

# Modellierung des Energietransports durch Verglasungen

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doctor rerum naturalium

an der Fakultät Bauingenieurwesen der  
Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Diplom-Physiker Michael Kuhne  
aus Weimar

Weimar 1997

## **Vorwort**

Die hier vorliegende Arbeit ist das Ergebnis einer mehrjährigen Forschungsarbeit zum thermischen Verhalten von Verglasungen. Die Energietransportprozesse, die zu einem Wärmestrom durch eine Verglasung beitragen, sind sehr komplex, und die einzelnen Prozesse sind stark miteinander verknüpft. Der Wärmestrom durch die Verglasung wird durch Wärmeleitung, thermische Strahlungswechselwirkung und durch thermisch getriebene Strömungsvorgänge des Füllgases im Scheibenzwischenraum verursacht. Die diese Prozesse beschreibenden physikalischen Felder sind entweder direkt oder über die Ränder - den Scheiben der Verglasung - miteinander verknüpft. Bis vor kurzem war es nur möglich, diese Felder analytisch, durch Lösen der entsprechenden, miteinander verknüpften partiellen Differentialgleichungen, der Navier-Stokesschen- und der Wärmeleitungsgleichung, unter Beachtung der dazugehörigen Randbedingungen korrekt zu bestimmen. Die für technische Anwendungen benutzten Formeln zur Berechnung von Wärmeströmen bei Fluiden, die auf eine Bestimmung der Nusselt-Zahl, einer Ähnlichkeitszahl des Wärmetransportes, hinauslaufen, sind im wesentlichen aus experimentellen Daten gewonnen.

Heute können dank des enormen Zuwachses an Rechenleistung diese Differentialgleichungen geschlossen und mit allen relevanten Randbedingungen korrekt gelöst werden. Die numerische Simulation von thermisch getriebenen, sich frei einstellenden Fluidströmungen wurde bei den hier vorzustellenden Ergebnissen neben der analytischen Modellierung ausgiebig verwendet.

Im Scheibenzwischenraum bilden sich je nach Füllgas und Temperaturgradient qualitativ verschiedene Strömungsformen heraus. Andere Strömungsfelder führen zu verschiedenen Wärmeströmen durch die Verglasung. Diese Strukturbildungsprozesse und ihr Einfluß auf den k-Wert von Verglasungen sollen in dieser Arbeit ausführlich vorgestellt werden.

Die Ermittlung der numerischen Ergebnisse wurde durch die Bereitstellung eines WAP-Clusters für die Professur Bauphysik ermöglicht, deren Finanzierung dankenswerterweise das Land Thüringen und die DFG übernahmen. Bei deren Beschaffung waren Herr W. Backhaus und Herr Dr. rer. nat. H. Höser, Bauhaus-Universität Weimar, eine große Hilfe bei der technischen und finanziellen Abwicklung.

Herrn Dr.-Ing. S. Helbig möchte ich für die sehr fruchtbaren Gespräche über die hier behandelte Problematik danken. Möglich wurde die Erstellung dieser Arbeit auch durch die großzügige Unterstützung durch die Mitarbeiter der Professur Bauphysik, Herrn Dipl.-Ing. E. Grodde, Herrn Dr.-Ing. R. Rudolph und Herrn Dr. rer. nat. U. Werner, denen ich dafür danke. Frau G. Schmidt, Professur Bauphysik, und Frau cand. ing. K. Kühnemund waren dankenswerterweise bei der Korrektur dieser Arbeit sehr hilfreich.

Mein besonderer Dank gilt meinem Lehrer Prof. Dr.-Ing. habil. G. Hilbig für die langjährige, großzügige Unterstützung bei der Durchführung dieser Forschungsarbeiten und die sehr gute akademische Betreuung bei der Erstellung dieser Arbeit. Das große Spektrum der in den Forschungsarbeiten und Diskussionen angesprochenen Themen weitete den Blick für die übergreifenden Zusammenhänge und zeigte interessante, manchmal überraschende Facetten in der modernen Physik auf.

**Inhalt**

Verzeichnis wichtiger Symbole	5
Anmerkungen zu den verwendeten Begriffen und Größen	7
1. Einleitung	8
2. Elementare Betrachtungen	10
2.1. Einscheiben-Verglasung	10
2.2. Instationäres Verhalten einer Zweischeiben-Verglasung	12
2.3. Berechnungen nach DIN/EN 673	16
2.4. Strahlungswechselwirkung im infraroten Wellenlängenbereich	19
3. Theoretische Betrachtungen	21
3.1. Grundgleichungen	21
3.1.1. Das Temperaturfeld	21
3.1.2. Das Geschwindigkeitsfeld	21
3.2. Randbedingungen	23
3.2.1. Randbedingungen für das Temperaturfeld	23
3.2.1.1. Atmosphärenseitige Scheibe	24
3.2.1.2. Raumseitige Scheibe	28
3.2.2. Randbedingungen für das Strömungsfeld	30
3.3. Analytische Lösung der Grundgleichungen im Scheibenzwischenraum	31
3.3.1. Stationäre Lösung	31
3.3.2. Instationäre Lösung	39
4. Ergebnisse aus den analytischen Betrachtungen	47
5. Numerische Ergebnisse	52
5.1. Vorbemerkungen	52
5.2. Zur numerischen Simulation mit FLUENT	54
5.3. Füllgas Argon	58
5.4. Vergleichende Betrachtungen der Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon	64

5.5.	Vergleich mit Firmenangaben	66
5.6.	Optimale Bauform von Verglasungen	67
5.7.	Bewertung der verschiedenen Verfahren zur Bestimmung des $k_V$ -Wertes von Verglasungen	67
5.8.	Schräge und waagerechte Anordnung von Verglasungen	69
5.8.1.	Waagerechte Einbaulage der Verglasung	69
5.8.2.	Um 45° geneigte Einbaulage der Verglasung	72
5.9.	Verglasung mit Sprossen im Gaszwischenraum	75
5.10.	Mehrscheiben-Verglasungen mit Xenon- bzw. Kryptonfüllung	78
5.10.1.	Dreischeiben-Verglasungen mit Xenonfüllung	78
5.10.2.	Dreischeiben-Verglasungen mit Kryptonfüllung	86
5.10.3.	Vierscheiben-Isolierverglasung mit Xenonfüllung	88
5.11.	Vergleichende Betrachtungen der Mehrfach-Verglasungen und der Verglasungen unter verschiedener Einbaulage	91
5.12.	Variable Temperaturdifferenzen über dem Scheibenzwischenraum	92
6.	Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen auf dem oberen und unteren Rand der Verglasung	97
7.	Zur Simulation mit und ohne Glasscheiben	99
8.	Zusammenfassung	100
9.	Literaturverzeichnis	103
 <u>Anlage</u>		
A 1.	Strömungsbilder Luft, Krypton, Xenon	A1 / 1
A 1.1.	Füllgas Luft	A1 / 1
A 1.2.	Füllgas Krypton	A1 / 6
A 1.3.	Füllgas Xenon	A1 / 10
A 2.	Beam-Funktionen	A2 / 1
A 3.	Materialwerte	A3 / 1
A 4.	Zur numerischen Simulation mit dem Programmsystem FLUENT	A4 / 1
A 5.	Vergleichende Untersuchungen mit ANSYS/FLOTRAN	A5 / 1

## Verzeichnis wichtiger Symbole

$\alpha_i$	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	Wärmeübergangskoeffizient innen
$\alpha_a$	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	Wärmeübergangskoeffizient außen
$\lambda$	[W/(m·K)]	Wärmeleitfähigkeit
T	[K]	Temperatur
Q	[W·s]	Wärmemenge
$\dot{Q}$	[W]	Wärmestrom
q	[W/m <sup>2</sup> ]	Wärmestromdichte
c	[W·s/(kg·K)]	spezifische Wärmekapazität
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte
$\rho_B$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Bezugsdichte
t	[s]	Zeit
$\omega$	[s <sup>-1</sup> ]	Kreisfrequenz
$\varepsilon$	[-]	Emissionskoeffizient
T <sub>A</sub>	[K]	Atmosphärentemperatur
T <sub>I</sub>	[K]	Raumtemperatur
T <sub>a</sub>	[K]	Atmosphärenseitige Scheibentemperatur
T <sub>i</sub>	[K]	Raumseitige Scheibentemperatur
T <sub>abs</sub>	[K]	Absolute Temperatur
$\beta$	[1/K]	Isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient
$\eta$	[N s/m <sup>2</sup> ]	Dynamische Viskosität
$\underline{u}$	[m/s]	Geschwindigkeit
$\underline{g}$	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
$\sigma$	[W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> )]	Stefan-Boltzmann-Konstante
R <sub>L,C,R</sub>	[(m <sup>2</sup> ·K)/W]	Wärmewiderstand Leitung, Konvektion, Strahlung
k <sub>V</sub>	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]	k-Wert Verglasung

$k_{L,C,R}$ [W/(m <sup>2</sup> ·K)]	k-Wert Leitung, Konvektion, Strahlung
$n$	Quellterm in der Wärmeleitungsgleichung
$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} e_1 + \frac{\partial}{\partial y} e_2 + \frac{\partial}{\partial z} e_3$	Nabla-Operator
$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$	Laplace-Operator
$div = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$	Divergenz
<u>—</u>	Unterstrich unter Variable : Vektorielle Größe
·	Punkt über Variable : zeitliche Ableitung
D	Dicke des Gaszwischenraumes

## **Anmerkungen zu den verwendeten Begriffen und Größen**

In dieser Arbeit stehen die Begriffe „analytisch“, „theoretisch“ und „mathematisch“ für die Ermittlung der zu berechnenden Größen durch Anwendung der Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Das schließt die Verwendung von Algebra-Software (Mathematica, Maple) ein.

Der Begriff „numerisch“ wird in Bezug auf die Ermittlung der gesuchten Größen durch computergestützte Strömungssimulation wie FLUENT oder ANSYS/FLOTRAN benutzt.

Die verwendeten Materialeigenschaften und Wärmeübergangskoeffizienten sind Werte, die für den hier untersuchten Temperaturbereich (Raumtemperatur, 293 K) und Absolutdruck (Normaldruck, 101.3 kPa) gelten. Diese Werte werden auch in anderen Veröffentlichungen, die sich mit der hier behandelten Thematik beschäftigen (Glasindustrie, DIN-Normen [1]), verwendet.

Das in dieser Arbeit verwendete Koordinatensystem ist so festgelegt, daß die z-Achse nach „oben“, entgegengesetzt zum Gravitationsfeld, ausgerichtet ist und die x-Achse nach „links“, von der Atmosphäre zum Raum zeigt.

Der Begriff „Verglasung“ wird für das Bauelement bestehend aus den Glasscheiben, dem Gaszwischenraum und dem Randverbund verwendet.

Isolierverglasung bezeichnet eine Zweifach-Verglasung, bei der die Glasoberflächen keine Infrarotverspiegelung zur Verminderung der thermischen Strahlungswechselwirkung zwischen den Scheiben besitzen. Eine Wärmeschutzverglasung dagegen hat eine Infrarotverspiegelung meist auf der füllgasseitigen Fläche der raumseitigen Scheibe.



## **1. Einleitung**

Der sprunghafte Zuwachs an technisch-wissenschaftlichen Erkenntnissen in den letzten Jahrzehnten führte zu einer erheblichen Steigerung des Lebensniveaus großer Teile der Menschheit. Das damit verbundene große Wachstum in allen Bereichen der Gesellschaft führte dazu, daß erstmals die Beschränktheit der Ressourcen unserer Biosphäre offensichtlich wurde. Die Gewinnung von Energie beruht heute zum überwiegenden Teil auf der Nutzung fossiler Brennstoffe, deren Vorkommen in naher Zukunft aufgebraucht sein werden.

Das wohl wichtigste Problem in den nächsten Jahrzehnten sind die nicht vorhersagbaren klimatischen Veränderungen, die durch Freisetzung von Millionen von Kubikkilometern Abgasen pro Jahr noch unbestimmter werden. Energiegewinnung muß in Zukunft weitgehend umweltneutral geschehen. Sowohl die Verwendung emissionsarmer Verfahren wie Sonnenenergie oder Kernenergie als auch die Senkung des Energieverbrauches sind dabei wichtig.

Ein Großteil des benötigten Energiebedarfs wird für das Heizen und Kühlen von Gebäuden benötigt. Deshalb ist es das Ziel, eine Energieeinsparung bei Gebäuden durch Optimierung der Außenhülle zu erreichen. Energieverluste von Fenstern als wichtige Elemente der Außenhülle tragen in erheblichem Maße zu dem Energieverbrauch von Gebäuden bei. Insbesondere in dem Maß, wie die Wärmedämmung von Außenwänden verbessert wird, ist es notwendig, Fenster und damit insbesondere auch Verglasungen in ihrem energetischen Verhalten zu verbessern. Die genaue Kenntnis der Wärmetransportmechanismen in Verglasungen ist dabei die unabdingbare Voraussetzung.

Bei Mehrfachverglasungen werden heute zur Bestimmung des  $k_V$ -Wertes in der Regel Messungen oder einfache Berechnungsverfahren, wie z.B. in der DIN/EN 673 (Entwurf) beschrieben [1], verwendet. Die Messungen des  $k_V$ -Wertes einer Verglasung erfordern

entsprechend aufwendige Meßtechnik und einschlägige Meßerfahrungen. Die Berechnungsverfahren werden, was die konvektiven und die damit verkoppelten konduktiven Verluste betrifft, auf Ähnlichkeitszahlen wie z.B. die Nusselt-Zahl zurückgeführt, die im wesentlichen auf experimentellen Betrachtungen beruhen [2], [3], [4], [5].

Diese Arbeit soll Wege aufzeigen, wie die  $k_V$ -Werte von Verglasungen sehr genau durch analytisches oder numerisches Lösen der entsprechenden miteinander verkoppelten Transportgleichungen bestimmt werden können. Bei den Mechanismen des Energietransports einer Mehrscheibenverglasung handelt es sich um konduktive, konvektive und radiative Prozesse, die über die Randbedingungen bzw. direkt über die entsprechenden partiellen Differentialgleichungen miteinander verkoppelt sind.

Die sich einstellenden Strömungsfelder im Gaszwischenraum sind abhängig vom Temperaturgradienten. Qualitativ unterschiedliche Strömungsfelder führen zu unterschiedlichen Wärmeströmen durch die Verglasung. Der  $k_V$ -Wert wird damit im allgemeinen von der Temperaturdifferenz über dem Scheibenzwischenraum, d. h. von den Temperaturen der umgebenden Klimate (Innenraum und Atmosphäre), abhängig sein.

## 2. Elementare Betrachtungen

Fenster sind sowohl aus der Sicht ihres konstruktiven Aufbaus als auch den dort ablaufenden physikalischen Vorgängen sehr komplexe Bauelemente. Fenster bestehen aus dem Rahmen und der Verglasung. Der Fensterrahmen kann sehr unterschiedlich gestaltet sein, was die verwendeten Materialien und den konstruktiven Aufbau betrifft. Das führt zu einer nahezu unüberschaubaren Anzahl verschiedener Bauformen. Die Behandlung des Rahmens soll aber nicht Gegenstand dieser Arbeit sein.

Verglasungen sind dreidimensionale Objekte. Aufgrund der Komplexität des Problems ist es üblich, solche Objekte zunächst erst einmal ein- oder zweidimensional zu betrachten. Aufgrund der Geometrie von Verglasungen (die Dicke steht zur Breite im Verhältnis von ca. 1:50; über die Breite der Verglasung ändert sich die Temperatur in der Regel nicht, damit keine Gasströmung in Richtung Fensterbreite) wird auf die dritte Dimension, die Fensterbreite, verzichtet.

### 2.1. Einscheiben-Verglasung

Eine einfache Glasscheibe kann in thermischer Hinsicht als ebene Platte betrachtet werden. Deren Wärmewiderstand ergibt sich durch Addition der Teilwiderstände:

$$R_V = R_a + R_L + R_i .$$

$R_i=1/\alpha_i$  und  $R_a=1/\alpha_a$  sind die Wärmeübergangswiderstände innen und außen.  $R_L$  ist der Wärmeleitwiderstand des Glases. Ist  $\lambda$  die Wärmeleitfähigkeit der Scheibe und  $D$  deren Dicke, dann folgen mit den Werten  $\alpha_a = 23W/m^2 K$  und  $\alpha_i = 8W/m^2 K$  [1],  $\lambda = 1W/mK$  und  $D=4mm$ ,  $R_a = 0,043m^2 K/W$  und  $R_i = 0,125m^2 K/W$  sowie  $R_L = 0,004m^2 K/W$ , d.h.  $R_a+R_i=42 \cdot R_L$ . Ein durch diese Widerstandskombination fließender Wärmestrom erzeugt an den Teilwiderständen

$R_i+R_a$  und  $R_L$  Temperaturdifferenzen, die sich wie  $\frac{(R_i + R_a)}{R_L}$  verhalten. Dies bedeutet, daß der

Temperaturabfall fast ausschließlich an den Wärmeübergangswiderständen erfolgt. Der nur ca.

2% betragende Temperaturabfall am Wärmeleitwiderstand der Scheibe ist demnach vernachlässigbar klein. Die Scheibe kann deshalb als Objekt mit konstanter Temperatur betrachtet werden. Bei einer Temperaturdifferenz von  $T_A - T_I = 20$  K beträgt der Temperaturabfall nur ca. 0,5 K.

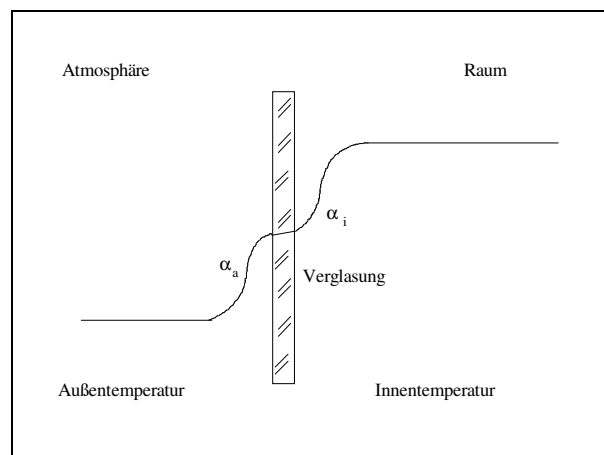


Bild 1 : Temperaturverlauf im Bereich einer einfachen Glasscheibe (schematisch)

Außentemperatur  $T_A = 0^\circ\text{C}$ , Innentemperatur  $T_I = 20^\circ\text{C}$ .

Die Scheibe selbst ist in diesem speziellen Fall näherungsweise als Isotherme mit einer Temperatur von ungefähr  $7^\circ\text{C}$  zu betrachten (Bild 1).

## 2.2. Instationäres Verhalten einer Zweischeiben-Verglasung

Bild 2 zeigt ein doppelt verglastes Fenster in schematischer Darstellung.

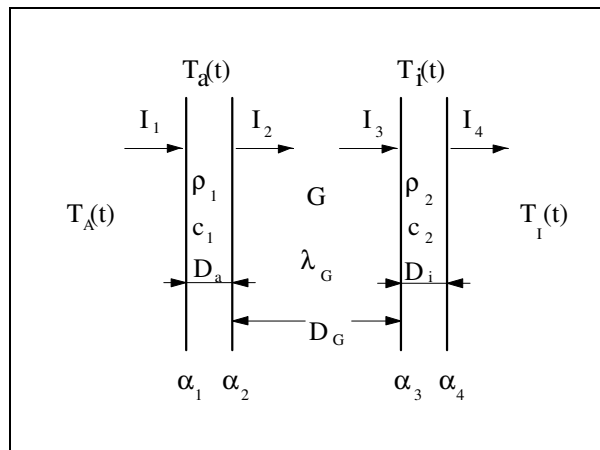


Bild 2 : Zweischeiben-Verglasung, schematisch dargestellt.

Die Verglasung trennt in diesem Modell zwei Klimate mit den Temperaturen  $T_I$  und  $T_A$  voneinander, wobei die Temperaturen  $T_A(t)$  und  $T_I(t)$  zeitabhängig sein können.

Die  $\alpha_i$  mit  $i=1,2,3,4$  charakterisieren die Wärmeübergänge an den Grenzflächen  $i$ , die ein Maß für die konvektiven und radiativen (infrarote Strahlung bzw. "Wärmestrahlung") Wärmetransporte darstellen.  $I_1$  bis  $I_4$  sind Strahlungsintensitäten (durch solare Einstrahlung), mit denen der Absorption im Glas Rechnung getragen wird.

Für die beiden Scheibentemperaturen  $T_a(t)$  und  $T_i(t)$  sowie die Füllgastemperatur  $G(t)$  können nun entsprechend obigem Bild folgende Bilanzgleichungen aufgestellt werden:

$$V_1 \rho_1 c_1 \dot{T}_a = A \alpha_2 (G - T_a) - A \alpha_1 (T_a - T_A) + \dot{Q}_1, \quad (1)$$

$$V_2 \rho_2 c_2 \dot{T}_i = A \alpha_4 (T_I - T_i) - A \alpha_3 (T_i - G) + \dot{Q}_2, \quad (2)$$

$$V_G \rho_G c_G \dot{G} = A \alpha_3 (T_i - G) - A \alpha_2 (G - T_a). \quad (3)$$

Dabei stellen  $\dot{Q}_1 = (I_1 - I_2) A$  und  $\dot{Q}_2 = (I_3 - I_4) A$  die in den beiden Scheiben pro Zeiteinheit absorbierten Strahlungsenergien (solare Einstrahlung) dar.

Die Gleichungen (1), (2), (3) stellen ein System von gewöhnlichen Differentialgleichungen

1. Ordnung zur Bestimmung der Scheibentemperaturen  $T_a(t)$  und  $T_i(t)$  sowie der mittleren Gastemperatur  $G(t)$  dar.

Der stationäre Fall liegt vor, wenn die Größen  $T_a$ ,  $T_i$  und  $G$  und somit die Gleichungen (1) bis (3) unabhängig von der Zeit sind. In diesem Fall sind  $\dot{T}_a(t)=0$ ,  $\dot{T}_i(t)=0$ ,  $\dot{G}(t)=0$  und  $T_a=\bar{T}_a$ ,  $T_i=\bar{T}_i$  sowie  $G=\bar{G}$ . Damit reduziert sich das System der Bilanzgleichungen auf ein System algebraischer Gleichungen. Mit den Temperaturen  $\bar{T}_A=0^\circ\text{C}$  und  $\bar{T}_I=20^\circ\text{C}$ , den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_1=23\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$ ,  $\alpha_4=8\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$  und  $\alpha_2=\alpha_3=6\text{ W}/(\text{m}^2\text{ K})$  ergeben sich die in Tabelle 1 aufgeführten Werte.

Fall	$\dot{Q}_1$ [W]	$\dot{Q}_2$ [W]	$\bar{T}_a$ [°C]	$\bar{G}$ [°C]	$\bar{T}_i$ [°C]
1	0	0	1.7	8.4	15.0
2	100	0	5.7	10.9	16.1
3	100	100	6.8	16.1	25.5

Tabelle 1 : Scheibentemperaturen und mittlere Gasraumtemperatur in Abhängigkeit von den absorbierten Strahlungsenergien in den Scheiben (Beispielhafte Fälle).

Die Wärmeverluststromdichte der Verglasung ergibt sich aus

$$\bar{q} = \alpha_4(\bar{T}_I - \bar{T}_i) . \quad (4)$$

Für die oben aufgeführten drei Fälle erhält man  $\bar{q}_1=40.0\text{ W/m}^2$ ,  $\bar{q}_2=31.2\text{ W/m}^2$ ,

$\bar{q}_3=-44.0\text{ W/m}^2$  (Gewinnstrom).

Im instationären Fall liegt mit den Energiebilanzgleichungen (1), (2), (3) ein System von drei gewöhnlichen, miteinander verkoppelten Differentialgleichungen vor. Bei vorgegebener zeitabhängiger Atmosphärentemperatur  $T_A(t)$ , Raumlufitemperatur  $T_I(t)$  und Strahlungsintensität  $I(t)$  und entsprechenden Anfangswerten können daraus die Temperaturen  $T_a(t)$ ,  $T_i(t)$  und  $G(t)$

bestimmt werden. Berücksichtigt man, daß der Faktor  $V_G \cdot \rho_G \cdot c_G$  in der Bilanzgleichung (3) wesentlich kleiner ist als die entsprechenden Faktoren in den Gleichungen (1) und (2), so kann das Glied  $V_G \cdot \rho_G \cdot c_G \cdot \dot{G}$  in Gleichung (3) in erster Näherung vernachlässigt werden, was physikalisch bedeutet, daß die Gastemperatur  $G$  quasi trägheitslos den zeitlichen Veränderungen folgt. Für  $G$  gilt also die algebraische Gleichung:

$$0 = A \alpha_3 (T_i - G) - A \alpha_2 (G - T_a) . \quad (5)$$

Durch Elimination von  $G$  mittels (5) und Einsetzen in (1) und (2) entstehen die Gleichungen

$$V_1 \rho_1 c_1 \dot{T}_a = A \left\{ \alpha_2 \left[ \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_3} - 1 \right] - \alpha_1 \right\} T_a + A \alpha_1 T_A + A \alpha_2 \frac{\alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} T_i + \dot{Q}_1 \quad (6)$$

$$V_2 \rho_2 c_2 \dot{T}_i = A \left\{ \alpha_3 \left[ \frac{\alpha_3}{\alpha_2 + \alpha_3} - 1 \right] - \alpha_4 \right\} T_i + A \alpha_4 T_I + A \alpha_3 \frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_3} T_a + \dot{Q}_2 \quad (7)$$

bzw.

$$\dot{T}_a + k_a T_a = f_a(t) \quad (8)$$

$$\dot{T}_i + k_i T_i = f_i(t) , \quad (9)$$

deren Lösungen nach Kneubühl [6]

$$T_a(t) = T_a(0) \exp(-k_a t) + \left[ \int_0^t f_a(u) \exp(k_a u) du \right] \exp(-k_a t) \quad (10)$$

und

$$T_i(t) = T_i(0) \exp(-k_i t) + \left[ \int_0^t f_i(u) \exp(k_i u) du \right] \exp(-k_i t) \quad (11)$$

lauten.

Dabei ist zu beachten, daß in  $f_a(u)$  die Temperatur  $T_i(t)$  und in  $f_i(u)$  die Temperatur  $T_a(t)$  auftreten. Beide Lösungen sind also miteinander verkoppelt und unter bestimmten Bedingungen (z.B.  $T_I$ =konstant,  $T_A$ = periodische Funktion) geschlossen lösbar.

Das in diesem Abschnitt behandelte, eindimensionale Modell berücksichtigt lediglich Speichervorgänge und konduktive Wärmetransportvorgänge. Konvektion und thermische Strahlung werden dagegen völlig unzureichend nur über die  $\alpha_i$  berücksichtigt. Die Gastemperatur ist aber im allgemeinen orts- und zeitabhängig und auch von insbesondere konvektiven Vorgängen im Scheibenzwischenraum abhängig.



### 2.3. Berechnungen nach DIN/EN 673

Im Gaszwischenraum stellt sich je nach gegebener Temperaturdifferenz zwischen den Scheiben ein bestimmtes Strömungsfeld ein. In der Strömungsmechanik werden seit langem solche Strömungen mit Hilfe der Grenzschichttheorie untersucht [7], [8]. Dabei wurden dimensionslose Ähnlichkeitszahlen eingeführt. Einige davon sind die Prandtl-, die Grashof- und die Nusselt-Zahl. Diese sind wie folgt definiert:

$$\text{Pr} = \frac{\eta \cdot c}{\lambda} \quad (12)$$

$$\text{Gr} = \frac{g D^3 T_{DIFF} \rho}{T_{Abs} \eta^2} \quad (T_{DIFF} = \text{Temperaturdifferenz}) \quad (13)$$

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_{SPALT} D}{\lambda} = f(\text{Gr}, \text{Pr}) \quad . \quad (14)$$

Die Nusselt-Zahl ist eine Funktion der Prandtl-Zahl und der Grashof-Zahl. Sie beschreibt das Verhältnis zwischen der tatsächlichen Wärmestromdichte, die durch den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_{SPALT}$  beschrieben wird, zu jener, die durch reine Wärmeleitung in einer Schicht der Dicke  $D$  auftreten würde [9]:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_{SPALT}}{\lambda / D} = \frac{q_{\text{Konvektion+Leitung}}}{q_{\text{Leitung}}} \quad (15)$$

Die Größe  $D$  ist dabei eine charakteristische Länge, die für einen Spalt, z.B. dem hier betrachteten Gaszwischenraum, gleich der Dicke dieses Spaltes ist.

In der DIN/EN 673 wird von diesen Größen ausgegangen. Bei der freien Konvektion gibt es einen Zusammenhang zwischen Nusselt-, Grashof- und Prandtl-Zahl der Form:

$$\text{Nu} = A (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^n \quad , \quad (16)$$

wobei  $A$  und  $n$  Parameter darstellen, für die nach DIN/EN 673 bei einer senkrechten Verglasung  $A = 0.035$  und  $n = 0.38$  zu verwenden sind. Wird die Nusselt-Zahl in Gleichung (16) kleiner als 1, dann wird  $\text{Nu} = 1$  gesetzt.

	$\rho$ in kg/m <sup>3</sup>	spez. Wärmekapazität c in kJ / (kg K)	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ in W / (m K)	dyn. Viskosität $\eta$ in N s / m <sup>2</sup>
Luft	1.225	1.0040	0.00241	$1.72 \cdot 10^{-5}$
Argon	1.6228	0.52064	0.0158	$2.125 \cdot 10^{-5}$
Krypton	3.56	0.245	0.0090	$2.67 \cdot 10^{-5}$
Xenon	5.86	0.159	0.0056	$2.29 \cdot 10^{-5}$

Fensterglas: Wärmeleitfähigkeit  $\lambda = 1.0$  W / (m K)

Senkrechte Einbaulage

Gesamtdicke des verwendeten Glases: 4 mm

Emissionskoeffizient  $\epsilon_1 = 0.837$

Emissionskoeffizient  $\epsilon_2 = 0.04$  (IR-verspiegelt)  
bzw. 0.837 (unverspiegelt)

Temperaturdifferenz zwischen äußeren Glasflächen: 15 K

Emissionskoeffizienten

Tabelle 2 : Verwendete Werte, die zur Berechnung nach  
DIN/EN 673 herangezogen wurden.

Der Quotient von Nusselt-Zahl und Wärmeleitwiderstand der Gasschicht liefert einen Wert  $h$ , der die Vorgänge Leitung und Konvektion beschreibt.

$$h_{L,C} = \frac{Nu}{R_L} = Nu \frac{\lambda}{D} \quad (17)$$

Wird zu diesem  $h_{L,C}$ -Wert ein  $h_R$ -Wert addiert, ergibt sich der resultierende  $h$ -Wert  $h_{L,C,R}$ , der alle Transportvorgänge (Leitung, Konvektion und Strahlung) umfaßt

$$h_{L,C,R} = h_{L,C} + h_R \quad (18)$$

Für  $h_R$  gilt nach dem Stefan-Boltzmann Gesetz [7] für die Zweifach-Verglasung

$$h_R = 4 \sigma \left( \frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)^{-1} T_{BEZ}^3 \quad (19)$$

wobei  $T_{BEZ}$  die Bezugstemperatur darstellt.

Werden die Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha_a = 23 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  für die atmosphärenseitige Scheibe und  $\alpha_i = 8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  für die raumseitige Scheibe berücksichtigt, dann ergibt sich für den  $k_{L,C,R}$ -Wert der Verglasung (bei Vernachlässigung der Wärmeleitung in den Scheiben, Kapitel 2.1)

$$\frac{1}{k_{L,C,R}} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{1}{h_{L,C,R}} + \frac{1}{\alpha_i} \quad . \quad (20)$$

Mit den in Tabelle 2 gegebenen Werten wurde der  $k_{L,C,R}$ -Wert in Abhängigkeit vom Scheibenabstand bestimmt (Bild 3).

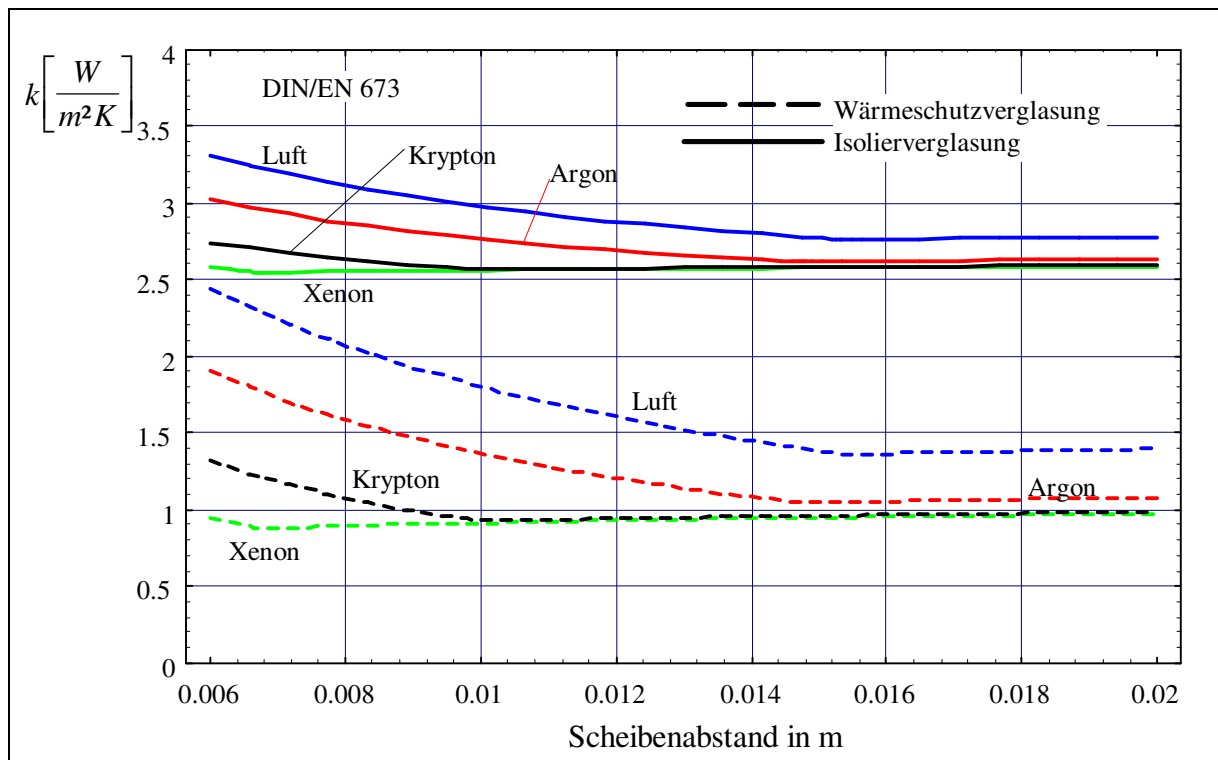


Bild 3 : k-Wert nach DIN/EN 673 für Luft, Argon, Krypton, Xenon.

Der deutliche „Knick“ in den Kurven tritt genau an der Stelle auf, wo nach Gleichung (16) die Nusselt-Zahl den Wert 1 annimmt. Für größere Spaltbreiten würden sonst Nusselt-Zahlen kleiner 1 berechnet, was nach DIN/EN 673 zur Festsetzung von  $Nu=1$  führt. Das heißt aber gerade, daß kein zusätzlicher Konvektionsanteil in der Nusselt-Zahl mehr vorhanden ist.

## 2.4. Strahlungswechselwirkung im infraroten Wellenlängenbereich

Wie Bild 3 in Kapitel 2.3 zeigt, ist ein erheblicher Anteil des k-Wertes auf Strahlung zurückzuführen. Die Scheibentemperaturen liegen zwischen 270 und 300 K. Für Strahler, die sich auf dieser Temperatur befinden, kann mit Hilfe des Planckschen Strahlungsgesetzes [7], [10] die emittierte Energiestromdichte ermittelt werden. Für eine Temperatur von 273 K und 293 K zeigt Bild 1 den Zusammenhang zwischen Strahlungsstromdichte und Wellenlänge bei einem schwarzen Strahler. Es ist deutlich zu sehen, daß das Maximum der emittierten Strahlungsstromdichte bei  $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$  liegt.

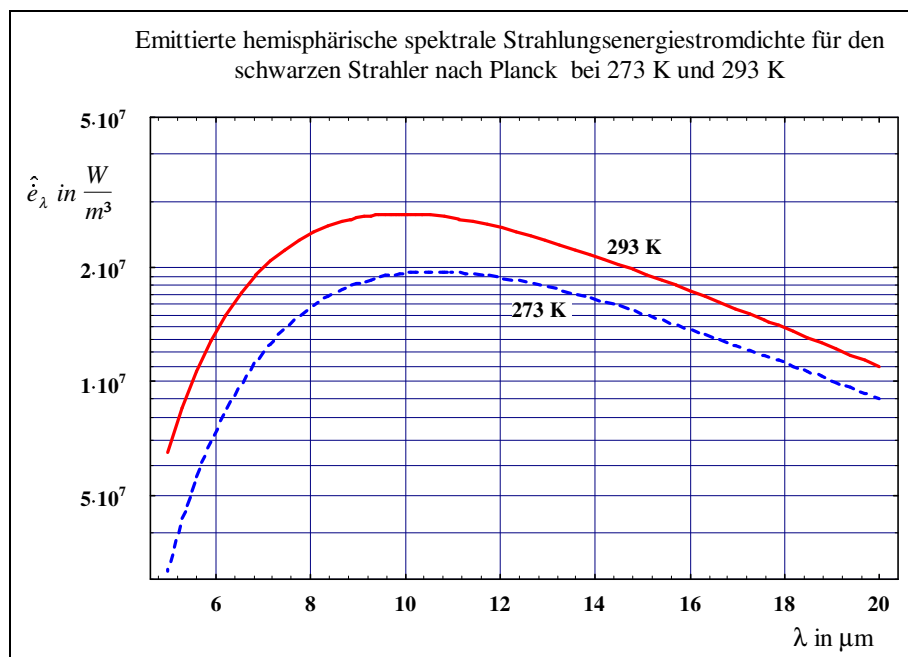


Bild 4 : Emittierte hemisphärische spektrale Strahlungsenergiestromdichte für den schwarzen Strahler nach dem Planck'schen Strahlungsgesetz bei einer Temperatur von 273 K und 293 K.

Da der Emissionskoeffizient für ein bestimmtes Material von der Wellenlänge abhängig ist, muß strenggenommen die in Bild 4 dargestellte Kurve mit  $\epsilon(\lambda)$  multipliziert werden. Um die Rechnungen zu vereinfachen, wird in der Regel ein über bestimmte Wellenlängenbereiche gemittelter Emissionskoeffizient herangezogen. Unverspiegeltes Fensterglas ist ein nichttransparenter, annähernd schwarzer Strahler. In dieser Arbeit wird dafür ein mittlerer Emissionskoeffizient von  $\epsilon = 0.837$  verwendet.

Nach Elsner [7] gilt für eine Zweischeibenverglasung (zwei gleich große, parallel zueinander stehende Flächen), deren Scheiben sich auf den Temperaturen  $T_1$  und  $T_2$  befinden und die Fläche  $A$  besitzen, für den Nettostrahlungsstrom

$$\dot{Q} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot A \cdot \left[ (T_1)^4 - (T_2)^4 \right] \quad , \quad (21)$$

wobei

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \quad (22)$$

die Stefan-Boltzmann Konstante ist.

Für einen Emissionskoeffizienten von 0.837 der einen Scheibe und einer Temperaturdifferenz von 10 K zwischen beiden Scheiben zeigt Bild 5 den strahlungsbedingten Wärmestrom  $\dot{Q}$  zwischen den Scheiben der Verglasung in Abhängigkeit vom Emissionskoeffizienten der anderen Scheibe.

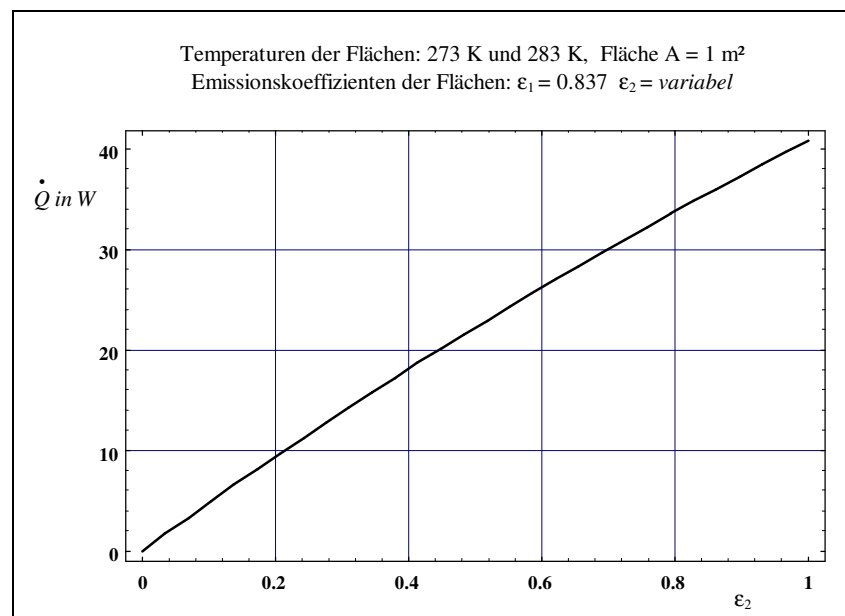


Bild 5 : Wärmestrom zwischen zwei parallel zueinander liegenden Flächen in Abhängigkeit vom Emissionskoeffizienten einer Fläche bei einer mittleren Temperatur von 278 K und einer Temperaturdifferenz von 10 K.

### 3. Theoretische Betrachtungen

#### 3.1. Grundgleichungen

##### 3.1.1. Das Temperaturfeld

Zur Berechnung der konvektiven und konduktiven Wärmeverlustströme benötigt man das Temperaturfeld im Scheibenzwischenraum. Dieses wird aus der quellenfreien Wärmetransportgleichung für den Scheibenzwischenraum ermittelt (Özisik [11], Cebesi, Bradshaw [12], Carslow, Jäger [13], Taiue, Petit [14]):

$$\dot{G} + \underline{u}\nabla G - a\Delta G = 0 \quad . \quad (1)$$

Dabei ist  $G=G(x,y,z,t)$  das gesuchte Temperaturfeld,  $\underline{u} = \underline{u}(x,y,z,t)$  das Geschwindigkeitsfeld,

$a$  die Temperaturleitfähigkeit,  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \underline{e}_1 + \frac{\partial}{\partial y} \underline{e}_2 + \frac{\partial}{\partial z} \underline{e}_3$  der Gradienten-Operator (Nabla-

Operator) und  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  der Laplace-Operator. Im stationären Fall ist  $\dot{G}$  in

Gleichung (1) Null.

Da in Gleichung (1) auch das Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u} = \underline{u}(x,y,z,t)$  auftritt, muß dieses ebenfalls berechnet werden. Dafür kann die Navier-Stokes-Gleichung im folgenden Kapitel herangezogen werden.

##### 3.1.2. Das Geschwindigkeitsfeld

Das Geschwindigkeitsfeld eines Fluids ergibt sich aus der Navier-Stokes-Gleichung, die

$$\rho_B \dot{\underline{u}} + \rho_B (\underline{u}\nabla) \underline{u} = -\nabla p + \rho \underline{g} + \eta \Delta \underline{u} \quad (2)$$

lautet, wobei

$$\rho = \rho_B [ 1 - \beta ( G - G_B ) ] \quad (3)$$

gilt. Dabei ist hier bereits von der Boussinesq-Approximation Gebrauch gemacht worden, welche die Temperaturabhängigkeit der Dichte des Fluids berücksichtigt und die angewendet werden kann, wenn die lokalen Dichteänderungen im Fluid klein gegenüber der absoluten Dichte sind.

Weiterhin lautet die Kontinuitätsgleichung

$$\dot{\rho} + \text{div}(\rho \underline{u}) = 0 \quad (4)$$

diese vereinfacht sich zu

$$\text{div} \underline{u} = 0 , \quad (5)$$

wenn Inkompressibilität vorausgesetzt werden kann.

Das Druckfeld wird mittels  $p = \hat{p}(\tilde{x}, \tilde{z}) + \tilde{p}(\tilde{x}, \tilde{z})$  in zwei Anteile aufgespalten und gefordert, daß  $-\nabla \hat{p} = \rho_B \underline{g}$  ist, womit der Einfluß des konstanten Gravitationsterms eliminiert ist, so daß das zu lösende Differentialgleichungssystem nun

$$\rho_B \dot{\underline{u}} + \rho_B (\underline{u} \nabla) \underline{u} = -\nabla \tilde{p} - \rho_B \underline{g} \beta ( G - G_B ) + \eta \Delta \underline{u} \quad (6)$$

und

$$\text{div} \underline{u} = 0 \quad (7)$$

lautet.

