{vw} = 0$$
 (10-34)

#### 10.1.6 Transformation auf xy-Koordinaten

Alle Berechnungen in den Abschnitten 10.1.2 bis 10.1.5 beziehen sich auf das relative v-w-Koordinatensystem. Im Folgenden werden diese relativen Größen über verschiedene Transformationsvorschriften ins globale yz-Koordinatensystem überführt.

#### Flächenmittelpunkt:

Der Flächenmittelpunkt wird über folgende Transformationen in das y-z-Koordinatensystem überführt:

$$y_{gSP} = v_{gSP} \cdot cos(\alpha)$$

$$z_{gSP} = v_{gSP} \cdot sin(\alpha)$$
(10-35)

Die Flächenmomente zweiten Grades lassen sich über folgende Zusammenhänge auf das y-z Koordinatensystem transformieren [60].

$$I_{zz} = \frac{I_{ww} + I_{vv}}{2} + \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \cos(2\alpha) - I_{vw} \sin(2\alpha)$$

$$I_{yy} = \frac{I_{ww} + I_{vv}}{2} - \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \cos(2\alpha) + I_{vw} \sin(2\alpha)$$

$$I_{yz} = \frac{I_{ww} - I_{vv}}{2} \sin(2\alpha) + I_{vw} \cos(2\alpha)$$
(10-36)

#### 10.2 54SiCr6 Schliffbilder

Durch den Ölschlussvergütungsprozess wird ein sehr feinkörniges martensitisches Gefüge erzielt. Folgende Abbildung 99 zeigt mikroskopische Lichtbildaufnahmen verschiedener Schliffpositionen mit 20-facher bzw. 100-facher Vergrößerung an einem Runddraht mit 4 mm Durchmesser. Gut zu erkennen ist die durch den Warmwalzprozess entstandene Zeiligkeit in axialer Richtung.

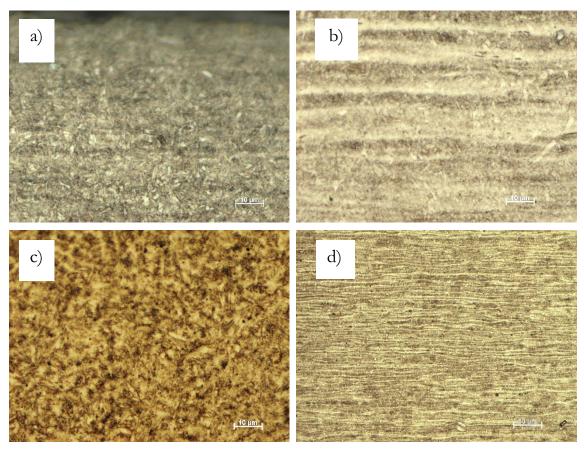


Abbildung 99: 54SiCr6 – a) Schliff in axialer Richtung bei 100-facher Vergrößerung des Randbereichs; b) Schliff in axialer Richtung bei 100-facher Vergrößerung in Probenmitte; c) Schliff in radialer Richtung bei 100-facher Vergrößerung in Probenmitte; d) Schliff in axialer Richtung bei 20-facher Vergrößerung.

<u>Probeneinbettung</u>: Die Einbettung erfolgt mit dem Kalteinbettungsmittel Vari-Dur 200 der Fa. Bühler. Nach der Einbettung wird die Probe nach der Vier-Stufen-ApexHerkules© Methode geschliffen und poliert [160]:

- 1. Schritt Vorschleifen: Schleifmittel ist ein Bühler-Met II Schleifpapier mit einer Korngröße von P 320. Der Schleifprozess wird wassergekühlt durchgeführt. Die Probe wird dabei mit 30 N auf das Schleifpapier gedrückt und mit etwa 250 Umdrehungen pro Minute im Gleichlauf solange geschliffen, bis eine plane Fläche entsteht.
- 2. Schritt Feinschleifen: Die plangeschliffene Probe wird nun mit ApexHerkules S feingeschliffen. Das Schleifmedium hat eine Korngröße von 9 μm und wird als Diamantsuspension eingebracht. Der Druck auf den Probenkörper beträgt 25 N. Die Umdrehungen werden, im Vergleich zum Vorschleifen auf etwa 150 pro Minute (im Gleichlauf) reduziert. Die Schleifdauer beträgt fünf Minuten.
- 3. Schritt Polieren: Für den Polierprozess wird VerduTex mit einer Körnung von 3 µm, ebenfalls in Form von Diamantsuspension, verwendet. Die Prozessparameter stimmen mit denen des Feinschleifens überein lediglich die Dauer wird auf drei Minuten reduziert.
- 4. Schritt Endpolieren: Hierfür wird MicroCloth (Aluminiumoxidsuspension) mit 0,05 μm verwendet. Geschwindigkeit und Anpressdruck sind analog dem des Polierens allerdings im Gegenlauf und die Polierzeit beträgt lediglich zwei Minuten.

Die Ätzung wird anschließend mit Nital, einer einprozentigen alkoholischen Salpetersäure (HNO<sub>3</sub>), durchgeführt.

