

# **Simulation des Einsatzhärtens und Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile**

**D i s s e r t a t i o n**

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor – Ingenieur**

an der Fakultät Bauingenieurwesen  
der  
Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Andreas Diemar**

aus Erfurt

Gutachter: 1. Prof. Dr.-Ing. J. W. Bergmann, Weimar  
2. Prof. Dr.-Ing. M. Vormwald, Darmstadt  
3. Prof. Dr.-Ing. habil. H.-J. Spies, Freiberg

Tag der Disputation: 11.12.2007

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand parallel zu meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter der Materialforschungs- und -prüfanstalt (MFPA) an der Bauhaus-Universität Weimar.

Für die Anregung zu dieser Arbeit, die Betreuung und die Übernahme des Hauptreferates danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. J. W. Bergmann.

Für die bereitwillige Übernahme der Koreferate und die damit verbundene Mühe danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Vormwald sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H.-J. Spies.

Ferner danke ich allen Kolleginnen und Kollegen an der MFPA Weimar für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die gute Zusammenarbeit. Insbesondere danke ich Frau Dr.-Ing. S. Kleemann, Herrn Dr.-Ing. U. Gerth sowie Herrn Dipl.-Ing. R. Thumser, die mit vielen kleinen und großen Diskussionen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein ganz besonderer Dank gilt meiner lieben Ehefrau Anne-Sophie für ihre Unterstützung sowie ihr Verständnis, wenn ich einmal nicht für die Familie da sein konnte.

Auch danke ich meinen Eltern für die ermöglichte Ausbildung sowie meinen Geschwistern für das zeitaufwendige Korrekturlesen meiner Dissertation.

Erfurt, im Februar 2008

Andreas Diemar

Für Henri, Antoine und Anne-Sophie.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Grundlagen des Einsatzhärtens</b>	<b>3</b>
2.1 Einführung . . . . .	3
2.2 Zustandsdiagramm des Systems Eisen-Kohlenstoff . . . . .	4
2.3 Untersuchte Aufkohlungsverfahren . . . . .	6
2.3.1 Gasaufkohlen . . . . .	6
2.3.2 Niederdruckaufkohlen . . . . .	8
2.4 Wärmeübergang beim Abschrecken . . . . .	9
2.5 Phasentransformationsverhalten . . . . .	11
2.6 Eigenspannungen . . . . .	15
<b>3 Simulation des Einsatzhärtens</b>	<b>18</b>
3.1 Einführung . . . . .	18
3.2 Konstitutive Gleichungen . . . . .	20
3.2.1 Diffusionsanalyse . . . . .	20
3.2.2 Thermische Analyse . . . . .	25
3.2.3 Phasentransformationsanalyse . . . . .	27
3.2.3.1 Einführung . . . . .	27
3.2.3.2 Berechnung von isothermen ZTU-Kurven . . . . .	27
3.2.3.3 Diffusionsgesteuerte Umwandlungen . . . . .	31
3.2.3.4 Diffusionslose martensitische Umwandlung . . . . .	33
3.2.3.5 Transformationswärme . . . . .	34
3.2.3.6 Ableitung der Härte nach dem Abschrecken und dem Anlassen . . . . .	34
3.2.4 Eigenspannungsanalyse . . . . .	36
3.2.4.1 Allgemeine Bemerkungen . . . . .	36
3.2.4.2 Elastische Dehnung . . . . .	37
3.2.4.3 Thermometallurgische Dehnung . . . . .	38
3.2.4.4 Transformationsinduzierte plastische Dehnung . . . . .	39
3.2.4.5 Plastische Dehnung . . . . .	40
3.3 Eingabegrößen der Simulation des Einsatzhärtens . . . . .	43
<b>4 Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile</b>	<b>44</b>
4.1 Einführung . . . . .	44

4.2	Festigkeiten des einsatzgehärteten Werkstoffes . . . . .	45
4.2.1	Örtliche Wechselfestigkeit des einsatzgehärteten Werkstoffes . . . . .	45
4.2.1.1	Örtliche Wechselfestigkeit nach Velten . . . . .	46
4.2.1.2	Örtliche Wechselfestigkeit nach Murakami . . . . .	46
4.2.2	Zugfestigkeit des einsatzgehärteten Werkstoffes . . . . .	48
4.3	Mittelspannungs- und Eigenspannungseinfluss . . . . .	48
4.4	Einfluss der Spannungsmehrachsigkeit . . . . .	50
4.4.1	Klassische Festigkeitshypothesen . . . . .	51
4.4.1.1	Normalspannungshypothese . . . . .	51
4.4.1.2	Gestaltänderungsenergiehypothese . . . . .	52
4.4.2	Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese . . . . .	52
4.5	Spannungsmehrachsigkeit und Berücksichtigung von Eigenspannungen . . . . .	56
4.5.1	Klassische Festigkeitshypothesen . . . . .	56
4.5.2	Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese . . . . .	56
4.6	Übertragbarkeit . . . . .	57
4.6.1	Oberflächentechnischer Größeneinfluss . . . . .	57
4.6.2	Statistischer Größeneinfluss - Fehlstellenmodell . . . . .	58
4.7	Ermittlung der Bauteildauerfestigkeit . . . . .	61
4.7.1	Volumen-Ausfallwahrscheinlichkeit . . . . .	61
4.7.2	Oberflächen-Ausfallwahrscheinlichkeit . . . . .	62
4.7.3	Bestimmung einer statistischen Stützziffer . . . . .	62
<b>5</b>	<b>Implementation in das FE-Programm ABAQUS</b>	<b>64</b>
5.1	Subroutine-System ANTRI . . . . .	64
5.2	Simulation des Einsatzhärtens . . . . .	65
5.2.1	Allgemeine Bemerkungen . . . . .	65
5.2.2	Diffusionsanalyse . . . . .	66
5.2.3	Thermische Analyse und Phasentransformationsanalyse . . . . .	67
5.2.3.1	Allgemeine Bemerkungen . . . . .	67
5.2.3.2	Implementation der diffusionsgesteuerten Umwandlungen . . . . .	69
5.2.3.3	Implementation der diffusionslosen martensitischen Umwandlung . . . . .	70
5.2.3.4	Berücksichtigung von Transformationswärmen . . . . .	70
5.2.4	Eigenspannungsanalyse . . . . .	71
5.2.4.1	Allgemeine Bemerkungen . . . . .	71
5.2.4.2	Implizite Integration der konstitutiven Gleichungen . . . . .	72
5.3	Dauerfestigkeitsanalyse . . . . .	76
5.3.1	Allgemeine Bemerkungen . . . . .	76
5.3.2	Berechnung der Teiloberflächen und Teilvolumina . . . . .	77
5.3.2.1	Einführung . . . . .	77
5.3.2.2	Die Methode SPIEL . . . . .	78
5.3.2.3	Die Wahl geeigneter Finiter Elemente . . . . .	78

<b>6</b>	<b>Berechnungsbeispiele</b>	<b>81</b>
6.1	Einsatzhärtung eines Zylinders . . . . .	81
6.1.1	Allgemeine Angaben . . . . .	81
6.1.2	Diffusionsanalyse . . . . .	83
6.1.2.1	Modellierung . . . . .	83
6.1.2.2	Ergebnisse . . . . .	83
6.1.3	Thermische Analyse und Phasentransformationsanalyse . . . . .	83
6.1.3.1	Modellierung . . . . .	83
6.1.3.2	Ergebnisse . . . . .	84
6.1.4	Eigenspannungsanalyse . . . . .	85
6.1.4.1	Modellierung . . . . .	85
6.1.4.2	Ergebnisse . . . . .	86
6.1.5	Vergleich mit gemessenen Ergebnissen . . . . .	86
6.2	Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung . . . . .	89
6.2.1	Allgemeine Angaben . . . . .	89
6.2.2	Simulation der Einsatzhärtung . . . . .	90
6.2.2.1	Modellierung . . . . .	90
6.2.2.2	Ergebnisse . . . . .	91
6.2.3	Elastizitätstheoretische Analyse . . . . .	94
6.2.3.1	Modellierung . . . . .	94
6.2.3.2	Ergebnisse . . . . .	94
6.2.4	Dauerfestigkeitsabschätzung . . . . .	95
6.2.4.1	Allgemeine Angaben . . . . .	95
6.2.4.2	Ergebnisse . . . . .	96
6.3	Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung . . . . .	99
6.3.1	Allgemeine Angaben . . . . .	99
6.3.2	Simulation der Einsatzhärtung . . . . .	100
6.3.2.1	Modellierung . . . . .	100
6.3.2.2	Ergebnisse . . . . .	101
6.3.3	Elastizitätstheoretische Analyse . . . . .	104
6.3.3.1	Modellierung . . . . .	104
6.3.3.2	Ergebnisse . . . . .	104
6.3.4	Dauerfestigkeitsabschätzung . . . . .	106
6.3.4.1	Allgemeine Angaben . . . . .	106
6.3.4.2	Ergebnisse . . . . .	106
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>109</b>
	<b>Bildverzeichnis</b>	<b>112</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>115</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>116</b>

<b>Anhang</b>	<b>128</b>
<b>A Eingabedaten der Eigenspannungssimulation</b>	<b>128</b>
A.1 Thermophysikalische Werkstoffkennwerte . . . . .	128
A.2 Thermomechanische Werkstoffkennwerte . . . . .	131
A.3 Parameter der Randbedingungen . . . . .	135

# Symbolverzeichnis

## Lateinische Buchstaben

$A$ .....	Legierungsabhängiger Parameter zur Bestimmung der Abschreckhärte
$A$ .....	Oberfläche des Werkstoffelementes bzw. des Bauteiles
$A$ .....	Temperaturabhängiger Parameter zur Bestimmung der Keimbildungsgeschwindigkeit
$A$ .....	Umwandlungstemperatur
$a$ .....	Risslänge allgemein
$a_0, a_v$ .....	Bezugsrisslänge
$a_C$ .....	Kohlenstoffaktivität im System Fe – Si – Mn – Mo ... – C
$a_C^C$ .....	Kohlenstoffaktivität im binären System Fe – C
$a_C^X$ .....	Kohlenstoffaktivität im Dreistoffsystem Fe – X – C
$a_E$ .....	Einheitsbeschleunigung
$A_i$ .....	Oberflächenelement $i$ , Teiloberfläche $i$
$A_{e1}$ .....	Umwandlungstemperatur im Gleichgewichtszustand, Perlit
$A_{e3}$ .....	Umwandlungstemperatur im Gleichgewichtszustand, Ferrit
$area$ .....	Fläche einer Fehlstelle in der Ebene senkrecht zur größten Normalspannung
$At$ .....	Aufkohlungstiefe
$B$ .....	Legierungsabhängiger Parameter zur Bestimmung der Abschreckhärte
$b$ .....	Umwandlungsparameter der Avrami-Gleichung
$B_S$ .....	Bainitstarttemperatur
$C$ .....	Legierungsabhängiger Parameter zur Bestimmung der Anlasshärte
$c$ .....	Konzentration
$C_{ijkl}^e$ .....	Komponenten des Elastizitätstensors
$C_{ijkl}^{ep}$ .....	Komponenten des elastoplastischen Deformationstensors
$c_C$ .....	Kohlenstoffkonzentration im System Fe – Si – Mn – Mo ... – C
$c_C^\alpha$ .....	Kohlenstoffkonzentration des Ferrits im Gleichgewichtszustand
$c_C^\gamma$ .....	Kohlenstoffkonzentration des Austenits im Gleichgewichtszustand



$c_C^C$ .....	Kohlenstoffkonzentration im binären System Fe – C
$c_C^X$ .....	Kohlenstoffkonzentration im Dreistoffsystem Fe – X – C
$C_P$ .....	Kohlenstoffpegel
$c_p$ .....	Spezifische Wärmekapazität
$c_{c,0}$ .....	Grundkohlenstoffgehalt
$c_{C,G}$ .....	Grenzkohlenstoffgehalt zur Festlegung der Aufkohlungstiefe
$D$ .....	Diffusionskoeffizient
$d$ .....	Empirischer Faktor zur Bestimmung der Anlasshärte aus der Abschreckhärte
$D_C$ .....	Diffusionskoeffizient des Kohlenstoffs im Stahl
$d_\gamma$ .....	Austenitkorngröße
$E_{ht}$ .....	Einsatzhärtungstiefe
$f_C$ .....	Aktivitätskoeffizient im System Fe – Si – Mn – Mo ... – C
$f_C^C$ .....	Aktivitätskoeffizient im binären System Fe – C
$f_C^X$ .....	Aktivitätskoeffizient im Dreistoffsystem Fe – X – C
$F_O$ .....	Faktor zur Berücksichtigung der Oberflächentopografie
$G$ .....	ASTM-Korngröße des Austenits
$G$ .....	Freie Enthalpie
$\Delta G_D$ .....	Freie Aktivierungsenthalpie für Diffusion
$\Delta G_K$ .....	Freie Bildungsenthalpie eines Keims
$H$ .....	Enthalpie
$H$ .....	Verfestigungsmodul
$HV$ .....	Anlasshärte
$HV_0$ .....	Abschreckhärte
$I_{ijkl}$ .....	Komponenten des Identitätstensors
$j$ .....	Massenstromdichte
$J_2$ .....	Zweite Invariante des Spannungstensors
$j_C$ .....	Kohlenstoff-Massenstromdichte
$K$ .....	Umwandlungskonstante
$k$ .....	Boltzmannkonstante
$k$ .....	Phase, $k=1$ : Austenit, $k=2$ : Ferrit, $k=3$ : Perlit, $k=4$ : Bainit, $k=5$ : Martensit
$K_I, K$ .....	Spannungsintensitätsfaktor
$k_L$ .....	Legierungsfaktor

$K_t$ .....	Elastizitätstheoretische Formzahl
$K_{tv}$ .....	Elastizitätstheoretische Vergleichsspannungsformzahl
$\Delta K$ .....	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor ( $K_{max} - K_{min}$ )
$l$ .....	Latente Wärme
$M$ .....	Mittelspannungsempfindlichkeit
$m$ .....	Masse
$M_E$ .....	Eigenspannungsempfindlichkeit
$M_S$ .....	Martensitstarttemperatur
$N$ .....	Lastspielzahl
$n$ .....	Empirische Konstante des Diffusionsmechanismus; $n=2$ für Volumendiffusion und $n=3$ für Grenzflächendiffusion
$n$ .....	Umwandlungsparameter der Avrami-Gleichung
$n_{st}$ .....	Statistische Stützziffer
$n_{ij}$ .....	Komponenten des Normalentensors
$o_C^X$ .....	Wirkungsparameter für das Legierungselement X bei Konzentrationsabgabe in Masseprozent
$P$ .....	Zeit-Temperatur Parameter (Anlassparameter)
$p$ .....	Hydrostatischer Anteil des Spannungstensors, Hydrostatische Spannung
$p$ .....	Innendruck
$p$ .....	Partialdruck
$P_A$ .....	Ausfallwahrscheinlichkeit
$p_E$ .....	Einheitsdruck
$p_E$ .....	Hydrostatischer Anteil des Eigenspannungstensors, Hydrostatische Eigenspannung
$P_{\bar{U}}$ .....	Überlebenswahrscheinlichkeit
$\Delta p$ .....	Schwingbreite des Innendrucks
$\dot{Q}$ .....	Latente Wärme aus Phasentransformationen
$\dot{q}$ .....	Wärmestromdichte
$Q$ .....	Aktivierungsenergie der Umwandlung
$R$ .....	Beanspruchungsabhängige Werkstofffestigkeit
$R$ .....	Gaskonstante, 1,986 cal/K/mol
$R$ .....	Spannungs-, Dehnungs- oder Lastverhältnis (Unter- zu Oberwert))
$R_F$ .....	Radius der Fließfläche

## Symbolverzeichnis

$R_m$ .....	Zugfestigkeit, lokale Zugfestigkeit
$RF_i$ .....	Reaktionskraft am FE-Knoten $i$
$S$ .....	Nennspannung
$s$ .....	Pfadlänge
$S(V^{(k)})$ .....	Reaktionsratenterm
$S_\eta$ .....	Bauteildauerfestigkeit für Auslastungsgrad $\eta^{(k)} = 1$
$S_D$ .....	Bauteildauerfestigkeit
$s_{ij}$ .....	Komponenten des deviatorischen Spannungstensors
$T$ .....	Temperatur
$t$ .....	Zeit
$U$ .....	Energie
$V$ .....	Volumen des Werkstoffelementes bzw. des Bauteiles
$V$ .....	Volumenfraktion
$v$ .....	Spezifisches Volumen, $v = 1/\rho$
$V_i$ .....	Volumenelement $i$ , Teilvolumen $i$
$v_{85}$ .....	Abkühlgeschwindigkeit zwischen 800 °C und 500 °C
$v_{krit}$ .....	Kritische Abkühlgeschwindigkeit für alleinige Umwandlung in der Martensitstufe
$v_K$ .....	Keimbildungsgeschwindigkeit
$Y$ .....	Geometriefunktion
$y_n$ .....	Anlass- bzw. Selbstanlassrate

### Fettgedruckte lateinische Buchstaben

$\mathbf{D}^e$ .....	Elastizitätsmatrix
$\mathbf{D}^{ep}$ .....	Konsistenter elastoplastischer Tangentenoperator
$\mathbf{n}$ .....	Normalenvektor
$\mathbf{r}$ .....	Ortsvektor
$\mathbf{s}$ .....	Deviatorischer Spannungsvektor

### Griechische Buchstaben

$\alpha_{DV}$ .....	Hydrostatische Empfindlichkeit, Parameter der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese
$\alpha$ .....	Ferrit
$\alpha$ .....	Temperaturleitfähigkeit

## Symbolverzeichnis

$\alpha$ .....	Thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\alpha$ .....	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_{ij}$ .....	Komponenten des Rückspannungstensors
$\alpha'_{ij}$ .....	Komponenten des deviatorischen Rückspannungstensors
$\beta$ .....	Faktor für den Verfestigungsanteil
$\beta$ .....	Stoffübergangskoeffizient
$\Delta$ .....	Änderung, Differenz, Schwingbreite, Inkrement
$\Delta\sigma$ .....	Zyklische Spannung, Spannungsschwingbreite
$\epsilon^p$ .....	Effektive plastische Dehnung
$\epsilon^{thr}$ .....	Thermometallurgische Dehnung
$\epsilon^{th}$ .....	Thermische Dehnung
$\epsilon^{tr}$ .....	Transformationsinduzierte Dehnung
$\epsilon_{ij}$ .....	Komponenten des totalen Dehnungstensors
$\epsilon^e_{ij}$ .....	Komponenten des elastischen Dehnungstensors
$\epsilon^p_{ij}$ .....	Komponenten des plastischen Dehnungstensors
$\epsilon^{tp}_{ij}$ .....	Komponenten des transformationsinduzierten plastischen Dehnungstensors
$\gamma$ .....	Austenit
$\kappa$ .....	Kompressionsmodul
$\kappa$ .....	Weibull-Exponent
$\lambda$ .....	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda$ .....	Lamésche Konstante
$d\lambda$ .....	Proportionalitätsfaktor
$\mu$ .....	Lamésche Konstante, Schubmodul
$\phi(V)$ .....	Umwandlungsfunktion
$\rho$ .....	Dichte
$\rho_{ij}$ .....	Komponenten des lokalen (mikroskopischen) Eigenspannungstensors
$\rho^*_{ij}$ .....	Komponenten des stabilisierten lokalen (mikroskopischen) Eigenspannungstensors
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ...	Hauptspannungen, wobei gilt $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
$\sigma$ .....	Spannung, Lebensdauerwert
$\sigma_A$ .....	Dauerfest ertragbare Spannungsamplitude bei Mittelspannung $\sigma_M$
$\sigma_a$ .....	Spannungsamplitude
$\sigma_E$ .....	Eigenspannung, lokale Eigenspannung

## Symbolverzeichnis

$\sigma_F$	Fließspannung
$\sigma_M$	Mittelspannung der Dauerfestigkeit
$\sigma_m$	Mittelspannung
$\sigma_v$	Vergleichsspannung
$\sigma_w$	Wechselfestigkeit
$\sigma_Y$	Streckgrenze
$\sigma_{ij}$	Komponenten des Spannungstensors
$\sigma_{Sch}$	Schwellfestigkeit
$\sigma_{v,DV}$	Vergleichsspannung nach der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese
$\tau_a$	Schubspannungsamplitude
$\tau$	Schubspannung
$\tau$	Umwandlungszeit
$\tau_w$	Schubwechselfestigkeit, Parameter der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese

### Fettgedruckte griechische Buchstaben

$\alpha'$	Deviatorischer Rückspannungsvektor
$\epsilon$	Dehnungsvektor
$\sigma$	Spannungsvektor

### Tiefgestellte Symbole

$a$	Amplitude
$ad$	adsorbiert
ang.	angelassen
$c$	franz. chauffe, Erwärmung
$cm$	franz. cimentit, Zementit
$D$	Dauerfest ertragbar
$E$	Ende der Transformation
$e$	franz. equilibre, Gleichgewicht
$\eta$	Ermittelt mit maximalem Auslastungsgrad
exp	Experimentell ermittelt
$f$	engl. finish, Ende
$i$	Zähler

$j$ .....	Zähler
max .....	Maximal (-spannung, -dehnung, etc.)
min .....	Minimal (-spannung, -dehnung, etc.)
$r$ .....	franz. refroidissement, Abkühlung
$r, \varphi, z$ .....	Koordinatenrichtung in Zylinderkoordinaten
$S$ .....	Beginn der Transformation
Sätt. ....	Sättigung
$th$ .....	engl. threshold, Schwellenwert
1, 2, 3 .....	Hauptspannungsrichtungen

### Hochgestellte Symbole

(1) .....	Makroskopische Größe der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese
( $A$ ) .....	Oberfläche
( $A_i$ ) .....	Oberflächenelement $i$ , Teiloberfläche $i$
( $F$ ) .....	Fluid
( $G$ ) .....	Gas
( $k$ ) .....	Phase, $k=1$ : Austenit, $k=2$ : Ferrit, $k=3$ : Perlit, $k=4$ : Bainit, $k=5$ : Martensit
( $V$ ) .....	Volumen
( $V_i$ ) .....	Volumenelement $i$ , Teilvolumen $i$
$i$ .....	Iterationsindex
ts .....	engl. trial state, Versuchszustand

### Operatoren und Vorschriften

$\delta$ .....	Partieller Differentialoperator
$\nabla$ .....	Nabla-Operator
d .....	Differentialoperator
( $\dot{\phantom{x}}$ ) .....	Rate, Ableitung nach der Zeit

### Abkürzungen

dev .....	deviatorisch
Fe – C .....	binäres System Eisen-Kohlenstoff
FE .....	Finite Elemente
FEM .....	Finite-Elemente-Methode

## *Symbolverzeichnis*

GEH ..... Gestaltänderungsenergiehypothese

kfz ..... kubisch-flächenzentriert

krz ..... kubisch-raumzentriert

NH ..... Normalspannungshypothese

# 1 Einleitung und Zielsetzung

Die Schwingfestigkeit eines Bauteils kann durch gezielte mechanische, thermische sowie thermochemische Randschichtverfestigungsverfahren erheblich gesteigert werden. Gegenüber konstruktiven Maßnahmen lassen sich hiermit meist größere und kostengünstigere Schwingfestigkeitsgewinne erzielen [1, 2].

Das *Einsatzhärten* ist ein thermochemisches Randschichtverfestigungsverfahren, bei dem die Randschicht eines aus einem kohlenstoffarmen Stahl gefertigten Bauteils zunächst mit Kohlenstoff bei hohen Temperaturen angereichert und anschließend schnell abgekühlt (gehärtet) wird. Aus dem schnellen Abkühlvorgang resultieren große Temperaturgradienten im Bauteil sowie strukturelle Veränderungen des Einsatzstahles, so dass am Ende der Wärmebehandlung die Randschicht des Bauteils höherfeste Gefügebestandteile sowie Druckeigenspannungen aufweist. Beides führt zu verbesserten Schwingfestigkeits- und Verschleißigenschaften des Bauteils.

Zur Simulation des Einsatzhärtens sind neben der Kohlenstoffverteilung im Bauteil auch die örtlichen und zeitlichen Entwicklungen der Temperaturen, der Phasentransformationen und der Spannungen und Dehnungen während des Abkühlens zu bestimmen. Simultan müssen dabei thermische, metallurgische sowie mechanische Interaktionen berücksichtigt werden [3–6]. Infolge des Kohlenstoffgradienten in der Randschicht des Bauteils variieren zudem die thermophysikalischen und die mechanischen Materialeigenschaften sowie das Phasentransformationsverhalten des Einsatzstahles [5, 6]. Aufgrund der großen Komplexität des metallurgischen und thermomechanischen Verhaltens des (Einsatz-)Stahles erfolgt die Simulation des Einsatzhärtens auf der Grundlage makroskopischer Modelle zur Beschreibung der Phasentransformationskinetik und der Eigenspannungsentwicklung [7–9] in Verbindung mit experimentellen Daten [10]. Diese Modelle haben gegenüber Modellen auf anderen Betrachtungsebenen den Vorteil, dass sie zur Analyse beliebiger Strukturen geeignet sind.

Für die dauerfeste Dimensionierung einsatzgehärteter Bauteile steht heute kein Bemessungskonzept zur Verfügung, welches neben den Einflüssen von Größe, Oberfläche und Belastung auch die Simulation der Einsatzhärtung beinhaltet. Vorhandene Konzepte zur Dauerfestigkeitsabschätzung einsatzgehärteter Bauteile setzen die Kenntnis des Härte- und Eigenspannungsverlaufes des zu bemessenden Bauteils voraus [11–15]. Die lokale Festigkeit gegen Ermüdung wird in [12, 14, 15] aus Versuchen an einsatzgehärteten Proben über eine Korrelation zur lokalen Härte abgeleitet. Da keine Simulation des Einsatzhärteprozesses und des daraus resultierenden Gefügestandes erfolgt, sind zur Anpassung der Versuchsergebnisse weitere Parameter anhand von Referenzproben zu bestimmen. In [16] konnte zwar die Bestimmung der lokalen Härte- und Schwingfestigkeitsverteilung basierend auf einer Diffusionsanalyse durchgeführt werden, jedoch wurde der aus der Einsatzhärtung resultierende Eigenspannungsverlauf nur anhand ähnlicher Bauteile und Wärmebehandlungen grob abgeschätzt. Diese Arbeit verfolgt zwei Zielstellungen: Die erste Zielstellung besteht in der Simulation des Ein-



satzhärtens auf der Grundlage vorhandener Materialmodelle. Die Simulation des Einsatzhärtens beinhaltet die Bestimmung der Kohlenstoffverteilung sowie der Gefüge- und Eigenspannungsverteilung nach dem Härten und eventuellem Anlassen des Bauteils. Die zweite Zielstellung besteht in der Erarbeitung eines Konzeptes zur Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile. Gegenüber vorhanden Bemessungskonzepten sollen hier wesentliche Ergebnisse der Simulation des Einsatzhärtens wie die Eigenspannungs- und Härteverteilung als neue Ausgangsgrößen verwendet werden.

Für die Analyse beliebiger Bauteilformen ist eine Implementation der Materialmodelle in die Finite-Elemente-Methode (FEM) notwendig.

## 2 Grundlagen des Einsatzhärtens

In diesem Kapitel sollen grundlegende Erläuterungen zum Einsatzhärten gegeben werden. Für eine weitere Vertiefung wird auf die Literatur verwiesen [17–19].

### 2.1 Einführung

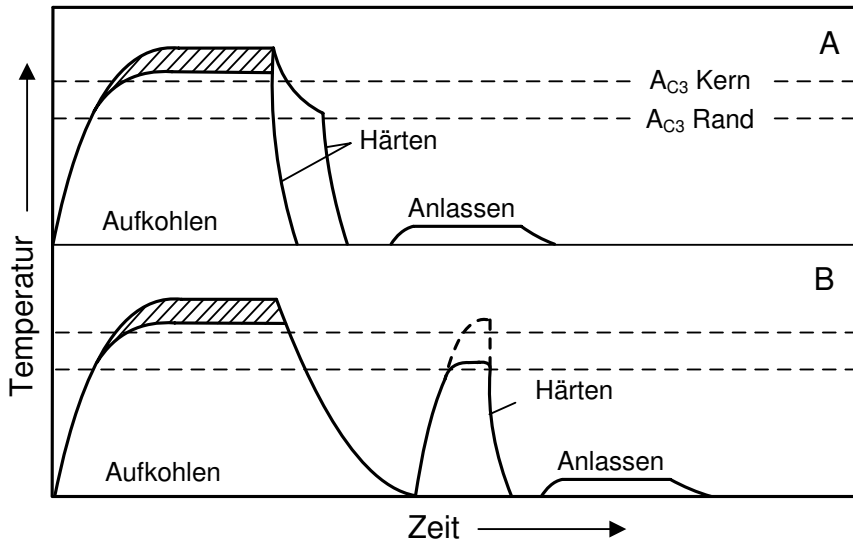
Durch das thermochemische Wärmebehandlungsverfahren des Einsatzhärtens wird die Randschicht des Bauteils mit Kohlenstoff angereichert. Nach dem Erwärmen auf hohe Temperaturen (900 °C bis 950 °C), dem sogenannten *Austenitisieren*, erfolgt dies mittels kohlenstoffreicher Medien im  $\gamma$ -(*Austenit*-) Gebiet des Stahles. Der angestrebte maximale Randkohlenstoffgehalt variiert in der Regel zwischen 0,6 und 0,9 Masse-%. Er muss am Ende des Aufkohlungsprozesses einerseits ausreichend groß sein, um die geforderte Mindesthärte einzuhalten, andererseits darf er nicht zu hoch sein, da sonst das Gefüge nicht frei von Karbiden ist und erhöhte Restaustenitgehalte aufweist. Die in der Praxis angestrebten Aufkohlungstiefen liegen in einem sehr großen Bereich von 0,10 mm (Feinwerktechnik) bis über 10 mm (große Zahnräder) [17, 20].

Je nach Art des kohlenstoffabgebenden Mediums wird zwischen den Aufkohlungsverfahren *Pulveraufkohlen* (festes Aufkohlungsmittel), *Salzbadaufkohlen* (flüssiges Aufkohlungsmittel) sowie *Gas-, Niederdruck- und Plasmaaufkohlen* (gasförmiges Aufkohlungsmittel) unterschieden [17, 18]. Die Verwendung von gasförmigen Aufkohlungsmitteln hat gegenüber festen und flüssigen Aufkohlungsmitteln den Vorteil, dass der Aufkohlungsprozess besser kontrolliert und geregelt werden kann. Im Abschnitt 2.3 werden das Gas- und Niederdruckaufkohlen ausführlich besprochen.

Erst durch das dem Aufkohlen folgende Härten und Anlassen erhält das Bauteil die gewünschten Gebrauchseigenschaften. Das Härten kann dabei auf unterschiedliche Weise durchgeführt werden [21]. Für die in der Praxis häufig angewendeten Verfahren des *Direkt- und Einfachhärtens* zeigt das Bild 2.1 die typischen Temperatur-Zeit-Verläufe.

Da die Härtetemperatur im Allgemeinen in der Nähe der Aufkohlungstemperatur liegt, ist es zweckmäßig, nach Ende des Aufkohlungsprozesses unverzüglich abzuschrecken. Dieses Härteverfahren wird als *Direkthärten* bezeichnet. Durch das Abschrecken von der Kernhärtetemperatur  $A_{c3}$ -Kern (Umwandlungstemperatur, Abschnitt 2.2) kann die höchste Kernhärte erreicht werden. Dabei wird die Bauteilrandschicht jedoch „überhitzt“ gehärtet und weist danach mitunter ein grobes Gefüge auf. Wird die Härtetemperatur der des Randes  $A_{c3}$ -Rand angepasst, ergibt sich ein feineres Randgefüge sowie ein „unterhärteter“ Kern [18, 22].

Im Fall des Einfachhärtens wird nach dem Aufkohlungsprozess zunächst so auf Raumtemperatur abgekühlt, dass kein Härten des Bauteils einsetzt. Dies ermöglicht ein leichteres Zwischenbearbeiten



**Bild 2.1.** Temperatur-Zeit-Verläufe für das Direkthärten A und das Einfachhärten B [21,22]

des Bauteils. Anschließend wird das Bauteil wieder erhitzt und wie beim Direkthärten von der Kern- oder Randhärtemperatur abgeschreckt. Das Unterschreiten der Umwandlungstemperatur  $A_{C3}$  bzw. deren Überschreiten beim Wiedererwärmen auf Härtemperatur bewirkt eine Kornneubildung, so dass Kornvergrößerungen infolge der hohen Aufkohlungstemperaturen teilweise rückgängig gemacht werden können [18,22].

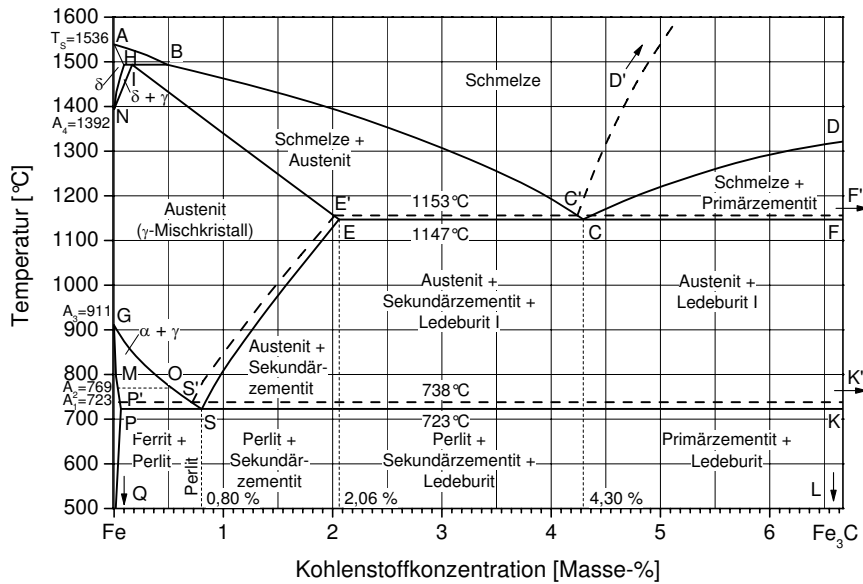
Üblicherweise werden einsatzgehärtete Bauteile bei Temperaturen zwischen 180 °C und 200 °C angelassen. Dadurch wird die Härte vermindert und die Risszähigkeit erhöht.

## 2.2 Zustandsdiagramm des Systems Eisen-Kohlenstoff

Das wichtigste Legierungselement des Eisens ist der Kohlenstoff. Er bildet mit dem Eisen Einlagerungsmischkristalle. Die Löslichkeit des Kohlenstoffs ist abhängig vom Gittertyp des Mischkristalls und von der Temperatur. Nicht gelöster Kohlenstoff kann im Eisen in verschiedenen Formen vorliegen, entweder als elementarer Kohlenstoff (Graphit, Temperkohle) oder als Phase  $Fe_3C$  (Zementit, Eisenkarbid). Hieraus ergeben sich zwei Zustandsdiagramme, welche die Kristallisationsvorgänge von Eisen-Kohlenstoffverbindungen beschreiben [23,24]. Im Bild 2.2 sind das Zustandsdiagramm Eisen-Kohlenstoff (Fe – C, gestrichelte Linien) und das Zustandsdiagramm Eisen-Eisenkarbid (Fe –  $Fe_3C$ , ausgezogene Linien) dargestellt. Nach diesem System kristallisieren praktisch alle Eisen-Kohlenstoff-Legierungen. Unter *Stahl* sind Legierungen mit weniger als 2,06 % C und unter *Gusseisen* Legierungen mit mehr als 2,06 % C zu verstehen.

Im Zustandsdiagramm Eisen-Eisenkarbid bildet Eisen die linke und Eisenkarbid die rechte Begrenzung. Die Schmelztemperatur des reinen Eisens beträgt 1.536 °C. Während der Erstarrung entstehen Kristallite mit einem kubisch-raumzentrierten Gitter, die auch als  $\delta$ -Eisen bezeichnet werden. Das  $\delta$ -Eisen ist bis zu einer Temperatur von 1.392 °C thermodynamisch stabil. Unterhalb dieser Temperatur wandelt sich das  $\delta$ -Eisen in  $\gamma$ -Eisen mit kubisch-flächenzentriertem Gitter um. Ab einer Temperatur von 911 °C steht das  $\gamma$ -Eisen mit dem kubisch-raumzentrierten  $\alpha$ -Eisen im Gleichgewicht. Das

## 2.2 Zustandsdiagramm des Systems Eisen-Kohlenstoff



**Bild 2.2.** Zustandsdiagramm Eisen-Kohlenstoff (gestrichelte Linien), Eisen-Eisenkarbid (ausgezogene Linien); (in Anlehnung an [23, 24])

$\alpha$ -Eisen ist unterhalb dieser Temperatur thermodynamisch stabil und wird am Curiepunkt (769 °C) ferromagnetisch. In der Tabelle 2.1 sind die genannten Phasen (allotrope Modifikationen) des Eisens noch einmal zusammengestellt [24].

**Tabelle 2.1.** Allotrope Modifikationen des reinen Eisens [24]

Phase	Existenzbereich [°C]	Kristallaufbau	Gitterkonstante [nm]
$\alpha$ -Fe	... 769	kubisch-raumzentriert	0,286 bei 20 °C
$\beta$ -Fe	769 ... 911	kubisch-raumzentriert	0,290 bei 800 °C
$\gamma$ -Fe	911 ... 1.392	kubisch-flächenzentriert	0,364 bei 1.100 °C
$\delta$ -Fe	1.392 ... 1.536	kubisch-raumzentriert	0,293 bei 1.425 °C

Die Phase Eisenkarbid, metallografisch als *Zementit* bezeichnet, besitzt ein rhomboedrisches Metallgitter, enthält 6,67 % C und kommt in den Arten *Primärzementit*, *Sekundärzementit* und *Tertiärzementit* vor. Bei sehr langen Glühzeiten und hohen Temperaturen ist ein Zerfall des Eisenkarbids in die Komponenten Eisen und Kohlenstoff in Form von Graphit möglich. Das Zustandsschaubild Eisen-Eisenkarbid wird daher als *metastabil* und das Zustandsschaubild Eisen-Graphit als *stabil* bezeichnet.

Entsprechend der allotropen Modifikationen des Eisens sind im Zustandsschaubild Eisen-Eisenkarbid die in der Tabelle 2.2 aufgeführten Eisen-Kohlenstoff-Mischkristalle vorhanden.

**Tabelle 2.2.** Homogene Gefügearten (Mischkristalle) des Zustandsschaubildes Eisen-Eisenkarbid

Phase	Kristallaufbau	maximale C-Löslichkeit	Gefügebezeichnung
$\delta$ -Mischkristall	kubisch-raumzentriert	0,10 % bei 1.493 °C	$\delta$ -Ferrit
$\gamma$ -Mischkristall	kubisch-flächenzentriert	2,06 % bei 1.147 °C	Austenit
$\alpha$ -Mischkristall	kubisch-raumzentriert	0,02 % bei 723 °C	Ferrit

## 2.3 Untersuchte Aufkohlungsverfahren

Von diesen homogenen Gefügearten (Phasen) sind die Gefügebestandteile Perlit sowie Ledeburit I und Ledeburit II zu unterscheiden, die von zusammengesetzter (heterogener) Natur sind.

Die festen Phasen werden unterhalb der Liquiduslinie ABCD gebildet; unterhalb der Soliduslinie AHIECF sind im Gefüge nur noch feste Phasen vorhanden. Eisen-Kohlenstoff-Legierungen mit einem Kohlenstoffgehalt zwischen 0,02 und 0,8 % werden als *untereutktoide Stähle* bezeichnet. Ihr Gefüge besteht bei Raumtemperatur aus Ferrit sowie dem eutektoiden Gefügebestandteil Perlit. Eutektoide Stähle besitzen einen Kohlenstoffgehalt von 0,8 %. Bei Raumtemperatur ist ihr Gefüge zu 100 % perlitisch. Das Gefüge von übereutektoiden Stählen (0,8 bis 2,06 % C) enthält Perlit sowie Sekundärzementit. Eine Zusammenstellung der wesentlichen Umwandlungsvorgänge stellt die Tabelle 2.3 [23] dar. In ihr wird zusätzlich zwischen Erwärmung und Abkühlung unterschieden, da die jeweiligen Umwandlungstemperaturen verschieden sind (thermische Hysterese).

**Tabelle 2.3.** Umwandlungen des Zustandsschaubildes Eisen-Eisenkarbid [23]

Lage im System Fe – Fe <sub>3</sub> C	Art der Umwandlung	Bezeichnung der Umwandlungstemperatur		
		Gleichgewicht	Abkühlung	Erwärmung
PSK	$\alpha + \text{Fe}_3\text{C} \xrightleftharpoons{723\text{ }^\circ\text{C}} \gamma$	$A_{e1}$	$A_{r1}$	$A_{c1}$
MO	ferromagnetisch $\xrightleftharpoons{769\text{ }^\circ\text{C}}$ paramagnetisch	$A_{e2}$	$A_{r2}$	$A_{c2}$
G	$\alpha \xrightleftharpoons[898\text{ }^\circ\text{C}]{911\text{ }^\circ\text{C}} \gamma$	$A_{e3}$	$A_{r3}$	$A_{c3}$
GOS	$\alpha + \gamma \leftrightarrow \gamma$	$A_{e3}$	$A_{r3}$	$A_{c3}$
SE	$\gamma + \text{Fe}_3\text{C} \leftrightarrow \gamma$	$A_{ecm}$	$A_{rcm}$	$A_{c_{cm}}$
N	$\gamma \xrightleftharpoons{1392\text{ }^\circ\text{C}} \delta$	$A_{e4}$	$A_{r4}$	$A_{c4}$
NH	$\gamma + \delta \leftrightarrow \delta$	$A_{e4}$	$A_{r4}$	$A_{c4}$

## 2.3 Untersuchte Aufkohlungsverfahren

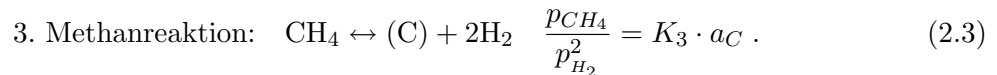
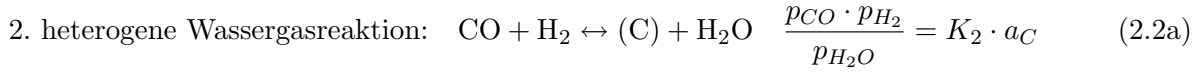
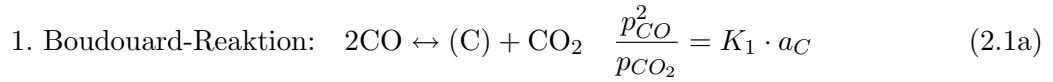
Die in dieser Arbeit näher untersuchten Verfahren des Gas- und Niederdruckaufkohlens sollen im Folgenden vorgestellt werden.

### 2.3.1 Gasaufkohlen

Beim Gasaufkohlen setzt sich die Aufkohlungsatmosphäre aus endotherm hergestelltem Trägergas, bestehend aus CO, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O und N<sub>2</sub>, sowie einem zur Erhöhung des Kohlenstoffangebotes dienendem Zusatzgas zusammen. Als Zusatzgase dienen dabei Kohlenwasserstoffe wie Methan und Propan.

Ausgangspunkt des Aufkohlungsvorganges ist die Differenz zwischen dem Potential des Kohlenstoffs im Bauteilrand und dem Potential des Kohlenstoffs in der Aufkohlungsatmosphäre. Die hierdurch bedingte Triebkraft bewirkt das Auslösen folgender Kohlenstoff freisetzender Phasengrenzflächenre-

aktionen [17, 18, 25]:



Im Austenit gelöster Kohlenstoff wird dabei mit (C) bezeichnet, mit  $K_i$  die Gleichgewichtskonstanten der einzelnen Reaktionen [21], mit  $p_i$  die Partialdrücke der einzelnen Bestandteile sowie mit  $a_{\text{C}}$  die Aktivität des Kohlenstoffs im Austenit. Infolge der homogenen Wassergasreaktion



wird das Reaktionsprodukt Kohlendioxid wieder abgebaut. Bei gegebener Gaszusammensetzung und -menge kommen die beschriebenen Reaktionen an der Phasengrenzfläche im Gleichgewicht mit dem entsprechenden Kohlenstoffangebot zum Stillstand. Methan und Propan in ihrer Funktion als Zusatzgase bauen die Reaktionsprodukte der Boudouard-Reaktion und der heterogenen Wassergasreaktion ab, wodurch eine Regeneration der Aufkohlungsatmosphäre erzielt werden kann.

Als Resultat der Phasengrenzflächenreaktionen stellt sich im Bauteilrand ein Kohlenstoffgehalt ein. Infolge des Potentialgefälles zum Bauteilkern wird die Kohlenstoffdiffusion in das Bauteilinnere eingeleitet [26].

Der Kohlenstoffpegel  $C_P$  (oft auch als *C-Pegel* oder *C-Wert* bezeichnet) stellt die wichtigste Kenngröße zur Charakterisierung und Regelung der Kohlungswirkung der Aufkohlungsatmosphäre dar und gibt an, bis zu welcher Konzentration Kohlenstoff im Austenit des Reineisens (binäres System Fe – C) für den Gleichgewichtszustand der Phasengrenzflächenreaktionen angereichert werden kann.

Das Gasaufkohlen wird meist im zweistufigen Sättigungs-Ausgleichs-Verfahren mit veränderlichem Kohlenstoffpegel durchgeführt (Bild 2.3, [27]). Zur Verkürzung der Prozessdauer wird während der ersten Aufkohlungstufe ( $C_{P1}$ , Kohlenstoffverlaufskurve A) der Randkohlenstoffgehalt knapp unter der Sättigungsgrenze des Kohlenstoffs im Austenit gehalten, wodurch ein maximaler Kohlenstoffübergang erreicht wird. Ziel der zweiten Aufkohlungsstufe ( $C_{P2}$ , Kohlenstoffverlaufskurve B) ist der Abbau bzw. Ausgleich des hohen Randkohlenstoffgehaltes durch Diffusion in das Bauteil und somit die Einstellung eines möglichst gleichmäßigen Tiefenverlaufs des Kohlenstoffs. Je nach verwendeter Stahlsorte liegt  $C_{P1}$  zwischen 0,9 und 1,3 % C und  $C_{P2}$  zwischen 0,6 und 0,8 % C. Würde der gesamte Aufkohlungsprozess mit dem niedrigeren Kohlenstoffpegel  $C_{P2}$  gefahren, ergäbe sich ein steiler Kohlenstoffkonzentrationsgradient im Randbereich des Bauteiles sowie eine deutlich

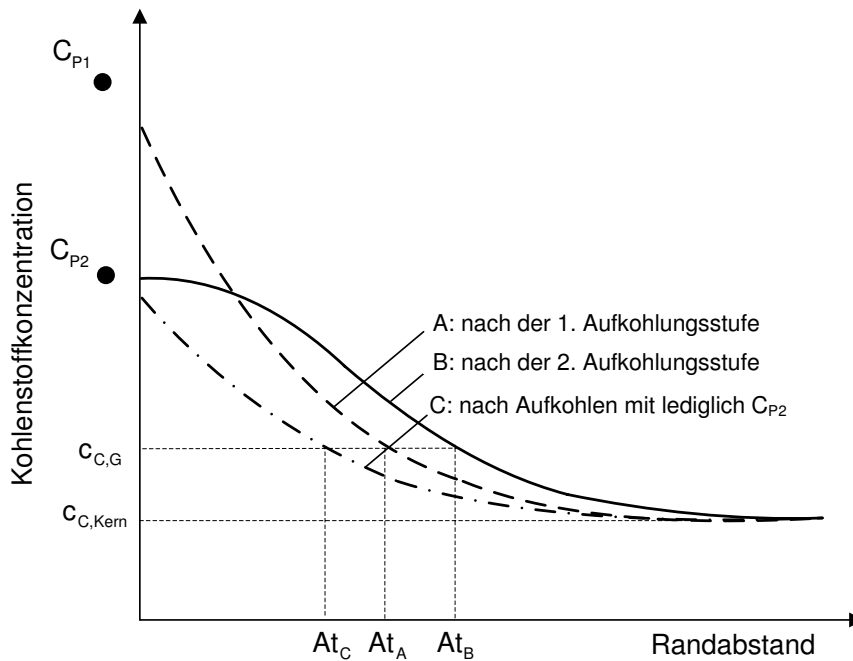


Bild 2.3. Kohlenstoffverlaufskurven beim Gasaufkohlen

verminderte Aufkohlungstiefe  $At$  (Kohlenstoffverlaufskurve C).

Wie die Teilreaktion 1 der Boudouard-Reaktion und die der heterogenen Wassergasreaktion (Gleichung (2.1b) und Gleichung (2.2b)) zeigen, wird neben Kohlenstoff auch der gebundene atomare Sauerstoff freigesetzt. Der größte Teil des Sauerstoffs bildet mit dem in der Aufkohlungsatmosphäre vorhandenen Wasserstoff und Kohlenmonoxid Wasserdampf bzw. Kohlendioxid. Ein geringer Teil des Sauerstoffs diffundiert jedoch in den Werkstoff ein und verbindet sich mit den vorhandenen Legierungselementen, bevorzugt mit jenen, die eine hohe Affinität zum Sauerstoff besitzen, wie Al, Si, Mn, Cr, Ni. Vor allem an den Austenitkorn Grenzen, an denen die höchste Diffusionsrate vorliegt, bilden sich stabile Oxide. Diese sogenannte *Randoxidation*, genauer gesagt *innere Oxidation* [28, 29], führt damit zu einer Verarmung an Legierungselementen im Randbereich (ca. 5-20  $\mu\text{m}$ ) des Bauteils, wodurch sich Gefügestände mit geringerer Härte ausbilden (Abschnitt 3.2.3.2 und 6.1).

Das Gasaufkohlen wird meist mit einem Härten in verdampfenden Abschreckmedien (z. B. Wasser, Öl) kombiniert.

### 2.3.2 Niederdruckaufkohlen

Dem Gasaufkohlen sind in Bezug auf Umweltfreundlichkeit und Oxidfreiheit der Oberfläche Grenzen gesetzt. Im letzten Jahrzehnt ist deshalb ein gesteigertes Interesse am Aufkohlen in Niederdruckanlagen zu verzeichnen [25, 30, 31]. Während beim Gasaufkohlen mit einem Gasdruck der Aufkohlungsatmosphäre von 1 bar gearbeitet wird, beträgt er beim Niederdruckaufkohlen 5 bis 10 mbar. Diese niedrigen Gasdrücke erlauben keine gleichmäßige Verteilung und Durchmischung des Aufkohlungsgases, so dass neben der pulsierten Zugabe des Aufkohlungsgases (Druckwechselzyklen) auch

eine hohe Aufkohlungsgasgeschwindigkeit erforderlich ist, wodurch zudem die Gleichmäßigkeit der Aufkohlung von Bohrungen und Sacklöchern [25, 31] erreicht wird. Eine Regelung des Aufkohlungsprozesses über den Kohlenstoffpegel ist nicht möglich, da das Aufkohlungsgas sich ausschließlich aus Kohlenwasserstoffen zusammensetzt und frei von Sauerstoff ist. Hieraus resultiert, dass weder Wasserdampf noch Kohlendioxid vorhanden sind. Damit fehlen die Boudouard-Reaktion und die heterogene Wassergasreaktion (Gleichung (2.1a) und Gleichung (2.2a)), über die der Kohlenstoffpegel geregelt wird. Die entscheidende Kenngröße zur Regelung des Niederdruckaufkohlens stellt somit die Kohlenstoff-Massenstromdichte  $j_C$  dar, welche als diejenige Kohlenstoffmenge definiert ist, die pro Zeit- und Flächeneinheit in das Bauteil eindiffundiert [30].

Auf Grund seiner in Bezug auf die Aufkohlungswirkung hervorragenden Eigenschaften hat sich heutzutage der Kohlenwasserstoff Ethin (Acetylen) als Aufkohlungsgas durchgesetzt.

Ausgangspunkt des Aufkohlungsvorganges ist wiederum die Differenz zwischen dem Potential des Kohlenstoffs im Bauteilrand und dem Potential des Kohlenstoffs im Aufkohlungsgas. Bei Verwendung von Ethin als Aufkohlungsgas wird durch diese Potentialdifferenz die folgende, Kohlenstoff freisetzende Phasengrenzflächenreaktion ausgelöst:



Die den komplexen Ethinzerfall bildenden Teilreaktionen werden in dieser Arbeit nicht dargestellt; es wird auf die Literatur verwiesen [25, 32].

Da mit hohen Kohlenstoff-Massenstromdichten von bis zu  $250 \text{ g}/(\text{m}^2\text{h})$  gearbeitet wird [33], sind in wenigen Minuten Kohlenstoffrandgehalte in Höhe der Sättigungskonzentration des verwendeten Einsatzstahles erreichbar. Diese werden ähnlich dem zweistufigen Sättigungs-Ausgleichs-Verfahren beim Gasaufkohlen durch einen Diffusionszyklus nach dem jeweiligen Aufkohlungszyklus abgebaut. Der Aufkohlungsofen wird dazu evakuiert. Je nach gewünschter Aufkohlungstiefe sind mehrere Aufkohlungs- und Diffusionszyklen notwendig. Die sich dabei einstellende Kohlenstoffverlaufskurve entspricht im Wesentlichen der Kohlenstoffverlaufskurve B des Bildes 2.3.