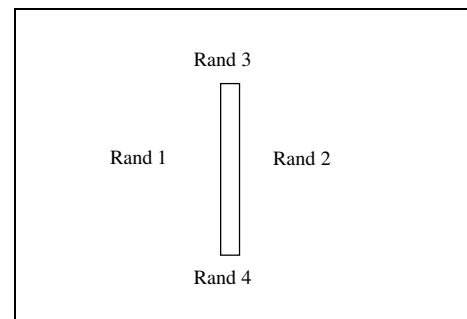
Die Gleichungen (1) und (6) zeigen, daß das Temperaturfeld (Kapitel 3.1.1), und das Geschwindigkeitsfeld miteinander verkoppelt sind, und aus diesem Grund nicht unabhängig voneinander gelöst werden können.

Unabhängig davon, ob das oben gestellte Problem numerisch (durch Anwendung von Strömungssimulationssoftware) oder aber analytisch gelöst werden soll, sind die oben genannten Gleichungen die Grundlage zur Ermittlung der entsprechenden Felder.

## 3.2. Randbedingungen

Zur Lösung des Systems der miteinander verkoppelten, partiellen Differentialgleichungen, der Wärmetransportgleichung und der Navier-Stokes-Gleichung (die im Gaszwischenraum gelten), werden das System charakterisierende Randbedingungen benötigt.

Aufgrund der extremen Geometrie (Höhen- zu Breitenverhältnis ca 50:1), haben die Ränder 3 und 4 so gut wie keinen Einfluß auf die Temperatur- und Strömungsfelder, wie die Ergebnisse von Kapitel 7 zeigen und auch bei Merker [9] nachzulesen ist. Die Randbedingungen auf den Rändern 1 und 2 sind hingegen bestimmend für die sich einstellenden Felder.



Unterschieden werden muß zwischen den Randbedingungen für das Temperaturfeld (Kapitel 3.2.1) und den Randbedingungen für das Strömungsfeld (Kapitel 3.2.2). Zu beachten ist dabei, dass die Glasscheiben der Verglasung die Ränder 1 und 2 darstellen. Die sich einstellenden Temperaturverläufe an den Grenzflächen der Glasscheiben (gaszwischenraumseitig) stellen somit die Randbedingungen für das Temperaturfeld im Gaszwischenraum dar. In den Glasscheiben müssen also ebenso wie im Gaszwischenraum die Temperaturfelder bestimmt werden.

### 3.2.1. Randbedingungen für das Temperaturfeld

Der Gaszwischenraum der Verglasung ist über die Glasscheiben mit den beiden angrenzenden Klimaten, der Atmosphäre und dem Innenraum, thermisch gekoppelt.

Die Glasscheiben stellen somit mathematisch den Rand des betrachteten Gebietes (den Gaszwischenraum) dar. Die Randbedingungen für dieses Gebiet werden durch die Eigenschaften der Glasscheiben festgelegt und sind äußerst kompliziert.



### 3.2.1.1. Atmosphärenseitige Scheibe

Für die Glasscheibe kann eine Wärmetransportgleichung analog zum Gaszwischenraum aufgestellt werden. Diese ist hier einfacher, da im Festkörper keine konvektiven Wärmetransportprozesse auftreten, und lautet

$$\rho c \dot{T}_a - \lambda \Delta T_a = n_a . \quad (8)$$

Wie im Kapitel 2.1 gezeigt, ist der Temperaturabfall in Normalenrichtung äußerst gering, d.h.  $T_x \approx 0$  und  $T_{xx} \approx 0$ . Bei Beschränkung auf den zweidimensionalen Raum vereinfacht sich Gleichung (8) zu

$$\rho_a c_a \dot{T}_a(z) - \lambda \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} = n_a , \quad (9)$$

wobei  $n_a = \frac{d\dot{Q}_a}{dV}$  einen Quell- bzw. Senkenterm darstellt.

Bild 1 zeigt ein Flächenelement  $dA = Bdz$ . Diesem wird aus dem Gasraum die Stromdichte  $\lambda G_x|_{x=D_{a+}}$  zugeführt. Es gibt die Stromdichte  $\epsilon_a \sigma T_a^4$  in den Gasraum ab. Zugestrahlt wird diesem Flächenelement von der gesamten raumseitigen Scheibe die Strahlungsstromdichte  $H_a$ , von der der Anteil  $r_a \cdot H_a$  reflektiert wird, so daß das Flächenelement die Strahlungsstromdichte  $(1-r_a) \cdot H_a$  absorbiert.

Auf der anderen Seite gibt dieses Flächenelement die Stromdichte  $\alpha_a \cdot (T_a(z) - T_A)$  ab ( $\alpha_a$  berücksichtigt dabei auch die infrarote Strahlungswechselwirkung).

Die Summe dieser Stromdichten ergibt die Wärmemenge je Zeit- und Flächeneinheit, die von dieser Fläche abgegeben bzw. aufgenommen wird:

$$q_a(z) = \lambda G_x|_{x=D_{a+}} + (1-r_a) H_a - \alpha_a (T_a(z) - T_A) . \quad (10)$$

$q_a(z)dA = d\dot{Q}_a$  ist dann die Wärmemenge die je Zeiteinheit von der Fläche aufgenommen wird. Das Integral über die gesamte Fläche liefert schließlich

$$\dot{Q}_a = \int q_a(z) dA = \int \left[ \lambda G_x |_{x=D_{a+}} + (1-r_a) H_a - \varepsilon_a \sigma T_a^4(z) - \alpha_a (T_a(z) - T_A) \right] B dz. \quad (11)$$

Die von der Fläche  $dA=B \cdot dz$  der Dicke  $D_a$  aufgenommene bzw. abgegebene Wärmeenergie je Zeiteinheit wäre dann

$$n_a = \frac{d\dot{Q}_a}{dV} = \frac{d\dot{Q}_a}{dz} \frac{1}{D_a B} = \frac{1}{D_a} \left[ \lambda G_x |_{x=D_{a+}} + (1-r_a) H_a - \varepsilon \sigma T_a^4(z) - \alpha_a (T_a(z) - T_A) \right] + \bar{n}'. \quad (12)$$

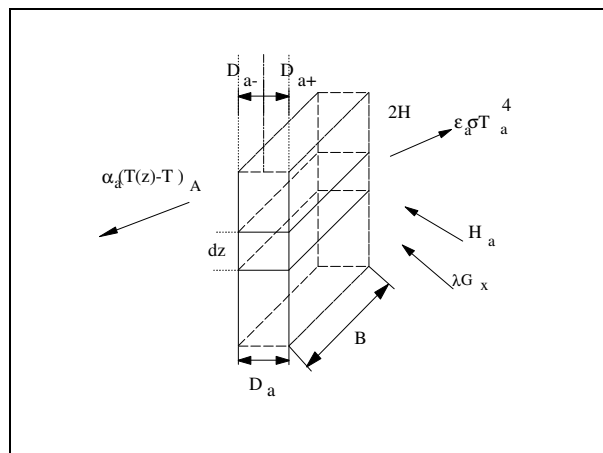


Bild 1 : Bilanzierungsstreifen der atmosphärenseitigen Scheibe.

Der Term  $\bar{n}'$  trägt dabei der Absorption von Sonnenstrahlung in der Scheibe Rechnung. Ist  $I_0$  die in die Scheibe eindringende Strahlungsintensität, so erfährt diese infolge Absorption eine Abnahme ( $n' = -dI/dx$ ), bzw.  $n' = a \cdot I(x)$  wenn  $I(x) = I_0 \cdot \exp(-a x)$  gilt.

Zwischen dem Flächenelement  $dA_a$  und der raumseitigen Scheibe mit der Fläche  $A_i$  lassen sich nun folgende Beziehungen aufstellen:

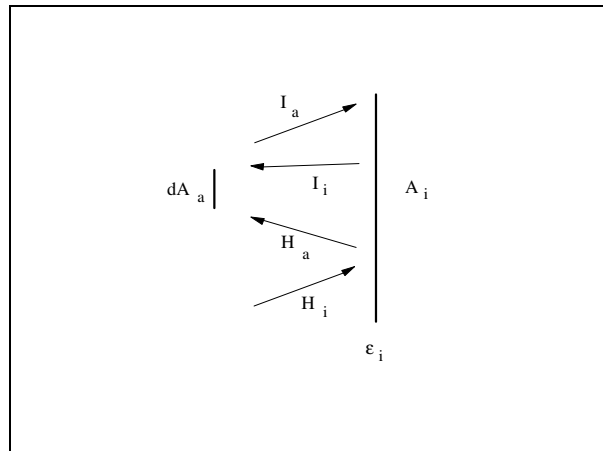


Bild 2 : Strahlungsstromdichten.

Besitzt die raumseitige Scheibe die Temperatur  $T_i(z)$ , dann gibt sie nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz die Strahlungsstromdichte  $\varepsilon_i \sigma T_i^4(z)$  ab. Die Fläche  $A_i$  empfängt aber auch Strahlung von der Fläche  $A_a$ , wobei diese den Anteil  $r_i H_i$  reflektiert, so daß insgesamt eine Strahlungsintensität

$$I_i = \frac{l}{2H} \varepsilon_i \sigma \int_0^{2H} T_i^4(z) dz + r_i H_i \quad (13)$$

abgestrahlt wird.

Von der Strahlungsintensität  $I_i$  kommt aber nur ein Teil auf der Fläche  $A_a$  an. Dieser Anteil wird durch den Strahlungswechselwirkungskoeffizienten bestimmt, so daß für die Wechselwirkung zwischen  $dA_i$  und  $dA_a$  gilt

$$dA_a H_a = I_i d(\overline{s_i s_a}) . \quad (14)$$

Für die Strahlungsstromdichte  $H_i$ , die der Fläche  $A_i$  zugestrahlt wird, gilt, wenn deren Temperaturverteilung  $T_a(z)$  ist,

$$H_i = \frac{l}{2H} \varepsilon_a \sigma \int_0^{2H} T_a^4(z) dz + r_a \frac{\overline{s_i s_a}}{A_i} \varepsilon_i \sigma \frac{l}{2H} \int_0^{2H} T_i^4(z) dz . \quad (15)$$

Dabei berücksichtigt der 2. Term auf der rechten Seite die der Fläche  $A_a$  von  $A_i$  zugestrahlte Intensität, von der der Anteil  $r_a$  reflektiert wird, wobei weitere Reflexionen vernachlässigt wurden, da sie weniger als 2% betragen [15].

Die Strahlungsintensität  $I_i$  ergibt sich durch Einsetzen von (15) in (13), wobei berücksichtigt wird, daß der Term  $r_a \cdot r_i \dots$  wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann:

$$I_i = \frac{1}{2H} \sigma \left[ \varepsilon_i \int_0^{2H} T_i^4(z) dz + r_i \varepsilon_a \int_0^{2H} T_a^4(z) dz \right]. \quad (16)$$

$H_a$  folgt schließlich durch Einsetzen von (16) in (14):

$$H_a = \frac{1}{2H} \sigma \left[ \varepsilon_i \int_0^{2H} T_i^4(z) dz + r_i \varepsilon_a \int_0^{2H} T_a^4(z) dz \right] \frac{1}{B} \frac{d(\overline{s_i s_a})}{dz}. \quad (17)$$

Die Strahlungswechselwirkungsquerschnitte  $\overline{s_i s_a}$  sind durch

$$\overline{s_i s_a} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_a} \frac{\cos \beta_i \cos \beta_a}{\pi r^2} dA_a dA_i \quad (18)$$

gegeben (z.B. Elsner [7], Bogoslowskij [16] oder VDI-Wärmeatlas [17]), so daß für den

Differentialquotienten  $\frac{d}{dz}(\overline{s_i s_a})$

$$\frac{d(\overline{s_i s_a})}{dz} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \frac{\cos \beta_i \cos \beta_a}{\pi r^2} B dA_i \quad (19)$$

folgt (Bild 3).

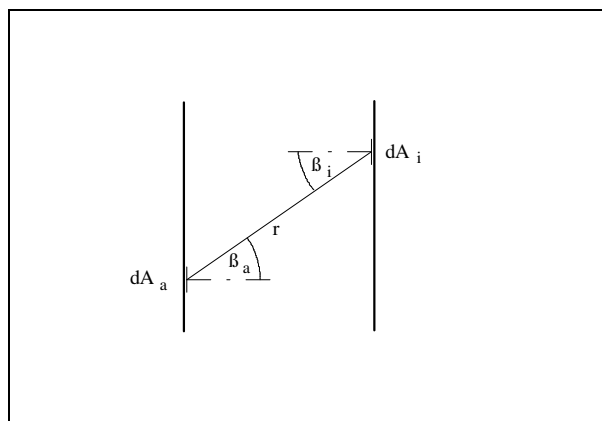


Bild 3 : Definition des Strahlungswechselwirkungsquerschnitts.

### 3.2.1.2. Raumseitige Scheibe

Für die raumseitige Scheibe gelten analoge Beziehungen wie für die atmosphärenseitige Scheibe. Dabei muß aber besonders berücksichtigt werden, daß die raumseitige Scheibe mit den Flächen, insbesondere den Wänden des angrenzenden Raumes in thermischer Strahlungswechselwirkung steht, so daß die Geometrien und Temperaturen dieser Flächen mit in die entsprechenden Gleichungen eingehen.

Die Temperaturverteilung der raumseitigen Scheibe ergibt sich analog, wie in Kapitel 3.2.1.1 dargestellt, aus der Wärmetransportgleichung

$$\rho_i c_i \dot{T}_i(z) - \lambda_i \frac{\partial^2 T_i}{\partial z^2} = n_i \quad , \quad (20)$$

wobei

$$n_i = \frac{d\dot{Q}_i}{dV} \quad (21)$$

mit

$$\dot{Q}_i = \oint \underline{q}_i dA \quad (22)$$

ist.

Analog Gleichung (11) ist  $\dot{Q}_i$  durch

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i = \int \left[ -\lambda G_x \Big|_{x=D_i} - \varepsilon_i \sigma T_i^4(z) + (1-r_i)H_i - \varepsilon_i' \sigma T_i^4(z) + \right. \\ \left. (1-r_i)H_R + \alpha_i(T_I - T_i(z)) \right] B dz \end{aligned} \quad (23)$$

gegeben.

Dabei stellt  $-\lambda G_x \Big|_{x=D_i}$  den durch Leitung in den Gaszwischenraum abgegebenen Wärmestrom je Flächeneinheit dar.  $-\varepsilon_i \sigma T_i^4(z)$  ist die in den Gaszwischenraum nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz abgestrahlte Stromdichte, wobei  $\varepsilon_i$  den Emissionskoeffizienten der raumseitigen Scheibe füllgasseitig darstellt [10]. Mit dieser Größe kann der Infrarotverspiegelung der Glasscheiben bei Wärmeschutzgläsern Rechnung getragen werden.

$(1-r_i)H_i$  gibt die Energiestromdichte wieder, die aus dem Strahlungsstrom der von der atmosphärenseitigen Scheibe zur raumseitigen Scheibe über den Gaszwischenraum zugestrahlt und absorbiert wird.  $-\varepsilon_i' \sigma T_i^4(z)$  stellt die Stromdichte dar, die von der Scheibe i in den dahinter liegenden Raum abgestrahlt wird (Bild 4).

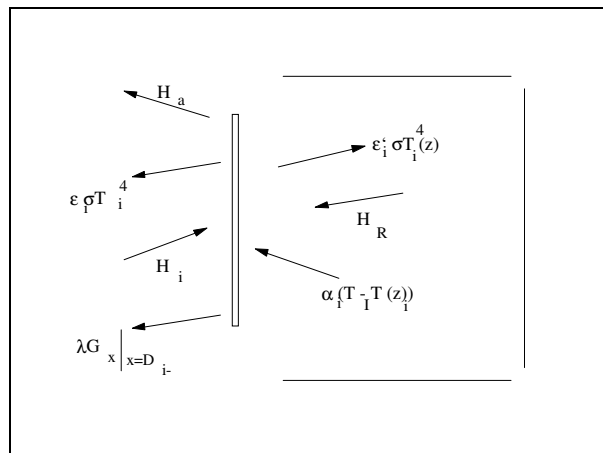


Bild 4 : Raumseitige Glasscheibe der Verglasung mit angrenzendem Raum.

Von der Scheibe i wird weiterhin je Flächeneinheit der Strom  $(1-r_i)H_R$  absorbiert, wobei  $H_R$  die von den Wänden des Raumes der Scheibe zugestrahlt Stromdichte darstellt.  $\alpha_i(T_I - T_i(z))$  trägt dem konvektiven Energietransport vom Raum zur Scheibe Rechnung ( $\alpha_i$  hier ohne infrarote Strahlungswechselwirkung !).

Weiterhin gelten, wenn analog zur atmosphärenseitigen Scheibe vorgegangen wird:

$$I_a = \frac{l}{2H} \varepsilon_a \sigma \int_0^{2H} T_a^4(z) dz + r_a H_a \quad (24)$$

$$d A_i H_i = I_a d(\overline{s_a s_i}) \quad (25)$$

$$H_a = \frac{l}{2H} \varepsilon_i \sigma \int_0^{2H} T_i^4(z) dz + r_i \frac{\overline{s_a s_i}}{A_a} \varepsilon_a \sigma \frac{l}{2H} \int_0^{2H} T_a^4(z) dz \quad (26)$$

$$H_R = \sum_{l=i}^6 \overline{s_i s_l} \varepsilon_l' \sigma T_l^4 \quad (27)$$

Gleichung (27) beschreibt die von den Wänden des Raumes mit den gegebenen Oberflächentemperaturen  $T_l$  der Scheibe  $i$  zugeführten Strahlungsstromdichte  $H_R$ . Dabei tragen die  $\overline{s_i s_l}$  den Strahlungswechselwirkungen der Scheibe  $i$  mit den Wandoberflächen mit den Nummern  $l$  Rechnung:

$$H_i = \frac{1}{2H} \sigma \left[ \varepsilon_a \int_0^{2H} T_a^4(z) dz + r_a \varepsilon_i \int_0^{2H} T_i^4(z) dz \right] \frac{1}{B} \frac{d(\overline{s_a s_i})}{dz} \quad (28)$$

Über

$$n_i = \frac{d\dot{Q}_i}{D_i B dz} \quad (29)$$

ergibt sich schließlich

$$n_i = \frac{1}{D_i} \left[ -\lambda G_x|_{x=D_i} - \varepsilon_i \sigma T_i^4(z) + (1-r_i) H_i - \varepsilon_i' \sigma T_i^4(z) + (1-r_i') H_R + \alpha_i (T_l - T_i(z)) \right]_z \quad (30)$$

mit  $H_i$  aus Gleichung (28).

### 3.2.2. Randbedingungen für das Strömungsfeld

Das betrachtete Gebiet ist ein geschlossener Raum. Das Geschwindigkeitsfeld muß also auf den Rändern verschwinden:

$$\underline{u}|_{\Gamma} = 0 \quad (31)$$

### 3.3. Analytische Lösung der Grundgleichungen im Scheibenzwischenraum

Mit der Wärmetransportgleichung (1), die das Temperaturfeld  $G(x,z,t)$  im Scheibenzwischenraum bestimmt, sowie der Navier-Stokes-Gleichung (6), die das benötigte Geschwindigkeitsfeld für die Wärmetransportgleichung liefert, sowie den Randbedingungen (8) und (20), die die Scheibentemperaturen  $T_a(t)$  und  $T_i(t)$  determinieren, und der "Haftbedingung" (31), liegt bei gegebener Atmosphärentemperatur  $T_A(t)$  und gegebener Raumtemperatur  $T_I(t)$  sowie den gegebenen Wandtemperaturen  $T_l$  ( $l=1\dots$ ) das zur Berechnung des Temperaturfeldes im Scheibenzwischenraum notwendige Gleichungssystem vor.

#### 3.3.1. Stationäre Lösung

Im Scheibenzwischenraum (Bild 5) wird sich eine thermisch getriebene Strömung ausbilden, deren Stromlinienfeld im einfachsten Fall die in Bild 6 gezeigte Struktur aufweist.

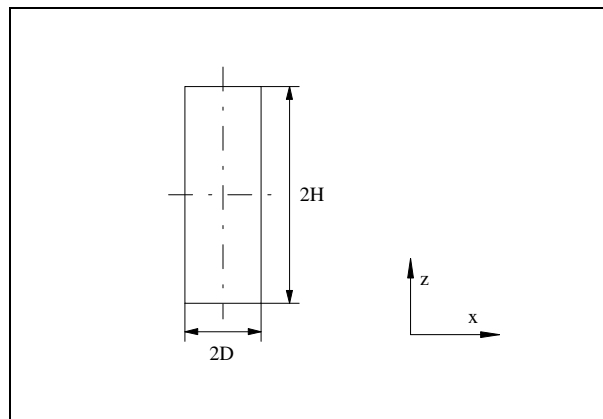
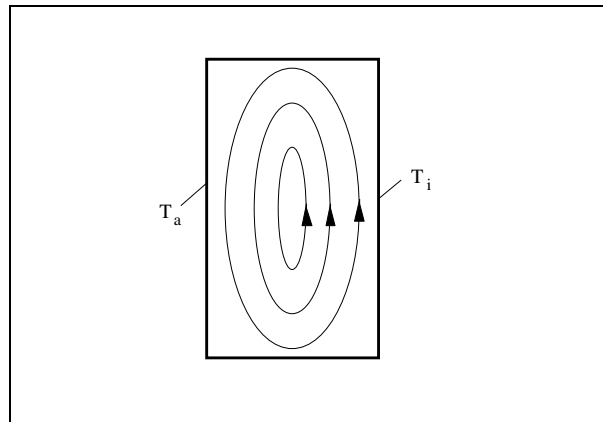


Bild 5 : Geometrie des Scheibenzwischenraums (schematisch).

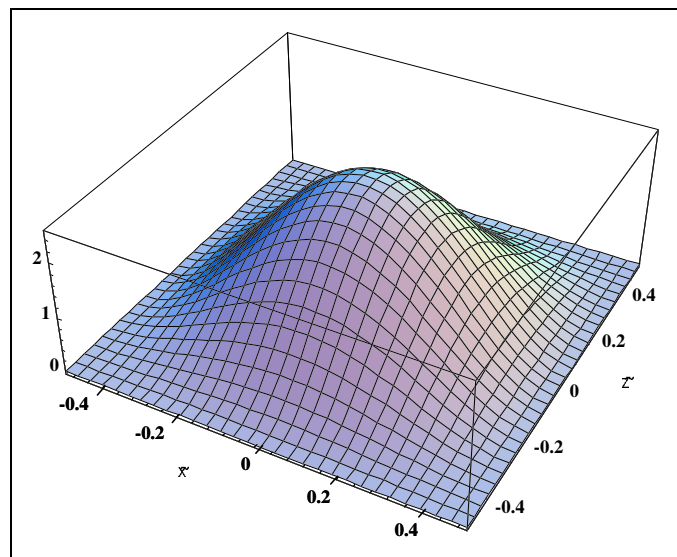


Bild 6 : Stromlinienfeld im Scheibenzwischenraum;  $T_a < T_i$ .

Die in Bild 6 schematisch dargestellten Stromlinien können aus einem Feld  $\underline{\Psi}(x, z) = \Psi(x, z)\underline{e}_2$ , dem Feld der Vektorstromfunktion  $\underline{\Psi}$  (Bild 7), das mit dem Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u}$  über<sup>1</sup>

$$\underline{u} = \nabla \times \underline{\Psi} = -\Psi_z \underline{e}_1 + \Psi_x \underline{e}_3 \quad (32)$$

zusammenhängt, aufgebaut werden.

Bild 7 : Vektorstromfunktion  $\underline{\Psi}$ .

---

<sup>1</sup>  $\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \Psi = \Psi_{\tilde{x}}$  ,  $\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \Psi = \Psi_{\tilde{z}}$

Bild 6 ergibt sich, wenn die Vektorstromfunktion (Bild 7) mit Ebenen  $y=\text{const}$  geschnitten wird und man diese Schnittlinien in die Ebene  $y=0$  projiziert.

Da  $\underline{u}$  die Haftbedingung  $\underline{u}|_{\Gamma} = 0$  erfüllen muß, müssen auch  $\Psi_{\tilde{z}}$  und  $\Psi_{\tilde{x}}$  auf dem Rand  $\Gamma$  verschwinden. Da  $\Psi$  Stromlinie ist und der Rand des Integrationsgebietes selbst eine Stromlinie darstellt, muß  $\Psi|_{\Gamma}=\text{const}$  sein.

Das  $\underline{u}$ -Feld ergibt sich nur aus Ableitungen des  $\Psi$ -Feldes und kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit  $\Psi|_{\Gamma} = 0$  gesetzt werden.

Das gesuchte  $\Psi$ -Feld muß also folgende Bedingungen erfüllen:

- $\Psi$  muß auf dem Rand  $\Gamma$  verschwinden.
- Die Ableitungen von  $\Psi$  nach  $x$  und  $z$  müssen auf  $\Gamma$  verschwinden.

Um das in Bild 6 dargestellte Stromlinienfeld zu erhalten, wird für  $\Psi$  der einfachste mögliche Ansatz verwendet. Es wird

$$\Psi = \hat{\Psi} C_1(\tilde{x}) C_1(\tilde{z}) \quad (33)$$

gesetzt, wobei  $\tilde{x} = \frac{x}{2D}$  und  $\tilde{z} = \frac{z}{2H}$  dimensionslose Ortskoordinaten darstellen,  $C(\tilde{x})$  und

$C(\tilde{z})$  Beam-Funktionen (Anhang 2) sind. Die Funktion  $\Psi$  hat damit bildlich die Form einer "Kuppel" über der  $\tilde{x} - \tilde{z}$ -Ebene, deren maximale Höhe durch den Faktor  $\hat{\Psi}$  festgelegt wird.  $\Psi$  erfüllt die oben geforderten Randbedingungen. Der nach (32) aus (33) folgende Geschwindigkeitsvektor erfüllt auch die Kontinuitätsgleichung  $\Delta \underline{u} = 0$ , was durch Einsetzen in diese Gleichung überprüft werden kann.

Mit diesem Ansatz (33) kann nun das Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u}(x,z)$  bestimmt werden. Dazu setzt man zunächst (33) in (32) ein und erhält

$$\underline{u} = \nabla \times \underline{\Psi} = + \hat{\Psi} \underbrace{[-C_1(\tilde{x})C_1'(\tilde{z})\underline{e}_1 + C_1'(\tilde{x})C_1(\tilde{z})\underline{e}_3]}_{\tilde{\underline{u}}} = \hat{\Psi} \tilde{\underline{u}}, \quad (34)$$

wenn man  $C_1'(\tilde{z}) = \frac{d}{dz} C_1(\tilde{z}) = \frac{d}{d\tilde{z}} C_1(\tilde{z}) \frac{d\tilde{z}}{dz} = C_{1\tilde{z}} \frac{1}{2H}$  und  $C_1'(\tilde{x}) = C_{1\tilde{x}} \frac{1}{2D}$  setzt.

Einsetzen von Gleichung (34) in die stationäre Navier-Stokes-Gleichung (6) liefert

$$\rho_B \hat{\Psi}^2 (\underline{\tilde{u}} \nabla) \underline{\tilde{u}} = -\nabla \tilde{p} - \rho_B g \beta (G - G_B) \underline{e}_3 + \eta_B \hat{\Psi} \Delta \underline{\tilde{u}} . \quad (35)$$

Multiplikation von (35) mit  $\underline{\tilde{u}}$  und Integration über den gesamten Scheibenzwischenraum führt auf

$$\begin{aligned} & \rho_B \hat{\Psi}^2 \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [(\underline{\tilde{u}} \nabla) \underline{\tilde{u}}] \underline{\tilde{u}} \, d\tilde{x} d\tilde{z}}_{A_1} + \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \nabla \tilde{p} \, \underline{\tilde{u}} \, d\tilde{x} d\tilde{z}}_0 - \\ & + \rho_B g \beta \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (G - G_B) \underline{\tilde{u}} \, \underline{e}_3 \, d\tilde{x} d\tilde{z}}_{A_2} - \eta_B \hat{\Psi} \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\Delta \underline{\tilde{u}}] \underline{\tilde{u}} \, d\tilde{x} d\tilde{z}}_{A_3} = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

bzw.

$$\rho_B \hat{\Psi}^2 A_1 + \rho_B g \beta A_2 - \eta_B \hat{\Psi} A_3 = 0 . \quad (37)$$

Das ist die Bestimmungsgleichung für  $\hat{\Psi}$ .

Die Begründung dafür, daß das Integral über  $\Delta \tilde{p} \underline{\tilde{u}}$  verschwindet, ergibt sich nach partieller Integration des 2. Terms von (36) und unter Zuhilfenahme des Gaußschen Integralsatzes

$$\int_V \nabla(p \underline{u}) \, dV = \int_{\Gamma} (p \underline{u})_{\Gamma} \, d\underline{A} .$$

Aus diesem folgt, da  $\underline{u}|_{\Gamma}$  verschwindet, daß auch dieses Integral verschwinden muß.

Das Temperaturfeld  $G(x,z)$ , das zur Beschreibung von  $A_2$  benötigt wird, kann man additiv aus zwei voneinander unabhängigen Teilfeldern  $W(x,z)$  und  $K(x,z)$  zusammensetzen. Dabei soll  $W(x,z)$  das Temperaturfeld darstellen, das sich einstellen würde, wenn das Füllgas ruht. Es soll aber auch darüber hinaus die Randbedingung  $W|_{\Gamma} = G|_{\Gamma}$  erfüllen. Ein solches Temperaturfeld ist mit den Randbedingungen

$$\Delta W = 0 \quad \text{mit} \quad W|_i = G_i(x) \quad \text{und} \quad i = 1,2,3,4 \quad (38)$$

nach Kneschke [18] sofort berechenbar.

$K(x,z)$  soll das durch die Konvektion des Füllgases bedingte Temperaturfeld sein. Dessen Randbedingung ist, da  $W$  schon die Randbedingungen von  $G$  erfüllt, sehr einfach. Sie lautet  $K|_{\Gamma} = 0$ .

Mit diesen Vereinbarungen geht die Wärmetransportgleichung

$$\underline{u}\nabla G - a\Delta G = 0 \quad (39)$$

in

$$\underline{u}(\nabla W + \nabla K) - a\Delta K = 0 \quad (40)$$

über, da  $\Delta W$  infolge (38) verschwindet. Mit dem bereits bekannten Feld  $W(x,z)$  kann (40) nun in der Form

$$\underline{u}\nabla K - a\Delta K = -\underline{u}\nabla W \quad (41)$$

bzw.

$$\hat{\Psi}\underline{u}\nabla K - a\Delta K = -\hat{\Psi}\underline{u}\nabla W \quad (42)$$

geschrieben werden. Die Randbedingungen  $K(x,z)|_{\Gamma} = 0$  legen für  $K$  einen Ansatz der Form

$$\text{mit} \quad K = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} a_{lr} h_l(x) h_r(z) \quad (43)$$

$$h_l = \sin l\pi \frac{x}{2D} = \sin l\pi \left( \frac{1}{2} + \tilde{x} \right) \quad (44)$$

und

$$h_r = \sin r\pi \frac{z}{2H} = \sin r\pi \left( \frac{1}{2} + \tilde{z} \right) \quad (45)$$

nahe, der noch weiter eingeschränkt werden kann, denn das Temperaturfeld  $K(x,z)$  muß aus physikalischer Sicht zwischen  $-1/2 < \tilde{x} < 0$  das Temperaturfeld  $W$  absenken (an der atmosphärenseitigen Scheibe gelegener kalter Bereich des Scheibenzwischenraumes) und zwischen  $0 < \tilde{x} < 1/2$  anheben, d.h. es muß bezüglich der Ebene  $\tilde{x} = 0$  unsymmetrisch sein, so daß die Terme  $l=1,3,5,\dots$  in (43) entfallen.

Einsetzen von (43) in (42) führt auf

$$\sum_l \sum_r a_{lr} \tilde{u} \nabla (h_l h_r) - \frac{a}{\hat{\Psi}} \sum_l \sum_r a_{lr} \Delta (h_l h_r) = -\tilde{u} \nabla W \quad (46)$$

bzw. wenn  $h_l' = \frac{d}{dx} h_l$ ,  $h_r' = \frac{d}{dz} h_r$  als vereinfachte Schreibweise gewählt wird auf

$$\sum_l \sum_r a_{lr} (\tilde{u}_1 h_l' h_r + \tilde{u}_3 h_l h_r') - \frac{a}{\hat{\Psi}} \sum_l \sum_r a_{lr} (h_l'' h_r + h_l h_r'') = -\tilde{u} \nabla W \quad (47)$$

oder

$$\sum_l \sum_r a_{lr} (\tilde{u}_1 h_l' h_r + \tilde{u}_3 h_l h_r') - \quad (48)$$

$$\frac{a}{\hat{\Psi}} \sum_l \sum_r a_{lr} \left( \left( \frac{l\pi}{2D} \right)^2 + \left( \frac{r\pi}{2H} \right)^2 \right) h_l h_r = -\tilde{u} \nabla W .$$

Multiplikation von (48) mit dem Produkt  $h_\lambda h_\rho$ , wobei  $(\lambda, \rho)$  ein ganz bestimmtes Wertepaar darstellt, und Integration über den ganzen Spalt liefert

$$\begin{aligned}
& \sum_l \sum_r a_{lr} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (\tilde{u}_1 h_l' h_r + \tilde{u}_3 h_l h_r') h_\lambda h_\rho \, d\tilde{x} d\tilde{z} - \\
& \frac{a}{\hat{\Psi}} \sum_l \sum_r a_{lr} \left( \left( \frac{l\pi}{2D} \right)^2 + \left( \frac{r\pi}{2H} \right)^2 \right) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} h_l h_r h_\lambda h_\rho \, dx dz \\
& = - \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tilde{u} \nabla W h_\lambda h_\rho \, dx dz .
\end{aligned} \tag{49}$$

Das ist eine Bestimmungsgleichung für die Koeffizienten  $\frac{a_{lr}}{\hat{\Psi}} = \tilde{a}_{lr}$ .

Sind die  $\tilde{a}_{lr}$  aus (49) ermittelt, dann ist das K-Feld durch

$$K = \hat{\Psi} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \tilde{a}_{lr} h_l(x) h_r(z) \quad \begin{cases} l = 2,4,6,\dots \\ r = 1,2,3,\dots \end{cases} \tag{50}$$

gegeben. Unbekannt ist darin lediglich der Faktor  $\hat{\Psi}$ .

Das Temperaturfeld (50) kann nun zur Berechnung des Koeffizienten  $A_2$  in (37) herangezogen werden.

Damit ergibt sich

$$A_2 = \underline{e}_3 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (W + K - G_B) \tilde{u} \, dx dz \tag{51}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 A_2 = & \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (W - G_B) \underline{e}_3 \tilde{u} \, dx \, dz}_{A_{21}} + \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} K \tilde{u} \underline{e}_3 \, dx \, dz}_{\hat{\Psi} A_{22}} \\
 & \hspace{15em} (52)
 \end{aligned}$$

oder

$$A_2 = A_{21} + \hat{\Psi} A_{22} . \quad (53)$$

Das W-Feld legt den Koeffizienten  $A_{21}$  fest. Das durch die Strömung bedingte Feld  $K$  determiniert den Koeffizienten  $A_{22}$ . Mit Gleichung (53) kann dann schließlich aus (37), einer quadratischen Gleichung, der unbekannt Faktor  $\hat{\Psi}$  ermittelt werden, der damit gewissermaßen die "Stärke" des Strömungsfeldes festlegt.

### 3.3.2. Instationäre Lösung

Treten zeitliche Änderungen der Temperaturen auf den Rändern des Gaszwischenraumes auf, bedingt durch Temperaturänderungen der angrenzenden Klimate oder der Veränderung des absorbierten Strahlungsstromes in den Scheiben, so ist das Problem instationär.

In diesem Fall ist in Gleichung (35) zusätzlich das Glied  $\rho_b \dot{u} = \rho_B \nabla \times \dot{\Psi} = \rho_B \dot{\Psi} \tilde{u}$  zu berücksichtigen.

Eine Multiplikation dieses Terms mit  $\tilde{u}$  und anschließende Integration über den gesamten Scheibenzwischenraum ergibt

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \rho_B \dot{u} \tilde{u} \, d\tilde{x} \, d\tilde{z} = \rho_B \dot{\Psi} \underbrace{\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \tilde{u} \tilde{u} \, d\tilde{x} \, d\tilde{z}}_{A_0} = \rho_B \dot{\Psi} A_0 . \quad (54)$$

Statt Gleichung (37) erhält man dann eine gewöhnliche nichtlineare Differentialgleichung

1. Ordnung zur Bestimmung von  $\hat{\Psi}(t)$ :

$$\rho_B \dot{\hat{\Psi}} A_0 + \rho_B \hat{\Psi}^2 A_1 - \rho_B g \beta A_2 - \eta_B \hat{\Psi} A_3 = 0 . \quad (55)$$

Dieses Vorgehen ist aber nur dann möglich, wenn die Grundstruktur des Strömungsfeldes, z.B. ein Strömungswirbel über die gesamte Höhe des Scheibenzwischenraumes, erhalten bleibt. In diesem Fall verändert sich bei zeitlich veränderlichem Temperaturfeld nur die Amplitude  $\hat{\Psi}$ , d. h. die Intensität des Strömungsfeldes, die maximal auftretende Geschwindigkeit. Wird das Strömungsfeld z.B. durch einen Ansatz der Form

$$\Psi = C_1(\tilde{x}) \sum_{l=1}^L \zeta_l C_l(\tilde{z}) \quad (56)$$



beschrieben, dann ist das Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u}$  durch

$$\underline{u} = \nabla \times \Psi = \sum_{l=1}^L \zeta_l \underline{\tilde{u}}_l \quad (57)$$

mit

$$\underline{\tilde{u}}_l = -C_l(\tilde{x}) C_l'(\tilde{z}) \underline{e}_1 + C_l'(\tilde{x}) C_l(\tilde{z}) \underline{e}_3, \quad (58)$$

( $C_l'(\tilde{z}) = \frac{d}{dz} C_l(\tilde{z}) = \frac{d}{d\tilde{z}} C_l(\tilde{z}) \frac{d\tilde{z}}{dz} = C_{l\tilde{z}} \frac{1}{2H}$ ,  $C_l'(\tilde{x}) = C_{l\tilde{x}} \frac{1}{2D}$ ) gegeben.

Einsetzen von (57) in die Navier-Stokes-Gleichung ergibt

$$\rho_B \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l \underline{\tilde{u}}_l + \rho_B \left[ \left( \sum_{l=1}^L \zeta_l \underline{\tilde{u}}_l \right) \nabla \right] \sum_{l=1}^L \zeta_l \underline{\tilde{u}}_l = \quad (59)$$

$$-\nabla \tilde{p} - \rho_B g \beta (G - G_B) \underline{e}_3 + \eta_B \sum_{l=1}^L \zeta_l \Delta \underline{\tilde{u}}_l.$$

Multiplikation dieser Gleichung mit  $\underline{\tilde{u}}_\lambda$  und anschließende Integration über den gesamten Scheibenzwischenraum liefert

$$\rho_B \overline{\dot{\underline{u}} \underline{\tilde{u}}_\lambda} + \rho_B \overline{(\underline{u} \nabla) \underline{u}} \underline{\tilde{u}}_\lambda = \overline{-\nabla \tilde{p}} + \rho_B g \beta \overline{(G - G_B) \underline{e}_3 \underline{\tilde{u}}_\lambda} + \eta \overline{(\Delta \underline{u}) \underline{\tilde{u}}_\lambda}. \quad (60)$$

Dabei soll der Strich über den Termen die Integration über den Scheibenzwischenraum symbolisieren.

Die einzelnen Terme in Gleichung (60) können wie folgt umgeformt werden:

1.  $\overline{\dot{\underline{u}} \underline{\tilde{u}}_\lambda}$ :

$$\overline{\dot{\underline{u}} \underline{\tilde{u}}_\lambda} = \overline{\left( \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l \underline{\tilde{u}}_l \right) \underline{\tilde{u}}_\lambda} = \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l \overline{(\underline{\tilde{u}}_l \underline{\tilde{u}}_\lambda)} \quad (61)$$

$$\overline{\dot{\underline{u}} \underline{\tilde{u}}_\lambda} = \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l \overline{\underline{\tilde{u}}_l \underline{\tilde{u}}_\lambda} = \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l M_{l\lambda} \quad (62)$$

2.  $\overline{\Delta \tilde{p} \underline{\tilde{u}}_\lambda}$ :

Dieser Term verschwindet analog zum stationären Fall.

3.  $\overline{(\Delta \underline{u}) \underline{\tilde{u}}_\lambda}$ :

$$\begin{aligned} \overline{(\Delta \underline{u}) \tilde{u}_\lambda} &= \overline{\left( \Delta \sum_{l=1}^L \zeta_l \tilde{u}_l \right) \tilde{u}_\lambda} = \overline{\sum_{l=1}^L \zeta_l (\Delta \tilde{u}_l) \tilde{u}_\lambda} = \\ & \sum_{l=1}^L \zeta_l \overline{(\Delta \tilde{u}_l) \tilde{u}_\lambda} = \sum_{l=1}^L \zeta_l N_{l\lambda} \end{aligned} \quad (63)$$

4.  $\overline{(G - G_B) e_3 \tilde{u}_\lambda}$ :

$$\overline{(G - G_B) e_3 \tilde{u}_\lambda} = P_\lambda \quad (64)$$

5.  $\overline{[(\underline{u} \nabla) \underline{u}] \tilde{u}_\lambda}$ :

$$(\underline{u} \nabla) \underline{u} = \left( \sum_{l=1}^L \zeta_l \tilde{u}_l \nabla \right) \left( \sum_{l=1}^L \zeta_l \tilde{u}_\lambda \right) = \left( \sum_{l=1}^L \zeta_l \tilde{u}_l \nabla \right) \left( \sum_{i=1}^L \zeta_i \tilde{u}_i \right), \quad (65)$$

wobei hier lediglich die Laufzahl in der zweiten Klammer auf der rechten Seite der Gleichung umbenannt wurde:

$$\begin{aligned} (\underline{u} \nabla) \underline{u} &= \sum_{i=1}^L \sum_{l=1}^L (\zeta_l \tilde{u}_l \nabla) (\zeta_i \tilde{u}_i) = \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{l=1}^L \zeta_l \zeta_i ((\tilde{u}_l \nabla) \tilde{u}_i) \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \overline{[(\underline{u} \nabla) \underline{u}] \tilde{u}_\lambda} &= \sum_{i=1}^L \sum_{l=1}^L \zeta_l \zeta_i \overline{((\tilde{u}_l \nabla) \tilde{u}_i) \tilde{u}_\lambda} = \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{l=1}^L \zeta_l \zeta_i \mathfrak{S}_{i,\lambda}. \end{aligned} \quad (67)$$

Mit diesen Umformungen geht (60) in

$$\begin{aligned}
\rho_B \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l M_{l,\lambda} + \rho_B \sum_{i=1}^L \sum_{l=1}^L \zeta_l \zeta_i \mathfrak{S}_{il,\lambda} \\
+ \rho_B g \beta P_\lambda - \eta \sum_{l=1}^L \dot{\zeta}_l N_{l\lambda} = 0
\end{aligned} \tag{68}$$

über.

Diese Gleichung kann nun für die Laufzahlen  $\lambda=1$  bis  $\lambda=L$  aufgestellt werden. Das ergibt L gewöhnliche Differentialgleichungen zur Bestimmung der L unbekanntenen Koeffizienten  $\zeta_l$ .

Vernachlässigt man das konvektive Glied in der Navier-Stokes-Gleichung, was bei kleineren Strömungsgeschwindigkeiten und nicht zu starken Krümmungen der Stromlinien möglich ist, dann wird der zweite Term in Gleichung (68) zu Null. Wird nun (zur Zeit  $t=0$ ) das Temperaturfeld im Scheibenzwischenraum auf den konstanten Wert  $G_B$  gebracht, dann verschwindet auch der dritte Term in (68) und es folgt die Differentialgleichung

$$\sum_{l=1}^L (\dot{\zeta}_l M_{l\lambda} - \eta \zeta_l N_{l\lambda}) = 0, \tag{69}$$

die zu jeder Zeit nur erfüllt werden kann, wenn

$$\dot{\zeta}_l M_{l\lambda} - \eta \zeta_l N_{l\lambda} = 0 \tag{70}$$

ist. Diese homogene lineare Differentialgleichung hat eine Lösung, die mit zunehmender Zeit abklingt.

Weicht nun das Temperaturfeld  $G$  von der konstanten Temperatur  $G_B$  ab, entsteht ein inhomogenes, verkoppeltes Differentialgleichungssystem, deren homogene Lösungen mit zunehmender Zeit abklingen. Die partikulären Lösungen werden durch das Temperaturfeld  $G - G_B$  erzeugt, die dann die dem Geschwindigkeitsfeld zugeordneten Koeffizienten  $\zeta_l$  festlegen. Kleine Änderungen der Koeffizienten werden durch die Mitnahme des konvektiven Terms (2. Term in Gleichung 68) hervorgerufen.