10.3 54SiCr6

٠.		_	_ (	•																																
Fmay 20	Z	-814	-795	-799	-935	-981	-1009	-974	-975	-976	-981	-985	-980	-955	-987	-1013	-988	-985	-979	-972	-1135	-1131	-1137	-1231	-1260	-1248	-1249	-1259	-1228	-1234	-1230	-1220	-1209	-1314	-1314	-1323
Fmax 19		817	998	833	1004	1010	1007	1011	1023	1001	1008	1000	1009	980	1005	1006	886	1003	992	1007	1113	1142	1152	1265	1269	1261	1292	1290	1223	1219	1235	1206	1221	1308	1306	1318
Fmax18		-814	-796	-799	-938	-983	-1008	926-	926-	-975	-982	986-	-980	-955	-986	-1017	-989	986-	-982	-971	-1136	-1131	-1140	-1236	-1263	-1250	-1249	-1264	-1231	-1238	-1230	-1222	-1211	-1321	-1320	-1328
Emax17		818	864	834	1005	1009	1007	1010	1025	1063	1009	1000	1009	980	1007	1009	066	1002	995	1009	1115	1143	1156	1269	1270	1263	1297	1291	1223	1224	1237	1208	1226	1314	1314	1319
Emay 16	N	-815	-798	-799	-937	-984	-1012	-978	-977	-977	-983	-987	-980	-954	-988	-1016	-990	-987	-982	-972	-1140	-1134	-1137	-1237	-1264	-1254	-1254	-1268	-1236	-1239	-1235	-1224	-1215	-1322	-1322	-1331
Fmay 15	Z	819	998	833	1001	1011	1009	1013	1027	1063	1011	1003	1010	980	1008	1009	991	1004	266	1011	1116	1149	1156	1269	1275	1263	1299	1298	1227	1227	1239	1212	1230	1317	1318	1323
Fmax14	Z	-815	-799	-801	-939	-984	-1013	-979	-978	-980	-984	-989	-983	-957	066-	-1022	-995	-990	-982	-973	-1142	-1135	-1142	-1241	-1270	-1258	-1258	-1270	-1241	-1240	-1240	-1229	-1218	-1329	-1329	-1335
Fmax13	Z	818	865	833	1006	1011	1013	1012	1030	1065	1012	1004	1011	985	1009	1009	166	1003	866	1012	1118	1151	1158	1272	1279	1267	1304	1301	1227	1232	1245	1216	1226	1320	1323	1328
Fmax 12		-816	-800	-802	-938	-985	-1015	-980	-980	-982	-985	-989	986-	-956	-990	-1022	-993	-992	986-	-975	-1146	-1140	-1148	-1246	-1274	-1259	-1263	-1277	-1243	-1246	-1242	-1235	-1222	-1330	-1332	-1342
		818	865	833	1007	1013	1014	1013	1032	1066	1015	1006	1015	985	1011	1013	966	1008	866	1015	1122	1153	1159	1277	1283	1272	1306	1309	1234	1234	1246	1219	1221	1325	1325	1335
Emax10 Emax11	Z	-816	-800	-801	-939	-988	-1015	-980	-984	-982	-988	-992	-988	-959	-992	-1025	-995	-993	-989	-975	-1147	-1140	-1148	-1249	-1276	-1263	-1271	-1282	-1248	-1252	-1244	-1238	-1227	-1334	-1337	-1345
Fmax9	Z	818	864	835	1008	1013	1015	1015	1033	1072	1017	992	1018	984	1012	1014	995	1010	666	1016	1124	1158	1163	1285	1288	1273	1312	1310	1233	1239	1252	1220	1230	1329	1333	1339
Fmax8	Z	-818	-801	-802	-940	-994	-1020	-984	-983	-983	-989	066-	-989	-959	966-	-1024	-1001	-995	-992	-979	-1154	-1146	-1148	-1258	-1287	-1269	-1276	-1286	-1254	-1258	-1254	-1239	-1231	-1342	-1346	-1353
Fmay 7	Z	818	998	836	1009	1015	1016	1015	1035	1072	1019	966	1019	985	1014	1015	866	966	1002	1017	1128	1159	1165	1290	1295	1281	1318	1319	1247	1246	1259	1229	1233	1340	1338	1345
Fmax6	N	-818	-801	-804	-939	-997	-1021	986-	986-	986-	-992	-994	-991	-962	-666	-1026	-1001	-997	-991	-982	-1161	-1150	-1157	-1261	-1287	-1277	-1282	-1295	-1261	-1265	-1261	-1251	-1240	-1354	-1356	-1362
Fmax	Z	817	998	837	1013	1019	1020	1020	1040	1078	1023	966	1023	886	1020	1021	1002	266	1008	1021	1133	1167	1172	1300	1305	1288	1328	1327	1254	1254	1264	1237	1244	1346	1350	1356
Fmax4	Z	-820	-801	908-	-942	-1002	-1026	066-	-991	-990	966-	866-	966-	-962	-1002	-1031	-1004	-1002	866-	-987	-1171	-1159	-1164	-1277	-1292	-1288	-1295	-1309	-1276	-1276	-1271	-1264	-1253	-1364	-1367	-1375
Fmax3	Z	818	698	837	1019	1024	1026	1022	1049	1086	1025	1001	1030	686	1024	1024	1005	1003	1010	1026	1142	1178	1183	1314	1326	1296	1348	1343	1264	1269	1280	1250	1256	1363	1362	1372
Fmax 2	_	-825	-807	-812	-946	-1008	-1034	-666	-666	-1001	-1002	-1007	-1004	-967	-1009	-1046	-1016	-1008	-1003	-993	-1184	-1178	-1180	-1300	-1301	-1308	-1323	-1332	-1300	-1304	-1295	-1289	-1275	-1392	-1395	-1401
Fmax1	_	821	873	843	1030	1035	1040	1033	1062	1100	1041	1010	1044	1003	1036	1037	1016	1013	1018	1041	1169	1210	1215	1358	1370	1337	1389	1392	1303	1312	1327	1294	1300	1412	1416	1419
ر اسس/سا		10	10	10	10	10	10	10	15	15	100	100	100	100	100	200	200	200	200	200	10	10	10	10	10	10	15	15	100	100	100	200	200	10	10	10
4		4	4	4	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	9	9	9	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	∞	80	8
	Material • [mi•	9	9	9	9	9	ę	9	9	ę	9	<sub>Q</sub>	ę	9	9	9	9	9	ę	و	و	9	<sub>9</sub>	و	9	9	ę	9	<sub>Q</sub>	ę	ę	9	9	9	<b>9</b>	9
		54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6							
	Proben-ハ ▼	2016/30	2016/33	2016/36	2016/8	2016/9	2015/12	2015/78	2015/147	2015/148	2016/15	2016/16	2016/17	2016/18	2016/19	2016/7	2016/11	2016/12	2016/13	2016/14	2016/28	2016/31	2016/34	2016/20	2015/10	2015/79	2015/149	2015/150	2016/10	2016/37	2016/38	2016/39	2016/40	2016/29	2016/32	2016/35