Im Gegensatz zum Gasaufkohlen kann durch das Niederdruckaufkohlen nur in Sonderfällen die Randschicht des Bauteils geschädigt werden [34, 35]. Hierbei wird der Mangan-Gehalt der Randschicht reduziert, wodurch sich wiederum Gefügestände mit geringerer Härte ausbilden (Abschnitt 3.2.3.2).

Das Niederdruckaufkohlen ist gekoppelt an eine Hochdruck-Gasabschreckung. Als Abschreckgase werden meist Stickstoff und Helium, aber auch Wasserstoff bei Drücken zwischen 5 bis 20 bar verwendet [36, 37]. Die Substitution der Ölabschreckung führte zu einer Reihe verfahrenstechnischer, ökologischer und wirtschaftlicher Vorteile wie der Verbesserung der Oberflächenqualität, des Verzugsverhaltens und der Umweltfreundlichkeit sowie dem Wegfall der Bauteilnachreinigung.

## 2.4 Wärmeübergang beim Abschrecken

Der Wärmeübergang von der Bauteiloberfläche durch eine Grenzschicht hindurch in das Abschreckmedium wird quantitativ durch den Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  beschrieben. Er ist keine physi-



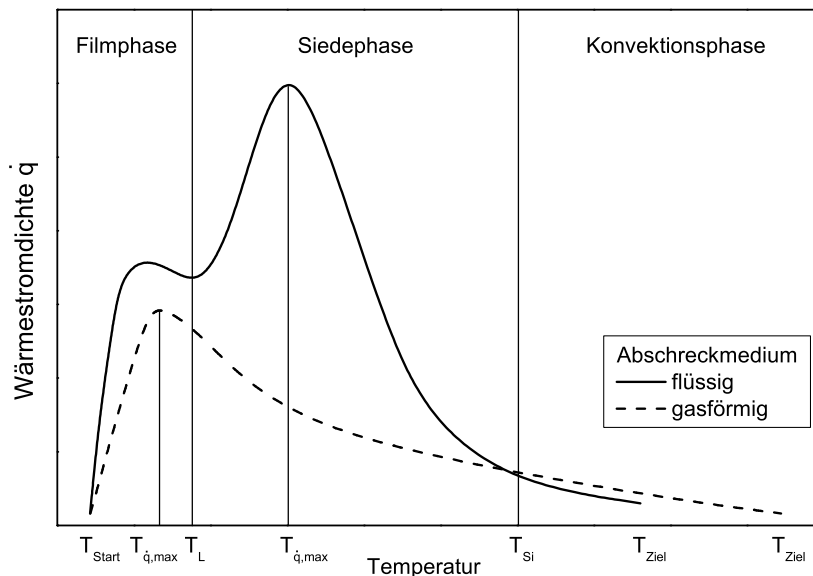
kalische Grundgröße, sondern ein experimentell zu bestimmender Proportionalitätsfaktor, der die Intensität des Wärmeübergangs bestimmt. Damit ist der Wärmeübergangskoeffizient nicht nur abhängig von der Art und den Anströmbedingungen des Abschreckmediums, sondern auch von der Oberflächenbeschaffenheit des Bauteils, der Temperatur sowie der Dicke der sich ausbildenden Grenzschicht. Die in der Tabelle 2.4 angegebenen mittleren Werte sind daher lediglich als Richtwerte zu interpretieren.

**Tabelle 2.4.** Mittlere Wärmeübergangskoeffizienten gasförmiger und flüssiger Abkühlmedien [17]

Abkühlmedium	Wärmeübergangskoeffizient $[\text{W}/(\text{m}^2\text{K})]$	Abkühlmedium	Wärmeübergangskoeffizient $[\text{W}/(\text{m}^2\text{K})]$
ruhende Luft	30	Luft-Wasser-Gemisch	520
bewegte Luft	40	Härteöl	580
Pressluft	70	Wasser	3.500

Werden Bauteile in Medien abgeschreckt, deren Siedetemperaturen unterhalb der Austenitisierungstemperatur des verwendeten Werkstoffes bzw. Einsatzstahles liegen (z. B. Wasser und Abschrecköle), sind unterschiedliche Mechanismen des Wärmeüberganges wirksam.

Die aufeinanderfolgenden Vorgänge *Filmverdampfen*, *Blasensieden* und *Konvektion* [17, 38] führen, den gesamten Abschreckprozess betrachtet, zu großen Unterschieden des Wärmeübergangskoeffizienten und damit auch zu Unterschieden im Verlauf der Wärmestromdichte  $\dot{q}$  sowie der erreichbaren Abkühlgeschwindigkeiten (Bild 2.4).



**Bild 2.4.** Verlauf der Wärmestromdichte in Abhängigkeit von der Temperatur in verdampfenden und gasförmigen Medien (schematisch)

Mit dem Einbringen des Bauteils in das Abschreckmedium beginnt das Filmverdampfen. Die Flüssigkeit verdampft nahe des auf Härtetemperatur erwärmten Bauteils. Der dabei entstehende Dampffilm umgibt das Bauteil und wirkt als Wärmeisolator. Die Wärme wird ausschließlich durch Leitung und Strahlung von der Oberfläche des Bauteils durch den Dampffilm in das Kühlmedium übertragen.

Ist die aus dem Bauteilkern zur Oberfläche transportierte Wärme nicht mehr ausreichend, den Dampffilm aufrechtzuerhalten, bricht dieser zusammen. Den Übergang vom Filmverdampfen zum Blasensieden kennzeichnet die *Leidenfrostsche Temperatur*  $T_L$ , bei der der  $\dot{q}(T)$ -Verlauf ein lokales Minimum aufweist. Beim Blasensieden steht das Bauteil in direktem Kontakt mit dem Abschreckmedium. Durch das Kochen des Abschreckmediums an der Bauteiloberfläche entstehen Dampfblasen, die Wärme durch Kondensation an das Abschreckmedium abgeben. Aufgrund der hohen Verdampfungswärme ist die Wärmestromdichte in diesem Bereich wesentlich größer als im Bereich des Filmverdampfens und erreicht ihr Maximum (bei der Temperatur  $T_{\dot{q},max}$ ). Für diesen Bereich kann der Wärmeübergangskoeffizient von Abschreckölen bis zu  $4000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  betragen [39]. Mit sinkender Oberflächentemperatur des Bauteils wird die Bildung von Dampfblasen verringert, woraus ein Abfall der Wärmestromdichte resultiert. Unterhalb der Siedetemperatur des Abschreckmediums  $T_{Si}$  kommt die Dampfblasenbildung zum Stillstand. Der Wärmetransport von der Bauteiloberfläche in das Abschreckmedium beruht auf Konvektion und Leitung.

Die Abkühlvorgänge in gasförmigen Abschreckmedien zeigen gegenüber verdampfenden Flüssigkeiten einen grundlegend anderen Verlauf (Bild 2.4). Es entfallen die Vorgänge Filmverdampfen und Blasensieden. Das Abkühlen in gasförmigen Abschreckmedien ist ausschließlich vergleichbar mit der Konvektionsphase in flüssigen Abschreckmedien [40]. Daher ist die von der Bauteiloberfläche abgeführte Wärme umso größer, je höher der Temperaturunterschied zwischen Abschreckmedium und Bauteiloberfläche ist (*Newtonsches Abkühlgesetz*, Kapitel 3.2.2). Danach führt die stetig abnehmende Oberflächentemperatur des Bauteils zu einer Abnahme der Wärmestromdichte. Im Bild A.9 des Anhanges sind für verschiedene Gase Wärmeübergangskoeffizienten in Abhängigkeit vom Gasdruck dargestellt [41]. Dabei ist zu beachten, dass die Werte zum Teil gemessen (He bis 20 bar, Ar und N<sub>2</sub> bis 10 bar), berechnet (H<sub>2</sub>) oder extrapoliert sind (He über 20 bar, Ar und N<sub>2</sub> über 10 bar).

Aufgrund der dargestellten Zusammenhänge des Wärmeübergangs kühlen alle Bauteile, abgesehen von kugelförmigen Körpern, ungleichmäßig ab und weisen somit am Ende der Wärmebehandlung einen sogenannten *Verzug* auf. Dieser Verzug ist bei flüssigen Abschreckmedien durch das Auftreten unterschiedlicher Phasen und den damit verbundenen stark unterschiedlichen Abkühlgeschwindigkeiten ausgeprägter.

## 2.5 Phasentransformationsverhalten

Das Eisen-Kohlenstoff-Diagramm charakterisiert als Zustandsdiagramm die Umwandlungsvorgänge sowie die Gefügeausbildungen, die sich für den Gleichgewichtsfall einstellen, d.h. es bezieht sich auf sehr langsam verlaufende Abkühlungen. Bei schneller verlaufenden Abkühlungen verändern sich die Umwandlungstemperaturen sowie die Gefügeausbildungen, da die zur Bildung von Gleichgewichtsgefügen erforderlichen Diffusionsprozesse zunehmend unterbunden werden. Es treten neue Gefügebestandteile mit anderen Eigenschaften auf. Im Vergleich zum Gleichgewichtszustand wird mit zunehmender Abkühlgeschwindigkeit die Umwandlung der  $\gamma$ -Mischkristalle zu immer tieferen Temperaturen verschoben.

Nach den erläuterten Vorgängen bei schneller verlaufenden Abkühlungen unterscheidet man im All-

gemeinen zwischen drei Umwandlungsstufen des unterkühlten Austenits: *Perlitstufe*, *Zwischenstufe* und *Martensitstufe* [23]. Diese werden im Folgenden dargestellt.

**Perlitstufe:** Ausgangspunkt der Umwandlung des Austenits zu Perlit ist die synchrone Diffusion von Eisen- und Kohlenstoffatomen in verschiedene Bereiche des Austenitkorns und damit eine Umverteilung des Kohlenstoffs. Bei Unterschreiten der Umwandlungstemperatur wandeln sich die kohlenstoffarmen Gebiete zu Ferrit, die kohlenstoffreichen Gebiete zu Perlit um.

Als Grenzfall einer sehr langsamen Abkühlung sind in der Perlitstufe die dem Gleichgewicht entsprechenden Umwandlungen des Eisen-Kohlenstoff-Diagramms eingeschlossen.

**Zwischenstufe:** Bei Erhöhung der Abkühlgeschwindigkeit wird die Diffusionsfähigkeit der Eisenatome unterdrückt. Lediglich die kleineren Kohlenstoffatome können im Austenitkorn diffundieren. Das entstehende Zwischenstufengefüge, auch *Bainit* genannt, ist gekennzeichnet durch feinverteilte Zementitteilchen in einer ferritischen Matrix.

**Martensitstufe:** Wird eine ausreichend hohe Abkühlgeschwindigkeit erreicht, ist auch eine Diffusion der Kohlenstoffatome nicht mehr möglich. Somit ist die Umwandlung in diese Stufe durch ein diffusionsloses Umklappen des kfz-Gitters (Austenit,  $\gamma$ -Mischkristall) in das krz-Gitter ( $\alpha$ -Mischkristall) gekennzeichnet. Dabei bleibt der im Austenit eingelagerte Kohlenstoff zwangsweise gelöst. Aufgrund der hohen Übersättigung des  $\alpha$ -Mischkristalls mit Kohlenstoff treten hohe Spannungen im Gitter auf, wodurch das ursprünglich kubische Gitter tetragonal verzerrt wird. Das entstehende Gefüge ist platten- bzw. lattenförmig, charakterisiert durch eine gegenüber Perlit und Bainit erheblich höhere Härte und Festigkeit und wird als *Martensit* bezeichnet. Ob der Martensit platten- oder lattenförmig ist, wird durch den Kohlenstoffgehalt bestimmt. Demnach bildet sich bei hohen Kohlenstoffgehalten ( $> 0,4 \text{ \% C}$ ) plattenförmiger und bei niedrigen Kohlenstoffgehalten lattenförmiger Martensit. Die metallographische Bezeichnung des Martensits ist im Allgemeinen  $\alpha'$ . Die Umwandlung des Austenits in der Martensitstufe beginnt bei der  $M_S$ -Temperatur (Martensitstarttemperatur) und ist bei der  $M_f$ -Temperatur (Martensitfinishtemperatur) vollständig abgeschlossen.

Durch sogenannte *Zeit-Temperatur-Umwandlungsdiagramme* (ZTU-Diagramme) können die Umwandlungsbereiche der verschiedenen Umwandlungsstufen sowie die jeweils umgewandelten Mengenteile dargestellt werden. Dabei wird zwischen der Umwandlung bei kontinuierlicher Abkühlung mit verschiedenen Abkühlgeschwindigkeiten und der isothermen Umwandlung unterschieden [23].

Die Grenze zwischen den diffusionsgesteuerten Umwandlungen (Perlit- und Zwischenstufe) sowie der diffusionslosen Umwandlung (Martensitstufe) kann im kontinuierlichen ZTU-Diagramm durch die kritische Abkühlgeschwindigkeit  $v_{krit}$  beschrieben werden. Wird diese überschritten und gleichzeitig die Umwandlungstemperatur  $M_S$  unterschritten, so wird ausschließlich Martensit gebildet. Im Bild 2.5 wird ein kontinuierliches, im Bild 2.6 ein isothermes ZTU-Diagramm des Einsatzstahles 20MnCr5 [42] dargestellt.

2.5 Phasentransformationsverhalten

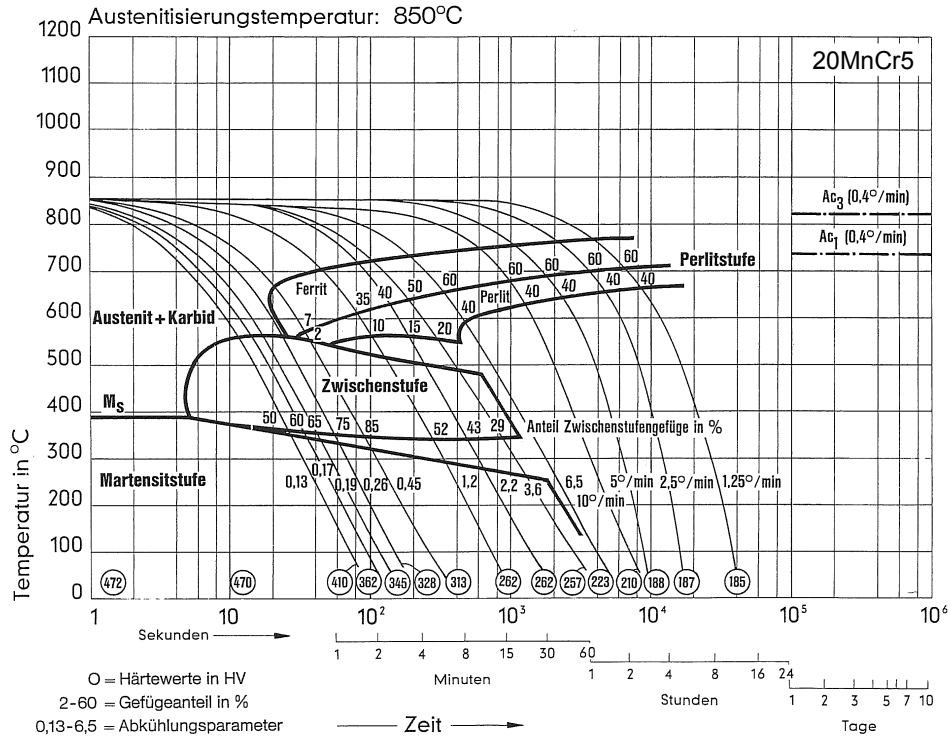


Bild 2.5. Kontinuierliches ZTU-Diagramm des Einsatzstahles 20MnCr5, Quelle: Saarstahl AG

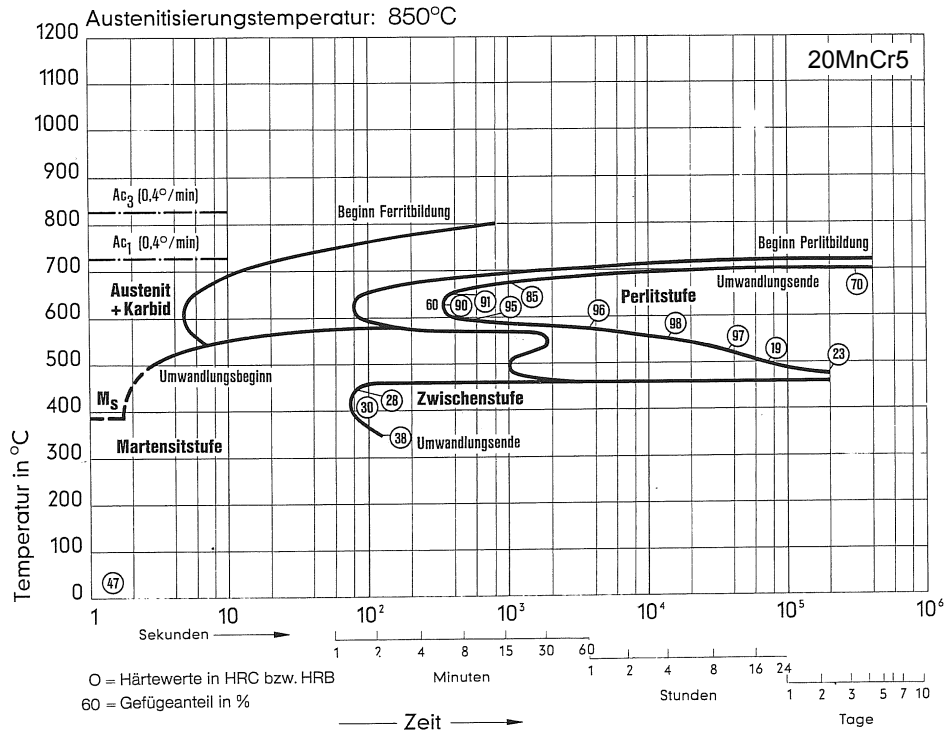


Bild 2.6. Isothermes ZTU-Diagramm des Einsatzstahles 20MnCr5, Quelle: Saarstahl AG

## 2.5 Phasentransformationsverhalten

Die Triebkraft für die Phasentransformationen stellt der Unterschied der freien Enthalpien  $\Delta G$  zwischen dem Austenit und den jeweiligen Phasen dar [23].

Die Keimbildung der diffusionsgesteuerten Umwandlungen erfolgt heterogen an energetisch günstigen Stellen, wie beispielsweise den Korngrenzen des Austenits. Für die gesamte freie Bildungsenthalpie eines Keims gilt:

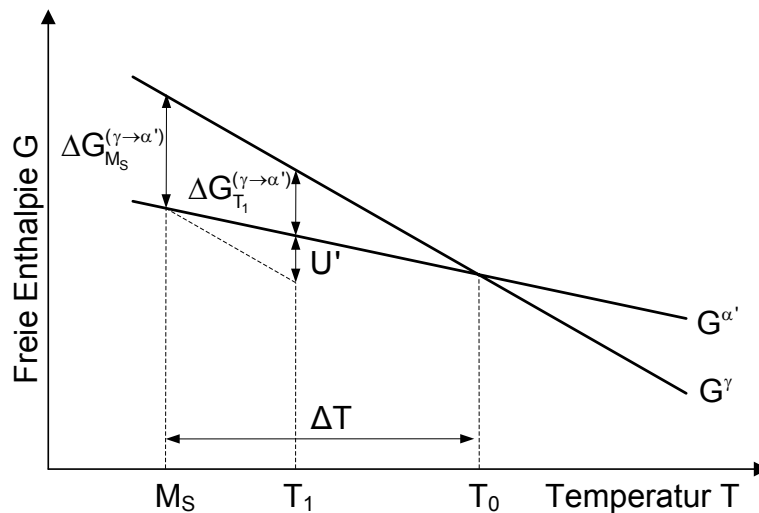
$$\Delta G_K = -\Delta G_V + \Delta G_G + \Delta G_E . \quad (2.6)$$

Darin sind  $\Delta G_V$  und  $\Delta G_G$  Enthalpieanteile des Volumens und der Grenzfläche des Keims. Der Enthalpieanteil  $\Delta G_E$  resultiert aus der elastischen Verzerrungsenergie infolge des unterschiedlichen spezifischen Volumens des Austenits und der jeweiligen Phase. Im ZTU-Diagramm zeigen die Umwandlungskurven der diffusionsgesteuerten Umwandlungen einen C-förmigen Verlauf mit einem Umwandlungsgeschwindigkeitsmaximum bei mittleren Temperaturen. Die Ursache für diesen Verlauf liegt in der Überlagerung zweier entgegengesetzter Einflüsse auf die Keimbildungsgeschwindigkeit  $v_K$ , und zwar der freien Bildungsenthalpie  $\Delta G_K$  eines Keims mit der freien Aktivierungsenthalpie für die Diffusion der Atome zu den Keimstellen  $\Delta G_D$  [23]:

$$v_K = A(T) \exp\left(-\frac{\Delta G_K + \Delta G_D}{kT}\right) . \quad (2.7)$$

Mit zunehmender Unterkühlung wird zwar die Keimbildungsenthalpie verringert, jedoch wird die Keimbildung infolge der verlangsamten Diffusion unterdrückt. Das Wachstum der Keime bei parallel stattfindender Keimbildung wird häufig mit dem Modell von Johnson, Mehl und Avrami [43,44] (Abschnitt 3.2.3.3) beschrieben.

Die diffusionslose Umwandlung des Austenits in Martensit kann thermisch oder mechanisch aktiviert erfolgen. Zur Veranschaulichung beider Aktivierungsmöglichkeiten zeigt das Bild 2.7 eine schematische Darstellung des Verlaufes der freien Enthalpien  $G$  des Austenits ( $\gamma$ ) und des Martensits ( $\alpha'$ ) in Abhängigkeit von der Temperatur.



**Bild 2.7.** Bildungsenthalpien des Austenits und des Martensits (in Anlehnung an [45])

Die thermisch aktivierte Umwandlung des Austenits in Martensit bedarf einer Unterkühlung  $\Delta T = T_0 - M_S$ . Die-

se Unterkühlung liefert die notwendige Energie für die plastische Anpassung des Austenits während der Martensitbildung (vgl. Abschnitt 3.2.4.4). Eine mechanisch aktivierte Umwandlung des Martensits ist bei der Temperatur  $T_1$  möglich, wenn dem Austenit eine zusätzliche Aktivierungsenergie von außen zugeführt wird. Für diese gilt:

$$U' \geq \Delta G_{M_S}^{(\gamma \rightarrow \alpha')} - \Delta G_{T_1}^{(\gamma \rightarrow \alpha')} . \quad (2.8)$$

Wird infolge des Einsatzhärtens der Kohlenstoffgehalt erhöht, werden die Umwandlungskurven der Perlit- und Zwischenstufe nach rechts, hin zu längeren Umwandlungszeiten verschoben sowie alle Starttemperaturen der Umwandlungsstufen erniedrigt. Hieraus folgt einerseits, dass die kritische Abkühlgeschwindigkeit erniedrigt und somit in größeren Bauteilbereichen Martensit gebildet werden kann, andererseits steigt der Restaustenitgehalt durch die Erniedrigung der Martensitstarttemperatur, wenn wie üblich auf Temperaturen nahe der Raumtemperatur abgeschreckt wird.

Die Umwandlungsvorgänge beim Abkühlen werden entscheidend durch die Austenitisierungsbedingungen wie Temperatur, Haltedauer und Aufheizgeschwindigkeit beeinflusst. So führen hohe Temperaturen zu einer Vergrößerung der Austenitkorngröße sowie zur Auflösung keimwirksamer Ausscheidungen. Als Folge davon verzögert sich die Umwandlung insgesamt, d.h. im ZTU-Diagramm wird das Umwandlungsgebiet, ähnlich den Vorgängen bei erhöhtem Kohlenstoffgehalt, nach rechts und nach unten verschoben. Die Umwandlungsvorgänge beim Aufheizen werden durch sogenannte *Zeit-Temperatur-Austenitisierungsdiagramme* (ZTA-Diagramme) beschrieben. Dabei wird, ähnlich den ZTU-Diagrammen, zwischen kontinuierlichen und isothermen ZTA-Diagrammen unterschieden.

Wie die beschriebenen Umwandlungen in der Perlit- und Zwischenstufe beruht auch das Anlassen auf Diffusionsprozessen und ist somit ein zeit- und temperaturabhängiger Prozess. Es werden im Allgemeinen drei Anlassstufen unterschieden. Die erste, für einsatzgehärtete Bauteile relevante Anlassstufe bis 250 °C hat eine Verringerung der tetragonalen Verzerrung des Martensits zur Folge und es bildet sich allmählich mit steigender Anlasstemperatur der sogenannte *kubische Martensit* aus. Der freigesetzte Kohlenstoff bildet fein verteilte  $\epsilon$ -Karbide ( $\text{Fe}_2\text{C}$ ). Bezüglich der anderen, diese Arbeit nicht betreffenden Anlassstufen wird auf die Literatur verwiesen [24].

## 2.6 Eigenspannungen

Als Eigenspannungen werden Spannungen bezeichnet, welche in einem abgeschlossenen System (Bauteil) vorhanden sind, ohne dass auf dieses äußere Kräfte wirken. Die aus der Gesamtheit aller im Bauteil verteilten Eigenspannungen resultierenden Kräfte und Momente stehen jeweils im mechanischen Gleichgewicht, so dass ihre Summe gleich null ist [17, 46]. Sie werden entsprechend der Ausdehnung der Bereiche, innerhalb denen sie homogen verteilt sind, in Eigenspannungen I., II. und III. Art unterschieden. Nach dieser Einteilung sind

- die Eigenspannungen I. Art über makroskopische Bereiche,
- die Eigenspannungen II. Art über mikroskopische Bereiche (Kristall, Korn) und
- die Eigenspannungen III. Art über atomare Bereiche (mehrere Atomabstände)

hinweg annähernd homogen verteilt [17]. Die Eigenspannungen der I. und II. Art werden stets aus den Eigenspannungen III. Art gebildet. In einem gehärteten Bauteil überlagern sich die drei verschiedenen Eigenspannungen. Aus ihnen resultieren mitunter unerwünschte Maß- und Formänderungen (Verzug).

Jede Wärmebehandlung von Bauteilen ist mit einer Änderung ihres Eigenspannungszustandes verbunden. Bei den verschiedenen Härteprozessen sind *thermische Dehnungen*, *transformationsinduzierte Dehnungen* sowie *Gitterdehnungen* die Ursache der über makroskopische und mikroskopische Bereiche konstanten Eigenspannungen [17]. Diese unterschiedlichen Dehnungen werden nachfolgend näher erläutert.

**Thermische Dehnungen:** Die thermischen Dehnungen sind auf die infolge der hohen Abkühlgeschwindigkeiten beim Abschrecken hervorgerufenen großen Temperaturgradienten im Bauteil sowie auf die ungleichmäßige Abkühlung des Bauteils zurückzuführen. Zu Beginn des Abschreckens ist der oberflächennahe Bereich des Bauteils wesentlich kälter als der Bauteilkern. Hieraus resultieren ein plastisches Fließen in Zugrichtung des oberflächennahen Bereiches sowie Druckspannungen im Bauteilkern. Nach dem Überschreiten einer maximalen Temperaturdifferenz beider Bauteilbereiche beginnt eine Spannungsumkehr, so dass am Ende des Abschreckens Druckeigenspannungen im Bereich der Bauteiloberfläche sowie Zugeigenspannungen im Bauteilkern vorliegen. Da die Zugfestigkeit des Materials zu Beginn des Abschreckens sehr gering ist, wird dieses typische Verhalten noch verstärkt.

**Transformationsinduzierte Dehnungen:** Mit der sukzessiven Phasenumwandlung während des Abschreckens ist eine Volumendehnung verbunden. Wie bereits in Abschnitt 2.5 beschrieben, werden die Umwandlungsprozesse während des Abkühlens unter Voraussetzung einer homogenen Kohlenstoffverteilung allein von der Temperatur kontrolliert. Diese ist, wie oben dargestellt, für bestimmte Bauteilbereiche signifikant unterschiedlich. Somit variieren auch die Mengen der unterschiedlichen Phasen über den gesamten Bauteilbereich. Beispielsweise sind die Martensitgehalte im Bereich der Bauteiloberfläche am höchsten, so dass dieser Bereich sich mehr ausdehnt als der üblicherweise vorwiegend bainitische Bauteilkern und damit im Oberflächenbereich Druckeigenspannungen induziert werden.

**Gitterdehnungen:** Durch zwangsweise im Metallgitter gelösten Kohlenstoff werden bei der Martensitbildung sowie infolge von Ausscheidungsvorgängen (Karbide,  $\text{Fe}_3\text{C}$ ) zusätzliche Gitterdehnungen und damit Eigenspannungen III. Art hervorgerufen.

Ferner treten durch das Vorhandensein von Phasen mit unterschiedlichem thermischen Ausdehnungskoeffizienten Eigenspannungen II. Art auf.

Im Fall von einsatzgehärteten Bauteilen stellen sich die infolge transformationsinduzierter Dehnungen hervorgerufenen Eigenspannungen wie folgt dar: Im Allgemeinen liegen in der Randschicht Druckeigenspannungen vor. Deren Maximum liegt meist unter der Oberfläche. Die Entstehung der Eigenspannungen in der Randschicht ist, alleinige Umwandlung des Austenits in Martensit vorausgesetzt, abhängig von der Martensitstarttemperatur. Aufgrund der Kohlenstoffabhängigkeit der Martensitstarttemperatur nimmt diese vom Kern zum Rand des einsatzgehärteten Bauteils hin ab. Daher wandelt sich der Kern vor dem Rand in der Zwischen- bzw. Martensitstufe um. Durch die

## 2.6 Eigenspannungen

Volumendehnung des Kerns plastiziert der noch austenitische Rand des Bauteils. Wird weiter abgekühlt, beginnt auch der Rand umzuwandeln. Der bereits umgewandelte Bauteilkern behindert die mit der Randumwandlung verbundene Volumendehnung, so dass im Rand Druckeigenspannungen induziert werden. Je vollständiger sich der Bauteilrand dabei umwandelt, desto größer sind die Randeigenspannungen [18].



## 3 Simulation des Einsatzhärtens

### 3.1 Einführung

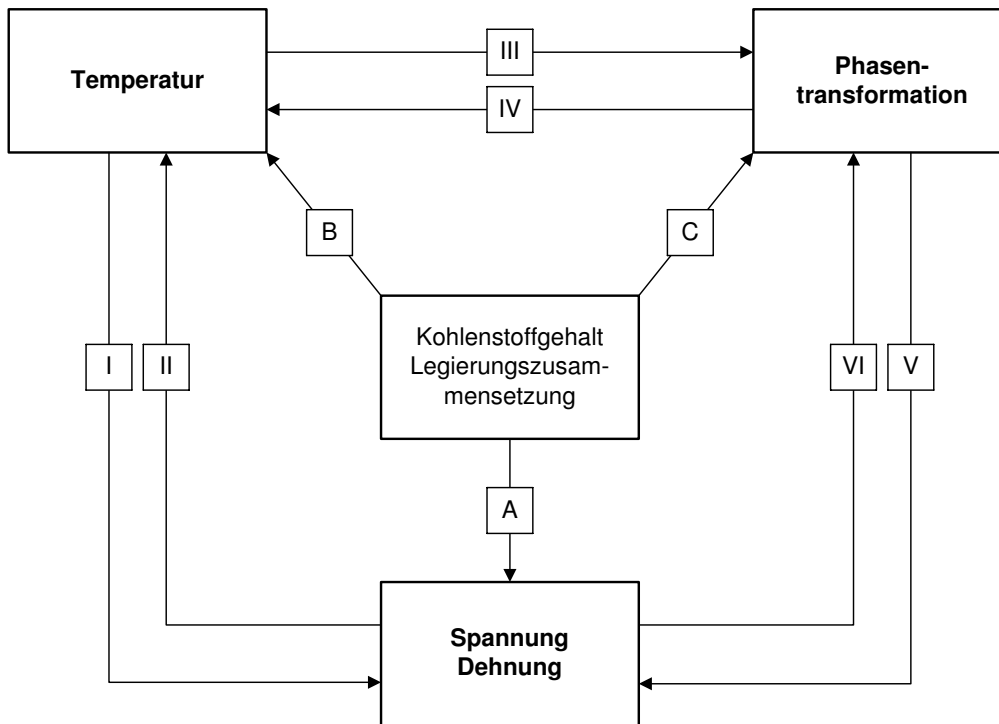
Entsprechend den im Abschnitt 2.1 gemachten Ausführungen sind innerhalb der Simulation der Einsatzhärtung von Bauteilen die Vorgänge Austenitisieren, Aufkohlen, Abschrecken und Anlassen abzubilden.

Wesentliche Simulationsergebnisse des Austenitisierens sind die Verteilung des Austenits im Bauteil sowie dessen Korngröße [9]. Da das Aufkohlen stets bei Temperaturen oberhalb der  $A_{c3}$ -Umwandlungstemperatur des Einsatzstahles stattfindet und auch im Fall des Einfachhärtens im Allgemeinen die  $A_{c3}$ -Umwandlungstemperatur des Bauteilkerns überschritten wird, kann von einer homogenen Verteilung des vollständig umgewandelten Austenits ausgegangen werden. Dafür ist im Fall des Einfachhärtens Bedingung, dass das Wiedererwärmen auf Härtetemperatur nicht schnell erfolgt, so dass ausreichend Zeit für die Keimbildung und das Keimwachstum des Austenits sowie die Diffusion des Kohlenstoffs besteht. Aus diesen Überlegungen heraus ist eine Simulation der Verteilung des Austenits im Bauteil nicht notwendig. Eine Simulation der die Phasentransformation beeinflussenden Austenitkorngröße wird in dieser Arbeit nicht durchgeführt. Die Austenitkorngröße wird auf der Grundlage metallografischer Untersuchungen festgelegt.

Die Simulation des Aufkohlens umfasst die Bestimmung der Kohlenstoffverteilung im Bauteil unter Berücksichtigung der Legierungselemente des Einsatzstahles sowie der Spezifika des jeweiligen Aufkohlungsverfahrens.

Zur Simulation des Abschreckprozesses sind im Bauteil die örtlichen und zeitlichen Entwicklungen der Temperaturen, der Phasentransformationen (Gefügeumwandlungen) und der Spannungen und Dehnungen zu bestimmen. Simultan müssen dabei, wie in Bild 3.1 dargestellt, thermische, metallurgische sowie mechanische Interaktionen berücksichtigt werden [3–6].

Die als Folge der örtlichen und zeitlichen Temperaturunterschiede während der Einsatzhärtung im Bauteil auftretenden thermischen Dehnungen induzieren Spannungen (I). Rückwirkend beeinflusst verformungsinduzierte Wärme die Temperaturverteilung im Bauteil (II). Die auftretenden Phasentransformationen sind abhängig von der Temperatur bzw. der Temperaturverteilung über ein bestimmtes Zeitintervall (III). Verbunden mit den Phasentransformationen sind einerseits Umwandlungswärmen, welche die Temperaturverteilung im Bauteil beeinflussen (IV), sowie andererseits transformationsinduzierte Dehnungen, durch die die Spannungsverteilung im Bauteil beeinflusst wird (V). Die während der Wärmebehandlung auftretenden Spannungs- und Dehnungsverteilungen bewirken ihrerseits eine Änderung des Phasentransformationsverhaltens (VI). Darüberhinaus beeinflusst die Phasentransformation das thermomechanische Materialverhalten einerseits durch transformationsinduzierte Plastizität (TRIP), andererseits durch die Änderung der mechanischen Eigenschaften.



**Bild 3.1.** Thermische, metallurgische sowie mechanische Interaktionen während der Wärmebehandlung (in Anlehnung an [4,5])

Im Gegensatz zu anderen Wärmebehandlungsprozessen, in denen die thermomechanischen und die thermophysikalischen Materialeigenschaften (A, B) sowie das Phasentransformationsverhalten (C) lediglich von der Legierungszusammensetzung des Stahles und der Temperatur abhängen, ist im Fall des Einsatzhärtens zusätzlich der Einfluss des unterschiedlichen Kohlenstoffgehaltes in der Rand-schicht zu berücksichtigen.

Aufgrund der Komplexität der geschilderten Vorgänge beim Abkühlen sowie der Komplexität des metallurgischen und thermomechanischen Verhaltens des (Einsatz-)Stahles werden zur Beschreibung der Phasentransformationskinetik und schließlich auch der Eigenspannungsentwicklung im Bauteil meist makroskopische Modelle [7–9] verwendet. Damit handelt es sich bei den simulierten Eigenspannungen um Eigenspannungen I. Art. Die zur Simulation benötigten Materialparameter werden meist experimentell bestimmt [10]. Makroskopische Modelle haben gegenüber Modellen anderer Betrachtungsebenen den Vorteil, dass sie zur Analyse beliebiger Strukturen geeignet sind. Sie können jedoch nur Teilaspekte der Phasentransformation abbilden [47].

Entsprechend den obigen Ausführungen besteht die Simulation des Einsatzhärtens aus einer Diffusionsanalyse sowie einer sich anschließenden gekoppelten thermometallurgischen-thermomechanischen Analyse [48–50]. Meist wird jedoch die Beeinflussung der Temperaturverteilung und des Phasentransformationsverhaltens durch den Spannungszustand (Bild 3.1 II und IV) vernachlässigt. Damit schließen sich an die Diffusionsanalyse eine thermische Analyse und eine Phasentransformationsanalyse an, die miteinander gekoppelt sind. Auf deren Ergebnissen basiert die abschließende Eigenspannungsanalyse. Ausgehend von diesen Modellvorstellungen wird auch in der vorliegenden Arbeit die Simulation des Einsatzhärtens durchgeführt.

## 3.2 Konstitutive Gleichungen

### 3.2.1 Diffusionsanalyse

Die Berechnung der Kohlenstoffverteilung im Bauteil beruht auf der mathematischen Beschreibung des Kohlenstoffmassenstroms. Für die Oberfläche des Bauteils stellt sich ein stationärer Zustand ein. Die pro Zeiteinheit  $\partial t$  durch die jeweilige Phasengrenzflächenreaktion freiwerdende Menge an Kohlenstoff  $\partial m$  ist gleich der durch Diffusion in das Bauteil übertragenen Menge an Kohlenstoff. Dieser Zustand wird durch das *Erste Fick'sche Gesetz* beschrieben:

$$j_C^{(A)} = \frac{\partial m}{A \cdot \partial t} = -D_C \frac{\partial c_C}{\partial n}. \quad (3.1)$$

In dieser Gleichung ist  $D_C$  der Diffusionskoeffizient und  $\frac{\partial c_C}{\partial n}$  ist die Ableitung der Kohlenstoffkonzentration in Richtung des Normalenvektors  $\mathbf{n}$  der Oberfläche.

Zur Beschreibung der Diffusion des Kohlenstoffs im Bauteil ist das zeitabhängige oder instationäre Konzentrationsfeld  $c_C(\mathbf{r}, t)$  in seiner räumlichen und zeitlichen Abhängigkeit zu bestimmen. Man erhält das gesuchte Konzentrationsfeld mit Ortsvektor  $\mathbf{r}$  zum Zeitpunkt  $t$  durch Lösen der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla (D_C \nabla c_C(\mathbf{r}, t)), \quad (3.2)$$

welche auch als das *Zweite Fick'sche Gesetz* bekannt ist. Im Kartesischen Koordinatensystem,  $\mathbf{r} = (x \ y \ z)$ , gilt für den Nabla-Operator  $\nabla$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x} \ \frac{\partial}{\partial y} \ \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (3.3)$$

und somit für die Gleichung (3.2)

$$\frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_C \frac{\partial c_C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_C \frac{\partial c_C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_C \frac{\partial c_C}{\partial z} \right). \quad (3.4)$$

Den Gleichungen (3.2) und (3.4) liegt ein konzentrations- und damit ortsabhängiger Diffusionskoeffizient  $D_C$  des Kohlenstoffs im Stahl zugrunde. Für einen konstanten Diffusionskoeffizienten gilt:

$$\frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D_C \nabla^2 c_C(\mathbf{r}, t) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D_C \left( \frac{\partial^2 c_C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_C}{\partial z^2} \right). \quad (3.6)$$

Ist das Konzentrationsfeld bekannt, kann das zugehörige Feld der Massenstromdichte wie folgt bestimmt werden:

$$j_C(\mathbf{r}, t) = -D_C \nabla c_C(\mathbf{r}, t). \quad (3.7)$$

Durch die dargestellten partiellen Differentialgleichungen können die Kohlenstoffkonzentrationen nur im Inneren des Körpers bzw. Bauteils ermittelt werden. Zur vollständigen Bestimmung des Konzentrationsfeldes müssen noch mehrere Grenzbedingungen gestellt und von der Lösung der partiellen

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Differentialgleichung des Konzentrationsfeldes erfüllt werden. Diese enthalten eine *Anfangsbedingung* sowie *örtliche Randbedingungen*, die an den Oberflächen des Körpers bzw. Bauteils vorgeschrieben sind [38].

Die Anfangsbedingung

$$c_C(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = c_{C,0}(\mathbf{r}) \quad (3.8)$$

schreibt die Konzentrationsverteilung zu Beginn des Aufkohlens vor. Damit kann der Einfluss des Kohlenstoffgrundgehaltes von Einsatzstählen als Anfangskonzentrationsverteilung

$$c_C(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = c_{C,0}(\mathbf{r}) = \text{const.} \quad (3.9)$$

erfasst werden, welche sich im Laufe des nichtstationären Aufkohlungsverganges verändert.

Die örtlichen Randbedingungen können in drei Arten eingeteilt werden:

**Randbedingung 1. Art:** Es kann die Kohlenstoffkonzentration als Funktion des Ortes auf der Oberfläche  $\mathbf{r}^{(A)}$  zum Zeitpunkt  $t$  vorgeschrieben sein:

$$c_C(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r}^{(A)}} = c_C^{(A)}(t) . \quad (3.10)$$

Diese Randbedingung stellt eine Möglichkeit dar, das Gasaufkohlen mit veränderlichem Kohlenstoffpegel abzubilden. Dabei gilt näherungsweise für die Kohlenstoffrandkonzentration:

$$c_C(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r}^{(A)}} = C_P(t) \cdot k_L . \quad (3.11)$$

In dieser Gleichung ist  $k_L$  der sogenannte *Legierungsfaktor*. Unsicherheiten dieser Vorgehensweise bestehen jedoch in dem nur bedingt darstellbaren langsamen Ansteigen (erste Aufkohlungsstufe) bzw. Absenken (zweite Aufkohlungsstufe) des Kohlenstoffrandgehaltes durch variable Ansätze  $C_P = f(t)$ .

Im Fall des Niederdruckaufkohlens werden bereits nach wenigen Minuten Randkohlenstoffgehalte in Höhe der Sättigungskonzentration des jeweiligen Einsatzstahles erreicht (Abschnitt 2.3.2). Der Aufkohlungszyklus dieses Verfahrens kann daher durch diese Randbedingung abgebildet werden, so dass gilt:

$$c_C(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r}^{(A)}} = c_{C,\text{Sätt.}} . \quad (3.12)$$

**Randbedingung 2. Art:** Es kann die Massenstromdichte normal zur Oberfläche als Funktion des Ortes auf der Oberfläche  $\mathbf{r}^{(A)}$  zum Zeitpunkt  $t$  vorgeschrieben sein:

$$j_C^{(A)}(\mathbf{r}^{(A)}, t) = - D_C \frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \Big|_{\mathbf{r}^{(A)}} . \quad (3.13)$$

Beim Gasaufkohlen beschreibt diese Randbedingung die vorübergehende Anfangsperiode der ersten Aufkohlungsstufe, bei der die nicht aufgekohlte Bauteiloberfläche sehr schnell Kohlenstoff aufnimmt. Während dieses Zeitraums kann sich die Kohlenstoffkonzentration der Aufkohlungsatmosphäre verringern, weil der Ersatz des Aufkohlungsgases nicht so schnell erfolgt.

Desweiteren ist es durch diese Randbedingung möglich, den Diffusionszyklus des Niederdruckaufkohlens darzustellen. Dabei gilt:

$$j_C^{(A)}(\mathbf{r}^{(A)}, t) = 0. \quad (3.14)$$

**Randbedingung 3. Art:** Es kann eine Berührung mit einem anderen Medium vorgeschrieben sein. Im vorliegenden Fall der Simulation von Aufkohlungsvorgängen mit gasförmigen Atmosphären kann eine Diffusionsgrenzschicht zwischen der Bauteiloberfläche und der Aufkohlungsatmosphäre vorgeschrieben werden. Damit beschreibt diese Randbedingung die Vorgänge an der Bauteiloberfläche während des Aufkohlens sehr realistisch. Die durch die Phasengrenzflächenreaktionen ausgelöste Massenstromdichte des Kohlenstoffs  $j_C$  ist gleich der Massenstromdichte des Kohlenstoffs an der Oberfläche des Bauteils  $j_C^{(A)}$ .

$$j_C = j_C^{(A)} \quad (3.15)$$

$$\beta [c_C^{(G)} - c_C(\mathbf{r}^{(A)}, t)] = -D_C \frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \Big|_{\mathbf{r}^{(A)}} \quad (3.16)$$

Darin sind  $c_C^{(G)}$  und  $c_C(\mathbf{r}^{(A)}, t)$  die Kohlenstoffkonzentrationen im Aufkohlungsgas (Kohlenstoffpegel) und an der Oberfläche des Bauteils und  $\beta$  der Stoffübergangskoeffizient. Dieser kann als Maß für die Geschwindigkeit des Stofftransports über die Phasengrenze angesehen werden und ist abhängig von der Temperatur sowie der Zusammensetzung des Aufkohlungsgases.

Aufgrund des angestrebten Gleichgewichtes hinsichtlich des Stoffaustausches, d.h. Gleichheit der Potentiale und damit Aktivitäten der beteiligten Phasen (Aufkohlungsgas und Stahl), stellt sich insbesondere beim Aufkohlen von legierten Stählen an der Phasengrenze (Bauteiloberfläche) ein Konzentrationssprung ein [38]. Somit ist die durch die Gleichung (3.16) dargestellte Randbedingung nur eine Näherung. Unter Berücksichtigung des angestrebten Gleichgewichtes für den Stoffaustausch gilt somit für die Randbedingung 3. Art:

$$\beta [a_C^{(G)} - a_C(\mathbf{r}^{(A)}, t)] = -D_C \frac{\partial c_C(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \Big|_{\mathbf{r}^{(A)}}, \quad (3.17)$$

wobei  $a_C^{(G)}$  und  $a_C(\mathbf{r}^{(A)}, t)$  die Aktivitäten des Kohlenstoffs im Aufkohlungsgas und an der Oberfläche des Bauteils sind.

Innerhalb der Diffusionsanalyse muss der Einfluss des Kohlenstoffgehaltes und der Legierungselemente auf die Aktivität des Kohlenstoffs im Stahl berücksichtigt werden. Im Fall des binären Systems Fe – C gilt für die Aktivität des Kohlenstoffs:

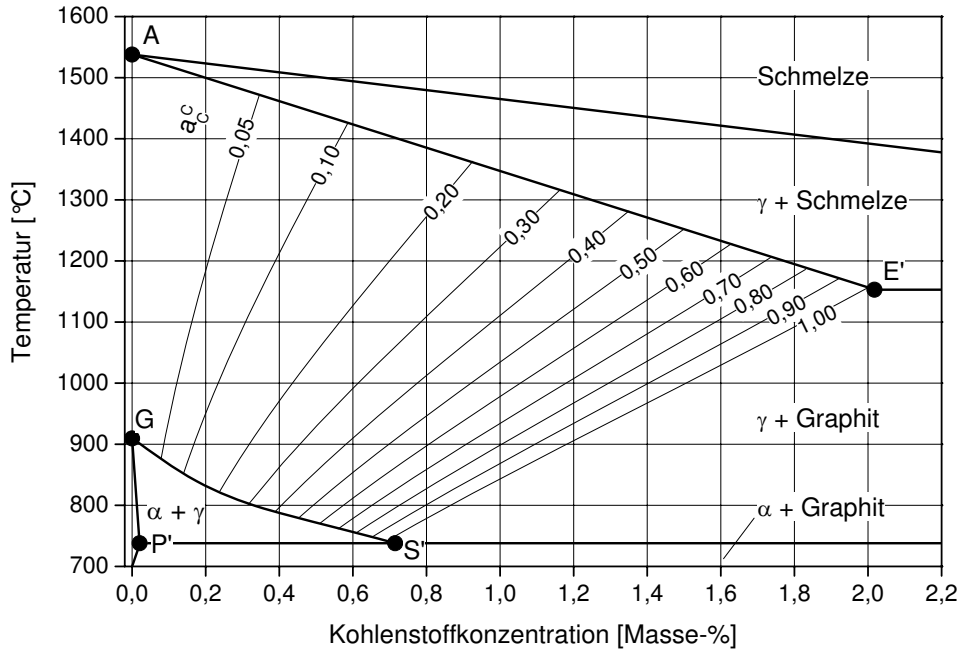
$$a_C^C = f_C^C c_C^C. \quad (3.18)$$

Der Aktivitätskoeffizient  $f_C^C$  ist konzentrations- und temperaturabhängig und wird in der Literatur nicht explizit angegeben [17, 18, 26, 51], so dass die Kohlenstoffaktivität meist in Formeln wie

$$\lg(a_C^C) = \frac{2300}{T} - 2,21 + 0,15 \cdot c_C^C + \lg(c_C^C) \quad (3.19)$$

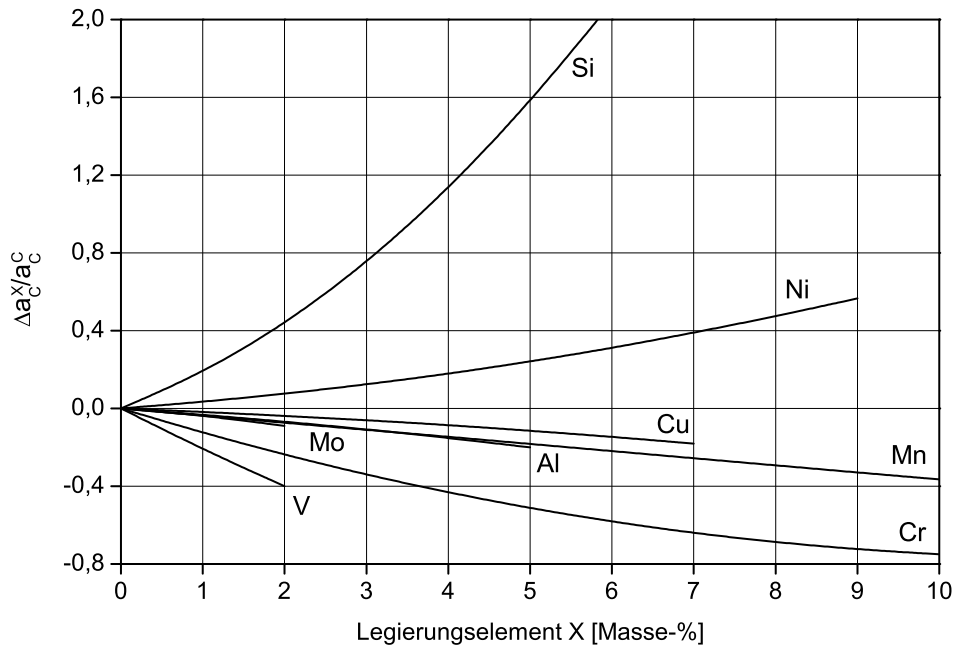
### 3.2 Konstitutive Gleichungen

dargestellt wird [18,21]. Im Bild 3.2 sind in dem für das Aufkohlen relevanten Bereich des Eisen-Kohlenstoff-Diagramms (teilweise vereinfacht) Isoaktivitätslinien dargestellt [18,22].



**Bild 3.2.** Isoaktivitätslinien des binären Systems Fe – C nach [18,22]

Beim Aufkohlen legierter Stähle führen Legierungselemente zu einer Erniedrigung (Mo, Cr, Mn) oder zu einer Erhöhung (Ni, Si) der Kohlenstoffaktivität. Die Legierungselemente vergrößern oder verkleinern somit den für das Aufkohlen relevanten Bereich des Eisen-Kohlenstoff-Diagramms (Bild 3.2). Die unterschiedliche Wirkung der Legierungselemente zeigt das Bild 3.3 [17,26].



**Bild 3.3.** Einfluss der Legierungselemente auf die Kohlenstoffaktivität im Stahl nach [17,26]

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Bei konstantem Kohlenstoffpegel und damit konstanter Aktivität der Gasaufkohlungsatmosphäre ergibt sich für den Gleichgewichtszustand eine gegenüber dem binären System Fe – C geringere (Ni, Si legierte Stähle) oder eine größere (Mo, Cr, Mn legierte Stähle) Kohlenstoffkonzentration des Bauteilrandes.