Die "antreibende Kraft" für die Bewegung des Füllgases sind Dichteunterschiede die durch das nicht konstante Temperaturfeld  $G(x,z,t)$  hervorgerufen werden. Dieses Temperaturfeld wird zur Berechnung der Größe  $P_\lambda$  (64) benötigt. Es setzt sich zusammen aus den Feldern  $W(x,z,t)$  und

$K(x,z,t)$ . Dabei ist  $W(x,z,t)$  das Feld, das sich einstellen würde, wenn das Füllgas ruht und darüber hinaus die Rand- und Anfangsbedingungen erfüllt.

Ein solches Temperaturfeld ergibt sich aus dem Anfangs-Randwert-Problem:

$$\dot{W} - a\nabla W = 0 \quad (71)$$

$$W(x, z, t = 0) = W_0(x, z) \quad (72)$$

$$W(x = -D, z, t) = W|_1 \quad (73)$$

$$W(x = +D, z, t) = W|_2 \quad (74)$$

$$W(x, z = -H, t) = W|_3 \quad (75)$$

$$W(x, z = +H, t) = W|_4 \quad (76)$$

Die Temperaturverteilungen auf den Rändern  $W|_i$ , mit  $W_i = G_i(z)$  für  $i=1,2$  und  $W_i = G_i(x)$  für  $i=3,4$ , ergeben sich aus den Differentialgleichungen (8) und (20). Damit liegt für diesen Teil schon ein äußerst kompliziertes Problem vor.

Bewegt sich das Füllgas, dann verändert sich das Feld  $W(x,z,t)$  um  $K(x,z,t)$ . Geht man mit  $G(x,z,t) = W(x,z,t) + K(x,z,t)$  in die Wärmetransportgleichung

$$\dot{G} + \underline{u}\nabla G - a\Delta G = 0 \quad , \quad (77)$$

dann folgt

$$\dot{W} + \dot{K} - a\Delta W - a\Delta K + \underline{u}(\nabla W + \nabla K) = 0 \quad . \quad (78)$$

Da  $W$  Lösung von Gleichung (71) ist, ergibt sich für das  $K$ -Feld die Differentialgleichung

$$\dot{K} + \underline{u}\nabla K - a\Delta K = -\underline{u}\nabla W \quad . \quad (79)$$

Da  $W(x,z,t)$  bereits die Randbedingungen des ursprünglichen Problems erfüllt, muß  $K(x,z,t)$  auf dem Rand verschwinden. Man kann deshalb den Ansatz

$$K(x, z, t) = \sum \sum a_{lr}(t) h_l(\tilde{x}) h_r(\tilde{z}) \quad (80)$$

wählen. Waren die Koeffizienten  $a_{lr}$  im stationären Fall konstant, so sind die Koeffizienten hier im instationären Fall nun Funktionen der Zeit.

Geht man damit in die Differentialgleichung (79), so folgt

$$\begin{aligned} & \sum_l \sum_r \dot{a}_{lr} h_l(\tilde{x}) h_r(\tilde{z}) + u_1 \sum_l \sum_r a_{lr} h_l'(\tilde{x}) \frac{1}{2D} h_r(\tilde{z}) + \\ & u_3 \sum_l \sum_r a_{lr} h_l(\tilde{x}) h_r'(\tilde{z}) \frac{1}{2H} - a \sum_l \sum_r a_{lr} \left( h_l''(\tilde{x}) \frac{1}{4D^2} h_r(\tilde{z}) \right. \\ & \left. + h_l(\tilde{x}) h_r''(\tilde{z}) \frac{1}{4H^2} \right) = - (u_1 W_x + u_3 W_z) . \end{aligned} \quad (81)$$

Wird die Gleichung mit  $h_\lambda(\tilde{x}) h_\rho(\tilde{z})$  multipliziert und über den gesamten Scheibenzwischenraum integriert, so ergibt sich

$$\begin{aligned} & \dot{a}_{lr} n_{l\lambda} n_{r\rho} \delta_{l\lambda} \delta_{r\rho} + \underbrace{\sum_{l=1}^{\frac{1}{2}} \sum_{r=l}^{\frac{1}{2}} a_{lr} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} u_1 h_l'(\tilde{x}) \frac{1}{2D} h_\lambda(\tilde{x}) h_r(\tilde{z}) h_\rho(\tilde{z}) d\tilde{x} d\tilde{z}}_{M_{l\lambda r\rho}} \\ & + \underbrace{\sum_l \sum_r a_{lr} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} u_3 h_l(\tilde{x}) h_\lambda(\tilde{x}) h_r'(\tilde{z}) \frac{1}{2H} h_\rho(\tilde{z}) d\tilde{x} d\tilde{z}}_{N_{l\lambda r\rho}} \\ & - a a_{lr} \left[ \left( \frac{\lambda\pi}{2D} \right)^2 + \left( \frac{\rho\pi}{2H} \right)^2 \right] \delta_{l\lambda} \delta_{r\rho} n_{l\lambda} n_{r\rho} \end{aligned} \quad (82)$$

(Formel Fortsetzung nächste Seite)

$$\begin{aligned}
&= - \underbrace{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} u_l h_l'(\tilde{x}) \frac{1}{2D} h_\lambda(\tilde{x}) h_r(\tilde{z}) h_\rho(\tilde{z}) d\tilde{x} d\tilde{z}}_{O_{l\lambda r\rho}} \\
&\quad - \underbrace{\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} u_3 h_l(\tilde{x}) h_\lambda(\tilde{x}) h_r'(\tilde{z}) \frac{1}{2H} h_\rho(\tilde{z}) d\tilde{x} d\tilde{z}}_{P_{l\lambda r\rho}}
\end{aligned}$$

bzw. wenn  $\delta_{l\lambda} = \begin{cases} 1 & l = \lambda \\ 0 & l \neq \lambda \end{cases}$ ,  $\delta_{r\rho} = \begin{cases} 1 & r = \rho \\ 0 & r \neq \rho \end{cases}$  gilt

$$\dot{a}_{lr} n_{l\lambda} n_{r\rho} \delta_{r\rho} \delta_{l\lambda} + \sum_{l=1} \sum_{r=1} a_{lr} M_{l\lambda r\rho} + \sum_l \sum_r a_{lr} N_{l\lambda r\rho} \quad (83)$$

$$- a_{lr} \left[ \left( \frac{\lambda\pi}{2D} \right)^2 + \left( \frac{\rho\pi}{2H} \right)^2 \right] \delta_{l\lambda} \delta_{r\rho} n_{l\lambda} n_{r\rho} = - O_{l\lambda r\rho} - P_{l\lambda r\rho} .$$

Das ist die Bestimmungsgleichung für die Koeffizienten  $a_{\lambda\rho}$ . Im stationären Fall ist  $\dot{a}_{lr}=0$  und Gleichung (83) geht in Gleichung (49) über.

Bei verschwindender Bewegung des Füllgases sind  $u_1=0$  und  $u_3=0$  und Gleichung (83) nimmt die einfache Form

$$\dot{a}_{lr} n_{\lambda\lambda} n_{\rho\rho} - a_{lr} \left[ \left( \frac{\lambda\pi}{2D} \right)^2 + \left( \frac{\rho\pi}{2H} \right)^2 \right] n_{\lambda\lambda} n_{\rho\rho} = 0 \quad (84)$$

an. Die das Temperaturfeld determinierenden Koeffizienten  $a_{\lambda\rho}$  klingen exponentiell von einem bestimmten Wert (Anfangsbedingung) auf den Wert Null ab.

Die Bewegung des Fluids ( $u_1 \neq 0$ ,  $u_3 \neq 0$ ) erzeugt in (83) die Inhomogenitäten  $O_{l\lambda r\rho}$  und  $P_{l\lambda r\rho}$ , die nach dem Abklingen des Anfangszustandes die  $a_r$  bestimmen. Diese werden dann noch etwas durch das konvektive Glied der Wärmetransportgleichung, die Glieder mit den Koeffizienten  $M_{l\lambda r\rho}$  und  $N_{l\lambda r\rho}$ , modifiziert.

#### 4. Ergebnisse aus den analytischen Betrachtungen

Erste Berechnungen der  $k_V$ -Werte erfolgten nach dem Algorithmus, der in Kapitel 3 vorgestellt wurde. Als Ansatzfunktionen wurden in  $x$ - und in  $z$ -Richtung die Beam-Funktionen  $C_1(x)$  und  $C_1(z)$  verwendet. Sehr ausführlich sind die Grundlagen auch in [19] bis [28] vorgestellt.

Ein durch die Bewegung des Füllgases verursachtes Temperaturfeld für einen Scheibenabstand von 16 mm mit dem Füllgas Luft ist in Bild 1 dargestellt. Dabei wurde der reine Wärmeleitungsanteil in dieser Abbildung aus Gründen der besseren Erkennbarkeit nicht berücksichtigt.

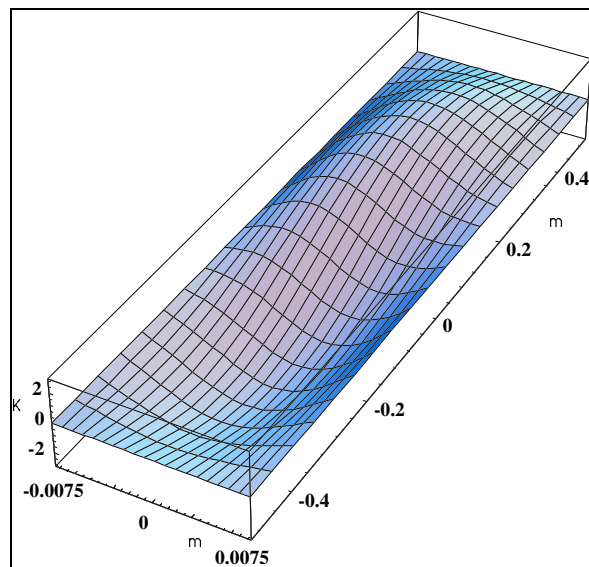


Bild 1 : Durch Konvektion bedingter Anteil des Temperaturfeldes im Scheibenzwischenraum für das Füllgas Luft bei einer Scheibenhöhe von 1m, einem Scheibenabstand von 16 mm und einer Temperaturdifferenz von 10 K.

Zu bemerken ist, daß das qualitative Bild dieses Temperaturfeldes von den Ansatzfunktionen geprägt ist. Das vorliegende Temperaturfeld ermöglicht es, die entsprechenden Wärmeströme über die dem Innenraum zugewandte Grenzfläche und damit die durch Leitung und Konvektion bedingten  $k$ -Werte ( $k_{L,C}$ ) der Verglasung zu berechnen.



Der über diese Fläche  $A_F$  abfließende Wärmestrom ergibt sich aus

$$\dot{Q} = -\lambda \int [\nabla G]_{x=D} \underline{e}_l d A_F = -\lambda \int [W_x]_{x=D} d A_F - \lambda \int [K_x]_{x=D} d A_F . \quad (1)$$

Hierbei ist der 1. Term auf der rechten Seite von (1) der durch Wärmeleitung und der 2. Term der durch Konvektion bedingte Energietransport (Kapitel 3.3.1).

Somit ergibt sich für  $h_{L,C}$  des Scheibenzwischenraumes mit den Scheibentemperaturen  $T_i$  und  $T_a$  der inneren und äußeren Scheibe:

$$h_{L,C} = \frac{\dot{Q}}{A_F (T_i - T_a)} . \quad (2)$$

Die so berechneten  $h_{L,C}$ -Werte sind in Bild 2 für die Füllgase Luft, Argon und Krypton dargestellt. Diese wurden mit Randbedingungen 1. Art bei einer mittleren Temperatur von  $10^\circ\text{C}$ , einer Spalthöhe von 1m für verschiedene Scheibenabstände ermittelt.

Die mit diesem Modell berechneten Strömungsgeschwindigkeiten liegen z.B. für Luft und einem Scheibenabstand von 10 mm bei einer Maximalgeschwindigkeit von ca. 14 m/h, d.h. das Gas läuft ca. 7 mal je Stunde im Gaszwischenraum um, was auch die numerischen Rechnungen (Kapitel 5) bestätigen.

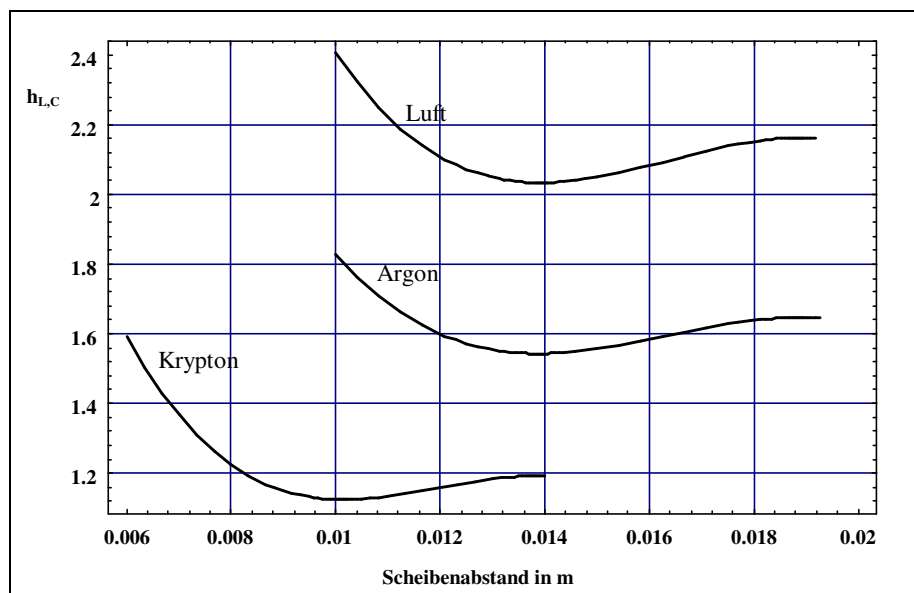


Bild 2 :  $h_{L,C}$ -Werte einer Isolierverglasung mit Luft-, Argon- und Kryptonfüllung, mit Randbedingungen 1. Art (ohne Wärmeübergangskoeffizienten), ohne Strahlungswechselwirkung.

Dabei wurden die Strahlungswechselwirkungen zwischen den Grenzflächen noch nicht berücksichtigt. Dies kann im einfachsten Fall über eine aus dem Stefan-Boltzmann-Gesetz abgeleitete Beziehung erfolgen. Für unendlich ausgedehnte, parallel zueinander stehende Flächen gilt dann nach Linearisierung folgendes:

Sind  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  die Emissionskoeffizienten der Grenzflächen,  $T_a$  und  $T_i$  deren Temperaturen,  $T_{ABS}$  die absolute Bezugstemperatur, dann gilt für den Strahlungsstrom je Flächeneinheit [7]

$$q_s = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} 4T_{ABS}^3 (T_i - T_a), \quad (3)$$

über den ein  $h_R$ -Wert für die Strahlungswechselwirkung

$$h_R = \frac{q_s}{T_i - T_a} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} 4T_{ABS}^3 \quad (4)$$

definiert werden kann.

Das Ersatzschaltbild der Wärmewiderstände für eine Zweischeiben-Verglasung ist in Bild 3 angegeben, wobei  $h_{L,C} = 1/R_{L,C}$  und  $h_R = 1/R_R$  ist.

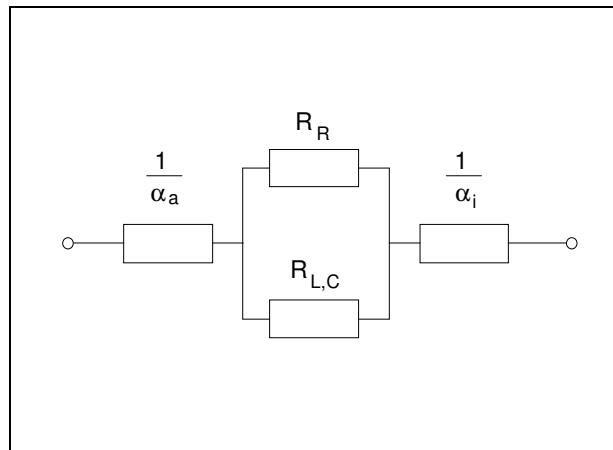


Bild 3 : Ersatzschaltbild der Wärmewiderstände für ein Zweischeiben-System.

Aus Bild 3 ergeben sich für den  $k_{L,C}$ - und  $k_V$ -Wert folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{k_{L,C}} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{1}{\frac{1}{R_{L,C}}} + \frac{1}{\alpha_i}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{k_V} = \frac{1}{\alpha_a} + \frac{1}{\frac{1}{R_{L,C}} + \frac{1}{R_R}} + \frac{1}{\alpha_i} \quad (6)$$

Die  $k_{L,C}$ ,  $h_R$ - und  $k_V$ -Werte mit und ohne Infrarotverspiegelung der raumseitigen Scheibe (verspiegelt  $\varepsilon_2 = 0.04$  bzw. unverspiegelt  $\varepsilon_2 = 0.837$  sowie  $\varepsilon_1 = 0,837$ ) bei einer Temperatur von  $T_{ABS} = 283 \text{ K}$  sind für die Füllgase Luft, Argon und Krypton in Tabelle 1 aufgeführt.

Füllgas	$\varepsilon_2$	$k_{L,C}$ in $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ <i>(<math>h_{L,C}</math>-Wert aus Bild 2)</i>	$h_R$ in $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$	$k_V$ in $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$
<b>Luft</b> bei 14 mm Scheibenabstand	0.837	1.513      (2.03)	3.699	2.915
	0.04		0.204	1.623
<b>Argon</b> bei 14 mm Scheibenabstand	0.837	1.229      (1.55)	3.699	2.786
	0.04		0.204	1.353
<b>Krypton</b> bei 10 mm Scheibenabstand	0.837	0.942      (1.12)	3.699	2.660
	0.04		0.204	1.083

Tabelle 1 :  $k_{L,C}$ ,  $h_R$  und  $k_V$ -Werte der Verglasung bei einem Scheibenabstand von 14 mm für Luft und Argon und 10 mm für Krypton<sup>1</sup> unter Berücksichtigung der Wärmeübergangskoeffizienten.

Die hier dargestellten  $k_V$ -Werte weichen um ca. 10% von den mittels numerischer Simulation (folgendes Kapitel) ermittelten ab. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die hier verwendete analytische Behandlung nur sehr vereinfacht das wirkliche sich im Gaszwischenraum einstellende Strömungsfeld sowie die Art der Strahlungswechselwirkung zwischen den Scheiben (den Rändern des Gaszwischenraumes) nur unzureichend berücksichtigen kann. Eine

<sup>1</sup>) Die Wahl der Scheibenabstände ergibt sich aus Bild 2. Bei den entsprechenden Scheibenabständen ist der  $h_{L,C}$ -Wert minimal.

allgemeine analytische Behandlung aller Verkopplungen zwischen den Rändern des Gaszwischenraumes, führt zu einem extrem hohen mathematischen Aufwand, welches z.B. die Arbeiten [5] und [29] zeigen. Die Berücksichtigung dieser komplexen Wechselwirkungen ist aber durch numerische Simulationsrechnungen voll beherrschbar und wird im nachfolgenden Kapitel vorgestellt.

Im Bild 4 sind schließlich die unter Berücksichtigung von Leitung, Konvektion und Strahlung ermittelten  $k$ -Werte mit und ohne Infrarotverspiegelung wiedergegeben.  $k_L$  entspricht dabei der Definition des  $k_{L,C}$ -Wertes ohne Berücksichtigung der Konvektion.

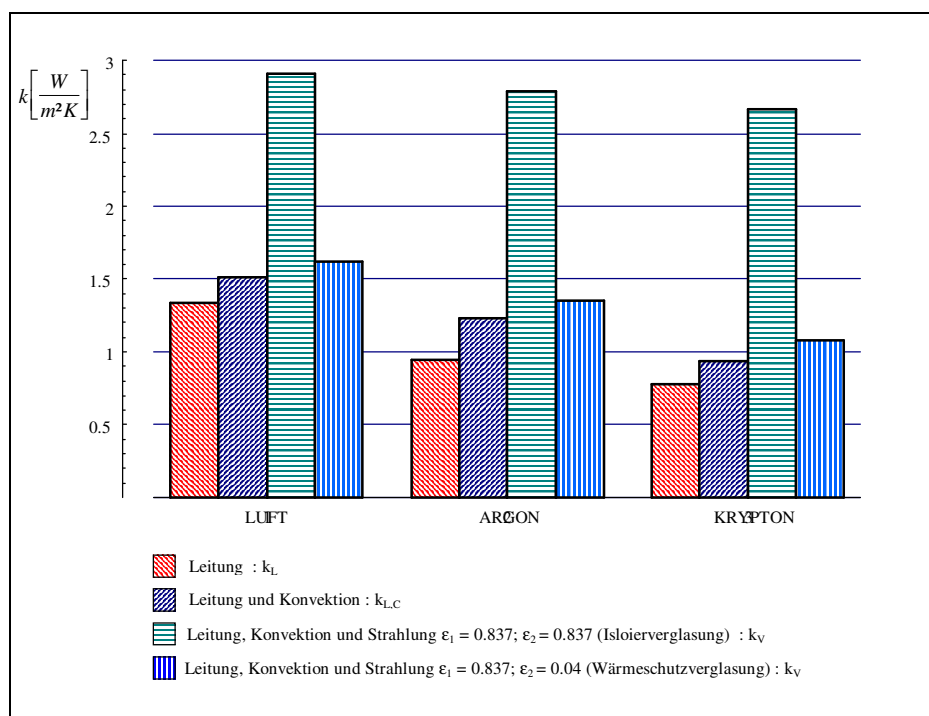


Bild 4 :  $k$ -Werte der Verglasung für Leitung, Leitung und Konvektion sowie Leitung, Konvektion und Strahlung für Emissionskoeffizienten von  $\epsilon = 0,837$  und  $\epsilon = 0,04$  für die raumseitige Scheibe (Werte aus Tabelle 1) für die Füllgase Luft, Argon (14 mm Scheibenabstand) und Krypton (10 mm Scheibenabstand).

## 5. Numerische Ergebnisse

### 5.1. Vorbemerkungen

Soll das thermische Verhalten von Verglasungen simuliert werden, müssen alle das System beeinflussenden Wärmetransportmechanismen, die Wärmeleitung, die Konvektion und der infrarote Strahlungsaustausch, berücksichtigt werden. Insbesondere ist zu beachten, daß die Temperaturen der begrenzenden Glasscheiben in Abhängigkeit von der Scheibenhöhe nicht konstant sind. FLUENT ist ein Finite-Volumen-Strömungssimulationsprogramm, mit dem das hier gestellte Problem numerisch simuliert werden kann (Anhang 4).

Bei FLUENT wird das den Rechnungen zugrunde liegende Gebiet in finite, diskrete Volumina unterteilt. Ausgehend von den allgemeinen, differentiellen Formulierungen der Erhaltungssätze für Masse (Kontinuitätsgleichung), Impuls (Impulsgleichung in differentieller Form, Navier-Stokes-Gleichung) sowie Wärmeleitung werden entsprechende algebraische Gleichungen für die Berechnung der unbekanntenen Größen (Geschwindigkeit, Druck und Temperatur usw.) aufgestellt.

Auf den Rändern müssen Randbedingungen für das Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld unter Berücksichtigung der differentiellen Strahlungswechselwirkung (Kapitel 3.2.1) formuliert werden.

Dann kann das resultierende Gleichungssystem gelöst werden, womit die gesuchten Felder (Temperaturfeld, vektorielles Geschwindigkeitsfeld) zur Verfügung stehen.

Je nach Bedarf ist es möglich, in FLUENT weitere Erhaltungssätze mit einzubeziehen, was aber hier nicht näher erläutert werden soll.

Strahlungswechselwirkungen im infraroten Spektralbereich lassen sich differentiell sowohl zwischen partiell transparenten Volumenelementen als auch den Berandungen des Fluids berücksichtigen, wobei die Strahlungswechselwirkungskoeffizienten in FLUENT durch ein Ray-Tracing-Verfahren gewonnen werden. Die Materialeigenschaften (dynamische Zähigkeit

usw.) sind bei Bedarf temperaturabhängig formulierbar, wovon aber bei den in dieser Arbeit behandelten Fällen nicht Gebrauch gemacht werden mußte.

Vergleichend zu den Rechnungen mit FLUENT wurden einige Beispiele auch mit dem Programmsystem ANSYS/FLOTRAN (Anhang 5) durchgeführt. Numerisch ist ANSYS ein Finite-Elemente-Programm zur Berechnung verschiedenster Felder (Mechanik, Elektrotechnik, Fluidmechanik). Leider ist in der zur Verfügung stehenden Version die Berechnung der Strahlungswechselwirkung kaum realisierbar und wurde aus diesem Grund für die vergleichenden Untersuchungen nicht berücksichtigt. Rechnungen in ANSYS/FLOTRAN benötigen außerdem für die hier untersuchten Fälle erheblich mehr zeitlichen Aufwand als die gleichen Beispiele in FLUENT, da offensichtlich die numerischen Algorithmen in FLUENT wesentlich ausgereifter sind.

Die Ergebnisse einer mit gleichen Geometrien, Materialeigenschaften und Randbedingungen aber ohne Berücksichtigung der Strahlung durchgeführten Simulationen in FLUENT und ANSYS/FLOTRAN liefern die gleichen Felder.

## 5.2. Zur numerischen Simulation mit FLUENT

Die in diesem Kapitel vorgestellten numerischen Berechnungen wurden mit dem Programm FLUENT in der Version 4.3.2 durchgeführt (Anhang 4). Mit Hilfe dieser Software können die Strömungs- und Wärmeleitungsprozesse simultan unter Berücksichtigung des Strahlungsaustausches zwischen den Scheiben bzw. Rändern des Gaszwischenraumes berechnet werden.

Die Wärmeübergangskoeffizienten zwischen dem Scheibensystem und der Atmosphäre sind in starkem Maße von den momentanen klimatischen Bedingungen abhängig. Das sind sowohl die Wind- und Temperaturverhältnisse in der Atmosphäre als auch die radiativen Wechselwirkungen der Verglasung mit der Umgebung. Da die klimatischen Bedingungen sehr unterschiedlich sein können und außerdem starken zeitlichen Schwankungen unterworfen sind, wird für die Berechnungen ein einheitlicher Wärmeübergangskoeffizient von  $\alpha_A = 23 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  verwendet. Dieser Wert wird auch in der entsprechenden DIN/EN-Norm 673 (Entwurf) [1] angegeben.

Analog dazu wird für den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen dem Scheibensystem und dem Innenraum ein Wert von  $\alpha_I = 8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  zur Berechnung verwendet. Die zur Simulation benutzten Größen sind in Bild 1 dargestellt.

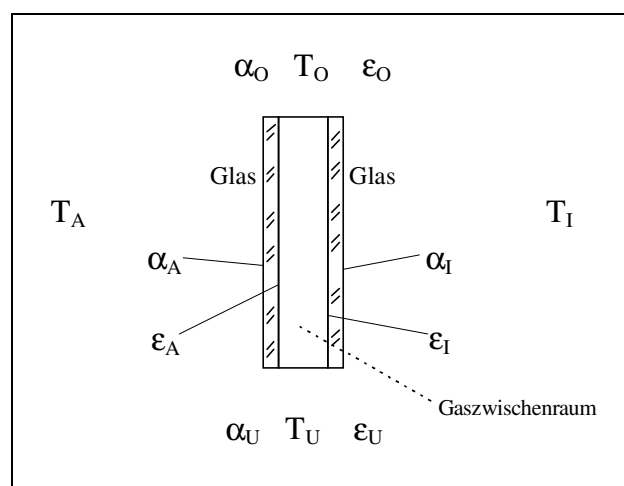


Bild 1 : Gaszwischenraum mit Randbedingungen und Verglasung.

Für die Höhe des Scheibensystems wurde 1 m gewählt. Eine Glasdicke von jeweils 4 mm wird von der Fensterindustrie üblicherweise verwendet. Die Wärmeleitfähigkeit des Glases ist  $1 \text{ W/(m K)}$ .

Die Rechnungen werden für Scheibenabstände von 6 bis 20 mm für die Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon durchgeführt. Das sind die Füllgase, die von ihren physikalischen Eigenschaften (Wärmeleitfähigkeit, dynamische Zähigkeit usw.) die optimalen Werte hinsichtlich der thermischen Verluste bei Verglasungen erwarten lassen. Andere Füllgase kommen nicht in Betracht, es sei denn, andere Eigenschaften wie z.B. die Verbesserung der Schalldämmung stehen im Vordergrund. Um hohe akustische Dämpfungen zu erzielen, wird in der Glasindustrie vorwiegend  $\text{SF}_6$  als Füllgas eingesetzt, welches aber deutlich schlechtere thermische Eigenschaften als Luft aufweist und deswegen hier nicht weiter untersucht werden soll.

Die Wärmeleitfähigkeit von Glas ist wesentlich größer als die Wärmeleitfähigkeit der betrachteten Füllgase. Das Verhältnis liegt Bereich von 100:1. Damit stellt sich die Frage, ob die Glasscheiben überhaupt einen Einfluß auf die zu ermittelnden Wärmeströme durch die Verglasung haben. Um diesen Sachverhalt zu untersuchen, wurden zwei unterschiedliche Randbedingungen, Fall A und B, untersucht. Im Fall A wird die in Gleichung (2) aus Kapitel 3.2.1.1 bzw. Gleichung (1) aus Kapitel 3.1.2.2 formulierte Randbedingung verwendet. Bei Fall B hingegen wurde in diesen Gleichungen der Term  $\lambda \Delta T_{ali}$  ( $a, i \rightarrow$  Scheibe außen, innen) gestrichen, d.h. hier wurde auf die Wärmeleitung in den Glasscheiben verzichtet und es folgt:

$$\rho_{ali} c_{ali} \dot{T}_{ali}(z) = n_{ali} . \quad (1)$$

Die Ergebnisse der Rechnungen (Kapitel 7) zeigen, daß die  $k_V$ -Werte der Fälle A und B nur maximal um ca. 1% voneinander abweichen.

Die Rechenzeit erhöht sich im Fall A aus numerischen Gründen beträchtlich, da die Materialkonstanten (Wärmeleitfähigkeit) zwischen Glas und den Füllgasen erheblich voneinander abweichen. Aus diesem Grund wurde die überwiegende Anzahl der Simulationen zur Bestimmung der Wärmeströme und damit der  $k_V$ -Werte mit den Gleichungen des Falls B durchgeführt.



Als Randbedingungen zur Bestimmung der  $k_V$ -Werte der Verglasungen wurden generell für die atmosphärenseitige Grenzfläche folgende Werte gewählt:

$$\alpha_A = 23 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$T_A = 273 \text{ K}$$

$$\varepsilon_A = 0.837.$$

Für die raumseitige Grenzfläche wurden entsprechend verwendet:

$$\alpha_I = 8 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$$

$$T_I = 293 \text{ K}$$

$$\varepsilon_I = 0.837 \text{ (ohne Infrarotverspiegelung) und}$$

$$\varepsilon_I = 0.04 \text{ (mit Infrarotverspiegelung).}$$

Der Wert  $\varepsilon = 0.837$  entspricht dem mittleren Emissionskoeffizienten für Glas bei 283 K im Wellenlängenbereich von 5.5  $\mu\text{m}$  bis 50  $\mu\text{m}$  (Kapitel 2.4) [1]. Der Wert  $\varepsilon = 0.04$  ist der Emissionskoeffizient für eine infrarotverspiegelte Glasoberfläche für den gleichen Wellenlängenbereich (Wärmeschutzverglasung). Diese Infrarotverspiegelung ist in der Regel ein optisches Zwei- oder Dreischichtsystem, welches durch pyrolytische Beschichtung oder durch Sputtern aufgebracht wird [30], [31]. Die Entspiegelung beruht darauf, daß elektrisch leitfähige Schichten (Halbleiter oder Leiter) auf dem Glas aufgebracht werden. Die damit vorhandenen freien Elektronen, die aufgrund des Skin-Effektes nicht abtransportiert werden können, bewirken eine Reflexion der Photonen.

Bei der pyrolytischen Beschichtung werden auf das ca. 600°C heiße Glas Zinn- oder Indiumchlorid aufgebracht, welche sich dabei unter Abgabe von Salzsäure zu Zinnoxid bzw. Indiumoxid zersetzen (Pyrolyse). Durch Zugabe von Fluor werden gezielt Fehlstellen in die Oxide eingebracht und die Schichten werden zu Halbleitern (Hardcoatings). Der Schichtaufbau besteht aus einer ca. 60-80 nm dicken karbidischen Siliziumoxidschicht als Trägerschicht und aus der ca. 320 nm dicken fluorhaltigen Oxidschicht.

Beim Sputtern wird eine sehr dünne Metallschicht (Leiter) auf das kalte Substrat aufgebracht, welche, bedingt durch die gute elektrische Leitfähigkeit, zu niedrigen Emissionskoeffizienten im gewünschten Spektralbereich führt (Softcoatings). Der Schichtaufbau ist im wesentlichen

ein Dreischichtsystem bestehend aus einer 30-40 nm dicken Haftschiicht aus Wismut-, Zinn- oder Zinkoxid, einer 9-13 nm dicken Funktionsschicht aus Silber und einer wiederum 30-40 nm dicken Deckschicht aus Wismut-, Zinn- oder Zinkoxid. Das ganze Schichtsystem ist somit ca. 0.1 mm dick und optisch so ausgelegt, daß die Funktionsschicht im visuellen Bereich gleichzeitig entspiegelt wird.

Industriell werden diese Arten der Infrarotverspiegelung großtechnisch angewendet und die angestrebten Emissionskoeffizienten werden zuverlässig erreicht.

Als Randbedingungen für den oberen und unteren Rand des Scheibensystems wurden folgende Werte verwendet:

$$\alpha_{O/U} = 1 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$$

$$T_{O/U} = 283 \text{ K}$$

$$\varepsilon_{O/U} = 0.01.$$

Diese Randbedingungen bewirken eine relativ gute thermische Isolierung zum anschließenden Bereich des Rahmens hin. Aufgrund der extremen Spaltgeometrie haben davon abweichende Bedingungen nur wenig Einfluß auf das Strömungs- und Temperaturfeld im Scheibenzwischenraum. Das zeigen entsprechende Rechnungen für andere Randbedingungen des oberen und unteren Randes. Technisch wird zum Teil für den Randverbund Aluminium eingesetzt, welches, bedingt durch die gute Wärmeleitfähigkeit, eine „Wärmebrücke“ darstellt. In Kapitel 6 ist der Einfluß verschiedener Randbedingungen beschrieben. Der  $k_V$ -Wert kann dabei im ungünstigsten Fall um bis zu 3% größer werden.

Fenster sind im Verhältnis zur ihrer Tiefe sehr breit. Aufgrund der Fenstergeometrie wurden die Berechnungen zweidimensional durchgeführt. Dreidimensionale Berechnungen sind durchaus mit den hier verwendeten numerischen Werkzeugen möglich, wenn dies erforderlich sein sollte.

In den nachfolgenden Kapiteln werden die Ergebnisse für Argon ausführlich vorgestellt. Die entsprechenden Felder für die Füllgase Luft, Krypton und Xenon sind der Übersichtlichkeit halber im Anhang 1 wiedergegeben.

### 5.3. Füllgas Argon

Argon wird als Füllgas für Verglasungen sehr häufig eingesetzt. Die physikalischen Eigenschaften dynamische Zähigkeit und Wärmeleitfähigkeit dieses Edelgases haben zur Folge, daß es bessere „wärmedämmende“ Eigenschaften als Luft besitzt. Argon ist in der Herstellung sehr preiswert (weniger als 10 Pf./Liter) [32]. Die Füllgase Krypton und Xenon haben noch bessere physikalische Eigenschaften, der Energieaufwand bei der Herstellung (Luftverflüssigung) und der damit verbundenen Herstellungskosten ist aber wesentlich größer, da beide in einer wesentlich geringeren Konzentration in der Luft vorkommen. So sind in  $5000 \text{ m}^3$  Luft  $23 \text{ m}^3$  Argon, 5 Liter Krypton (ca. 60 Pf/Liter) und 0.4 Liter Xenon (ca. 10 DM/Liter) enthalten.

Bild 2 zeigt die aus der numerischen Simulation gewonnen Felder für eine Isolierverglasung (ohne Infrarotverspiegelung) mit 16 mm Scheibenabstand und einer Glasstärke von jeweils 4 mm. In dieser Abbildung ist ganz links die Stromfunktion über die volle Scheibenhöhe dargestellt. Ein vergrößerter Ausschnitt dieser ist gleich rechts daneben (durch den Pfeil angedeutet) abgebildet. In der gleichen Ausschnittsvergrößerung sind dann weiterhin das Geschwindigkeitsfeld und das Temperaturfeld gezeigt. Im Bild der Stromfunktion und des Geschwindigkeitsfeldes sind deutlich die Bereiche der Glasscheiben als „weiße“ Randbereiche zu erkennen, denn im Festkörper ist lediglich ein Temperaturfeld aber kein Geschwindigkeitsfeld definiert.

Bild 3 zeigt eine Wärmeschutzverglasung (Infrarotverspiegelung auf der raumseitigen Scheibe mit  $\epsilon=0.04$ ). Die Geometrie der Verglasung entspricht wie die Art der Darstellung der Felder dem oben für die Isolierverglasung beschriebenen. In Bild 4 sind die Temperaturverläufe in fünf senkrechten, parallelen Ebenen für die oben beschriebene Isolierverglasung (linkes Teilbild) und die Wärmeschutzverglasung (rechtes Teilbild) wiedergegeben, wobei jeweils die linke und die rechte Kurve die Temperaturen der Glasscheiben darstellen. Weiterhin sind in diesem Bild die dazugehörigen Wärmestromdichten über der Scheibenhöhe aufgetragen.

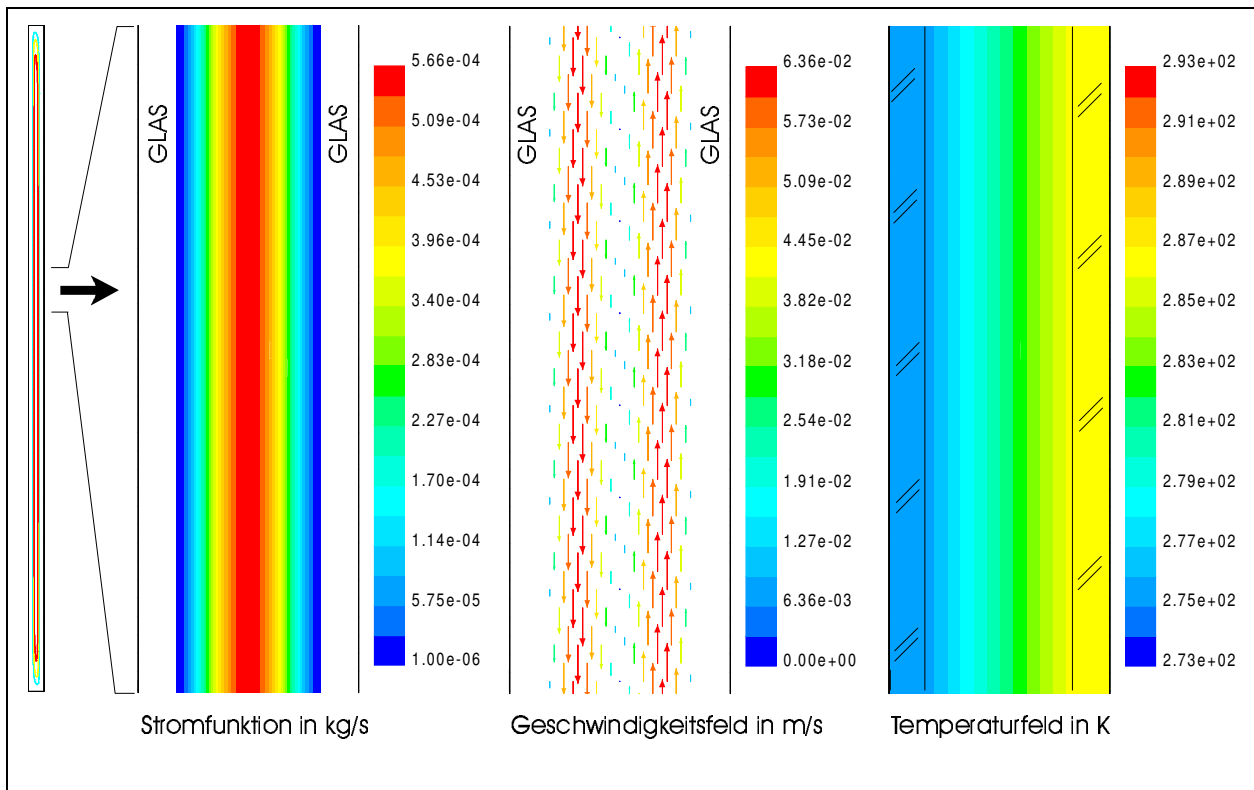


Bild 2 : Isolierverglasung mit Füllgas Argon.  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

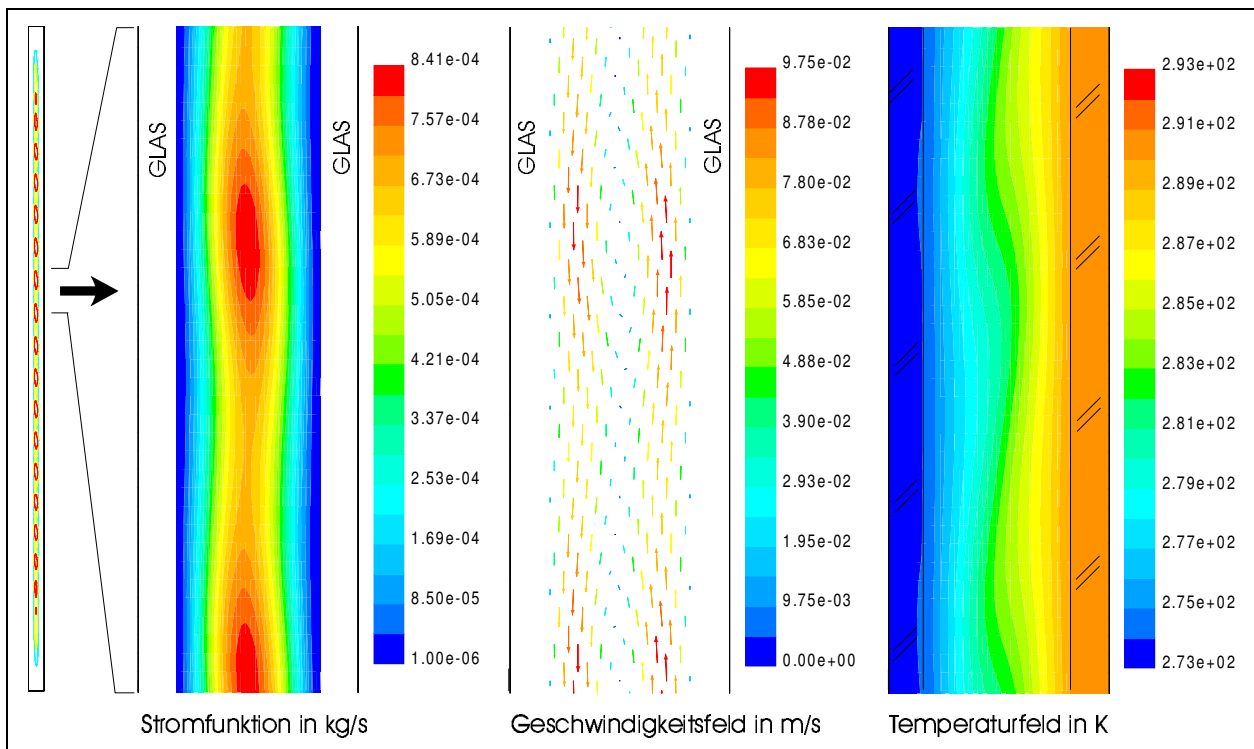


Bild 3 : Wärmeschutzverglasung mit Füllgas Argon.  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

Bei der Wärmeschutzverglasung zeigt sich, daß ein höherer Temperaturgradient als bei der Isolierverglasung im Scheibenzwischenraum auftritt. Bei der Isolierverglasung bildet sich nur eine über die gesamte Spalthöhe gehende Strömungswalze heraus. Der erhöhte Temperaturgradient bei der Wärmeschutzverglasung dagegen führt zur Bildung von ca. 20 kleinen Konvektionszellen im mittleren Bereich des Spaltes, die sich einer großen Strömungswalze, die über die gesamte Spalthöhe geht, überlagern [33]. Verschiedene Strömungsfelder führen zu unterschiedlichen Wärmeströmen durch den Gasspalt. Die vielen kleinen Konvektionszellen bewirken einen vergrößerten Wärmestrom durch diesen.