Tabelle 20: 54SiCr6 — Messwerte Biegewechselversuche

				_			_							_										_			
	Fmax20	N N	- 1455	- 1460	- 1482	-1413	-1400	-1398	-1348	-1342	-1346	-1345	-1373	-1379	-1359	-1489	-1477	-1471	-1502	-1498	-1495	-1493	-1506	-1530	-1533	-1565	-1578
	Fmax19 Fmax20	N Z	1374	1391	1406	1430	1421	1417	1355	1346	1349	1347	1378	1385	1370	1484	1505	1481	1505	1510	1509	1525	1519	1536	1541	1587	1604
	Fmax18	N Z	-1460	-1463	-1487	-1415	-1406	-1400	-1351	-1350	-1351	-1352	-1373	-1382	-1363	-1492	-1483	-1476	-1504	-1505	-1499	-1497	-1510	-1534	-1536	-1570	-1583
		<u>&gt;</u>	1378	1395	1412	1437	1424	1420	1360	1348	1353	1353	1381	1388	1370	1485	1512	1482	1507	1519	1514	1530	1522	1541	1544	1590	1607
	Fmax16 Fmax17	<u>&gt;</u>	- 1464	-1467	-1491	-1416	-1411	-1407	-1353	-1351	-1355	-1353	-1379	-1389	-1367	-1498	-1485	-1477	-1508	-1507	-1502	-1502	-1518	-1536	-1542	-1574	-1588
	Fmax15 F	<u>&gt;</u>	1385	1399	1412	1441	1428	1427	1366	1353	1355	1355	1386	1394	1366	1493	1516	1487	1515	1523	1518	1532	1527	1546	1548	1595	1611
	Fmax14 Fi	) Z	-1465	-1467	-1494	-1423	-1415	-1410	-1359	-1355	-1356	-1356	-1384	-1391	-1371	-1501	-1490	-1482	-1513	-1514	-1507	-1507	-1520	-1544	-1547	-1578	-1592
	Fmax13 Fr	<u>&gt;</u>	1401	1399	1410	1444	1436	1431	1367	1357	1359	1360	1390	1399	1374	1496	1520	1492	1519	1525	1524	1538	1533	1551	1553	1599	1617
	Fmax12 Fr	<u>N</u>	-1470	-1474	-1498	-1430	-1417	-1416	-1362	-1359	-1364	-1361	-1388	-1399	-1375	-1510	-1496	-1488	-1518	-1518	-1513	-1512	-1524	-1548	-1553	-1585	-1600
	Fmax11 Fr	) N	1405	1401	1422	1447	1443	1437	1373	1359	1363	1367	1394	1404	1380	1502	1523	1498	1524	1535	1530	1544	1543	1559	1561	1605	1624
	Fmax10 Fr	<u>&gt;</u>	-1483	-1485	-1508	-1434	-1427	-1422	-1368	-1365	-1368	-1364	-1385	-1406	-1382	-1517	-1501	-1495	-1524	-1523	-1519	-1516	-1530	-1558	-1562	-1592	-1606
	Fmax9 Fn	<u>&gt;</u>	1409	1406	1432	1454	1446	1443	1380	1368	1370	1370	1403	1410	1387	1507	1532	1504	1535	1541	1536	1550	1548	1562	1567	1616	1630
	Fmax8 Fi	<u>&gt;</u>	-1484	-1504	-1515	-1437	-1434	-1429	-1375	-1373	-1380	-1375	-1397	-1412	-1389	-1522	-1510	-1501	-1536	-1534	-1529	-1528	-1542	-1566	-1568	-1600	-1613
	Fmax7 Fi	<u>&gt;</u>	1438	1420	1441	1461	1454	1451	1385	1373	1375	1381	1413	1417	1396	1515	1539	1513	1545	1548	1547	1563	1556	1573	1577	1625	1638
	Fmax6 F	<u>&gt;</u>	-1486	-1515	-1526	-1447	-1449	-1440	-1384	-1382	-1388	-1382	-1416	-1423	-1396	-1536	-1519	-1510	-1544	-1545	-1540	-1541	-1551	-1579	-1584	-1613	-1627
	Fmax5 Fi	<u>&gt;</u>	1445	1434	1455	1473	1468	1464	1393	1381	1383	1386	1420	1428	1407	1528	1544	1520	1556	1558	1562	1576	1570	1589	1588	1633	1650
	Fmax4 Fr	) Z	-1495	-1534	-1540	-1462	-1463	-1459	-1399	-1396	-1388	-1392	-1436	-1439	-1418	-1549	-1537	-1524	-1564	-1565	-1557	-1558	-1570	-1597	-1601	-1632	-1646
		) Z	1460	1457	1480	1486	1488	1484	1410	1398	1400	1401	1439	1447	1424	1545	1562	1537	1572	1580	1580	1596	1591	1612	1609	1654	1668
	Fmax1 Fmax2 Fmax3	N N	-1519	-1567	-1573	-1492	-1493	-1491	-1423	-1426	-1425	-1416	-1470	-1469	-1447	-1581	-1563	-1551	-1589	-1596	-1592	-1587	-1603	-1629	-1635	-1666	-1679
	lax1 Fn	► Z	1520	1523	1539	1539	1547	1539	1453	1441	1444	1447	1492	1502	1481	1594	1610	1584	1627	1630	1633	1648	1643	1659	1659	1703	1718
		<u></u>	10	10	10	10	15	15	100	100	100	100	100	200	200	10	10	10	10	10	15	15	15	10	10	10	10
>	[mm/mi																										
	+	_ mr	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	10	10	10	11	11	11	11	11	12	12	13	13
		Material 🕶 [mr	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6	54SiCr6
		Proben-1 ▼	2016/22	2015/9	2015/11 5	2015/80	2015/151	2015/152	2016/23	2016/24	2016/25	2016/26	2016/27	2016/41	2016/42	2015/13 5	2015/14	2015/81	2015/111 5	2015/124 5	2015/153 5	2015/154 5	2015/155	2015/112 5	2015/126	2015/123	2015/125 5