Zur Erfassung des Einflusses der Legierungselemente auf die Kohlenstoffaktivität wird ein legierungsabhängiger Aktivitätskoeffizient  $f_C$  wie folgt definiert [51]:

$$\lg \left[ \frac{f_C}{f_C^C} \right]_{a_C=const.} = \sum_X c_X o_C^X . \quad (3.20)$$

Darin ist  $o_C^X$  der Wirkparameter des Legierungselementes  $X$  mit der Konzentration  $c_X$  bei Konzentrationsabgabe. Unter der Annahme gleicher Kohlenstoffaktivitäten im binären System Fe – C und im Vielstoffsystem

$$a_C^C = a_C \quad (3.21)$$

$$f_C^C c_C^C = f_C c_C \quad (3.22)$$

folgt schließlich

$$\lg \left[ \frac{c_C^C}{c_C} \right]_{a_C=const.} = \sum_X c_X o_C^X . \quad (3.23)$$

Basierend auf der chemischen Zusammensetzung des Stahles ist es somit möglich, das Verhältnis zwischen der Kohlenstoffkonzentration im binären System Fe – C und der im legierten Stahl zu berechnen. Für ein Dreistoffsystem Fe – X – C verkürzt sich Gleichung (3.23) entsprechend:

$$\lg \left[ \frac{c_C^C}{c_C^X} \right]_{a_C=const.} = c_X o_C^X . \quad (3.24)$$

In Tabelle 3.1 sind für verschiedene Legierungselemente die Wirkparameter  $o_C^X$  angegeben.

Legierungselement	$o_C^X$ nach [51]	$o_C^X$ nach [52]
Si	0,055	0,052
Mn	-0,013	-0,013
Cr	-0,040	-0,039
Ni	0,014	0,013
Mo	-0,013	-0,013
Al	-	-0,013
V	-	-0,013
N	-	-0,208

**Tabelle 3.1.** Wirkparameter  $o_C^X$  verschiedener Legierungselemente

Aus der Gleichung (3.23) kann weiterhin ein Legierungsfaktor  $k_L$

$$\lg k_L = - \sum_i c_X \cdot o_C^X \quad (3.25)$$

abgeleitet werden, mit dem im Fall der Gasaufkohlung der zum Erreichen einer bestimmten Koh-

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

lenstoffrandkonzentration  $c_{C,Rand}$  erforderliche Kohlenstoffpegel  $C_P$  zu korrigieren ist:

$$C_P = \frac{c_{C,Rand}}{k_L} . \quad (3.26)$$

Die Kohlenstoffrandkonzentration kann keine beliebigen Werte annehmen. Sollen Karbidausscheidungen vermieden werden, muss die Kohlenstoffrandkonzentration kleiner als die von der jeweiligen Temperatur und Stahlzusammensetzung abhängige Sättigungsgrenze sein. Für diese gilt:

$$c_{C,Sätt.} = \frac{a_C = 1}{f_C} . \quad (3.27)$$

#### 3.2.2 Thermische Analyse

Grundlage der Lösung instationärer Temperaturfelder, wie sie sich beim Abkühlen im Bauteil ausbilden, ist die partielle Differentialgleichung für das Temperaturfeld:

$$\rho c_p \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla [\lambda \nabla T(\mathbf{r}, t)] + \dot{Q}(\mathbf{r}, t) . \quad (3.28)$$

In dieser Gleichung, die auch *Wärmeleitungsgleichung* genannt wird, sind  $\rho$ ,  $c_p$  und  $\lambda$  die temperatur- und phasenabhängigen Werkstoffkennwerte Dichte, spezifische Wärmekapazität und Wärmeleitfähigkeit. Die durch die auftretenden Phasentransformationen freigesetzte Wärme  $\dot{Q}$  (Abschnitt 3.2.3.5) sowie die Abhängigkeit der genannten Werkstoffkennwerte von der Phasenzusammensetzung charakterisieren die Kopplung zwischen Temperaturfeld und Phasentransformation.

Mit der als

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (3.29)$$

definierten Temperaturleitfähigkeit gilt:

$$\frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla [\alpha \nabla T(\mathbf{r}, t)] + \dot{Q}(\mathbf{r}, t) . \quad (3.30)$$

Im Kartesischen Koordinatensystem,  $\mathbf{r} = (x y z)$ , hat die Wärmeleitungsgleichung die Gestalt

$$\frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}(x, y, z, t) . \quad (3.31)$$

Bei bekanntem Temperaturfeld kann das zugehörige Feld der Wärmestromdichte aufgrund des Gesetzes von Fourier bestimmt werden:

$$\dot{q}(\mathbf{r}, t) = -\lambda \nabla T(\mathbf{r}, t) . \quad (3.32)$$

Vergleichend zur Diffusionsanalyse kann festgestellt werden, dass die partielle Differentialgleichung des Konzentrationsfeldes (Gleichung (3.2)) von gleicher Art ist wie die des Temperaturfeldes (Glei-



chung (3.28)). Es gelten die folgenden Entsprechungen:

$$c_C \stackrel{\Delta}{=} T \quad (3.33)$$

$$D_C \stackrel{\Delta}{=} \alpha . \quad (3.34)$$

Hieraus resultiert, dass sich viele Lösungen der partiellen Differentialgleichung des Temperaturfeldes auf das analoge Diffusionsproblem übertragen lassen, vorausgesetzt, die Grenzbedingungen stimmen überein [38]. Diese beinhalten wiederum eine Anfangsbedingung sowie örtliche Randbedingungen, die an den Oberflächen des Körpers bzw. des Bauteils vorgeschrieben sind.

Die Anfangsbedingung

$$T(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = T_0(\mathbf{r}) \quad (3.35)$$

schreibt die Temperaturverteilung im Bauteil zu einem bestimmten Zeitpunkt, etwa zu Beginn des Abkühlens, vor. Diese Anfangstemperaturverteilung verändert sich im Laufe des nichtstationären Abkühlvorganges.

Die örtlichen Randbedingungen werden in drei Arten eingeteilt:

**Randbedingung 1. Art:** Es kann die Temperaturverteilung als Funktion des Ortes auf der Oberfläche  $\mathbf{r}^{(A)}$  zum Zeitpunkt  $t$  vorgeschrieben sein:

$$T(\mathbf{r}, t)|_{\mathbf{r}^{(A)}} = T^{(A)}(t) . \quad (3.36)$$

**Randbedingung 2. Art:** Es kann die Wärmestromdichte normal zur Oberfläche als Funktion des Ortes auf der Oberfläche  $\mathbf{r}^{(A)}$  zum Zeitpunkt  $t$  vorgeschrieben sein:

$$\dot{q}^{(A)}(\mathbf{r}^{(A)}, t) = -\lambda \left. \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \right|_{\mathbf{r}^{(A)}} . \quad (3.37)$$

**Randbedingung 3. Art:** Es kann eine Berührung mit einem anderen Medium vorgeschrieben sein. Grenzt der Körper bzw. Bauteils wie beim Abkühlen an ein flüssiges oder gasförmiges Medium, so bildet sich eine Grenzschicht aus. Unter Berücksichtigung des *Newtonschen Abkühlgesetzes* gilt für die Wärmestromdichte  $\dot{q}^{(F)}$ , die an das umgebende Fluid mit dem Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  und der Temperatur  $T_0$  übergeht:

$$\dot{q}^{(F)} = \alpha \left[ T(\mathbf{r}^{(A)}, t) - T_0 \right] . \quad (3.38)$$

Diese ist gleich der Wärmestromdichte  $\dot{q}^{(A)}$

$$\dot{q}^{(A)} = -\lambda \left. \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \right|_{\mathbf{r}^{(A)}} , \quad (3.39)$$

welche durch Leitung im Körper an die Oberfläche transportiert werden muss.

Somit gilt für die Randbedingung 3. Art:

$$-\lambda \frac{\partial T(\mathbf{r}, t)}{\partial n} \Big|_{\mathbf{r}^{(A)}} = \alpha \left[ T(\mathbf{r}^{(A)}, t) - T_0 \right]. \quad (3.40)$$

Aus der Gleichung (3.40) ergibt sich der Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  wie folgt:

$$\alpha = \frac{\dot{q}^{(A)}}{T(\mathbf{r}^{(A)}, t) - T_0}. \quad (3.41)$$

### 3.2.3 Phasentransformationsanalyse

#### 3.2.3.1 Einführung

Im Kapitel 2.5 wurden die verschiedenen ZTU-Diagramme zur Beschreibung der Phasentransformation vorgestellt. Zur Analyse beliebiger Bauteilgeometrien sowie Abschreckbedingungen ist jedoch das kontinuierliche ZTU-Diagramm nicht geeignet, da es nur für die Abkühlkurven gültig ist, die zu dessen Erstellung verwendet wurden (Bild 2.5). Die Beschreibung der Phasentransformation auf der Grundlage von isothermen ZTU-Diagrammen umgeht diese Schwierigkeiten [7, 8].

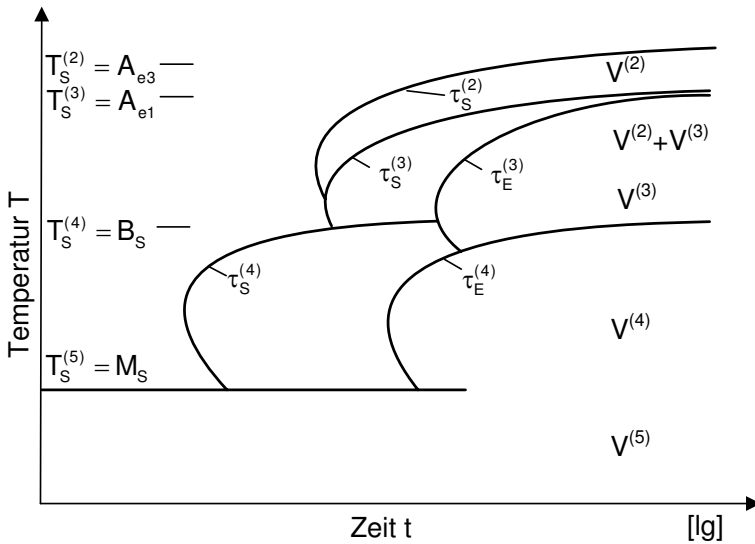
Das Phasentransformationsverhalten wird signifikant durch den Kohlenstoff beeinflusst. Auf einem gedachten Pfad, der von der Bauteiloberfläche zum Bauteilkern verläuft, besitzt somit jeder Punkt sein eigenes Umwandlungsverhalten. Experimentell ermittelte isotherme ZTU-Daten von Einsatzstählen liegen jedoch nur in einigen Fällen für mehr als zwei Kohlenstoffkonzentrationen vor [7, 10]. In dieser Arbeit werden daher zur Beschreibung des Phasentransformationsvorhaltens analytische isotherme ZTU-Daten verwendet. Das dabei zugrunde gelegte reaktionskinetische Modell beruht auf den Pionierarbeiten von Kirkaldy e.a. [53, 54] und wurde wesentlich durch Li e.a. [55] verbessert. Es besitzt Gültigkeit für unlegierte sowie niedrig legierte Stähle mit der Einschränkung, dass eine Beschreibung der Dekomposition des Austenits in Zementit nicht möglich ist.

Zur Beschreibung der Phasentransformationskinetik existieren verschiedene phänomenologische makroskopische Modelle. Entsprechend ihrer unterschiedlichen Umwandlungsmechanismen ist innerhalb der Phasentransformationsanalyse zwischen diffusionsgesteuerten Umwandlungen (Austenit in Ferrit, Perlit und Bainit) und der diffusionslosen Umwandlung des Austenits in Martensit zu unterscheiden.

#### 3.2.3.2 Berechnung von isothermen ZTU-Kurven

Eine schematische Darstellung eines isothermen ZTU-Diagramms zeigt das Bild 3.4. Darin sind  $T_S^{(k)}$  die Starttemperaturen sowie  $\tau_S^{(k)}$  und  $\tau_E^{(k)}$  die Kurven für den Beginn und das Ende der Umwandlung der jeweiligen Phase  $k$ . Es bedeutet jeweils  $k = 1$  Austenit,  $k = 2$  Ferrit,  $k = 3$  Perlit,  $k = 4$  Bainit und  $k = 5$  Martensit. Bei der Berechnung der isothermen Umwandlungskurven wird davon ausgegangen, dass maximal zwei Phasen gebildet werden.

Für die Zeit  $\tau^{(k)}$ , welche benötigt wird, um die ursprünglich vorhandene Volumenfraktion  $V^{(1)}$  des



**Bild 3.4.** Schematische Darstellung eines isothermen ZTU-Diagramms  
 2: Ferrit, 3: Perlit, 4: Bainit, 5: Martensit

Austenits isotherm bei der Temperatur  $T$  in die Phase  $k$  umzuwandeln, gilt [55]:

$$\tau^{(k)}(V^{(k)}, T) = \frac{f(C, \text{Mn}, \text{Si}, \text{Ni}, \text{Cr}, \text{Mo}, G)}{\Delta T^{(k)n} \exp(-Q/(RT))} S(V^{(k)}) . \quad (3.42)$$

In dieser Gleichung ist  $f$  eine Funktion aus der Legierungszusammensetzung des Stahles und der ASTM-Korngröße  $G$  des Austenits,  $R$  die Gaskonstante (1,986 cal/K/mol),  $\Delta T^{(k)}$  die Unterkühlung von der Umwandlungsstarttemperatur,  $Q$  die Aktivierungsenergie der Umwandlung und  $T$  die Temperatur. Der Exponent der Unterkühlung  $n$  ist eine empirische Konstante, die durch den effektiven Diffusionsmechanismus ( $n=2$  für Volumendiffusion und  $n=3$  Grenzflächendiffusion) bestimmt wird.  $S(V^{(k)})$  ist ein Term zur Charakterisierung der Reaktionsrate. Für ihn gilt nach Kirkaldy e.a. [53]

$$S(V^{(k)}) = \int_0^{V^{(k)}} \frac{dV}{V^2(1-V)^{2/3}(1-V)^{2V/3}} \quad (3.43)$$

und nach Li e.a. [55]:

$$S(V^{(k)}) = \int_0^{V^{(k)}} \frac{dV}{V^{0,4}(1-V)(1-V)^{0,4V}} . \quad (3.44)$$

Beispielsweise erhält man die Kurven für den Beginn und das Ende der Umwandlung des Austenits in die Phase  $k$ , indem in den Gleichungen (3.43) und (3.44) die Volumenfraktion  $V^{(k)}$  zu 0,01 bzw. 0,99 gesetzt und anschließend die Gleichung 3.42 für den jeweiligen Temperaturbereich gelöst wird.

In den Tabellen 3.2 und 3.3 sind ZTU-Kurven der verschiedenen diffusionsgesteuerten Umwandlungen des Austenits beider Vorhersagemodelle zusammengestellt. Für die ebenfalls zu berücksichtigende ASTM-Korngröße  $G$  des Austenits gilt:

$$G = 1 + \lg \left( \frac{254^2}{d_\gamma^2 [\mu\text{m}]} \right) \cdot \lg(2)^{-1} . \quad (3.45)$$

In dieser Gleichung ist  $d_\gamma$  die Austenitkorngröße.

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

**Tabelle 3.2.** Umwandlungsmodell nach Kirkaldy e.a. [53, 54]. Legierungselemente in [Masse-%], Temperaturen in [K]

Phase	$\tau^{(k)}$
Ferrit, k=2	$\frac{59,6\text{Mn} + 1,45\text{Ni} + 67,7\text{Cr} + 244\text{Mo}}{2^{(G-1)/2}(A_{e3} - T)^3 \exp(-23.500/(RT))} S(V^{(k)})$
Perlit, k=3	$\frac{1,79 + 5,42(\text{Cr} + \text{Mo} + 4\text{Mo} \cdot \text{Ni})}{2^{(G-1)/2}(A_{e1} - T)^3 D} S(V^{(k)})$
Bainit, k=4	$\frac{(2,34 + 10,1\text{C} + 3,8\text{Cr} + 19\text{Mo}) \cdot 10^{-4}}{2^{(G-1)/2}(B_S - T)^2 \exp(-27.500/(RT))} S(V^{(k)})$
<hr/>	
$\frac{1}{D} = \frac{1}{\exp(-27.500/(RT))} + \frac{0,01\text{Cr} + 0,52\text{Mo}}{\exp(-37.000/(RT))}$	
$B_S = 656 - 58\text{C} - 35\text{Mn} - 75\text{Si} - 15\text{Ni} - 34\text{Cr} - 41\text{Mo} \quad [^\circ\text{C}]$	
$M_S = 561 - 474\text{C} - 33\text{Mn} - 17\text{Ni} - 17\text{Cr} - 21\text{Mo} \quad [^\circ\text{C}]$	

**Tabelle 3.3.** Umwandlungsmodell nach Li e.a. [55]. Legierungselemente in [Masse-%], Temperaturen in [K]

Phase	$\tau^{(k)}$
Ferrit, k=2	$\frac{\exp(1,00 + 6,31\text{C} + 1,78\text{Mn} + 0,31\text{Si} + 1,12\text{Ni} + 2,70\text{Cr} + 4,06\text{Mo})}{2^{0,41G}(A_{e3} - T)^3 \exp(-27.500/(RT))} S(V^{(k)})$
Perlit, k=3	$\frac{\exp(-4,25 + 4,12\text{C} + 4,36\text{Mn} + 0,44\text{Si} + 1,71\text{Ni} + 3,33\text{Cr} + 5,19\sqrt{\text{Mo}})}{2^{0,32G}(A_{e1} - T)^3 \exp(-27.500/(RT))} S(V^{(k)})$
Bainit, k=4	$\frac{\exp(-10,23 + 10,18\text{C} + 0,85\text{Mn} + 0,55\text{Si} + 0,90\text{Cr} + 0,36\text{Mo})}{2^{0,29G}(B_S - T)^2 \exp(-27.500/(RT))} S(V^{(k)})$
<hr/>	
$B_S = 637 - 58\text{C} - 35\text{Mn} - 15\text{Ni} - 34\text{Cr} - 41\text{Mo} \quad [^\circ\text{C}]$	
$M_S = 539 - 423\text{C} - 30,4\text{Mn} - 17,7\text{Ni} - 12,1\text{Cr} - 7,5\text{Mo} + 10\text{Co} - 7,5\text{Si} \quad [^\circ\text{C}]$	

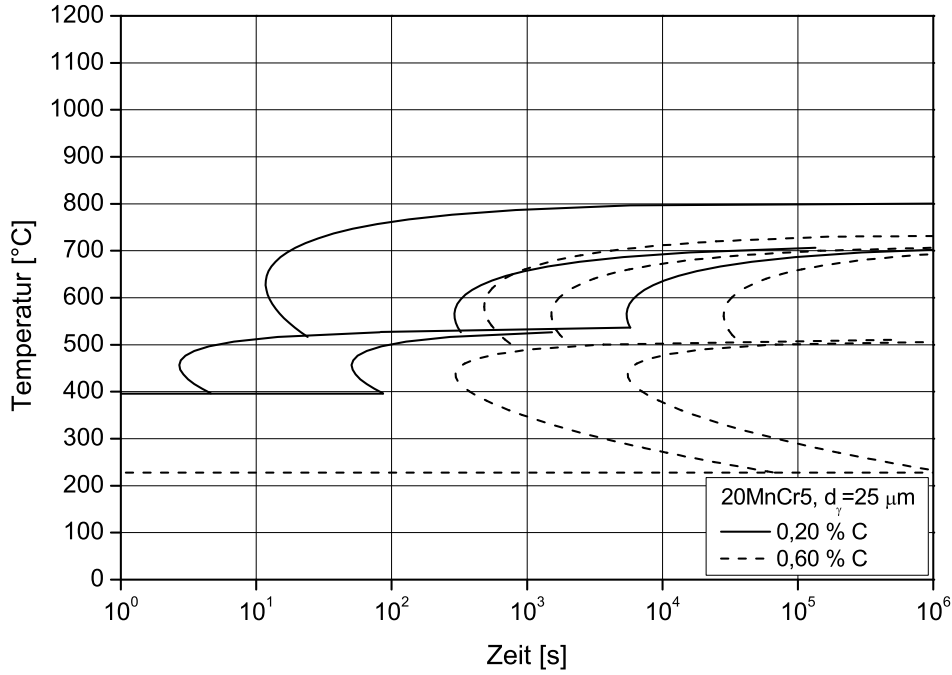
Innerhalb beider Modelle wird zur Bestimmung der Umwandlungstemperaturen im Gleichgewichtszustand  $A_{e3}$  und  $A_{e1}$  das jeweilige Multikomponenten-Zustandsdiagramm simuliert. Hiervon abweichend können diese mit nachfolgenden Gleichungen bestimmt werden [56], wobei die Legierungselemente in [Masse-%] einzusetzen sind.

$$A_{e3} = 910 - 203\sqrt{\text{C}} - 15,2\text{Ni} + 44,7\text{Si} + 104\text{V} + 31,5\text{Mo} + 13,1\text{W} - (30\text{Mn} + 11\text{Cr} + 20\text{Cu} - 700\text{P} - 400\text{Al} - 120\text{As} - 400\text{Ti}) \quad [^\circ\text{C}] \quad (3.46)$$

$$A_{e1} = 723 - 10,7\text{Mn} - 16,9\text{Ni} + 29,1\text{Si} + 16,9\text{Cr} + 290\text{As} + 6,38\text{W} \quad [^\circ\text{C}] \quad (3.47)$$

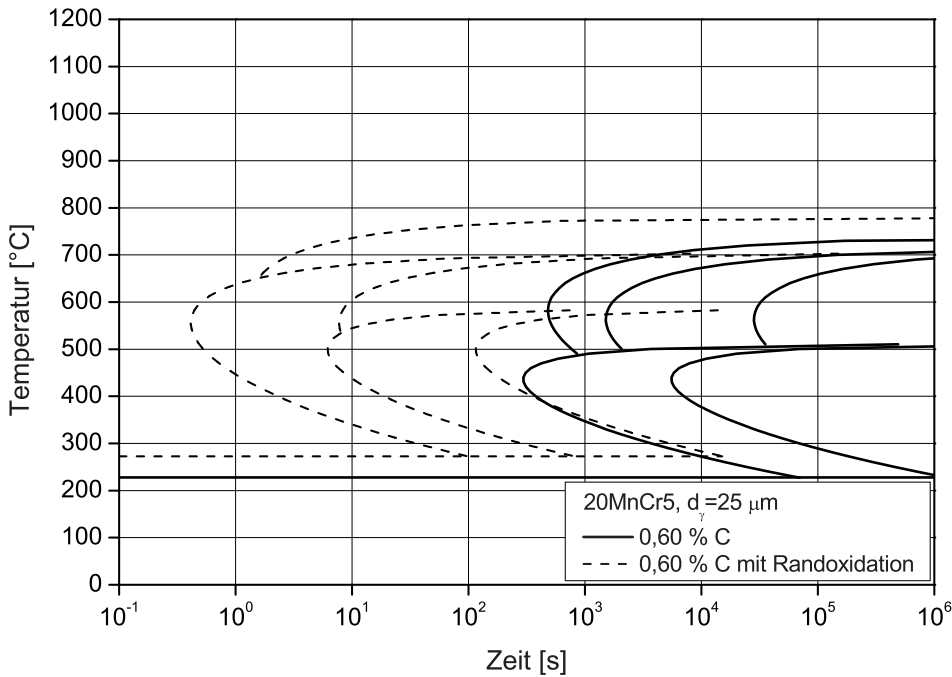
Am Beispiel des Einsatzstahles 20MnCr5 [42] ist im Bild 3.5 ein auf der Grundlage des Umwandlungsmodells nach Li e.a. [55] berechnetes isothermes ZTU-Diagramm für zwei Kohlenstoffgehalte (0,20 % C und 0,60 % C) sowie eine Austenitkorngröße von  $d_\gamma = 25 \mu\text{m}$  dargestellt. Für den Kohlenstoffgehalt von 0,20 % C ergeben sich bei dem Vergleich mit den experimentell bestimmten ZTU-Daten (Bild 2.6) nur geringfügige Abweichungen. Durch den erhöhten Kohlenstoffgehalt von 0,60 % C werden bei sonst gleicher Legierungszusammensetzung die Umwandlungen zu längeren

Zeiten und tieferen Temperaturen verschoben.



**Bild 3.5.** Berechnete isotherme ZTU-Diagramme des Einsatzstahles 20MnCr5 [42]

Anhand eines für die aufgekohtle Randzone eines Bauteils typischen Kohlenstoffgehaltes von 0,60 % C zeigt das Bild 3.6 die Auswirkungen einer Randoxidation auf das Umwandlungsverhalten des Einsatzstahles 20MnCr5. Durch die Verarmung der Legierungselemente Si, Mn, Cr (auf 20% der ursprünglichen Konzentration) werden die Umwandlungen zu kürzeren Zeiten und höheren Temperaturen verschoben, mit der Folge, dass sich die Randschicht bereits in der Perlit- bzw. Zwischenstufe umzuwandeln beginnt.



**Bild 3.6.** Auswirkungen einer Randoxidation auf das Umwandlungsverhalten des Einsatzstahles 20MnCr5 [42]

### 3.2.3.3 Diffusionsgesteuerte Umwandlungen

Mit dem Modell von Johnson, Mehl und Avrami [43,44] können die diffusionsgesteuerten Umwandlungen der Perlit- und Zwischenstufe beschrieben werden. Für die Volumenfraktion der Phase  $k$  gilt nach isothermem Halten auf dem Temperaturniveau  $T$  und Zeit  $t$  die kinetische Gleichung

$$V^{(k)} = 1 - e^{-b^{(k)} t^{n^{(k)}}}. \quad (3.48)$$

Die temperaturabhängigen Parameter  $b^{(k)} = b^{(k)}(T)$  und  $n^{(k)} = n^{(k)}(T)$  werden als Lösungen des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} V_S^{(k)} = 0,01 &= 1 - e^{-b^{(k)}(T)(t_S(T))^{n^{(k)}(T)}} \\ V_E^{(k)} = 0,99 &= 1 - e^{-b^{(k)}(T)(t_E(T))^{n^{(k)}(T)}} \end{aligned} \quad (3.49)$$

aus den Umwandlungskurven für den Beginn und das Ende der Umwandlung des Austenits im Gebiet der Phase  $k$  bestimmt [8]:

$$n^{(k)}(T) = \ln \left( \frac{\ln(1 - V_S^{(k)})}{\ln(1 - V_E^{(k)})} \right) \left( \ln \left( \frac{t_S^{(k)}(T)}{t_E^{(k)}(T)} \right) \right)^{-1} \quad (3.50)$$

$$b^{(k)}(T) = - \frac{\ln(1 - V_S^{(k)})}{(t_S^{(k)}(T))^{n^{(k)}(T)}}. \quad (3.51)$$

Zur Beschreibung des Phasenübergangs bei kontinuierlicher Abkühlung wird in dieser Arbeit die Additivitätsregel [57,58] verwendet:

$$\int_0^t \frac{dt}{\tau^{(k)}(V^{(k)}, T)} = 1. \quad (3.52)$$

Darin ist  $\tau^{(k)}(V^{(k)}, T)$  die Zeit, welche notwendig ist, um die Volumenfraktion  $V^{(k)}$  bei der Temperatur  $T$  isotherm umzuwandeln. Ist die durch die Gleichung (3.52) gegebene Bedingung erfüllt, so wird bei kontinuierlicher Abkühlung nach der Zeit  $t$  und Temperatur  $T$  die Volumenfraktion  $V^{(k)}$  umgewandelt. Somit gilt mit Gleichung (3.48):

$$t = \tau^{(k)}(V^{(k)}, T) = \left( - \frac{\ln(1 - V^{(k)})}{b^{(k)}} \right)^{\frac{1}{n^{(k)}}}. \quad (3.53)$$

Die Additivitätsregel ist zurückzuführen auf die Arbeiten von Scheil [59], der durch sie die Anlaufzeit der Austenitumwandlung herleitete. Deren generelle Anwendbarkeit zur Beschreibung von Phasenumwandlungen bei kontinuierlicher Abkühlung wurde später von Avrami [44] und Cahn [57] bestätigt. Ein anderer Ansatz zur Beschreibung anisothermer Phasenumwandlungen ist das Modell von Leblond e.a. [60,61], welches jedoch in dieser Arbeit nicht berücksichtigt wurde.

Durch die Ableitung von Gleichung (3.48) ergibt sich die Transformationsrate:

$$\frac{dV^{(k)}}{dt} = n^{(k)} b^{(k)} t^{n^{(k)}-1} e^{-b^{(k)} t^{n^{(k)}}}. \quad (3.54)$$

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Es ist zu beachten, dass der umgewandelte Volumenanteil auf das bei dieser Temperatur maximal erreichbare Volumen zu beziehen ist, d.h. es ist der ursprünglich vorhandene Volumenanteil des Austenits  $V^{(1)}$  sowie im Fall der Ferrit- und Perlitumwandlung zusätzlich der sich für das Gleichgewicht bei isothermer Umwandlung einstellende Volumenanteil  $V_e^{(k)}$  zu berücksichtigen (vgl. Abschnitt 3.2.3.2 sowie Bild 3.4). Unter diesen Bedingungen folgt aus der Gleichung (3.54)

$$\text{Ferrit: } \frac{dV^{(2)}}{dt} = V_e^{(2)} (V^{(1)} + V^{(2)}) (n^{(2)} b^{(2)} t^{n^{(2)}-1} e^{-b^{(2)} t^{n^{(2)}}}) \quad (3.55)$$

$$\text{Perlit: } \frac{dV^{(3)}}{dt} = V_e^{(3)} (V^{(1)} + V^{(3)}) (n^{(3)} b^{(3)} t^{n^{(3)}-1} e^{-b^{(3)} t^{n^{(3)}}}) \quad (3.56)$$

$$\text{Bainit: } \frac{dV^{(4)}}{dt} = (V^{(1)} + V^{(4)}) (n^{(4)} b^{(4)} t^{n^{(4)}-1} e^{-b^{(4)} t^{n^{(4)}}}) . \quad (3.57)$$

Aus der Integration dieser Gleichungen bis zur Zeit  $t$  (Gleichung (3.53)) folgt für den umgewandelten Volumenanteil  $V^{(k)}$  der Phase  $k$ :

$$V^{(k)} = (V_e^{(k)}) (V^{(1)} + V^{(k)}) \int_{t_S^{(k)}}^t \frac{dV^{(k)}}{dt} dt \quad (3.58)$$

$$\text{Ferrit: } V^{(2)} = V_e^{(2)} (V^{(1)} + V^{(2)}) \int_{t_S^{(2)}}^t n^{(2)} b^{(2)} \frac{1}{n^{(2)}} (-\ln(1 - V^{(2)}))^{1-\frac{1}{n^{(2)}}} (1 - V^{(2)}) d\tau^{(2)} \quad (3.59)$$

$$\text{Perlit: } V^{(3)} = V_e^{(3)} (V^{(1)} + V^{(3)}) \int_{t_S^{(3)}}^t n^{(3)} b^{(3)} \frac{1}{n^{(3)}} (-\ln(1 - V^{(3)}))^{1-\frac{1}{n^{(3)}}} (1 - V^{(3)}) d\tau^{(3)} \quad (3.60)$$

$$\text{Bainit: } V^{(4)} = (V^{(1)} + V^{(4)}) \int_{t_S^{(4)}}^t n^{(4)} b^{(4)} \frac{1}{n^{(4)}} (-\ln(1 - V^{(4)}))^{1-\frac{1}{n^{(4)}}} (1 - V^{(4)}) d\tau^{(4)} . \quad (3.61)$$

Die Beschreibung der Phasenumwandlung mit der Avrami-Gleichung entspricht dem üblichen Vorgehen, wenn experimentelle ZTU-Daten (Beginn und Ende der Umwandlung) vorliegen. Da jedoch beliebige Umwandlungszeitpunkte durch die analytischen ZTU-Kurven (Abschnitt 3.2.3.2) abgebildet werden können, ist die Verwendung der Avrami-Gleichung nicht zwingend notwendig. Aus den Gleichungen (3.42) bis (3.44) sowie der Additivitätsregel (Gleichung 3.52) folgt für die Transformationsrate

$$\frac{dV^{(k)}}{dt} = (V_e^{(k)}) (V^{(1)} + V^{(k)}) \frac{\Delta T^n \exp(-Q/RT) V^{(k)2(1-V^{(k)})/3} (1 - V^{(k)})^{2V^{(k)}/3}}{f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G)} \quad (3.62)$$

bzw.

$$\frac{dV^{(k)}}{dt} = (V_e^{(k)}) (V^{(1)} + V^{(k)}) \frac{\Delta T^n \exp(-Q/RT) V^{(k)0,4(1-V^{(k)})} (1 - V^{(k)})^{0,4V^{(k)}}}{f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G)} \quad (3.63)$$

und schließlich für den gesuchten Volumenanteil  $V$  der Phase  $k$

$$V^{(k)} = (V_e^{(k)}) \cdot (V^{(1)} + V^{(k)}) \int_{t_S^{(k)}}^t \frac{\Delta T^n \exp(-Q/RT) V^{(k)2(1-V^{(k)})/3} (1 - V^{(k)})^{2V^{(k)}/3}}{f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G)} d\tau^{(k)} \quad (3.64)$$

bzw.

$$V^{(k)} = (V_e^{(k)}) \cdot (V^{(1)} + V^{(k)}) \int_{t_S^{(k)}}^t \frac{\Delta T^n \exp(-Q/RT) V^{(k)0,4(1-V^{(k)})} (1 - V^{(k)})^{0,4V^{(k)}}}{f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G)} d\tau^{(k)} . \quad (3.65)$$

Für die innerhalb der Ferrit- und Perlitumwandlung zu berücksichtigenden Gleichgewichtsvolumenanteile  $V_e$  gilt [62]:

$$V_e^{(2)}(T) = \frac{c_C^\gamma(T) - c_C}{c_C^\gamma(T) - c_C^\alpha(T)} \quad \text{für } A_{e3} > T > A_{e1} \quad (3.66)$$

$$V_e^{(2)} = V_e^{(2)}(T = A_{e1}); \quad V_e^{(3)} = 1 - V_e^{(2)} \quad \text{für } T \leq A_{e1} \quad (3.67)$$

Die Kohlenstoffkonzentration des Austenits im Gleichgewichtszustand  $c_C^\gamma$  ergibt sich durch Umstellen der Gleichung (3.46):

$$c_C^\gamma(T) = \left[ (910 - T - 15,2Ni + 44,7Si + 104V + 31,5Mo + 13,1W - (30Mn + 11Cr + 20Cu - 700P - 400Al - 120As - 400Ti)) / 203 \right]^2 \quad [\text{Masse-}\%] . \quad (3.68)$$

Ausgehend von der Grenzlinie der Löslichkeit des Ferrits (Linie G-P im Bild 2.2) [63]

$$T_L^{(2)} = 911 - 8486C \quad [^\circ C] \quad (3.69)$$

folgt für die Kohlenstoffkonzentration des Ferrits im Gleichgewichtszustand  $c_C^\alpha$

$$c_C^\alpha(T) = \frac{911 - T}{8486} \quad [\text{Masse-}\%] . \quad (3.70)$$

### 3.2.3.4 Diffusionslose martensitische Umwandlung

Die zeitunabhängige diffusionslose Umwandlung des Austenits in Martensit wird durch die Koistinen-Marburger-Gleichung [64]

$$V^{(5)} = 1 - e^{-a(M_S - T)} \quad (3.71)$$

beschrieben. Es bedeutet  $T$  die Temperatur,  $M_S$  die Martensitstarttemperatur und  $a$  ist eine die Umwandlung charakterisierende Konstante. Unter Berücksichtigung der ursprünglich vorhandenen Volumenfraktion des Austenits gilt:

$$V^{(5)} = V^{(1)} (1 - e^{-a(M_S - T)}) . \quad (3.72)$$



### 3.2.3.5 Transformationswärme

Die in der Differentialgleichung für das Temperaturfeld (Gleichung (3.28)) zu berücksichtigende latente Wärme infolge der Phasentransformation  $\dot{Q}$  kann wie folgt berechnet werden:

$$\dot{Q}(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=2}^5 l^{(k)} \frac{dV^{(k)}}{dt} . \quad (3.73)$$

Darin ist  $l^{(k)}$  die latente Wärme der Transformation des Austenits in die Phase  $k$ . Sie ist als Änderung der Enthalpie  $H$  beim Phasenübergang

$$l^{(k)} = \Delta H^{(1) \rightarrow (k)} \quad (3.74)$$

definiert (Tabelle 3.4).

Transformation $k = 1 \rightarrow k$	$l^{(k)}$ nach [65] [Jm <sup>-3</sup> ]	$l^{(k)}$ nach [8] [Jm <sup>-3</sup> ]
$k = 2$	$590 \cdot 10^6$	$590 \cdot 10^6$
$k = 3$	$600 \cdot 10^6$	$590 \cdot 10^6$
$k = 4$	$620 \cdot 10^6$	$590 \cdot 10^6$
$k = 5$	$650 \cdot 10^6$	$640 \cdot 10^6$
<hr/>		
$k = 1$ – Austenit	$k = 2$ – Ferrit	$k = 3$ – Perlit
$k = 4$ – Bainit	$k = 5$ – Martensit	

**Tabelle 3.4.** Latente Wärmen verschiedener Umwandlungen

### 3.2.3.6 Ableitung der Härte nach dem Abschrecken und dem Anlassen

Ausgehend von der Gefügeverteilung am Ende der Abkühlung wird unter Berücksichtigung der individuellen Härten der verschiedenen Phasen  $HV_0^{(k)}$  die Abschreckhärte  $HV_0$  (in Vickers) berechnet:

$$HV_0 = \sum_{k=1}^5 V^{(k)} HV_0^{(k)} = HV_0^{(1)} V^{(1)} + HV_0^{(2)} V^{(2)} + HV_0^{(3)} V^{(3)} + HV_0^{(4)} V^{(4)} + HV_0^{(5)} V^{(5)} . \quad (3.75)$$

Die individuellen Härten  $HV_0^{(k)}$ , ausgenommen die des Austenits, werden nach einer Untersuchung von Maynier [66] als Funktion aus den Legierungselementen und der mittleren Abkühlgeschwindigkeit  $v_{85}$  zwischen 800 °C und 500 °C wie folgt ermittelt:

$$HV_0^{(k)} = A_0 + B_0 \cdot \lg(v_{85}) \quad (3.76)$$

$$A_0, B_0 = f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, V)$$

$$HV_0^{(2-3)} = 42 + 223C + 53Si + 30Mn + 12,6Ni + 7Cr + 19Mo + (10 - 19Si + 4Ni + 8Cr + 130V) \cdot \lg(v_{85}) \quad (3.77)$$

$$HV_0^{(4)} = -323 + 185C + 330Si + 153Mn + 65Ni + 144Cr + 191Mo + (89 + 53C - 55Si - 22Mn - 10Ni - 20Cr - 33Mo) \cdot \lg(v_{85}) \quad (3.78)$$

$$HV_0^{(5)} = 127 + 949C + 27Si + 11Mn + 8Ni + 16Cr + 21 \cdot \lg(v_{85}) . \quad (3.79)$$

Dabei sind die Legierungselemente in Masseprozent und die mittlere Abkühlgeschwindigkeit  $v_{85}$  in  $^{\circ}C$  pro Stunde einzusetzen. Aus der Literatur sind keine Untersuchungen zur Berechnung der Härte des (Rest-)Austenits bekannt. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Härte des Austenits sich nur unwesentlich von der des Ferrits unterscheidet. Folglich gilt in dieser Arbeit  $HV_0^{(1)} = HV_0^{(2-3)}$ .

Der Effekt des Anlassens auf die Abschreckhärte kann durch die folgende kinetische Gleichung beschrieben werden [67].

$$(HV^{(k)} - HV_0^{(k)}) - C \cdot P^n = 0 \quad (3.80)$$

Darin ist  $HV^{(k)}$  die Anlasshärte der Phase  $k$ ,  $C$  und  $n$  sind materialabhängige Konstanten und  $P$  ist der sogenannte *Zeit-Temperatur-Parameter* (Anlassparameter), für den gilt:

$$P = f(T, Q, R, t) . \quad (3.81)$$

Eine Zusammenstellung einiger Zeit-Temperatur-Parameter kann der Literatur [67, 68] entnommen werden, wobei als bekanntester Zeit-Temperatur-Parameter der von Hollomon und Jaffe [69] gilt. Auch von Maynier [66] wurde der Einfluss des Anlassens auf die Härte untersucht. Danach gilt allgemein für die Härte des Bainits und des Martensits nach dem Anlassen:

$$HV^{(4/5)} = A^{(4/5)} + B^{(4/5)} \cdot P \quad (3.82)$$

$$A^{(4/5)}, B^{(4/5)} = f(C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, V) .$$

Dieser Ansatz berücksichtigt jedoch nicht die Härte nach dem Abschrecken  $HV_0^{(k)}$  als Ausgangszustand. Weiterhin kann der Anlassparameter erst für Anlasstemperaturen oberhalb von  $450^{\circ}C$  berechnet werden, weshalb dieser Ansatz zur Berechnung der Härte nach dem Anlassen im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet werden kann.

In [70] wurden Untersuchungen zur Abschreck- und Anlasshärte anhand von Rundproben aus verschiedenen Einsatzstählen und unterschiedlichen Kohlenstoffgehalten durchgeführt. Dabei lagen die Wärmebehandlungstemperaturen in den für Einsatzstähle üblichen Temperaturbereichen (Abschnitt 2.1). Im Bild 3.7 sind die Regressionskurven für den nicht angelassenen und angelassenen Zustand (Anlasstemperatur  $180^{\circ}C$ ) basierend auf den Ergebnissen der Proben mit 12,5 und 25 mm Durchmesser dargestellt.

Die Chargen beider Proben wurden in Öl abgeschreckt, weshalb von einer alleinigen Umwandlung des Austenits in der Martensitstufe auszugehen ist. Bezieht man die Anlasshärte auf die Abschreckhärte, so ist ein Faktor  $d$  abhängig vom Kohlenstoffgehalt definierbar, mit dem der Effekt des Anlassens auf die Härte des Abschreckgefüges in Abhängigkeit von der Abschreckhärte ermittelt werden kann (Bild 3.7):

$$d = 0,99 - 0,21C - 0,23C^2 + 0,30C^3 \quad 0,20 \% < C < 0,80 \% . \quad (3.83)$$

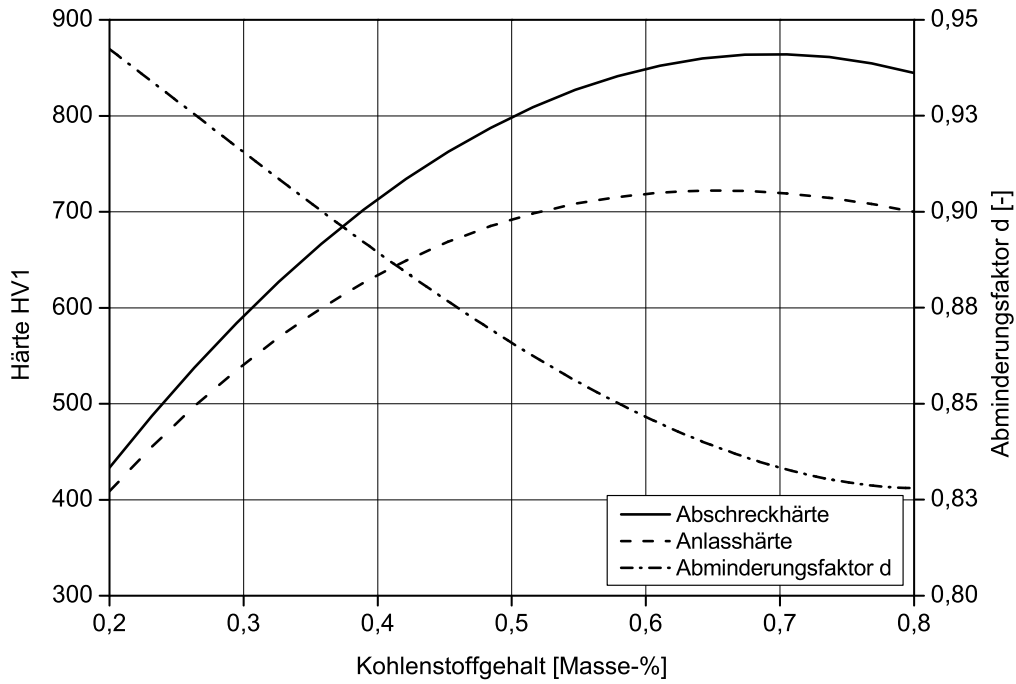


Bild 3.7. Abschreck- und Anlasshärte bei verschiedenen Kohlenstoffgehalten [70]

Selbstverständlich besitzt dieser Faktor nur für den üblichen Anlass-Temperaturbereich von Einsatzstählen Gültigkeit. Somit gilt für die Härte des bei 180 °C angelassenen Martensits:

$$HV^{(5)} = HV_0^{(5)} \cdot d. \quad (3.84)$$

Für die anderen Phasen im angelassenen Zustand wird angenommen, dass die Abschreckhärte unverändert bleibt.

$$HV^{(1-4)} = HV_0^{(1-4)} \quad (3.85)$$

### 3.2.4 Eigenspannungsanalyse

#### 3.2.4.1 Allgemeine Bemerkungen

Innerhalb der Eigenspannungsanalyse wird angenommen, dass sich die totalen makroskopischen Dehnungen  $\epsilon_{ij}$  aus fünf voneinander unabhängigen Dehnungsanteilen zusammensetzen [8,9]:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon_{ij}^p + \delta_{ij} \epsilon^{th} + \delta_{ij} \epsilon^{tr} + \epsilon_{ij}^{tp}. \quad (3.86)$$

Darin bedeuten  $\epsilon_{ij}^e$  die elastischen Dehnungen,  $\epsilon_{ij}^p$  die plastischen Dehnungen,  $\epsilon^{th}$  die thermischen Dehnungen,  $\epsilon^{tr}$  die transformationsinduzierten Dehnungen,  $\epsilon_{ij}^{tp}$  die transformationsinduzierten plastischen Dehnungen sowie  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Delta, wobei gilt:

$$\delta_{ij} \begin{cases} 1 & \text{falls } i = j \\ 0 & \text{falls } i \neq j \end{cases}. \quad (3.87)$$

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Aus der zeitlichen Ableitung von Gleichung (3.86) folgt für das totale Dehnungsinkrement  $d\epsilon_{ij}$ :

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p + \delta_{ij} d\epsilon^{th} + \delta_{ij} d\epsilon^{tr} + d\epsilon_{ij}^{tp}. \quad (3.88)$$

Mit der additiven Zerlegung der Dehnungen ist der differentielle Spannungszuwachs durch die Beziehung

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p - d\epsilon_{kl}^{eT} - \delta_{kl} d\epsilon^{th} - \delta_{kl} d\epsilon^{tr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) \quad (3.89)$$

gegeben. Das dabei zusätzlich berücksichtigte Dehnungsinkrement  $d\epsilon_{ij}^{eT}$  resultiert aus der Temperatur- und Phasenkompositionsabhängigkeit von Elastizitätsmodul  $E$  und Querdehnzahl  $\nu$ . In der Gleichung (3.89) gilt für die Komponenten des Elastizitätstensors im dreidimensionalen Spannungszustand

$$C_{ijkl}^e = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu I_{ijkl}, \quad (3.90)$$

wobei  $\lambda$  und  $\mu$  die Laméschen Konstanten

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.91)$$

und  $I_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$  die Komponenten des symmetrischen Identitätstensors 4. Stufe sind.

#### 3.2.4.2 Elastische Dehnung

Für die elastische Dehnung gilt:

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \delta_{ij}\nu\sigma_{kk}]. \quad (3.92)$$

Unter Beachtung, dass der Elastizitätsmodul  $E$  und die Querdehnzahl  $\nu$  sowohl temperatur- als auch phasenabhängig und damit zeitabhängig sind, folgt aus der Gleichung (3.92) für das elastische Dehnungsinkrement [8, 48]:

$$\begin{aligned} d\epsilon_{ij}^e = & \frac{1}{E} [(1+\nu)d\sigma_{ij} - \delta_{ij}\nu d\sigma_{kk}] - \\ & \frac{dE}{E^2} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \delta_{ij}\nu\sigma_{kk}] + \\ & \frac{d\nu}{E} [\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}]. \end{aligned} \quad (3.93)$$

Die aus der Temperatur- und Phasenkompositionsabhängigkeit von Elastizitätsmodul und Querdehnzahl resultierenden zusätzlichen Dehnungsinkremente werden wie folgt zusammengefasst:

$$d\epsilon_{ij}^{eT} = d\epsilon_{ij}^{eE} + d\epsilon_{ij}^{e\nu} \quad (3.94)$$

$$d\epsilon_{ij}^{eT} = -\frac{dE}{E^2} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \delta_{ij}\nu\sigma_{kk}] + \frac{d\nu}{E} [\sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_{kk}]. \quad (3.95)$$

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Die Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls und der Querdehnzahl von der Temperatur und der Phasenkomposition wird im Allgemeinen durch lineare Mischungsregeln wie folgt beschrieben [48]:

$$E(T, V^{(k)}) = \sum_{k=1}^5 E^{(k)}[T(t)] V^{(k)}(t) \quad (3.96)$$

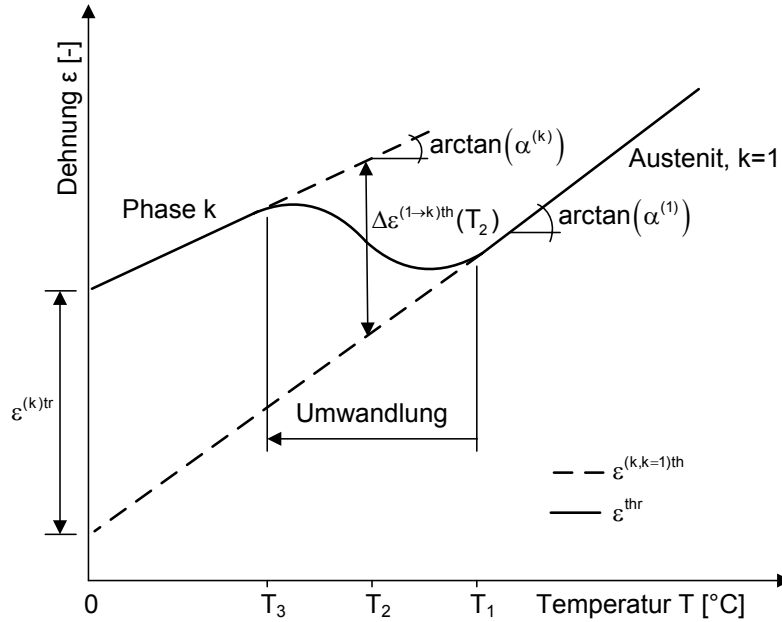
$$\nu(T, V^{(k)}) = \sum_{k=1}^5 \nu^{(k)}[T(t)] V^{(k)}(t) . \quad (3.97)$$

#### 3.2.4.3 Thermometallurgische Dehnung

Die thermischen und transformationsinduzierten Dehnungen werden zur thermometallurgischen Dehnung  $\epsilon^{thr}$  wie folgt zusammengefasst [8, 48] (Bild 3.8):

$$\epsilon^{thr} = \epsilon^{th} + \epsilon^{tr} \quad (3.98)$$

$$\epsilon_{ij}^{thr} = \delta_{ij} \left[ \sum_{k=1}^5 V^{(k)} \int_0^T \alpha^{(k)}(T) dT + \sum_{k=2}^5 V^{(k)} \epsilon^{(k)tr} \right] . \quad (3.99)$$



**Bild 3.8.** Zusammenfassung der thermischen und transformationsinduzierten Dehnungen zur thermometallurgischen Dehnung (in Anlehnung an [7, 48]).

$T_1$  - Beginn der Umwandlung,  $T_2 - V^{(k)} = 0.5$ ,  $T_3$  - Ende der Umwandlung

Das Inkrement der thermometallurgischen Dehnung ergibt sich zu

$$d\epsilon_{ij}^{thr} = \delta_{ij} \left[ \sum_{k=1}^5 \left( dV^{(k)} \int_0^T \alpha^{(k)}(T) dT + V^{(k)} \alpha^{(k)}(T) dT \right) + \sum_{k=2}^5 \epsilon^{(k)tr} dV^{(k)} \right] . \quad (3.100)$$

In den Gleichungen (3.98) und (3.100) bezeichnet  $T$  die Temperatur,  $V^{(k)}$  die Volumenfraktion der Phase  $k$ ,  $\alpha^{(k)}$  den thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Phase  $k$  sowie  $\epsilon^{(k)tr}$  die, die Differenz

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

der spezifischen Volumina  $v$  von Austenit und der Phase  $k$  charakterisierende Dehnung. Diese ist unter Annahme einer vollständigen Umwandlung des Austenits bei einer Bezugstemperatur von  $0^\circ\text{C}$  wie folgt definiert (vgl. [7, 8, 48]):

$$\epsilon^{(k)tr} = \Delta\epsilon^{(1\rightarrow k)th}(T = 0^\circ\text{C}) = \frac{1}{3} \frac{(v^{(k)} - v^{(1)})}{v^{(1)}} \Bigg|_{T=0^\circ\text{C}} . \quad (3.101)$$

Um den Effekt des Anlassens von Martensit, aber auch des Selbstanlassens [71, 72] während des Abschreckens von bereits gebildetem Martensit auf die Eigenspannungsbildung zu berücksichtigen, wird die Transformationsdehnung des Martensits wie folgt ermittelt:

$$\epsilon^{(5)tr} = \epsilon_{\alpha',ang.}^{tr} = \epsilon_{\gamma\rightarrow\alpha'}^{tr} + y_n \epsilon_{\alpha'\rightarrow\alpha+\epsilon}^{tr} . \quad (3.102)$$

Dabei ist  $\epsilon_{\alpha'\rightarrow\alpha+\epsilon}^{tr}$  die mit der Ausscheidung von  $\epsilon$ -Karbiden (Abschnitt 2.5) assoziierte Dehnung und  $y_n$  die normalisierte Anlass- bzw. Selbstanlassrate. Für den voll angelassenen Zustand gilt  $y_n = 1$  [50].