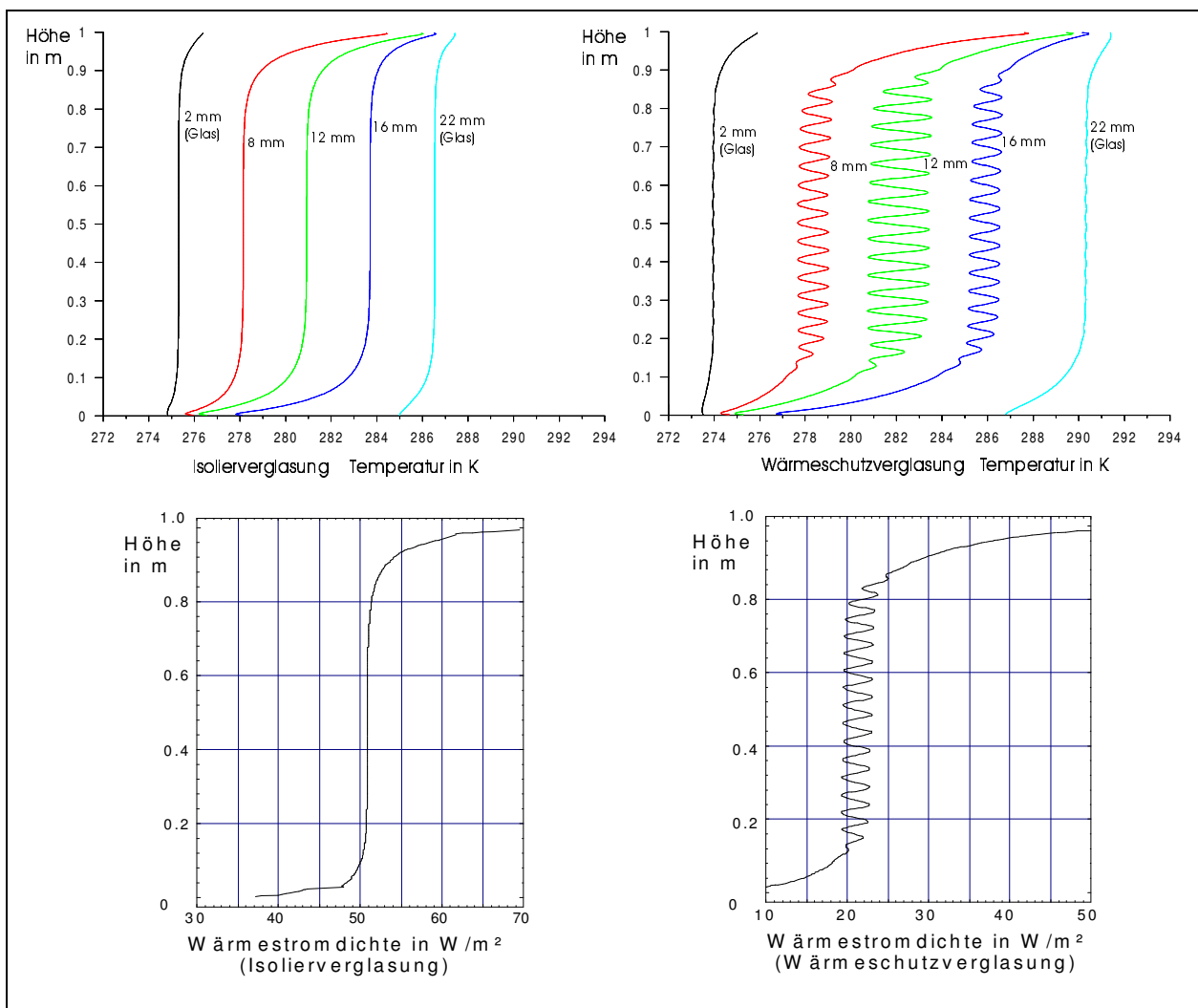


Bild 4 : Temperaturverläufe in verschiedenen, senkrechten Ebenen sowie die dazugehörigen Wärmestromdichten auf der füllgasseitigen Grenzfläche der raumseitigen Scheibe.

Die Temperaturfelder in den Glasscheiben, also auf dem „Rand“ des Gaszwischenraumes, werden von den Feldern im Scheibenzwischenraum beeinflusst. Das sieht man beispielsweise daran, daß bei der Wärmeschutzverglasung die Scheibentemperaturen mit der Höhe der Verglasung schwanken. Bei der Isolierverglasung tritt dies nicht auf.

Das Bild 5 zeigt die  $k_V$ -Werte der Verglasung für das Füllgas Argon in Abhängigkeit vom Scheibenabstand jeweils mit ( $\epsilon=0.04$ ) und ohne ( $\epsilon=0.837$ ) Infrarotverspiegelung der raumseitigen Scheibe. In dieser Abbildung sind weiterhin die durch Wärmeleitung+Konvektion ( $k_{L,C}$ ) und Infrarotstrahlung ( $k_R$ ) bedingten  $k$ -Werte angegeben. Der  $k_V$ -Wert ergibt sich dabei additiv aus dem  $k_{L,C}$ -Wert und dem  $k_R$ -Wert. Die Wärmeübergangskoeffizienten sind hier, bedingt durch das Berechnungsverfahren, bereits enthalten.

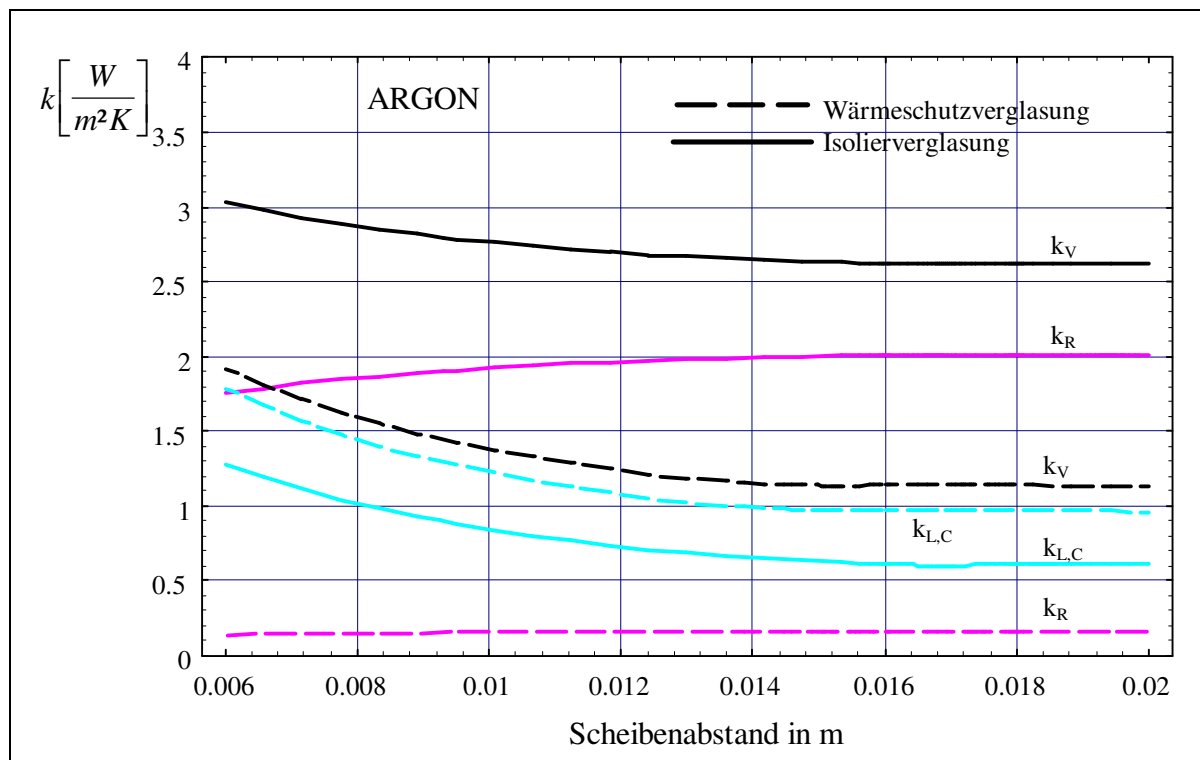


Bild 5 :  $k_V$ ,  $k_R$  und  $k_{L,C}$  -,Werte für Isolier- und Wärmeschutzverglasung bei Füllgas Argon und variablem Scheibenabstand.

Wie Bild 5 zeigt, wird bei der Isolierverglasung der Wärmestrom überwiegend durch den radiativen Energietransport bestimmt. Durch Infrarotverspiegelung wird dieser Anteil bei

einer Wärmeschutzverglasung sehr klein. Hier spielen im wesentlichen nur noch die konvektiven und konduktiven Energietransportprozesse eine Rolle.

Bemerkenswert ist, daß sich ab einem Scheibenabstand von ca. 16 mm der  $k_V$ -Wert der Verglasung mit zunehmendem Scheibenabstand fast nicht mehr ändert. In dem Maße wie der durch die Wärmeleitung bedingte Wärmestrom abnimmt, nimmt der durch die Konvektion bedingte Wärmestrom zu. Der radiativ verursachte Energiestrom ist weitestgehend unabhängig vom Scheibenabstand. Das bedeutet, daß insbesondere Kastenfenster ähnliche  $k_V$ -Werte wie Isolierverglasung aufweisen werden, was entsprechende Simulationsrechnungen bestätigen.

In Bild 6 sind  $k_V$ -Werte angegeben, die mit FLUENT sowie mit Hilfe der Formeln aus DIN/EN 673 (Kapitel 2.3) ermittelt wurden. Diese Werte stimmen gut überein.

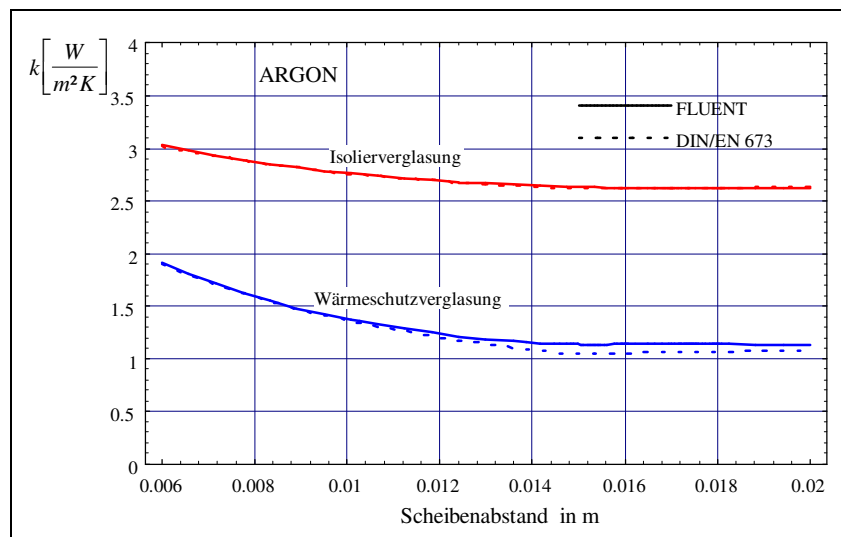


Bild 6 : Vergleich der mit FLUENT und der nach DIN/EN 673 ermittelten  $k_V$ -Werte in Abhängigkeit vom Scheibenabstand beim Füllgas Argon.

Bild 7 zeigt die Nusselt-Zahlen, die mit dem Programm FLUENT [34] und nach DIN/EN 673 [1] ermittelt wurden. In der thermodynamischen Literatur wird die Nusselt-Zahl, so wie in Kapitel 2.3 beschrieben, verwendet. Da hier alle Felder durch die numerische Simulation bekannt sind, kann eine Nusselt-Zahl direkt aus den Feldgrößen bestimmt werden. Der zur

Berechnung dieser Kennzahl notwendige Wärmestrom durch ausschließliche Wärmeleitung wurde mit FLUENT dadurch berechnet, indem in Gleichung 6, Kapitel 3.1.2 die Gravitationskraft auf den Wert Null gesetzt wurde. Das führt dazu, daß thermisch getriebene Konvektionsströmungen nicht mehr auftreten (Geschwindigkeit  $\equiv 0$  !) und damit im Gaszwischenraum nur noch reine Wärmeleitung auftritt, was die aus der numerischen Simulation gewonnen Felder bestätigen.

Damit ergibt sich für die Nusselt-Zahl bei Berücksichtigung von Randbedingungen 3. Art

$$Nu_F = \frac{q_{\text{Konvektion+Leitung+Strahlung}}}{q_{\text{Leitung+Strahlung}}} . \quad (2)$$

Der Strahlungswechselwirkung wurde hierbei durch die Emissionskoeffizienten  $\epsilon_A=0.837$  (atmosphärenseitige Scheibe) und  $\epsilon_I=0.04$  (raumseitige Scheibe) Rechnung getragen (Wärmeschutzverglasung). Die Vernachlässigung der Strahlungswechselwirkung bei der Bestimmung der Nusselt-Zahl ist eine nicht sinnvolle Einschränkung bei der realen Berechnung der Wärmeströme der Verglasung, da die Felder (Temperatur- und Geschwindigkeitsfeld) im Gaszwischenraum von den Randbedingungen (den Scheibentemperaturen) abhängen. Die Felder beeinflussen wiederum die Scheibentemperaturen. Bei dem Vergleich der Nusselt-Zahlen, die nach der DIN/EN 673 ermittelt wurden, mit denen in FLUENT ermittelten, ist dies zu beachten. Die Rechnungen hätten auch ohne die Berücksichtigung der Strahlungswechselwirkung durchgeführt werden können, was aber einen erheblichen Aufwand bedeutet hätte, da dann alle Rechnungen für alle Füllgase und Scheibenabstände wiederholt hätten werden müssen.



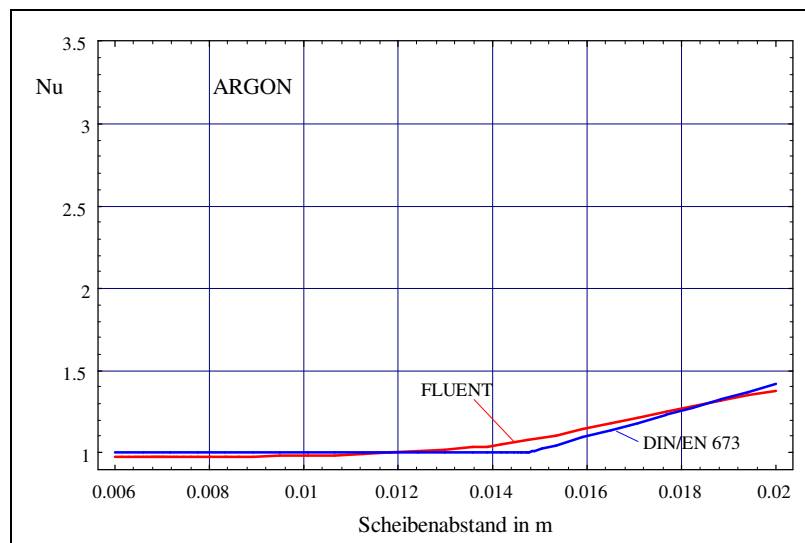


Bild 7 : Vergleich der aus DIN/EN 673 und mit Hilfe des Programms FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen für das Füllgas Argon.

Die beiden Kurven in Bild 7 stimmen sehr gut überein.

#### 5.4. Vergleichende Betrachtungen der Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon

In der folgenden Abbildung (Bild 8) sind die  $k_V$ -Werte für die Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon für Wärmeschutz- und Isolierverglasung zusammengefaßt. Die Werte für die Füllgase Luft, Krypton und Xenon wurden aus den Rechnungen entnommen, die im Anhang 1 vorgestellt werden.

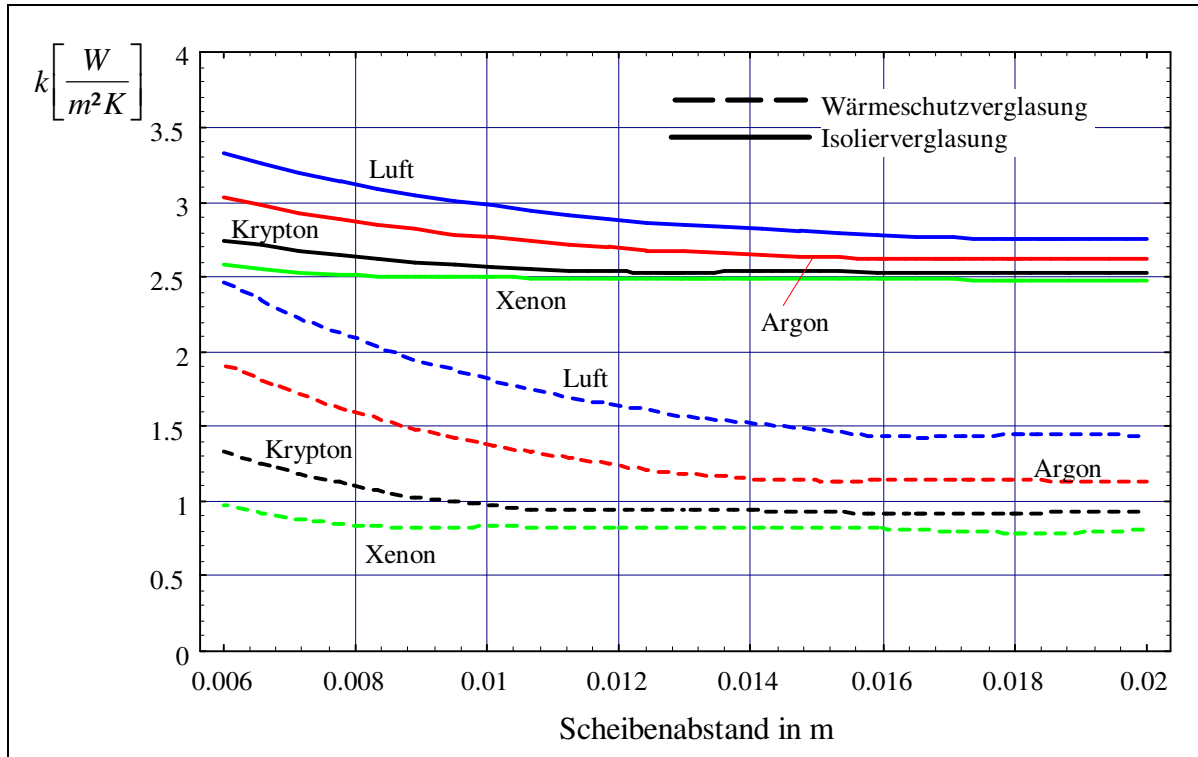


Bild 8 :  $k_v$ -Werte in Abhängigkeit vom Scheibenabstand für die Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon jeweils für Isolier- und Wärmeschutzverglasung.

Je nach Füllgas verändert sich der  $k_v$ -Wert ab einem bestimmten Scheibenabstand nur noch unwesentlich. Tabelle 1 gibt die Werte für diese Mindestscheibenabstände an. Die Ursache für dieses auf den ersten Blick ungewöhnliche Verhalten ist darin begründet, daß in dem Maße wie der rein konduktive Anteil des Wärmestromes abnimmt, der konvektive Anteil des Wärmestromes durch die Verglasung zunimmt. Der radiative Strahlungsstrom ist dabei annähernd konstant. Dieses Verhalten tritt bis zu Scheibenabständen im Dezimeterbereich auf. Damit sind sogenannte Kastenfenster in ihren thermischen Verlusten durchaus mit Isolierverglasungen gleichzusetzen.

Füllgas	Isolierverglasung	Wärmeschutzverglasung
Luft	18 mm	16 mm
Argon	16 mm	14 mm
Krypton	12 mm	10 mm
Xenon	7 mm	7 mm

Tabelle 1 : Mindestscheibenabstand, ab dem  $k_V$ -Wert minimal wird.

Bild 9 zeigt die mit FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen  $Nu_F$  für die Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon.

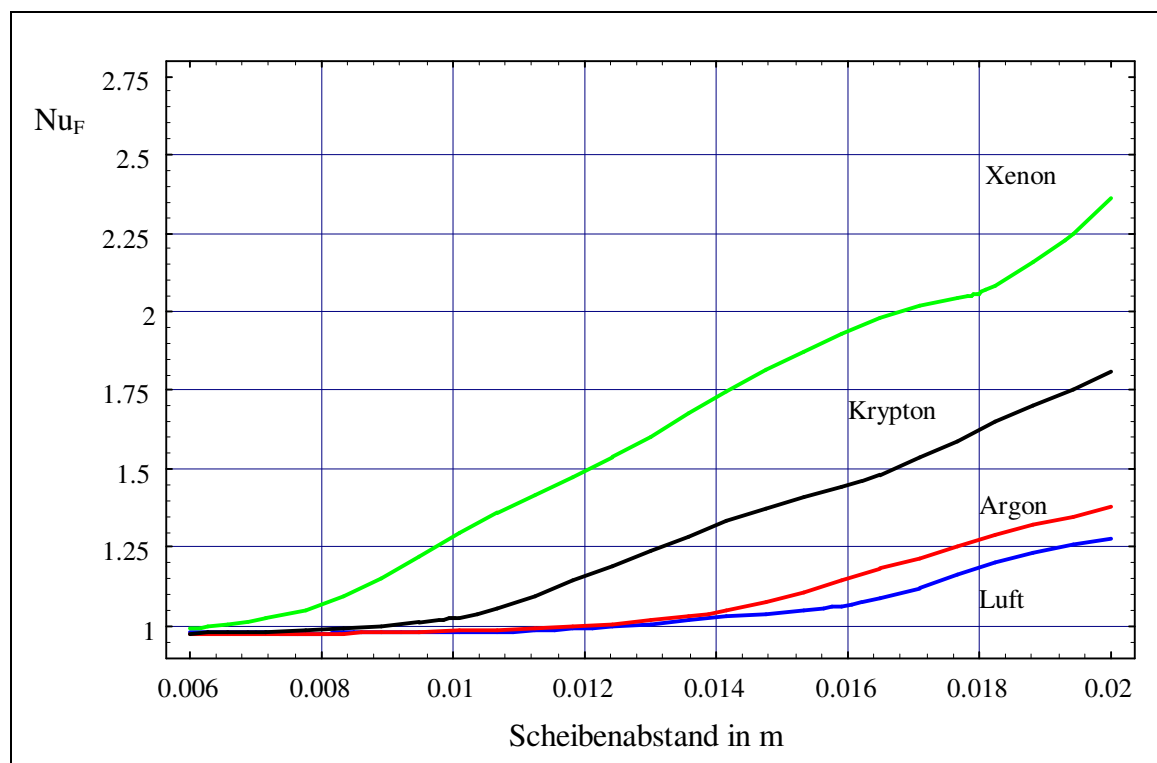


Bild 9 : Die mit FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen  $Nu_F$  als Funktion des Scheibenabstandes für die Füllgase Luft, Argon, Krypton und Xenon.

Diese Nusselt-Zahlen zeigen sehr deutlich, daß der konvektive Energietransportmechanismus bei verschiedenen Füllgasen bei jeweils gleichem Scheibenabstand einen sehr unterschiedlichen Anteil am Gesamtwärmestrom durch die Verglasung hat.

## 5.5. Vergleich mit Firmenangaben

Bild 10 zeigt die mit FLUENT ermittelten  $k_V$ -Werte für die Füllgase Luft und Argon bei Wärmeschutzverglasung. Zusätzlich wurden die aus den Unterlagen der Firma Interpane [35] entnommenen Werte mit dargestellt.

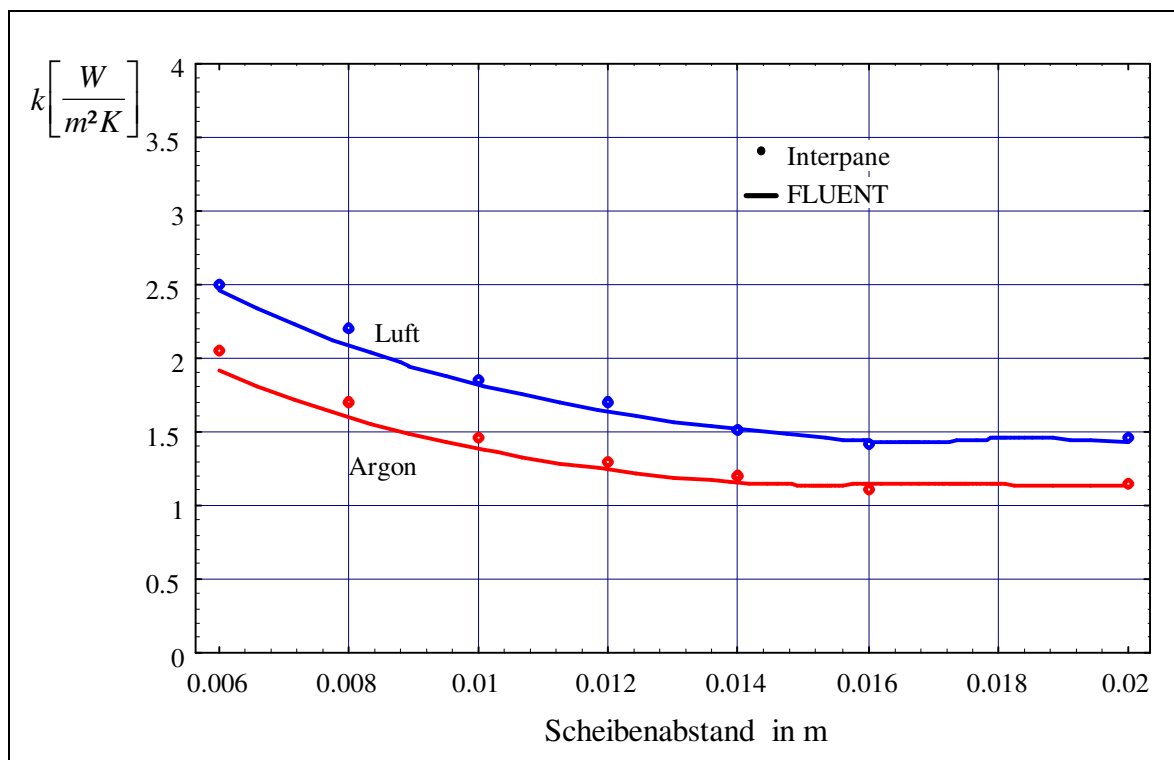


Bild 10 : Vergleich der mit FLUENT ermittelten  $k_V$ -Werte für Wärmeschutzverglasung mit denen im Prospekt der Fa. Interpane angegebenen Werten.

Diese Werte stimmen gut überein.

## 5.6. Optimale konstruktive Auslegung von Verglasungen

Die oben genannten Berechnungen zeigen, daß für verschiedene Füllgase verschiedene Minstdicken des Gaszwischenraumes einzuhalten sind, wenn die Energieverluste durch die Verglasung minimiert werden sollen. Für Luft sollte eine Spaltbreite von 16 mm vorgesehen

werden. Für Argon sollte dieser Wert bei 14 mm und für Krypton bei 10 mm liegen. Xenon liefert bereits für einen Scheibenabstand von 7 mm die niedrigsten Wärmeverlustströme. Bemerkenswert ist, daß die Dicke des Gaszwischenraumes auf mehrere Dezimeter vergrößert werden kann, ohne daß die Werte für den Wärmeverluststrom signifikant schlechter werden. Damit sind Kastenfenster in bezug auf ihre thermischen Eigenschaften nicht schlechter zu bewerten als eine luftgefüllte Isolierverglasung (ohne IR-Verspiegelung). Bei Kastenfenstern treten darüber hinaus konstruktionsbedingt keine Probleme mit Wärmebrücken im Bereich des Fensteranschlages sowie des Verglasungsrandverbundes auf.

### **5.7. Bewertung der verschiedenen Verfahren zur Bestimmung des $k_V$ -Wertes von Verglasungen**

In dieser Arbeit werden zwei Verfahren, ein analytisches und ein numerisches, zur Bestimmung von Wärmeverlustströmen bei Verglasungen vorgestellt. Die Industrie ermittelt die  $k$ -Werte ihrer Verglasungen experimentell oder nach DIN/EN 673. Berechnungen der  $k$ -Werte nach Näherungsverfahren wie der DIN/EN 673 sind immer nur unter sehr eingeschränkten Bedingungen möglich. Experimentell ist stets ein hoher Aufwand nötig, um genaue, reproduzierbare Ergebnisse zu erzielen [36], [37].

Die Erfahrungen, die bei der Ermittlung der Ergebnisse gesammelt wurden, zeigen, daß die analytische Bestimmung der Feldgrößen (Temperatur- und Strömungsfelder im Gaszwischenraum) unter Einbeziehung aller wesentlichen Randbedingungen und Transportmechanismen mit vertretbarem Aufwand nicht mehr durchzuführen ist. Die numerische Simulation der konduktiven und konvektiven Felder sowie der radiativen Strahlungswechselwirkungen zur Bestimmung der  $k$ -Werte von Verglasungen stellt hingegen ein gut beherrschbares Verfahren dar, welches generell auch sehr genaue Ergebnisse liefert.

## 5.8. Schräge und waagerechte Anordnung von Verglasungen

Das sich im Gasspalt einstellende Strömungsfeld ist abhängig von der Einbaulage [5], [29], [33]. Damit ist zu erwarten, daß die Wärmeströme durch eine Verglasung ebenfalls von dieser abhängen. Die nachfolgenden Kapitel stellen entsprechende Ergebnisse vor.

### 5.8.1. Waagerechte Einbaulage der Verglasung

Die in Bild 11 dargestellte Anordnung wird für die Berechnung der k-Werte herangezogen.

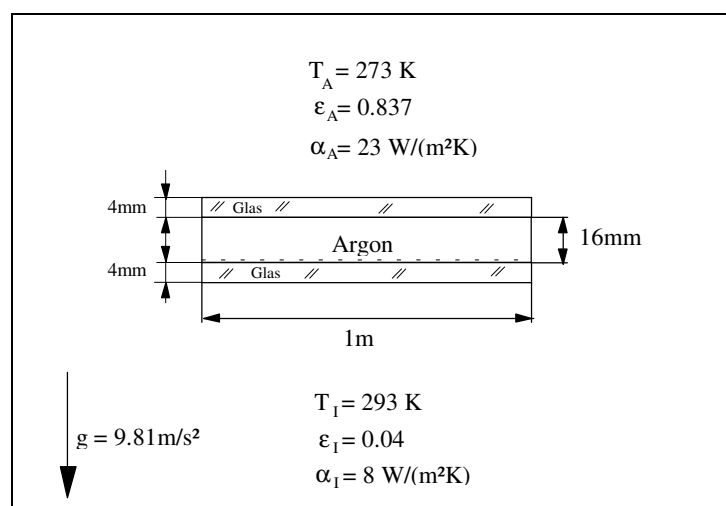


Bild 11 : Waagerechter Spalt (schematisch).

Als Füllgas wird Argon verwendet. Der Scheibenabstand beträgt 16 mm. Die Infrarot-Verpiegelung ( $\epsilon = 0.04$ ) der Wärmeschutzverglasung ist auf der unten liegenden Scheibe angebracht.

Die Stromfunktion, das Geschwindigkeitsfeld und das Temperaturfeld werden in Bild 12 gezeigt. Die hier sehr schön ausgeprägte Zellularkonvektion wird als Benard-Strömung [38], [39] bezeichnet. Bild 13 gibt die dazugehörigen Temperaturen in fünf waagrecht angeordneten Schnittebenen an, wobei die erste und die letzte Schnittebene die Scheiben-

temperaturen wiedergeben. Weiterhin ist im unteren Teilbild die Wärmestromdichte dargestellt.

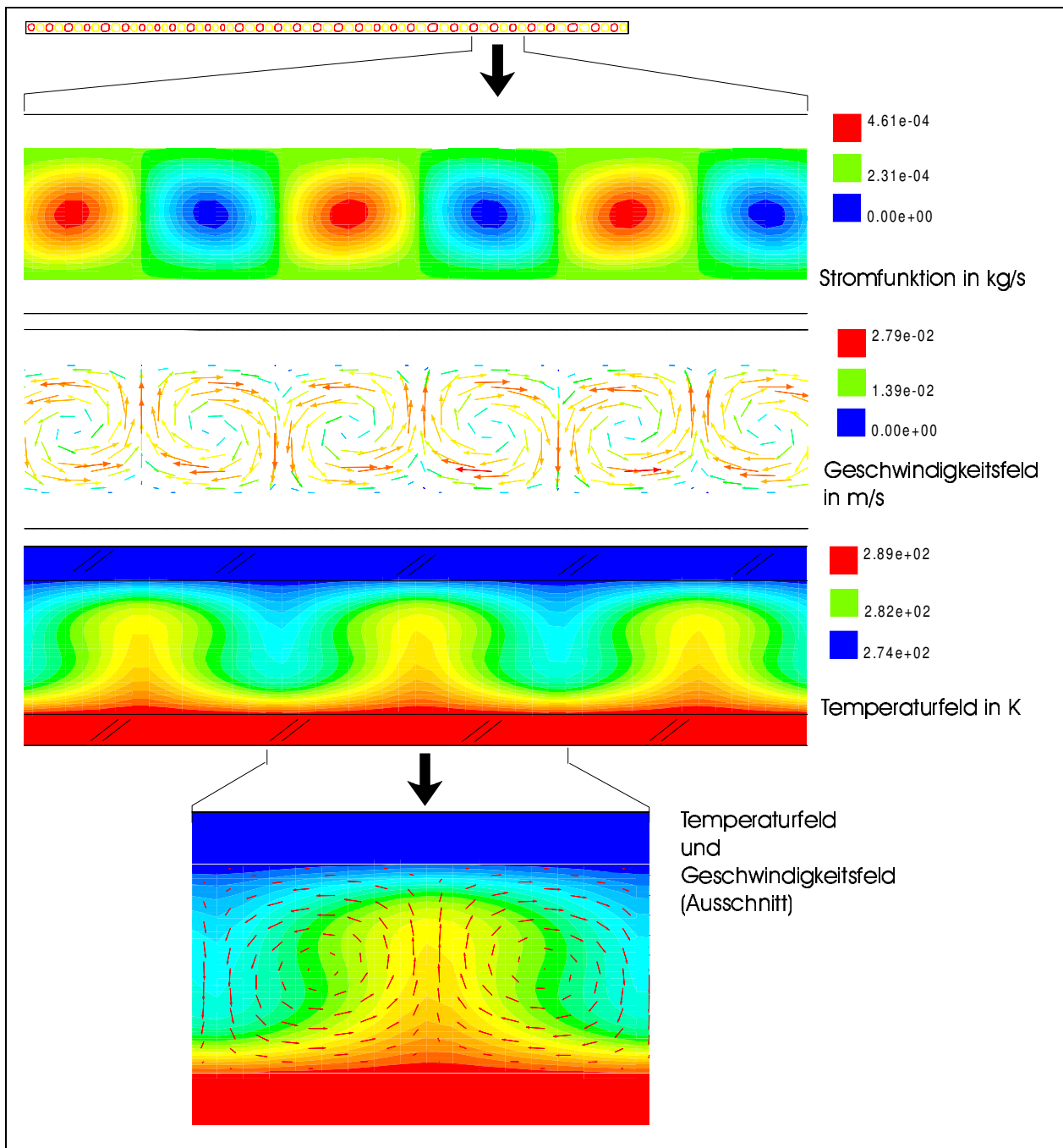


Bild 12 : Stromfunktion, Geschwindigkeits- und Temperaturfeld im waagerechten Spalt.

Über die gesamte Spaltbreite bilden sich ca. 33 kleine Konvektionszellen heraus, die zu einem entsprechend erhöhtem Wärmestrom durch die Verglasung führen.

Für den k-Wert, der den Leitungs- und Konvektionsanteil beschreibt, ergibt sich  $k_{L,C}=1.628 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , für den k-Wert, der die Strahlungswechselwirkung widerspiegelt,  $k_R=0.138 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Der k-Wert durch die Verglasung ergibt sich daraus zu  $k_V=1.766 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Der Vergleich dieser k-Werte mit denen für eine senkrechte Verglasung ist im nachfolgenden Kapitel angegeben.

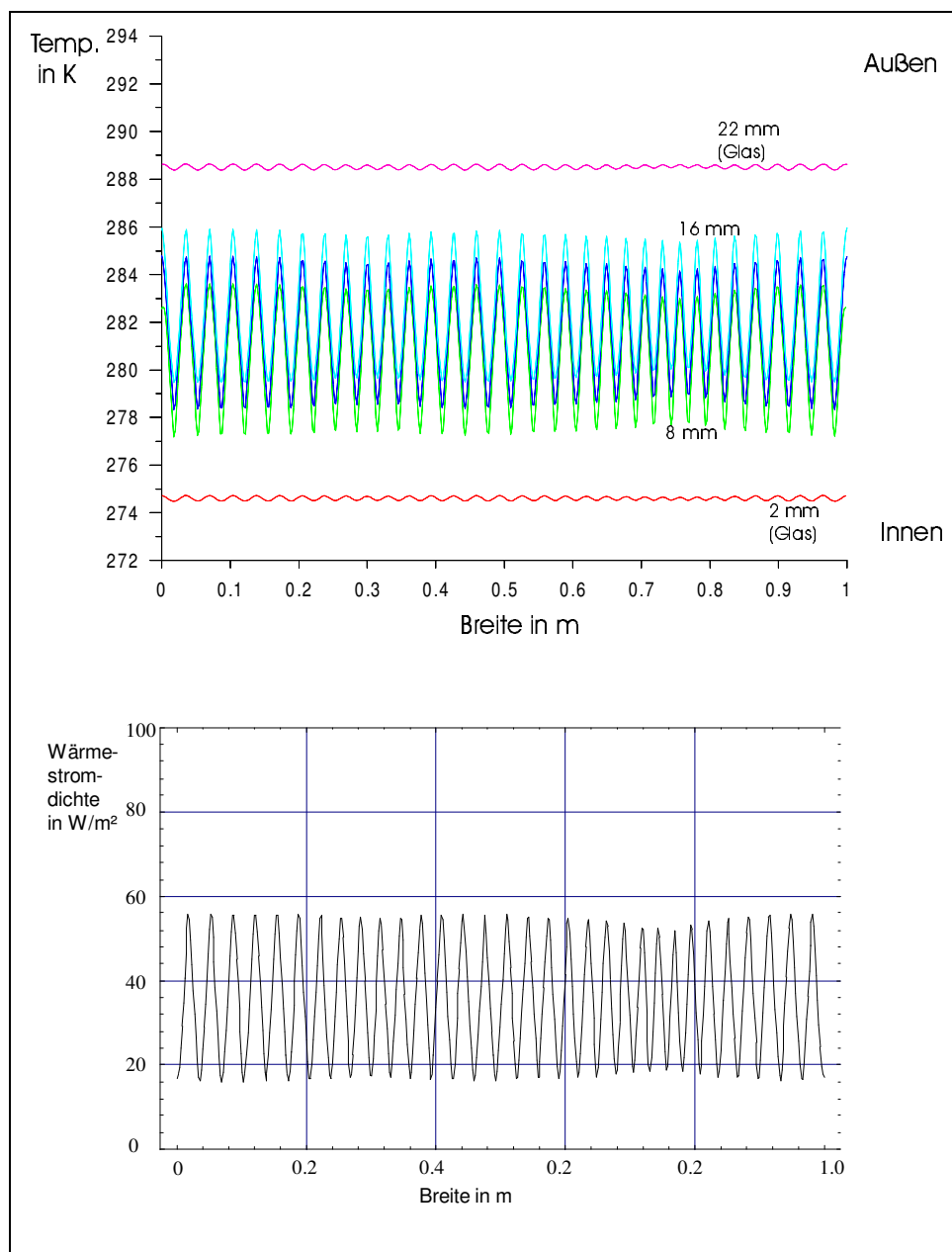


Bild 13 : Temperatur in verschiedenen Ebenen im waagerechten Spalt sowie die Wärmestromdichte auf der füllgasseitigen Grenzfläche der unteren Scheibe.



### 5.8.2. Um 45° geneigte Einbaulage der Verglasung

Die Geometrie und Lage der untersuchten Verglasung sind im Bild 14 angegeben.

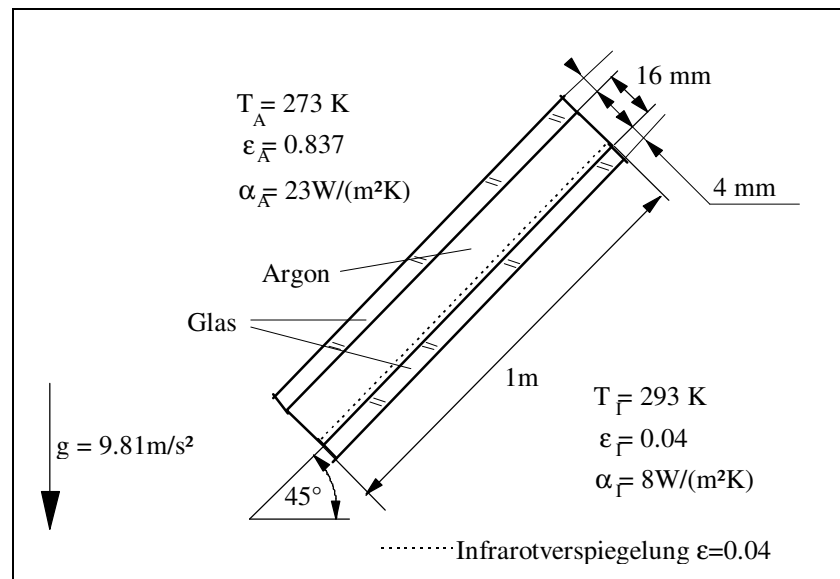


Bild 14 : Um 45° geneigter Spalt (schematische Darstellung).

In Bild 15 sind wieder die Stromfunktion, das Geschwindigkeitsfeld und das Temperaturfeld dargestellt. Der Pfeil deutet auf die Ausschnittsvergrößerung hin. Ca. 20 kleine Strömungswirbel überlagern sich einer großen Konvektionszelle, die über die gesamte Spaltlänge geht.

Bild 16 zeigt die Temperatur in mehreren, parallelen Ebenen, wobei wiederum die äußeren Kurven die Temperaturen der Glasscheiben darstellen. Die Struktur des Strömungs- und Temperaturfeldes im Spalt ist auch hier an der mit der Spaltlänge veränderlichen Temperatur der Scheiben zu sehen.

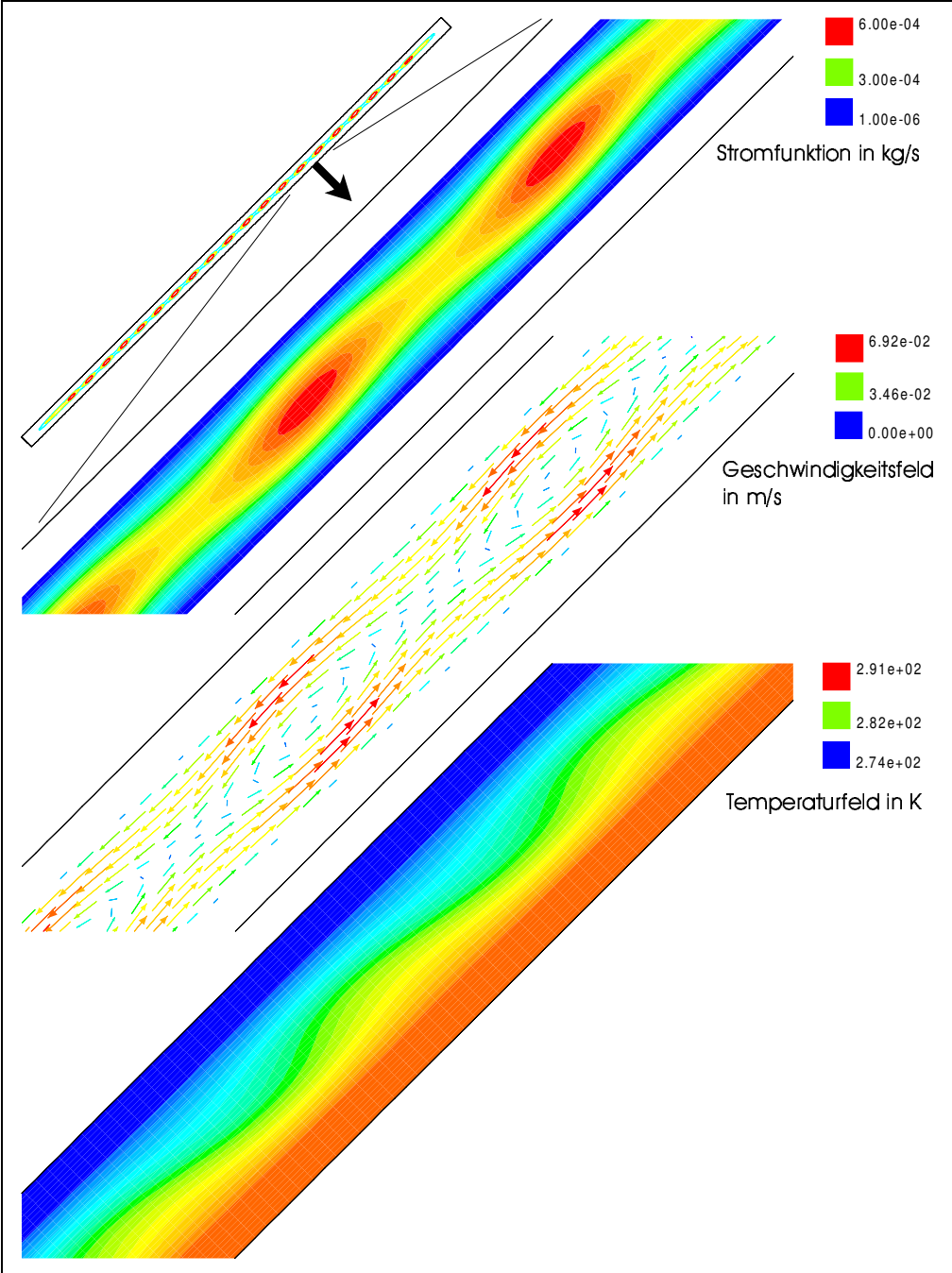


Bild 15 : Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld im geneigten Spalt.