197

Tabelle 20 (Fortsetzung): 54SiCr6 — Messwerte Biegewechselversuche

10.4 C45E+N

Tabelle 21: C45E+N-Messwerte Biegewechsehversuche

_										_										
	Fmax20	[N]	-488	-488	-481	-460	-472	-509	-507	-507	-493	-486	-518	-505	-506	-495	-497	-516	-510	-510
	Fmax 19	[N]	200	497	485	472	488	514	511	504	497	493	518	536	516	503	504	523	518	511
	Fmax18	[N]	-490	-489	-484	-462	-475	-513	-510	-511	-497	-486	-521	-509	-510	-499	-499	-520	-516	-514
	Fmax17	N]	503	497	488	478	495	517	515	208	200	494	524	537	519	206	202	528	519	518
	Fmax16	  N	-494	-492	-487	-465	-479	-518	-514	-515	-501	-490	-525	-515	-514	-504	-504	-524	-522	-521
	Fmax15	[N]	202	201	489	480	497	521	517	512	203	498	529	543	524	511	512	533	525	523
	Fmax14	[N]	-498	-496	-492	-469	-480	-522	-517	-518	-505	-497	-528	-519	-520	-509	-509	-530	-527	-526
	Fmax13	[N]	209	202	493	483	201	524	524	517	208	504	535	549	528	516	517	538	531	230
	Fmax12	[N]	-500	-498	-496	-474	-488	-528	-522	-523	-508	-499	-534	-526	-524	-513	-516	-537	-533	-533
	Fmax11	N]	513	510	497	488	504	532	529	522	515	510	539	222	532	523	523	545	240	538
	Fmax10	[N]	-505	-504	-500	-480	-491	-533	-528	-530	-515	-505	-542	-534	-531	-522	-523	-542	-540	-542
	Fmax9	[N]	518	516	203	493	209	238	536	278	521	515	547	529	539	530	531	553	247	248
	Fmax8	[N]	-511	-509	-506	-483	-496	-542	-535	-535	-523	-511	-548	-542	-539	-530	-530	-551	-550	-552
	Fmax7	[N]	276	523	209	498	518	545	544	535	278	523	257	268	548	539	538	564	529	529
	Fmax6	[N]	-517	-514	-513	-490	-502	-549	-543	-544	-532	-520	-560	-553	-549	-538	-540	-562	-563	-565
	Fmax5	N]	236	531	516	208	526	557	553	547	539	534	269	218	529	553	551	575	573	573
	Fmax4	[N]	-529	-523	-524	-500	-511	-563	-555	-558	-544	-532	-575	-571	-564	-554	-556	-577	-578	-582
	Fmax3	[N]	546	544	276	217	536	572	570	295	222	248	282	296	276	220	571	265	594	296
	Fmax2	[N]	-539	-537	-537	-509	-523	-582	-571	-577	-564	-549	-599	-597	-585	-579	-580	-604	-608	-611
	Fmax1 Fmax2	[N]	229	222	545	523	244	290	584	579	295	295	610	619	297	262	594	621	979	629
>	[mm/mi	⊩]	10	10	10	15	15	10	10	10	15	15	10	10	10	10	10	10	10	10
	f m		2	2	2	2	2	7	7	7	7	7	6	6	6	10	10	10	11	12
		Material 💌 [ml 💌																		
			C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C	C45+C
		Proben-1 ▼	2015/40	2015/41	2015/92	2015/168	2015/169	2015/42	2015/43	2015/93		2015/171	2015/44	2015/45	2015/94	2015/95	2015/96	2015/97	2015/113	2015/114

10.5 S235JR+C

-	43	J	1/	•	C																
	Fmax20	-567	-567	-499	-585	-578	-511	-555	-541	-504	-532	-532	-538	-547	-544	-545	-528	-549	-532	-529	-502
	Fmax 19	465	458	496	477	472	510	530	517	208	527	524	530	538	238	535	546	523	524	537	552
	Fmax18 F	-570	-570	-500	-588	-582	-514	-559	-546	-508	-534	-535	-543	-551	-548	-549	-530	-554	-536	-533	-507
		469	463	205	481	476	514	536	521	511	531	528	535	240	544	538	548	528	529	545	557
	max16	-574	-573	-504	-593	-586	-517	-566	-552	-513	-540	-541	-546	-556	-552	-553	-535	-559	-540	-538	-514
	Fmax14 Fmax15 Fmax16 Fmax17	473	467	204	487	480	517	541	276	514	535	532	540	546	247	544	255	535	534	248	263
	Fmax14	-579	-578	-507	-597	-591	-522	-570	-555	-518	-546	-545	-553	-561	-559	-557	-542	-563	-545	-545	-522
	Fmax13	478	472	209	492	487	522	547	531	521	543	538	546	551	552	549	295	540	539	554	570
	Fmax12	-583	-582	-514	-604	-598	-526	-578	-561	-525	-549	-551	-558	-568	-563	-563	-548	-570	-552	-551	-531
	Fmax10 Fmax11	4	479	513	499	493	527	555	537	526	548	544	551	228	529	222	268	547	547	563	576
	Fmax 10	-588	-588	-517	-611	-602	-532	-587	-568	-531	-557	-556	-563	-573	-569	-569	-556	-578	-559	-559	-538
	Fmax9	4	485	518	507	200	533	563	548	533	553	553	559	292	268	563	576	256	554	571	581
	Fmax8		-596	-523	-619	-611	-539	-594	-579	-539	-565	-565	-572	-583	-580	-580	-568	-588	-567	-570	-551
1	Fmax7		494	525	514	510	541	574	557	542	564	260	268	576	577	571	587	265	266	582	592
	Fmax6		-604	-532	-630	-622	-549	-605	-590	-549	-576	-576	-583	-594	-591	-590	-578	009-	-579	-581	-564
	Fmax5	5	505	534	527	523	551	589	570	553	576	572	580	588	589	584	900	582	580	597	605
	Fmax4			-541	-645	-636	-561	-624	-605	-565	-592	-593	-598	609-	-605	-605	-597	-615	-595	- 599	-586
1	Fmax3	526	520	548	546	542	268	612	590	572	594	592	298	209	609	603	621	602	599	618	930
ı	Fmax1 Fmax2 Fmax3 Fm1  IN1 FM		-636	-559	699-	-658	-585	-654	-630	-591	-617	-618	-624	-636	-630	-629	-627	-647	-623	-630	-619
	Fmax1	536	538	562	571	267	289	646	620	599	620	618	622	632	629	979	647	637	633	658	674
>	f [mm/mi	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100	100	200	200	10	10	10	10	10
	<u>-</u>	2	2	2	7	7	7	6	6	6	6	6	6	6	6	6	10	10	10	11	12
	Material v [m]	υ	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	Ų	ပ္	Ŷ	Ŷ	Ŷ	Ų	٠ ب	٠ ب	Ų
		S23	S235JR+C																		
	Probon_N	2015/3	2015/4	2015/82	2015/6	2015/7	2015/83	2015/17	2015/18	2015/84	2016/1	2016/2	2016/3	2016/4	2016/5	2016/6	2015/15	2015/16	2015/85	2015/117	2015/118