#### 3.2.4.4 Transformationsinduzierte plastische Dehnung

Während der Phasentransformationen sind bei von null verschiedenen Spannungszuständen infolge thermischer oder mechanischer Lasten plastische Dehnungen möglich, auch wenn die momentane, temperaturabhängige Fließgrenze nicht überschritten wird. Diese Art der plastischen Dehnung wird *transformationsinduzierte plastische Dehnung* genannt und tritt bei Stählen sowohl bei isothermer als auch bei kontinuierlicher Umwandlung auf. Zur Beschreibung dieser Umwandlungsplastizität existieren verschiedene Modellvorstellungen.

Nach dem Modell von Greenwood und Johnson [73] ruft die Volumendifferenz zweier koexistenter Phasen Mikrospannungen hervor, die ausreichen, um in der Nähe der Umwandlungsfront der weicheren Phase plastische Dehnungen zu induzieren. Durch das Aufbringen einer äußeren Belastung während der Transformation werden die Mikrospannungen beeinflusst, so dass eine plastische Verformung entweder initiiert oder verstärkt wird und somit gemessen werden kann [74].

Ein anderes Modell ist das von Magee [75] zur Beschreibung der Umwandlungsplastizität bei martensitischer Phasenumwandlung. Bei der Deformation des Austenits in Martensit findet neben einer Volumenänderung auch eine Formänderung durch Scherung statt. Ferner werden bei Anliegen einer äußeren Belastung Martensitplatten ausschließlich in energetisch günstigen Orientierungen gebildet. Diese somit nur lokale anisotrope Deformation beeinflusst die Form des Bauteils.

Bei einer Beanspruchung durch die einachsige konstante Spannung  $\sigma$  kann die transformationsinduzierte plastische Dehnung in Belastungsrichtung durch die Beziehung

$$\epsilon^{tp} = K \sigma \phi(V) \quad (3.103)$$

beschrieben werden. Darin ist  $K$  ein Proportionalitätsfaktor, der im Allgemeinen als *Umwandlungskonstante* bezeichnet wird und  $\phi(V)$  eine Funktion, welche die Abhängigkeit der transformationsinduzierten plastischen Dehnung vom umgewandelten Phasenanteil beschreiben soll. Für die Be-

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

rechnung von  $K$  und  $\phi(z)$  sind in der Literatur verschiedene Ansätze verfügbar. In der Gleichung (3.104) ist das Modell nach Greenwood und Johnson zur Berechnung der Umwandlungskonstanten wiedergegeben, wobei  $\sigma_Y^{(1)}$  die Streckgrenze des Austenits (allgemein der jeweils weicheren Phase) und  $\Delta v/v$  die relative Änderung des spezifischen Volumens darstellt.

$$K = \frac{5}{6\sigma_Y^{(1)}(T)} \frac{\Delta v}{v} \quad (3.104)$$

Leblond e.a. [76] schlagen zur Berechnung der Umwandlungskonstante das Modell nach Gleichung (3.105) vor.

$$K = 2 \frac{\Delta \epsilon^{(1 \rightarrow k)th}}{\sigma_Y^{(1)}(T)} \quad (3.105)$$

Desalos [77] führte nachfolgende Funktion zur Beschreibung der Abhängigkeit der transformationsinduzierten plastischen Dehnung vom umgewandelten Phasenanteil ein.

$$\phi(z) = V(2 - V) \quad (3.106)$$

Eine andere Funktion basiert auf den analytischen Arbeiten von Leblond [76]:

$$\phi(z) = V(1 - \lg(V)) . \quad (3.107)$$

Mit den Komponenten des Spannungsdeviators  $s_{ij}$  folgt aus der Gleichung (3.103) zur Berücksichtigung mehrachsiger Spannungszustände [76]

$$\epsilon_{ij}^{tp} = \frac{3}{2} K s_{ij} \phi(V) . \quad (3.108)$$

Für die inkrementelle Formulierung ist die Gleichung (3.108) nach der Zeit abzuleiten. Es gilt:

$$d\epsilon_{ij}^{tp} = \frac{3}{2} K s_{ij} \phi'(V) dV . \quad (3.109)$$

Im Fall mehrerer Phasen  $k$  gilt:

$$d\epsilon_{ij}^{tp} = \sum_{k=2}^5 \frac{3}{2} K^{(k)} s_{ij} \phi'(V^{(k)}) dV^{(k)} . \quad (3.110)$$

#### 3.2.4.5 Plastische Dehnung

Zur Beschreibung des Übergangs zwischen elastischen und plastischen Spannungszuständen wird eine von-Mises-Fließbedingung

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, V^{(k)}, \epsilon^p) = F(\boldsymbol{\xi}, T, V^{(k)}, \epsilon^p) = \sqrt{3J_{2,\boldsymbol{\xi}}} - \sigma_F(T, V^{(k)}, \epsilon^p) \leq 0 \quad (3.111)$$

$$\text{mit } \xi_{ij} = s_{ij} - \alpha'_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\sigma_{mm} - \alpha_{mm}) \quad (3.112)$$

$$F(s_{ij}, \alpha'_{ij}, T, V^{(k)}, \epsilon^p) = \sqrt{\frac{3}{2} (s_{ij} - \alpha'_{ij})(s_{ij} - \alpha'_{ij})} - \sigma_F(T, V^{(k)}, \epsilon^p) \leq 0 \quad (3.113)$$

### 3.2 Konstitutive Gleichungen

unter Berücksichtigung von linear isotroper und kinematischer Verfestigung definiert [48, 78]. Darin sind  $s_{ij}$  die Komponenten des deviatorischen Anteils des Spannungstensors,  $\alpha'_{ij}$  die Komponenten des deviatorischen Rückspannungstensors infolge kinematischer Verfestigung und  $\sigma_F(T, V^{(k)}, \epsilon^P)$  die Fließspannung. Aus dieser ergibt sich der Radius der Fließfläche  $R_F$  wie folgt:

$$R_F = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_F(T, V^{(k)}, \epsilon^P). \quad (3.114)$$

Die Fließspannung entspricht der isotropen Verfestigungsregel

$$\sigma_F(T, V^{(k)}, \epsilon^P) = \sigma_Y(T, V^{(k)}) + H_{iso}(T, V^{(k)}) \epsilon^P, \quad (3.115)$$

wobei für die effektive plastische Dehnung (Vergleichsdehnung)  $\epsilon^P$  gilt:

$$\epsilon^P = \int d\epsilon^P dt \quad d\epsilon^P = \sqrt{\frac{2}{3}} d\epsilon^P_{ij} d\epsilon^P_{ij}. \quad (3.116)$$

Jeder Rückspannungsanteil  $\alpha_{ij}$  entspricht der kinematischen Verfestigungsregel

$$d\alpha_{ij} = \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) d\epsilon^P_{ij}. \quad (3.117)$$

In den Gleichungen (3.115) und (3.117) ist  $\sigma_Y(T, V^{(k)})$  die temperatur- und phasenkompositionsabhängige Streckgrenze

$$\sigma_Y(T, V^{(k)}) = \sum_{k=1}^5 \sigma_Y^{(k)}[T(t)] V^{(k)}(t), \quad (3.118)$$

$H_{iso}(T, V^{(k)})$  und  $H_{kin}(T, V^{(k)})$  sind die temperatur- und phasenkompositionsabhängigen Verfestigungsmoduli der jeweiligen Verfestigungsregel. Diese werden aus dem Verfestigungsmodul  $H$  wie folgt bestimmt:

$$H_{iso}(T, V^{(k)}) = (1 - \beta) \cdot \sum_{k=1}^5 H^{(k)}[T(t)] V^{(k)}(t) \quad (3.119)$$

$$H_{kin}(T, V^{(k)}) = \beta \cdot \sum_{k=1}^5 H^{(k)}[T(t)] V^{(k)}(t). \quad (3.120)$$

Hierbei erfolgt durch den Faktor  $\beta \in [0, 1]$  die Steuerung des Verfestigungsanteils. Beispielsweise gilt für  $\beta = 0$  rein isotrope und für  $\beta = 1$  rein kinematische Verfestigung.

Der Zusammenhang zwischen Spannungen und plastischen Dehnungszuwächsen wird durch die Normalenfließregel

$$d\epsilon^P_{ij} = n_{ij} d\lambda \quad (3.121)$$

beschrieben. Darin ist  $d\lambda$  ein positiver Proportionalitätsfaktor und  $n_{ij}$  sind die Komponenten des Normalentensors. Für diese gilt:

$$n_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = - \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}}. \quad (3.122)$$



### 3.2 Konstitutive Gleichungen

Somit folgt aus der Gleichung (3.116) unter Berücksichtigung der Gleichung (3.121)

$$d\epsilon^p = d\lambda \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}} . \quad (3.123)$$

Aus der Konsistenzbedingung der Elastoplastizität folgt, dass die plastischen Spannungszustände stets auf der Fließfläche liegen. Daher gilt:

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, V^{(k)}, \epsilon^p) = 0 \quad (3.124)$$

$$dF(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, V^{(k)}, \epsilon^p) = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}} d\alpha_{ij} + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)} + \frac{\partial F}{\partial \epsilon^p} d\epsilon^p = 0. \quad (3.125)$$

Aus dem Einsetzen der Gleichungen (3.89) und (3.117) in die Gleichung (3.125) folgt:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^p - d\epsilon_{kl}^{eT} - d\epsilon_{kl}^{thr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) + \frac{\partial F}{\partial \alpha_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) d\epsilon_{ij}^p + \\ & \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)} - H_{iso}(T, V^{(k)}) d\epsilon^p = 0. \end{aligned} \quad (3.126)$$

Damit ist es möglich, unter Berücksichtigung der Gleichungen (3.121) und (3.123) eine Bestimmungsgleichung für den Proportionalitätsfaktor  $d\lambda$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^{eT} - d\epsilon_{kl}^{thr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + H_{iso}(T, V^{(k)}) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \quad (3.127)$$

abzuleiten. Für das plastische Dehnungsinkrement  $d\epsilon_{ij}^p$  folgt dann

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^{eT} - d\epsilon_{kl}^{thr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + H_{iso}(T, V^{(k)}) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} . \quad (3.128)$$

Aus dem Einsetzen in die Gleichung (3.89) ergibt sich das Spannungsinkrement zu

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij} = & \left( C_{ijkl}^e - \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + H_{iso}(T, V^{(k)}) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \right) \\ & (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^{eT} - d\epsilon_{kl}^{thr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) - \\ & \frac{C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \left( \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)} \right)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + H_{iso}(T, V^{(k)}) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}} \end{aligned} \quad (3.129)$$

bzw.

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}^{ep} (d\epsilon_{kl} - d\epsilon_{kl}^{eT} - d\epsilon_{kl}^{thr} - d\epsilon_{kl}^{tp}) - \frac{C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \left( \frac{\partial F}{\partial T} dT + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial F}{\partial V^{(k)}} dV^{(k)} \right)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} C_{ijkl}^e \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{2}{3} H_{kin}(T, V^{(k)}) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} + H_{iso}(T, V^{(k)}) \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}}}, \quad (3.130)$$

wobei  $C_{ijkl}^{ep}$  die Komponenten des elastoplastischen Deformationstensors darstellen.

Die Fähigkeit zur plastischen Verformung ist im Fall kristalliner Werkstoffe auf die Veränderung deren Realstruktur, wie die Bewegung von Versetzungen, zurückzuführen. Während der Abkühlung findet eine kontinuierliche Phasenumwandlung statt. Damit verbunden ist ein zumindest teilweiser Verlust des „plastischen Erinnerungsvermögens“. Modelle, die diesen Effekt meist über die phasenabhängige Korrektur des plastischen Dehnungsinkrementes  $d\epsilon_{ij}^p$  sowie des effektiven plastischen Dehnungsinkrementes  $d\epsilon^p$  berücksichtigen [8, 79–81], wurden jedoch in dieser Arbeit nicht betrachtet.

### 3.3 Eingabegrößen der Simulation des Einsatzhärtens

Die Tabelle 3.5 gibt zusammenfassend eine Übersicht der Eingabegrößen, die zur Simulation einer Einsatzhärtung basierend auf den vorgestellten Modellen benötigt werden.

**Tabelle 3.5.** Eingabegrößen der Simulation des Einsatzhärtens

Werkstoffkennwerte - Legierungs-, Kohlenstoff-, Phasen- und Temperaturabhängig		
Thermophysikalisch	Umwandlungsspezifisch	Thermomechanisch
Diffusionskoeffizient $D_C$	isoth. ZTU-Daten	Querdehnzahl $\nu$
Spez. Wärmekapazität $c_p$	Transformationsdehnung $\epsilon^{tr}$	Elastizitätsmodul $E$
Wärmeleitfähigkeit $\lambda$	Umwandlungswärme $l$	Streckgrenze $\sigma_Y$
Dichte $\rho$	Umwandlungskonstante $K$	Verfestigungsmodul $H$
		therm. Ausdehnungskoeffizient $\alpha$
Parameter der Randbedingungen - Orts- und Temperaturabhängig		
Diffusiv	Thermisch	Mechanisch
Stoffübergangskoeffizient $\beta$	Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$	Festhaltungen
Kohlenstoffpegel $C_P$	Abschrecktemperatur	

Generell sind die Werkstoffkennwerte und teilweise auch die Randbedingungen experimentell zu bestimmen. Im Rahmen des Verbundprojektes C.A.S.H [10] wurden für typische Einsatzstähle die relevanten Werkstoffkennwerte experimentell ermittelt. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die erforderlichen Werkstoffkennwerte auf der Basis der Legierungsbestandteile mit kommerziell verfügbarer Software [82] voraus zu berechnen. In dieser Arbeit wird ausschließlich auf Daten aus der Literatur zurückgegriffen (Abschnitt 5.2 und Anhang A).

# 4 Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile

## 4.1 Einführung

Ausgangspunkt für die Abschätzung der Dauerfestigkeit war zunächst eine Sichtung vorhandener Verfahren zur Dauerfestigkeitsvorhersage einsatzgehärteter Bauteile [11, 13, 15]. Diese Verfahren konnten in wesentlichen Punkten ergänzt werden. Das Bild 4.1 zeigt eine Übersicht des erarbeiteten Konzeptes zur Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile.

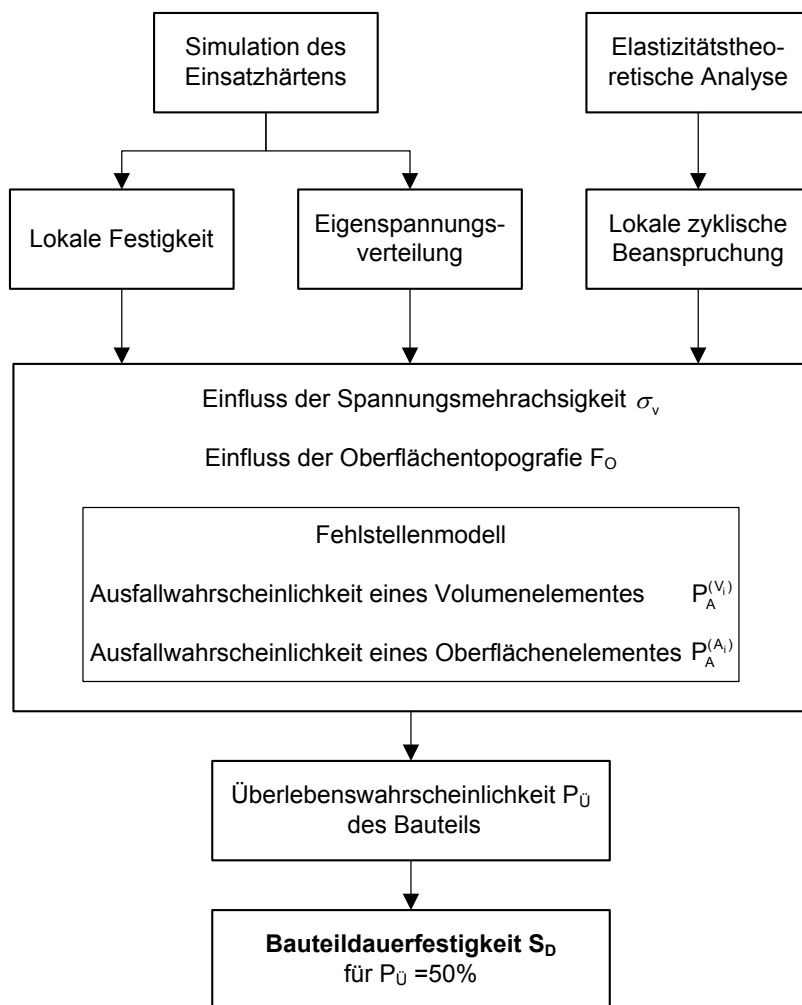


Bild 4.1. Übersicht des Konzeptes zur Dauerfestigkeitsabschätzung einsatzgehärteter Bauteile

Die Simulation des Einsatzhärtens umfasst die Ermittlung der Kohlenstoffverteilung sowie die Phasen-, Eigenspannungs- und Härteverteilung nach dem Abschrecken und Anlassen des Bauteils. An-

hand von Korrelationsbeziehungen zur ermittelten lokalen Härte erfolgt die Bestimmung der relevanten Festigkeitsgrößen wie der Wechselfestigkeit und der Zugfestigkeit des Werkstoffes. Im Fall der Wechselfestigkeit wird zusätzlich der Einfluss des Gefüges berücksichtigt. Auf der Grundlage einer Elastizitätstheoretischen FE-Analyse wird die lokale zyklische Beanspruchung bestimmt.

Die Einsatzhärtung führt im Bauteil zu einer inhomogenen Festigkeits- und Eigenspannungsverteilung. Wird das einsatzgehärtete Bauteil belastet, so induziert die äußere Last im Bauteil zusätzlich eine inhomogene Beanspruchungsverteilung. In jedem Punkt des Bauteils steht also einer lokalen Beanspruchung, in die die lokale Eigenspannung mit eingeht, eine lokale Werkstofffestigkeit gegenüber. Im Inneren des Bauteils sind die Festigkeiten vom Werkstoffzustand und der Spannungsmehrachsigkeit, an der Oberfläche zusätzlich von der Rauheit, unter Umständen auch von korrosiven Einflüssen abhängig.

Folglich wird das Bauteil zur Bestimmung der Dauerfestigkeit in Volumen- und Oberflächenelemente mit annähernd homogener Festigkeits-, Eigenspannungs- und Beanspruchungsverteilung separiert. Mit dem Fehlstellenmodell wird durch Gegenüberstellung von lokaler Beanspruchung und lokaler Festigkeit diesen Volumen- und Oberflächenelementen eine Ausfallwahrscheinlichkeit zugeordnet. Nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird aus den bestimmten Einzelausfallwahrscheinlichkeiten die Überlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils abgeleitet. Die mittlere Dauerfestigkeit des Bauteils entspricht einer Überlebenswahrscheinlichkeit von  $P_{\dot{\gamma}} = 50 \%$ .

Im Folgenden erfolgt eine detaillierte Darstellung aller wesentlichen Bestandteile des erarbeiteten Konzepts, welches sowohl die Oberfläche als auch das Volumen des Bauteils betrachtet.

## 4.2 Festigkeiten des einsatzgehärteten Werkstoffes

Einsatzgehärtete Bauteile sind durch eine inhomogene Festigkeits- und Eigenspannungsverteilung charakterisiert. Dies hat zur Folge, dass der lokale Widerstand des einsatzgehärteten Werkstoffes gegen Ermüdung über den betrachteten Querschnitt variiert. Zur Dauerfestigkeitsabschätzung ist daher die Kenntnis der Festigkeitsverteilungen von fundamentaler Bedeutung.

### 4.2.1 Örtliche Wechselfestigkeit des einsatzgehärteten Werkstoffes

Zur Ermittlung der örtlichen Wechselfestigkeit existiert eine Vielzahl von empirischen Berechnungsansätzen, die sich entweder an den Kenngrößen des Zugversuchs [83–86] oder an der Härte orientieren.

Besonders im Fall einsatzgehärteter Bauteile ist zu beachten, dass mit zunehmender Härte auch die Versprödung des Stahles steigt und damit die Empfindlichkeit gegenüber inneren Kerben [11]. Somit ist der Einfluss des Gefüges und mit diesem auch der Einfluss der Wärmebehandlung auf die Beziehung zwischen Härte und Wechselfestigkeit nicht mehr vernachlässigbar.

Die örtliche Wechselfestigkeit des einsatzgehärteten Werkstoffes wird im Rahmen dieses Konzeptes in Abhängigkeit von der lokalen Vickers-Härte berechnet. In den folgenden zwei Abschnitten werden zwei mögliche Berechnungsansätze, nach Velten [11] und nach Murakami [87–90], vorgestellt.

#### 4.2.1.1 Örtliche Wechselfestigkeit nach Velten

Velten [11] unterteilt die örtliche Wechselfestigkeit des einatzgehärteten Werkstoffes in zwei Bereiche. Bis zu einer Grenzhärte von 500 HV ergibt sich ein linearer Zusammenhang zwischen lokaler Härte und örtlicher Wechselfestigkeit. Darüber hinaus ist keine Steigerung der örtlichen Werkstoffwechselfestigkeit möglich. Ein Unterschied zwischen einer Rissbildung an der Oberfläche oder im Volumen besteht nicht.

$$\sigma_w = a \cdot HV + b \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] \quad \text{für } HV \leq 500 \quad (4.1)$$

$$\sigma_w = a \cdot 500 + b = \text{konst.} \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] \quad \text{für } HV > 500 \quad (4.2)$$

Hierin sind  $a$  und  $b$  Parameter, die dem jeweiligen Werkstoff anzupassen sind. Für den Einsatzstahl 20MoCrS4 gilt:

$$\sigma_w = 1,27 \cdot HV + 72 \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] \quad \text{für } HV \leq 500 \quad (4.3)$$

$$\sigma_w = 707 \text{ N/mm}^2 \quad \text{für } HV > 500 . \quad (4.4)$$

Zur Bestimmung der dargestellten Beziehungen zwischen Vickers-Härte und Wechselfestigkeit wurden sowohl ungekerbte als auch gekerbte Proben verwendet. Die erforderliche Rückrechnung der an den gekerbten Proben ermittelten Dauerfestigkeiten auf die Wechselfestigkeiten erfolgte unter Berücksichtigung des spannungsmechanischen Größeneinflusses [86]. Daher können die Gleichungen 4.3 und 4.4 unter der Grundvoraussetzung vergleichbarer Wärmebehandlung lediglich auf Bauteile angewendet werden, deren hochbeanspruchtes Volumen sich nicht wesentlich von dem der Proben unterscheidet, welche der Ableitung der Beziehungen zugrunde gelegt wurden.

#### 4.2.1.2 Örtliche Wechselfestigkeit nach Murakami

Murakami [87–90] definiert die Wechselfestigkeit des Werkstoffes nicht als kritische Spannung für einen Anriss, welcher dann das Versagen des Bauteils auslöst, sondern als Schwellspannung für ein Nichtausbreiten eines Risses, welcher von Fehlstellen wie Defekten, Mikrorissen, Einschlüssen sowie Inhomogenitäten im Werkstoff ausgeht. Somit ist es möglich, den Einfluss des Gefüges auf die Wechselfestigkeit zu erfassen.

Der Schwellenwert des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors eines kurzen Risses ergibt sich durch die empirische Beziehung

$$\Delta K_{th} = 3,3 \cdot 10^{-3} (HV + 120) (\sqrt{area})^{\frac{1}{3}} \quad \left[ \text{MPa m}^{1/2} \right]. \quad (4.5)$$

In dieser Gleichung ist  $HV$  die lokale Vickers-Härte und  $\sqrt{area}$  die Quadratwurzel der Fläche (in  $\mu\text{m}$ ), die bei der Projektion einer Fehlstelle in die Ebene, welche senkrecht zur größten Normalspannung orientiert ist, entsteht.

Für Risse an der Bauteiloberfläche wird der Maximalwert des Modus I Spannungsintensitätsfaktors

mit nachfolgender Gleichung bestimmt.

$$K_{I,max}^{(A)} = 0,65 \sigma_0 \left( \pi \sqrt{area^{(A)}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

Darin ist  $\sigma_0$  (in MPa) die maximale Spannung senkrecht zur Fehlstelle. Unter der Annahme, dass der Riss während des Belastungszyklus nicht geschlossen wird, gilt für die Schwingweite des Spannungsintensitätsfaktors

$$\Delta K^{(A)} = K_{I,max}^{(A)} - K_{I,min}^{(A)} = 2K_{I,max}^{(A)} . \quad (4.7)$$

Die Bedingung für ein Nichtausbreiten eines Risses lautet

$$\Delta K^{(A)} \leq \Delta K_{th} . \quad (4.8)$$

Aus den Gleichungen (4.5) bis (4.8) folgt somit für die Wechselfestigkeit des Werkstoffes an der Bauteiloberfläche

$$\sigma_w^{(A)} = \frac{1,43(HV + 120)}{\left( \sqrt{area^{(A)}} \right)^{\frac{1}{6}}} \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] . \quad (4.9)$$

Analog kann die Wechselfestigkeit des Volumens bestimmt werden. Es gilt:

$$K_{I,max}^{(V)} = 0,50 \sigma_0 \left( \pi \sqrt{area^{(V)}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

$$\sigma_w^{(V)} = \frac{1,56(HV + 120)}{\left( \sqrt{area^{(V)}} \right)^{\frac{1}{6}}} \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] . \quad (4.11)$$

Das Ansteigen der örtlichen Wechselfestigkeit unter der Oberfläche steht dabei in direktem Zusammenhang mit den Ergebnissen von Schwingfestigkeitsversuchen in Abhängigkeit vom Umgebungsmedium [91].

Im Kitagawa-Diagramm [92], Bild 4.2, wird der Schwellenwert der zyklischen Spannung  $\Delta\sigma_{th}$ , bei dem ein Wachstum kurzer Risse einsetzt, über der Risslänge  $a$  aufgetragen. Beanspruchungen oberhalb der im Bild 4.2 dargestellten Grenzkurve führen nach endlicher Schwingspielzahl zum Bruch, unterhalb der Grenzkurve kommen vorhandene Risse zum Stillstand. Durch den horizontalen Anteil der Grenzkurve wird die Werkstoffwechselfestigkeit, durch den sich anschließenden abfallenden Anteil der Grenzkurve der Bereich der kurzen Risse (ab Risslänge  $a_1$ ) sowie der Bereich der langen Risse (ab Risslänge  $a_2$ ) beschrieben [93]. Durch den vorgestellten Wechselfestigkeitsansatz nach Murakami wird der Bereich kontinuumsmechanisch beschreibbarer kurzer Risse in Form einer Geraden mit einem Anstieg von  $1/6$  abgedeckt (vgl. [94], Bild 4.2).

Von Winderlich e.a. [95] wurde die Gleichung (4.9) auf Laserhärtungsschichten angewendet. Der Parameter  $\sqrt{area}$  wurde ausgehend von Bruchflächenuntersuchungen mit dem Ergebnis, dass der Ermüdungsriss stets von interkristallinen Risskeimen an den ehemaligen Austenitkorn Grenzen ausging, wie folgt bestimmt:

$$\sqrt{area} = \sqrt{\frac{\pi}{4} d_\gamma^2} \quad [\mu\text{m}] . \quad (4.12)$$

Hierin ist  $d_\gamma$  die ehemalige Austenitkorngröße. Auch andere experimentelle Untersuchungen an

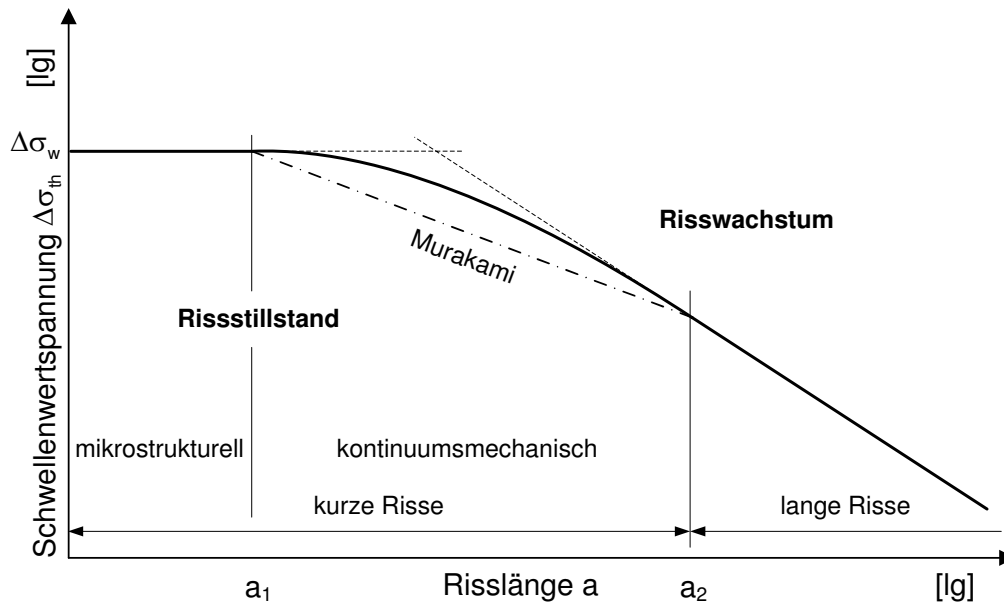


Bild 4.2. Kitagawa-Diagramm (in Anlehnung an [93])

gasaufgekohlten Proben unter einer Zugschwellbeanspruchung [96] bestätigen, dass die ehemalige Austenitkorngröße und damit die Austenitisierungsbedingungen die Schwingfestigkeitseigenschaften beeinflussen. Demnach nimmt die Schwingfestigkeit mit zunehmender Austenitkorngröße ab.

#### 4.2.2 Zugfestigkeit des einsatzgehärteten Werkstoffes

Die Zugfestigkeit  $R_m$  des einsatzgehärteten Werkstoffes kann ebenfalls aus der Vickers-Härte nach einem Ansatz von Velten [11] bestimmt werden. Dieser basiert auf einer linearen Regression von zahlreichen Einzelergebnissen aus Zugfestigkeitsversuchen an unterschiedlichen Stählen. Der Verlauf der Zugfestigkeit über der Vickers-Härte wurde dabei in zwei Bereiche eingeteilt.

$$R_m = 3,29 \cdot HV - 47 \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] \quad \text{für } HV \leq 445 \quad (4.13)$$

$$R_m = 4,02 \cdot HV - 374 \quad \left[ \text{N/mm}^2 \right] \quad \text{für } HV > 445 \quad (4.14)$$

### 4.3 Mittelspannungs- und Eigenspannungseinfluss

Die Dauerfestigkeit ist abhängig von Mittel- und Eigenspannungen. Beispielsweise herrscht infolge einer Zugschwellbeanspruchung unter der Annahme elastischen Werkstoffverhaltens im Kerbgrund eine (Zug-)Mittelspannung  $\sigma_m$ . Diese verringert im Vergleich zur Wechselfestigkeit  $\sigma_w$  die dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude  $\sigma_A$ , während sich die durch das Einsatzhärten entstehenden Druckeigenspannungen  $\sigma_E$  schwingfestigkeitssteigernd auswirken. Im Bild 4.3 ist dieser Zusammenhang im Werkstoff-Haigh-Diagramm (uniaxial) dargestellt. Dabei wird angenommen, dass die Mittel- und Eigenspannungen die Wechselfestigkeit gleich beeinflussen.

Zur formellen Beschreibung des Mittelspannungseinflusses im Werkstoff-Haigh-Diagramm wird im

### 4.3 Mittelspannungs- und Eigenspannungseinfluss

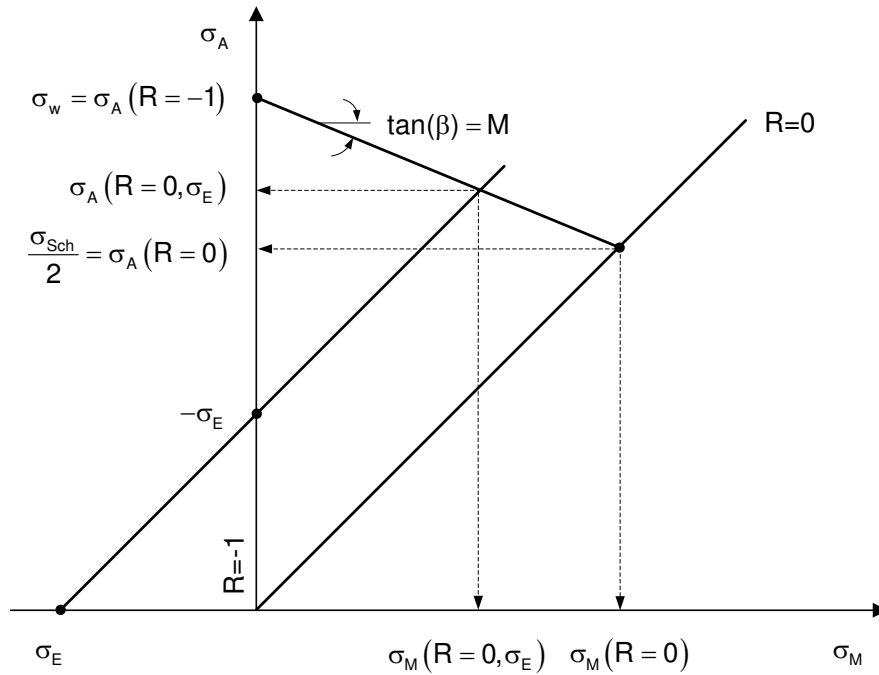


Bild 4.3. Mittelspannungs- und Eigenspannungseinfluss im Werkstoff-Haigh-Diagramm

Allgemeinen die Mittelspannungsempfindlichkeit  $M$  nach Schütz [97] verwendet. Diese definiert im Werkstoff-Haigh-Diagramm die Neigung der Zeit- bzw. der Dauerfestigkeitslinie.

$$M = \frac{\sigma_A(R = -1) - \sigma_A(R = 0)}{\sigma_A(R = 0)} \quad (4.15)$$

Mit Hilfe der Mittelspannungsempfindlichkeit kann die Amplitude der Dauerfestigkeit für Spannungsverhältnisse  $-1 < R < 0$  wie folgt ermittelt werden [93]:

$$\sigma_A = \sigma_w - M \sigma_M . \quad (4.16)$$

Für davon abweichende Spannungsverhältnisse ist die Mittelspannungsempfindlichkeit entsprechend faktoriell anzupassen (vgl. [93, 98]). Zur Abschätzung der Mittelspannungsempfindlichkeit  $M$  sind eine Reihe von Vorschlägen gemacht worden [93, 99]. Nach der FKM-Richtlinie [99] wird die Mittelspannungsempfindlichkeit in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit  $R_m$  definiert:

$$M = 0,35 \cdot \frac{R_m}{[\text{MPa}]} \cdot 10^{-3} - 0,10 . \quad (4.17)$$

Eine Darstellung dieser Gleichung zeigt das Bild 4.4. Für den im Abschnitt 4.2.1.2 vorgestellten Wechselfestigkeitsansatz nach Murakami kann ausgehend von der dauerhaft ertragbaren Spannungsamplitude

$$\sigma_A^{(A)} = \frac{1,43(HV + 120)}{(\sqrt{\text{area}^{(A)}})^{\frac{1}{6}}} \left( \frac{1 - R}{2} \right)^\alpha \quad [\text{N/mm}^2] \quad (4.18)$$



$$\sigma_A^{(V)} = \frac{1,56(HV + 120)}{\left(\sqrt{\text{area}^{(V)}}\right)^{\frac{1}{6}}} \left(\frac{1-R}{2}\right)^\alpha \quad [\text{N/mm}^2] \quad (4.19)$$

$$\alpha = 0,226 + HV \cdot 10^{-4} \quad (4.20)$$

eine Mittelspannungsempfindlichkeit nach der Gleichung (4.15) wie folgt angegeben werden:

$$M = \exp(0,0693 \cdot HV \cdot 10^{-3} + 0,157) - 1 . \quad (4.21)$$

Prinzipiell ist der Einfluss von Eigenspannungen I. Art auf die Dauerfestigkeit mit dem der Mittelspannungen vergleichbar. Jedoch bestehen zwischen beiden Spannungen folgende signifikante Unterschiede [93]:

- Eigenspannungen können durch die zyklische Beanspruchung selbst verändert werden. Meist resultiert ein Eigenspannungsabbau. Dieser kann jedoch bei Dauerfestigkeitsbetrachtungen im Allgemeinen vernachlässigt werden.
- Eigenspannungen sind aus Gleichgewichtsgründen nie homogen über den Querschnitt verteilt. Im Fall einsatzgehärteter Bauteile führen die hohen Druckeigenspannungen in der Randschicht zu entsprechenden Zugeigenspannungen im Kern des Bauteils.
- Eigenspannungen sind im Gegensatz zu Mittelspannungen nicht reproduzierbar.

Entsprechend kritisch sind experimentelle Untersuchungen zum Einfluss der Eigenspannungen auf die Wechselfestigkeit zu betrachten.

In Analogie zur Gleichung (4.16) kann die dauerhaft ertragbare Spannungsamplitude unter Berücksichtigung von Eigenspannungen I. Art wie folgt ermittelt werden [100,101]:

$$\sigma_A = \sigma_w - M_E \sigma_E \quad (\sigma_M = 0) . \quad (4.22)$$

Darin ist  $M_E$  die Eigenspannungsempfindlichkeit (Bild 4.4).

## 4.4 Einfluss der Spannungsmehrachsigkeit

Gegenstand einer Bauteilfestigkeitsberechnung ist es, die Beanspruchung des Bauteils mit der für die jeweilige Beanspruchungsart (statisch, zyklisch) gültigen Festigkeit des verwendeten Werkstoffs zu vergleichen. Diese wird üblicherweise aus einachsigen Versuchen bestimmt, während die reale Bauteilbeanspruchung durch einen mehrachsigen Spannungszustand charakterisiert ist. Durch Anwendung einer für den Werkstoff bzw. Werkstoffzustand geeigneten Festigkeitshypothese ist es möglich, den mehrachsigen Spannungszustand im Bauteil in einen äquivalenten einachsigen Spannungszustand, charakterisiert durch die Vergleichsspannung  $\sigma_v$ , zu überführen. Ein Bauteilversagen tritt genau dann ein, wenn die Vergleichsspannung  $\sigma_v$  örtlich die Werkstofffestigkeit  $R$  überschreitet:

$$\sigma_v \geq R . \quad (4.23)$$

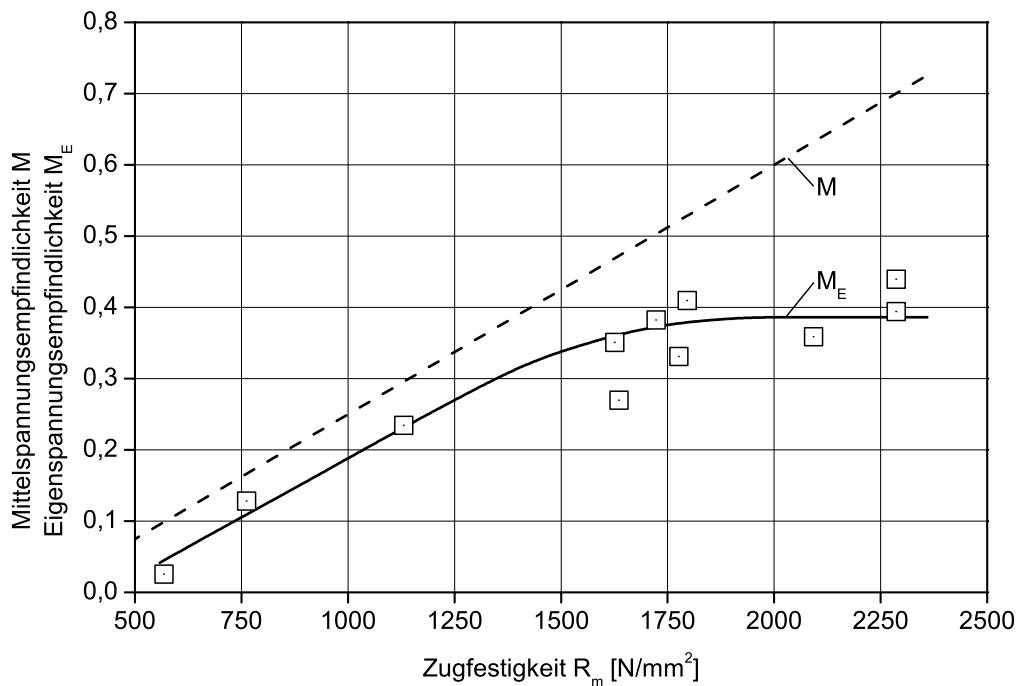


Bild 4.4. Mittelspannungsempfindlichkeit nach FKM-Richtlinie [99], Eigenspannungsempfindlichkeit nach Macherauch e.a. [100]

Die bekannten Festigkeitshypothesen wie die

- Normalspannungshypothese (NH) nach Rankine
- Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) nach Huber, von Mises und Hencky

wurden für den Fall einer statischen Beanspruchung erstellt und experimentell bestätigt. Es ist daher zunächst naheliegend, diese auch bei schwingender Beanspruchung anzuwenden. Dabei muss beachtet werden, dass die Festigkeitshypothesen nur einen momentanen Spannungszustand beurteilen, nicht jedoch seine zeitliche Periodizität. Somit können durch sie zyklische Phänomene wie das Auftreten von phasenverschobenen Beanspruchungen und die damit eventuell verbundene Änderung der Hauptspannungsrichtungen nicht erfasst werden. Erst durch die Anwendung von Schwingfestigkeitshypothesen wie die von Dang Van [102], Papadopoulos [103], Crossland [104] oder Sines [105] ist es möglich, die zeitliche Periodizität des Spannungszustandes zu beurteilen und damit die genannten zyklischen Phänomene quantitativ zu erfassen. Eine Übersicht der Schwingfestigkeitshypothesen ist in [106] dargestellt.

### 4.4.1 Klassische Festigkeitshypothesen

#### 4.4.1.1 Normalspannungshypothese

Die Normalspannungshypothese wird in der Regel zur Beschreibung von makroskopisch sprödem Werkstoffverhalten verwendet. Der Ermüdungsriss verläuft dabei senkrecht zur größten Normal-

spannung. Für die Vergleichsspannungsamplitude nach der Normalspannungshypothese gilt:

$$\sigma_{v,NH} = \sigma_{1,a} = \max \{ \sigma_{i,a} \} \text{ mit } i = 1, 2, 3 . \quad (4.24)$$

##### 4.4.1.2 Gestaltänderungsenergiehypothese

Nach dieser Hypothese wird die maximale Gestaltänderungsenergie als Maß für die Bauteilbeanspruchung verwendet. Üblicherweise wird die Gestaltänderungsenergiehypothese nur bei duktilen (verformungsfähigen) Werkstoffen verwendet. Die Vergleichsspannungsamplitude ergibt sich zu

$$\sigma_{v,GEH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_{x,a} - \sigma_{y,a})^2 + (\sigma_{y,a} - \sigma_{z,a})^2 + (\sigma_{z,a} - \sigma_{x,a})^2 + 6(\tau_{xy,a}^2 + \tau_{yz,a}^2 + \tau_{zx,a}^2)} . \quad (4.25)$$

##### 4.4.2 Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese

Das speziell für zyklische Beanspruchungen entwickelte Dang-Van-Kriterium [102] reduziert die zeitliche Betrachtung aller Spannungskomponenten auf einen Beanspruchungspfad aus Schubspannung  $\tau$  und hydrostatischer Spannung  $p$ . Unter Ansatz der Schubwechselfestigkeit  $\tau_w$  als Versagenskriterium gilt

$$\max_t [\tau(t) + \alpha_{DV} p(t)] \leq \tau_w, \quad (4.26)$$

wobei  $\alpha_{DV}$  eine Materialkonstante darstellt. Zur Bestimmung der Schubspannung ist der Ermüdungsprozess auf unterschiedlichen Skalen zu betrachten. Diese sind die makroskopische Skala (Skala 1) in der Größenordnung von Millimetern bzw. den üblichen Elementabmessungen einer FE-Analyse sowie die lokale mikroskopische Skala (Skala 2) in der Größenordnung von einigen Korngrößen, die eine Unterteilung der makroskopischen Skala darstellt. Innerhalb der Skala 1 wird das Material als homogen verteilt angenommen, nicht jedoch innerhalb von Skala 2. Somit unterscheiden sich die an einem Volumenelement anliegenden makroskopischen Spannungen von den lokalen mikroskopischen Spannungen innerhalb des Volumenelements. Es gilt:

$$\sigma_{ij}^{(2)}(t) = \sigma_{ij}^{(1)}(t) + \rho_{ij}(t) . \quad (4.27)$$

Darin sind  $\rho_{ij}$  die Komponenten des lokalen mikroskopischen Eigenspannungstensors. Es wird ferner angenommen, dass die Dauerschwingfestigkeit des Bauteils der Grenzlast für ein elastisches Einspielen entspricht, d.h., dass sich nach einigen Belastungszyklen ein stabilisierter Eigenspannungszustand einstellt und anfängliche plastische Dehnungen nicht mehr auftreten. Der gesamte lokale Belastungspfad  $\sigma_{ij}^{(2)}(t)$  befindet sich dann innerhalb einer elastischen Domäne, die unter der Annahme einer Fließbedingung nach von Mises durch eine Hypersphäre im Deviatorspannungsraum repräsentiert wird [107, 108]. Das Zentrum dieser Hypersphäre stellt der stabilisierte lokale deviatorische Eigenspannungstensor dar. Für eine generelle, d.h. nicht-proportionale Beanspruchung folgt für dessen Komponenten:

$$\text{dev } \rho_{ij}^* = \min_{\text{dev } \rho_{ij}} \left\{ \max_t J_2 \left( s_{ij}^{(1)}(t) - \text{dev } \rho_{ij} \right) \right\} . \quad (4.28)$$

#### 4.4 Einfluss der Spannungsmehrachsigkeit

Dabei ergeben sich die zeitabhängigen Komponenten des makroskopischen deviatorischen Spannungstensors zu

$$s_{ij}^{(1)}(t) = \sigma_{ij}^{(1)}(t) - \delta_{ij} p^{(1)}(t), \quad (4.29)$$

wobei  $p^{(1)}(t)$  die momentane makroskopische hydrostatische Spannung darstellt. Für diese gilt:

$$p^{(1)}(t) = \frac{1}{3} \sigma_{mm}^{(1)}. \quad (4.30)$$

Die Komponenten des lokalen deviatorischen Spannungstensors ergeben sich zu

$$s_{ij}^{(2)}(t) = s_{ij}^{(1)}(t) + \text{dev } \rho_{ij}^*. \quad (4.31)$$

Schließlich wird die lokale Schubspannung in der kritischen Schnittebene wie folgt berechnet:

$$\tau(t) = \frac{s_1^{(2)}(t) - s_3^{(2)}(t)}{2}. \quad (4.32)$$

Darin sind  $s_1^{(2)}$  und  $s_3^{(2)}$  der größte bzw. kleinste Eigenwert des lokalen deviatorischen Spannungstensors. Für die Schubspannungsamplitude gilt:

$$\tau_a = \max \{ \tau(t) \} \quad (4.33)$$

Prinzipiell werden durch die Ermittlung des stabilisierten lokalen deviatorischen Eigenspannungstensors die der zyklischen Beanspruchung überlagerten statischen Schubspannungen, welche im Allgemeinen keinen Effekt auf die Schwingfestigkeit besitzen, eliminiert. Die Eliminierung von statischen Schubspannungen kann auch durch die Bestimmung eines mittleren bzw. konstanten makroskopischen deviatorischen Spannungstensors (generelle Beanspruchung)

$$s_{ij,m}^{(1)} = \min_{s_{ij}^{(1)'}} \left\{ \max_t \sqrt{\left( s_{ij}^{(1)}(t) - s_{ij}^{(1)'} \right) \left( s_{ij}^{(1)}(t) - s_{ij}^{(1)'} \right)} \right\} \quad (4.34)$$

erfolgen [109, 110]. Somit folgt für den alternierenden und damit schwingfestigkeitsrelevanten Anteil des makroskopischen deviatorischen Spannungstensors in Komponentenschreibweise:

$$\hat{s}_{ij}^{(1)}(t) = s_{ij}^{(1)}(t) - s_{ij,m}^{(1)}. \quad (4.35)$$

Die momentane Schubspannung wird entsprechend der Gleichung (4.32) berechnet:

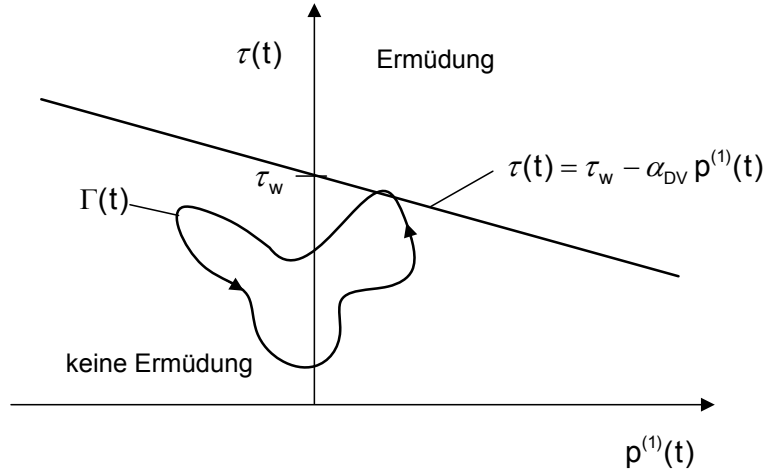
$$\tau(t) = \frac{\hat{s}_1^{(1)}(t) - \hat{s}_3^{(1)}(t)}{2}. \quad (4.36)$$

Eine Vergleichsspannung kann wie folgt bestimmt werden:

$$\sigma_{v,DV}(t) = \tau(t) + \alpha_{DV} p^{(1)}(t) \leq \tau_w. \quad (4.37)$$

Das Bild 4.5 zeigt eine grafische Darstellung des Schwingfestigkeitskriteriums nach Dang Van für eine

generelle Beanspruchung. Für diesen Fall der Beanspruchung ist in [109] eine Übersicht verschiedener Algorithmen zur Bestimmung des stabilisierten lokalen deviatorischen Eigenspannungstensors (Gleichung (4.28)) sowie des mittleren (makroskopischen) deviatorischen Spannungstensors (Gleichung (4.34)) gegeben.



**Bild 4.5.** Grafische Darstellung des Schwingfestigkeitskriteriums nach Dang Van für eine nicht-proportionale, phasenverschobene Beanspruchung

Für den Sonderfall der nicht-phasenverschobenen Beanspruchung mit sich nicht ändernden Hauptachsen können die Komponenten des stabilisierten lokalen deviatorischen Eigenspannungstensors und des mittleren makroskopischen deviatorischen Spannungstensors wie folgt angegeben werden:

$$\text{dev } \rho_{ij}^* = s_{ij,m}^{(1)} = \frac{\max s_{ij}^{(1)}(t) + \min s_{ij}^{(1)}(t)}{2}. \quad (4.38)$$

Eine nicht-phasenverschobene Beanspruchung liegt allgemein vor, wenn alle Komponenten des Spannungstensors wie folgt dargestellt werden können [111]:

$$\sigma_{ij} = a_{ij} + b_{ij} f(t), \quad (4.39)$$

wobei  $a_{ij}$  und  $b_{ij}$  Konstanten sind sowie  $f(t)$  eine zeitabhängige Funktion ist. Ändern sich die Hauptachsen nicht, gilt somit:

$$\begin{pmatrix} s_1^{(1)}(t) & 0 & 0 \\ 0 & s_2^{(1)}(t) & 0 \\ 0 & 0 & s_3^{(1)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & a_2^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & a_3^{(1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & b_2^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & b_3^{(1)} \end{pmatrix} f(t). \quad (4.40)$$

Werden nun die makroskopischen deviatorischen Hauptspannungen  $s_1^{(1)}$ ,  $s_2^{(1)}$  sowie  $s_3^{(1)}$  als Funktionen der Zeit im Deviatorraum dargestellt, so ergibt sich eine Gerade. Ergänzend sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass sich für den Fall der phasenverschobenen Beanspruchung eine Kurve und für den Fall der sich ändernden Hauptachsen eine Gerade in einem rotierenden Hauptachsenkoordinatensystem ergibt.