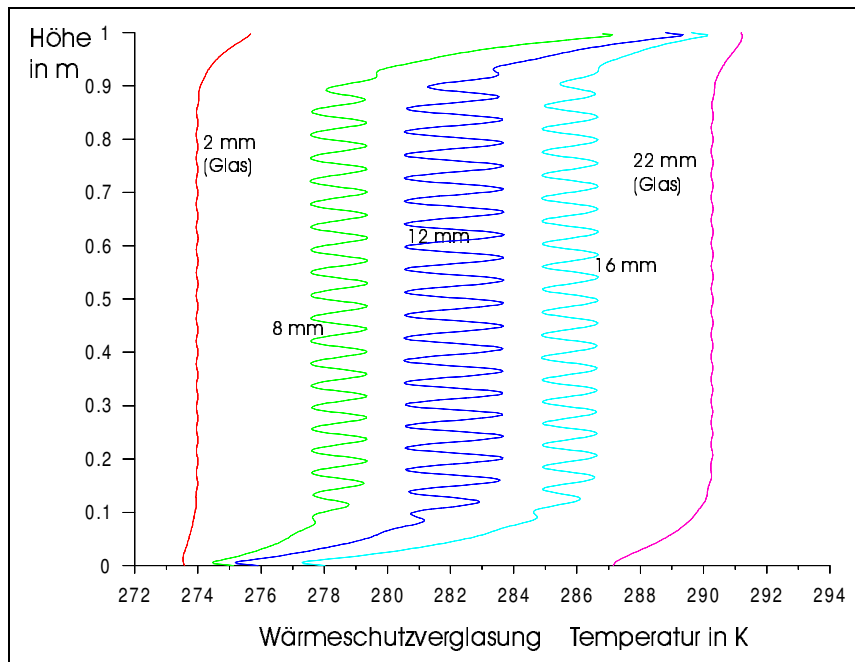


Bild 16 : Temperatur in mehreren, parallelen Ebenen.

In Tabelle 2 sind die k-Werte für verschiedene Einbaulagen angegeben, wobei die IR-verspiegelte Seite der Verglasung stets zum Innenraum hinzeigt.

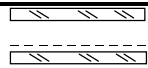


Art der Verglasung	$k_{L,C}$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_R$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_V$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$
 waagerechter Spalt (Kapitel 5.8.1). Argon, 16mm Scheibenabstand.	1.628	0.138	1.766
 45° Geneigter Spalt. Argon, 16mm Scheibenabstand.	0.961	0.162	1.123
 senkrechter Spalt (Kapitel 5.3). Argon, 16mm Scheibenabstand.	0.965	0.162	1.127

Tabelle 2 : k-Werte für eine argongefüllte Wärmeschutzverglasung bei verschiedenen Einbaulagen.

Bemerkenswert ist hierbei, daß der kleinste k-Wert für die um 45° geneigte Anordnung erreicht wird. Das Strömungsfeld ist hier sehr ähnlich dem, welches sich bei senkrechter Einbaulage einstellt. Der k-Wert ist demzufolge bei beiden Fällen fast gleich. Bei der waagerechten Verglasung ist der „Strömungswiderstand“ am kleinsten und demzufolge der k-Wert am größten.

## 5.10. Mehrscheiben-Verglasungen mit Xenon- bzw. Kryptonfüllung

Neben der Zweischeiben-Verglasung lassen Dreischeiben-Verglasungen bessere k-Werte erwarten. Die Industrie stellt Dreischeiben-Verglasungen üblicherweise mit Xenon- oder Kryptonfüllung und je einer IR-Verspiegelung auf den äußeren Scheiben zur Verfügung [35], [40].

### 5.10.1. Dreischeiben-Verglasungen mit Xenonfüllung

Durchgeführt wurden Berechnungen bei vier verschiedenen Anordnungen der IR-Verspiegelung, die in den Fällen a.) bis d.) im folgenden beschrieben werden.

#### Fall a.) : IR-Verspiegelung auf den beiden äußeren Scheiben

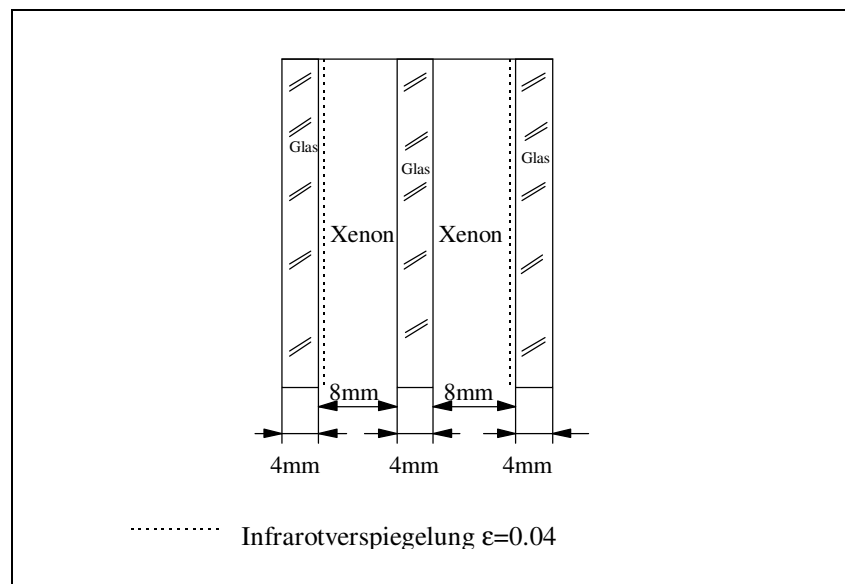


Bild 20 : Fall a.) Dreifach-Verglasung mit Xenon, schematisch.

Bild 20 zeigt schematisch die der Rechnung zugrunde liegende Anordnung. Bild 21 stellt die Felder der Stromfunktion, der Geschwindigkeit und der Temperatur dar. Bild 22 führt die

Temperaturen in fünf senkrechten Ebenen auf, wobei die linke, die mittlere und die rechte Kurve die Temperaturverläufe in den Glasscheiben zeigen.

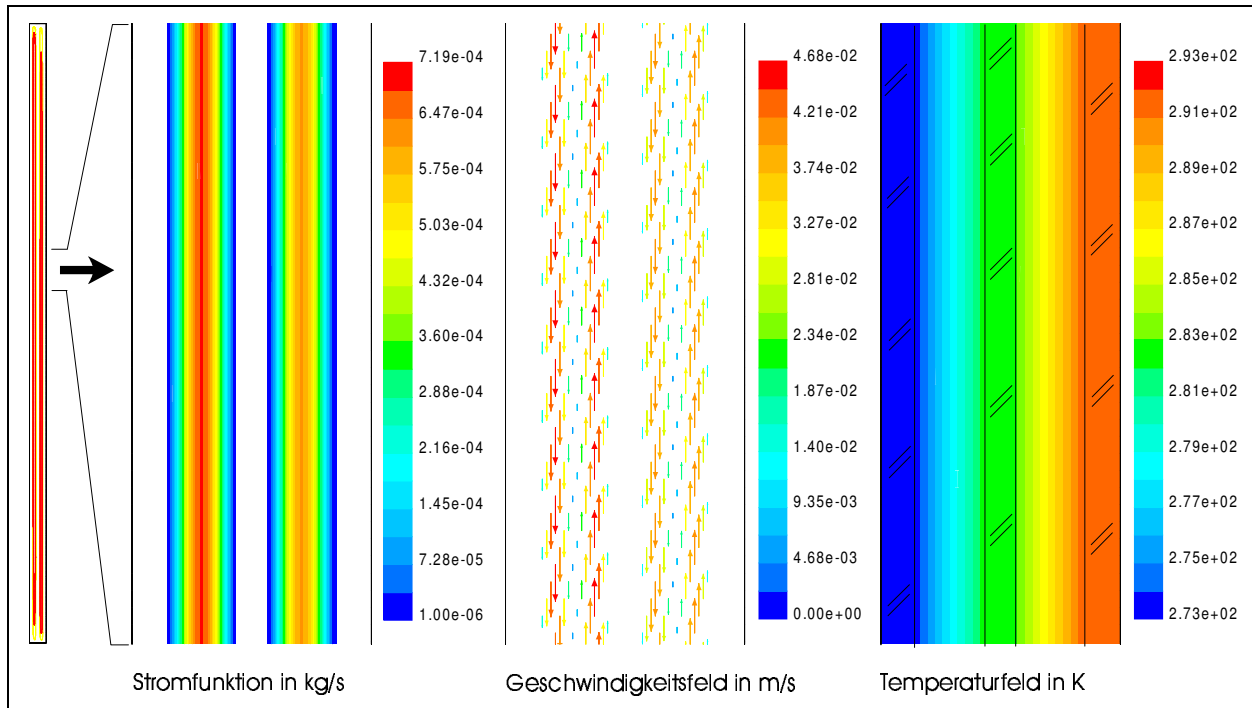


Bild 21 : Dreifach-Verglasung mit Xenonfüllung, 2 IR-Verspiegelungsschichten;  
Stromfunktion, Strömungsfeld, Temperaturfeld.

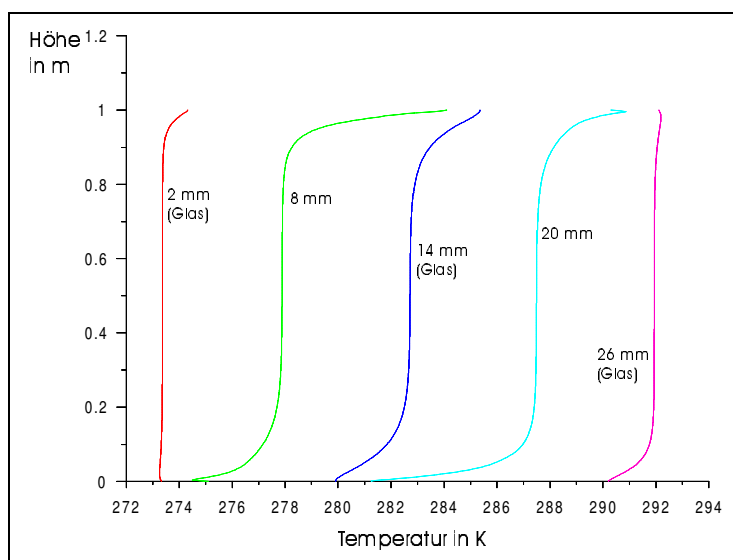


Bild 22 : Temperaturverlauf in mehreren Ebenen.

Im Fall a.) ergibt sich für den k-Wert, der durch Leitung und Konvektion bedingt ist,  $k_{L,C} = 0.336 \text{ W / (m}^2\text{K)}$  und für den durch die Strahlungswechselwirkung bedingten Anteil  $k_R = 0.097 \text{ W / (m}^2\text{K)}$ . Für den  $k_R$ -Wert wird dabei der Wärmestrom auf der füllgasseitigen Grenzfläche der dem Innenraum zugewandten Scheibe herangezogen. Der k-Wert der Verglasung ist damit  $k_V = 0.434 \text{ W / (m}^2\text{K)}$ . Die Firma Interpane gibt für genau diese Konfiguration einen Wert von  $k_V = 0.4 \text{ W / (m}^2\text{K)}$  an. Dieser k-Wert ist vergleichbar mit dem von Außenwänden !

Bemerkenswert ist die geringe Gesamtdicke der Verglasung von nur 28 mm, mit der diese außergewöhnlich geringen k-Werte erreicht werden. Ursache ist dabei der geringe konvektive Anteil des Wärmeverluststromes. Da bei 7 mm Scheibenabstand das Minimum des Wärmeverluststromes für das Füllgas Xenon liegt (Kapitel 5.4), ist diese Konstruktion zusammen mit der doppelten Infrarotverspiegelung die optimale Bauform für Dreifach-Verglasung.

### Fall b.) : IR-Verspiegelung auf der linken, äußeren Scheibe

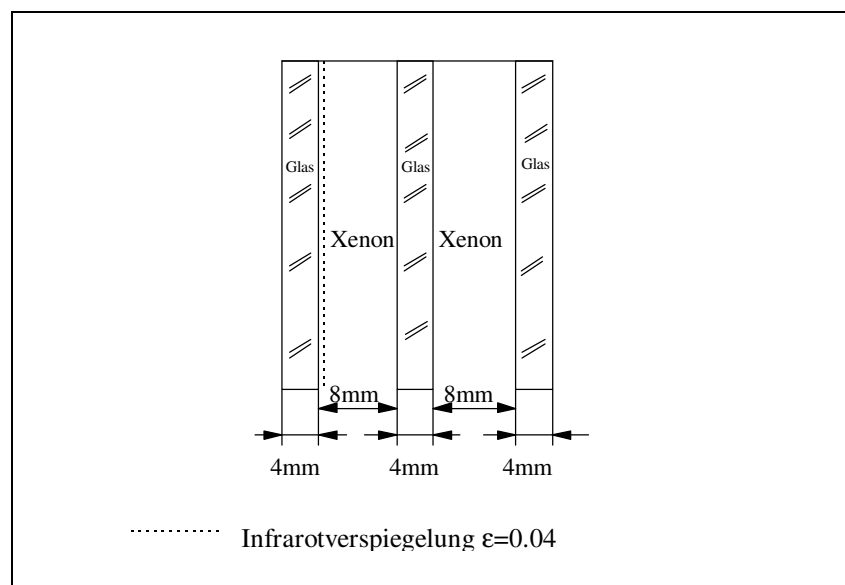


Bild 23 : Fall b.) Dreifach-Verglasung mit Xenon, schematisch.

In Bild 23 ist wieder schematisch die untersuchte Anordnung dargestellt. Bild 24 zeigt die dazugehörige Stromfunktion sowie das Geschwindigkeits- und Temperaturfeld, während Bild 25 die Temperaturen für mehreren Ebenen zeigt. Die Temperaturverläufe in den drei Glasscheiben sind in der Abbildung entsprechend gekennzeichnet.

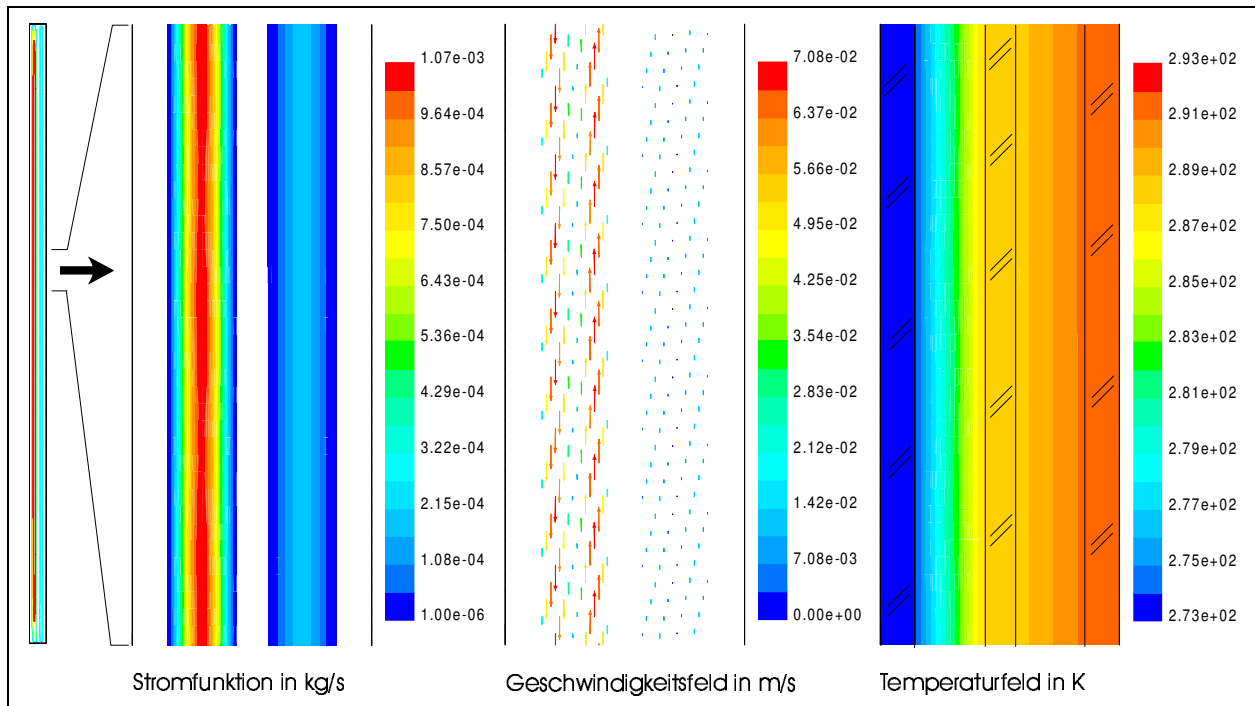


Bild 24 : Dreifach-Verglasung mit Xenonfüllung, eine IR-Verspiegelungsschicht links; Stromfunktion, Strömungsfeld, Temperaturfeld.

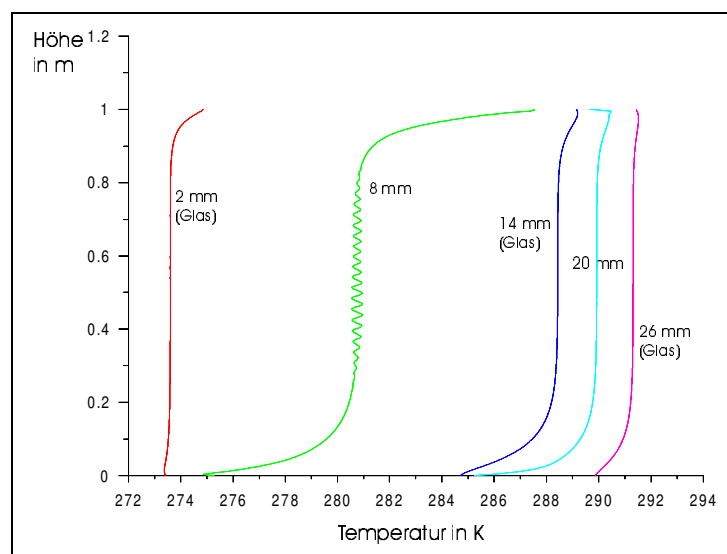


Bild 25 : Temperaturverlauf in mehreren Ebenen.

Für den Fall b.) ergeben sich folgende k-Werte:

$$k_{L,C}=0.109 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Leitung und Konvektion})$$

$$k_R=0.585 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Strahlung})$$

( $k_R$  wird ermittelt aus dem strahlungsbedingtem Wärmestrom auf der füllgasseitigen Grenzfläche der dem Innenraum zugewandten Scheibe.)

$$k_V=0.693 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Gesamt}).$$

### Fall c.) : Beidseitige IR-Verspiegelung auf der inneren Scheibe

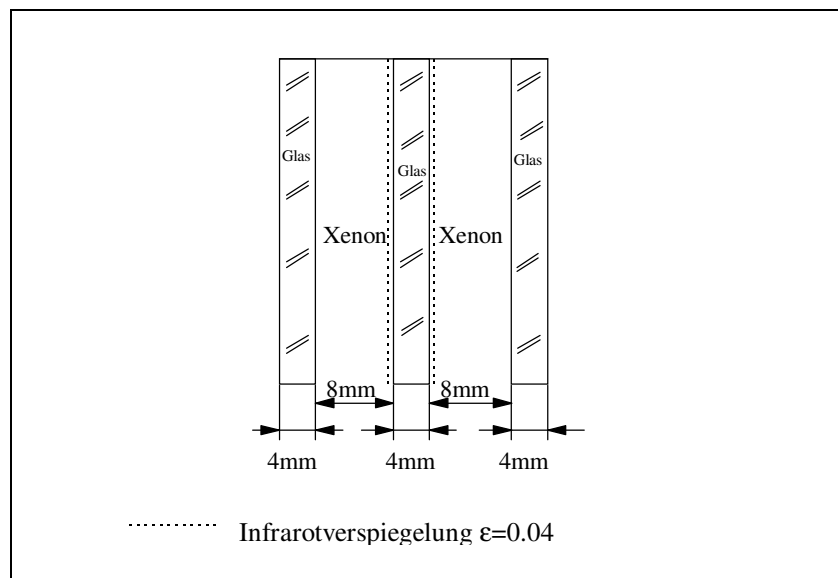


Bild 26 : Fall c.); Dreifach-Verglasung mit Xenon, schematisch.

Fall c.) unterscheidet sich vom Fall a.) darin, daß die Infrarot-Verspiegelungsschichten auf beiden Seiten der mittleren Scheibe angebracht sind (Bild 26). Bild 27 zeigt die Felder der Verglasung und Bild 28 die Temperaturverläufe in fünf Ebenen.

Für den Fall c.) ergeben sich die k-Werte:

$$k_{L,C}=0.336 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Leitung und Konvektion})$$

$$k_R=0.098 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Strahlung})$$

$$k_V=0.434 \text{ W / (m}^2\text{K)} \quad (\text{Gesamt}).$$



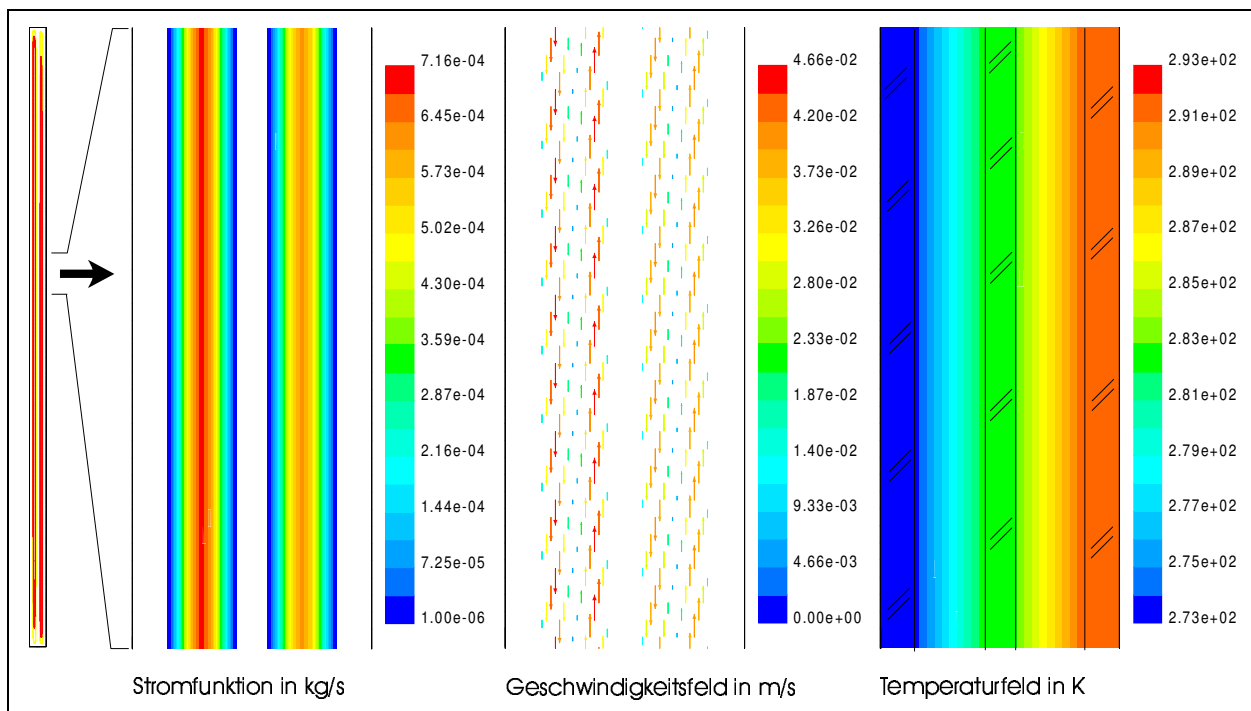


Bild 27 : Dreifach-Verglasung mit Xenonfüllung, zwei IR-Verspiegelungsschichten mittlere Scheibe; Gesamtansicht, Stromfunktion, Strömungsfeld, Temperaturfeld.

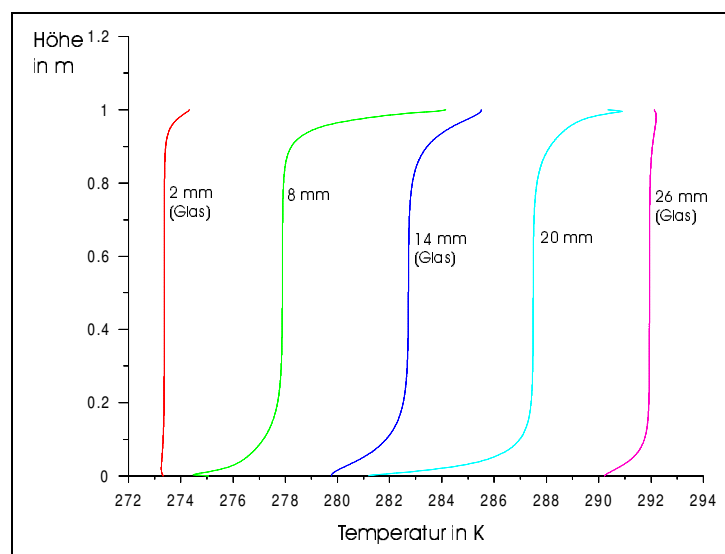


Bild 28 : Temperaturverlauf in mehreren Ebenen.

Der Vergleich der Fälle a.) und c.) zeigt, daß die Position der IR-Verspiegelung keinen Einfluß auf den k-Wert der Verglasung hat. Fall b.) zeigt, daß lediglich die Anzahl der IR-Schichten einen Einfluß auf den Wärmeverluststrom hat.

**Fall d.) : Ohne IR-Verspiegelung**

Bild 29 zeigt schematisch die untersuchte Anordnung für den Fall ohne Infrarotverspiegelung. Hier wirkt die innere Scheibe, neben der konvektiven „Teilung“ des Gaszwischenraumes lediglich als „Strahlungsschirm“ und vermindert damit den Wärmestrom der durch die thermische Strahlungswechselwirkung bedingt ist. Bild 30 und Bild 31 zeigen die Felder und die Temperaturverläufe in der Verglasung.

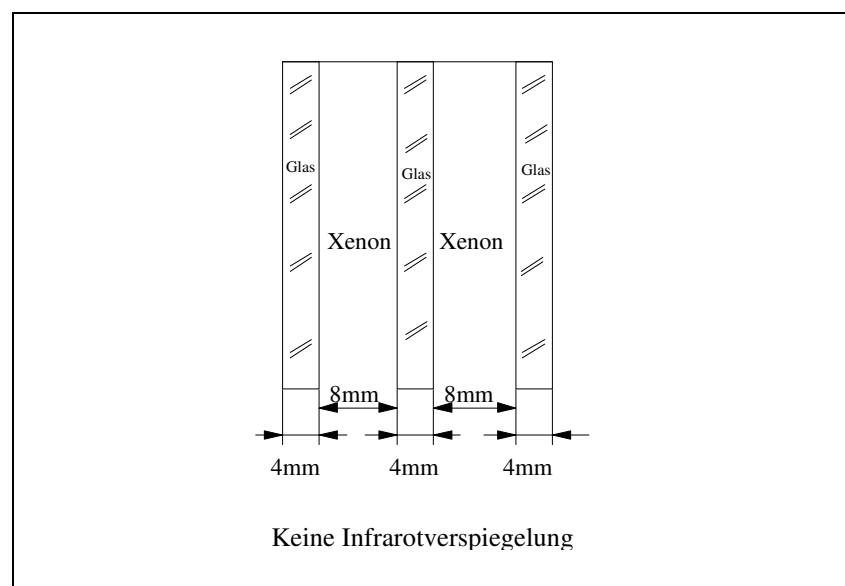


Bild 29 : Fall d.) Dreifach-Verglasung mit Xenon, schematisch.

Tabelle 4 gibt die k-Werte für eine Zweifach- und eine Dreifach-Verglasung an, wobei die Gesamt-Gasraumdicke mit 16 mm stets gleich groß ist.



Art der Verglasung	$k_{L,C}$ -Wert in $\frac{W}{m^2 K}$	$k_R$ -Wert in $\frac{W}{m^2 K}$	$k_V$ -Wert in $\frac{W}{m^2 K}$
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2.8mm Spalt, keine IR-Verspiegelung	0.250	1.315	1.565
 Zweifach-Verglasung Xenon 1.16mm , keine IR-Verspiegelung	0.385	2.052	2.437

Tabelle 4 : Vergleich der k-Werte einer Zweifach- und einer Dreifach-Isolierverglasung mit Xenonfüllung bei gleicher Gesamtgasdicke.

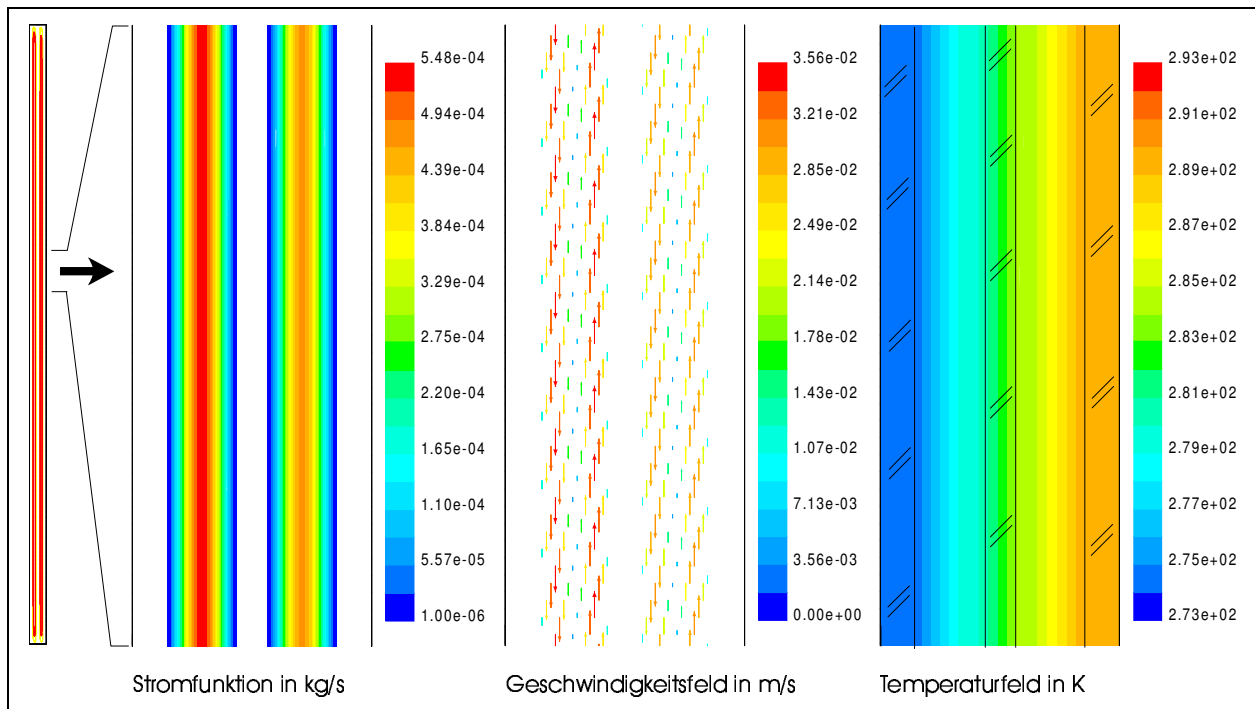


Bild 30 : Dreifach-Verglasung mit Xenonfüllung, ohne IR-Verspiegelungsschichten;  
Stromfunktion, Strömungsfeld, Temperaturfeld.

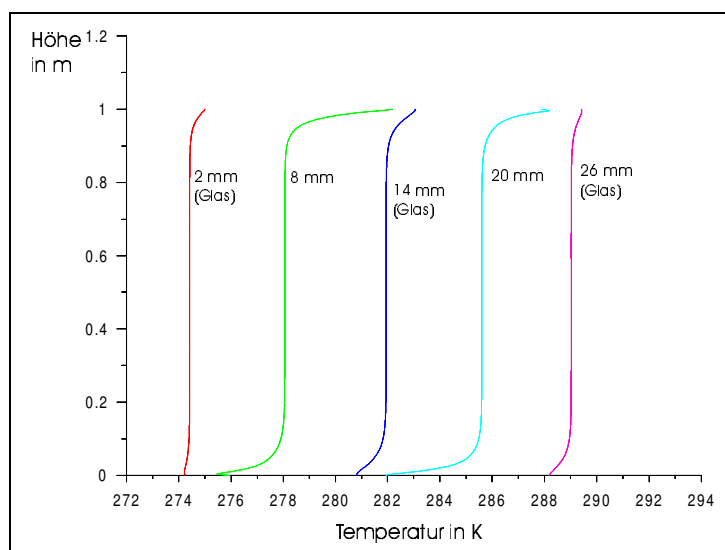


Bild 31 : Temperaturverlauf in mehreren Ebenen.

## 5.9. Verglasung mit Sprossen im Gaszwischenraum

Sprossen beeinflussen in zweierlei Hinsicht das Temperaturfeld im Gaszwischenraum. Je nach Material und konstruktivem Einbau bilden die Sprossen Wärmebrücken. Andererseits wird durch diese die Struktur des Strömungsfeldes beeinflusst. Der „sehr hohe“ Spalt wird in mehrere kleine aufgeteilt. Bild 17 zeigt eine argongefüllte Wärmeschutzverglasung, die sich lediglich durch schmale Aluminiumsprossen, die mechanisch keinen Kontakt zur Verglasung aufweisen, zu der in Kapitel 5.3 untersuchten Verglasung unterscheidet. Dadurch wird im wesentlichen nur der Einfluß der Struktur des Strömungsfeldes auf die Wärmeströme durch die Verglasung berücksichtigt und nicht die Wärmeleitung in den Sprossen (Wärmebrücken).

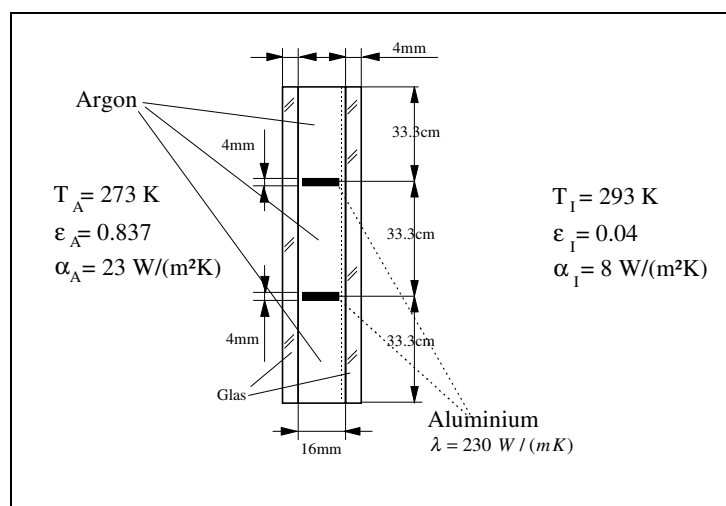


Bild 17: Wärmeschutzverglasung mit zwei Aluminiumsprossen im Gaszwischenraum.

Bild 18 zeigt die Stromfunktion, das Geschwindigkeitsfeld und das Temperaturfeld dieser Verglasung. In Bild 19 sind die Temperaturen in fünf senkrechten, parallel zueinander liegenden Ebenen dargestellt, wobei die linke und die rechte Kurve die Temperaturen der Glasscheiben zeigen. An den Stellen der Sprossen zeigen sich, wie zu erwarten, „Sprünge“ im Temperaturverlauf.

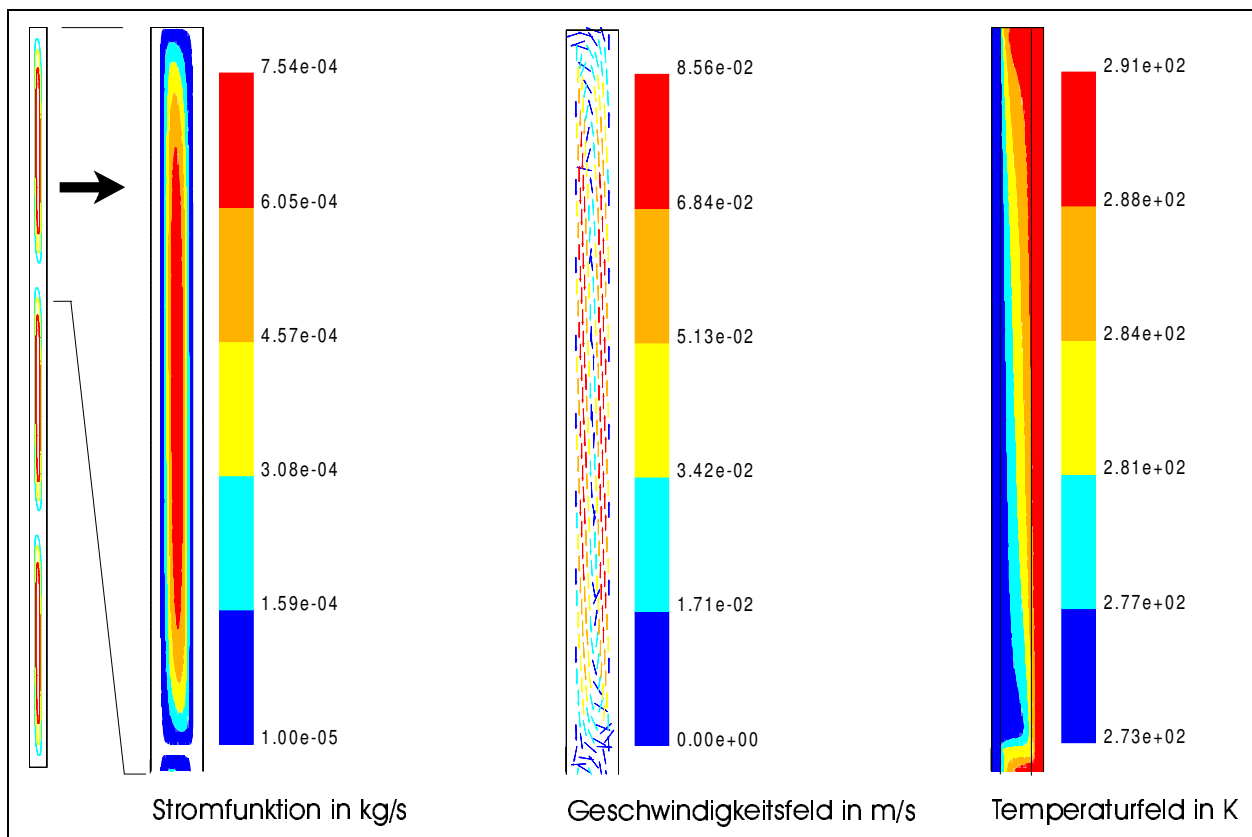


Bild 18 : Wärmeschutzverglasung mit Sprossen im Scheibenzwischenraum; Stromfunktion, Strömungsfeld, Temperaturfeld.

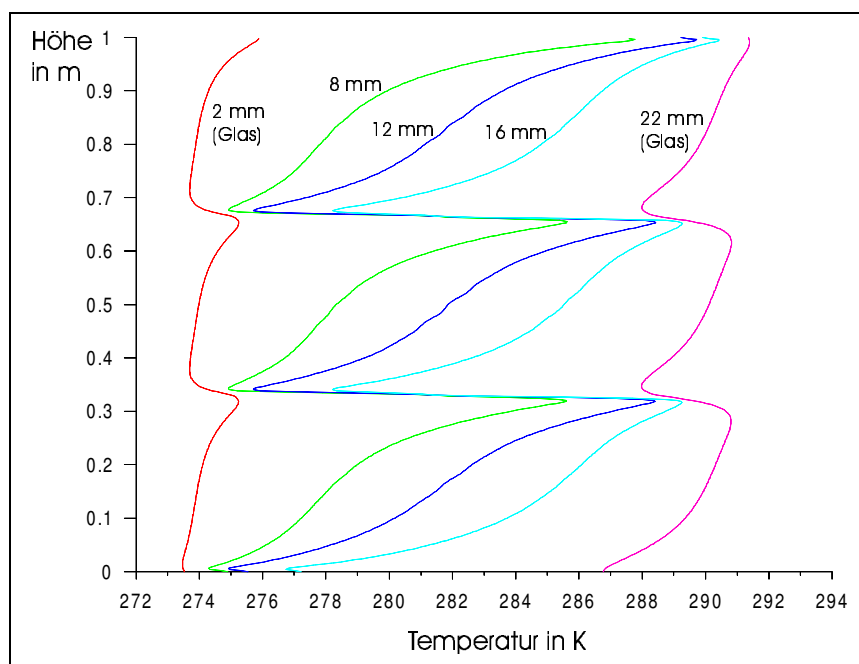


Bild 19 : Temperaturverlauf in fünf senkrechten Ebenen.

Für die k-Werte der Wärmeschutzverglasung mit und ohne Sprossen ergeben sich damit die in Tabelle 3 aufgeführten Werte.



Art der Verglasung	k <sub>L,C</sub> -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	k <sub>R</sub> -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	k <sub>V</sub> -Wert in $\frac{W}{m^2K}$
 Sprossen Argon, 16 mm Scheibenabstand	1.125	0.155	1.280
 Senkrechter Spalt Argon, 16mm Scheibenabstand	0.965	0.162	1.127

Tabelle 3 : Vergleich der k-Werte für eine argongefüllte Wärmeschutzverglasung mit und ohne Sprossen im Gaszwischenraum.

Die Sprossen führen dazu, daß der Wärmestrom durch die Verglasung größer ist als ohne Sprossen. Da die Aluminiumsprossen keinen thermischen Kontakt zu den Glasscheiben haben, führt demzufolge im wesentlichen nur das veränderte Strömungsfeld zur Erhöhung des k<sub>V</sub>-Wertes. (Der Spalt zwischen den Sprossen und den Glasscheiben ist hier sehr klein - strenggenommen liegt hier demzufolge doch eine „Wärmebrücke“ vor.) Da ein thermischer Kontakt der Sprossen nicht immer ausgeschlossen werden kann, wirken diese dann auch noch als „Wärmebrücken“ und vergrößern damit weiter den k<sub>V</sub>-Wert der Verglasung.

### 5.10.2. Dreischeiben-Verglasung mit Kryptonfüllung

Xenon ist in der Herstellung sehr teuer. Aus diesem Grund wird häufig das preisgünstigere Krypton - auch bei Dreischeiben-Verglasung - eingesetzt. Die untersuchte Dreifach-Krypton-Verglasung (Bild 32) entspricht von den geometrischen Abmessungen her der im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Xenon-Verglasung.

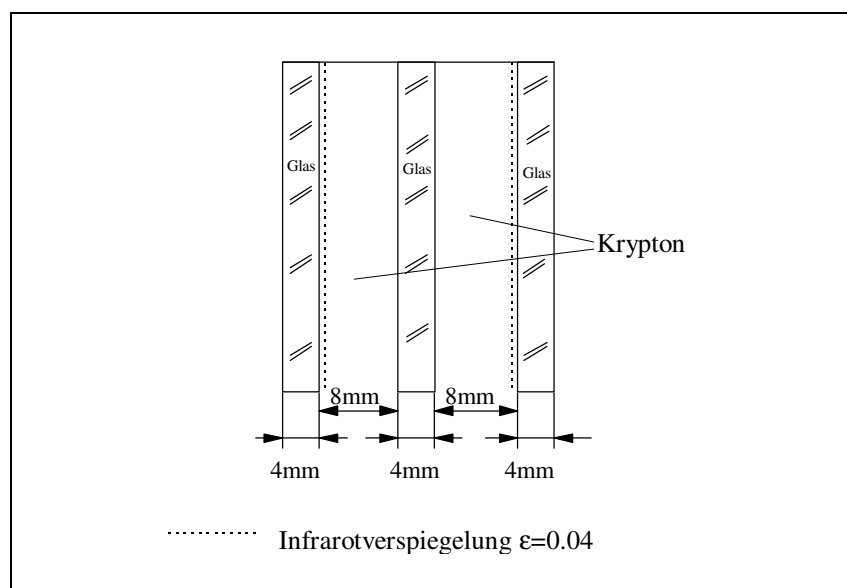


Bild 32 : Schematische Darstellung der Dreischeiben-Verglasung mit Kryptonfüllung.