Tabelle 22: S235JR+C – Messwerte Biegewechselversuche

Tabelle 23: 11SMn30+C-Messwerte Biegewechselversuche

10.6 11SMn30+C

	Fmax20	[N]	-488	-487	-479	-497	-507	-520	-522	-525	-530	-516	-510	-530	-517	-512	-499	-507	-521	-504
	Fmax 19 Fn	[N]	909	516	488	272	524	534	230	230	516	519	516	237	523	515	504	510	524	511
	Fmax18 Fr	<u>▶</u> [N]	-491	-490	-483	-500	-512	-524	-525	-530	-534	-518	-514	-536	-520	-517	-502	-510	-528	-511
		• [N]	208	521	493	230	529	536	532	537	520	523	518	542	525	518	206	513	532	520
	Fmax16 Fmax17	<u>▶</u> [N]	-497	-495	-485	-505	-514	-530	-529	-535	-541	-522	-518	-541	-528	-522	-505	-516	-533	-520
	Fmax15 Fi	► [N]	512	523	495	533	534	542	536	540	524	529	524	547	532	525	511	519	238	529
		<u>▶</u> [N]	-500	-501	-488	-510	-517	-534	-535	-541	-547	-528	-523	-548	-533	-530	-512	-519	-541	-527
	Fmax13 Fmax14	<u>▶</u> [N]	519	527	201	238	238	248	543	546	230	283	529	223	238	531	217	524	545	538
	Fmax12 F	[N]	-506	-504	-492	-513	-525	-540	-541	-546	-551	-535	-529	-553	-537	-537	-517	-525	-549	-538
		<u>▶</u> [N]	525	233	204	543	542	222	220	552	238	542	534	263	544	538	521	531	554	548
	Fmax10 Fmax11	[N]	-511	-512	-499	-521	-531	-549	-548	-553	-560	-541	-534	-561	-545	-543	-524	-531	-558	-551
	Fmax9	[N]	529	535	202	549	549	561	557	290	546	549	543	220	223	248	531	238	292	258
	Fmax8	N	-520	-518	-503	-528	-537	-556	-555	-563	-569	-551	-544	-571	-556	-552	-532	-539	-571	-564
	Fmax7	[N]	533	244	514	256	257	572	269	571	258	561	549	285	292	559	539	545	579	572
	Fmax6	[N]	-527	-527	-512	-537	-547	-568	-567	-572	-582	-562	-556	-584	-568	-565	-542	-550	-585	-579
	Fmax5	[N]	543	551	521	292	292	583	581	583	571	575	561	297	581	572	550	228	297	591
	Fmax4	[N]	-539	-541	-520	-548	-557	-582	-580	-588	-600	-580	-570	-603	-586	-582	-556	-565	-605	-598
	Fmax3	[N]	553	264	533	575	579	109	297	298	591	296	280	618	601	594	268	278	623	618
	Fmax2	[N]	-555	-556	-534	-559	-571	-604	-602	-610	-628	-607	-592	-632	-611	-613	-583	-591	-639	-635
	Fmax1	[N]	295	574	545	583	286	622	616	618	623	624	902	648	627	624	593	909	099	658
>	f [mm/mi Fmax1 Fmax2 Fmax3	n]	10	10	10	15	15	10	10	10	10	10	10	15	15	10	10	10	10	10
	<b>+</b>	_ [mi ←	5	2	2	2	2	7	7	7	6	6	6	6	6	10	10	10	11	12
		Material 💌 [ml 💌	11SMn30+C	11SMn 30+C	11SMn30+C															
		Proben-1 ▼	2015/34	2015/35	2015/86	2015/164	2015/165	2015/36	2015/37	2015/87	2015/38	2015/39	2015/88	2015/166	2015/167	2015/89	2015/90	2015/91	2015/115	2015/116 11SMn30+C