Zur Bestimmung der Materialparameter  $\tau_w$  und  $\alpha_{DV}$  des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums (Gleichung (4.26)) sind Wechselversuche unter Torsion sowie unter Zug-Druck (bzw. Biegung) notwendig. Aus der ermittelten Torsionswechselfestigkeit  $\tau_w$  sowie der Wechselfestigkeit  $\sigma_w$  folgt für den Materialparameter  $\alpha_{DV}$  [112]

$$\alpha_{DV} = 3 \left( \frac{\sigma_w}{\tau_w} - \frac{1}{2} \right). \quad (4.41)$$

Alternativ besteht auch die Möglichkeit der Rückrechnung eines Werkstoff-Haigh-Diagramms. Für diesen Fall gilt:

$$\alpha_{DV} = \frac{3}{2} \frac{M}{(1-M)} \quad (4.42)$$

$$\tau_w = \left( \frac{\alpha_{DV}}{3} + \frac{1}{2} \right) \sigma_w. \quad (4.43)$$

Eine Gegenüberstellung der mit den vorgestellten Ansätzen der Mittelspannungsempfindlichkeit (Gleichungen (4.17) und (4.21)) bestimmten Parameter des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums zeigt die Tabelle 4.1. Dabei wurden der Wechselfestigkeitsansatz von Murakami, eine Härte von 675 HV und eine Einschlussgröße von  $\sqrt{area} = 25 \mu\text{m}$  zugrunde gelegt.

	$M$ nach FKM-Richtlinie	$M$ nach Murakami
$M$ [-]	0,72	0,23
$\alpha_{DV}$ [-]	3,83	0,44
$\tau_w$ [N/mm <sup>2</sup> ]	1290	468
$\tau_w/\sigma_w$ [-]	1,78	0,64

Basis: 675 HV,  $\sqrt{area} = 25 \mu\text{m}$   
 Wechselfestigkeit:  $\sigma_w = 725 \text{ N/mm}^2$

**Tabelle 4.1.** Bestimmung der Parameter des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums mit verschiedenen Ansätzen der Mittelspannungsempfindlichkeit

Die Bestimmung der Parameter des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums mit dem Ansatz der Mittelspannungsempfindlichkeit der FKM-Richtlinie führt demnach zu Verhältnissen von Schubwechselfestigkeit und Wechselfestigkeit, die nicht in Übereinstimmung mit Literaturdaten sind [93]. Eine Übereinstimmung mit den Literaturdaten ist jedoch für die aus dem bruchmechanischen Wechselfestigkeitsansatz von Murakami abgeleitete Mittelspannungsempfindlichkeit gegeben.

Für den Wechselfestigkeitsansatz nach Murakami und die aus diesem ableitbare Mittelspannungsempfindlichkeit zeigt das Bild 4.6 beispielhaft die äquivalente Auftragung im Dang-Van-Diagramm anhand einer Zug-Druck-Wechselbeanspruchung bei verschiedenen Spannungsverhältnissen  $R$ .

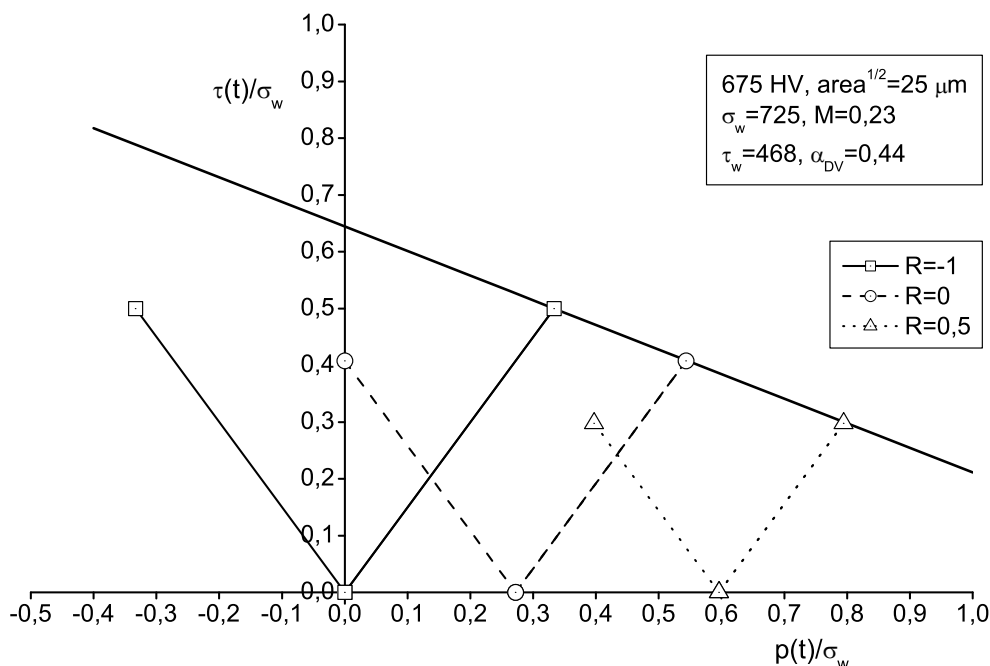


Bild 4.6. Dang-Van-Diagramm für Wechselbeanspruchungen bei verschiedenen Spannungsverhältnissen

## 4.5 Spannungsmehrachsigkeit und Berücksichtigung von Eigenspannungen

### 4.5.1 Klassische Festigkeitshypothesen

Im vorherigen Kapitel wurden übliche Festigkeitshypothesen zur Berücksichtigung einer möglichen Spannungsmehrachsigkeit einschließlich deren Anwendungsgebiete vorgestellt. Unter der Voraussetzung, dass eine Initiierung des das Bauteilversagen auslösenden Ermüdungsrisses ausschließlich an der Bauteiloberfläche bzw. in der harten Einsatzhärtungsschicht stattfindet, ist die Normalspannungshypothese zur Beschreibung der Bauteilbeanspruchung zu verwenden. Zur Beachtung des in der Regel mehrachsigen Eigenspannungsfeldes wird folgender pragmatischer Ansatz vorgeschlagen:

- Bildung von Wertepaaren der Hauptspannungsamplituden sowie zugehöriger Eigenspannungen  $\{\sigma_{a,i}; \sigma_{E,i}\}$  und
- Mittelspannungsbewertung der sich ergebenden Wertepaare und damit Bestimmung der versagenskritischen Hauptspannungsrichtung.

### 4.5.2 Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese

Eigenspannungen sind statische Spannungen und besitzen somit keinen Einfluss auf die Schubspannung  $\tau(t)$ . Ausschließlich der hydrostatische Spannungszustand wird durch die Eigenspannungen verändert. Somit folgt aus der Gleichung (4.26) mit dem hydrostatischen Anteil des Eigenspannungstensors  $p_E$ :

$$\max_t [\tau(t) + \alpha_{DV}(p(t) + p_E)] \leq \tau_w . \tag{4.44}$$

## 4.6 Übertragbarkeit

Als Ausgangsgrößen zur rechnerischen Abschätzung der Bauteilschwingfestigkeit werden Werkstoff- und Bauteilkennwerte (Abschnitt 4.2) verwendet, die an ungekerbten Proben, gekerbten Proben oder ähnlichen Bauteilen ermittelt wurden. Zur Bauteilauslegung sind die Werkstoffkennwerte in geeigneter Art und Weise auf das Bauteil zu übertragen. Diese Übertragbarkeit unterliegt verschiedenen Größeneinflussmechanismen. Nach Kloos [113] können diese in den technologischen, oberflächentechnischen, spannungsmechanischen sowie statistischen Größeneinfluss unterteilt werden.

Der Einfluss der Bauteilgröße und des Spannungsgradienten kann sowohl mit dem statistischen Größeneinfluss, als auch in der klassischen Weise auf der Grundlage des spannungsmechanischen Größeneinflusses abgeschätzt werden. Selbstverständlich darf bei der Dauerfestigkeitsabschätzung entweder die eine oder die andere Methode verwendet werden. Im Konzept der vorliegenden Arbeit ist der statistische Größeneinfluss verwendet worden, da er allgemeine Gültigkeit besitzt, während der spannungsmechanische Größeneinfluss nur für Bauteile anwendbar ist, die den Probengeometrien, die für seine Ableitung verwendet wurden, ähnlich sind (vgl. Abschnitt 4.2.1.1).

### 4.6.1 Oberflächentechnischer Größeneinfluss

Der Einfluss der Oberflächentopografie wird durch empirisch abgeleitete Abminderungsfaktoren berücksichtigt. Im Bild 4.7 sind die von Siebel und Gaier [114] abgeleiteten Zusammenhänge zwischen der Dauerfestigkeit und der Rauhtiefe  $R_t$  (nach DIN 4762/08.60 [115]) dargestellt, wobei auf die mathematische Formulierung von Hück e.a. [116] zurückgegriffen wurde:

$$F_O = 1 - 0.22 \cdot (\lg(R_t))^{0.64} \cdot \lg(R_m) + 0.45 \cdot (\lg(R_t))^{0.53}. \quad (4.45)$$

Diese Formulierung gestattet die Ableitung eines Abminderungsfaktors  $F_O$  in Abhängigkeit von der Rauhtiefe  $R_t$  und der Zugfestigkeit des Werkstoffes  $R_m$ . Die Rauhtiefe  $R_t$  ist dabei identisch mit der Gesamthöhe des Rauheitsprofils  $Rt$  nach DIN EN ISO 4287 [117].

In der FKM-Richtlinie [99] ist ein Abminderungsfaktor  $F_O$  als Funktion von gemittelter Rauhtiefe  $R_z$  (nach DIN 4768 [118]) und Zugfestigkeit des Werkstoffes  $R_m$  angegeben:

$$F_O = 1 \quad \text{für polierte Bauteile} \quad (4.46)$$

$$F_O = 1 - a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,\min}}\right) \quad \text{für Normalspannung} \quad (4.47)$$

$$F_O = 1 - f_{W,\tau} \cdot a_{R,\sigma} \cdot \lg\left(\frac{R_z}{\mu\text{m}}\right) \cdot \lg\left(\frac{2 \cdot R_m}{R_{m,N,\min}}\right) \quad \text{für Schubspannung} \quad (4.48)$$

Für Stahl gilt:  $a_{R,\sigma} = 0.22$ ,  $R_{m,N,\min} = 400$  MPa und  $f_{W,\tau} = 0,577$ .

Die Wirkung von schwingfestigkeitsrelevanten Bearbeitungseigenstressungen bleibt bei einsatzgehärteten Bauteilen unberücksichtigt, da die im Wärmebehandlungsprozess erreichten Temperaturen über denen eines Spannungsarmglühens liegen. An dieser Stelle wird daher auf die Literatur [119] verwiesen.



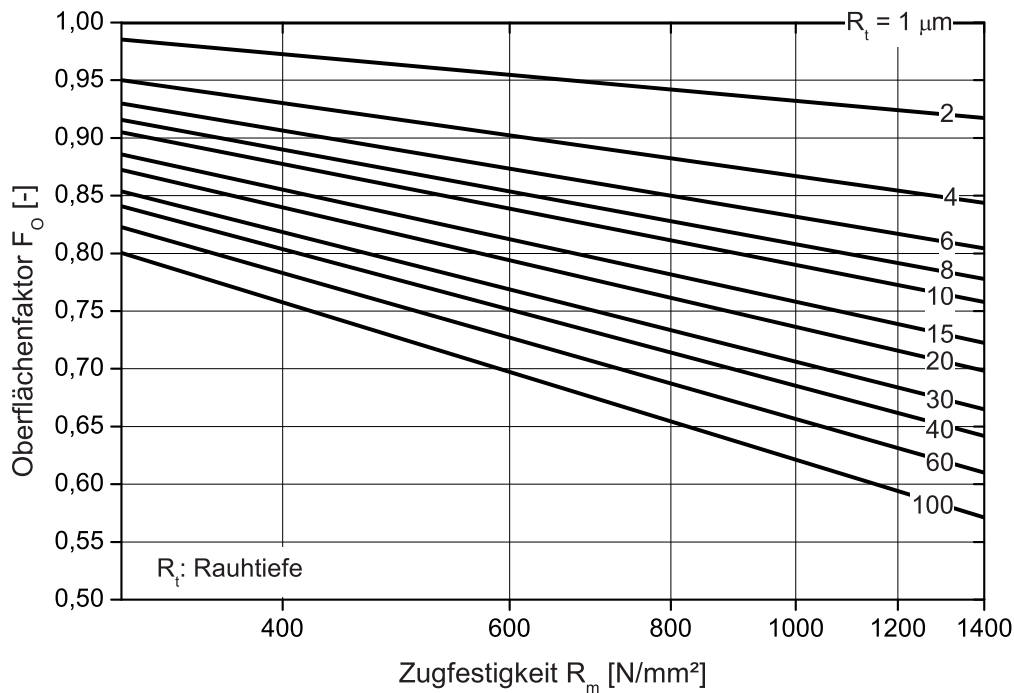


Bild 4.7. Oberflächenfaktor nach Siebel und Gaier [114]

#### 4.6.2 Statistischer Größeneinfluss - Fehlstellenmodell

Die Lebensdauer eines zyklisch beanspruchten Bauteils wird maßgeblich durch Defekte, Mikrorisse, Einschlüsse sowie Inhomogenitäten des Werkstoffs beeinflusst. Diese werden den Modellvorstellungen entsprechend als statistisch im Werkstoff verteilte Fehlstellen mit lokaler Beanspruchung und somit als Risskeime interpretiert. Der größte vorhandene Risskeim führt im Verlauf der zyklischen Beanspruchung zur Bildung eines ausbreitungsfähigen Ermüdungsrisse.

Entsprechend den Modellannahmen des statistischen Größeneinflusses ist die Wahrscheinlichkeit des Auftretens größerer Fehlstellen um so höher, je größer das hochbeanspruchte Volumen des Werkstoffs ist. Somit ist es möglich, die geringere Lebensdauer großer Bauteile im Vergleich mit kleineren Bauteilen, trotz geometrischer Ähnlichkeit, zu erklären [120].

Das Modell des statistischen Größeneinflusses kann basierend auf der von Weibull ursprünglich zur Beschreibung der streuenden Zugfestigkeit spröder Werkstoffe verwendeten Verteilungsfunktion [121] beschrieben werden. Der theoretische Nachweis für die Richtigkeit dieser Vorgehensweise wurde ausgehend von der statistischen Theorie der Extremwerte durch Gumbel [122] und Freudenthal [123] erbracht, der experimentelle Nachweis im Wesentlichen durch Heckel und seine Mitarbeiter [120, 124–127].

Für das Ermüdungsverhalten eines zyklisch beanspruchten Bauteils ist nicht die Größenverteilung der Fehlstellen, sondern die Verteilung der größten Fehlstellen von Bedeutung. Diese Feststellung führt somit zu einer Extremwertverteilung. Von Gumbel [128] werden drei Funktionen, „Exponential“, „Pareto“ und „Limited“, angegeben, die sich zur Ableitung von Extremwertverteilungen besonders bewährt haben.

## 4.6 Übertragbarkeit

Gemäß der Funktion Pareto gilt für die Verteilung der größten Fehlstellen in bezogener Darstellung [120, 129]:

$$F_0(a) = 1 - \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-c}. \quad (4.49)$$

Die Variable  $a$  charakterisiert die Länge des Initialrisses und damit die Schärfe der Fehlstelle. Allgemein gibt die Gleichung (4.49) die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Riss in einem bestimmten Werkstoffvolumen nach einer gewissen Anzahl von Schwingspielen kleiner als  $a$  ist. Über eine Grenzwertbetrachtung kann die Größenverteilung der Fehlstellen in einem Volumenelement  $V_0$  des Werkstoffes wie folgt dargestellt werden:

$$F^{(V_0)}(a) = \exp \left[ - \left( \frac{a}{a_v} \right)^{-c} \right]. \quad (4.50)$$

In dieser auch als *zweiparametrische Weibull-Verteilung* bekannten Verteilungsfunktion ist  $a_v$  die Bezugsrisslänge und  $c$  ein die Streuung charakterisierender Parameter. Wird ein beliebiges Volumen

$$V_1 = z V_0 \quad (4.51)$$

betrachtet, so kann unter Anwendung der Produktregel der Wahrscheinlichkeitsrechnung die Verteilung der größten Fehlstellen im Volumen  $V_1$  wie folgt angegeben werden:

$$F^{(V_1)}(a) = \prod_{i=1}^z F^{(V_0)}(a) = \left\{ \exp \left[ - \left( \frac{a}{a_v} \right)^{-c} \right] \right\}^z \quad (4.52)$$

$$= \exp \left[ -z \left( \frac{a}{a_v} \right)^{-c} \right]. \quad (4.53)$$

Voraussetzung für diese Vorgehensweise ist jedoch, dass sich die Verteilungen der Fehlstellen in den Teilvolumina nicht gegenseitig beeinflussen.

Werden die Fehlstellen im Werkstoff als kontinuumsmechanisch beschreibbare kurze Risse interpretiert, so ist nach dem  $K_I$ -Konzept der linear-elastischen Bruchmechanik ein Risswachstum infolge einer zyklischen Beanspruchung nicht möglich, solange der zyklische Modus I Spannungsintensitätsfaktor  $\Delta K_I$  den Schwellenwert des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors  $\Delta K_{th}$  nicht überschreitet. Für die zyklische Spannung, unterhalb der ein Rissfortschritt nicht möglich ist, gilt:

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta K_{th}}{Y \sqrt{\pi a}}. \quad (4.54)$$

Wird die Gleichung (4.50) wie folgt erweitert

$$F^{(V_0)}(a) = \exp \left[ - \left( \frac{\sqrt{\pi a}}{\sqrt{\pi a_v}} \right)^{-2c} \right], \quad (4.55)$$

so folgt unter Berücksichtigung der Gleichung (4.54)

$$F^{(V_0)}(\Delta \sigma) = \exp \left[ - \left( \frac{\Delta K_{th}}{Y \Delta \sigma \sqrt{\pi a_v}} \right)^{-2c} \right]. \quad (4.56)$$

## 4.6 Übertragbarkeit

Mit der Einführung des neuen Parameters  $\kappa = 2c$ , des sogenannten *Weibull-Exponenten*, sowie der Schwingbreite der Wechselfestigkeit  $\sigma_w$

$$\Delta\sigma_w = \frac{\Delta K_{th}}{Y\sqrt{\pi}a_v} \quad (4.57)$$

lautet die Gleichung (4.56)

$$F^{(V_0)}(\Delta\sigma) = \exp \left[ - \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_w^{(V_0)}} \right)^\kappa \right] \quad (4.58)$$

bzw., in Amplitudenschreibweise,

$$F^{(V_0)}(\sigma_a) = \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_w^{(V_0)}} \right)^\kappa \right]. \quad (4.59)$$

Die Gleichung (4.58) kann als Verteilungsfunktion der Wechselfestigkeit interpretiert werden und gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die größte im Werkstoffvolumen  $V_0$  auftretende zyklische Spannung kleiner als  $\Delta\sigma$  ist und, unter der Voraussetzung, dass  $\Delta K_I \leq \Delta K_{th}$ , dass diese Spannung keine Rissausbreitung bewirkt (vgl. [129,130]). Es ist daher möglich, anstatt der Verteilungsfunktion eine Überlebenswahrscheinlichkeit  $P_{\ddot{U}}$  wie folgt einzuführen:

$$P_{\ddot{U}}^{(V_0)}(\sigma_a) = \exp \left[ - \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_w^{(V_0)}} \right)^\kappa \right]. \quad (4.60)$$

Diese Gleichung besitzt nur Gültigkeit für ein homogen beanspruchtes Werkstoffvolumen  $V_0$  mit ortsunabhängiger Wechselfestigkeit. Zur Betrachtung einer inhomogenen Spannungsverteilung, wie sie beispielsweise durch konstruktionsbedingte Kerben hervorgerufen wird, sowie einer im Fall einsatzgehärteter Bauteile zusätzlich auftretenden inhomogenen Wechselfestigkeits- und Eigenspannungsverteilung, ist zunächst das Werkstoffvolumen gedanklich in Teilvolumina mit annähernd konstanter Beanspruchung und Wechselfestigkeit zu unterteilen. Ein Teilvolumen  $V_i$  besitzt die Überlebenswahrscheinlichkeit

$$P_{\ddot{U}}^{(V_i)}(\sigma_a^{(V_i)}) = \exp \left[ - \frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_a^{(V_i)}}{\sigma_w^{(V_i)}} \right)^\kappa \right]. \quad (4.61)$$

Da die verschiedenen Teilvolumina  $V_i$  voneinander unabhängig sind, kann die Überlebenswahrscheinlichkeit des Gesamtvolumens  $V$  unter Anwendung der Produktregel der Wahrscheinlichkeitsrechnung wie folgt bestimmt werden:

$$P_{\ddot{U}}^{(V)}(\sigma_a) = \prod_V P_{\ddot{U}}^{(V_i)}(\sigma_a^{(V_i)}) \quad (4.62)$$

$$= \prod_{i=1}^k \exp \left[ - \frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_a^{(V_i)}}{\sigma_w^{(V_i)}} \right)^\kappa \right] \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (4.63)$$

Stellt nicht das Volumen, sondern die Oberfläche den Ausgangsort eines Ermüdungsrisses dar, gelten die für das Volumen gemachten Ausführungen analog [14, 131], so dass die Überlebenswahrschein-

lichkeit der Oberfläche  $A$  wie folgt angegeben werden kann:

$$P_{\ddot{U}}^{(A)}(\sigma_a) = \prod_A P_{\ddot{U}}^{(A_i)}(\sigma_a^{(A_i)}) \quad (4.64)$$

$$= \prod_{i=1}^k \exp \left[ -\frac{A_i}{A_0} \left( \frac{\sigma_a^{(A_i)}}{\sigma_w^{(A_i)}} \right)^\kappa \right] \quad i = 1, 2 \dots k. \quad (4.65)$$

Alle bisherigen Ausführungen haben sich auf eine einachsige Beanspruchung bezogen. Das formale Vorgehen zur Berücksichtigung mehrachsiger Beanspruchungs- und Eigenspannungszustände ist in den Abschnitten 4.4 und 4.7 ausführlich dargestellt.

## 4.7 Ermittlung der Bauteildauerfestigkeit

Aus der inhomogenen Festigkeits- und Eigenspannungsverteilung im einsatzgehärteten Bauteil folgt, dass, unabhängig vom Beanspruchungszustand, Ausfallwahrscheinlichkeiten  $P_A$  in Abhängigkeit von der äußeren Beanspruchung getrennt für das Bauteilvolumen  $V$  und die Bauteiloberfläche  $A$  zu berechnen sind. Die Gesamtüberlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils  $P_{\ddot{U}}$  ergibt sich dann aus dem Produkt der Überlebenswahrscheinlichkeiten  $P_{\ddot{U}}$  von Bauteilvolumen  $V$  und Bauteiloberfläche  $A$ . Es gilt:

$$P_{\ddot{U}} = P_{\ddot{U}}^{(V)} P_{\ddot{U}}^{(A)} = (1 - P_A^{(V)}) (1 - P_A^{(A)}). \quad (4.66)$$

Die Bauteildauerfestigkeit  $S_D$  ist wie folgt definiert:

$$S_D = S(P_{\ddot{U}}(50 \text{ \%})). \quad (4.67)$$

Im Folgenden wird die Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeiten des Volumens und der Oberfläche des Bauteils aufgezeigt. Aufgrund der quantitativ richtigen Erfassung zyklischer Phänomene (Abschnitt 4.4) sowie der Eigenspannungen (Abschnitt 4.5) wird dabei der Einfluss der Spannungsmehrsichtigkeit ausschließlich in Form der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese berücksichtigt.

### 4.7.1 Volumen-Ausfallwahrscheinlichkeit

Unter Annahme eines homogen beanspruchten Bezugsprobenvolumens  $V_0$  gilt für die Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_A$  eines Volumenelementes  $V_i$  des Bauteils:

$$P_A^{(V_i)} = 1 - \exp \left[ -\frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_{v,DV}^{(V_i)}}{\tau_w^{(V_i)}} \right)^\kappa \right]. \quad (4.68)$$

Die Wendestelle (charakteristischer Lebensdauerwert) der Weibull-Verteilungsfunktion liegt bei  $P_A = 63,21 \text{ \%}$ , so dass für  $P_A = 50,00 \text{ \%}$  folgt:

$$P_A^{(V_i)} = 1 - 2^{-\frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_{v,DV}^{(V_i)}}{\tau_w^{(V_i)}} \right)^\kappa}. \quad (4.69)$$

Folglich gilt für die Überlebenswahrscheinlichkeit eines Volumenelements:

$$P_{\ddot{U}}^{(V_i)} = 2^{-\frac{V_i}{V_0} \left( \frac{\sigma_{v,DV}^{(V_i)}}{\tau_w^{(V_i)}} \right)^\kappa} . \quad (4.70)$$

Die Schubwechselfestigkeit des Volumenelementes  $\tau_w^{V_i}$  wird entsprechend der Gleichung (4.43) ermittelt und ergibt sich wie folgt:

$$\tau_w^{(V_i)} = \left( \frac{\alpha_{DV}^{(V_i)}}{3} + \frac{1}{2} \right) \sigma_w^{(V_i)} . \quad (4.71)$$

Für die Ausfallwahrscheinlichkeit des Bauteilvolumens  $P_A^{(V)}$  gilt:

$$P_A^{(V)} = 1 - \prod_V P_{\ddot{U}}^{(V_i)} . \quad (4.72)$$

### 4.7.2 Oberflächen-Ausfallwahrscheinlichkeit

In Analogie zur Gleichung (4.69) gilt für die Ausfallwahrscheinlichkeit  $P_A$  eines Oberflächenelementes  $A_i$  unter Annahme einer homogen beanspruchten Oberfläche der Bezugsprobe  $A_0$

$$P_A^{(A_i)} = 1 - 2^{-\frac{A_i}{A_0} \left( \frac{\sigma_{v,DV}^{(A_i)}}{\tau_w^{(A_i)}} \right)^\kappa} . \quad (4.73)$$

Unter Berücksichtigung des oberflächentechnischen Größeneinflusses ergibt sich die Schubwechselfestigkeit eines Oberflächenelementes  $\tau_w^{(A_i)}$  zu

$$\tau_w^{(A_i)} = F_O \left( \frac{\alpha_{DV}^{(A_i)}}{3} + \frac{1}{2} \right) \sigma_w^{(A_i)} . \quad (4.74)$$

Die Ausfallwahrscheinlichkeit der Bauteiloberfläche  $P_A^{(A)}$  wird dann wie folgt berechnet:

$$P_A^{(A)} = 1 - \prod_V P_{\ddot{U}}^{(A_i)} . \quad (4.75)$$

### 4.7.3 Bestimmung einer statistischen Stützziffer

Mit dem beschriebenen Verfahren zur Bauteildauerfestigkeitsabschätzung basierend auf örtlichen Ausfallwahrscheinlichkeiten  $P_A$  ist es nicht möglich, direkt den Einfluss des statistischen Größeneinflusses in Form einer statistischen Stützziffer  $n_{st}$  abzuschätzen.

Durch den Bruch

$$\eta^{(i)} = \frac{\sigma_{v,DV}^{(i)}}{\tau_w^{(i)}} \quad (4.76)$$

ist der lokale Auslastungsgrad  $\eta$  der Schubwechselfestigkeit für die Stelle  $i$  gegeben, der die örtliche Vergleichsspannungsamplitude  $\sigma_{v,DV}^{(i)}$  der lokalen Schubwechselfestigkeit  $\tau_w^{(i)}$  gegenüberstellt. Die versagenskritische Stelle  $k$  ist durch den Ort des Maximums der lokalen Auslastungsgrade bestimmt.

#### 4.7 Ermittlung der Bauteildauerfestigkeit

Es gilt:

$$\eta^{(k)} \equiv \max \eta^{(i)} . \quad (4.77)$$

Gilt für die Stelle  $k$

$$\eta^{(k)} = 1 , \quad (4.78)$$

so ist die Bauteildauerfestigkeit  $S_\eta$  bestimmt.

Durch die Gegenüberstellung der rechnerischen Bauteildauerfestigkeiten  $S_D$  und  $S_\eta$  kann die statistische Stützziffer  $n_{st}$  in der Form

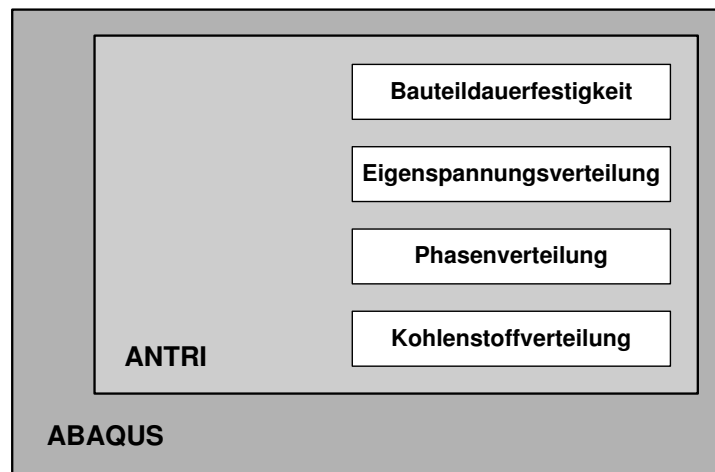
$$n_{st} = \frac{S_D}{S_\eta} \quad (4.79)$$

abgeleitet und damit der Anteil des statistischen Größeneinflusses an der Dauerfestigkeit von Bauteilen mit inhomogener Festigkeits- und Eigenspannungsverteilung ermittelt werden.

## 5 Implementation in das FE-Programm ABAQUS

### 5.1 Subroutine-System ANTRI

Zur Simulation des Einsatzhärtens und zur Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile wurde in dieser Arbeit das Subroutine-System ANTRI für das FE-Programm ABAQUS [132] entwickelt. Eine Übersicht dieses Systems zeigt das Bild 5.1.



**Bild 5.1.** Übersicht des Subroutine-Systems ANTRI

ANTRI verwendet die ABAQUS-interne FORTRAN-Schnittstelle. Es ist verwendbar für die Analyse axialsymmetrischer als auch dreidimensionaler Bauteile. Alle in den verschiedenen Subroutinen verwendeten Größen beziehen sich auf die Elementintegrationspunkte (Gausspunkte), wodurch eine weitgehende Trennung der Elementformulierung von der Formulierung des berücksichtigten Stoffgesetzes erreicht wird.

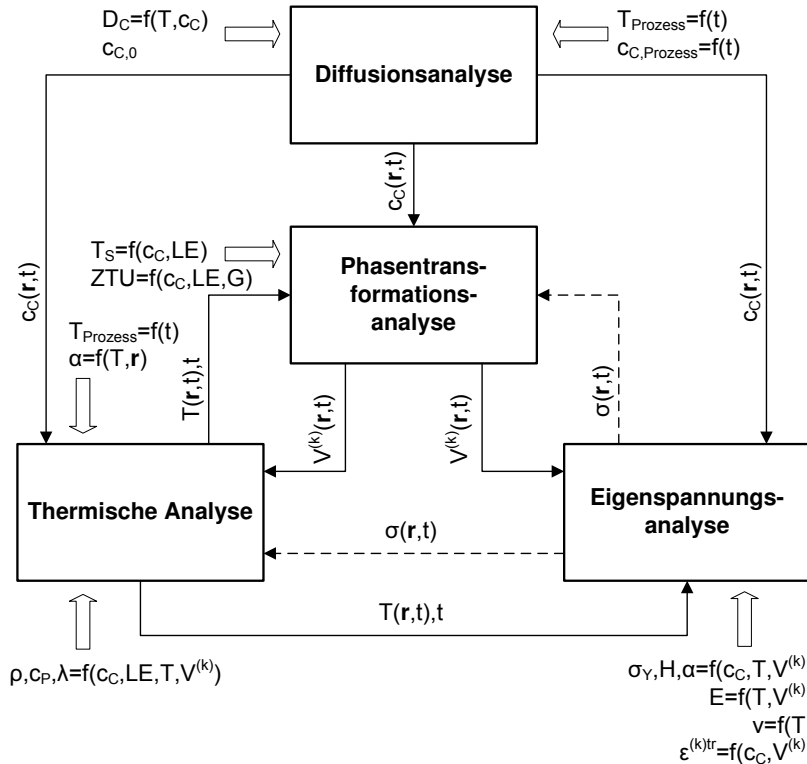
Das entwickelte Subroutine-System ANTRI unterscheidet sich von kommerziell verfügbaren FE-Programmen zur Wärmebehandlungssimulation, aber auch von FE-Postprozessoren zur Lebensdauer simulation durch seinen modularen Aufbau und die damit verbundene hohe Flexibilität in Bezug auf den Austausch verschiedener Modellansätze, z.B. zu Validierungszwecken.

Der Ergebnisaustausch innerhalb des Subroutine-Systems ANTRI basiert auf dem ABAQUS-Standard Result File. Dies setzt voraus, dass die betreffenden Ergebnisse als Temperaturen der FE-Knoten hinterlegt sind. Durch ebenfalls in dieser Arbeit entwickelte Interface-Programme werden die betreffenden Ergebnisse zunächst extrahiert und als fiktive Temperaturen in einem neuen ABAQUS-Standard Result File abgespeichert. Dieses ABAQUS-Standard Result File wird dann in der nachfolgenden Teilanalyse zum Ergebnisimport verwendet.

## 5.2 Simulation des Einsatzhärtens

### 5.2.1 Allgemeine Bemerkungen

Im Bild 5.2 sind die Teilanalysen der Simulation des Einsatzhärtens sowie die dabei berücksichtigten Interaktionen (Abschnitt 3.1) dargestellt.



**Bild 5.2.** Teilanalysen und berücksichtigte Interaktionen (in Anlehnung an [5]); gestrichelt dargestellte Interaktionen werden innerhalb von ANTRI vernachlässigt

Ausgangspunkt der Gesamtanalyse stellt selbstverständlich die Diffusionsanalyse dar. Die Simulation des sich anschließenden Abschreckens bzw. Anlassens stellt ein gekoppeltes thermometallurgisch-thermomechanisches Problem dar. Bei der Implementation in ABAQUS wurde vorerst der Weg verfolgt, die Beeinflussung des Phasentransformationsverhaltens und des Temperaturfeldes durch den Spannungszustand (Abschnitt 3.1, Bild 3.1) zu vernachlässigen und das thermometallurgisch-thermomechanische Gesamtproblem in zwei Teilprobleme zu zergliedern (vgl. [133]). Folglich schließen sich an die Diffusionsanalyse eine thermische Analyse und eine Phasentransformationsanalyse an, die miteinander gekoppelt sind, und auf deren Ergebnissen dann abschließend die Eigenspannungsanalyse basiert.

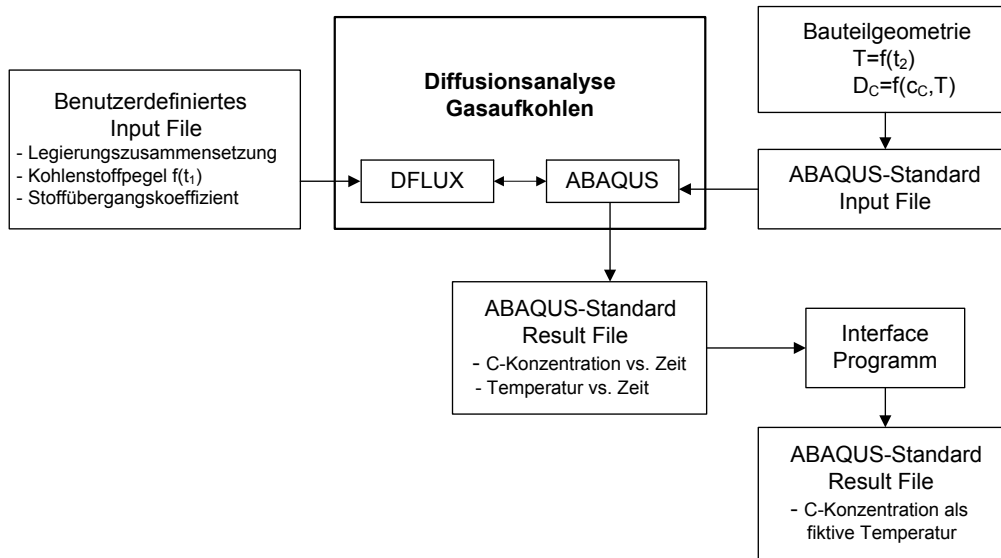
Die in den Teilanalysen berücksichtigten Werkstoffkennwerte und Randbedingungen sind im Anhang A dargestellt. Zur Definition der thermophysikalischen Werkstoffkennwerte wird dabei auf empirische Beziehungen zurückgegriffen, die neben dem generellen Einfluss der Temperatur sowohl den Gehalt der Legierungselemente (nicht im Fall des Diffusionskoeffizienten) als auch den des Kohlenstoffs berücksichtigen. Die thermomechanischen Werkstoffkennwerte der verschiedenen Phasen werden hingegen in Abhängigkeit von der Temperatur und des Kohlenstoffs basierend auf Messer-



gebnissen definiert. Das Phasentransformationsverhalten wird anhand der im Abschnitt 3.2.3 vorgestellten analytischen ZTU-Daten definiert. Gleiches gilt für die innerhalb der Phasentransformation zu berücksichtigenden Umwandlungswärmen.

### 5.2.2 Diffusionsanalyse

In den Bildern 5.3 und 5.4 ist der Ablauf der Diffusionsanalyse für das Gas- und Niederdruckaufkohlen dargestellt. Der wesentliche Unterschied in der Modellierung beider Aufkohlungsverfahren besteht im Ansatz der Randbedingungen bei der Lösung der partiellen Differentialgleichung des Konzentrationsfeldes.



**Bild 5.3.** Implementation des Gasaufkohlens

Im Fall des Gasaufkohlens wird auf eine Randbedingung 3. Art zurückgegriffen. Diese ist in Form der User-Subroutine DFLUX basierend auf der Gleichung (3.16) implementiert worden. Die dazu nötigen Eingaben wie Legierungszusammensetzung, zeitlicher Verlauf des Kohlenstoffpegels sowie der Stoffübergangskoeffizient der Aufkohlungsatmosphäre werden zu Beginn der Analyse über ein benutzerdefiniertes Input File eingelesen. Zur Berücksichtigung des Einflusses der Legierungselemente wird der Kohlenstoffpegel entsprechend der Gleichung (3.11) korrigiert.

Aufgrund der hohen Kohlenstoff-Massenstromdichte während der Aufkohlungszyklen der Niederdruckaufkohlung kann das zugehörige Konzentrationsfeld unter Berücksichtigung einer Randbedingung 1. Art gelöst werden (Gleichung (3.10)). Die dabei zu berücksichtigende Kohlenstoffkonzentration entspricht der Sättigungskonzentration des Einsatzstahles (Gleichung (3.27)). Der sich an dem jeweiligen Aufkohlungszyklus anschließende Diffusionszyklus wird unter Berücksichtigung einer Randbedingung 2. Art (Gleichung (3.14)) modelliert.

Im Fall beider Aufkohlungsverfahren wird die Kohlenstoffgrundkonzentration des Einsatzstahles über die Definition einer Anfangsbedingung (Gleichung (3.9)) berücksichtigt.

Das berechnete Kohlenstoff-Konzentrationsfeld im Bauteil stellt den Ausgangspunkt der sich an-

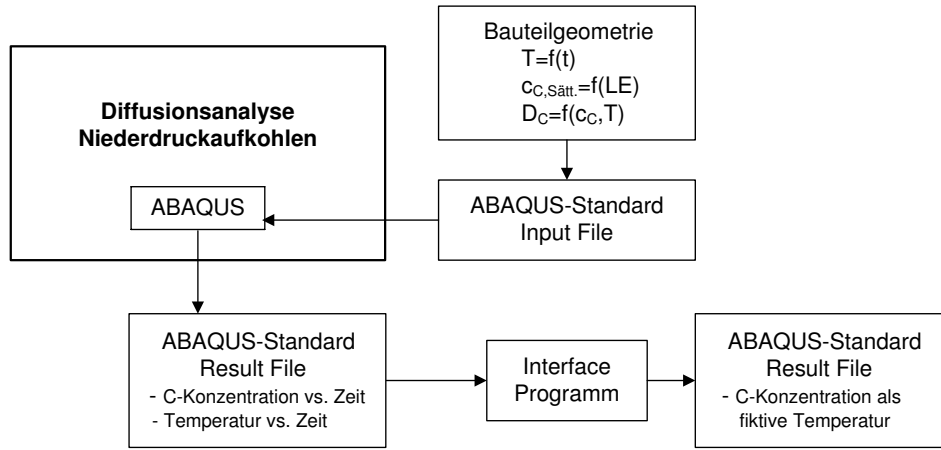


Bild 5.4. Implementation des Niederdruckaufkohlens

schließenden, miteinander gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse dar. Ein Interface-Programm extrahiert zunächst die im Result File als FE-Knotenergebnisse vorliegenden Kohlenstoffkonzentrationen und hinterlegt diese als fiktive Temperaturen der FE-Knoten in einem neuen Result File, wodurch ein Einlesen und damit eine Berücksichtigung innerhalb der gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse ermöglicht wird.

## 5.2.3 Thermische Analyse und Phasentransformationsanalyse

### 5.2.3.1 Allgemeine Bemerkungen

Im Bild 5.5 ist der Ablauf der gekoppelten thermische Analyse und Phasentransformationsanalyse dargestellt. Damit die Umwandlungswärmen berücksichtigt werden konnten, ist diese basierend auf der User-Subroutine HETVAL implementiert worden.

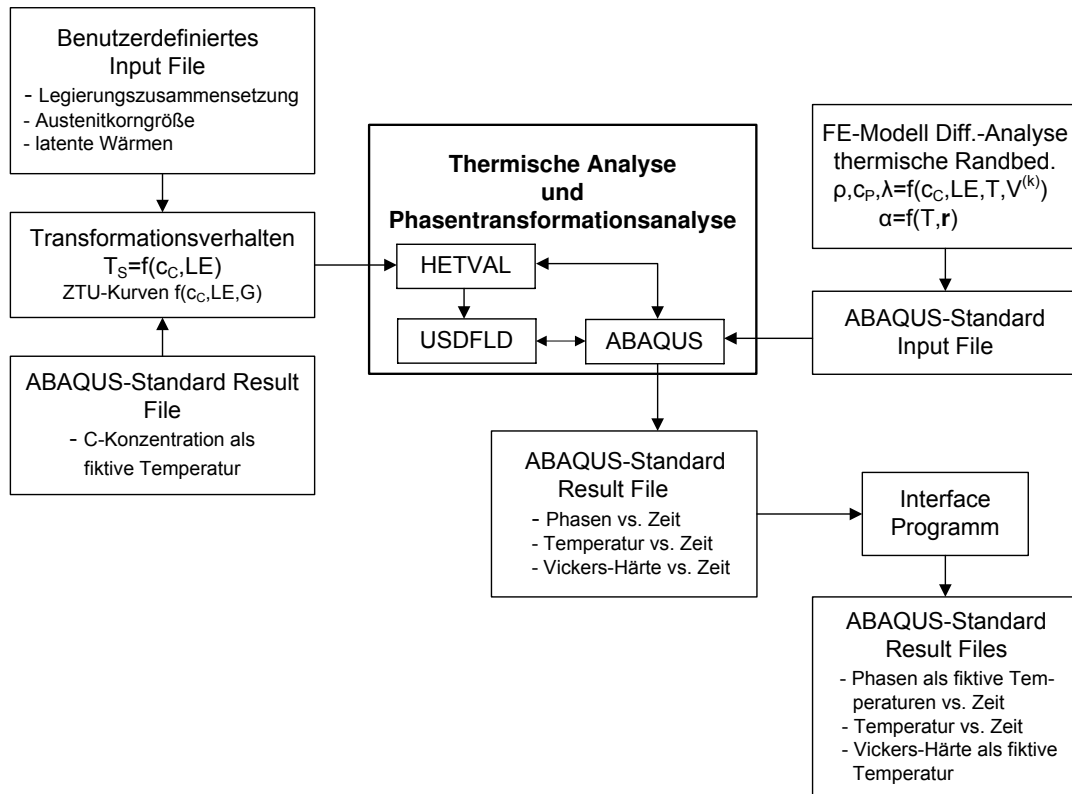
Ausgangspunkt der gekoppelten thermischen und Phasentransformationsanalyse ist das FE-Modell der Diffusionsanalyse. Im jeweiligen ABAQUS-Standard Input File sind die thermophysikalischen Materialeigenschaften in Abhängigkeit von der Legierungszusammensetzung, vom Kohlenstoffgehalt sowie von der Temperatur definiert. Zusätzlich zu den genannten Abhängigkeiten wird zwischen den möglichen Phasen unterschieden. Vereinfachend wird dabei nur zwischen Austenit ( $V^{(1)}$ ) und Ferrit ( $V^{(2)}$ ) unterschieden, d.h. Ferrit ( $V^{(2)}$ ), Perlit ( $V^{(3)}$ ), Bainit ( $V^{(4)}$ ) und Martensit ( $V^{(5)}$ ) besitzen gleiche thermophysikalische Materialeigenschaften. Dabei gelten die linearen Mischungsregeln:

$$\rho_{t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 \rho^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} = \rho^{(1)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(1)} + \rho^{(2)}(T_{t+\Delta t}) \sum_{k=2}^5 V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.1)$$

$$\lambda_{t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 \lambda^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} = \lambda^{(1)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(1)} + \lambda^{(2)}(T_{t+\Delta t}) \sum_{k=2}^5 V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.2)$$

$$c_{p,t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 c_p^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} = c_p^{(1)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(1)} + c_p^{(2)}(T_{t+\Delta t}) \sum_{k=2}^5 V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.3)$$

Die Härtetemperatur wird als Anfangsbedingung entsprechend Gleichung (3.35) und der konduktive



**Bild 5.5.** Implementation der thermischen Analyse und der Phasentransformationsanalyse

Wärmeübergang über eine Randbedingung 3. Art nach Gleichung (3.40) definiert.

Zur Definition des Transformationsverhaltens werden desweiteren zu Analysebeginn das Kohlenstoffkonzentrationsfeld, die Legierungszusammensetzung, die Austenitkorngröße sowie die latenten Wärmen der möglichen Phasen entsprechend Bild 5.5 eingelesen. Das in einem ABAQUS-Standard Result File hinterlegte Kohlenstoff-Konzentrationsfeld wird dabei als Anfangsbedingung (INITIAL CONDITION, TYPE=FIELD) im ABAQUS-Standard Input File deklariert.

ABAQUS steuert die globale Lösungsprozedur der thermischen Analyse und stellt für jedes Analyseinkrement die zur Berechnung der Phasenkomposition benötigten Werte für das Temperaturinkrement  $\Delta T$ , die Temperatur am Ende des Analyseinkrements  $T_{t+\Delta t}$ , den Zeitschritt  $\Delta t$  sowie die Zeit am Ende des Analyseinkrements  $t + \Delta t$  an den Elementintegrationspunkten zur Verfügung. Die im Analyseinkrement für den jeweiligen Elementintegrationspunkt berechneten Volumenanteile des Austenits ( $V^{(1)}$ ), des Ferrits ( $V^{(2)}$ ), des Perlits ( $V^{(3)}$ ), des Bainits ( $V^{(4)}$ ) und des Martensits ( $V^{(5)}$ ) sowie die aus der berechneten Phasenverteilung am Ende der Wärmebehandlung resultierende Verteilung der Vickers-Härte werden als „solution dependent state variables“ (SDV) im ABAQUS-Standard Result File gespeichert. Zusätzlich werden alle berechneten Volumenanteile mittels der User-Subroutine USDFLD als „field variables“ (FV) definiert, womit für die jeweilige Temperatur die kohlenstoff- und phasenkompositionsabhängigen thermophysikalischen Materialeigenschaften entsprechend den Gleichungen (5.1) bis (5.3) bestimmt werden.

Die berechnete Phasenkomposition zum jeweiligen Zeitpunkt  $t$  bildet die Grundlage der sich anschließenden Eigenspannungsanalyse, die berechnete Anlasshärte bildet eine Eingangsgröße der Dauerfe-

stigkeitsanalyse (Abschnitt 5.3). Ähnlich der Diffusionsanalyse werden daher über ein Interface-Programm die betreffenden FE-Knotenergebnisse des ABAQUS-Standard Result Files ( $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$ ,  $V^{(3)}$ ,  $V^{(4)}$ ,  $V^{(5)}$ ,  $HV$ ) zunächst extrahiert und als fiktive Temperaturen der FE-Knoten in neu erstellten ABAQUS-Standard Result Files hinterlegt.

### 5.2.3.2 Implementation der diffusionsgesteuerten Umwandlungen

Zur Berechnung der Volumenfraktionen der diffusionsgesteuerten Umwandlungen basierend auf der Avrami-Gleichung in Verbindung mit der Additivitätsregel (Gleichungen (3.48),(3.52),(3.59)-(3.61)) gilt allgemein für die Phase  $k$  (vgl. [3, 7]):

$$V_{t+\Delta t}^{(k)} = (V_{e,t}^{(k)} \cdot) (V_t^{(1)} + V_t^{(k)}) \left( 1 - e^{-b_t^{(k)} (\tau_t^{(k)} + \Delta t)^{n_t^{(k)}}} \right). \quad (5.4)$$

Die Umwandlungszeit  $\tau_t^{(k)}$  ergibt sich dabei zu:

$$\tau_t^{(k)} = \left[ -\ln \left( 1 - \frac{V_t^{(1)}}{(V_{e,t}^{(k)} \cdot) (V_t^{(1)} + V_t^{(k)})} \right) (b_t^{(k)})^{-1} \right]^{\frac{1}{n_t^{(k)}}}. \quad (5.5)$$

Alternativ besteht die Möglichkeit der numerischen Integration der gewöhnlichen Differentialgleichungen (3.64) und (3.65). Die Transformationsraten werden dazu zunächst abweichend von den Gleichungen (3.62) und (3.63) wie folgt definiert:

$$\frac{d\bar{V}^{(k)}}{dt} = f(t, \bar{V}^{(k)}) = \frac{\Delta T^{(k)n} \exp(-Q/RT) \bar{V}^{(k)2} (1 - \bar{V}^{(k)})^{1/3} (1 - \bar{V}^{(k)})^{2\bar{V}^{(k)}/3}}{f(\text{C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G})} \quad (5.6)$$

$$\frac{d\bar{V}^{(k)}}{dt} = f(t, \bar{V}^{(k)}) = \frac{\Delta T^{(k)n} \exp(-Q/RT) \bar{V}^{(k)0,4} (1 - \bar{V}^{(k)})^{0,4\bar{V}^{(k)}}}{f(\text{C, Mn, Si, Ni, Cr, Mo, G})}. \quad (5.7)$$

Erfolgt die numerische Integration explizit, wird als Integrationsverfahren ein Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung [134] angewendet. Die Verfahrensgleichung lautet

$$\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} = \bar{V}_t^{(k)} + \frac{1}{6}(s_1 + 2s_2 + 2s_3 + s_4) \quad (5.8)$$

mit

$$\begin{aligned} s_1 &= \Delta t f\left(t, \bar{V}_t^{(k)}\right) \\ s_2 &= \Delta t f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \bar{V}_t^{(k)} + \frac{s_1}{2}\right) \\ s_3 &= \Delta t f\left(t + \frac{\Delta t}{2}, \bar{V}_t^{(k)} + \frac{s_2}{2}\right) \\ s_4 &= \Delta t f\left(t + \Delta t, \bar{V}_t^{(k)} + s_3\right). \end{aligned}$$

Für die Volumenfraktion der Phase  $k$  gilt dann

$$V_{t+\Delta t}^{(k)} = (V_{e,t}^{(k)} \cdot) (V_t^{(1)} + V_t^{(k)}) \bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)}. \quad (5.9)$$

Als weiteres numerisches Integrationsverfahren wurde das implizite Euler-Verfahren implementiert. Die Verfahrensgleichung lautet

$$\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} = \bar{V}_t^{(k)} + \Delta t f(t + \Delta t, \bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)}) . \quad (5.10)$$

Um die Volumenfraktion  $\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)}$  zu bestimmen, wird das Newton-Raphson-Verfahren zur Lösung der aus der Gleichung (5.10) resultierenden nichtlinearen Gleichung

$$0 = F(\bar{V}^{(k)}) = \bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} - \bar{V}_t^{(k)} - \Delta t f(t + \Delta t, \bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)}) \quad (5.11)$$

angewendet. Mit  $i$  als Iterationsindex gilt dabei

$${}^{(i+1)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} = {}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} - \frac{F({}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)})}{F'({}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)})} \quad (5.12)$$

$$= {}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} - \frac{{}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} - \bar{V}_t^{(k)} - \Delta t f(t + \Delta t, {}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)})}{1 - \Delta t f'(t + \Delta t, {}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)})} \quad (5.13)$$

bis der Betrag  $|{}^{(i+1)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)} - {}^{(i)}\bar{V}_{t+\Delta t}^{(k)}|$  genügend klein ist ( $10^{-4}$ ). Schließlich wird die Volumenfraktion der Phase  $k$  mit der Gleichung (5.9) ermittelt.