In Bild 33 sind wieder Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld dargestellt. Bild 34 zeigt die Temperaturen der Glasscheiben und der Gaszwischenräume in parallel zueinander liegenden, senkrechten Ebenen. Tabelle 5 führt die k-Werte für diese Dreifach-Verglasung mit Kryptonfüllung und eine Dreifach-Verglasung mit Xenonfüllung auf. Die Xenon-Verglasung liefert einen um ca. 37% besseren k-Wert als die Krypton-Verglasung. Der Wert für die kryptongefüllte Verglasung ist aber hinsichtlich einer Bauteildicke von nur 28 mm noch ein beachtlich guter Wert.

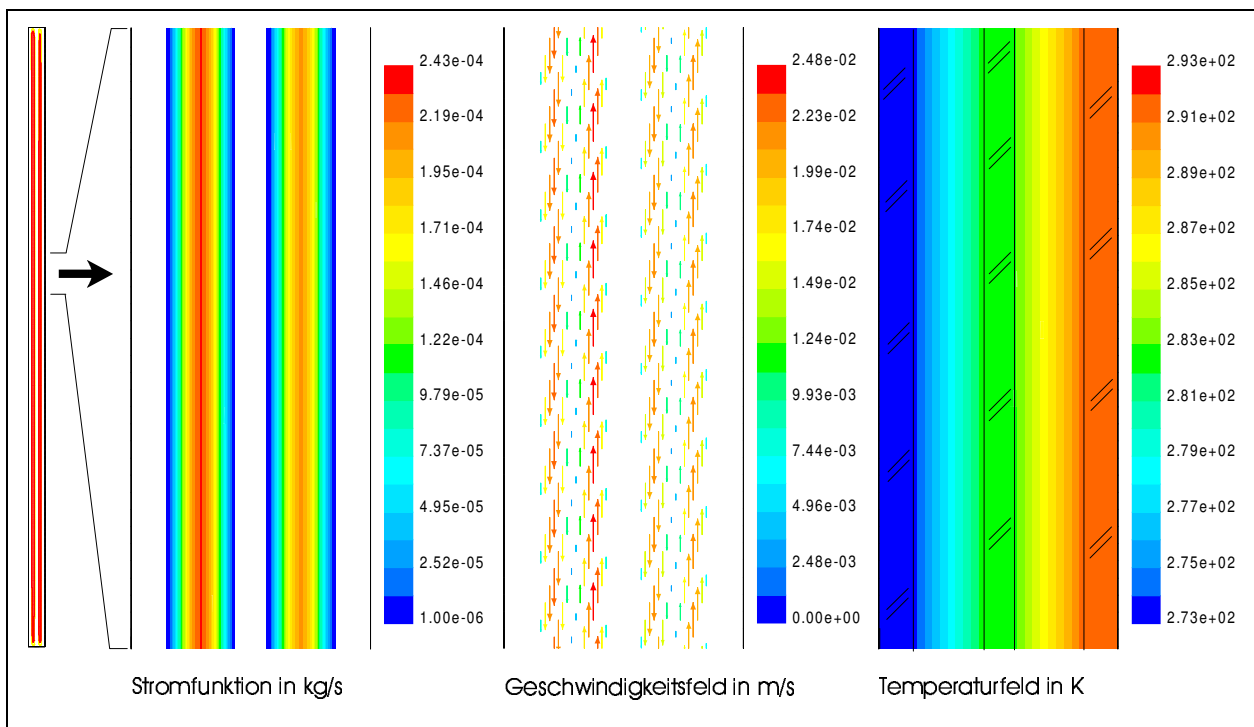


Bild 33 : Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld der Dreischeiben-Verglasung mit Kryptonfüllung.

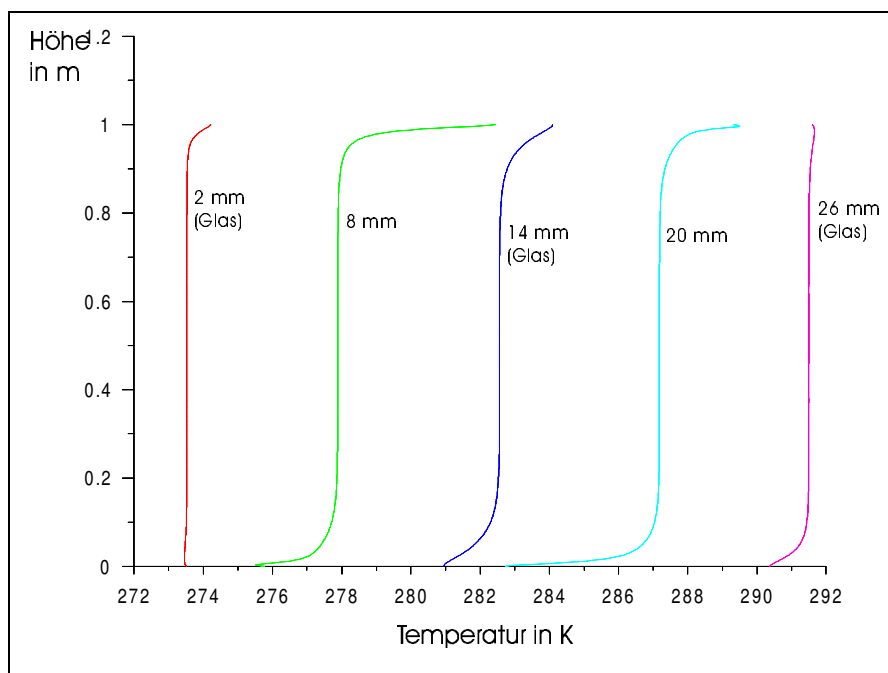


Bild 34 : Temperaturverlauf in fünf senkrecht und parallel zueinander verlaufenden Ebenen.




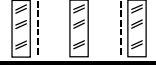
Art der Verglasung	$k_{L,C}$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_R$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_V$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$
 Dreifach-Verglasung, Krypton, 2·8mm Spalt, 2 x IR	0.500	0.094	0.595
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, 2 x IR	0.336	0.097	0.434

Tabelle 5 : Vergleich der k-Werte für Dreifach-Verglasung mit Krypton- und Xenonfüllung.

### 5.10.3. Vierscheiben-Isolierverglasung mit Xenonfüllung

In Kapitel 5.10.1, Fall d.) wurde eine Dreischeiben-Isolierverglasung untersucht. Dabei zeigte sich, daß die mittlere Scheibe als „Strahlungsschirm“ wirkt. Wie sich eine vierte Glasscheibe auf den k-Wert auswirkt, soll im Folgenden aufgezeigt werden.

In Abänderung der in den vorhergehenden Kapiteln verwendeten Geometrie der Dreischeiben-Verglasung wird die mittlere Scheibe „geteilt“ und die 16 mm Gesamtgasdicke in drei gleich große Bereiche aufgeteilt, so wie in Bild 35 dargestellt. Damit ist diese Verglasung mit der in Kapitel 5.10.1, Fall d.) vorgestellten vergleichbar.

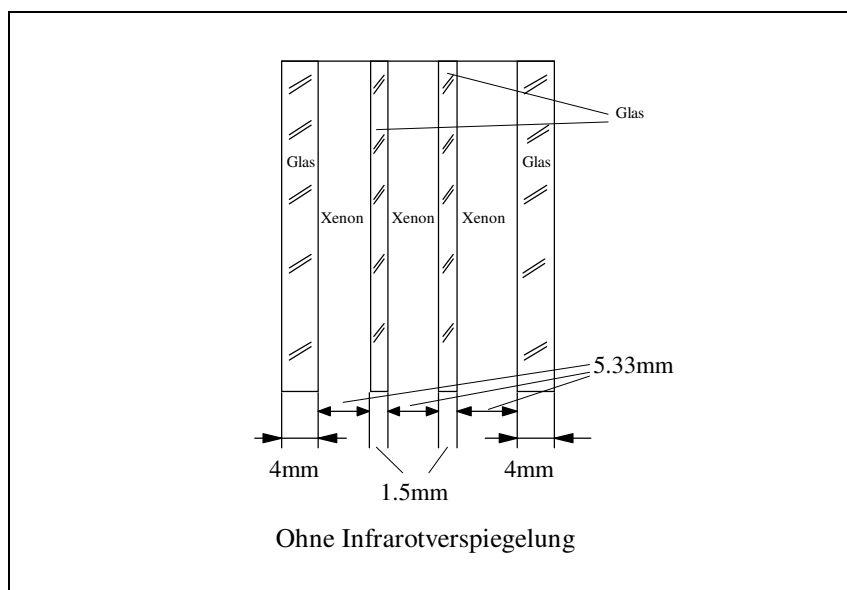


Bild 35 : Vierscheiben-Isolierverglasung mit Xenonfüllung.

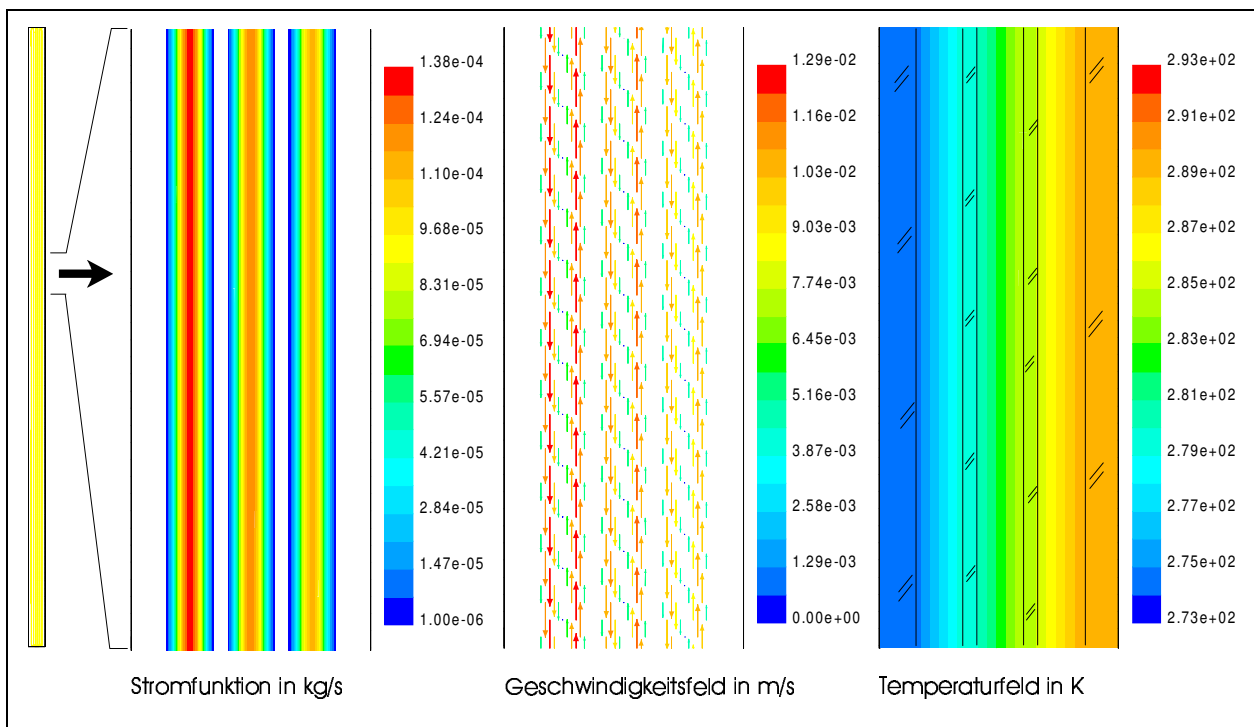


Bild 36 : Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld einer Vierscheiben-Verglasung mit Xenon-Füllung, ohne IR-Verspiegelung.

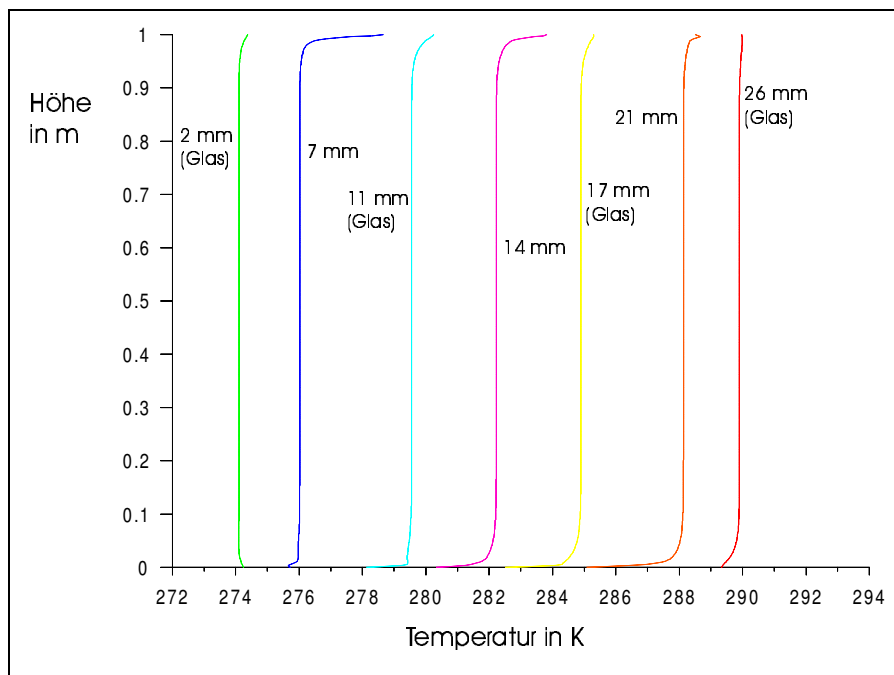


Bild 37 : Temperaturverlauf in mehreren senkrechten, parallel zueinander verlaufenden Ebenen für die Vierscheiben-Verglasung.


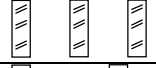

Art der Verglasung	$k_{L,C}$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_R$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_V$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$
 Vierfach-Verglasung, Xenon, 3·5.33mm=16mm Spalt, keine IR	0.252	0.965	1.218
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm=16mm Spalt, keine IR	0.250	1.315	1.565
 Zweifach-Verglasung Xenon 1·16mm=16mm Spalt, keine IR	0.385	2.052	2.437

Tabelle 6 : Vergleich der k-Werte für eine Zweifach-, Dreifach- und Vierfach-Verglasung mit Xenonfüllung, ohne IR-Verspiegelung.

Tabelle 6 zeigt die k-Werte für eine Vier-, Drei- und Zweischeiben-Verglasung. Danach vermindert die vierte Glasscheibe den radiativ bedingten Wärmestrom um ca. 28 % im Vergleich zur Dreischeiben-Verglasung. Die mittleren Scheiben wirken hier als „Strahlungsschirme“. Im Vergleich zur Zweischeiben-Verglasung verbessert sich der  $k_V$ -Wert sogar um 103%.

### 5.11. Vergleichende Betrachtungen der Mehrfach-Verglasungen und der Verglasungen unter verschiedener Einbaulage

In Tabelle 7 sind die  $k_{L,C}$ ,  $k_R$  und  $k_V$ -Werte für die in den vorhergehenden Kapiteln vorgestellten Drei- und Vierscheiben-Verglasungen mit Krypton- und Xenonfüllung, die Zweifach-Verglasung unter verschiedenen Einbaulagen sowie die Verglasung mit Sprossen im Gaszwischenraum zusammengefaßt.


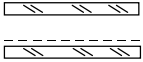




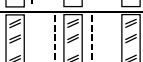
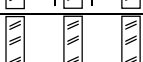

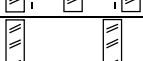

Art der Verglasung	$k_{L,C}$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_R$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$	$k_V$ -Wert in $\frac{W}{m^2K}$
 Senkrechter Spalt Argon, 16mm Scheibenabstand	0.965	0.162	1.127
 Waagerechter Spalt Argon, 16mm Scheibenabstand	1.628	0.138	1.766
 45° Geneigter Spalt Argon, 16mm Scheibenabstand	0.961	0.162	1.123
 Sprossen Argon, 16 mm Scheibenabstand	1.125	0.155	1.280
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, 2 x IR, Fall a.)	0.336	0.097	0.434
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, 1 x IR links, Fall b.)	0.109	0.585	0.693
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, 2 x IR innen, Fall c.)	0.336	0.098	0.434
 Dreifach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, keine IR, Fall d.)	0.250	1.315	1.565
 Dreifach-Verglasung, Krypton, 2·8mm Spalt, 2 x IR	0.500	0.094	0.595
 Zweifach-Verglasung Xenon, 1·16mm Spalt, keine IR	0.385	2.052	2.437
 Vierfach-Verglasung, Xenon, 2·8mm Spalt, keine IR	0.252	0.965	1.218

Tabelle 7 : Vergleich der  $k_V$ -Werte für Zwei-, Drei- und Vierfach-Verglasungen, Verglasungen mit schräger und waagerechter Einbaulage und Sprossen im Gaszwischenraum (zur Bestimmung der k-Werte wurde der Wärmestrom durch die füllgasseitige Grenzfläche der raumseitigen Scheibe herangezogen).

## 5.12. Variable Temperaturgradienten über dem Scheibenzwischenraum

Strukturbildungsprozesse spielen in der Natur eine außergewöhnliche Rolle. Man denke nur an meteorologische Prozesse, die nur über einen Zeitraum von einigen Tagen vorhergesagt werden können. Ein typisches Beispiel ist der Benard-Effekt (Bild 38), der die Konvektionszellenbildung in einem von unten beheizten Tiegel beschreibt, wobei der Temperaturgradient über der Tiegelhöhe eine wesentliche Rolle spielt [38], [39].

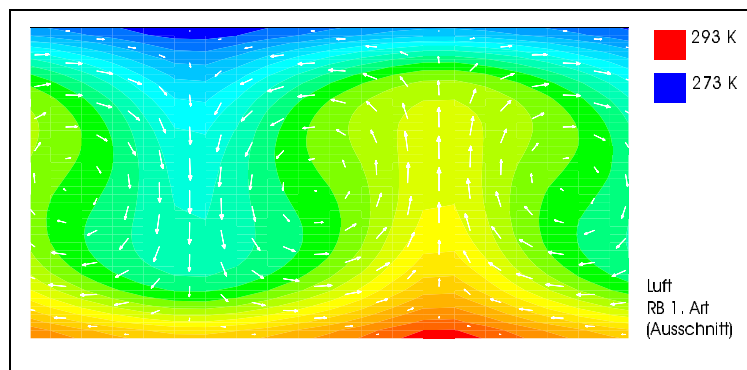


Bild 38 : Konvektionszellen bei der Benard-Strömung bei einem 1m breiten 20 mm hohen Spalt der mit Luft gefüllt ist, bei Randbedingungen 1. Art, berechnet mit FLUENT.

Aus diesem Grund soll hier untersucht werden, ob verschiedene Temperaturgradienten über dem Scheibenzwischenraum zur Herausbildung qualitativ unterschiedlicher Strömungsbilder führen.

Diese Simulationen werden hier für das Füllgas Krypton, für einen Scheibenabstand von 16 mm und einer Scheibenhöhe von 1 m vorgestellt (Bild 39). Als Randbedingungen für den Scheibenzwischenraum wurden die Temperaturen auf den Rändern fest vorgegeben (Randbedingungen 1. Art), um einen definierten Temperaturgradienten festzulegen. Die Strahlungswechselwirkung wurde bei diesen Rechnungen nicht berücksichtigt. Ihre Berücksichtigung hätte auf die Ergebnisse bei den gewählten Randbedingungen 1. Art auch keinen Einfluß.

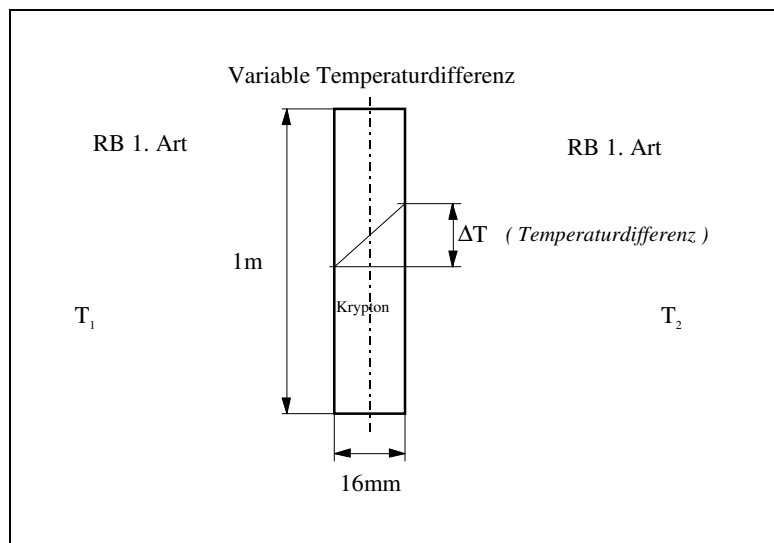


Bild 39 : Schematische Darstellung des kryptongefüllten Gasspaltes  
(Randbedingungen 1. Art).

Die Bilder 40 und 41 zeigen das Temperaturfeld und die Stromfunktion jeweils für verschiedene Temperaturdifferenzen (1K, 4K, 5K, 6K, 10K, 20K, 30K) und damit verschiedenen Temperaturgradienten über dem Gasspalt. Es ist jeweils immer der gleiche Ausschnitt dargestellt.

Bei diesen Abbildungen zeigt sich deutlich, daß sich mit steigendem Temperaturgradienten qualitativ verschiedene Strömungsstrukturen herausbilden. Ein verändertes Strömungsbild führt dann auch zu einem veränderten Wärmestrom durch den Gasspalt.

Der  $h_{\Delta T}$ -Wert in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz wird in Bild 42 gezeigt, wobei dieser  $h_{\Delta T}$ -Wert nicht mit dem in den vorhergehenden Kapiteln verwendeten  $k_V$ -Wert vergleichbar ist. Bei der Bestimmung dieses  $h_{\Delta T}$ -wertes wurden Randbedingungen 1. Art (Temperaturen auf dem Rand vorgegeben) verwendet und damit die Wärmeübergangskoeffizienten innen und außen nicht berücksichtigt.

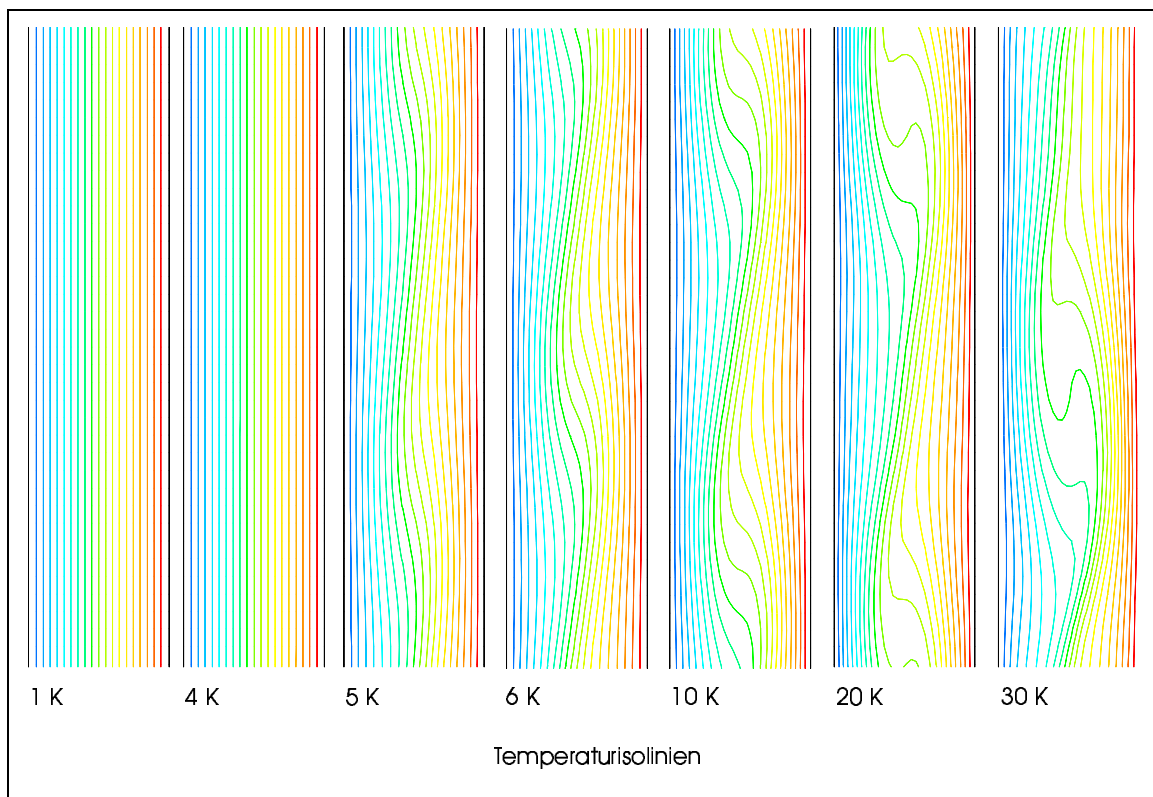


Bild 40 : Temperaturfeld des Gasspaltes (Ausschnitt) für verschiedene Temperaturgradienten.

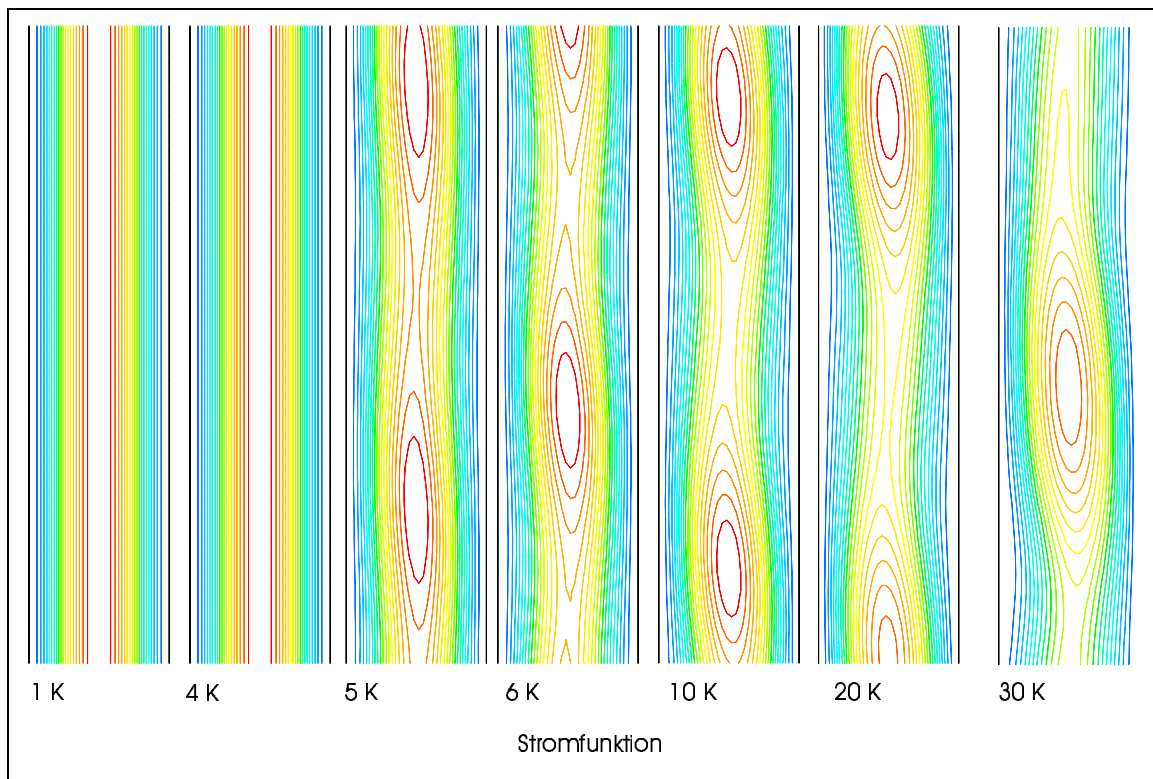


Bild 41 : Stromfunktion des Gasspaltes (Ausschnitt) für verschiedene Temperaturgradienten.

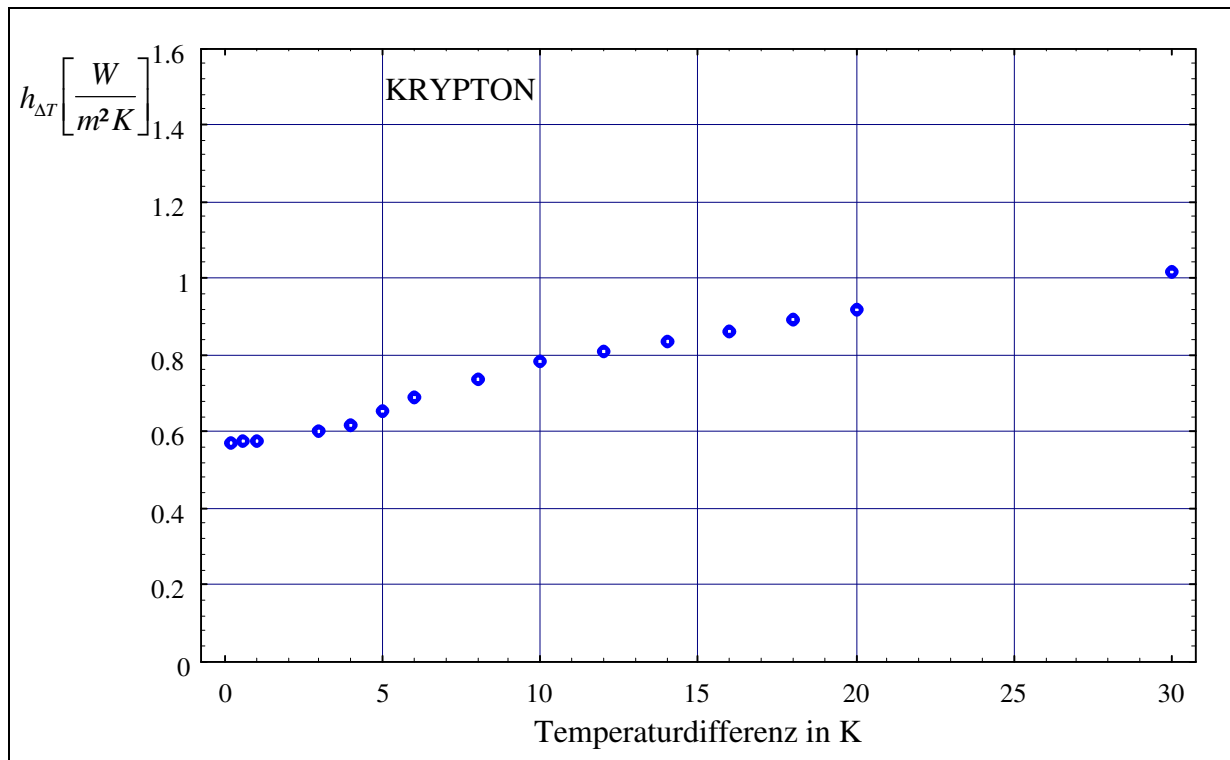


Bild 42 :  $h_{\Delta T}$ -Wert in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz (Temperaturgradienten) über dem Gasspalt.

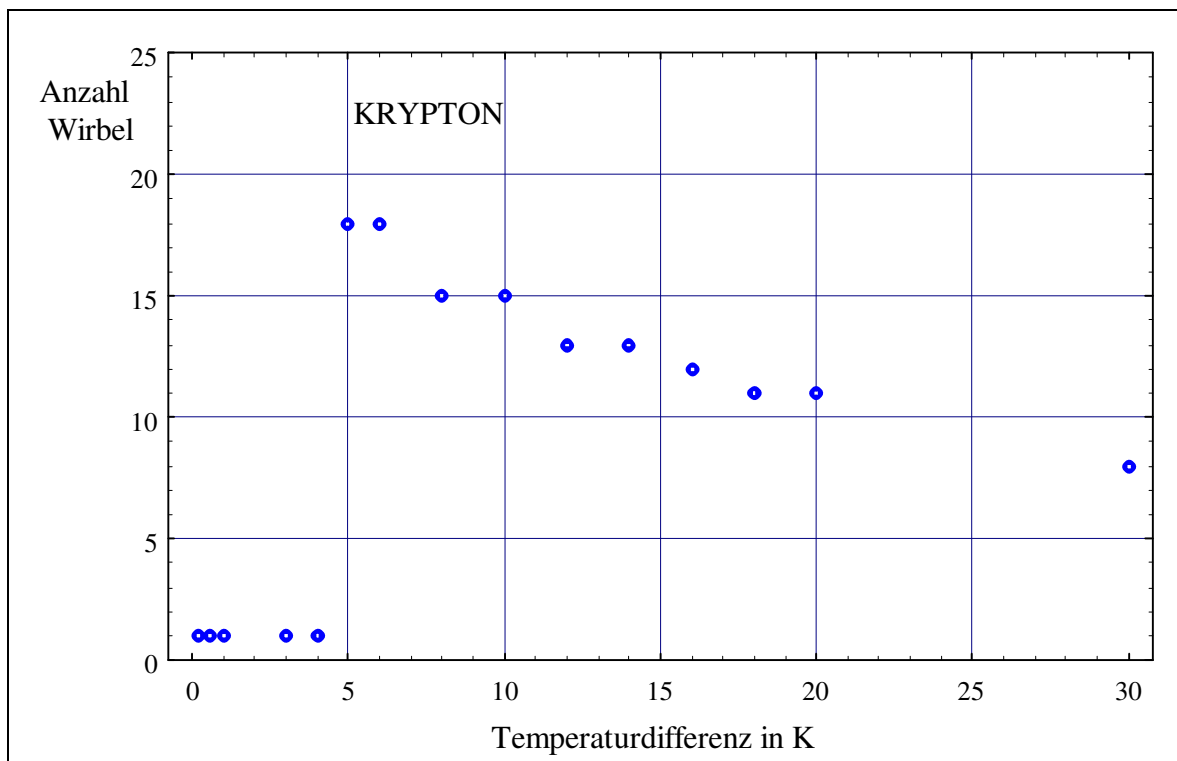


Bild 43 : Anzahl der Wirbel in Abhängigkeit von der Temperaturdifferenz.



Verschiedene Temperaturgradienten führen zu verschiedenen  $h_{\Delta T}$ -Werten. Das liegt an den qualitativ unterschiedlichen Strömungsformen, die sich bei verschiedenen Temperaturgradienten herausbilden.  $k$ -Werte für Verglasungen lassen sich deshalb streng genommen nur für bestimmte Temperaturdifferenzen angeben. Sind die Temperaturgradienten in verschiedenen Meßanordnungen verschieden, lassen sich demzufolge  $k$ -Werte nicht miteinander vergleichen.

Bild 43 zeigt die Anzahl der Wirbel in Abhängigkeit vom Temperaturgradienten über die Höhe des Gasspaltes. Hier zeigt sich ebenfalls, daß verschiedene Temperaturgradienten zu unterschiedlichen Strömungsbildern führen. Ab einer Temperaturdifferenz von ca. 5 K bilden sich sehr viele kleine Wirbel in der Symmetrieebene des Gasspaltes aus, welche sich der großen Strömungswalze, die über die gesamte Spalthöhe geht, überlagern. Mit steigendem Gradienten werden diese Wirbel höher und breiter und führen zu einem erhöhten Wärmestrom je Kelvin Temperaturdifferenz ( $k$ -Wert) durch den Gasspalt.

## 6. Einfluß unterschiedlicher Randbedingungen auf dem oberen und unteren Rand der Verglasung

Unterschiedliche Randbedingungen haben verschiedene Strömungs- und Temperaturfelder im Gasspalt zur Folge. Die Ränder links und rechts determinieren diese Felder. Die Begrenzungsflächen oben und unten sind dagegen sehr klein und haben nur wenig Einfluß auf den Gesamt-Wärmestrom durch die Verglasung. Um diesen Einfluß quantifizieren zu können, werden hier vier Fälle vorgestellt, die sich jeweils nur durch andere Randbedingungen für den oberen und unteren Rand des Gasspalt es unterscheiden. Bild 1 zeigt die zugrunde liegende argongefüllte Wärmeschutzverglasung mit 16 mm Scheibenabstand und einer Glasdicke von je 4 mm.

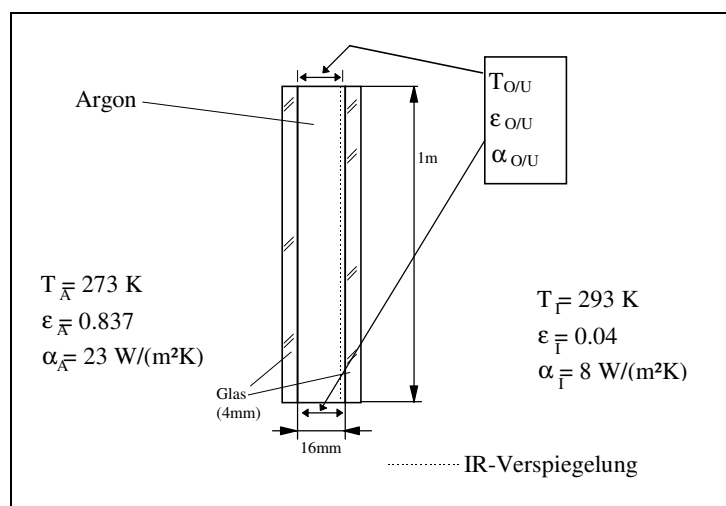


Bild 1 : Schematische Darstellung der untersuchten Wärmeschutzverglasung.

Fall A ist die bereits in Kapitel 5.3 vorgestellte Wärmeschutzverglasung. In den Fällen B bis D werden für die obere und untere Begrenzungsfläche des Gaszwischenraumes Randbedingungen 1. Art mit jeweils 273 K (Fall B), 283 K (Fall C) und 293 K (Fall D) und einem Emissionskoeffizienten von  $\varepsilon = 0.99$  angesetzt. Diese Randbedingungen entsprechen den extrem möglichen Werten.

Im Fall B erhöht sich der  $k_V$ -Wert durch den erhöhten Strahlungsstrom von der innen liegenden warmen Scheibe zum kalten oberen bzw. unteren Rand und durch Wärmeleitung

von diesen Rändern in den Gasraum. Fall D beschreibt den gegensätzlichen Fall, da hier die Ränder oben und unten Raumtemperatur haben. Demzufolge ist hier der  $k_V$ -Wert am kleinsten. Beide Fälle unterscheiden sich um ca. 7 % voneinander.

Der hier verwendete  $k_V$ -Wert bezieht sich ausschließlich auf die Verglasung. Bei Betrachtung eines Gesamtsystems Verglasung und Fensterrahmen würde der  $k$ -Wert auch im Fall D sicherlich höher ausfallen (Wärmebrücken).

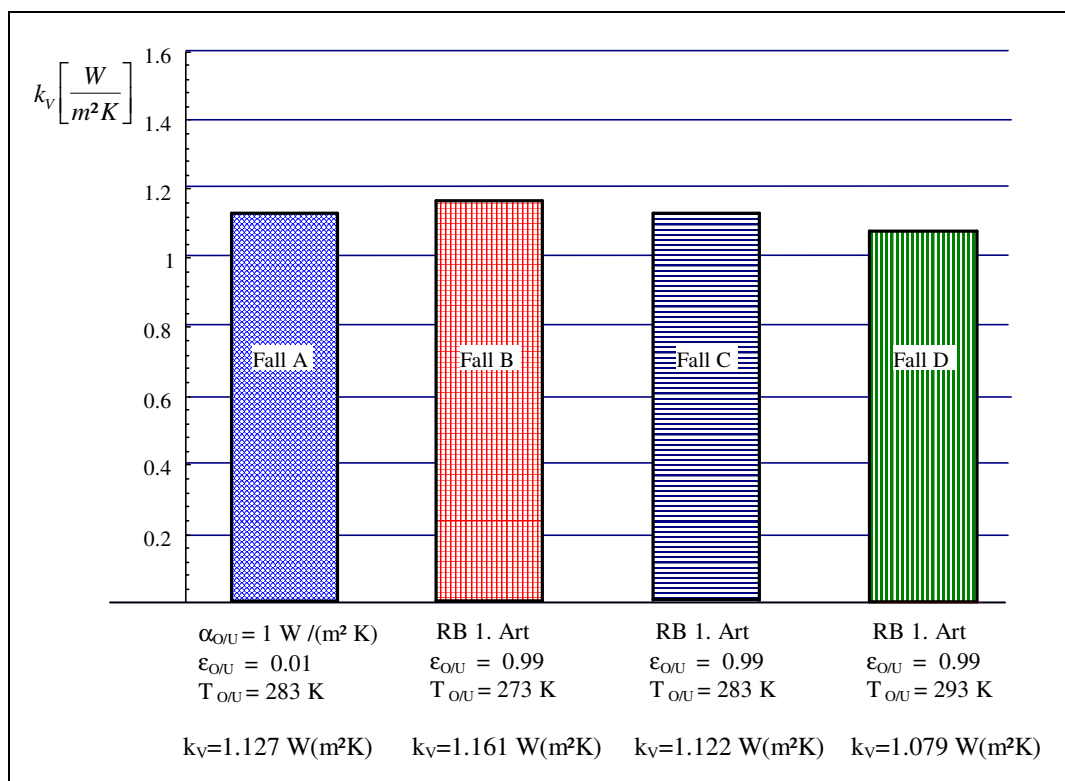


Bild 2 :  $k_V$ -Werte für verschiedene Randbedingungen für den oberen und unteren Rand des Gaszwischenraumes.

Bei der Konstruktion des Randverbundes von Verglasungen sollten nach Möglichkeit Materialien mit möglichst kleiner Wärmeleitfähigkeit und kleinen Emissionskoeffizienten vorgesehen werden. Das häufig eingesetzte Aluminium stellt eine Wärmebrücke dar, insbesondere wenn man berücksichtigt, daß die Glasscheiben und das Aluminium, im Unterschied zu den hier untersuchten Fällen, in direktem thermischen Kontakt stehen.

## 7. Zur Simulation mit und ohne Glasscheiben

Die Berechnung von Temperaturfeldern in der raumseitigen Scheibe, im Gasraum und in der atmosphärenseitigen Scheibe, wo sehr unterschiedliche Materialwerte vorliegen, erhöhen die Rechenzeiten erheblich. Aus diesem Grund erfolgte die Ermittlung der Abhängigkeit der  $k$ -Werte vom Scheibenabstand zum überwiegenden Teil ohne Simulation der Wärmeleitung in den Glasscheiben, so wie in Kapitel 5.2 beschrieben. Um den Unterschied der Ergebnisse zu erfassen, soll im Folgenden eine argongefüllte Wärmeschutzverglasung vorgestellt werden, einmal unter Berücksichtigung der Wärmeleitung in den Glasscheiben (Fall A) und einmal ohne (Fall B).

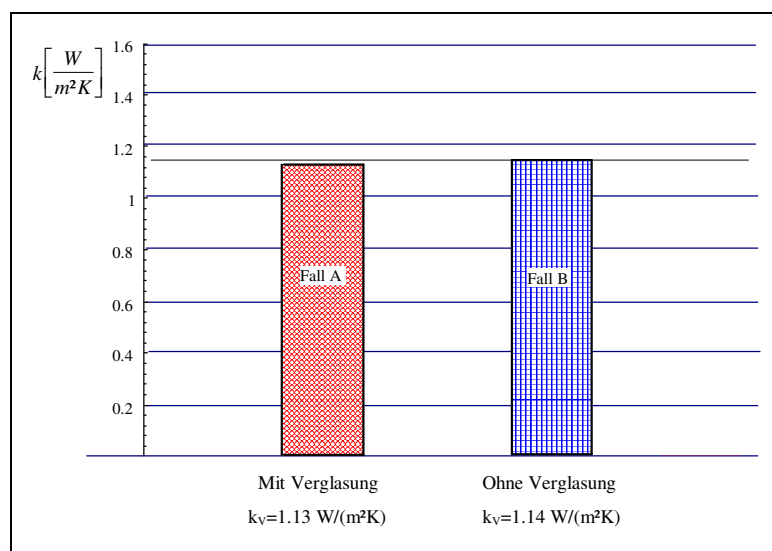


Bild 1 : Argongefüllte Wärmeschutzverglasung;  
Vergleich der Rechnungen mit und ohne den Glasscheiben.

Die  $k_v$ -Werte aus Bild 1 zeigen, daß diese bis auf eine Abweichung von ca. 1% übereinstimmen.

Analoge Vergleiche wurden auch für alle anderen Füllgase und Verglasungsarten durchgeführt und zeigen vergleichbare Ergebnisse.

## 8. Zusammenfassung

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit wurden aufbauend auf den thermischen und hydrodynamischen Grundgleichungen erste Ergebnisse durch analytische Betrachtungen gewonnen. Dabei wurde von den sogenannten Beam-Funktionen Gebrauch gemacht. Es konnte hierbei eine große, über die gesamte Spalthöhe gehende Strömungswalze im Gaszwischenraum beschrieben werden. Weitere Glieder bei den Ansatzfunktionen, und damit weitere Beam-Funktionen, wurden nicht berücksichtigt, da der mathematische Aufwand zur Lösung des zugrunde liegenden Gleichungssystems erheblich ist. Trotz der mathematisch relativ einfachen Ansatzfunktionen stimmen die analytischen mit den numerischen Ergebnissen gut überein.