### 10.7 AlCu4PbMgMn

1					ı		i I i	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1							
Fmax10 Fmax11 Fmax12 Fmax13 Fmax14 Fmax15 Fmax16 Fmax17 Fmax18	Fmax12 Fmax13	ax10 Fmax11	Fmax9 Fm	Ξ	Fmax8	Fmax7 Fmax8	Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8	Fmax4 Fmax5 Fmax6 Fmax7 Fmax8
[N] • [N] •	• [N] • [N]	[N] • [N] •	[N] • [I		[N]	<u>▶</u> [N]	→ [N] → [N]	[N] ← [N] ← [N]	[N] • [N] • [N] •	$[N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow$	[N] • [N] • [N] •	$[N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow$	$n] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [n]$	$n] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [n]$	$[N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N] \leftarrow [N]$
2 -284 294 -286	-289 292	-283 293	267		-283	290	-281 290	287 -281 290	-279 287 -281 290	284 -279 287 -281 290	-275 284 -279 287 -281 290	284 -279 287 -281 290	-275 284 -279 287 -281 290	275 -275 284 -279 287 -281 290	10 275 -275 284 -279 287 -281 290
7 -280 287 -281	-280 287	-280 286	586		1 -278	784	-275 284	283 -275 284	-273 283 -275 284	277 -273 283 -275 284	-269 277 -273 283 -275 284	277 -273 283 -275 284	-269 277 -273 283 -275 284	266 -269 277 -273 283 -275 284	10 266 -269 277 -273 283 -275 284
3 -277 283 -277	-277 283	-277 281	282		-275	280	-273 280	277 -273 280	-269 277 -273 280	275 -269 277 -273 280	-264 275 -269 277 -273 280	275 -269 277 -273 280	10 264 -264 275 -269 277 -273 280	5 10 264 -264 275 -269 277 -273 280	10 264 -264 275 -269 277 -273 280
7 -290 277 -290	-290 277	-290 277	274		-288	272	-284 272	270 -284 272 -	-283 270 -284 272	265 -283 270 -284 272 -	-274 265 -283 270 -284 272 -	265 -283 270 -284 272 -	-274 265 -283 270 -284 272 -	254 -274 265 -283 270 -284 272 -	15 254 -274 265 -283 270 -284 272 -
0 -279 290 -280	-280 290	-279 290	230		-277	287	-276 287	283 -276 287	-273 283 -276 287	280 -273 283 -276 287	-266 280 -273 283 -276 287	280 -273 283 -276 287	-266 280 -273 283 -276 287	266 -266 280 -273 283 -276 287	15 266 -266 280 -273 283 -276 287
9 -320 320 -320	-319 319	-319 320	319		, -318	317	-317 317	315 -317 317	-314 315 -317 317	311 -314 315 -317 317	-314 315 -317 317	311 -314 315 -317 317	-305 311 -314 315 -317 317	7 10 291 -305 311 -314 315 -317 317	291 -305 311 -314 315 -317 317
7 -317 319 -318	-318 317	-318 317	317		-315	315	-316 315	312 -316 315	-312 312 -316 315	306 -312 312 -316 315	-302 306 -312 312 -316 315	306 -312 312 -316 315	-302 306 -312 312 -316 315	7 10 288 -302 306 -312 312 -316 315	288 -302 306 -312 312 -316 315
4 -320 325 -321	-321 324	-319 324	324	_	-320	324	-317 324	321 -317 324	-316 321 -317 324	318 -316 321 -317 324	-308 318 -316 321 -317 324	318 -316 321 -317 324	-308 318 -316 321 -317 324	7 10 300 -308 318 -316 321 -317 324	300 -308 318 -316 321 -317 324
7 -330 336 -330	-330 337	-329 336	336	-	-329	332	-327 335	330 -327 335	-323 330 -327 335	323 -323 330 -327 335	-313 323 -323 330 -327 335	323 -323 330 -327 335	-313 323 -323 330 -327 335	302 -313 323 -323 330 -327 335	302 -313 323 -323 330 -327 335
2 -325 331 -324	-325 332	-324 329	331	-	-324	328	-323 328	326 -323 328	-319 326 -323 328	322 -319 326 -323 328	-310 322 -319 326 -323 328	322 -319 326 -323 328	-310 322 -319 326 -323 328	7 15 302 -310 322 -319 326 -323 328	15 302 -310 322 -319 326 -323 328
4 -343 344 -342	-342 344	-343 344	344		-343	343	-342 343	342 -342 343	-340 342 -342 343	335 -340 342 -342 343	-340 342 -342 343	335 -340 342 -342 343	10 311 -329 335 -340 342 -342 343	9 10 311 -329 335 -340 342 -342 343	10 311 -329 335 -340 342 -342 343
1 -355 352 -356	-356 351	-356 353	353		-355	322	-356 355	352 -356 355	-355 352 -356 355	348 -355 352 -356 355	-345 348 -355 352 -356 355	348 -355 352 -356 355	10 324 -345 348 -355 352 -356 355	324 -345 348 -355 352 -356 355	10 324 -345 348 -355 352 -356 355
8 -352 354 -351	-353 358	-353 356	358		-351	326	-352 356	353 -352 356	-349 353 -352 356	350 -349 353 -352 356	-340 350 -349 353 -352 356	350 -349 353 -352 356	-340 350 -349 353 -352 356	324 -340 350 -349 353 -352 356	10 324 -340 350 -349 353 -352 356
7 -353 357 -353	-352 357	-354 358	358		353	358	-353 358	355 -353 358	-350 355 -353 358	351 -350 355 -353 358	-340 351 -350 355 -353 358	351 -350 355 -353 358	10 322 -340 351 -350 355 -353 358	322 -340 351 -350 355 -353 358	10 322 -340 351 -350 355 -353 358
7 -353 357 -353	-352 357	-354 358	358		353	358	-353 358	355 -353 358	-350 355 -353 358	351 -350 355 -353 358	-340 351 -350 355 -353 358	351 -350 355 -353 358	-340 351 -350 355 -353 358	10 10 322 -340 351 -350 355 -353 358	10 322 -340 351 -350 355 -353 358
8356 Bruch bei Zykl. 8	-357 358	-358 362	329	_	-359	361	-359 361	359 -359 361	-356 359 -359 361	354 -356 359 -359 361	-345 354 -356 359 -359 361	354 -356 359 -359 361	10 327 -345 354 -356 359 -359 361	10 10 327 -345 354 -356 359 -359 361	10 327 -345 354 -356 359 -359 361
3 -353 363 -353	-356 363	-357 363	364		.361	366	-360 366	998 098- 698	998 098- 098-	. 998 -360 369 -360 366	-351 365 -360 369 -360 366 .	. 998 -360 369 -360 366	-351 365 -360 369 -360 366 .	334 -351 365 -360 369 -360 366 .	10 334 -351 365 -360 369 -360 366
8 -357 357 -354	-357 358	-361 361	364	٠.	361	366	-361 366	366 -361 366	-361 366 -361 366	363 -361 366 -361 366	-354 363 -361 366 -361 366	363 -361 366 -361 366	10 331 -354 363 -361 366 -361 366	12 10 331 -354 363 -361 366 -361 366	10 331 -354 363 -361 366 -361 366