Wesentlicher Unterschied beider numerischer Integrationsverfahren ist der maximal mögliche Zeitschritt  $\Delta t_{max}$ . Während beim expliziten Integrationsverfahren zum Erreichen einer hohen Genauigkeit sehr kleine Zeitschritte ( $\Delta t_{max} < 0,1$  s) erforderlich sind, erlaubt das implizite Integrationsverfahren bei gleicher Genauigkeit deutlich höhere Zeitschritte ( $\Delta t_{max} < 5$  s). Da der maximale Zeitschritt der thermischen Analyse im Allgemeinen von vergleichbarer Größe ist, erfordert die Verwendung des impliziten Integrationsverfahrens somit keine Anpassung beider Zeitschritte, was insbesondere bei sehr langen Abkühlzeiten von Bedeutung ist.

### 5.2.3.3 Implementation der diffusionslosen martensitischen Umwandlung

Die diffusionslose martensitische Umwandlung ist lediglich abhängig von der Temperatur und nicht vom bereits umgewandelten Volumenanteil des Martensits (vgl. Abschnitt 5.2.3.2). Unter diesen Voraussetzungen gilt explizit:

$$V_{t+\Delta t}^{(5)} = (V_t^{(1)} + V_t^{(5)}) (1 - e^{-0,011(M_S - T_{t+\Delta t})}) . \quad (5.14)$$

### 5.2.3.4 Berücksichtigung von Transformationswärmern

Die während der Phasentransformation freigesetzte Wärme wird wie folgt bestimmt:

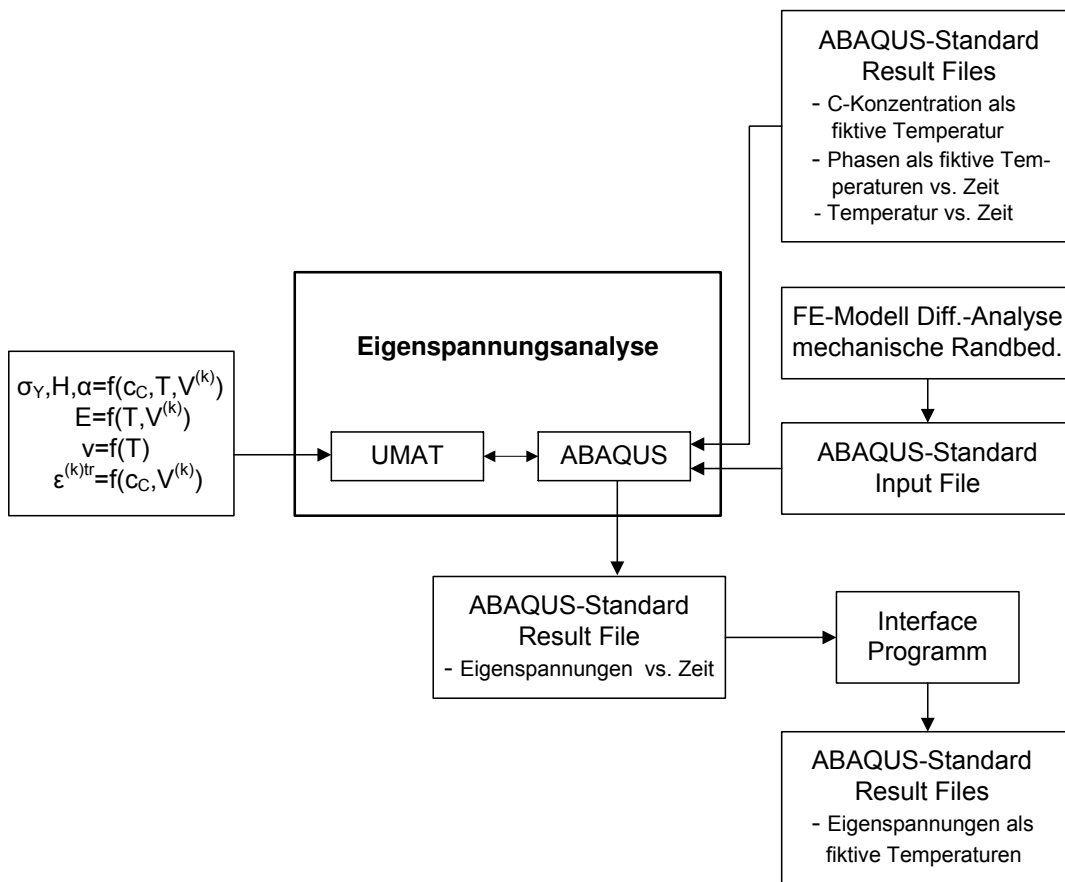
$$\Delta Q_{t+\Delta t} = \sum_{k=2}^5 l^{(k)} \Delta V_{t+\Delta t}^{(k)} . \quad (5.15)$$

Diese Vorgehensweise ist gültig für alle diffusionsgesteuerten Umwandlungen. Die martensitische Transformation ist jedoch allein abhängig von der Temperatur. Bleibt diese Temperaturabhängigkeit in der Jakobi-Matrix der thermischen Analyse unberücksichtigt, resultieren hieraus Konvergenzprobleme. Es wird daher zusätzlich die Änderungsrate der Umwandlungswärme bezogen auf die Temperatur  $\Delta Q/\Delta T$  berücksichtigt.

### 5.2.4 Eigenspannungsanalyse

#### 5.2.4.1 Allgemeine Bemerkungen

In Form der User-Subroutine UMAT sind die im Abschnitt 3.2.4 vorgestellten konstitutiven Gleichungen der Eigenspannungsanalyse implementiert worden. Im Bild 5.6 ist deren Ablauf dargestellt.



**Bild 5.6.** Implementation der Eigenspannungsanalyse

Ausgangspunkt der Eigenspannungsanalyse ist wie im Fall der miteinander gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse das FE-Modell der Diffusionsanalyse. Während der Eigenspannungsanalyse werden zum jeweiligen Zeitpunkt der Analyse die entsprechenden Temperaturen sowie die Phasenkomposition benötigt. Im ABAQUS-Standard Input File sind daher die in ABAQUS-Standard Result Files hinterlegten zeitlichen Verläufe der Temperaturen sowie der Phasen als vordefinierte Felder (\*TEMPERATURE bzw. \*FIELD) zu deklarieren. Die Deklaration

des Kohlenstoff-Konzentrationsfeldes erfolgt wie im Fall der miteinander gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse als Anfangsbedingung (INITIAL CONDITION, TYPE=FIELD) im ABAQUS-Standard Input File.

ABAQUS steuert die globale Lösungsprozedur der Eigenspannungsanalyse und stellt innerhalb eines jeden Analyseinkrements alle benötigten Ergebnisse aus der miteinander gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse wie Temperaturinkrement und Inkremente der Volumenfraktionen  $\Delta T, \Delta V^{(k)}$  sowie die Werte der Temperatur und der Volumenfraktionen zu Beginn des Analyseinkrements  $T_t, V_t^{(k)}$  an den Elementintegrationspunkten zur Verfügung. Sollte der in den ABAQUS-Standard Result Files gespeicherte Zeitpunkt der miteinander gekoppelten thermischen Analyse und Phasentransformationsanalyse nicht mit dem der Eigenspannungsanalyse übereinstimmen, wird von ABAQUS linear interpoliert. Zusätzlich werden der jeweilige Zeitschritt  $\Delta t$  sowie die Zeit  $t + \Delta t$  am Ende des Analyseinkrements bereitgestellt.

Beim Aufruf der User-Subroutine UMAT durch ABAQUS sind zu Beginn des Analyseinkrements die konsistenten Tangentenoperatoren ( $\partial \Delta \boldsymbol{\sigma} / \partial \Delta \boldsymbol{\epsilon}$ ) sowie die Spannungen (in Vektorform) zu berechnen.

Alle für die Eigenspannungsanalyse erforderlichen mechanischen Materialeigenschaften werden phasenkompositions- und temperaturabhängig definiert (Anhang A.1). Grundlage sind jeweils die nachfolgenden linearen Mischungsregeln.

$$E_{t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 E^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} = E^{(1)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(1)} + E^{(2)}(T_{t+\Delta t}) \sum_{k=2}^5 V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.16)$$

$$\nu_{t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 \nu^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} = \nu(T_{t+\Delta t}) \quad (5.17)$$

$$\sigma_{Y,t+\Delta t} = \sum_{k=1}^5 \sigma_Y^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.18)$$

$$H_{iso,t+\Delta t} = (1 - \beta) \cdot \sum_{k=1}^5 H^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.19)$$

$$H_{kin,t+\Delta t} = \beta \cdot \sum_{k=1}^5 H^{(k)}(T_{t+\Delta t}) V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.20)$$

Die berechneten Eigenspannungen am Ende der Analyse stellen eine Eingangsgröße der Dauerfestigkeitsabschätzung dar. Die erforderliche Ergebnisaufbereitung erfolgt ähnlich den bereits vorgestellten Teilanalysen durch ein Interface-Programm.

#### 5.2.4.2 Implizite Integration der konstitutiven Gleichungen

Ausgangspunkt eines jeden Analyseinkrements ist zunächst die Berechnung der Dehninkremente infolge der Temperatur- und Phasenkompositionsabhängigkeit des Elastizitätsmoduls und der Querdehnzahl

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{eT} = -\frac{\Delta E_{t+\Delta t}}{E_{t+\Delta t}^2} [(1 + \nu_{t+\Delta t}) \boldsymbol{\sigma}_t - \nu_{t+\Delta t} \mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}_t] + \frac{\Delta \nu_{t+\Delta t}}{E_{t+\Delta t}} [\boldsymbol{\sigma}_t - \mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}_t], \quad (5.21)$$

des thermometallurgischen Dehninkrements

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_{t+\Delta t}^{thr} = & \mathbf{m}^T \sum_{k=1}^5 \left( \Delta V_{t+\Delta t}^{(k)} \int_0^{T_{t+\Delta t}} \alpha^{(k)}(T) dT + V_{t+\Delta t}^{(k)} \alpha_{t+\Delta t}^{(k)} \Delta T_{t+\Delta t} \right) + \\ & \mathbf{m}^T \sum_{k=2}^5 \epsilon^{(k)tr} \Delta V_{t+\Delta t}^{(k)} \end{aligned} \quad (5.22)$$

sowie des transformationsinduzierten plastischen Dehninkrements

$$\Delta \epsilon_{t+\Delta t}^{tp} = \sum_{k=2}^5 \frac{3}{2} K^{(k)} \mathbf{s}_t \phi'(V_{t+\Delta t}^{(k)}) \Delta V_{t+\Delta t}^{(k)} \quad (5.23)$$

mit

$$\phi'(V_{t+\Delta t}^{(k)}) = (1 - V_{t+\Delta t}^{(k)}) \quad (5.24)$$

$$K_{t+\Delta t}^{(k)} = \frac{2\epsilon^{(k)tr}}{\sigma_{y,t+\Delta t}^{(1)}} . \quad (5.25)$$

Dabei gilt für den Vektor  $\mathbf{m}$  im Fall des axialsymmetrischen Spannungszustandes

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (5.26)$$

und im Fall des dreidimensionalen Spannungszustandes

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T . \quad (5.27)$$

Die Integration von elasto-plastischen Materialgleichungen kann im Allgemeinen nach einer großen Anzahl von Algorithmen erfolgen [135,136]. Eine sehr effektive Methode zur Integration stellt das sogenannte *Operator-Split-Verfahren* dar. Generell teilt man dabei das zu lösende Problem in als Operatoren bezeichnete Anteile auf. Der erste Operator dient als Anfangslösung für den zweiten Operator, dieser stellt wiederum die Anfangslösung für den dritten Operator dar und so weiter. Die Gesamtlösung des Problems bildet der letzte Operator.

In dieser Arbeit werden zur Lösung der Plastizitätsgleichungen zwei Operatoren verwendet, ein elastischer Prädiktor sowie ein plastischer Korrektor [136,137]. Nach der Berechnung des ersten Operators wird anhand der Fließbedingung überprüft, ob ein elastischer oder ein plastischer Spannungszustand vorliegt. Im letzteren Fall wird der plastische Korrektor ausgewertet, wodurch die Spannungen auf die Fließfläche rückgeführt werden. Bei der Verwendung einer Fließfunktion entsprechend der Gleichung (3.111) wird diese Art der Spannungsrückführung als *radiale Rückführung* bezeichnet, da die Form der Fließfunktion in der Deviator-Ebene kreisförmig ist und der Vektor der plastischen Dehninkremente stets normal auf der Fließfläche steht. Nachfolgend wird die zeitinkrementelle Formulierung beider Operatoren dargestellt.

**Erster Operator - Elastischer Prädiktor** Zur Initiierung der Lösung zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  wird zunächst ein Versuchsspannungszustand (trial state) unter der Annahme rein elastischen Ma-



terialverhaltens bestimmt. Damit gilt:

$$\boldsymbol{\alpha}_{t+\Delta t}^{ts} = \boldsymbol{\alpha}'_t \quad (5.28)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{p,ts} = \boldsymbol{\epsilon}_t^p \quad (5.29)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{p,ts} = \boldsymbol{\epsilon}_t^p \quad (5.30)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^e = \boldsymbol{\epsilon}_t^e + \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{p,ts} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{eT} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{thr} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{tp}. \quad (5.31)$$

Für den elastischen Prädiktor folgt somit

$$\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{ts} = \boldsymbol{\sigma}_t + \mathbf{D}_{t+\Delta t}^e (\Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{eT} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{thr} - \Delta\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^{tp}), \quad (5.32)$$

wobei  $\mathbf{D}_{t+\Delta t}^e$  die Elastizitätsmatrix zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  ist. Für diese gilt:

$$\mathbf{D}_{t+\Delta t}^e = \kappa_{t+\Delta t} \mathbf{m}\mathbf{m}^T + 2\mu_{t+\Delta t} \left( \mathbf{I}_0 - \frac{1}{3} \mathbf{m}\mathbf{m}^T \right). \quad (5.33)$$

Mit den Laméschen Konstanten  $\lambda_{t+\Delta t}$  und  $\mu_{t+\Delta t}$

$$\lambda_{t+\Delta t} = \frac{E_{t+\Delta t} \nu_{t+\Delta t}}{(1 + \nu_{t+\Delta t})(1 - 2\nu_{t+\Delta t})} \quad (5.34)$$

$$\mu_{t+\Delta t} = \frac{E_{t+\Delta t}}{2(1 + \nu_{t+\Delta t})} \quad (5.35)$$

gilt dabei für den Kompressionsmodul  $\kappa$  zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$ :

$$\kappa_{t+\Delta t} = \lambda_{t+\Delta t} + \frac{2}{3}\mu_{t+\Delta t} = \frac{E_{t+\Delta t}}{3(1 - 2\nu_{t+\Delta t})}. \quad (5.36)$$

Für den Fall des axialsymmetrischen Spannungszustandes gilt für die Diagonalmatrix  $\mathbf{I}_0$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & & & & \\ & 2 & & & \\ & & 2 & & \\ & & & 1 & \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

und für den Fall des dreidimensionalen Spannungszustandes

$$\mathbf{I}_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ & 2 & & & & \\ & & 2 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.38)$$

Die Fließbedingung ergibt sich zu:

$$F_{t+\Delta t}^{ts}(\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}, T_{t+\Delta t}, V_{t+\Delta t}^{(k)}, \boldsymbol{\epsilon}_t^p) = |\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}| - R_{F,t+\Delta t} \quad (5.39)$$

mit

$$\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts} = \mathbf{s}_{t+\Delta t}^{ts} - \boldsymbol{\alpha}'_t \quad (5.40)$$

$$R_{F,t+\Delta t} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_{F,t+\Delta t} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_{Y,t+\Delta t} + H_{iso,t+\Delta t} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_t^p) \quad (5.41)$$

$$\mathbf{s}_{t+\Delta t}^{ts} = \boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{ts} - \mathbf{m} p_{t+\Delta t}^{ts} \quad (5.42)$$

$$p_{t+\Delta t}^{ts} = \frac{1}{3} \mathbf{m}^T \boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{ts} \cdot \quad (5.43)$$

Ist  $F_{t+\Delta t}^{ts}(\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}, T_{t+\Delta t}, V_{t+\Delta t}^{(k)}, \boldsymbol{\epsilon}_t^p) \leq 0$ , so ist der Spannungszustand zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  elastisch und alle Spannungen werden den Versuchsspannungen gleichgesetzt. Es gilt:

$$\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t} = \boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{ts} \cdot \quad (5.44)$$

**Zweiter Operator - Plastischer Korrektur** Gilt jedoch  $F_{t+\Delta t}^{ts}(\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}, T_{t+\Delta t}, V_{t+\Delta t}^{(k)}, \boldsymbol{\epsilon}_t^p) > 0$ , so ist eine Korrektur um die inelastischen Terme erforderlich. Dabei sind zunächst der Normalenvektor sowie der Proportionalitätsfaktor zu bestimmen. Da in dieser Arbeit sowohl bei der isotropen als auch bei der kinematischen Verfestigung lineare Verfestigungsregeln angenommen wurden, kann bei der Berechnung des Proportionalitätsfaktors auf eine Iteration verzichtet und dieser direkt berechnet werden [78, 136]:

$$\mathbf{n}_{t+\Delta t} = \frac{\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}}{|\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}|} \quad (5.45)$$

$$\Delta\lambda_{t+\Delta t} = \frac{F_{t+\Delta t}^{ts}(\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}, T_{t+\Delta t}, V_{t+\Delta t}^{(k)}, \boldsymbol{\epsilon}_t^p)}{2\mu_{t+\Delta t} + \frac{1}{3}(H_{iso} + H_{kin})_{t+\Delta t}} = \frac{|\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}| - R_{F,t+\Delta t}}{2\mu_{t+\Delta t} + \frac{1}{3}(H_{iso} + H_{kin})_{t+\Delta t}} \cdot \quad (5.46)$$

Damit ergeben sich die Spannungen und Dehnungen zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  zu

$$\mathbf{s}_{t+\Delta t} = \mathbf{s}_{t+\Delta t}^{ts} - 2\mu_{t+\Delta t} \Delta\lambda_{t+\Delta t} \mathbf{n}_{t+\Delta t} \quad (5.47)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t} = \mathbf{s}_{t+\Delta t} + \mathbf{m}^T p_{t+\Delta t}^{ts} \quad (5.48)$$

$$\boldsymbol{\alpha}'_{t+\Delta t} = \boldsymbol{\alpha}'_t + \frac{2}{3} H_{kin,t+\Delta t} \Delta\lambda_{t+\Delta t} \mathbf{n}_{t+\Delta t} \quad (5.49)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}^p = \boldsymbol{\epsilon}_t^p + \Delta\lambda_{t+\Delta t} \mathbf{n}_{t+\Delta t} \quad (5.50)$$

$$\epsilon_{t+\Delta t}^p = \epsilon_t^p + \sqrt{\frac{2}{3}} \Delta\lambda_{t+\Delta t} \cdot \quad (5.51)$$

Im Rahmen der inelastischen Spannungsberechnung mit dem beschriebenen Operator-Split-Verfahren besteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen. Bei der FE-Methode entstehen nichtlineare Gleichungssysteme für Knotenverschiebungen, welche in ABAQUS mit dem Newton-Raphson-Verfahren gelöst werden. Hierfür sind tangentielle Elementsteifigkeitsmatrizen zu ermitteln, die wiederum die Berechnung des elastoplastischen Tangentenoperators erfordern, der im Gegensatz zum elastoplastischen Deformationstensor

(Gleichung (3.129)) mit dem beschriebenen Operator-Split-Verfahren konsistent ist, um die quadratische Konvergenz des Newton-Raphson-Verfahrens zu sichern. Für den konsistenten elastoplastischen Tangentenoperator folgt [78, 136]

$$\mathbf{D}_{t+\Delta t}^{ep} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}}{\partial \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{t+\Delta t}} \quad (5.52)$$

$$\mathbf{D}_{t+\Delta t}^{ep} = \kappa_{t+\Delta t} \mathbf{m} \mathbf{m}^T + 2\mu_{t+\Delta t} \vartheta_{t+\Delta t} \left( \mathbf{I}_0 - \frac{1}{3} \mathbf{m} \mathbf{m}^T \right) - 2\mu_{t+\Delta t} \bar{\vartheta}_{t+\Delta t} \mathbf{n}_{t+\Delta t} \mathbf{n}_{t+\Delta t}^T, \quad (5.53)$$

wobei gilt

$$\vartheta_{t+\Delta t} = 1 - \frac{2\mu_{t+\Delta t} \Delta \lambda_{t+\Delta t}}{|\boldsymbol{\xi}_{t+\Delta t}^{ts}|} \quad (5.54)$$

$$\bar{\vartheta}_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{(H_{iso} + H_{kin})_{t+\Delta t}}{3\mu_{t+\Delta t}}} - (1 - \vartheta_{t+\Delta t}). \quad (5.55)$$

## 5.3 Dauerfestigkeitsanalyse

### 5.3.1 Allgemeine Bemerkungen

Basierend auf den User-Subroutinen UMAT und URDFIL erfolgte die Implementation des in dieser Arbeit erstellten Konzeptes für die Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile. Eine Übersicht ist in Bild 5.7 dargestellt. Der Einfluss der Spannungsmehrachsigkeit wird durch das Schwingfestigkeitskriterium nach Dang Van für den Sonderfall der nicht-phasenverschobenen Beanspruchung mit sich nicht ändernden Hauptachsen berücksichtigt. Wie im Fall aller vorgestellten Teilanalysen des Einsatzhärtens bildet das FE-Modell der Diffusionsanalyse den Ausgangspunkt. Über ein benutzerdefiniertes Input File werden zu Beginn der Dauerfestigkeitsanalyse deren Parameter wie

- Größe der Fehlstellen für die Bauteiloberfläche und das Bauteilvolumen sowie jeweiliger Weibull-Exponent,
- Berechnungsansatz für die Wechselfestigkeit,
- Berechnungsansatz für die Mittelspannungsempfindlichkeit,
- Oberflächentopografie und zu berücksichtigender Berechnungsansatz,

sowie die in ABAQUS-Standard Result Files als fiktive Temperaturen der FE-Knoten hinterlegten Eigenspannungs- und Anlasshärteverteilungen des Bauteils (als Anfangsbedingung (INITIAL CONDITION, TYPE=FIELD) im ABAQUS-Standard Input File) eingelesen. Die Überlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils wird ausgehend von Ausfallwahrscheinlichkeiten der FE-Knoten bestimmt (Abschnitt 4.7). Hierbei ist die Ermittlung von Teiloberflächen, Teilvolumina (Abschnitt 5.3.2) sowie der Auslastungsgrade der Schubwechselfestigkeit der FE-Knoten erforderlich. Diese Ergebnisse werden entsprechend Bild 5.7 in einem ABAQUS-Standard Result File abgespeichert. Durch die User-Subroutine URDFIL, die den Zugriff auf die Ergebnisse des ABAQUS-Standard Result File

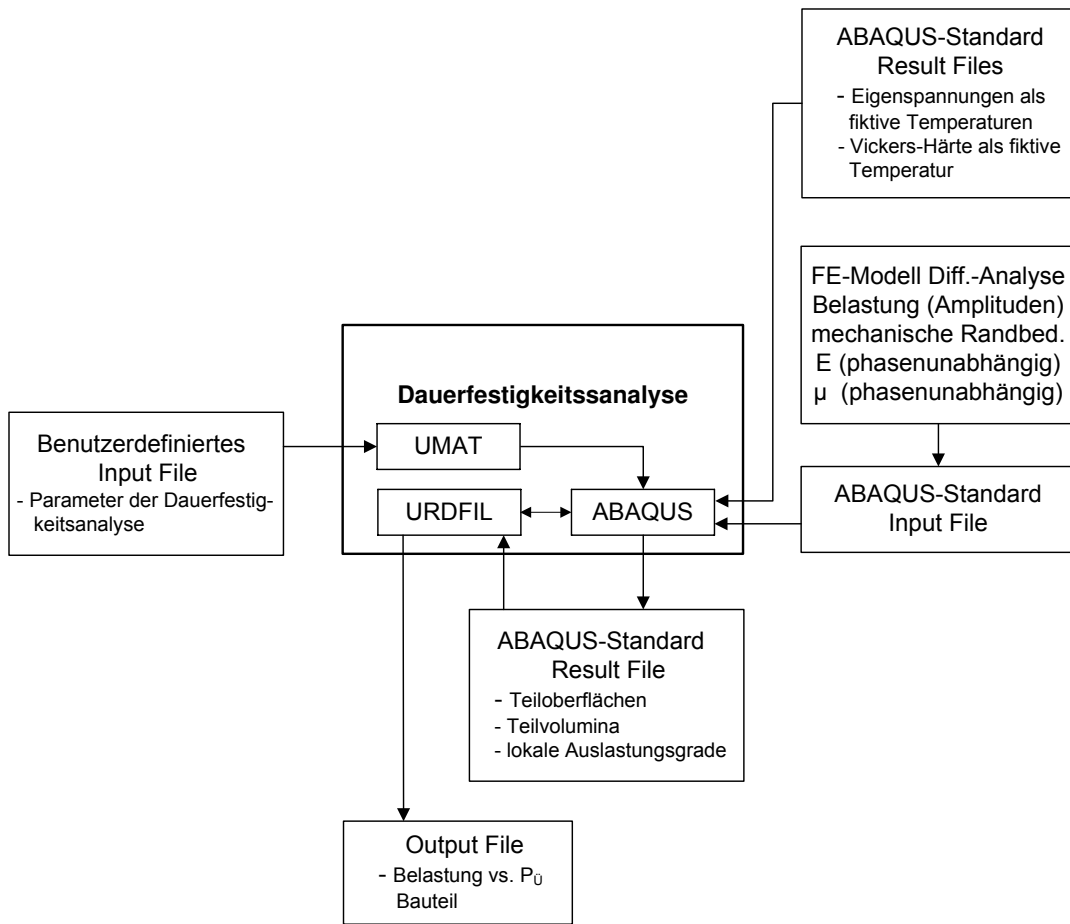


Bild 5.7. Implementation des Dauerfestigkeitskonzepts einsatzgehärteter Bauteile

ermöglicht, wird nach jedem Analyseinkrement die Überlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils bestimmt.

### 5.3.2 Berechnung der Teiloberflächen und Teilvolumina

#### 5.3.2.1 Einführung

Die Anwendung des Fehlstellenmodells zur Dauerfestigkeitsabschätzung erfordert die Bildung der Wertepaare *Volumen-Spannung* sowie *Oberfläche-Spannung* und damit die Zuordnung von Volumen sowie Oberfläche zu den Stützstellen der Spannung, wie den Elementintegrationspunkten oder den FE-Knoten.

Für die FE-Methode existieren für diese Zuordnung eine Reihe von speziellen FE-Postprozessoren [138–140]. Diese FE-Postprozessoren unterliegen jedoch Einschränkungen bezüglich der Wahl des FE-Programms, der Elemente sowie des Zuordnungsbereiches (Oberfläche oder Volumen).

Von Diemar e.a. [141] wurde die Methode SPIEL entwickelt, welche keinerlei Einschränkungen besitzt und universell für jeden FE-Code anwendbar ist. Diese Methode, welche bisher für die FE-Programme ABAQUS [132] und ANSYS [142] verifiziert wurde [143, 144], wird nachfolgend vorgestellt.

### 5.3.2.2 Die Methode SPIEL

Durch die Methode SPIEL werden die Wertepaare Volumen-Spannung sowie Oberfläche-Spannung der FE-Knoten gebildet. Um für jeden FE-Knoten das entsprechende Teilvolumen sowie die entsprechende Teiloberfläche zu bestimmen, werden dabei geeignete Einheitslastfälle generiert.

Der Einheitslastfall für die Ermittlung der den FE-Knoten zugeordneten Teilvolumina  $V_i$  ( $i = 1, 2, m$ ) besteht aus den folgenden Komponenten:

- Alle Verschiebungskomponenten  $u_i$  der gesamten FE-Struktur der Beanspruchungsanalyse werden zu null gesetzt.
- Auf die gesamte FE-Struktur wird als Belastung eine Einheitsbeschleunigung von  $a_E = 1$  in einer globalen, kartesischen Koordinatenrichtung aufgebracht. Die Dichte  $\rho$  wird dabei zu eins gesetzt.

Die Reaktionskraft  $RF_i$  des FE-Knotens  $i$  in Wirkrichtung der Einheitsbeschleunigung  $a_E$  entspricht dem Produkt aus dem Teilvolumen  $V_i$ , der Einheitsbeschleunigung  $a_E$  und der Dichte  $\rho = 1$ , so dass für das Teilvolumen  $V_i$  des FE-Knotens  $i$  gilt:

$$V_i = \frac{RF_i}{(a_E = 1)(\rho = 1)} = RF_i . \quad (5.56)$$

Das Gesamtvolumen  $V$  des Bauteils kann durch Summation der Teilvolumina  $V_i$  gebildet werden.

Analog ist ein Einheitslastfall zur Ermittlung der Teiloberflächen  $A_i$  ( $i = 1, 2, m$ ) bestehend aus folgenden Komponenten zu definieren:

- Alle Verschiebungskomponenten  $u_i$  der gesamten FE-Struktur der Beanspruchungsanalyse werden zu null gesetzt.
- Auf die zu analysierende Oberfläche wird als Belastung der Einheitsdruck  $p_E = 1$  aufgebracht.

Nur für die Oberflächenknoten ergeben sich Reaktionskräfte, alle übrigen Knoten besitzen keine Reaktionskräfte. Der Betrag der räumlich resultierenden Auflagerkraft eines Oberflächenknotens  $|RF_i|$  entspricht dem Produkt aus der Teiloberfläche  $A_i$  und dem Einheitsdruck  $p_E$ , so dass für die Teiloberfläche  $A_i$  des FE-Knotens  $i$  gilt:

$$A_i = \frac{|RF_i|}{(p_E = 1)} = |RF_i| . \quad (5.57)$$

Die Gesamtoberfläche  $A$  des Bauteils kann durch Summation der Teiloberflächen  $A_i$  gebildet werden.

Im Fall der Axialsymmetrie wird bei der Integration über die Außenkontur (Modellierungsbereich) die Oberfläche und bei der Integration über die halbe Querschnittsfläche das Volumen errechnet.

### 5.3.2.3 Die Wahl geeigneter Finiter Elemente

Die Umrechnung der Oberflächen- und Volumenkräfte zu Knotenkräften erfolgt bei FE-Programmen unter Nutzung der Ansatzfunktion der Elemente. Zur Berechnung der lokalen Kenngrößen Oberfläche  $A_i$  und Volumen  $V_i$  mit der beschriebenen Methode ist es erforderlich, die Spezifika dieser Aufteilung

(Wichtung) zu kennen. Für die in ABAQUS verfügbaren Elemente 1. und 2. Ordnung können unter der Voraussetzung konstanter Oberflächen- und Volumenlasten folgende allgemeingültige Aussagen gemacht werden.

- Isoparametrische Elemente 1. Ordnung (z.B. S3, CPE4, CPS4, C3D4, C3D8, CAX4)

Mit der beschriebenen Methode ist es möglich, jedem FE-Knoten eines Elementes 1. Ordnung eine Teiloberfläche bzw. Teilvolumen zuzuweisen. Aufgrund der Ansatzfunktion können jedoch nur konstante Spannungen innerhalb eines Elementes und die Kontur des betrachteten Bauteils nur facettiert abgebildet werden. Um Spannungsgradienten ausreichend genau abbilden zu können, ist bei der Verwendung dieser Elemente eine erhebliche Netzfeinheit notwendig.

- Isoparametrische Elemente 2. Ordnung

Im Fall von Shell- und Hexaederelementen (S8R, C3D20) ergeben sich für die Eckknoten bei der Bestimmung von Teiloberfläche oder Teilvolumen Auflagerkräfte, deren Wirkrichtung nicht der der Mittelknoten entspricht. Ohne Richtungsbewertung der Mittel- und Eckknoten würde die zum jeweiligen Element gehörende Fläche überschätzt werden, da lediglich der Betrag des Auflagerkraftvektors betrachtet würde (Gleichung (5.57)). Die Auflagerkräfte zur Bestimmung der Teiloberflächen sind daher getrennt für die Mittel- und Eckknoten auszugeben und bezüglich ihrer Richtung zu bewerten (Vorzeichenwechsel). Diese Vorgehensweise ist zur Bestimmung der Teilvolumina nicht notwendig, denn die Summe aller Elementknotenkräfte in Wirkrichtung des Einheitslastfalles entspricht dem Elementvolumen. Bei Verwendung von Quad-Elementen CPE8 und CPS8, axialsymmetrischen Elementen CAX8 sowie Tetraederelementen C3D10 treten die beschriebenen Wirkrichtungsunterschiede der Auflagerkräfte zwischen Mittel- und Eckknoten lediglich im Einheitslastfall zur Bestimmung der Teilvolumina auf.

Die Auflagerkräfte der Eckknoten sind bei Verwendung von Tetraederelementen C3D10 für den Einheitslastfall zur Bestimmung der Teiloberflächen, sowie im Fall von Dreieckselementen STRI65 für beide Einheitslastfälle gleich null. Dabei entspricht die Summe der Auflagerkräfte der Mittelknoten dem Anteil des Elementes an der Oberfläche bzw. am Volumen der Struktur. Für Dreieckselemente CPE6 und CPS6 sowie axialsymmetrische Elemente CAX6 sind die Auflagerkräfte der Eckknoten nur für den Einheitslastfall zur Bestimmung der Teilvolumina gleich null, für den Einheitslastfall zur Bestimmung der Teiloberflächen sind die Auflagerkräfte an den Eckknoten ungleich null und mit denen der Mittelknoten gleichgerichtet.

Bei Verwendung der speziell für Kontaktprobleme konzipierten modifizierten Elemente C3D10M sind die Auflagerkräfte der Eckknoten beider Einheitslastfälle ungleich null, Wirkrichtungsunterschiede zwischen den Eck- und Mittelknoten bestehen nicht. Gleiches gilt für die modifizierten Dreieckselemente CPE6M, CPS6M, CAX6M sowie das Shellelement S8R5.

Die dargelegten Unterschiede besitzen auch für die jeweilige Hybridvariante bzw. Variante mit reduzierter Integration des Elementes Gültigkeit und sind in der Tabelle 5.1 noch einmal zusammengestellt.

**Tabelle 5.1.** Unterschiede bei der Verwendung von Elementen 2. Ordnung

Elementtyp	Einheitslastfall Teiloberflächen	Einheitslastfall Teilvolumina	
Solid	C3D20	1	
	CPE8	2	
	CPS8	2	
	CAX8	2	
	C3D10	3	
	CPE6	4,2	
	CPS6	4,2	
	CAX6	4,2	
	C3D10M	4,2	4,2
	CPE6M	4,2	4,2
	CPS6M	4,2	4,2
	CAX6M	4,2	4,2
Shell	S8R	1	
	STRI65	3	
	S8R5	4,2	

1: Wirkrichtungsunterschiede der Auflagerkräfte von Eck- und Mittelknoten  
2: keine Wirkrichtungsunterschiede der Auflagerkräfte von Eck- und Mittelknoten  
3: Auflagerkräfte der Eckknoten gleich null  
4: Auflagerkräfte der Eckknoten ungleich null

## 6 Berechnungsbeispiele

Auf der Basis des in dieser Arbeit entwickelten Subroutine-Systems ANTRI werden in diesem Kapitel verschiedene Beispiele für die Simulation des Einsatzhärtens sowie für die Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile gegeben. Im ersten Beispiel wird die Simulation der Einsatzhärtung eines Zylinders ausführlich vorgestellt und wesentliche Simulationsergebnisse den jeweils gemessenen Werten gegenübergestellt. Im zweiten und dritten Beispiel wird an bauteilähnlichen Proben, einer innendruckbeanspruchten abgesetzten Bohrung sowie einer biegebeanspruchten Welle mit Querbohrung, neben der Simulation der Wärmebehandlung auch die Dauerfestigkeitsabschätzung vorgestellt und den experimentellen Ergebnissen gegenübergestellt.

Die innerhalb der Simulation des Einsatzhärtens verwendeten thermophysikalischen und thermomechanischen Werkstoffkennwerte sowie Parameter der Randbedingungen sind in den Anhängen A.1 bis A.3 aufgeführt.

### 6.1 Einsatzhärtung eines Zylinders

#### 6.1.1 Allgemeine Angaben

Als erstes Beispiel soll die Simulation der Einsatzhärtung des zylindrischen Bereiches  $\varnothing$  25 mm der in [13] experimentell untersuchten Biegeprobe mit Absatz vorgestellt werden. Die Biegeprobe wurde aus dem Einsatzstahl 20MnCr5 gefertigt. Dessen chemische Zusammensetzung kann der Tabelle 6.1 entnommen werden [13].

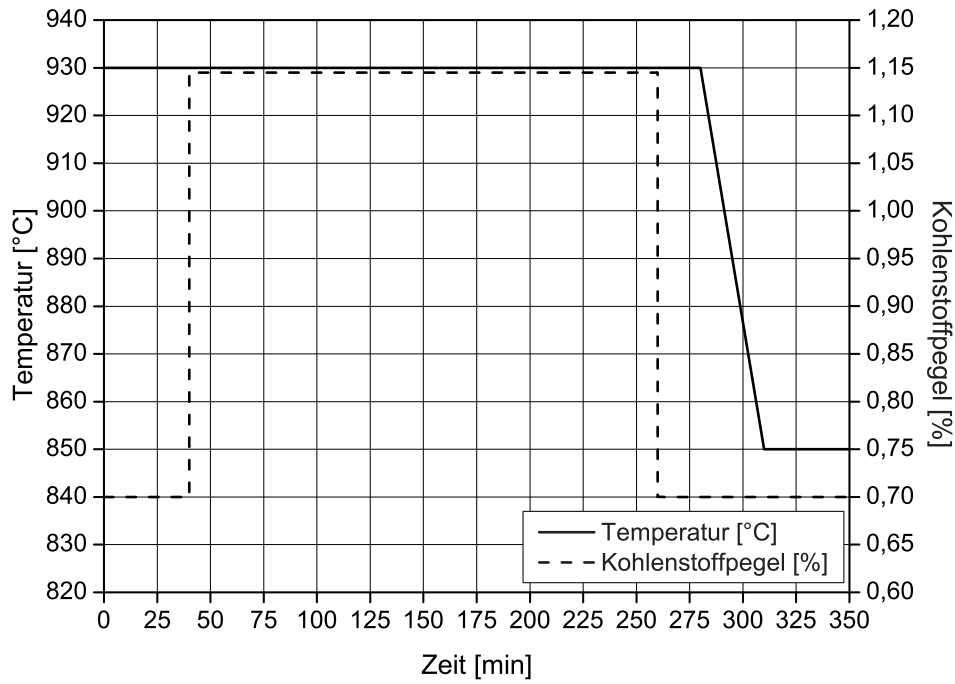
Legierungselement	Masse-%
C	0,175
Si	0,175
Mn	1,221
Cr	1,236
Ni	0,102
Mo	0,039
Al	0,043
Cu	0,208
P	0,026

**Tabelle 6.1.** Berücksichtigte chemische Zusammensetzung des Einsatzstahles 20MnCr5 [13]

Innerhalb der Wärmebehandlung sollte eine Einsatzhärtungstiefe von 0,70 mm erreicht werden. Als Aufkohlungsverfahren wurde das zweistufige Gasaufkohlen angewendet. Im Bild 6.1 sind die zeitlichen Verläufe der Temperatur sowie des Kohlenstoffpegels während der Aufkohlung dargestellt.



## 6.1 Einsatzhärtung eines Zylinders

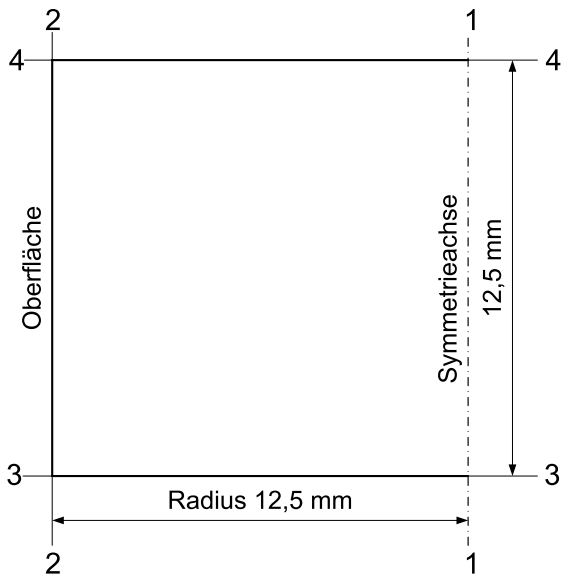


**Bild 6.1.** Zeitliche Verläufe von Temperatur und Kohlenstoffpegel

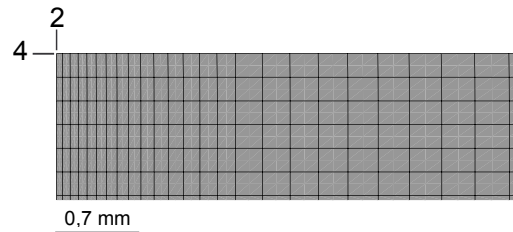
Das anschließende Abschrecken bei einer Temperatur von 850 °C erfolgte in Öl mit einer Temperatur von 110 °C. Im Anschluss an das Abschrecken wurden die Biegeproben bei 170 °C angelassen.

Zur quantitativen Erfassung des Einflusses der Randoxidation wurde in den jeweiligen Teilanalysen eine Verarmung der Legierungselemente Si, Mn, Cr auf 20 % der ursprünglichen Konzentration berücksichtigt.

Im Bild 6.2 ist das axialsymmetrische FE-Modell des Zylinders dargestellt. Die Symmetrieachse des FE-Modells bildet die Achse 1-1. Einen Ausschnitt des in allen Teilanalysen verwendeten FE-Netzes zeigt das Bild 6.3.



**Bild 6.2.** Axialsymmetrische Diskretisierung des Zylinders



**Bild 6.3.** Ausschnitt des FE-Netzes des Zylinders

Der Einfluss der Randoxidation wurde ausschließlich innerhalb der ersten Elementlage (Elementbreite  $50 \mu\text{m}$ ) parallel zur Achse 2-2 berücksichtigt. Eine Zusammenstellung der wesentlichen Geometriedaten des FE-Netzes sowie der innerhalb der Teilanalysen verwendeten Elementtypen enthält die Tabelle 6.2.

**Tabelle 6.2.** FE-Netz des Zylinders, Geometriedaten und Elementtyp der Teilanalysen

Geometriedaten	Elementtyp		
Knoten	8.722	Diffusionsanalyse	DCAX8
Elemente	2.835	Gekoppelte thermische Analyse und	DCAX8
Elemente innerhalb der	9	Phasentransformationsanalyse	
Einsatzhärteschicht		Eigenstressanalyse	CAX8H

### 6.1.2 Diffusionsanalyse

#### 6.1.2.1 Modellierung

Im Abschnitt 5.2.2 ist bereits auf die Möglichkeit der Modellierung der Kohlenstoffgrundkonzentration als Anfangsbedingung sowie auf die Erfassung des Stoffaustausches zwischen der aufzukohlenden Oberfläche und dem Aufkohlungsgas über eine Randbedingung 3. Art hingewiesen worden. Eine Randbedingung 3. Art wurde unter Berücksichtigung eines Stoffübergangskoeffizienten der Aufkohlungsatmosphäre von  $\beta = 1,25 \times 10^{-4} \text{ mm/s}$  [18, 52] entlang der Achse 2-2 definiert (Bild 6.2). Die Massenstromdichte senkrecht zu den Achsen 3-3 und 4-4 ist gleich null. Folglich wurde entlang dieser Achsen eine Randbedingung 2. Art definiert. Aus numerischen Gründen betrug dabei die Massenstromdichte des Kohlenstoffs normal zur Oberfläche  $j_C^{(A)} = 1e - 15$ . Der Diffusionskoeffizient wurde temperatur- und kohlenstoffkonzentrationsabhängig nach Goldstein [145] definiert (Anhang A.1).

#### 6.1.2.2 Ergebnisse

Im Bild 6.4 sind beginnend an der Oberfläche des Zylinders in radialer Richtung die simulierten Kohlenstoffverlaufskurven nach der 1. und der 2. Aufkohlungsstufe dargestellt. Beiden gemeinsam ist, dass die Randkohlenstoffgehalte am Ende der jeweiligen Aufkohlungsstufe nicht die Kohlenstoffkonzentrationen der Aufkohlungsatmosphäre erreichen. Dies ist zum einen auf die Erhöhung der Aktivität des Kohlenstoffs, hervorgerufen durch die Verarmung der Legierungselemente Mn, Cr infolge Randoxidation, zum anderen auf die geringe Prozessdauer zurückzuführen. Wie im Abschnitt 2.3.1 erläutert wurde, wird durch das Absenken des Kohlenstoffpegels innerhalb der 2. Aufkohlungsstufe der Randkohlenstoffgehalt gesenkt und damit die Aufkohlungstiefe vergrößert.

### 6.1.3 Thermische Analyse und Phasentransformationsanalyse

#### 6.1.3.1 Modellierung

Innerhalb der thermischen Analyse ist in Analogie zur Diffusionsanalyse die Härtetemperatur über die Formulierung einer Anfangsbedingung erfasst worden. Entlang der Achse 2-2 (Bild 6.2) wurde

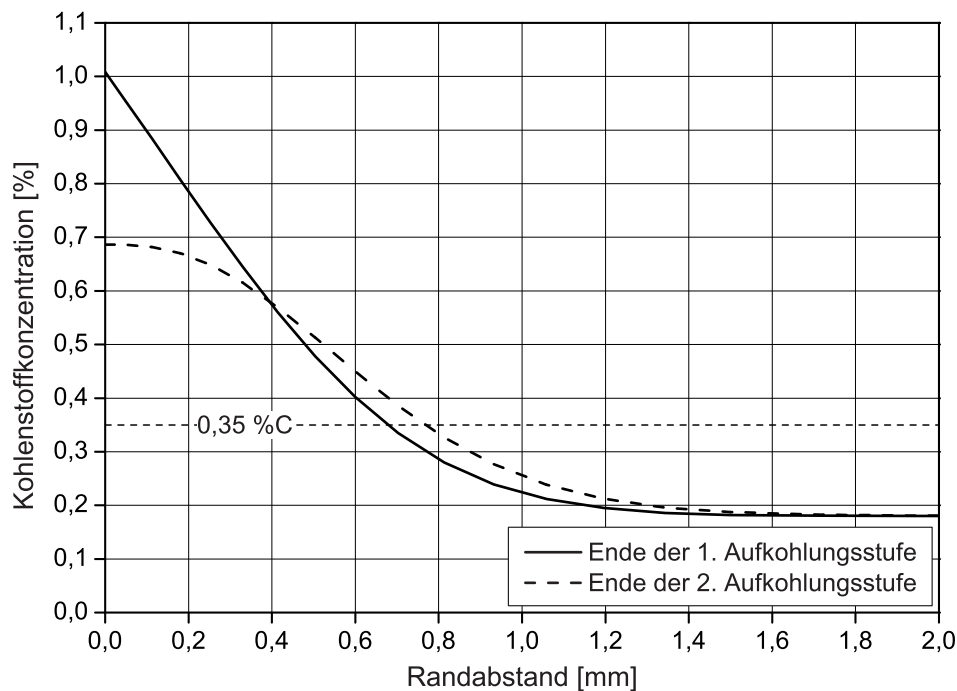


Bild 6.4. Simulierte Kohlenstoffverlaufskurven

eine Randbedingung 3. Art definiert. Die dabei berücksichtigte temperaturabhängige Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  des Abschrecköles zeigt das Bild A.8 [146] des Anhanges. Unter der Annahme, dass die Wärmestromdichte senkrecht zu den Achsen 3-3 und 4-4 gleich null ist, wurde diesen eine Randbedingung 2. Art zugewiesen.

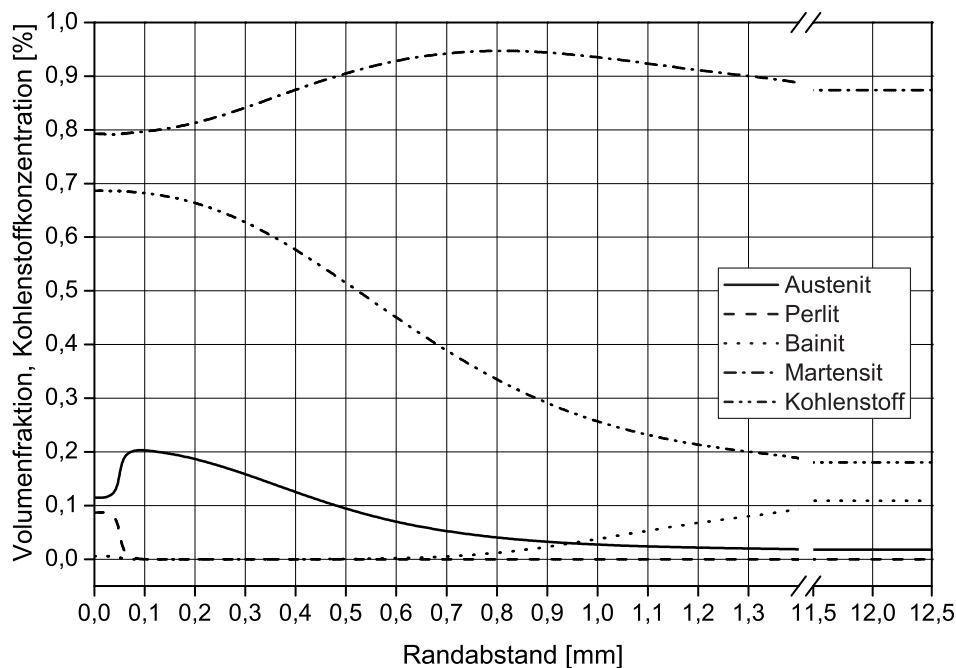
Basierend auf dem reaktionskinetischen Modell von Li e.a. [55] sind die innerhalb der Phasentransformationsanalyse verwendeten ZTU-Daten unter Berücksichtigung einer Austenitkorngröße von  $d_\gamma = 22,1 \mu\text{m}$  bestimmt worden. Diese wurde metallografisch bestimmt.

### 6.1.3.2 Ergebnisse

Entlang des beschriebenen Auswertungspfades der Diffusionsanalyse sind im Bild 6.5 die simulierten Verläufe der Phasen sowie die Kohlenstoffverlaufskurve am Ende der 2. Aufkohlungsstufe dargestellt.

Der Randbereich des Zylinders, für den eine Verarmung der Legierungselemente Si, Mn, Cr infolge einer Randoxidation berücksichtigt wurde, beginnt sich bereits in der Perlit- und Zwischenstufe umzuwandeln. Am äußeren Rand des Zylinders beträgt der Anteil des Perlits am Gesamtgefüge 10 % und der des Bainits 1 %. Dieses Simulationsergebnis wird durch experimentelle Untersuchungen bestätigt [29]. Der Anteil des nicht vollständig umgewandelten Austenits (Restaustenit) beträgt 11 % und der des Martensits 78 %.

Der sich anschließende Bereich mit einem Randabstand zwischen 0,1 und 0,6 mm ist durch eine alleinige Umwandlung in der Martensitstufe charakterisiert. Wie vollständig die Umwandlung des Austenits in dieser Umwandlungsstufe bei einer Abkühlung bis auf Raumtemperatur ist, wird von der Höhe der Kohlenstoffkonzentration beeinflusst. Je höher die Kohlenstoffkonzentration, desto niedriger ist die Martensitstarttemperatur und damit auch die Temperaturdifferenz für eine Um-



**Bild 6.5.** Simulierte Phasenverteilung und Kohlenstoffverlaufskurve am Ende der 2. Aufkohlungsstufe

wandlung des Austenits in Martensit. Hieraus folgt, dass der Gehalt des Restaustenits zu Beginn dieses Bereiches ein Maximum von 21 % aufweist. Mit größer werdendem Randabstand nimmt die Kohlenstoffkonzentration ab und damit auch der Gehalt des Restaustenits. Dieser beträgt am Ende dieses Bereiches bei einem Randabstand von 0,6 mm noch 7 %.

Die Abkühlgeschwindigkeit ist im Bereich ab 0,6 mm Randabstand so weit erniedrigt, dass die Umwandlung des Austenits bereits in der Zwischenstufe beginnt. In diesem Bereich nimmt anfänglich auch der Gehalt des Martensits zu und erreicht bei 0,8 mm ein Maximum von 95 %. Mit größer werdendem Randabstand nimmt die Volumenfraktion des Bainits zu und die des Martensits ab. An der Symmetrieachse des Zylinders beträgt der Anteil des Bainits am Gesamtgefüge 11 %, der des Martensits 87 % und der des Restaustenits 2 %.

Im Bild 6.6 sind die simulierten Verläufe der Abschreckhärte und der Anlasshärte dargestellt. Deutlich erkennbar ist im Fall beider Verläufe die verminderte Härte im Randbereich des Zylinders infolge der Randoxidation. Die Differenz beträgt im Fall der Abschreckhärte 23 HV und im Fall der Anlasshärte 15 HV. Die Einsatzhärtungstiefe beträgt nach dem Abschrecken  $Eht = 0,88$  mm und nach dem Anlassen  $Eht = 0,73$  mm

## 6.1.4 Eigenspannungsanalyse

### 6.1.4.1 Modellierung

Als mechanische Randbedingungen wurden entlang der Achse 4-4 (Bild 6.2) Loslager zur Behinderung der Verschiebung in axialer Richtung angebracht. Um Starrkörperbewegungen zu vermeiden, ist für den Schnittpunkt der Achse 4-4 mit der Symmetrieachse zusätzlich die Verschiebung in tangentialer Richtung behindert worden.