Unter Verwendung geeigneter numerischer Finite-Volumen-Programme (FLUENT) ist es heute möglich, die im Teil 2 dieser Arbeit beschriebenen, verkoppelten Strömungs- und Temperaturfelder unter Beachtung aller wesentlichen Randbedingungen, die für den Energietransport bei Verglasungen verantwortlich sind, sehr genau und umfassend zu simulieren. Insbesondere kann die Strahlungswechselwirkung im infraroten Spektralbereich („Wärmestrahlung“) sehr gut berücksichtigt werden.

Mit Hilfe von FLUENT wurden alle bei Zweifach-Verglasungen relevanten Füllgase (Luft, Argon, Krypton, Xenon) und Scheibenabstände (6 mm bis 20 mm) jeweils mit und ohne Infrarot-Verspiegelung (Wärmeschutzverglasung, Isolierverglasung) hinsichtlich der Wärmeverlustströme untersucht. Die optimalen Scheibenabstände, bei denen die  $k_V$ -Werte minimal werden, wurden bestimmt.

Die sich im Gaszwischenraum einstellenden Strömungsfelder sind neben den Materialeigenschaften und der Geometrie abhängig vom Temperaturgradienten über dem Gaszwischenraum, d.h. von den Temperaturen der angrenzenden Klimate Raum und Atmosphäre sowie der Einbaulage der Verglasung.

Bei Veränderung des Temperaturgradienten sind Strukturbildungsprozesse und damit letztlich dissipative Strukturen beobachtbar. Bei kleinem Gradienten (unter ca. 4 K Temperaturdifferenz über der Spaltbreite, je nach Füllgas) bildet sich lediglich eine große Strömungswalze über die gesamte Spalthöhe heraus. Wird der Gradient größer, wird diese Grundströmung durch viele kleine Konvektionszellen, die sich über die Höhe des Spaltes in der Symmetrieebene  $x = 0$  bilden, überlagert. Mit wachsendem Gradienten verändern sich die Strömungsbilder weiter, bis sich bei genügend hohem Gradienten schließlich dissipative Strukturen herausbilden. Verschiedene Strömungsfelder führen zu unterschiedlichen Wärmeströmen durch die Verglasung.  $k_V$ -Werte einer Verglasung lassen sich deshalb strenggenommen nur für eine bestimmte Temperaturdifferenz angeben.

Bei Veränderung der Einbaulage der Verglasung bilden sich wiederum qualitativ andere Strömungsfelder heraus. Auch hier ist der  $k_V$ -Wert entsprechend verschieden.

Durch geeignete konstruktive Maßnahmen, die Einhaltung bestimmter Scheibenabstände in Verbindung mit der Wahl des Füllgases sowie der Infrarot-Verspiegelung mindestens einer Scheibe, ist es möglich, die konvektiven und radiativen Energietransportprozesse weitestgehend zu unterbinden und damit die Wärmeverlustströme durch Verglasungen zu minimieren. Der einzige Transportmechanismus, der dann noch zum Energietransport bei Verglasungen beiträgt, ist damit die Wärmeleitung des Füllgases.

Sollen  $k_V$ -Werte erreicht werden, wie sie auch bei Außenwänden üblich sind, können Dreischeiben-Verglasungen mit Xenon- oder Krypton-Füllung verwendet werden, wobei im Rahmen dieser Arbeit primär die Zahl und Anordnung der Infrarot-Verspiegelungsschichten bei verschiedenen Füllgasen untersucht wurde.

Mit dem Füllgas Xenon, einer Dreischeiben-Verglasung und zwei Infrarot-Verspiegelungsschichten lassen sich bei Dicken der Glasscheiben+Gaszwischenraum von unter 28 mm  $k_V$ -Werte von 0.4 W/(m<sup>2</sup> K) erreichen. Eine weitere Verringerung des  $k_V$ -Wertes ist dann nur durch Verringerung des Gasdruckes im Scheibenzwischenraum möglich, was aber aus

mechanischen Gründen kaum möglich sein dürfte. Füllgase mit Stoffeigenschaften (Wärmeleitfähigkeit, dynamische Zähigkeit), die bessere thermischen Eigenschaften des Füllgases aufweisen, als die hier untersuchten, stehen nicht zur Verfügung.

Die heute zur Verfügung stehenden Wärmeschutzverglasungen mit sehr guten wärmetechnischen Eigenschaften stellen sicher, daß auch bei sehr niedrigen Außentemperaturen kaum Unterschreitungen der Taupunkttemperatur an der Innenseite der Verglasung auftreten. Die Fensterrahmen und der Wandanschlag stellen heute häufig den wärmetechnischen Schwachpunkt bei Gebäuden dar.

Bei diesen Untersuchungen zeigte sich, daß in den letzten 10 Jahren enorme Fortschritte bei der Konstruktion von Verglasungen gemacht wurden. Die in dieser Arbeit aufgezeigten Ergebnisse können dazu beitragen, das thermische Verhalten von Fenstern weiter zu verbessern. Die numerische Simulation von thermisch getriebenen Konvektionsströmungen zur Ermittlung der  $k_v$ -Werte eröffnet die Möglichkeit auf aufwendige und teure Messungen zu verzichten.

Die hier vorgestellten und verwendeten Verfahren können die Grundlage für weitergehende Untersuchungen darstellen, insbesondere auch was die Optimierung von Verglasungen in Verbindung mit den Fensterrahmen und dem Wandanschlag angeht.

## 9. Literaturverzeichnis

- [1] DIN/EN 673 (Entwurf 1992): Wärmedämmung von Verglasung. Berechnungsregeln zur Bestimmung des stationären U-Wertes (Wärmedurchgangskoeffizient) von Verglasungen
- [2] Elder, J. W.: Laminar free convection in a vertical slot. In: J. Fluid Mech. 23 (1965) part 1, S. 77-98
- [3] Eckert, E. R. G.; Carlson, W. O.: Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. In: Int. J. Heat Mass Transfer. 2 (1961), S. 106-120
- [4] Catton, I.: Natural convection in enclosures. Heat Transfer (Washington) 6 (1978), S. 13-31
- [5] Oertel, Herbert: Thermische Zellularkonvektion in horizontalen und geneigten Behältern. Habilitation, Karlsruhe 1979
- [6] Kneubühl, F. K.: Repititorium der Physik. Stuttgart: Teubner-Verlag, 1994
- [7] Elsner, Norbert: Grundlagen der technischen Thermodynamik. Berlin: Akademie-Verlag, 1993
- [8] Landau, L. D.; Lifschitz, E. M.: Lehrbuch der theoretischen Physik. Band 6, Hydromechanik. Berlin: Akademie-Verlag, 1991
- [9] Merker, Günter P.: Konvektive Wärmeübertragung. Berlin: Springer Verlag, 1987
- [10] Bergmann; Schäfer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band Optik Berlin, New York: Walter de Gruyer Verlag, 9. Auflage 1993
- [11] Özisik, M. N.: Heat Conduction. New York: John Wiley and Sons, 1980
- [12] Cebesi, T.; Bradshaw, P.: Physical and computational aspects of convective heat transfer. New York: Springer-Verlag, 1984
- [13] Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C.: Conduction of Heat in Solids. Second Edition. Oxford: Clarendon Press, 1965
- [14] Taiue, J.; Petit, J.-P.: Heat Transfer. New York...: Prentice Hall 1993
- [15] Kuhne, M.: Untersuchungen zur Trennung von Grenzflächen- und Volumenabsorption von Substraten bei  $\lambda=10,6 \mu\text{m}$ , Diplomarbeit, Jena 1991



- [16] Bogoslovskij, V. N.: Wärmetechnische Grundlagen. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag , 1990
- [17] VDI-Wärmeatlas. 7 Auflage. VDI-Verlag 1994
- [18] Kneschke, A.: Differentialgleichungen und Randwertprobleme, Band 1-3. 2. Auflage. Leipzig: Teubner-Verlag, 1961
- [19] Hilbig, G.: Zum instationären Wärmetransport durch einfach verglaste Fenster. Wissenschaftliche Zeitschrift der HAB 35 (1989), S. 197-200
- [20] Hilbig, G.; Kuhne M.: Das thermische Verhalten von Außenwänden. Forschungsbericht an die DFG 1992
- [21] Hilbig, G.; Kuhne M.: Das thermische Verhalten von Fenstern. Forschungsbericht an die DFG 1993
- [22] Hilbig, G.; Kuhne M.: Das thermische Verhalten von Mehrscheibenfenstern unter Berücksichtigung der Strahlung. Forschungsbericht an die DFG 1994
- [23] Hilbig, G.; Kuhne M.: The instationary temperature field in partial transparent walls caused by an intensity jump. Mai 1992. Tagungsbeitrag : Fifth International Meeting on Transparent Insulation Technology, Freiburg, Mai 1992
- [24] Hilbig, G.; Kuhne M.: Mathematical modelling of convective heat losses of windows. Seventh International Meeting on Transparent Insulation Technology, Delft, September 1994
- [25] Hilbig, G.; Kuhne M.: Mathematische Modellierung konvektiv bedingter Wärmeverluste von Zweischiebensystemen. In: 9. Bauphysikalisches Symposium, Dresden, Vortrag und Tagungsband: 14.-16.9.94 Bnd 1, S 251
- [26] Hilbig, G.; Kuhne M.: k-Wert von Isolierverglasungen - eine feldtheoretische Betrachtungsweise -, WKSB 35/1995
- [27] Hilbig, G.; Kuhne M.:  $k_v$ -Werte von Zweischieben-Verglasungen unter Beachtung von Leitung, Konvektion und Strahlung. In: 10. Bauphysikalisches Symposium, Budapest 1995
- [28] Hilbig, G.; Kuhne M.: Mathematische Modellierung der Energieverluste von Zweischieben-Verglasungen. Forschungsbericht an die DFG 1995

- [29] Kirchhartz, Karl-Reiner: Zeitabhängige Zellarkonvektion in horizontalen und geneigten Behältern. Dissertation, Karlsruhe 1980
- [30] Dietrich, Anton: Um Wärme zu dämmen, zu reflektieren und vor lautem Licht zu schützen. Neue Schichtsysteme auf Glas. In: Glaswelt 2/1987
- [31] Holtmann, Klaus: Ist der k-Wert der Verglasung die einzig wichtige Kenngröße für den Beitrag des Fensters zum Wärmeschutz und zur Beheizung von Gebäuden? WKS B 38/1996 S.12
- [32] Telefonische Information der Linde AG, Technische Gase Leipzig.
- [33] Zierep, J.; Oertel, H.: Convective Transport and Instability Phenomena. Karlsruhe 1982.
- [34] Fluent Handbuch : Fluent User`s Guide, Teil III+IV, Version 4.3 und interner Materialdatensatz des Programms FLUENT.
- [35] Gestalten mit Glas. 4. Auflage. Interpane Glas Industrie AG 1994
- [36] DIN 52 619 (Teil 1 und 2): Bestimmung des Wärmedurchlaßwiderstandes und Wärmedurchgangskoeffizienten von Fenstern. Messung an Verglasung. 1985
- [37] DIN/EN 674 (Entwurf 1992): Meßverfahren zur Bestimmung des Wärmedurchgangskoeffizienten (U-Wert) von Mehrfachverglasungen
- [38] Ebeling, Werner: Strukturbildung bei irreversiblen Prozessen. Leipzig 1976
- [39] Kirchartz K. R., Oertel H.: Three-dimensional thermal cellular convection in rectangular boxes. J. Fluid Mechanics 192 (1988), S. 249-286
- [40] Bauen mit Glas 1995/1996, VEGLA, Vereinigte Glaswerke GmbH
- [41] Großmann, S.: Wie entsteht eigentlich Turbulenz? Physikalische Blätter 51 (1995), Nr. 7/8
- [42] Programm ANSYS/FLOTRAN Version 5.1, Handbuch
- [43] Harris, D. L.; Reid, W. H.: On Orthogonal Functions Which Satisfy Four Boundary Conditions. Astrophysical journal Suppl. Chicago. 33, III (1958), S. 429-458
- [44] Truckenbrodt, E.: Fluidmechanik, Band 1 und 2, Berlin, Heidelberg..., Springer-Verlag 1989

*Weitere Literatur, die sich mit der Thematik dieser Arbeit beschäftigt, aber in dieser Arbeit nicht zitiert wurde:*

*Zur Strömungsmechanik:*

- [45] Kotschin, N. J.; Kibel, I. A.; Rose, N. W.: Theoretische Hydromechanik. Band 1 und 2, Berlin, Akademie-Verlag, 1954
- [46] Hackeschmidt, Manfred: Grundlagen der Strömungsmechanik. Band 2, S.140, Leipzig: Dt. Verlag für Grundstoffindustrie, 1969
- [47] Mascheck, Hans-Joachim: Grundlagen der Wärme- und Stoffübertragung. Dresden 1979
- [48] Jaluria, Y.: Natural Convection, Heat and Mass Transfer. Frankfurt: Pergamon Press, 1980
- [49] Kakac, S.; Aung, W.; Viskanta, R.: Natural Convection. New York: Springer-Verlag, 1985
- [50] Unger, J.: Konvektionsströmungen. Stuttgart: Teubner-Verlag, 1988

*Zu Fenstern:*

- [51] Ortmanns, G., Friebe, J.: Moderne Fenster. Physik in unserer Zeit, 19 (1988) 1, S. 1

*Verwendete Algebra-Software:*

- [52] Mathematica Version 2.2.1: Firma Wolfram Resarch Inc., Champaign, Illinois
- [53] Maple V Release 4.0: Firma Waterloo Maple Inc.
- [54] MuPAD 1.2.9: B. Fuchssteiner, Universität Paderborn

## **A 1. Strömungsbilder Luft, Krypton, Xenon**

### **A 1.1. Füllgas Luft**

Luft wird üblicherweise bei Isolier- und Wärmeschutzverglasung eingesetzt. Bei der Verwendung in Verglasungen muß lediglich für eine geringe Luftfeuchtigkeit gesorgt werden, um Kondensation im Scheibenzwischenraum zu vermeiden. Luft besitzt von den hier betrachteten Füllgasen die schlechtesten thermischen Eigenschaften. Gerechnet wurde in einem Bereich von 6 mm bis 100 mm Scheibenabstand, um einen Vergleich der Isolier- und Wärmeschutzverglasung mit Kastenfenstern durchführen zu können. Hier werden die Ergebnisse für einen Scheibenabstand von 6 mm bis 20 mm vorgestellt, um die Bilder mit denen der anderen Füllgase vergleichen zu können. Da die k-Werte für einen Scheibenabstand von 100 mm den k-Werten für 20 mm Scheibenabstand entsprechen, ist die Darstellung des Bereiches von 20 mm bis 100 mm Scheibenabstand hier auch nicht notwendig.

In Bild 1 ist die Stromfunktion, das Geschwindigkeitsvektorfeld und das Temperaturfeld für einen Scheibenabstand von 16 mm für Isolierverglasung dargestellt, wobei wegen des extremen Höhen/Breiten-Verhältnisses der Verglasung jeweils der gleiche Ausschnitt in den rechten drei Teilbildern gezeigt wird. In den Abbildungen der Stromfunktion und des Geschwindigkeitsfeldes sind deutlich die Glasscheiben zu erkennen (die "weißen" Randbereiche). Bild 3 (linkes Teilbild) zeigt die Temperaturen in fünf senkrechten Ebenen, wobei die erste und die letzte die Temperaturen der Glasscheiben zeigen. Als Grundströmung bildet sich hier eine einzige große Strömungswalze heraus.

Für das Füllgas Luft stimmen qualitativ die Felder (nur eine Strömungswalze) mit den analytisch ermittelten (Kapitel 4) überein.

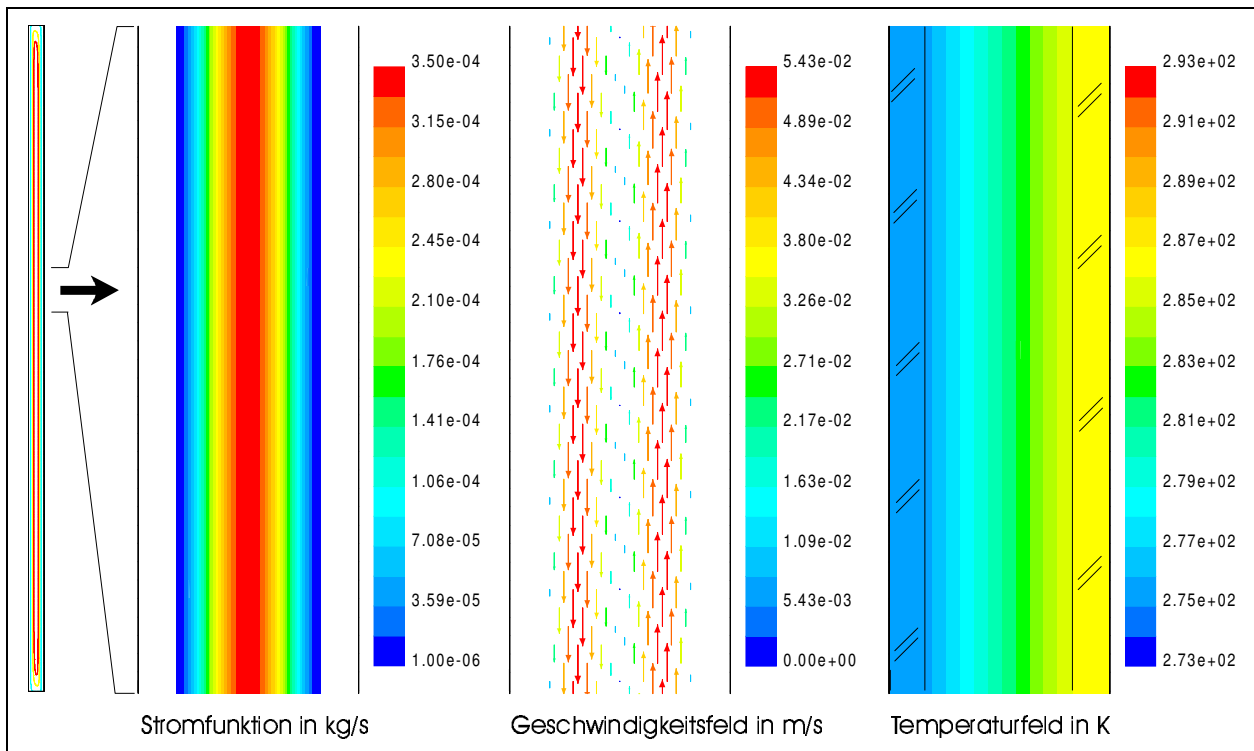


Bild 1 : Isolierverglasung mit Füllgas Luft;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

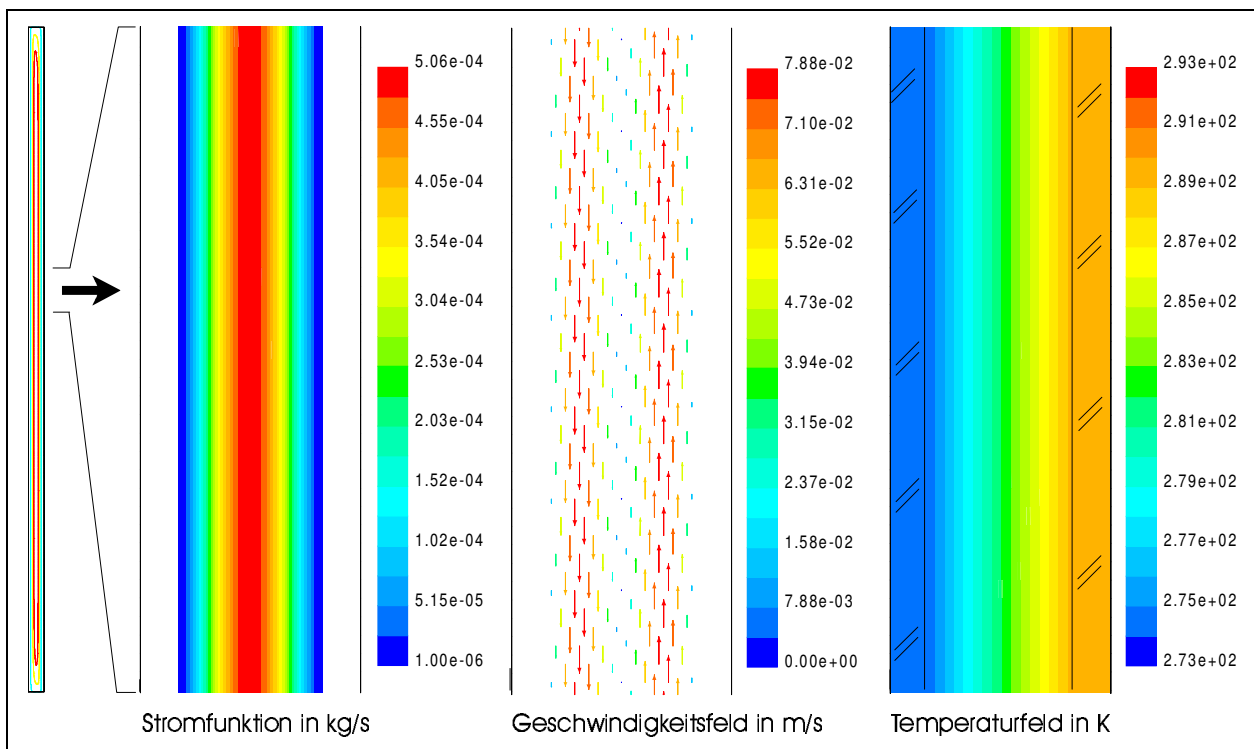


Bild 2 : Wärmeschutzverglasung mit Füllgas Luft;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

Bild 2 und das rechte Teilbild 3 zeigen im gleichen Abbildungsmaßstab eine Wärmeschutzverglasung (IR-verspiegelt). Die Felder weisen qualitativ die gleiche Grundströmung aus. Der Temperaturgradient über dem Scheibenzwischenraum ist allerdings größer (rechtes Teilbild), welches zu einer um ca. 45% größeren Strömungsgeschwindigkeit führt und damit zu einem erhöhten konvektiv bedingten Wärmestrom durch die Verglasung führt. Im Gegensatz dazu ist der radiativ bedingte Wärmestrom sehr klein.

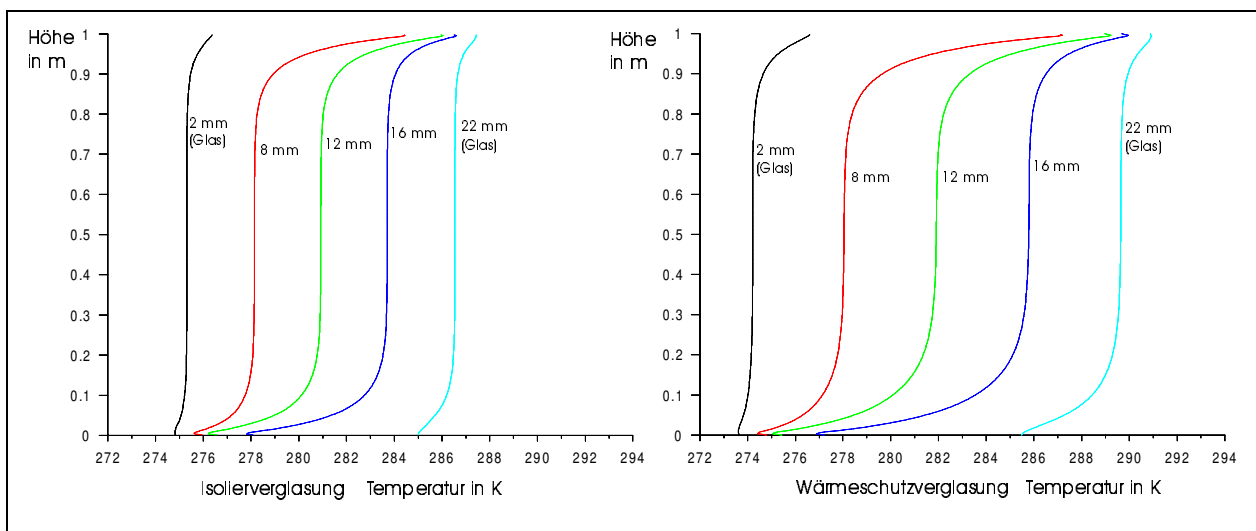


Bild 3 : Temperaturverlauf in senkrechten, parallelen Ebenen  
für Isolierverglasung und Wärmeschutzverglasung.

Das Bild 4 zeigt die  $k_V$ -Werte der Verglasung für das Füllgas Luft in Abhängigkeit vom Scheibenabstand jeweils mit ( $\epsilon=0.04$ ) und ohne ( $\epsilon=0.837$ ) Infrarotverspiegelung der raumseitigen Scheibe. In dieser Abbildung sind die Anteile für Wärmeleitung+Konvektion ( $k_{L,C}$ ) und Infrarotstrahlung ( $k_R$ ) getrennt angegeben.

Bei Isolierverglasung (ohne Infrarotverspiegelung) überwiegt der radiative Energietransport. Durch Infrarotverspiegelung wird dieser Anteil sehr klein. Hier spielen nur noch die konvektiven und konduktiven Energietransportprozesse eine Rolle.

Bemerkenswert ist, daß sich ab einem Scheibenabstand von ca. 16 mm der  $k_V$ -Wert der Verglasung nicht mehr wesentlich ändert. Dies ist dadurch begründet, daß in dem Maße wie der durch Wärmeleitung bedingte Wärmestrom abnimmt, der durch Konvektion hervorgerufene Wärmestrom zunimmt. Der radiativ bedingte Energiestrom ist weitestgehend

unabhängig vom Scheibenabstand. Kastenfenster besitzen damit ähnliche  $k_V$ -Werte wie Isolierverglasung.

In Bild 5 sind vergleichende Rechnungen der  $k_V$ -Werte für Wärmeschutzverglasung und Isolierverglasung mit FLUENT und mit DIN/EN 673 (Entwurf 1992) dargestellt. Man sieht, daß die in der DIN/EN 673 benutzten, sehr einfachen Berechnungsverfahren die realen strömungstechnischen und radiativen Wärmetransportmechanismen im Gaszwischenraum gut widerspiegeln.

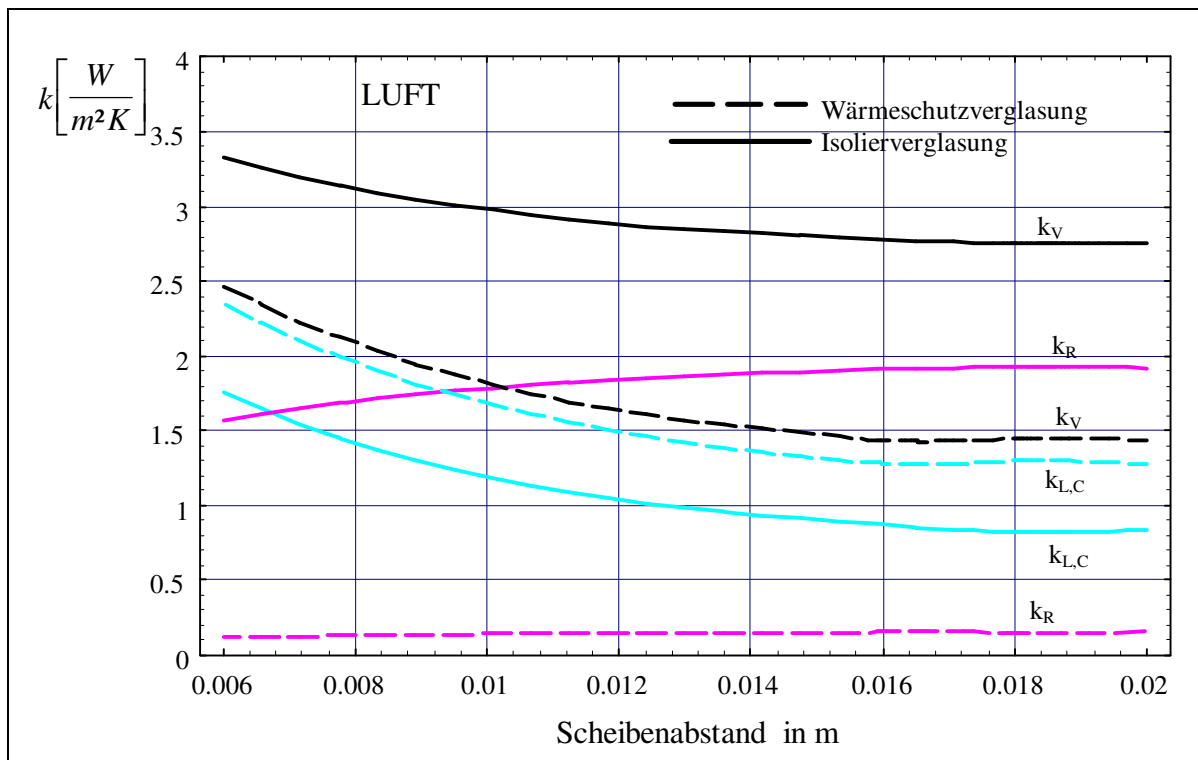


Bild 4 :  $k_V$ -,  $k_R$ -,  $k_{L,C}$ -Werte für Isolier- und Wärmeschutzverglasung für das Füllgas Luft bei variablem Scheibenabstand.

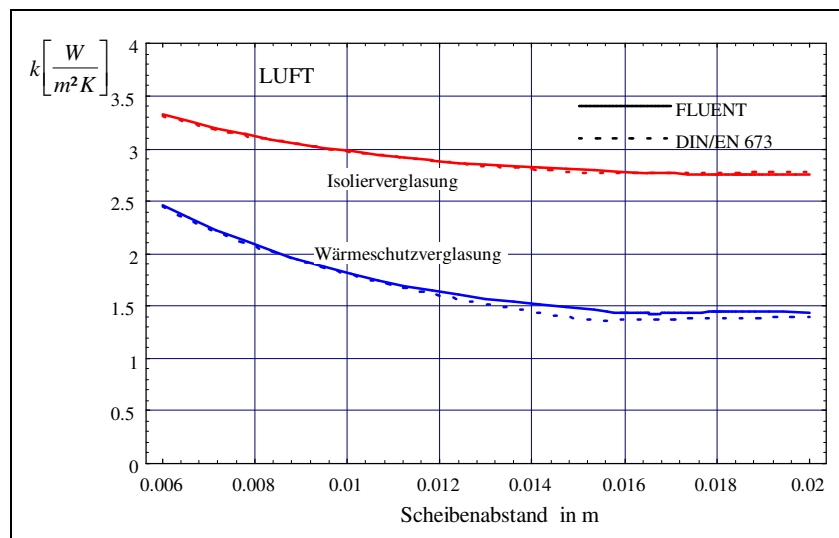


Bild 5 Vergleich der mit FLUENT und der nach DIN/EN 673 ermittelten  $k_V$ -Werte für Luft.

Bild 6 zeigt die Nusselt-Zahlen, die mit dem Programm FLUENT und nach den Formeln in DIN/EN 673 ermittelt wurden. Die beiden Kurven stimmen sehr gut überein. Zur Definition der hier verwendeten Nusselt-Zahlen sind die Bemerkungen in Kapitel 5.3 zu beachten.

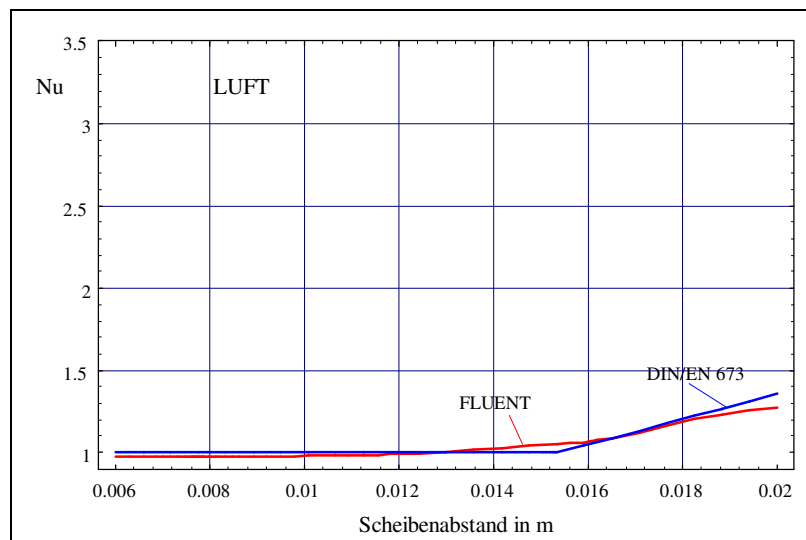


Bild 6 : Vergleich der aus DIN/EN 673 und mit Hilfe des Programms FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen für das Füllgas Luft.



## A 1.2. Füllgas Krypton

Krypton wird für hochwertige Verglasungen als Füllgas benutzt. Problematisch ist allerdings der Einsatz in größeren Stückzahlen in einem Gebäude, da Krypton radioaktiv ist. Krypton ist noch relativ preiswert (ca. 60 Pf./Liter) im Vergleich zu Xenon bei nur wenig schlechteren thermischen Eigenschaften als dieses.

Bild 7 zeigt die Stromfunktion, das Geschwindigkeitsvektorfeld und das Temperaturfeld für eine Isolierverglasung und Bild 8 für eine Wärmeschutzverglasung (IR-Verspiegelung) mit Kryptonfüllung bei einem Scheibenabstand von 16 mm und einer Glasdicke von je 4 mm. Hierbei zeigen sich deutlich ca. 15 bzw. 13 einzelne Strömungswalzen, die den konduktiven Wärmetransport bedingen. Bei der Wärmeschutzverglasung ist der Temperaturgradient über dem Gasspalt höher als bei Isolierverglasung, was zu einem erhöhten konvektiv bedingten Wärmestrom führt.

Bild 9 zeigt die Temperaturverläufe in fünf, parallel, senkrecht und im gleichen Abstand stehenden Ebenen. Ebene eins und fünf liegen im Festkörper (Glas). Man sieht an den Temperaturverläufen deutlich die sich herausgebildeten Strömungswalzen im Gaszwischenraum, die zu kleinen Schwankungen der Scheibentemperaturen führen.

Bild 10 zeigt für die Krypton-Verglasung die  $k_V$ -Werte und die  $k_R$ -,  $k_{L,C}$ -Werte, die den radiativen und konduktiven Anteil am Gesamt- $k_V$ -Wert beschreiben. Ab einem Scheibenabstand von 10 mm ändert sich der  $k_V$ -Wert praktisch nicht mehr.

Die Bilder 11 und 12 zeigen den Vergleich der  $k_V$ -Werte, die mit FLUENT bzw. der DIN/EN 673 ermittelt wurden, und die entsprechenden Nusselt-Zahlen.

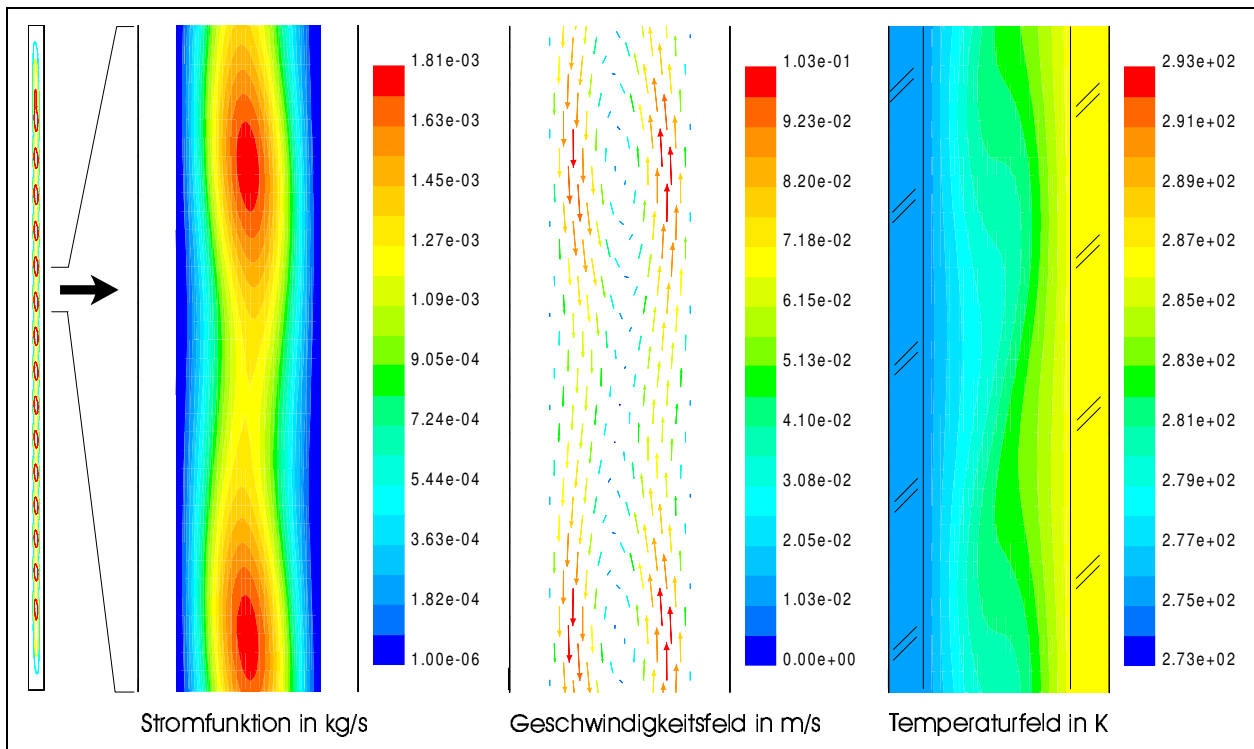


Bild 7 : Isolierverglasung mit Füllgas Krypton;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

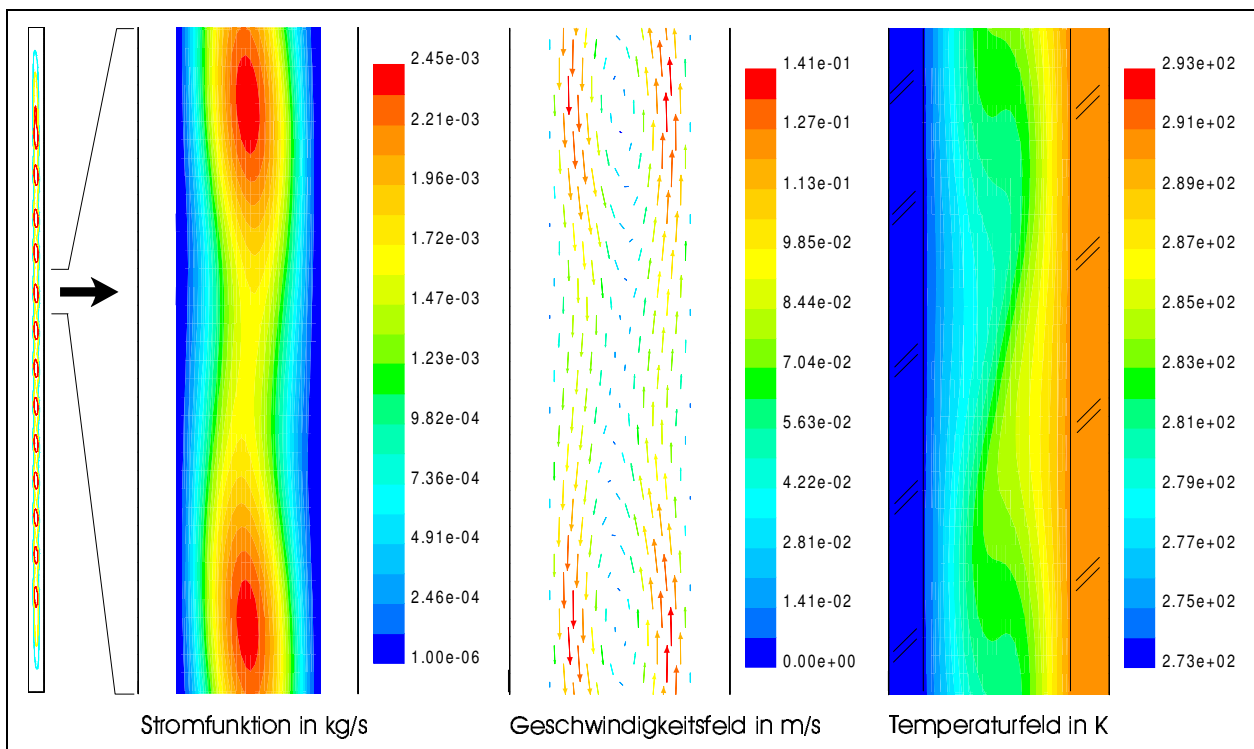


Bild 8 : Wärmeschutzverglasung mit Füllgas Krypton;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

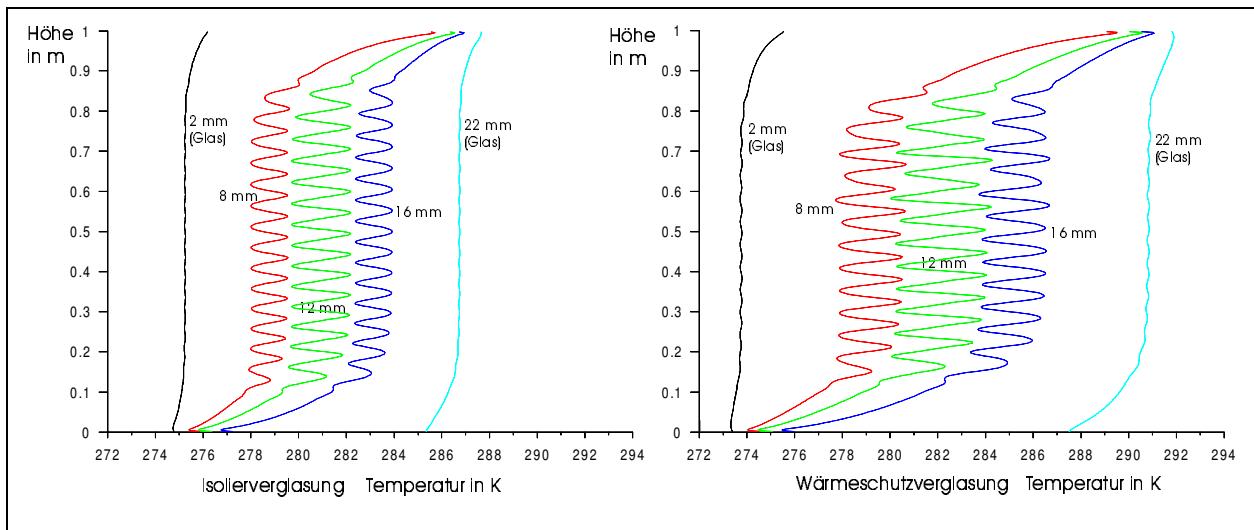


Bild 9 : Temperaturverlauf in senkrechten, parallelen Ebenen für Isolierverglasung und Wärmeschutzverglasung für das Füllgas Krypton.

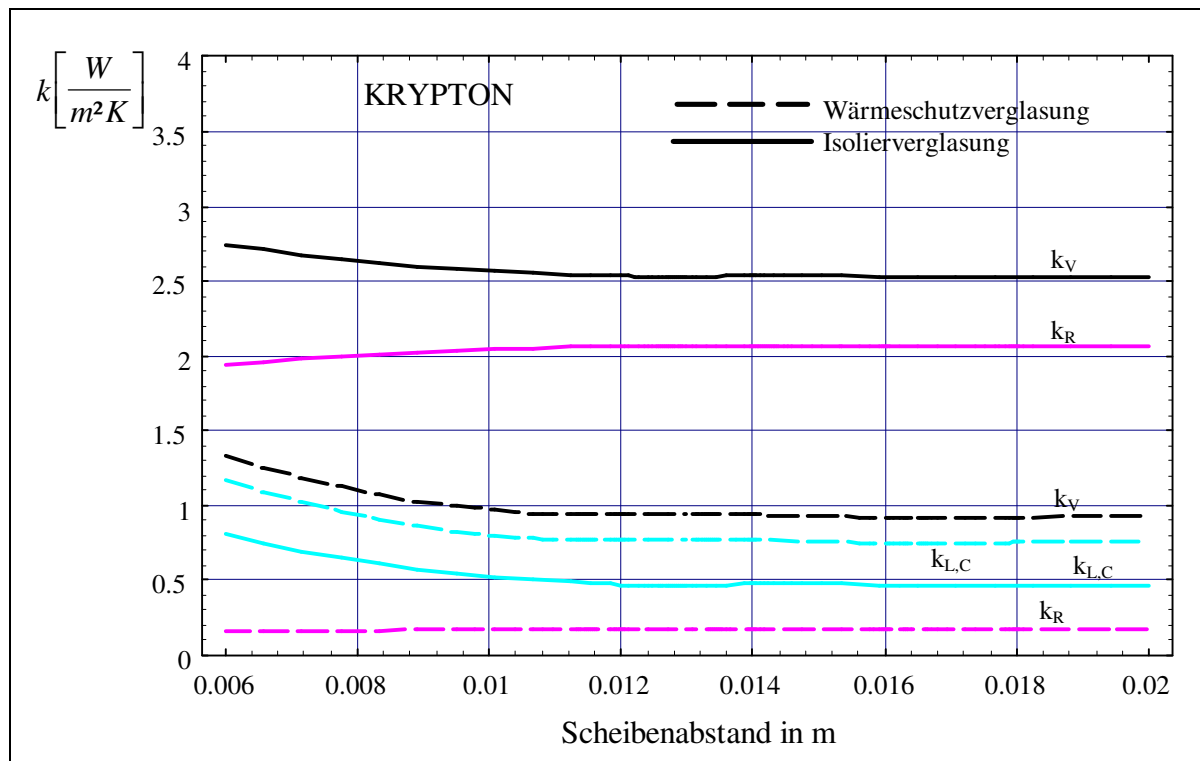


Bild 10 :  $k_V$ -,  $k_R$ -,  $k_{L,C}$ -Werte für Isolier- und Wärmeschutzverglasung für das Füllgas Krypton bei variablem Scheibenabstand.