Tabelle 24: AlCu4PbMgMn – Messwerte Biegewechselversuche

10.8 CuCn39Pb3

_			,,,,	<b>.</b>	_	. ~	,,,													
	Fmax20	<u>N</u>	-328	-339	-338	-324	-328	-399	-399	-441	-368	-363		-429	-414	-432	-444	-459	-459	
	max19	Z	377	362	366	337	340	404	406	448	376	369		431	422	436	450	464	466	
	max18	Z	-329	-339	-337	-323	-329	-402	-400	-440	-368	-362		-427	-417	-435	-447	-463	-459	Zykl. 9
	Fmax14 Fmax15 Fmax16 Fmax17 Fmax18 Fmax19	Z	376	364	364	334	342	405	407	448	377	370		433	424	438	450	465	469	Bruch bei Zykl.
	Fmax16	Z	-330	-340	-340	-326	-329	-402	-402	-444	-369	-364		-429	-416	-437	-448	-463	-460	-481
	Fmax15	Z	375	362	368	337	340	404	408	449	378	372		434	424	438	452	467	470	486
	Fmax14	Z	-329	-342	-340	-325	-330	-402	-402	-443	-371	-364		-429	-419	-437	-450	-463	-464	-484
	Fmax13	Z	375	364	364	337	342	405	408	450	379	373		437	424	440	453	469	471	487
	Fmax12	Z	-331	-340	-338	-325	-330	-402	-402	-447	-371	-366		-432	-418	-438	-453	-467	-465	-486
	Fmax11	Z	374	364	366	337	343	406	412	453	382	376		437	424	444	456	472	475	490
	Fmax10 Fmax11 Fmax12 Fmax13	Z	-331	-341	-340	-327	-331	-402	-405	-450	-372	-366		-435	-420	-441	-454	-470	-466	-487
	Fmax9	Z	373	364	363	337	343	406	412	456	382	376	Zykl. 4	438	428	443	458	471	477	493
	Fmax8	N Z	-332	-342	-341	-326	-333	-404	-406	-453	-374	-369	3ruch bei	-435	-419	-443	-457	-473	-469	-491
	Fmax7	Z	373	364	363	338	344	409	412	457	382	377	440	441	427	445	460	478	479	497
	Fmax6	Z	-333	-341	-338	-328	-332	-406	-404	-454	-375	-372	-433	-438	-420	-445	-461	-473	-473	-496
	Fmax5	Z	370	364	360	337	344	409	414	460	386	380	442	443	426	447	464	476	481	499
	Fmax4	Z	-335	-342	-339	-327	-332	-406	-406	-457	-377	-370	-438	-439	-421	-447	-463	-475	-473	-496
	Fmax3	Z	698	362	357	337	344	410	412	460	383	377	441	442	424	448	464	477	478	498
	Fmax2	Z	-336	-342	-332	-324	-328	-404	-405	-454	-371	-365	-435	-435	-417	-443	-462	-473	-468	-493
	Fmax1 Fmax2 Fmax3	Z	365	329	342	326	333	339	404	451	369	365	427	430	411	431	452	458	457	477
>	f [mm/mi	F	10	10	10	15	15	10	10	10	15	15	10	10	10	10	10	10	10	10
	f.	► E	2	2	2	2	2	7	7	7	7	7	6	6	6	10	10	10	11	12
		Material ▼ [m	9Pb3	9P b3	9Pb3	9Pb3	9Pb3	9Pb3												
			CuZn39Pb3																	
		Proben-1▼	2015/52	2015/53	2015/104	2015/160	2015/161	2015/54	2015/55	2015/105	2015/162	2015/163	2015/56	2015/57	2015/106	2015/107	2015/108	2015/109	2015/121	2015/122

Tabelle 25: CuCn39Pb3 – Messwerte Biegewechselversuche

#### Liste der bisher erschienenen Bände, Stand 14.08.2018

# Bericht aus dem Institut für Maschinenelemente und Konstruktion (IMK), 1990 – 2010

## Band 1 Institut für Maschinenelemente und Konstruktion der TU Ilmenau (Hrsg.):

Forschung und Lehre im Institut für Maschinenelemente und Konstruktion (Institutsbericht)

Ilmenau: ISLE, 1999. - ISBN 3-932633-37-7

#### Band 2 Spiller, Frank:

Möglichkeiten der rechentechnischen Umsetzung von Erkenntnissen aus der Konstruktions-systematik unter Nutzung der Featuretechnologie

(Dissertation TU Ilmenau 1998)

Ilmenau: ISLE, 1998. - ISBN 3-932633-20-2

#### Band 3 Leibl, Peter:

Entwicklung eines featureorientierten Hilfsmittels für die Konstruktion kostengünstiger Produkte

(Dissertation TU Ilmenau 1998)

Ilmenau: ISLE, 1998. - ISBN 3-00-003695-4

#### Band 4 Lutz, Steffen:

Kennlinie und Eigenfrequenzen von Schraubenfedern

(Dissertation TU Ilmenau 2000)

Ilmenau: ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-47-4

#### Band 5 Kletzin, Ulf:

Finite-Elemente-basiertes Entwurfssystem für Federn und

Federanforderungen

(Dissertation TU Ilmenau 2000)

Ilmenau: ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-48-2

#### Band 6 Volz, Andreas K.:

Systemorientierter Karosserie-Konzeptentwurf am Beispiel der

Crashsimulation

(Dissertation TU Ilmenau 1998)

Ilmenau: ISLE, 2000. - ISBN 3-932633-52-0

#### Band 7 Brix, Torsten:

Feature- und constraint-basierter Entwurf technischer Prinzipe

(Dissertation TU Ilmenau 2001)