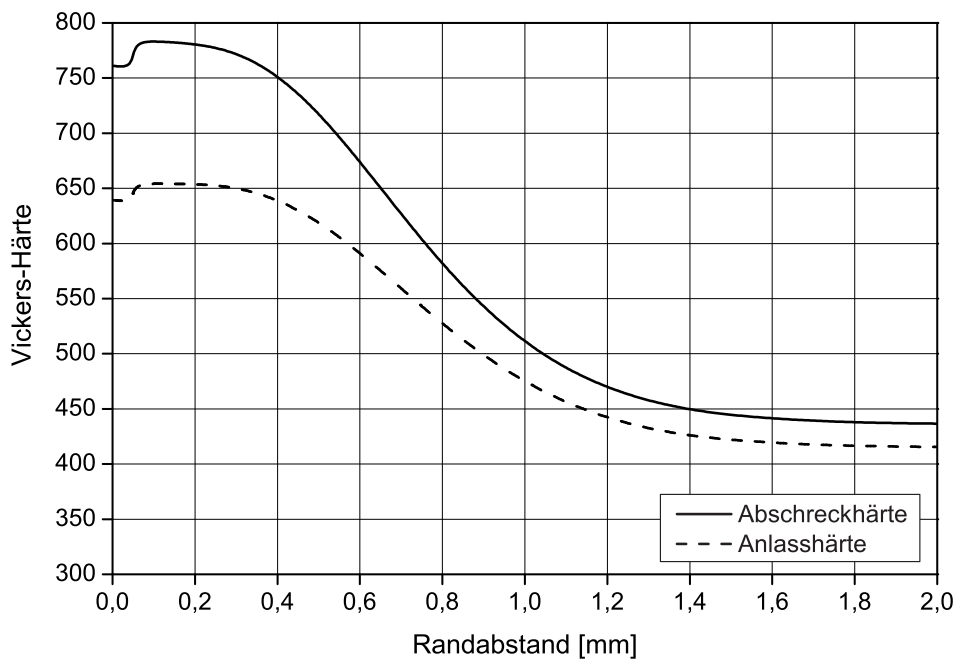


Bild 6.6. Simulierte Härte-Tiefe-Verläufe

Der Faktor zur Steuerung des Anteils der isotropen und der kinematischen Verfestigung betrug  $\beta = 0,5$ .

#### 6.1.4.2 Ergebnisse

Im Bild 6.7 sind für einen Pfad beginnend an der Oberfläche des Zylinders entlang der Achse 4-4 die simulierten Eigenspannungen in tangentialer, axialer sowie radialer Richtung dargestellt. Sie zeigen den für einsatzgehärtete Bauteile typischen Verlauf: Druckeigenspannungen in der Einsatzhärteschicht sowie vorrangig Zugeigenspannungen im Bauteilkern.

Bis zu einem Randabstand von 1,20 mm unterscheiden sich die Verläufe der tangentialen und axialen Eigenspannungen nur unwesentlich. An der Oberfläche des Zylinders betragen die Eigenspannungen in tangentialer Richtung -141 MPa und in axialer Richtung -150 MPa. Durch die Randoxidation werden diese Eigenspannungen in Richtung Zug verschoben, d.h. bei vollständiger Umwandlung des Randbereiches in der Perlitstufe würden an der Oberfläche Zugeigenspannungen auftreten. Das Minimum der tangentialen und axialen Eigenspannungen liegt bei einem Randabstand von 0,55 mm und beträgt in tangentialer Richtung -236 MPa und in axialer Richtung -230 MPa.

#### 6.1.5 Vergleich mit gemessenen Ergebnissen

Im Bild 6.8 ist ein Vergleich zwischen simulierten Ergebnissen und den jeweils gemessenen [13] dargestellt. Vergleichsgrundlage ist der jeweilige Auswertungspfad der Teilanalyse.

Das Bild 6.8 zeigt eine Gegenüberstellung der simulierten Kohlenstoffverlaufskurve mit nasschemisch bestimmten Messwerten. Zunächst kann festgestellt werden, dass die simulierte als auch die gemessene Aufkohlungstiefe sehr gut übereinstimmen. Im Bereich zwischen 0,1 und 0,4 mm können

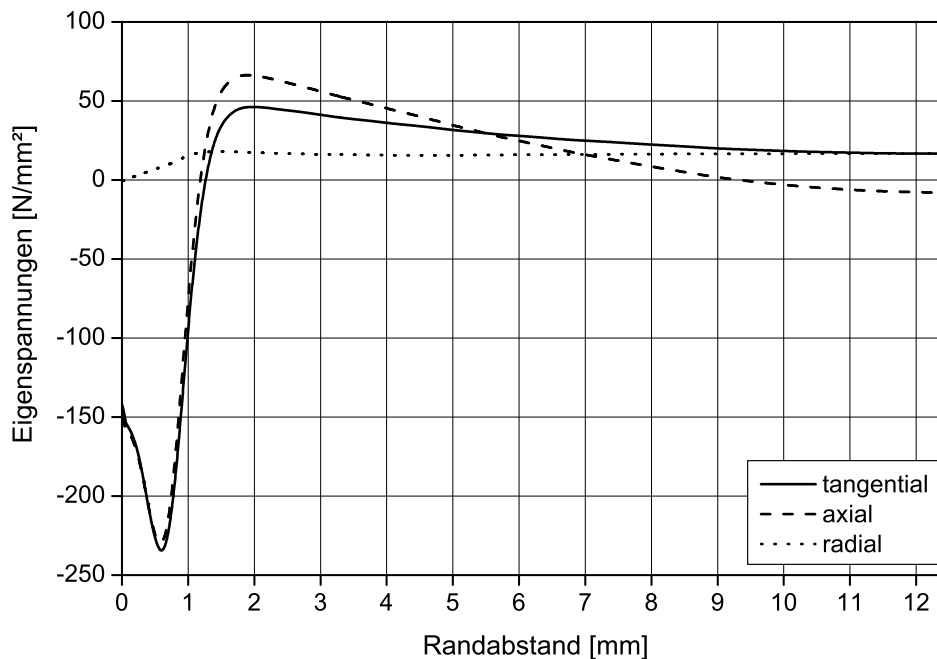


Bild 6.7. Simulierte Eigenspannungsverläufe

Abweichungen zwischen Simulation und Messung von ca. 10 % festgestellt werden.

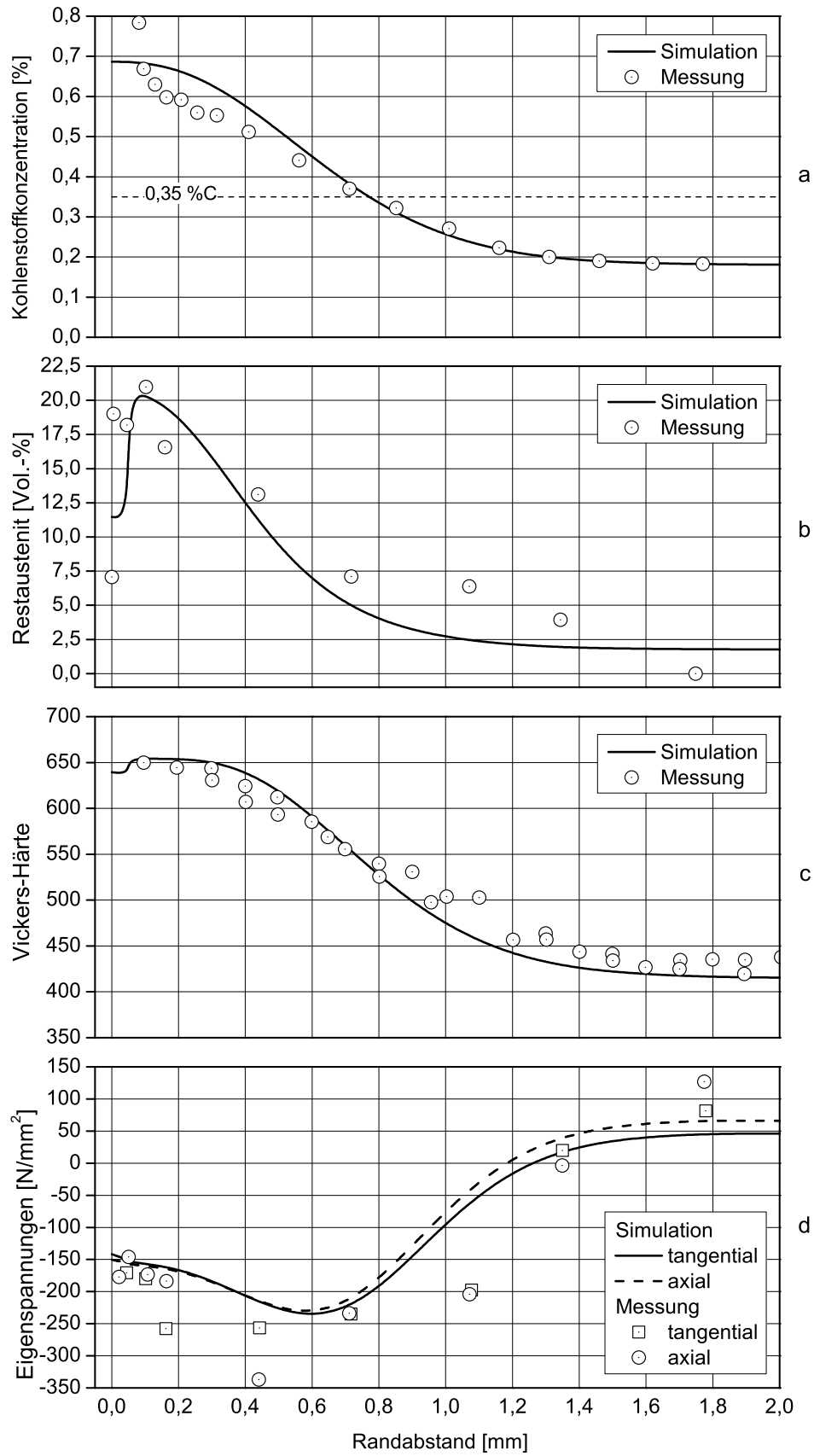
Die simulierten Restaustenitgehalte im Randbereich des Zylinders stimmen gut mit den gemessenen überein (Bild 6.8 b). Insbesondere die Verminderung des Restaustenitgehaltes an der Oberfläche, zurückzuführen auf die vorzeitige Umwandlung in der Perlitstufe, wird durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt. Mit zunehmendem Randabstand werden die Abweichungen größer und betragen bis zu 3,0 Vol.-%.

Im Bild 6.8 c ist ein Vergleich der simulierten und gemessenen Anlasshärten dargestellt. Für den Rand- und Kernbereich des Zylinders können nur geringe Unterschiede festgestellt werden. Im Übergangsbereich Einsatzhärteschicht - Kern des Zylinders betragen die Abweichungen bis zu 50 HV.

Die Eigenspannungsverläufe in tangentialer und radialer Richtung werden prinzipiell durch die durchgeführten Messungen bestätigt (Bild 6.8 d). Besonders im Rand- und Kernbereich des Zylinders bestehen nur geringe Unterschiede. Die an einzelnen Messpunkten mitunter auftretende größere Differenz zwischen tangentialer und axialer Eigenspannung kann für die simulierten Eigenspannungen nicht festgestellt werden. Die Abweichungen im Übergangsbereich Einsatzhärteschicht - Kern des Zylinders betragen bis zu 150 MPa.

Alle Abweichungen zwischen Simulation und Messung müssen vor dem Hintergrund der möglichen Messgenauigkeit und der Streuung der Messergebnisse bewertet werden. Insgesamt ist die Simulationsgenauigkeit hervorragend.

## 6.1 Einsatzhärtung eines Zylinders

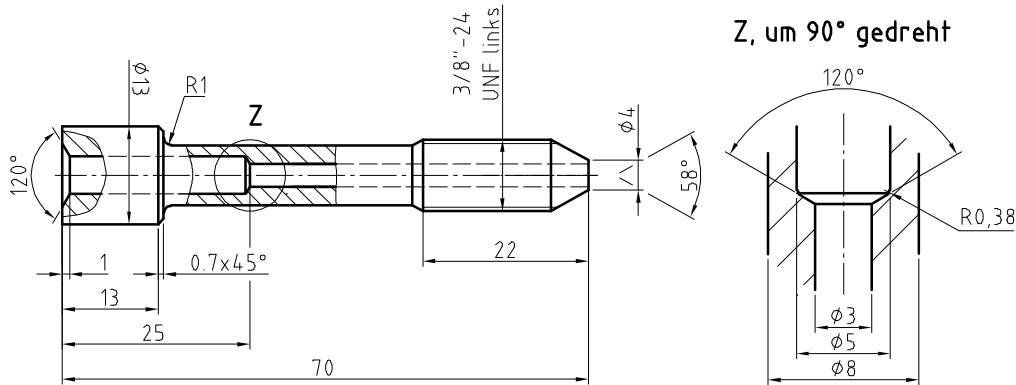


**Bild 6.8.** Vergleich simulierter und gemessener Ergebnisse

## 6.2 Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung

### 6.2.1 Allgemeine Angaben

Im zweiten Beispiel wird eine Dauerfestigkeitsabschätzung der in [16] experimentell untersuchten abgesetzten Bohrung (Bild 6.9) vorgestellt. Die abgesetzte Bohrung wurde durch einen schwellenden



**Bild 6.9.** Geometrie der abgesetzten Bohrung, Maße in [mm]

Innendruck beansprucht. Experimentell konnte eine mittlere Dauerfestigkeit von  $\Delta p_{D,exp} = 2.981$  bar ermittelt werden. Die Fertigung der abgesetzten Bohrung erfolgte aus dem Einsatzstahl 17CrNiMo6. Dessen chemische Zusammensetzung ist in der Tabelle 6.3 zusammengestellt [16].

Legierungselement	Masse-%
C	0,175
Mn	0,670
Cr	1,700
Ni	1,530
Mo	0,200
Si	n. e.
S	n. e.
P	n. e.

**Tabelle 6.3.** Berücksichtigte chemische Zusammensetzung des Einsatzstahles 17CrNiMo6 [16], n. e.: nicht ermittelt

Als Aufkohlungsverfahren wurde das Niederdruckaufkohlen mit Äthin und die anschließende Hochdruck-Gasabschreckung (Direkthärtung) angewendet, mit der Zielstellung einer Einsatzhärtungstiefe von 0,50 mm, eines Kohlenstoffrandgehaltes von 0,73 % sowie einer Oberflächenhärte von 750 HV. Durch das Aufbringen einer Abdeckpaste ist das Aufkohlen der Mantelfläche  $\varnothing 8$  mm vermieden worden. Die technischen Daten der Wärmebehandlung können der Tabelle 6.4 entnommen werden.

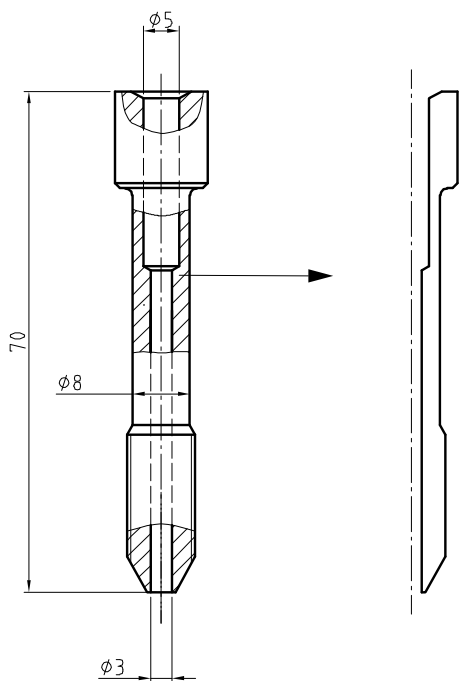
	Prozessparameter	Dauer [min]
Aufkohlung	T=930 °C	12
Diffusion	T=930 °C	70
Härten	T=830 °C, p=10 bar N <sub>2</sub>	-
Anlassen	T=160 °C	120

**Tabelle 6.4.** Technische Daten der Wärmebehandlung

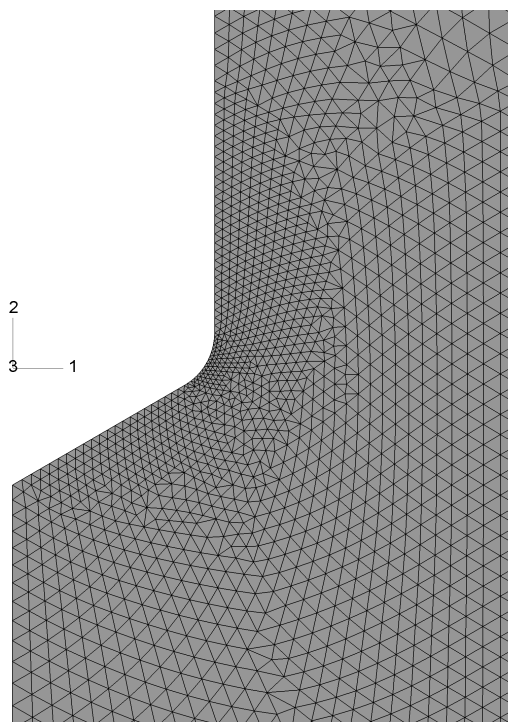


Im Fall der angegebenen Zeiten für die Aufkohlung und für die Diffusion handelt es sich um Gesamtzeiten. Innerhalb der Diffusionsanalyse sind die Zeitdauern des jeweiligen Aufkohlungs- bzw. Diffusionszyklus berücksichtigt worden [147].

Für die Simulation der Einsatzhärtung sowie für die Dauerfestigkeitsabschätzung wurde ein axialsymmetrisches FE-Modell verwendet. Dieses ist im Bild 6.10 dargestellt. Einen Ausschnitt des FE-Netzes im Kerbbereich zeigt das Bild 6.11, eine Zusammenstellung wesentlicher Geometriedaten des FE-Netzes sowie der innerhalb der Teilanalysen verwendeten Elementtypen enthält die Tabelle 6.5.



**Bild 6.10.** Axialsymmetrische Diskretisierung der abgesetzten Bohrung



**Bild 6.11.** Ausschnitt des FE-Netzes der abgesetzten Bohrung

**Tabelle 6.5.** FE-Netz der abgesetzten Bohrung, Geometriedaten und Elementtyp der Teilanalysen

Geometriedaten		Elementtyp	
Knoten	13.408	Diffusionsanalyse	DCAX6
Elemente	6.445	Gekoppelte thermische Analyse und	DCAX6
Kerbelement, $\Delta x_1$ [mm]	0,02	Phasentransformationsanalyse	
Kerbelement, $\Delta x_2$ [mm]	0,02	Eigenspannungsanalyse	CAX6H
		Beanspruchungsanalyse	CAX6M

## 6.2.2 Simulation der Einsatzhärtung

### 6.2.2.1 Modellierung

Entlang der gesamten Kontur der abgesetzten Bohrung ist innerhalb der Aufkohlungszyklen eine Randbedingung 1. Art definiert worden. Zur Berücksichtigung der Abdeckpaste im Bereich der

Mantelfläche  $\varnothing$  8 mm wurde dabei, von der Sättigungskonzentration (Abschnitt 5.2.2) abweichend, lediglich eine Kohlenstoffkonzentration in Höhe des Kohlenstoffgrundgehaltes berücksichtigt (Tabelle 6.3). Für die Diffusionszyklen wurde entlang der gesamten Kontur eine Randbedingung 2. Art definiert. Aus numerischen Gründen betrug dabei die Massenstromdichte des Kohlenstoffs normal zur Oberfläche von  $j_C^{(A)} = 1e - 15$ . Für den Diffusionskoeffizienten ist der temperatur- und kohlenstoffkonzentrationsabhängige Ansatz nach Tibbets [148] verwendet worden (Anhang A.1).

Innerhalb der thermischen Analyse wurde entlang der gesamten Kontur der abgesetzten Bohrung eine Randbedingung 3. Art definiert. Dabei ist für die äußere Kontur ein Wärmeübergangskoeffizient von  $\alpha = 600 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  berücksichtigt worden (Bild A.9). Die veränderten Strömungsverhältnisse während der Hochdruckgasabschreckung im Bereich der Axialbohrungen wurden durch einen verminderten Wärmeübergangskoeffizienten von  $\alpha = 450 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  in diesem Bereich erfasst. Die innerhalb der Phasentransformationsanalyse verwendeten ZTU-Daten wurden mit dem reaktionskinetischen Modell von Li e.a. [55] unter Berücksichtigung einer metallografisch bestimmten Austenitkorngröße von  $d_\gamma = 25 \text{ }\mu\text{m}$  ermittelt.

Zur Vermeidung von Starrkörperbewegungen innerhalb der Eigenspannungsanalyse ist für den 58 °-Dichtkonus (Bild 6.9) zusätzlich die Verschiebung in axialer und radialer Richtung behindert worden. Der Faktor für den Verfestigungsanteil betrug  $\beta = 0,5$ .

### 6.2.2.2 Ergebnisse

Im Bild 6.12 ist ein Flächenplot der simulierten Kohlenstoffverteilung im Kerbbereich dargestellt. Geometriebedingt treten große Unterschiede der Kohlenstoffrandkonzentration auf (Tabelle 6.6).

Eine Umwandlung des Austenits findet ausschließlich in der Martensitstufe statt. Die unterschiedlichen Randkohlenstoffgehalte wirken sich somit direkt auf die Restaustenitverteilung (Bild 6.13) und die Martensitverteilung (Bild 6.14) sowie indirekt auf die Verteilung der Anlasshärte (Bild 6.15) aus. Eine Gegenüberstellung wesentlicher Simulationsergebnisse für verschiedene Stellen erfolgt durch die Tabelle 6.6. Insgesamt kann festgestellt werden, dass für keine der gegenübergestellten Stellen alle Zielgrößen der Einsatzhärtung eingehalten wurden.

Die in den Bildern 6.16 bis 6.19 dargestellten Koordinateneigenspannungen  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  und  $\sigma_{33}$  sowie die Schubspannung  $\sigma_{12}$  zeigen deutliche Überhöhungen im Kerbbereich.

**Tabelle 6.6.** Vergleich wesentlicher Ergebnisse der Diffusions- und Phasentransformationsanalyse

Ort	$c_{\text{Rand}}$ [Masse-%]	Austenit (Volumenfraktion)	Martensit (Volumenfraktion)	Anlasshärte [HV]	Eht [mm]
Bohrung $\varnothing$ 5 mm	0,63	0,14	0,86	689	0,60
Bohrung $\varnothing$ 3 mm	0,61	0,12	0,88	683	0,57
Radius 0,38 mm	0,56	0,10	0,90	668	0,49
Kante $\varnothing$ 3 mm	0,75	0,24	0,76	698	0,83
Zielgrößen	0,73	-	-	750	0,5

## 6.2 Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung

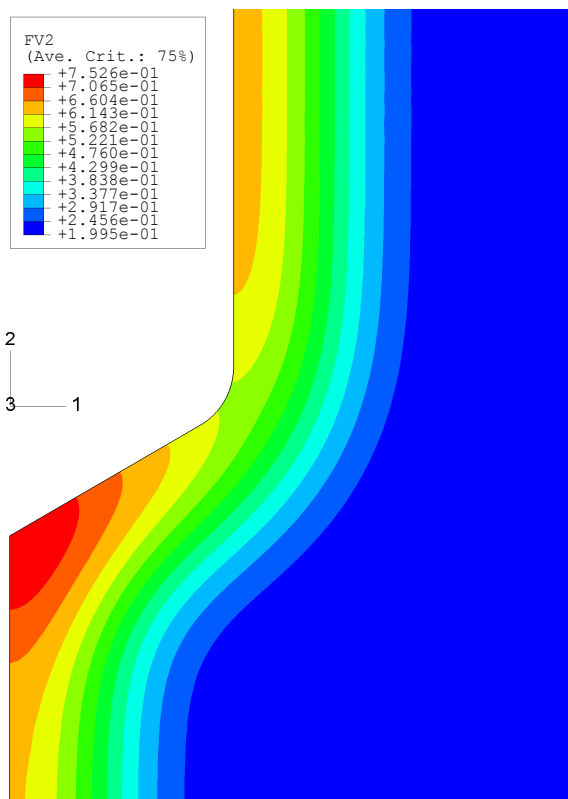


Bild 6.12. Simulierte Kohlenstoffverteilung [Masse-%]

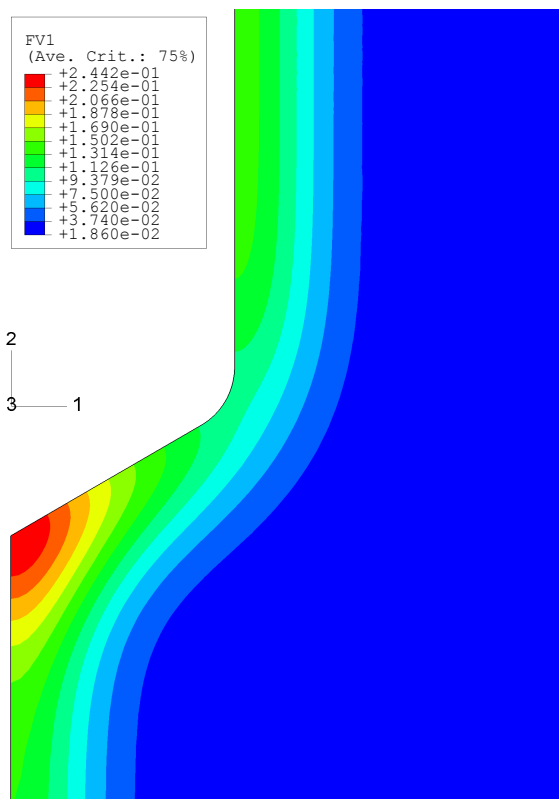


Bild 6.13. Simulierte Restaustenitverteilung (Volumenfraktion)

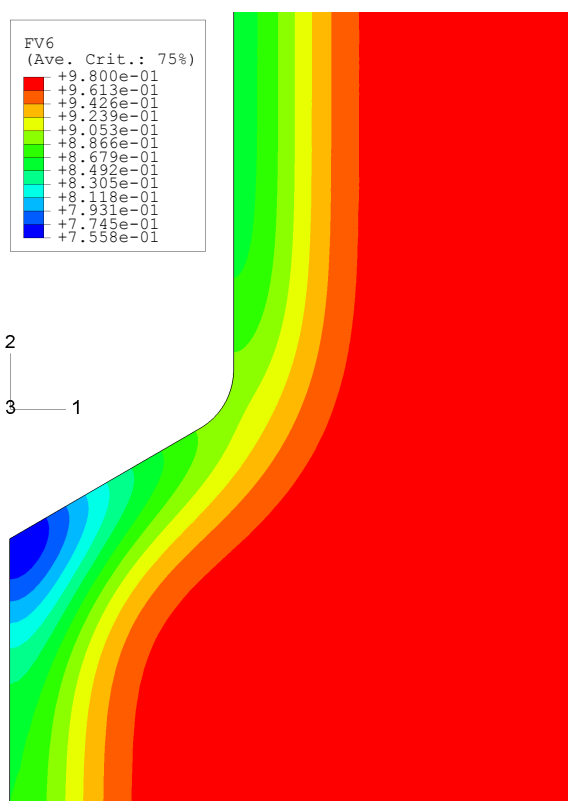


Bild 6.14. Simulierte Martensitverteilung (Volumenfraktion)

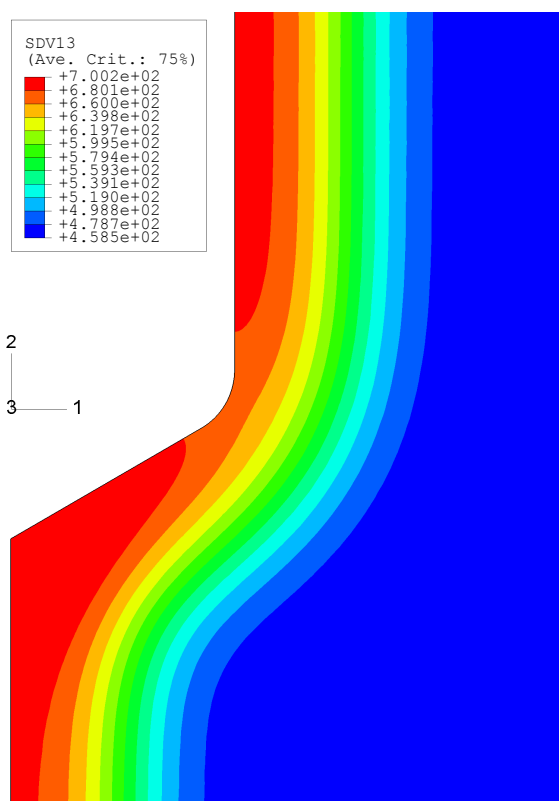
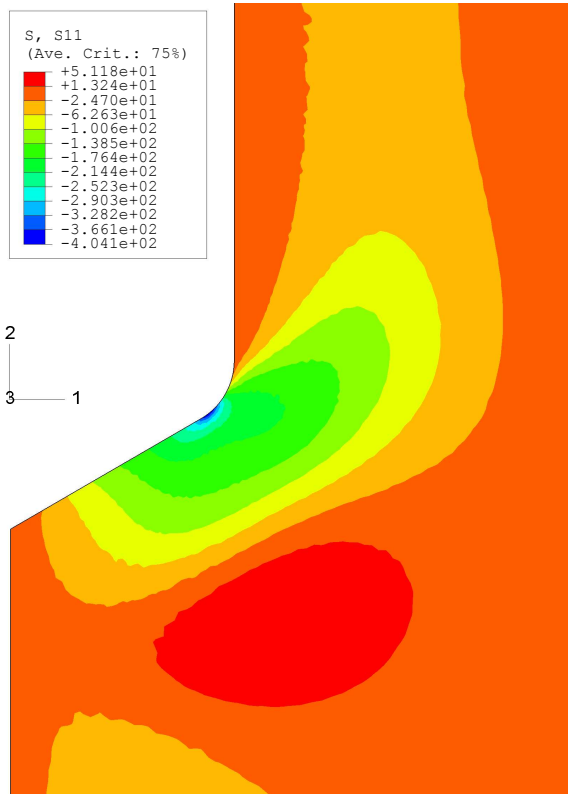
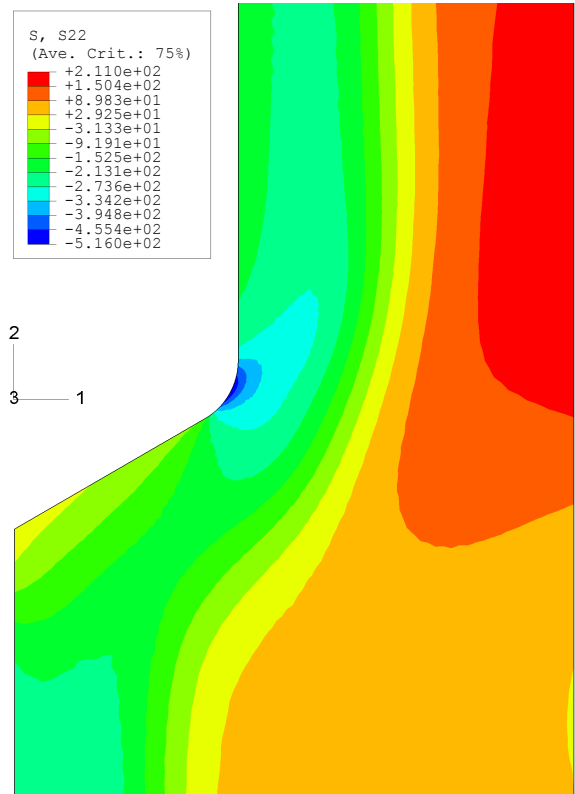


Bild 6.15. Simulierte Verteilung der Vickers-Härte nach dem Anlassen

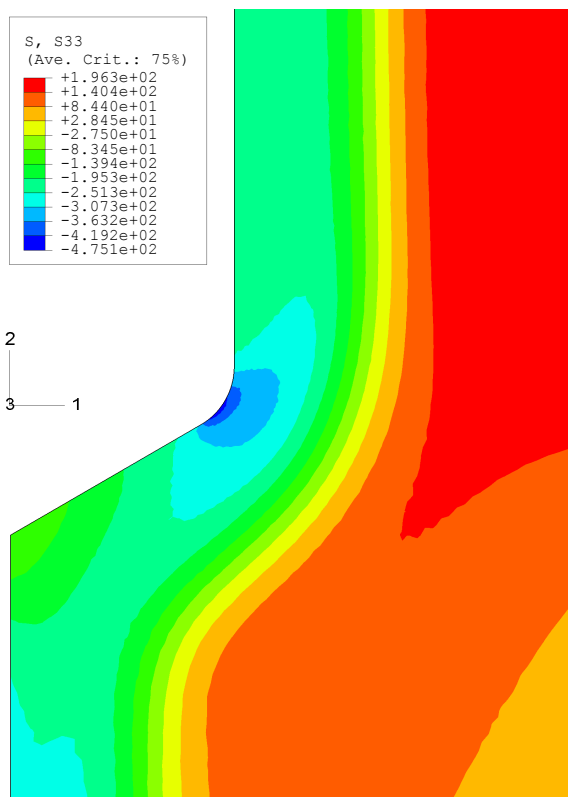
## 6.2 Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung



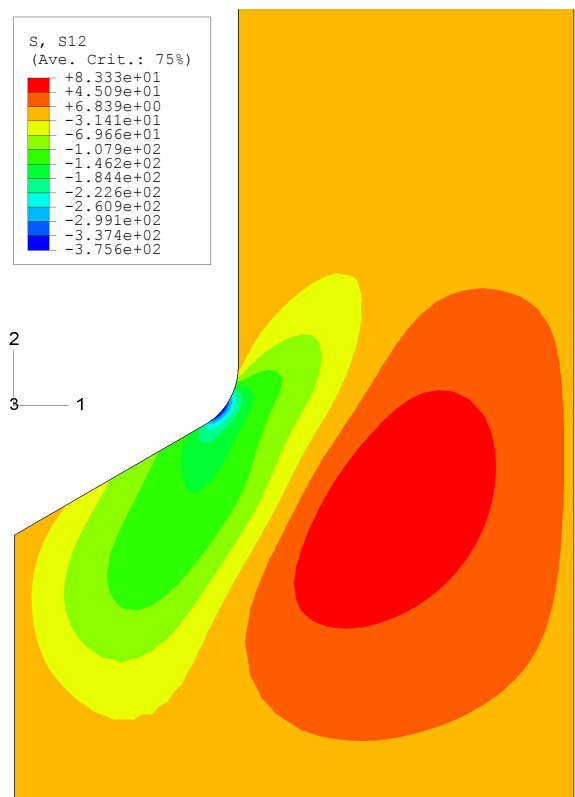
**Bild 6.16.** Simulierte Koordinateneigenspannung  $\sigma_{11}$  [MPa]



**Bild 6.17.** Simulierte Koordinateneigenspannung  $\sigma_{22}$  [MPa]



**Bild 6.18.** Simulierte Koordinateneigenspannung  $\sigma_{33}$  [MPa]



**Bild 6.19.** Simulierte Schubeigenspannung  $\sigma_{12}$  [MPa]

### 6.2.3 Elastizitätstheoretische Analyse

#### 6.2.3.1 Modellierung

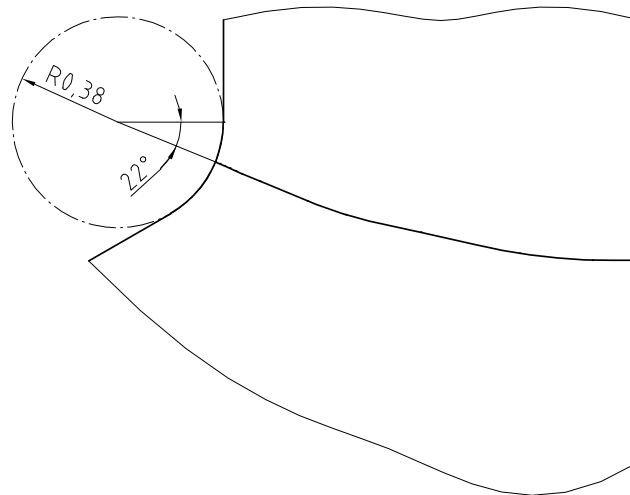
Innerhalb der elastizitätstheoretischen Analyse ist ein linear-elastisches Materialverhalten zugrunde gelegt worden. Dabei wurde ein mittlerer Elastizitätsmodul von  $E = 200.000 \text{ N/mm}^2$  sowie eine mittlere Querdehnzahl von  $\nu = 0,3$  berücksichtigt.

Entsprechend den realen Lagerungsbedingungen während der Innendruckbeanspruchung ist für den  $58^\circ$ -Dichtkonus (Bild 6.9) die Verschiebung in axialer und radialer Richtung behindert worden. Die aus der Abdichtung der Bohrung  $\varnothing 5 \text{ mm}$  resultierende zusätzliche Axiallast wurde im Übergangsbereich vom Außendurchmesser  $13 \text{ mm}$  zum Außendurchmesser  $8 \text{ mm}$  eingeleitet.

Als Beanspruchung ist eine Amplitude des Innendrucks von  $p_a = 1.800 \text{ bar}$  definiert worden. Desweiteren wurde eine stufenweise Lastaufbringung mit Inkrementen von  $0,05$  bei einem Gesamtzeitschritt von  $1$  vereinbart. Somit war es möglich, Druckschwingbreiten  $\Delta p$  von  $0$  bis  $3.600 \text{ bar}$  zu simulieren, wobei das Inkrement  $180 \text{ bar}$  betrug.

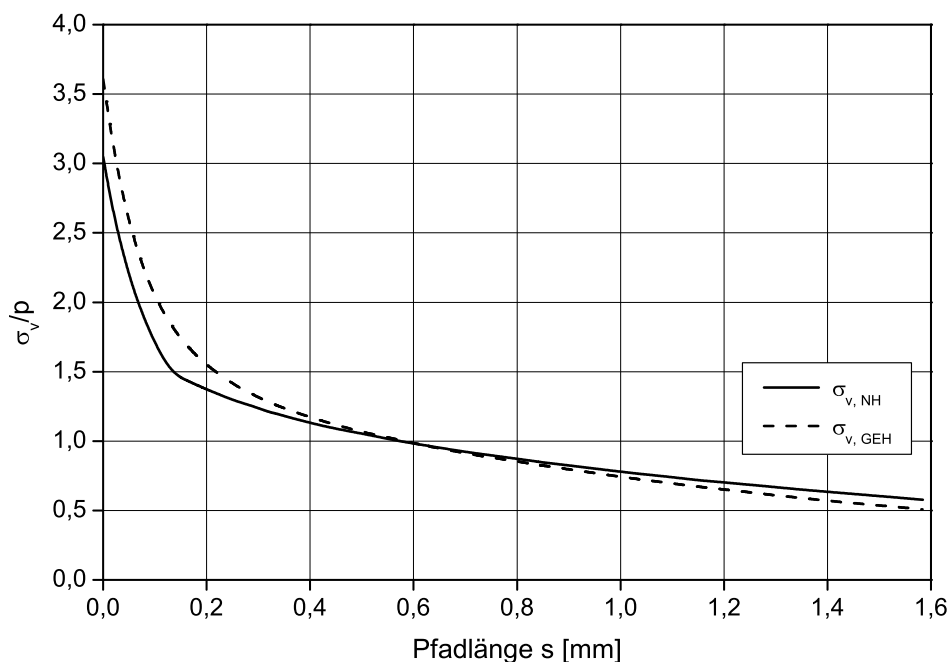
#### 6.2.3.2 Ergebnisse

Für die Normalspannungshypothese sowie die Gestaltänderungsenergiehypothese ergibt sich das gleiche höchstbeanspruchte Strukturelement. Dessen Identifikation sowie den Pfad senkrecht zu den maximalen Hauptspannungen zeigt das Bild 6.20.



**Bild 6.20.** Höchstbeanspruchtes Strukturelement und Pfad senkrecht zu den maximalen Hauptspannungen der abgesetzten Bohrung

Die ermittelten elastizitätstheoretischen Vergleichsspannungsformzahlen betragen nach Normalspannungshypothese  $K_{tv,NH} = 3,06$  und nach Gestaltänderungsenergiehypothese  $K_{tv,GEH} = 3,62$ . Im Bild 6.21 sind die auf den Innendruck bezogenen Verläufe beider Vergleichsspannungen beginnend am höchstbeanspruchten Strukturelement entlang des Pfades senkrecht zu den maximalen Hauptspannungen dargestellt (Bild 6.20). Zur Anwendung der Dang-Van-Schwingfestigkeitshypothese ist die Ermittlung der Werte von hydrostatischer Spannung und Schubspannungsamplitude erforderlich.



**Bild 6.21.** Bezogene Vergleichsspannungsverläufe der abgesetzten Bohrung

Im Bild 6.22 ist ein Flächenplot der hydrostatischen Spannung zu Belastungsbeginn ( $p=0$  bar) und im Bild 6.23 für einen Innendruck von  $p=2.880$  bar, also in der Nähe der experimentell ermittelten Dauerfestigkeit, dargestellt. Ebenfalls für einen Innendruck von  $p=2.880$  bar zeigt das Bild 6.24 einen Flächenplot der Schubspannungsamplitude.

### 6.2.4 Dauerfestigkeitsabschätzung

#### 6.2.4.1 Allgemeine Angaben

In der Tabelle 6.7 sind die der Dauerfestigkeitsabschätzung zugrunde gelegten Eingangsgrößen, getrennt für die Oberfläche und das Volumen der abgesetzten Bohrung, zusammengestellt.

**Tabelle 6.7.** Eingangsgrößen der Dauerfestigkeitsabschätzung

	Oberfläche	Volumen
Weibull-Exponent $\kappa$ [-]	25	35
Einschlussgröße [ $\mu\text{m}$ ]	20	25
maximale Rauhtiefe $R_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	12	-
Bezugsprobe [ $\text{mm}^2, \text{mm}^3$ ]	565	1.272

Der Weibull-Exponent  $\kappa$  (Streuparameter) wurde Literaturdaten für Oberflächen- und Volumenversagen [13,14,149] entnommen. Nach dem Ansatz von Murakami [90] erfolgte die Ermittlung der lokalen Wechselfestigkeit, nach dem Ansatz von Siebel und Gaier [114] die Ermittlung des Einflusses der Oberflächentopografie auf die Dauerfestigkeit. An der innerhalb der Simulation der Einsatzhärtung berücksichtigten Austenitkorngröße orientierte sich die Festlegung der Einschlussgröße an der Oberfläche sowie im Volumen der abgesetzten Bohrung. Die maximale Rauhtiefe  $R_t$  wurde entlang des

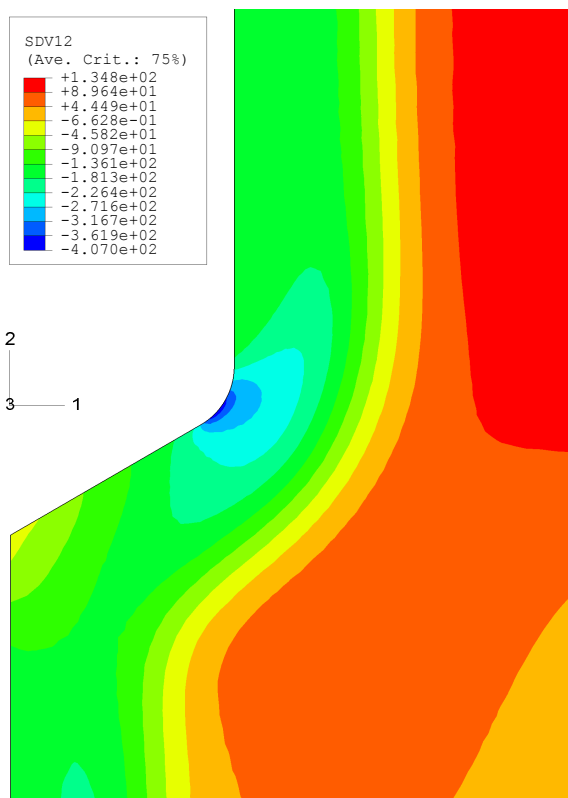


Bild 6.22. Hydrostatische Spannung bei Belastungsbeginn [MPa]

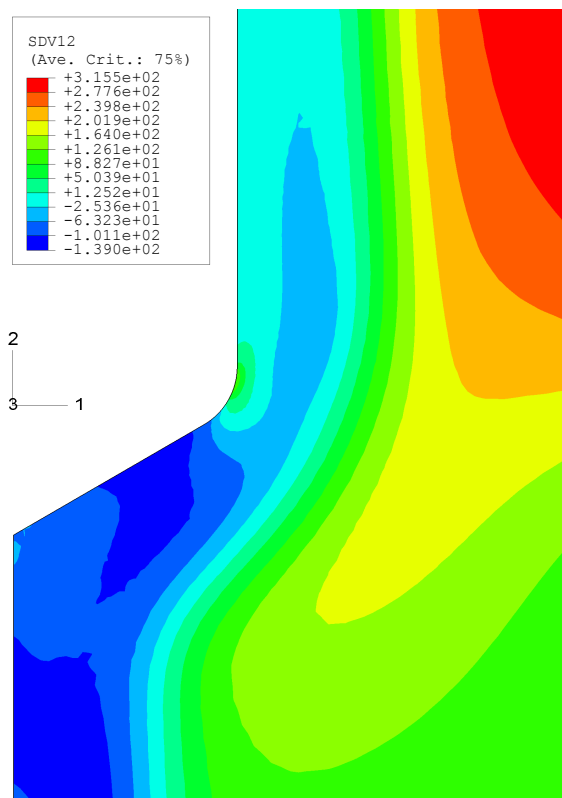


Bild 6.23. Hydrostatische Spannung bei  $p=2.880$  bar [MPa]

Kerbumfanges gemessen [16]. Die Bezugsprobe ist in [90] beschrieben.

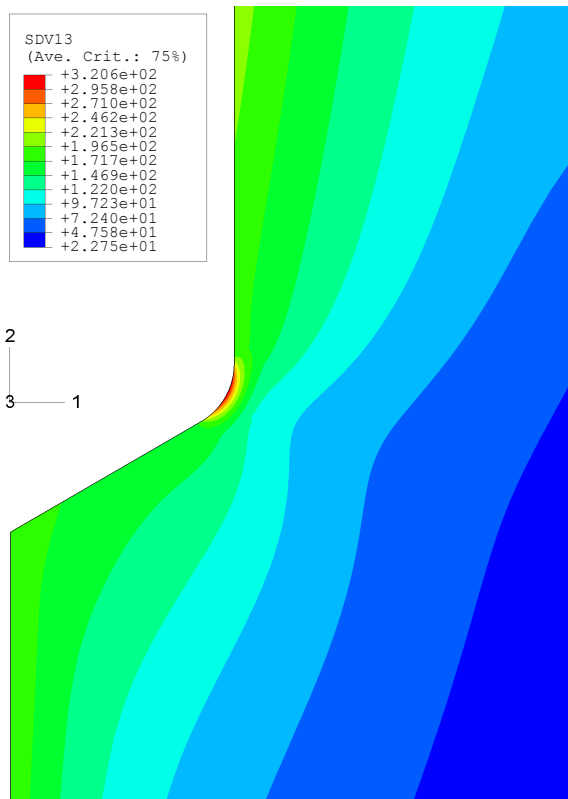
### 6.2.4.2 Ergebnisse

Im Bild 6.25 ist ein Flächenplot des lokalen Auslastungsgrades für Volumenversagen bei einem Innendruck von  $p = 2.880$  bar dargestellt. Der maximale Auslastungsgrad wird im oberflächennahen Bereich der Kerbe erreicht. Jedoch kann unter Berücksichtigung der verminderten Wechselfestigkeit an der Oberfläche sowie des Einflusses der Oberflächentopografie die Oberfläche im Kerbbereich der abgesetzten Bohrung als Anrissort identifiziert werden (Bild 6.26).

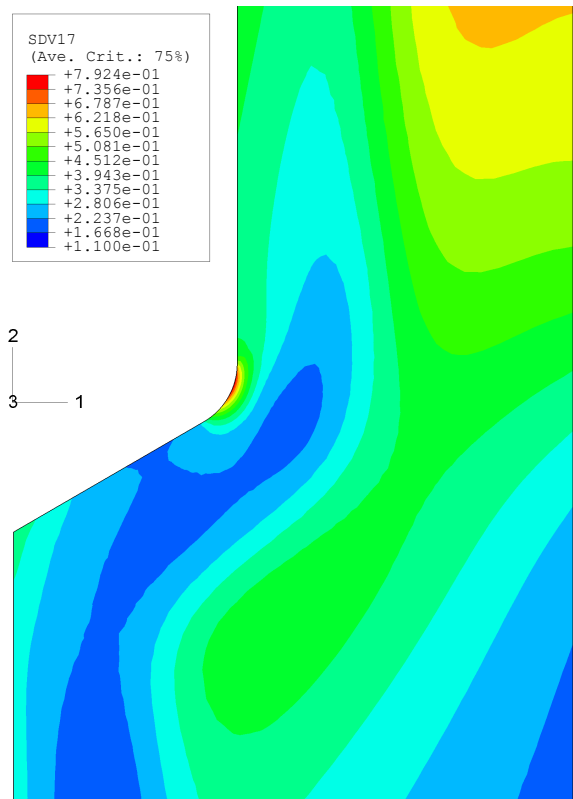
Für den Anrissort sind im Bild 6.27 die für die verschiedenen Druckschwingbreiten ermittelten Wertepaare  $[p(\tau_a); \tau_a]$  dargestellt. Im Fall der ebenfalls dargestellten Dang-Van-Grenzlinie wurde bereits der Einfluss der Oberflächentopografie faktoriell mit  $F_O$  berücksichtigt. Die somit ableitbare Dauerfestigkeit beträgt  $\Delta p = S_\eta = 2.520$  bar.

Zur Bestimmung der Dauerfestigkeit mit dem Fehlstellenmodell zeigt das Bild 6.28 ein Wahrscheinlichkeitsdiagramm. Die rechnerisch ermittelte mittlere Dauerfestigkeit ( $P_A = 50\%$ ) beträgt  $\Delta p = S_D = 3.010$  bar und stimmt damit gut mit der experimentell bestimmten mittleren Dauerfestigkeit von  $\Delta p_{D,exp} = 2.981$  bar überein. Die aus dem Verhältnis  $S_D/S_\eta$  ableitbare statistische Stützziffer beträgt  $n_{st} = 1,19$ .