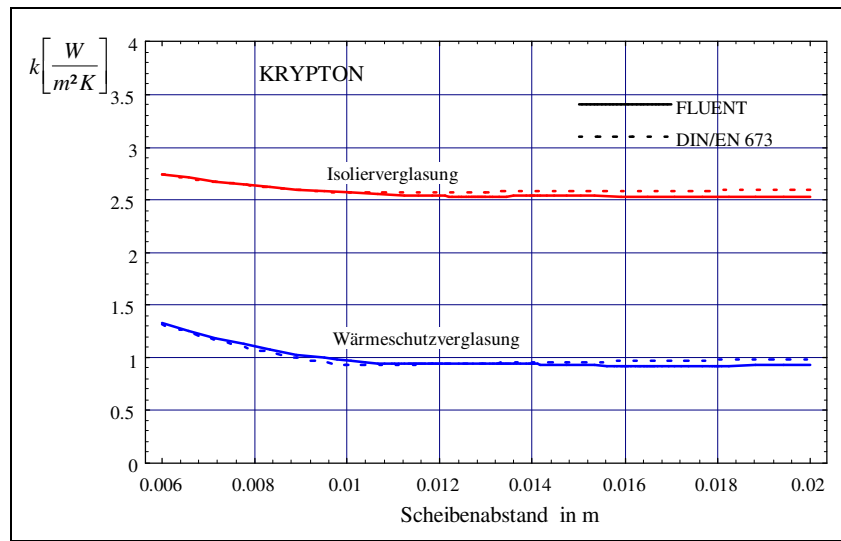


Bild 11 : Vergleich der mit FLUENT und der DIN/EN 673 ermittelten  $k_V$ -Werte für Krypton.

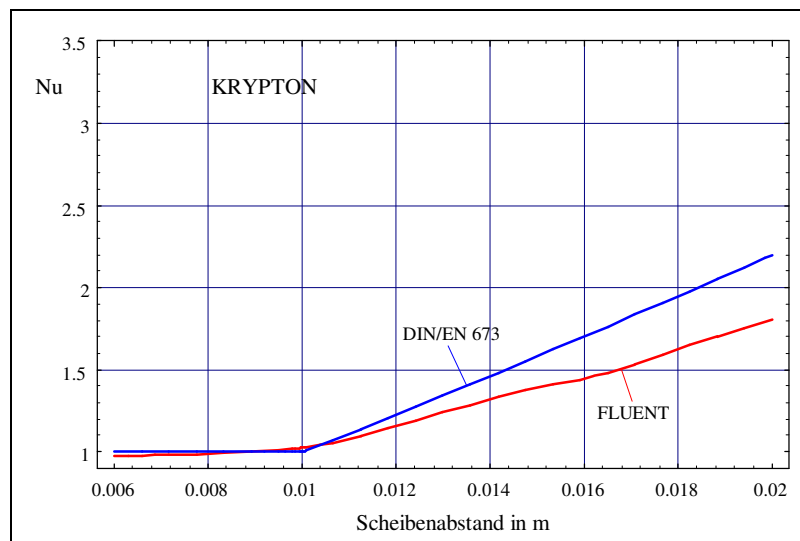


Bild 12 : Vergleich der aus DIN/EN 673 und mit Hilfe des Programms FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen für das Füllgas Krypton.

### A 1.3. Füllgas Xenon

Xenon hat die mit Abstand besten thermischen Eigenschaften aller hier betrachteten Füllgase. Xenon ist aber auch das teuerste Füllgas mit ca. 10 DM/Liter, da es sich nur sehr aufwendig gewinnen läßt. Aus diesem Grund wird es nur bei sehr hochwertigen Verglasungen eingesetzt. Die Abbildungen 13 (Isolierverglasung) und 14 (Wärmeschutzverglasung) zeigen wiederum die Stromfunktion in voller Spalthöhe, als Ausschnitt, sowie das Geschwindigkeits- und das Temperaturfeld für denselben Ausschnitt für einen Scheibenabstand von 16 mm. Korrespondierend dazu sind die Temperaturverläufe in fünf senkrecht stehenden Ebenen in Bild 15 dargestellt. Bei Xenon bilden sich 10 (Isolierverglasung) bzw. 7 (Wärmeschutzverglasung) Strömungswalzen heraus, welche dazu führen, daß der konvektive Energietransportanteil im Vergleich zum konduktiven überwiegt.

Bild 16 zeigt den  $k_V$ -Wert sowie die getrennten Anteile für Konvektion+Leitung ( $k_{L,C}$ ) sowie Strahlung ( $k_R$ ). Der minimale  $k_V$ -Wert wird bei einem Scheibenabstand von ca. 7 mm erreicht. Das ermöglicht sehr geringe Bautiefen der Verglasung bei gleichzeitig sehr guten  $k_V$ -Werten. Insbesondere betrifft dies Dreischeiben-Verglasungen mit Xenon-Füllung, die in Kapitel 5.10.1 vorgestellt wurden.

In den Abbildungen 17 und 18 werden wieder die  $k_V$ -Werte und die Nusselt-Zahlen verglichen, die mit FLUENT und nach DIN/EN 673 gewonnen wurden. Der Vergleich der Nusselt-Zahlen zeigt hier deutliche Abweichungen zu den mit FLUENT ermittelten, was bei den anderen Füllgasen nicht der Fall war. Da der Strahlungstransport einen Großteil des Wärmetransports bewirkt, weichen die  $k_V$ -Werte dennoch nur wenig voneinander ab.

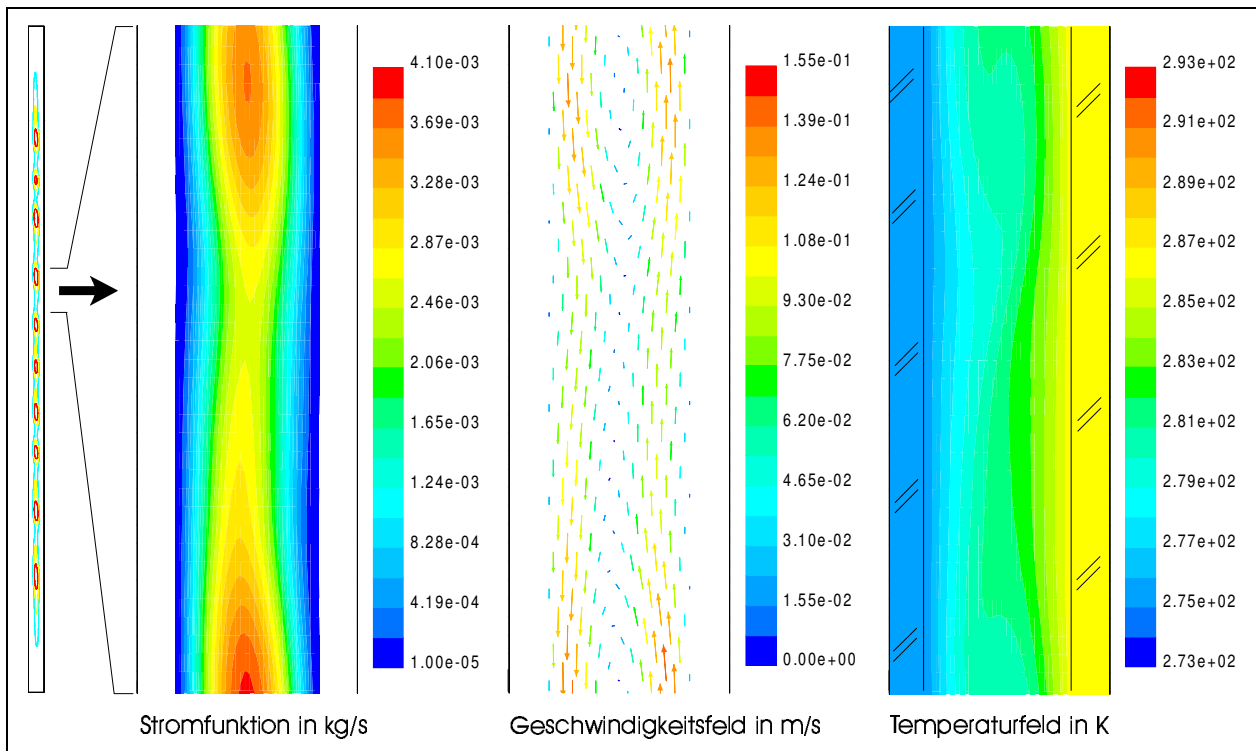


Bild 13 : Isolierverglasung mit Füllgas Xenon;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld.

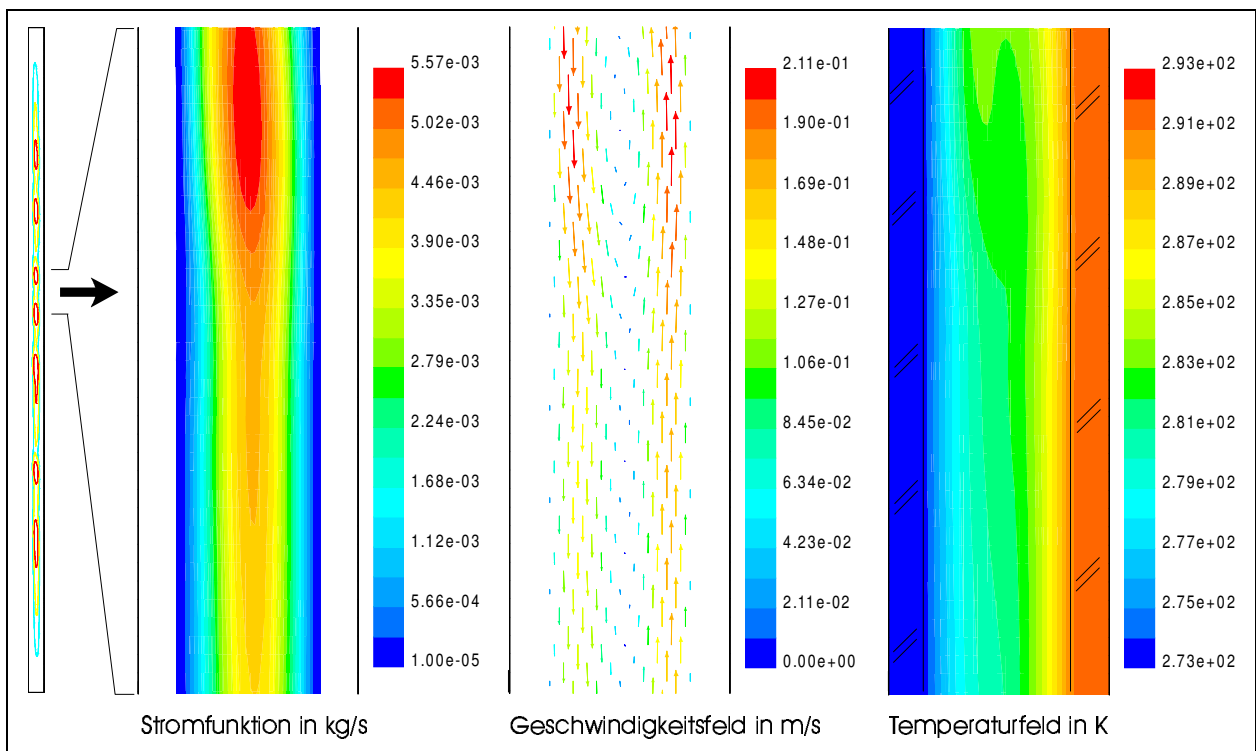


Bild 14 : Wärmeschutzverglasung mit Füllgas Xenon;  
Stromfunktion, Geschwindigkeitsfeld und Temperaturfeld

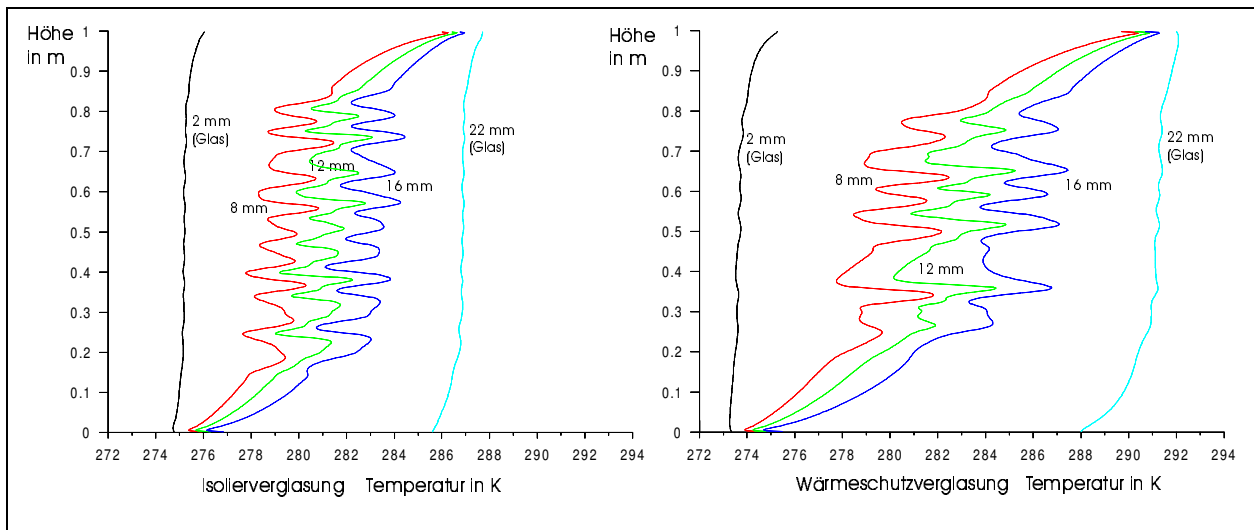


Bild 15 : Temperaturverlauf in senkrechten, parallelen Ebenen für Isolierverglasung und Wärmeschutzverglasung für das Füllgas Xenon.

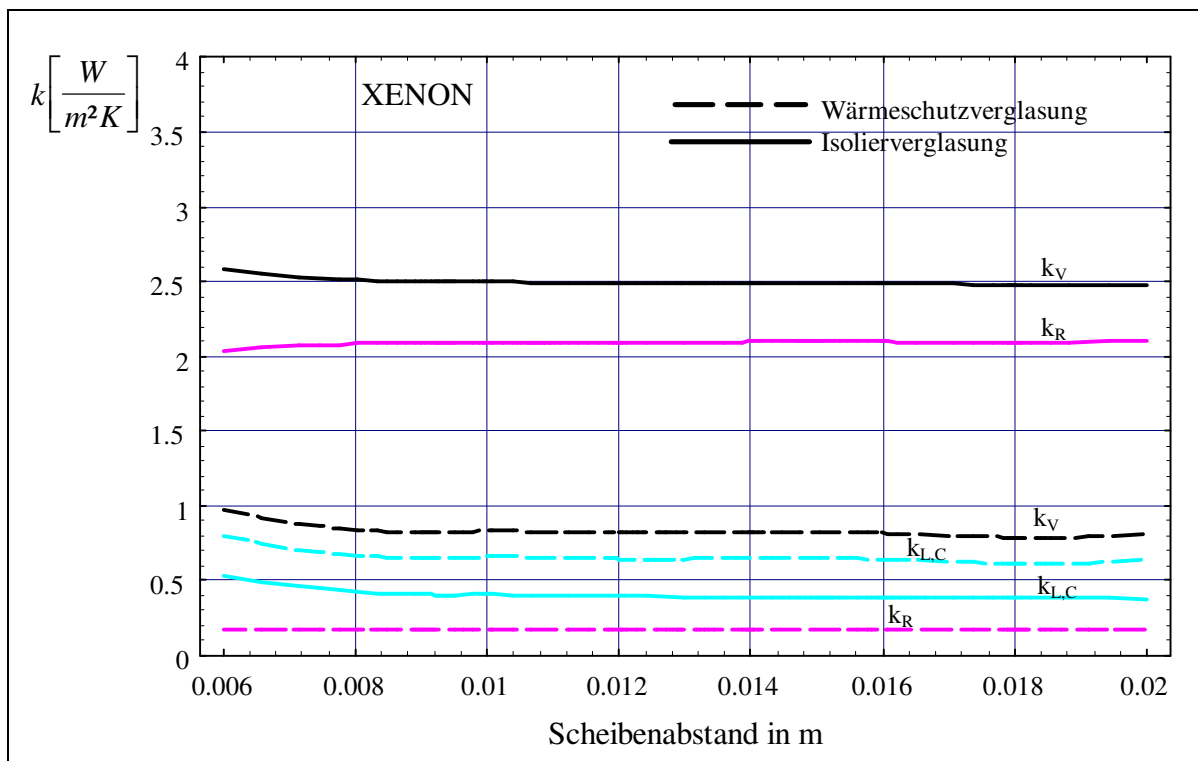


Bild 16 :  $k_V$ -,  $k_R$ -,  $k_{L,C}$ -Werte für Isolier- und Wärmeschutzverglasung für das Füllgas Xenon und variablem Scheibenabstand.

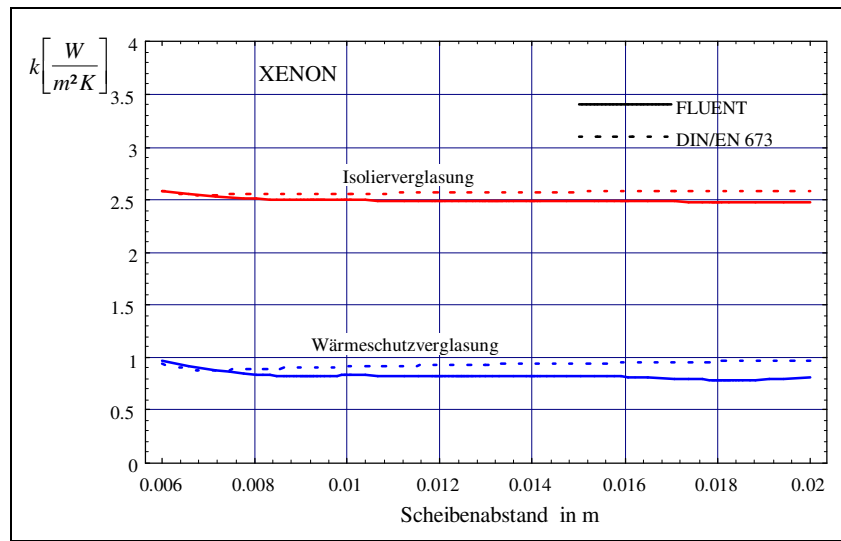


Bild 17 : Vergleich der mit FLUENT und der DIN/EN 673 ermittelten  $k_V$ -Werte für Xenon.

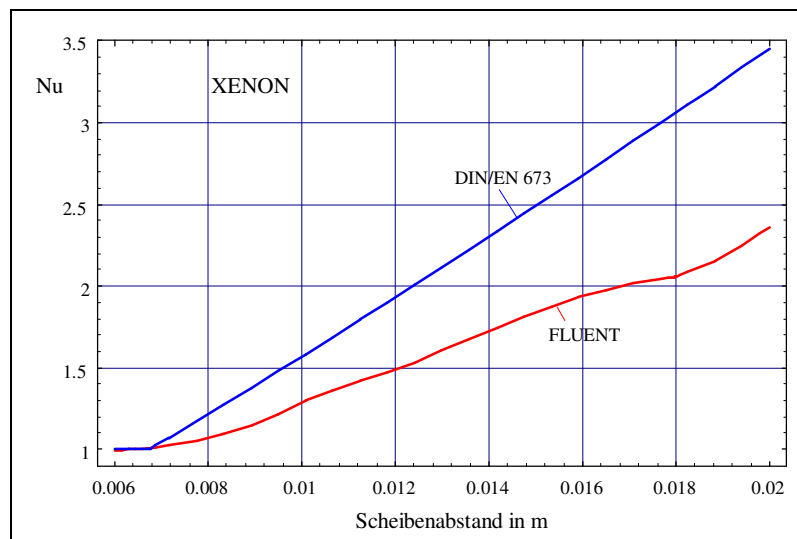


Bild 18 : Vergleich der aus DIN/EN 673 und mit Hilfe des Programms FLUENT ermittelten Nusselt-Zahlen für das Füllgas Xenon.



## A 2. Beam-Funktionen

Das Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u}(x,z,t)$  im Scheibenzwischenraum ergibt sich aus den Navier-Stokes-Gleichungen (3.1.2/6) und (3.1.2/7) mit der Randbedingung  $\underline{u}|_{\Gamma} = \underline{0}$ . Zur Beschreibung von Strömungsfeldern wird aber nicht immer das Geschwindigkeitsfeld  $\underline{u}$  verwendet. Oftmals ist es sinnvoller und zweckmäßiger, eine andere Feldgröße, die Vektorstromfunktion  $\underline{\Psi}(\tilde{x}, \tilde{z})$  zu verwenden, die mit der Geschwindigkeit  $\underline{u}$  über die Relation

$$\underline{u} = \nabla \times \underline{\Psi} \quad (1)$$

zusammenhängt. Im zweidimensionalen Fall steht  $\underline{\Psi} = \Psi(\tilde{x}, \tilde{z}) \underline{e}_2$  auf der betreffenden Ebene senkrecht.

Dann können wir uns die skalare Funktion  $\Psi(\tilde{x}, \tilde{z})$  als Fläche über der  $\tilde{x} - \tilde{z}$ -Ebene vorstellen. Für die Geschwindigkeit  $\underline{u}$  gilt dann  $\underline{u} = -\Psi_z \underline{e}_1 + \Psi_x \underline{e}_3$ .

Soll  $\underline{u}$  auf dem Rand  $\Gamma$  verschwinden, dann müssen  $\Psi_{\tilde{x}}|_{\Gamma}$  und  $\Psi_{\tilde{z}}|_{\Gamma}$  verschwinden. Wenn dies gilt, kann  $\Psi$  auf dem Rand  $\Gamma$  nur noch konstant sein. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann dann aber  $\Psi|_{\Gamma} = 0$  gesetzt werden.

Statt  $\underline{u}$  suchen wir ein Feld  $\underline{\Psi}$ , aus dem über Gleichung (1)  $\underline{u}$  folgt. Das  $\underline{\Psi}$ -Feld und dessen Ableitungen müssen aber nach oben gesagtem auf dem Rand verschwinden.

Funktionen, die diese Bedingung erfüllen, sind die sogenannten Beam-Funktionen (Harris und Reid [44]).

Probleme, die durch die Gleichung

$$y'''' = a^4 y \quad (2)$$

beschrieben werden können und die Randbedingungen

$$y = y' = 0 \quad \text{für} \quad x = \pm \frac{l}{2} \quad (3)$$

erfüllen sollen, lassen sich mit speziellen Ansatzfunktionen lösen.

Diese Eigenfunktionen, die zur Lösung des oben genannten Problems herangezogen werden sollen, lassen sich in gerade und ungerade Funktionen unterteilen:

$$C_m(x) = \frac{\cosh \lambda_m x}{\cosh \frac{1}{2} \lambda_m} - \frac{\cos \lambda_m x}{\cos \frac{1}{2} \lambda_m} \quad \text{und} \quad S_m(x) = \frac{\sinh \mu_m x}{\sinh \frac{1}{2} \mu_m} - \frac{\sin \mu_m x}{\sin \frac{1}{2} \mu_m}, \quad (4)$$

wobei  $\lambda_m$  und  $\mu_m$  ( $m=1, 2, 3, \dots$ ) die positiven Wurzeln der Gleichung

$$\tanh \frac{1}{2} \lambda + \tan \frac{1}{2} \lambda = 0 \quad \text{und} \quad \coth \frac{1}{2} \mu + \cot \frac{1}{2} \mu = 0. \quad (5)$$

sind.

Die Funktionen  $C_m(x)$  und  $S_m(x)$  stellen ein orthonormales Funktionensystem im Intervall  $(-1/2, +1/2)$  dar, da folgendes gilt:

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} C_m(x) C_n(x) dx = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} S_m(x) S_n(x) dx = \delta_{mn}, \quad (6)$$

wobei  $\delta$  das Kronecker-Symbol ist, und

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} C_m(x) S_n(x) dx = 0. \quad (7)$$

Ist  $F(x)$  eine Funktion, die die Randbedingungen (3) erfüllt, so kann man  $F(x)$ , analog zu einer Fourier-Transformation, wie folgt darstellen:

$$F(x) = \sum_{m=1}^{\infty} [A_m C_m(x) + B_m S_m(x)], \quad (8)$$

wobei

$$A_m = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} F(x) C_m(x) dx \quad \text{und} \quad B_m = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} F(x) S_m(x) dx \quad (9)$$

gilt. Ist  $F(x)$  eine gerade Funktion, dann ist  $B_m \equiv 0$ . Wenn  $F(x)$  eine ungerade Funktion ist, so gilt  $A_m \equiv 0$ .

Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung (5) sind in Tabelle 1 für  $m=1\dots 4$  angegeben.

m	$\lambda_m$	$\mu_m$
1	4.730 040 744 9	7.853 204 624 1
2	10.995 607 838 0	14.137 165 491 3
3	17.278 759 657 4	20.420 352 245 6
4	23.561 944 902 0	26.703 537 555 5

Tabelle 1

Die Bilder 1 und 2 zeigen die Beam-Funktionen  $C_i(x)$  und  $S_i(x)$  für  $i=1,2,3,4$ .

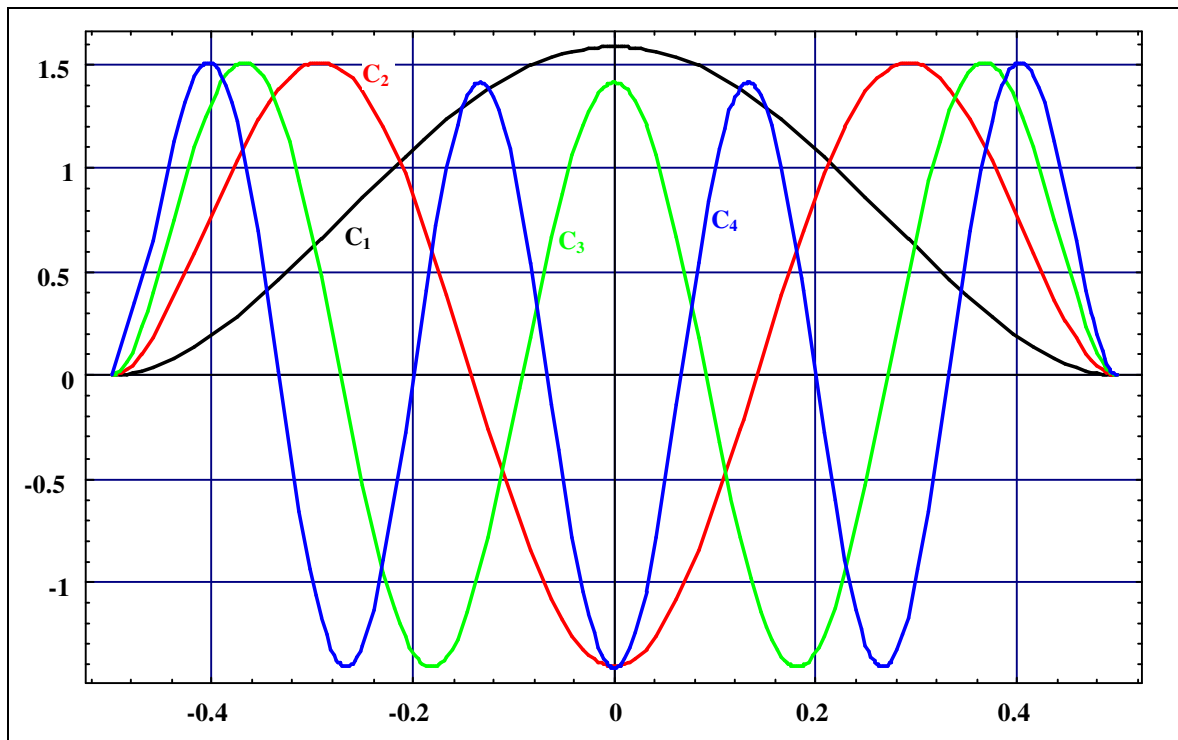


Bild 1 : Beam-Funktionen :  $C_1(x)$ ,  $C_2(x)$ ,  $C_3(x)$ ,  $C_4(x)$

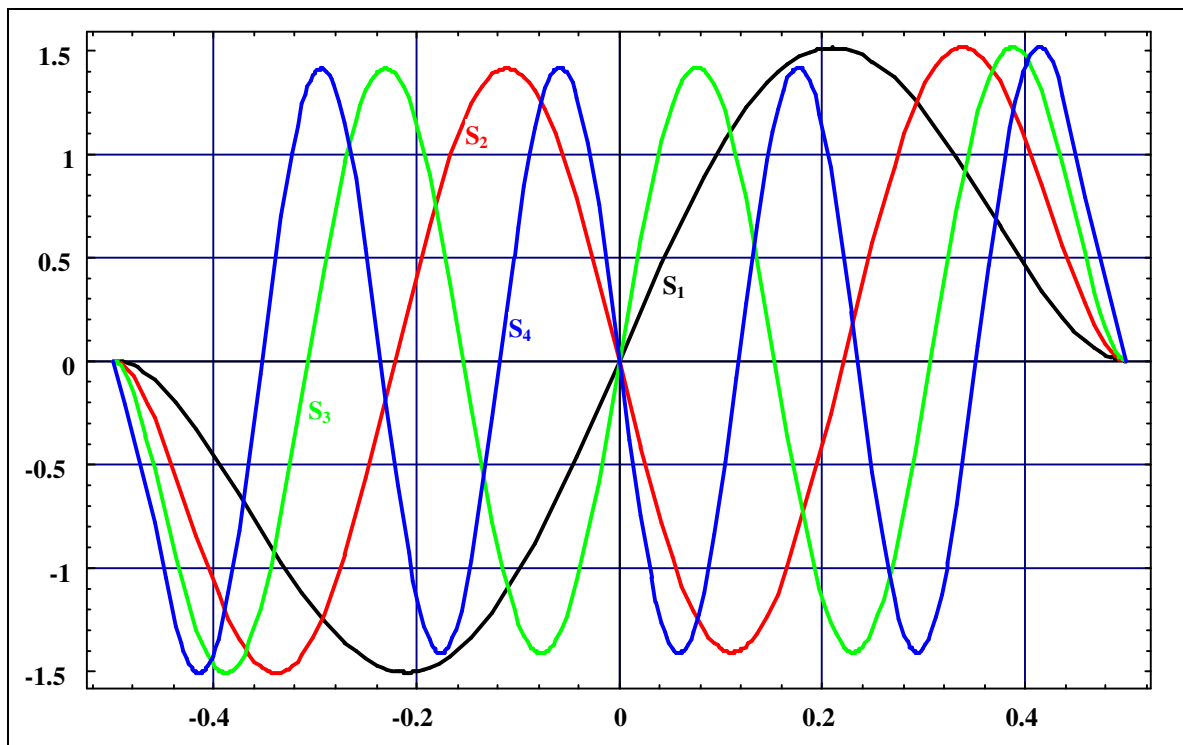


Bild 2 : Beam-Funktionen :  $S_1(x)$ ,  $S_2(x)$ ,  $S_3(x)$ ,  $S_4(x)$

### A 3. Materialwerte

#### Verwendete Füllgase

Die Materialeigenschaften der verwendeten Füllgase wurden [35] und [45] entnommen.

	$\rho$ in $\frac{kg}{m^3}$	spez. Wärmekapazität $c$ in $\frac{kJ}{kgK}$	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ in $\frac{W}{mK}$	dyn. Viskosität $\eta$ in $\frac{Ns}{m^2}$	Isobarer Wärmeausdehnungskoeffizient $\beta$ in $\frac{1}{K}$	Atomgewicht/ Molekulargewicht in $\frac{kg}{kmol}$
Luft	1.225	1.0040	0.0241	$1.72 \cdot 10^{-5}$	$3.363 \cdot 10^{-3}$	28.966
Argon	1.6228	0.52064	0.0158	$2.125 \cdot 10^{-5}$	$3.363 \cdot 10^{-3}$	39.948
Krypton	3.56	0.245	0.0090	$2.67 \cdot 10^{-5}$	$3.363 \cdot 10^{-3}$	83.80
Xenon	5.86	0.159	0.0056	$2.29 \cdot 10^{-5}$	$3.363 \cdot 10^{-3}$	131.29

#### Verwendetes Glas (Fensterglas)

Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  :  $1.0 \frac{W}{mK}$

Emissionskoeffizient unverspiegelt, gemittelt für thermische Strahlung ("Schwarzer Strahler" bei 293 K) : 0.837

Emissionskoeffizient infrarotverspiegelt, gemittelt für thermische Strahlung ("Schwarzer Strahler" bei 293 K) : 0.04

## **A 4. Zur numerischen Simulation mit dem Programmsystem FLUENT**

Die numerischen Simulationen wurden mit dem Programm FLUENT in der Version 4.3.2 auf einer Workstation J200 (Prozessor: PA-RISC 7200), 256 MB Hauptspeicher, der Firma Hewlett-Packard unter dem Betriebssystem HP-UX 10.x durchgeführt.

Das Programm FLUENT ist ein kommerzielles Programmsystem zur Simulierung von gekoppelten Strömungs- und Wärmetransportvorgängen inklusive thermisch bedingtem Strahlungsaustausch. Zur Lösung wird ein Finite-Volumen-Verfahren zur Lösung im Fluid und Festkörper sowie ein Ray-Tracing-Verfahren zur Strahlungswechselwirkung verwendet [34]. Auf die Beschreibung der Berechnungsverfahren soll hier verzichtet werden, da in der Literatur sehr umfangreiche Abhandlungen zur numerischen Simulation von Fluid-Strömungen existieren und dies auch in den FLUENT-Handbüchern [34] sehr ausführlich dargestellt wird.

Aufgrund des extremen Höhen/Breitenverhältnisses eines Fensters mußte das Gebiet sehr fein vernetzt und relativ viele Iterationen durchgeführt werden. Es wurde mit bis zu 25000 Zellen und bis zu 20000 Iterationen gerechnet. Die Rechenzeit betrug typischerweise ca. 12 bis 24 Stunden für einen Fall. Gerechnet wurde für vier Füllgase mit je zwei verschiedenen Infrarotverspiegelungen bei jeweils mindestens 8 verschiedenen Scheibenabständen, um die Abhängigkeit des  $k_v$ -Wertes vom Scheibenabstand zu bestimmen. Weiterhin wurden Rechnungen zur Bestimmung der Nusselt-Zahl (reine Wärmeleitung im Spalt unter sonst gleichen Randbedingungen) sowie unter variablen Temperaturdifferenzen zwischen den Klimaten, verschiedene Einbaulagen sowie unter Berücksichtigung von Sprossen im Gaszwischenraum durchgeführt. Die Gesamtrechenzeit für alle hier vorgestellten Beispiele betrug damit ca. 200 Tage.

## A 5. Vergleichende Untersuchungen mit ANSYS/FLOTRAN

Zwecks Verifikation der mit dem Programm FLUENT ermittelten Ergebnisse wurden zusätzlich mit dem Programm ANSYS/FLOTRAN [42] Simulationen durchgeführt.

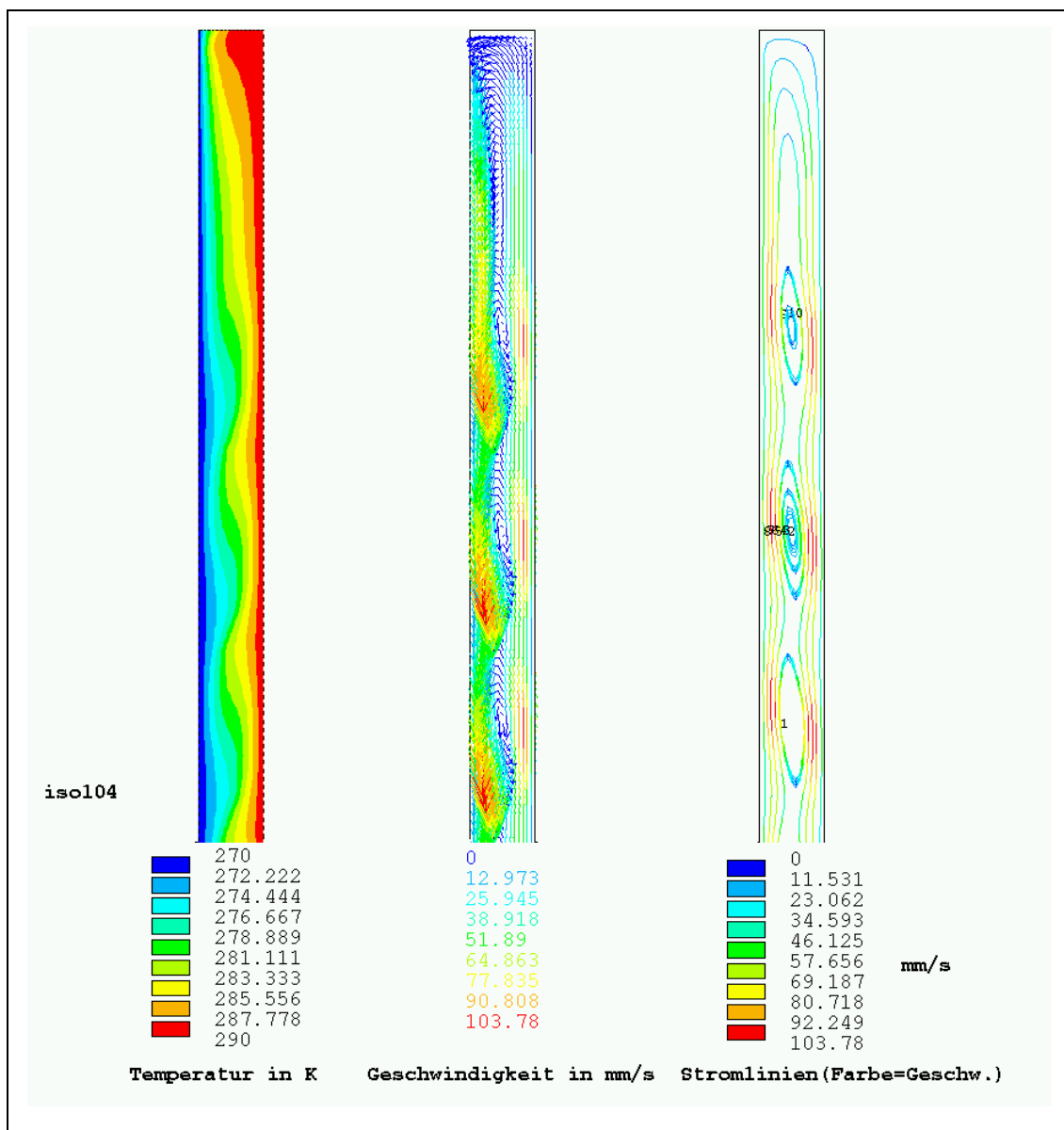


Bild 1 : Simulation mit ANSYS/FLOTRAN.

Temperaturfeld, Geschwindigkeitsfeld und Stromlinienfeld eines Luftspaltes mit Randbedingungen 1. Art, Scheibenhöhe 1m Scheibenabstand 16 mm, Temperaturdifferenz  $T_I - T_A = 20$  K (290 K, 270 K), Temperatur oben, unten:  $T_{OU} = 280$  K (Ausschnitt).

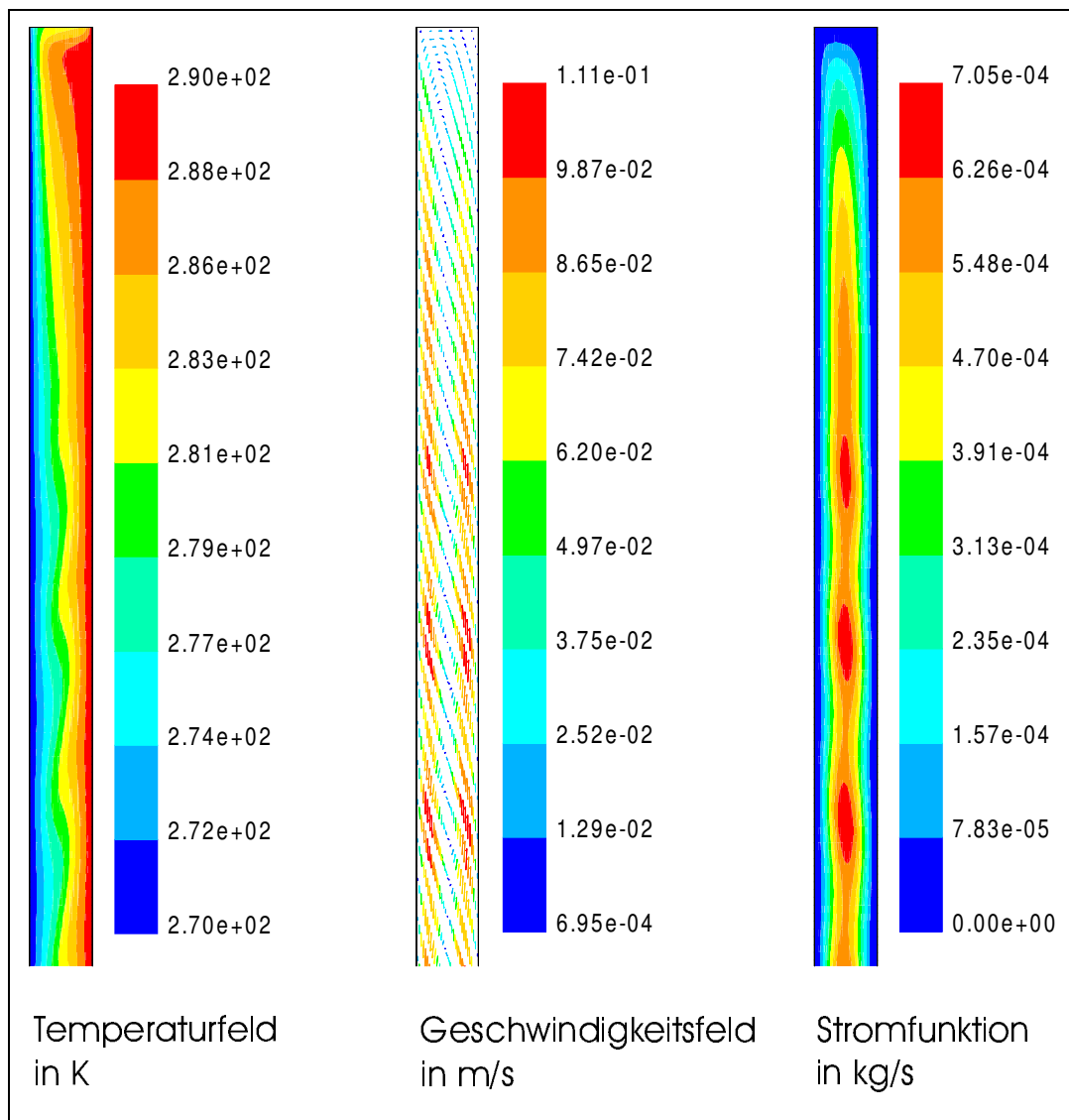


Bild 2 : Simulation mit FLUENT.

Temperaturfeld, Geschwindigkeitsfeld und Stromlinienfeld eines Luftspaltes mit Randbedingungen 1. Art, Scheibenhöhe 1m Scheibenabstand 16 mm, Temperaturdifferenz  $T_I - T_A = 20\text{K}$  (290 K, 270 K), Temperatur oben, unten:  $T_{OU} = 280\text{K}$  (Ausschnitt).

Als Beispiel wird ein luftgefüllter Gasspalt mit einer Höhe von 1 m und einer Breite von 16 mm herangezogen. Es wird eine Temperaturdifferenz von 20 K bei Randbedingungen 1. Art vorgegeben. Bild 1 zeigt das Temperaturfeld, das Geschwindigkeitsfeld und ein Stromlinienfeld, welche mit ANSYS/FLOTRAN ermittelt wurden. Bild 2 stellt im



gleichen Abbildungsmaßstab die gleichen Feldgrößen, berechnet mit FLUENT, dar. Aus dem Verlauf der Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder sieht man, daß beide Programme sehr ähnliche Ergebnisse liefern. Die Abweichungen in der grafischen Darstellung sind dabei auf die unterschiedlichen Grafikausgaberoutinen in den Programmen zurückzuführen.