Ilmenau: ISLE, 2001. - ISBN 3-932633-67-9

# Band 8 Rektor der TU Ilmenau und Institut für Maschinenelemente und Konstruktion der TU Ilmenau (Hrsg.) in Zusammenarbeit mit Carl Zeiss Jena GmbH

Vom Arbeitsblatt zum virtuellen Prototyp – 50 Jahre Konstruktionssystematik (Institutsbericht)

Ilmenau: ISLE, 2002. - ISBN 3-932633-68-7

#### Band 9 Liebermann, Kersten:

Rechnergestütztes Entwurfs- und Optimierungssystem für

Schraubendruckfedern

(Dissertation TU Ilmenau 2003)

Ilmenau: ISLE, 2003. - ISBN 3-932633-74-1

#### Band 10 Meissner, Manfred; Denecke, Klaus:

Die Geschichte der Maschinenelemente als Fachgebiet und Institut an der

Technischen Universität Ilmenau von 1953 bis 2003

(Institutsbericht)

Ilmenau: ISLE, 2003. - ISBN 3-932633-82-2

#### Band 11 Geinitz, Veronika:

Genauigkeits- und auslastungsoptimierte Schraubendruckfedern

(Dissertation TU Ilmenau 2006)

Ilmenau: ISLE, 2006. - ISBN 3-938843-11-X

#### Band 12 Institut für Maschinenelemente und Konstruktion (Hrsg.):

Festschrift zum Ehrenkolloquium anlässlich der Emeritierungen von Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Günter Höhne und Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil.

Hans-Jürgen Schorcht

(Institutsbericht)

Ilmenau: ISLE, 2005. -ISBN 3-932633-97-0

#### Band 13 Wittkopp, Tobias:

Mehrkörpersimulation von Schraubendruckfedern

(Dissertation TU Ilmenau 2005)

Ilmenau: ISLE, 2005. - ISBN 3-938843-07-1

#### Band 14 Frank, Stefan:

Justierdrehen – eine Technologie für Hochleistungsoptik

(Dissertation TU Ilmenau 2007)

Ilmenau: ISLE, 2008. - ISBN 978-3-938843-35-4

#### Band 15 Schilling, Thomas:

Augmented Reality in der Produktentstehung

(Dissertation TU Ilmenau 2008)

Ilmenau: ISLE, 2008. - ISBN 978-3-938843-42-0

#### Band 16 Lotz, Markus:

Konstruktion von Messspiegeln hochgenauer Mess- und Positioniermaschinen (Dissertation TU Ilmenau 2009)

Ilmenau: ISLE, 2009. - ISBN 978-3-938843-46-8

#### [Band 17] Hackel, Tobias:

Grundlegende Untersuchungen zu vertikalen Positioniersystemen für

Nanopräzisionsmaschinen

(Dissertation TU Ilmenau 2010)

Münster, Westf: Monsenstein & Vannerdat, 2010. - ISBN 978-3-86991-111-3

#### [Band 18] Frank, Thomas:

Konzeption und konstruktive Gestaltung der Messkreise von

Nanomessmaschinen

(Dissertation TU Ilmenau 2010)

Münster, Westf: Monsenstein & Vannerdat, 2010. - ISBN 978-3-86991-194-6

# Berichte aus dem Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion (IMGK), 2010 - ...

#### Band 19 Sondermann, Mario:

Mechanische Verbindungen zum Aufbau optischer Hochleistungssysteme (Dissertation TU Ilmenau 2010)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2011. - ISBN 978-3-939473-94-7

#### Band 20 Husung, Stephan:

Simulation akustischer Produkteigenschaften unter Nutzung von Virtual Reality während der Produktentwicklung

(Dissertation TU Ilmenau 2011)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2012. - ISBN 978-3-86360-026-6

#### Band 21 Dobermann, Dirk:

Stabilisierung der Bildlage abbildender optischer Systeme

(Dissertation TU Ilmenau 2012)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-056-3

#### Band 22 Taubmann, Peter:

Analyse der Ventilfederbewegung als Beitrag zur Beeinflussung der

Verschleißursachen an den Auflageflächen

(Dissertation TU Ilmenau 2013)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-059-4

#### Band 23 Erbe, Torsten:

Beitrag zur systematischen Aktor- und Aktorprinzipauswahl im Entwicklungsprozess

(Dissertation TU Ilmenau 2013)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-060-0

#### Band 24: Ginani, Luciano Selva

Optical Scanning Sensor System with Submicron Resolution

(Dissertation TU Ilmenau 2013)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2013. - ISBN 978-3-86360-068-6

#### Band 25: Heidler, Nils

Untersuchungen zylindrischer Gasführungselemente für

Hochvakuumanwendungen

(Dissertation TU Ilmenau 2015)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-130-0

#### Band 26: Reich, René

Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen

(Dissertation TU Ilmenau 2016)

Ilmenau: Univ.-Verl. Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-139-3

#### Band 27: Resch, Jens

Kontextorientierte Entwicklung und Absicherung von festen Verbindungen im Produktentstehungsprozess der Automobilindustrie

(Dissertation TU Ilmenau 2016)

Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-143-0

#### Band 28: Scheibe, Hannes

Aktiv-adaptive Polierwerkzeuge zur Herstellung rotationssymmetrischer Asphären

(Dissertation TU Ilmenau 2016)

Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2016. - ISBN 978-3-86360-147-8

#### Band 29: Reeßing, Michael

Softwarewerkzeuge für den phasen- und domänenübergreifenden Entwurf (Dissertation TU Ilmenau 2016)

Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2017. - ISBN 978-3-86360-169-0

#### Band 30: Lux, Rüdiger

Wärmebehandlung von SiCr-legiertem, ölschlussvergütetem Federstahldraht (Dissertation TU Ilmenau 2018)

Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2018. - ISBN 978-3-86360-185-0

#### Band 31: Thomisch, Marco

Methodik zur Bestimmung optimaler Parameter beim Drahtumformen (Dissertation TU Ilmenau 2018)

Ilmenau: Universitätsverlag Ilmenau, 2018. - ISBN 978-3-86360-187-4