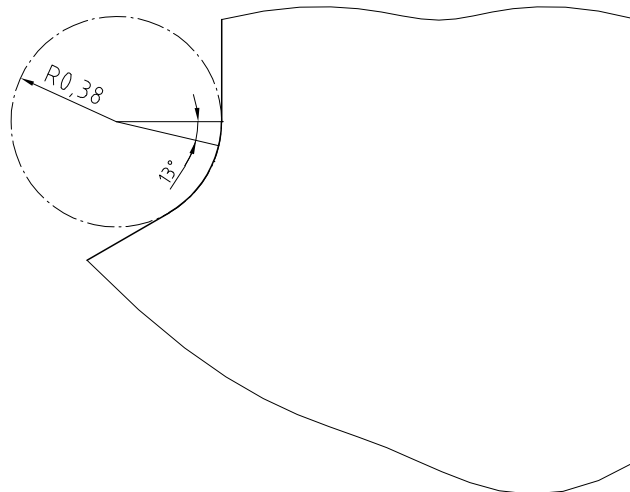
## 6.2 Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung



**Bild 6.24.** Schubspannungsamplitude bei  $p=2.880$  bar [MPa]



**Bild 6.25.** Lokaler Auslastungsgrad für Volumenversagen bei  $p=2.880$  bar



**Bild 6.26.** Strukturelement mit maximalem Auslastungsgrad der abgesetzten Bohrung



6.2 Dauerfestigkeitsabschätzung einer abgesetzten Bohrung

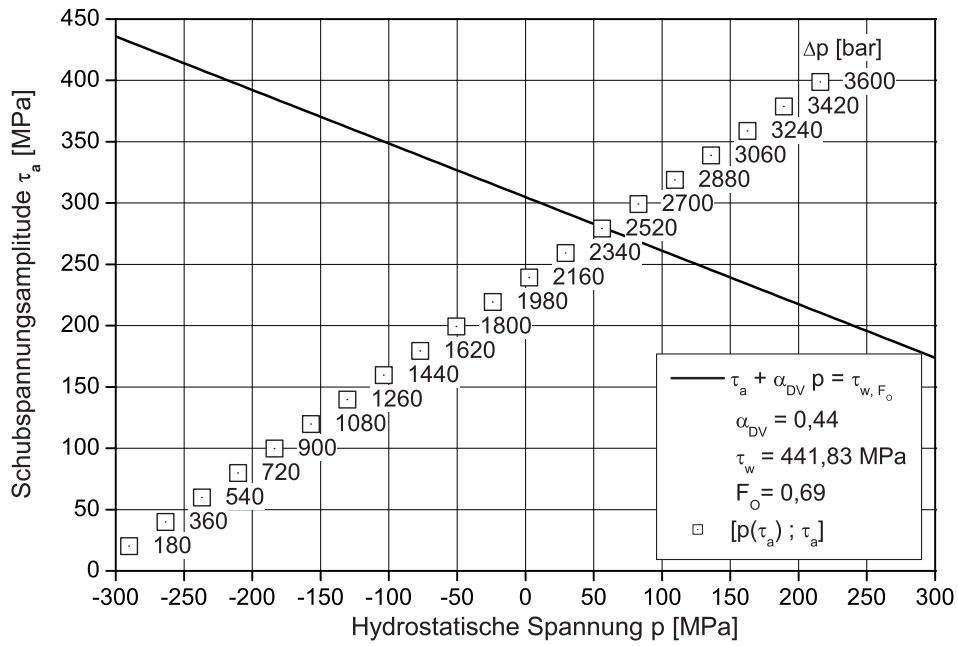


Bild 6.27. Dang-Van-Darstellung für Wertepaare  $[p(\tau_a); \tau_a]$  verschiedener Druckschwingbreiten

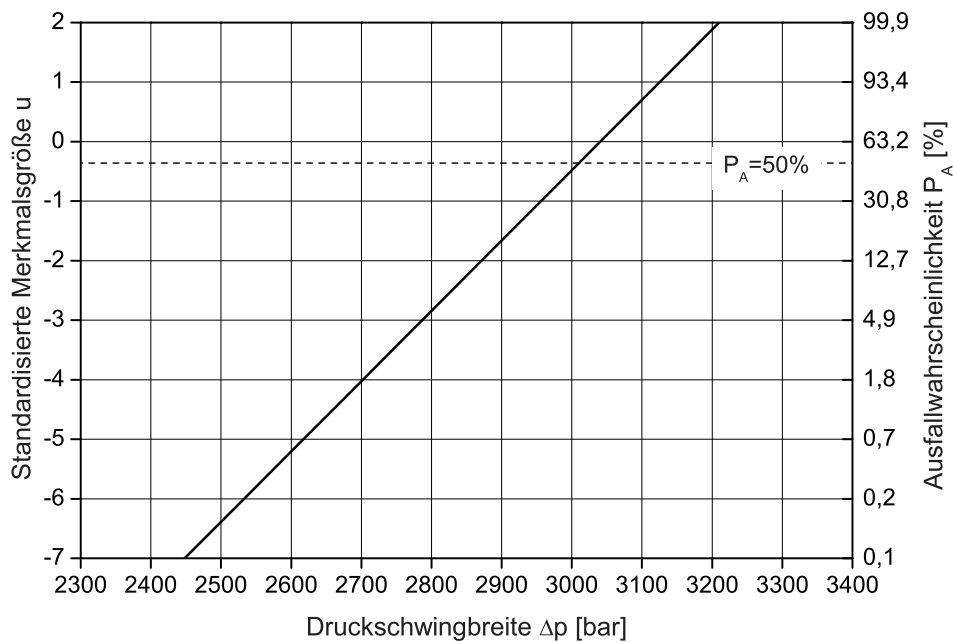
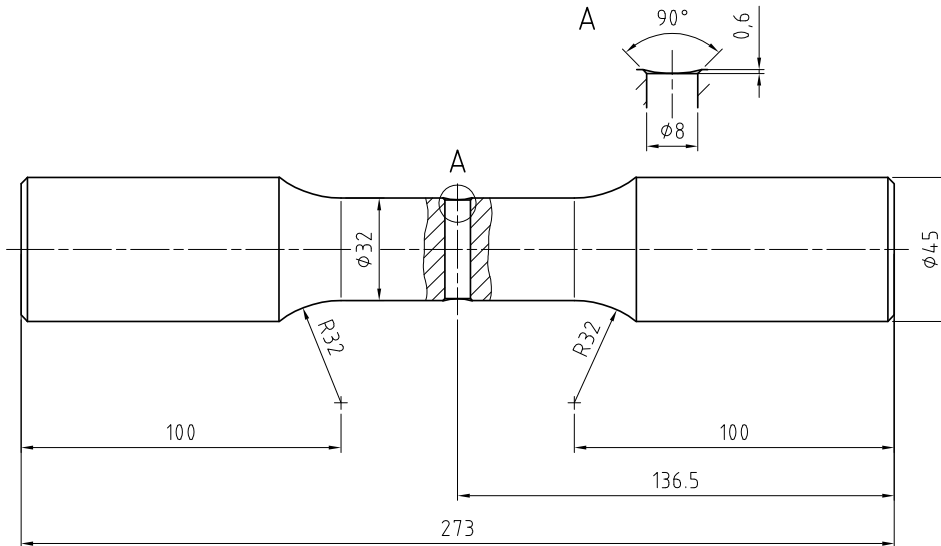


Bild 6.28. Wahrscheinlichkeitsdiagramm

## 6.3 Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung

### 6.3.1 Allgemeine Angaben

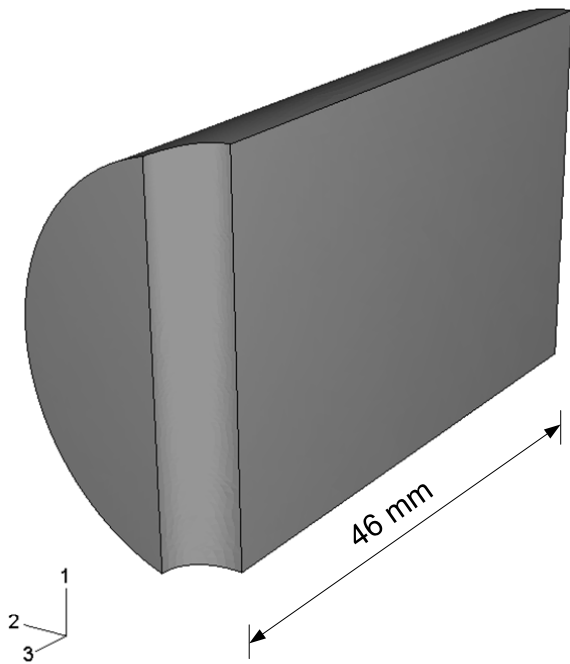
Im abschließenden dritten Beispiel soll die Dauerfestigkeitsabschätzung für die im Bild 6.29 dargestellte biegebeanspruchte Welle mit Querbohrung vorgestellt werden. Diese wurde experimentell in [13] untersucht, wobei eine mittlere Dauerfestigkeit von  $S_{D,exp} = 300$  MPa bei einem Spannungsverhältnis von  $R_S = -1$  ermittelt wurde.



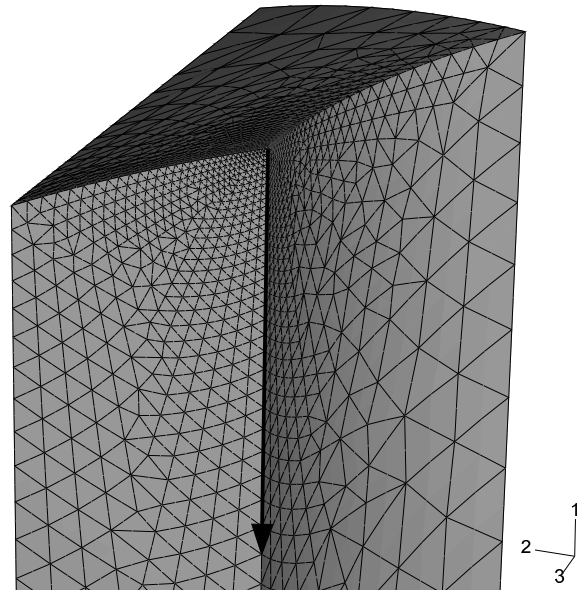
**Bild 6.29.** Geometrie der Welle mit Querbohrung

Der Werkstoff und die Wärmebehandlung der Welle mit Querbohrung sind mit denen des ersten Beispiels (Abschnitt 6.1.1) identisch. Im Anschluss an die Wärmebehandlung wurde die Randzone der Welle mit Querbohrung bis zu einer Tiefe von  $50 \mu\text{m}$  elektrolytisch abgetragen. Diese Schichtdicke entspricht im Wesentlichen der Randoxidationstiefe, weshalb von einer Modellierung der Randoxidation abgesehen werden konnte.

Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften ist die Modellierung eines Achtels der Welle mit Querbohrung sowohl innerhalb der Simulation der Einsatzhärtung als auch innerhalb der Dauerfestigkeitsabschätzung ausreichend. Die bei der Beanspruchungsanalyse verwendete Art der Aufbringung des Biegemoments (Abschnitt 6.3.3.1) auf das Modell erforderte jedoch die Diskretisierung eines Viertels der Welle mit Querbohrung. Im Bild 6.30 ist das allen Teilanalysen zugrunde gelegte FE-Modell dargestellt, wobei die im Bild 6.29 dargestellte Senkung (Detail A) vernachlässigt wurde. Einen Ausschnitt des FE-Netzes im Kerbbereich zeigt das Bild 6.31. Die Tabelle 6.8 enthält eine Zusammenstellung wesentlicher Geometriedaten des FE-Netzes sowie eine Zusammenstellung der innerhalb der Teilanalysen verwendeten Elementtypen.



**Bild 6.30.** FE-Modell der Welle mit Querbohrung



**Bild 6.31.** Ausschnitt des FE-Netzes der Welle mit Querbohrung mit Pfad für die Auswertung

**Tabelle 6.8.** FE-Netz der Welle mit Querbohrung, Geometriedaten und Elementtyp der Teilanalysen

Geometriedaten		Elementtyp	
Knoten	52.403	Diffusionsanalyse	DC3D10
Elemente	34.158	Gekoppelte thermische Analyse und	DC3D10
Kerbelement, $\Delta x_1$ [mm]	0,02	Phasentransformationsanalyse	
Kerbelement, $\Delta x_2$ [mm]	0,02	Eigenspannungsanalyse	C3D10H
		Beanspruchungsanalyse	C3D10M

### 6.3.2 Simulation der Einsatzhärtung

#### 6.3.2.1 Modellierung

Auf der gesamten Mantelfläche  $\varnothing 32$  mm sowie an der Oberfläche der Querbohrung wurde eine Randbedingung 3. Art unter Berücksichtigung eines Stoffübergangskoeffizienten der Aufkohlungsatmosphäre von  $\beta = 1,25 \times 10^{-4}$  mm/s [18, 52] definiert. Die Massenstromdichte senkrecht zu den beiden Symmetrieebenen ( $x_1 - x_2$  und  $x_1 - x_3$ ) des Modells sowie der Ebene parallel zur  $x_1 - x_2$ -Symmetrieebene ist gleich null. Somit wurde an diesen eine Randbedingung 2. Art definiert. Aus numerischen Gründen betrug dabei die Massenstromdichte des Kohlenstoffs normal zur jeweiligen Ebene  $j_C^{(A)} = 1e - 15$ . Wie im ersten Beispiel wurde der Diffusionskoeffizient temperatur- und kohlenstoffkonzentrationsabhängig nach Goldstein [145] definiert (Anhang A.1).

Auch innerhalb der thermischen Analyse wurde entlang der gesamten Mantelfläche  $\varnothing 32$  mm sowie an der Oberfläche der Querbohrung eine Randbedingung 3. Art definiert. Im Bild A.8 des Anhanges ist die dabei berücksichtigte temperaturabhängige Verteilung des Wärmeübergangskoeffizienten  $\alpha$  des Abschrecköles dargestellt. Die Wärmestromdichte senkrecht zu den beiden Symmetrieebenen ( $x_1 - x_2$

und  $x_1-x_3$ ) des Modells sowie der Ebene parallel zur  $x_1-x_2$ -Symmetrieebene ist gleich null. Somit ist wie bei der Diffusionsanalyse an diesen eine Randbedingung 2. Art definiert worden. Zur Bestimmung der ZTU-Daten wurde das reaktionskinetische Modell von Li e.a. [55] unter Berücksichtigung einer Austenitkorngröße von  $d_\gamma = 22,1 \mu\text{m}$  verwendet (vgl. Beispiel 1, Abschnitt 6.1).

Die Nutzung der Symmetrieeigenschaften innerhalb der Eigenspannungsanalyse erforderte eine Festhaltung aller FE-Knoten auf der  $x_1-x_2$ -Symmetrieebene in axialer sowie aller FE-Knoten auf der  $x_1-x_3$ -Symmetrieebene in  $x_2$ -Richtung. Um Starrkörperbewegungen zu vermeiden, wurde zusätzlich die Verschiebung in  $x_1$ -Richtung aller FE-Knoten auf der Symmetrielinie der Ebene parallel zur  $x_1-x_2$ -Symmetrieebene behindert. Der Faktor zur Steuerung des Anteils der Verfestigung  $\beta$  betrug 0,5.

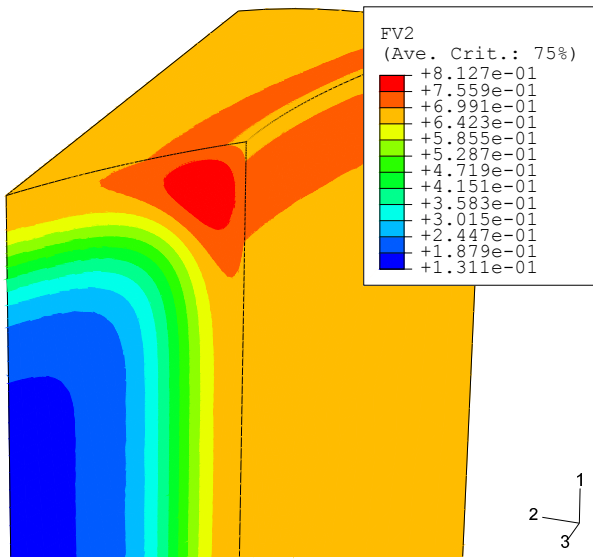
#### 6.3.2.2 Ergebnisse

Für den im Bild 6.31 dargestellten Netzausschnitt des FE-Netzes der Welle mit Querbohrung zeigt das Bild 6.32 einen Flächenplot der simulierten Kohlenstoffverteilung. Das Aufkohlen der Querbohrung als auch der Mantelfläche  $\varnothing 32 \text{ mm}$  führt im Verschneidungsbereich der Querbohrung mit der Mantelfläche zu einem geometriebedingten Anstieg der Kohlenstoffkonzentration bereits in der ersten Aufkohlungsstufe und konnte innerhalb der zweiten Aufkohlungsstufe (Ausgleichsstufe) nicht abgebaut werden.

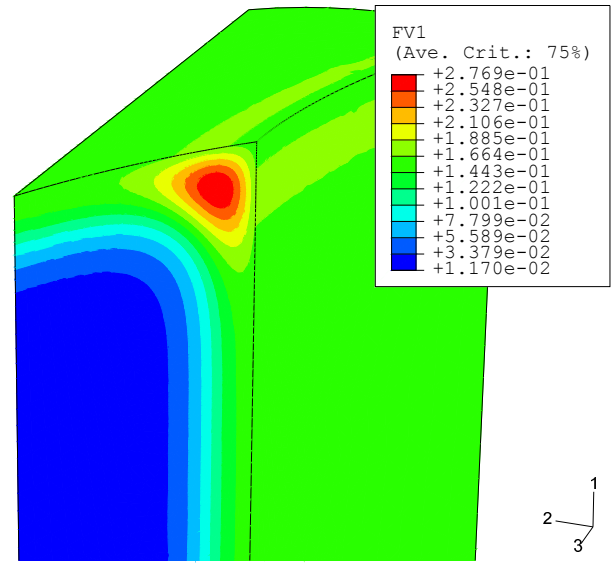
Die Bilder 6.33 bis 6.35 zeigen die Phasenverteilungen am Ende des Einsatzhärtens. Die unterschiedlichen Kohlenstoffkonzentrationen bedingen vornehmlich unterschiedliche Verteilungen des Restaustenits sowie des Martensits. Mit zunehmendem Abstand von der aufgekohlten Oberfläche nehmen die Kohlenstoffkonzentration und die Abkühlgeschwindigkeit ab, wodurch die Phasenumwandlung auch bereits in der Zwischenstufe beginnt. Im Bild 6.34 ist die Konzentrationsverteilung des Bainits dargestellt. Die im Bild 6.36 dargestellte Verteilung der Anlasshärte weist im Randbereich um ca. 30 HV höhere Härtewerte als die Anlasshärte im ersten Beispiel (Abschnitt 6.1) auf. Dies ist im Wesentlichen zurückzuführen auf die stark vergrößerte Abkühlgeschwindigkeit des dargestellten Bereiches infolge des gleichzeitigen Wärmeübergangs beim Abschrecken an der Oberfläche der Querbohrung sowie der Mantelfläche  $\varnothing 32 \text{ mm}$ .

In den Bildern 6.37 bis 6.39 sind die simulierten Eigenspannungen, bezogen auf ein Zylinderkoordinatensystem  $(r, \varphi, z)$ , dessen  $r$ -Achse mit der globalen  $x_3$ -Achse identisch ist und dessen  $z$ -Achse durch die Achse der Querbohrung gebildet wird, dargestellt. Einen Flächenplot des resultierenden hydrostatischen Spannungszustandes zeigt das Bild 6.40.

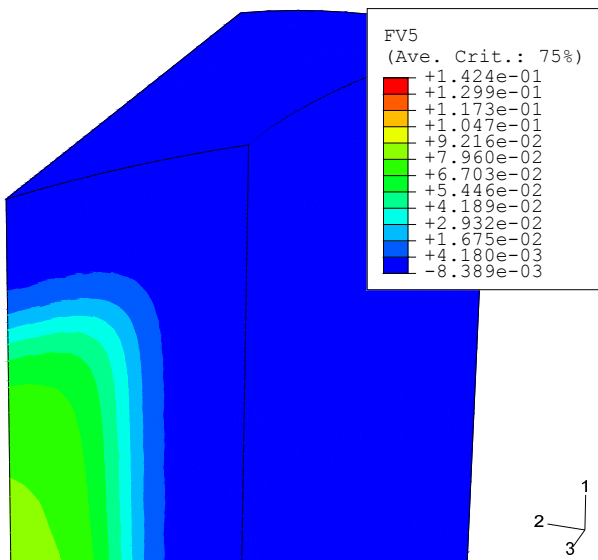
### 6.3 Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung



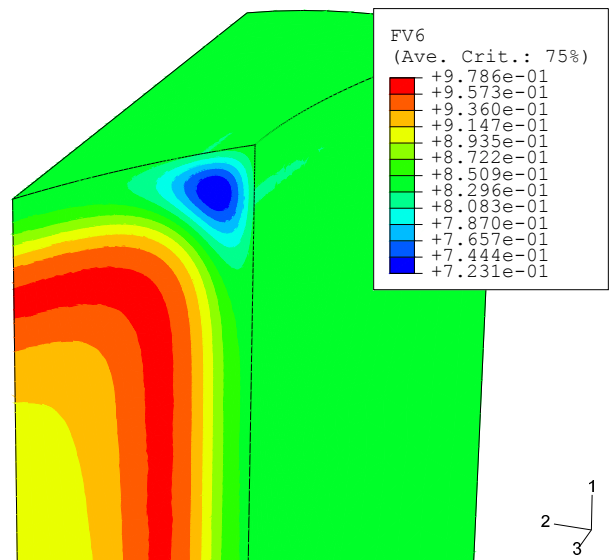
**Bild 6.32.** Simulierte Kohlenstoffverteilung  
[Masse-%]



**Bild 6.33.** Simulierte Restaustenitverteilung  
(Volumenfraktion)



**Bild 6.34.** Simulierte Bainitverteilung  
(Volumenfraktion)



**Bild 6.35.** Simulierte Martensitverteilung  
(Volumenfraktion)

6.3 Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung

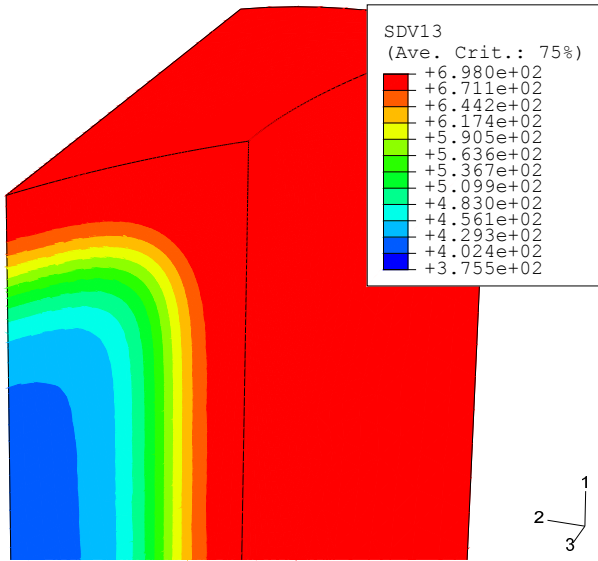


Bild 6.36. Simulierte Verteilung der Vickers-Härte nach dem Anlassen

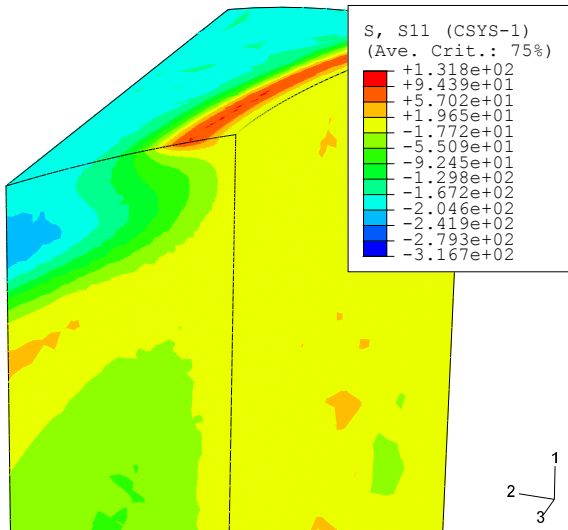


Bild 6.37. Simulierte radiale Eigenspannung  $\sigma_{rr}$  [MPa]

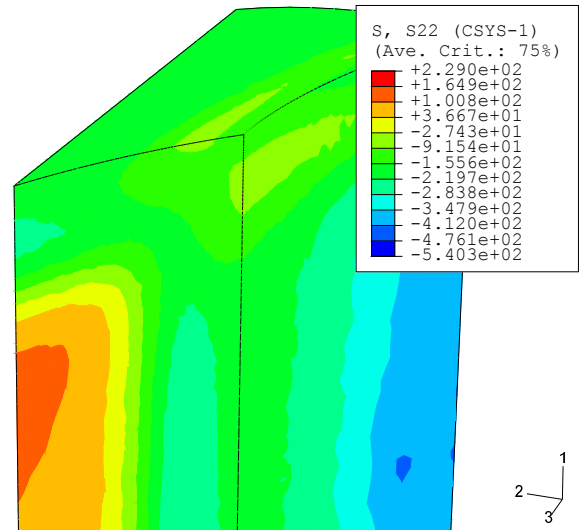
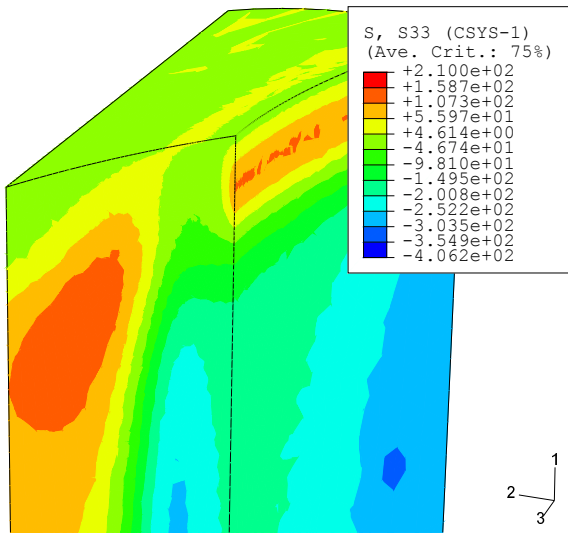
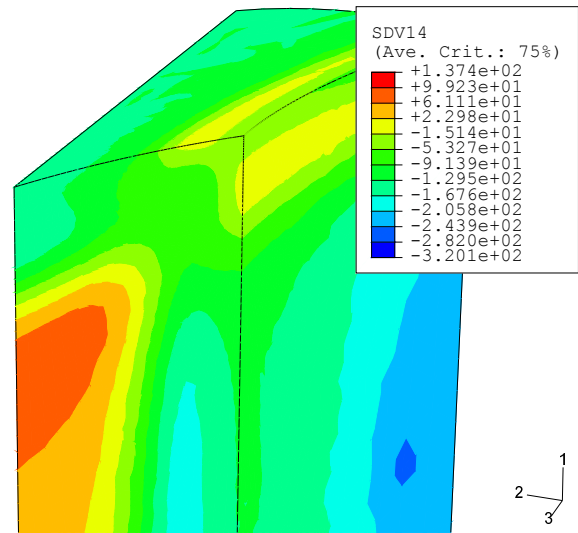


Bild 6.38. Simulierte Umfangseigenspannung  $\sigma_{\varphi\varphi}$  [MPa]



**Bild 6.39.** Simulierte axiale Eigenspannung  $\sigma_{zz}$  [MPa]



**Bild 6.40.** Hydrostatischer Spannungszustand infolge Eigenspannungen [MPa]

### 6.3.3 Elastizitätstheoretische Analyse

#### 6.3.3.1 Modellierung

Der elastizitätstheoretischen Analyse der Welle mit Querbohrung wurde wie im Fall des zweiten Beispiels ein linear-elastisches Materialverhalten zugrunde gelegt. Dabei ist ein mittlerer Elastizitätsmodul von  $E = 200.000 \text{ N/mm}^2$  sowie eine mittlere Querdehnzahl von  $\nu = 0,3$  berücksichtigt worden.

Die Festlegung der mechanischen Randbedingungen erfolgte analog zur Eigenspannungsanalyse (Abschnitt 6.3.2.1).

Die Biegebeanspruchung wurde über ein Zug-Druck-Kräftepaar, diskretisiert als Flächenlast in der Ebene parallel zur  $x_1 - x_2$ -Symmetrieebene, aufgebracht. Die Höhe der Flächenlast wurde dabei so gewählt, dass die Nennspannung (Maximalspannung im Nettoquerschnitt  $\varnothing 32 \text{ mm}$ )  $400 \text{ N/mm}^2$  betrug. Desweiteren wurde eine stufenweise Lastaufbringung mit Inkrementen von 0,05 bei einem Gesamtzeitschritt von 1 vereinbart. Somit war es möglich, Nennspannungsamplituden von 0 bis 400 MPa zu simulieren, wobei das Inkrement 20 MPa betrug.

#### 6.3.3.2 Ergebnisse

Für den im Bild 6.31 dargestellten Pfad sind im Bild 6.41 die auf die Nennspannung bezogenen Verläufe der Vergleichsspannungen nach der Normalspannungshypothese sowie nach der Gestaltänderungsenergiehypothese dargestellt. Die ermittelten elastizitätstheoretischen Vergleichsspannungsformzahlen betragen nach der Normalspannungshypothese  $K_{tv,NH} = 3,32$  und nach der Gestaltänderungsenergiehypothese  $K_{tv,GEH} = 3,29$ .

Für die experimentell ermittelte Dauerfestigkeit zeigt das Bild 6.42 einen Flächenplot der hydrostatischen Spannung und das Bild 6.43 einen Flächenplot der Schubspannungsamplitude.

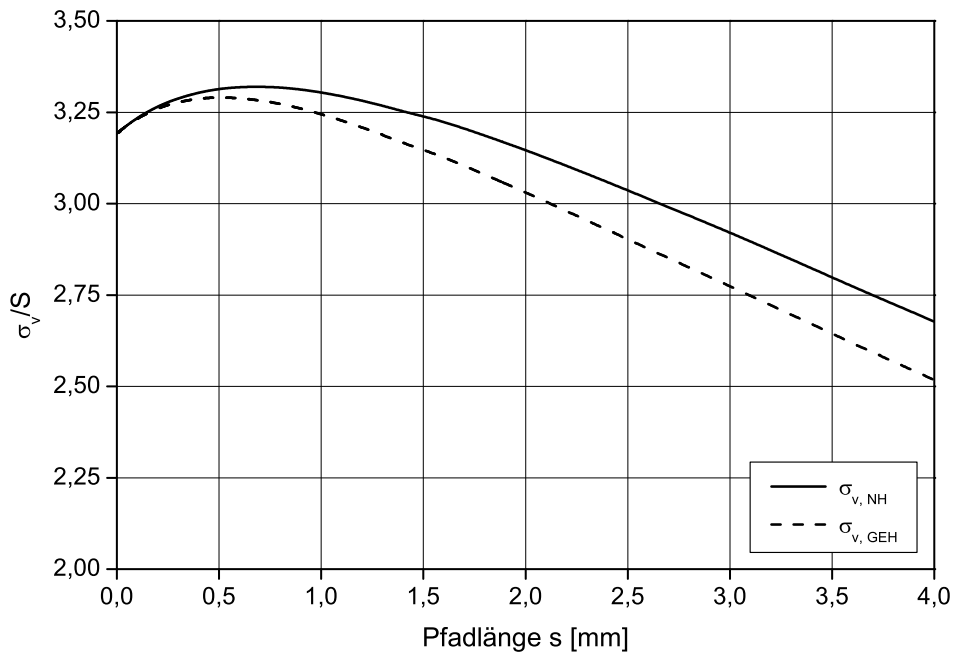


Bild 6.41. Bezogene Vergleichsspannungsverläufe der Welle mit Querbohrung

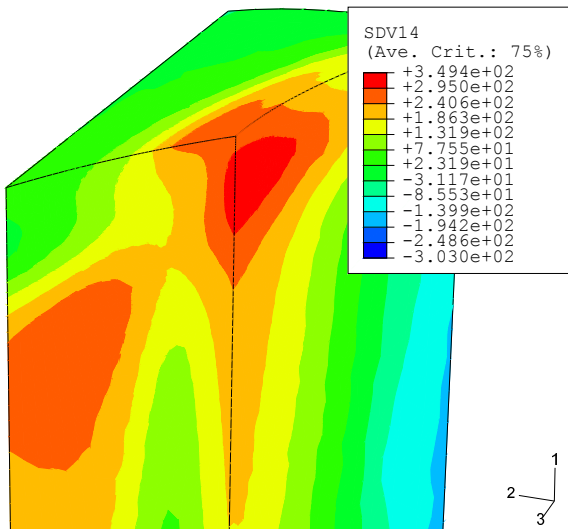


Bild 6.42. Hydrostatische Spannung bei  $S_a = 300$  MPa ( $R_S = -1$ )

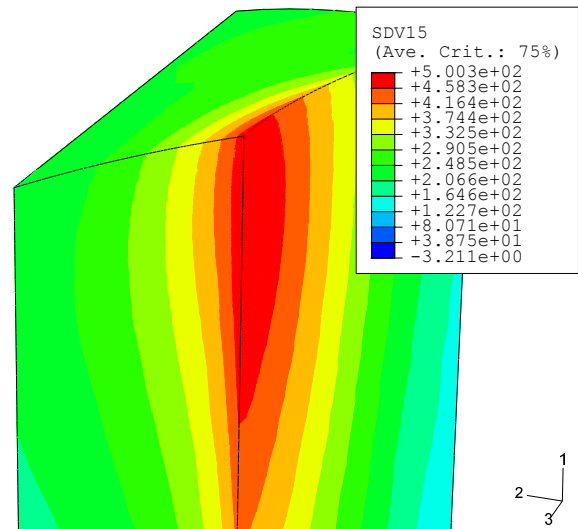


Bild 6.43. Schubspannungsamplitude bei  $S_a = 300$  MPa ( $R_S = -1$ )



### 6.3.4 Dauerfestigkeitsabschätzung

#### 6.3.4.1 Allgemeine Angaben

Die Tabelle 6.8 gibt eine Übersicht zu den der Dauerfestigkeitsabschätzung zugrunde gelegten Eingangsgrößen, getrennt für die Oberfläche und das Volumen der Welle mit Querbohrung.

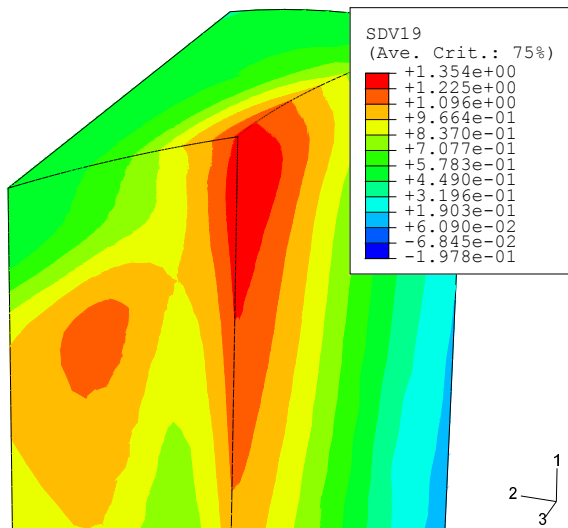
**Tabelle 6.9.** Eingangsgrößen der Dauerfestigkeitsabschätzung

	Oberfläche	Volumen
Weibull-Exponent $\kappa$ [-]	35	35
Einschlussgröße [ $\mu\text{m}$ ]	18	22.1
maximale Rauhtiefe $R_t$ [ $\mu\text{m}$ ]	1	-
Bezugsprobe [ $\text{mm}^2, \text{mm}^3$ ]	565	1.272

Da die Randzone elektrolytisch abgetragen wurde, ist ein einheitlicher Weibull-Exponent  $\kappa$  für das Oberflächen- und Volumenversagen festgelegt worden. Der Wert selbst wurde Literaturdaten [13, 14, 149] entnommen. Die Ermittlung der lokalen Wechselfestigkeit erfolgte nach dem Ansatz von Murakami [90]. Die Festlegung der Einschlussgröße an der Oberfläche sowie im Volumen der Welle mit Querbohrung orientierte sich an der innerhalb der Wärmebehandlung berücksichtigten Austenitkorngröße. Der Einfluss der Oberflächentopografie auf die Dauerfestigkeit wurde vernachlässigt. Die Bezugsprobe ist in [90] beschrieben.

#### 6.3.4.2 Ergebnisse

Im Bild 6.44 ist ein Flächenplot des lokalen Auslastungsgrades für Volumenversagen bei einer Nennspannungsamplitude von  $S_a = 300$  MPa ( $R_S = -1$ ) dargestellt.

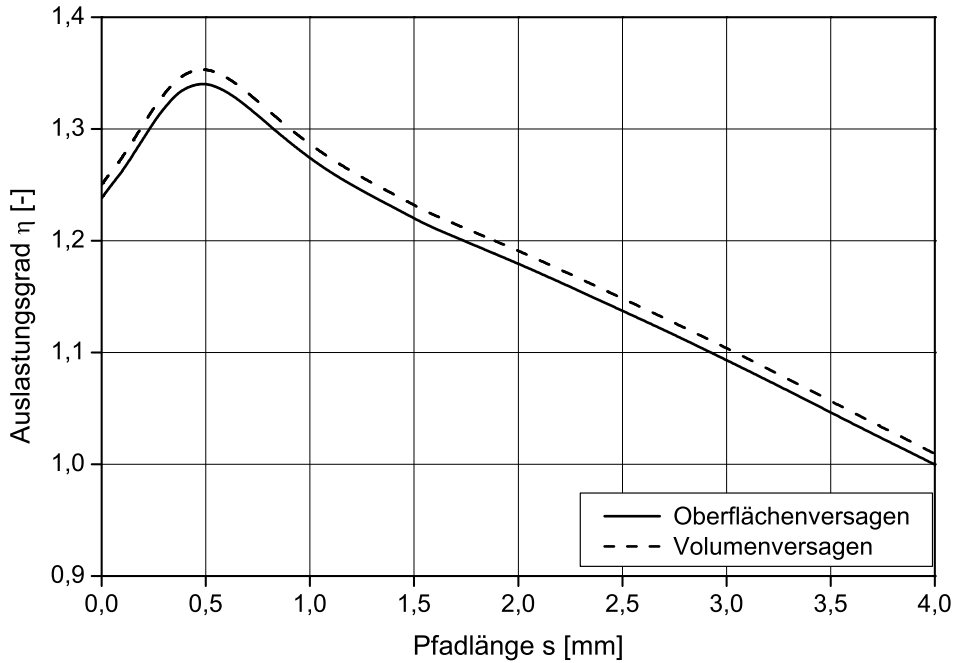


**Bild 6.44.** Lokaler Auslastungsgrad für Volumenversagen bei  $S_a = 300$  MPa ( $R_S = -1$ )

Für diese Nennspannungsamplitude ist der Auslastungsgrad für Oberflächenversagen um ca. 5 %

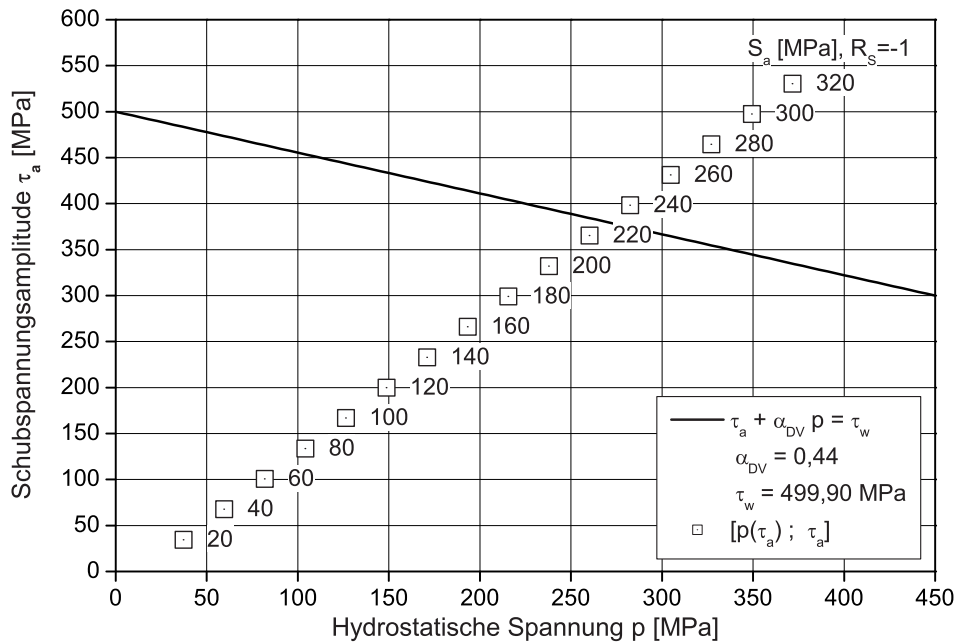
### 6.3 Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung

geringer. Damit kann das Volumen im Kerbbereich der Welle mit Querbohrung als Anrissort identifiziert werden. Eine Gegenüberstellung beider Auslastungsgrade auf der Grundlage des im Bild 6.31 dargestellten Pfades zeigt das Bild 6.45.



**Bild 6.45.** Gegenüberstellung der Auslastungsgrade bei  $S_a = 300$  MPa ( $R_S = -1$ )

Für den Anrissort sind im Bild 6.46 die für die verschiedenen Nennspannungsamplituden ermittelten Wertepaare  $[p(\tau_a); \tau_a]$  dargestellt. Die somit ableitbare Dauerfestigkeit beträgt  $S_\eta = 228$  MPa.



**Bild 6.46.** Dang-Van-Darstellung für Wertepaare  $[p(\tau_a); \tau_a]$  verschiedener Nennspannungsamplituden  $S_a$  ( $R_S = -1$ )

### 6.3 Dauerfestigkeitsabschätzung einer Welle mit Querbohrung

Das Bild 6.47 zeigt zur Bestimmung der Dauerfestigkeit mit dem Fehlstellenmodell ein Wahrscheinlichkeitsdiagramm. Die rechnerisch ermittelte mittlere Dauerfestigkeit ( $P_A = 50\%$ ) beträgt  $S = S_D = 269\text{ MPa}$  bei einem Spannungsverhältnis von  $R_S = -1$  und weicht damit um ca. 10 % von der experimentell bestimmten mittleren Dauerfestigkeit von  $S_{D,exp} = 300\text{ MPa}$  ( $R_S = -1$ ) ab. Die aus dem Verhältnis  $S_D/S_\eta$  ableitbare statistische Stützziffer beträgt  $n_{st}=1,18$ .

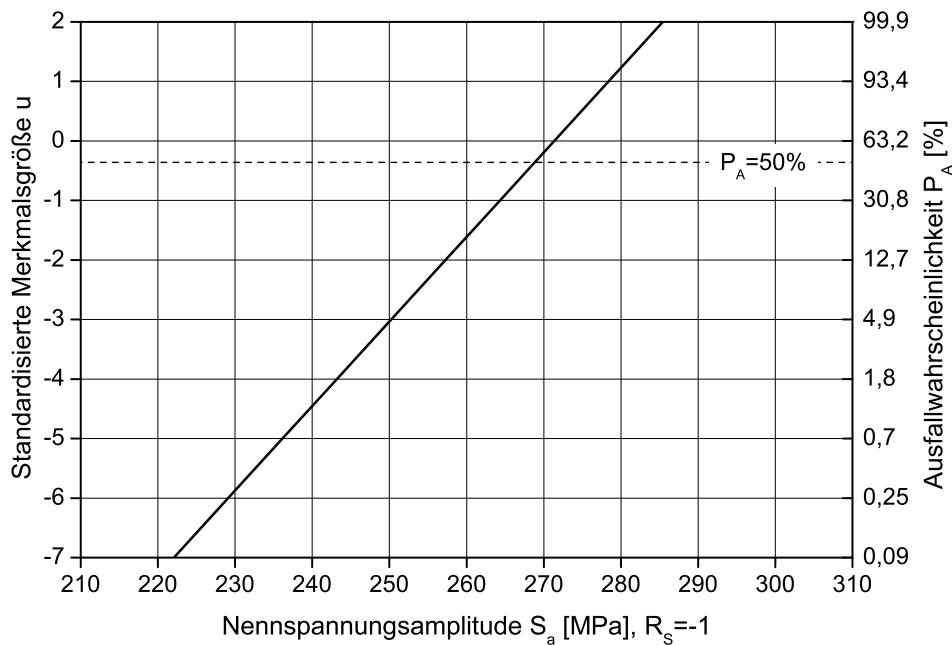


Bild 6.47. Wahrscheinlichkeitsdiagramm

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, unter Verwendung der FE-Methode, die Einsatzhärtung von Bauteilen zu simulieren und deren Dauerfestigkeit abzuschätzen. Dabei wurden die wesentlichen Ergebnisse der Wärmebehandlungssimulation wie die Eigenspannungs- und Härteverteilung als neue Ausgangsgrößen der Dauerfestigkeitsabschätzung verwendet. In dieser Arbeit konnte damit erstmals ein in sich geschlossenes werkstoffmechanisches Dauerfestigkeitskonzept einsatzgehärteter Bauteile erarbeitet werden.

Zur Simulation des Einsatzhärtens sind neben der Kohlenstoffverteilung auch die örtlichen und zeitlichen Entwicklungen der Temperaturen, der Phasentransformationen sowie der Spannungen und Dehnungen im Bauteil während des Abkühlens zu bestimmen. Simultan müssen dabei thermische, metallurgische sowie mechanische Interaktionen berücksichtigt werden. Zusätzlich ist der Einfluss der Legierungszusammensetzung und des Kohlenstoffgehaltes auf die mechanischen und thermophysikalischen Materialeigenschaften sowie das Phasentransformationsverhalten zu berücksichtigen. Die Simulation der Einsatzhärtung kann somit in zwei Teilanalysen, eine Diffusionsanalyse sowie eine gekoppelte thermometallurgische-thermomechanische Analyse des Abkühlvorganges, unterteilt werden.

Während des Aufkohlens beeinflussen die Legierungselemente die Aktivität des Kohlenstoffs im Stahl und damit die Verteilung des Kohlenstoffs im Bauteil. In Form des Legierungsfaktors wurde dieser Effekt innerhalb der Diffusionsanalyse berücksichtigt. Die Lösung der partiellen Differentialgleichung des Konzentrationsfeldes muss verschiedenen Grenzbedingungen, drei Randbedingungen und einer Anfangsbedingung, genügen. Durch die entsprechende Wahl der Randbedingungen wurden die heute am weitesten verbreiteten Aufkohlungsverfahren des Gas- und des Niederdruckaufkohlens dargestellt. Der Einfluss der Kohlenstoffgrundkonzentration auf die Diffusion des Kohlenstoffs im Bauteil ist durch die Definition einer entsprechenden Anfangsbedingung berücksichtigt worden.

Die Abhängigkeit der thermomechanischen Materialeigenschaften von der Gefügezusammensetzung und das Auftreten von Umwandlungswärmen erfordern die strikte Kopplung der Phasentransformationsanalyse mit der thermischen Analyse. Ähnlich der Diffusionsanalyse wurden im Fall der thermischen Analyse durch die Definition verschiedener Grenzbedingungen der Wärmeübergang zwischen Bauteil und Abkühlmedium sowie die Anfangstemperaturverteilung (Härtetemperatur) diskretisiert.

Nur durch die Verwendung analytischer ZTU-Daten war es möglich, das Phasentransformationsverhalten entsprechend der Konzentrationsverteilung des Kohlenstoffs im Bauteil sowie der Legierungszusammensetzung des Einsatzstahles zu definieren. Mit diesen analytischen ZTU-Daten war es auch möglich, die Auswirkungen einer Randoxidation auf das Transformationsverhalten quantitativ zu erfassen. Der Phasenübergang der diffusionsgesteuerten Umwandlungen bei kontinuierlicher

Abkühlung wurde mit Hilfe der Additivitätsregel von Scheil, der Phasenübergang der diffusionslosen martensitischen Umwandlung mit der Koistinen-Marburger-Gleichung beschrieben.

Innerhalb der Eigenspannungsanalyse werden die totalen Dehnungen unter der Annahme berechnet, dass sich die elastischen, plastischen, thermischen, transformationsinduzierten und transformationsinduzierten plastischen Dehnungen additiv zusammensetzen. Die transformationsinduzierten plastischen Dehnungen sind auch dann zu berücksichtigen, wenn die momentane temperatur- und phasenkompositionsabhängige Fließgrenze nicht überschritten wird.

Wesentlich für das neuartige Konzept zur Abschätzung der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile ist, dass die simulierten Verteilungen der Eigenspannungen und der Härte als neue Ausgangsgrößen verwendet werden und die Bauteildauerfestigkeit mit dem Fehlstellenmodell ermittelt wird.

Das Fehlstellenmodell basiert auf der Betrachtung von statistisch im Werkstoff verteilten Fehlstellen, welche bei entsprechender Beanspruchung das Bauteilversagen auslösen können. Damit wird die Festigkeit als Zufallsgröße betrachtet. Für den Sonderfall der Dauerfestigkeit wurde gezeigt, dass ausgehend von der Verteilung der größten Fehlstellen auf die Weibull-Verteilungsfunktion der Wechselfestigkeit im Bauteil geschlossen werden kann.

Die Einsatzhärtung führt im Bauteil zu einer inhomogenen Eigenspannungs- und Festigkeitsverteilung. Diese Verteilungen überlagern sich im Betrieb mit inhomogenen Spannungsverteilungen infolge der äußeren zyklischen Beanspruchung. Die Simulation der Dauerfestigkeit erfordert daher die Betrachtung von Volumen- und Oberflächenelementen mit annähernd konstanten Werten der genannten Verteilungen. Aus deren Einzelüberlebenswahrscheinlichkeiten wird die Überlebenswahrscheinlichkeit des Bauteils bestimmt. Die mittlere Dauerfestigkeit des Bauteils entspricht einer Überlebenswahrscheinlichkeit von 50 %.

Innerhalb des Konzeptes zur Simulation der Dauerfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile wird der Einfluss der Spannungsmehrachsigkeit in Form des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums berücksichtigt. Im Vergleich zu klassischen Vergleichsspannungshypothesen ist es ausschließlich nur mit diesem Kriterium möglich, zyklische Phänomene und die im Allgemeinen mehrachsigen Eigenspannungszustände zu erfassen. Die Parameter der Grenzlinie des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums, Schubwechselfestigkeit und hydrostatische Empfindlichkeit, wurden durch Rückrechnung des Werkstoff-Haigh-Diagramms bestimmt.

Die Werkstoffwechselfestigkeit wird basierend auf der simulierten Härteverteilung bestimmt. Insbesondere harte Schichten sind zunehmend empfindlicher gegenüber inneren Kerben. Damit ist der Einfluss des Gefüges auf die Beziehung zwischen Härte und Wechselfestigkeit nicht mehr vernachlässigbar. Dieser Einfluss kann durch den bruchmechanischen Wechselfestigkeitsansatz von Murakami berücksichtigt werden.

Der Einfluss der Oberflächentopografie auf die Wechselfestigkeit wird durch empirisch ermittelte Abminderungsfaktoren berücksichtigt.

Zur Durchführung der Simulation des Einsatzhärtens sowie der Dauerfestigkeitsabschätzung einsatzgehärteter Bauteile wurde in dieser Arbeit das Subroutine-System ANTRI für das FE-Programm ABAQUS entwickelt. Es ist auf dreidimensionale und axialsymmetrische Bauteile anwendbar. Die

Implementation der Wärmebehandlung besteht aus der Diffusionsanalyse, der thermischen Analyse und der Phasentransformationsanalyse, die miteinander gekoppelt sind, sowie der Eigenspannungsanalyse. Die Vorteile von ANTRI gegenüber kommerziell verfügbarer Software zur Wärmebehandlungs- bzw. Lebensdauersimulation sind sein modularer Aufbau und die damit verbundene hohe Flexibilität in Bezug auf den Austausch verschiedener Modellansätze, z.B. zu Validierungszwecken.

Die Verifikation des Subroutine-Systems ANTRI erfolgte anhand von drei Beispielen. Beispiel 1 zeigte die Einsatzhärtung eines Zylinders, Beispiel 2 die Einsatzhärtung und Dauerfestigkeitsabschätzung einer innendruckbeanspruchten abgesetzten Bohrung und Beispiel 3 die Einsatzhärtung und Dauerfestigkeitsabschätzung einer biegebeanspruchten Welle mit Querbohrung. Für alle drei Beispiele wurde eine sehr gute Übereinstimmung zwischen experimentell ermittelten Daten und simulierten Daten festgestellt. Die maximale Abweichung der simulierten Dauerfestigkeit von der experimentell ermittelten Dauerfestigkeit liegt im Fall der abgesetzten Bohrung bei 1 % und im Fall der Welle mit Querbohrung bei 10 %. Die durchgeführte Verifikation zeigt die prinzipiell sehr hohe Leistungsfähigkeit des Subroutine-Systems ANTRI sowie des entwickelten Bemessungskonzeptes.

Die Austenitkorngröße beeinflusst das Phasentransformationsverhalten des Einsatzstahles. Innerhalb der dargestellten Beispiele wurde die Austenitkorngröße auf der Grundlage durchgeführter metallografischer Untersuchungen festgelegt. In fortführenden Arbeiten sollte daher eine Simulation der Austenitkorngröße durchgeführt und innerhalb der Phasentransformationsanalyse berücksichtigt werden. Damit der Einfluss von metallurgisch-mechanischen Interaktionen wie beispielsweise die Beeinflussung des Phasentransformationsverhaltens durch den Eigenspannungszustand untersucht werden kann, ist ferner der Vorgang des Abkühlens als gekoppelte thermometallurgisch-thermomechanische Teilanalyse in die FEM zu implementieren.

Weiterhin sollte in künftigen Arbeiten die Anwendbarkeit des in dieser Arbeit mit Erfolg angewendeten Wechselfestigkeitsansatzes von Murakami auf andere thermochemische Randschichtverfestigungsverfahren untersucht werden.

# Bildverzeichnis

2.1	Temperatur-Zeit-Verläufe für das Direkthärten und das Einfachhärten [21, 22] . . . . .	4
2.2	Zustandsdiagramm Eisen-Kohlenstoff, Eisen-Eisenkarbid . . . . .	5
2.3	Kohlenstoffverlaufskurven beim Gasaufkohlen . . . . .	8
2.4	Vergleich des Verlaufes der Wärmestromdichte in Abhängigkeit von der Temperatur	10
2.5	Kontinuierliches ZTU-Diagramm des Einsatzstahles 20MnCr5, Quelle: Saarstahl AG	13
2.6	Isothermes ZTU-Diagramm des Einsatzstahles 20MnCr5, Quelle: Saarstahl AG . . .	13
2.7	Bildungsenthalpien des Austenits und des Martensits . . . . .	14
3.1	Thermische, metallurgische sowie mechanische Interaktionen während der Wärmebe- handlung . . . . .	19
3.2	Isoaktivitätslinien des binären Systems Fe – C . . . . .	23
3.3	Einfluss der Legierungselemente auf die Kohlenstoffaktivität im Stahl . . . . .	23
3.4	Schematische Darstellung eines isothermen ZTU-Diagramms . . . . .	28
3.5	Berechnete isotherme ZTU-Diagramme des Einsatzstahles 20MnCr5 . . . . .	30
3.6	Auswirkungen einer Randoxidation auf das Umwandlungsverhalten des Einsatzstahles 20MnCr5 . . . . .	30
3.7	Abschreck- und Anlasshärte bei verschiedenen Kohlenstoffgehalten . . . . .	36
3.8	Zusammenfassung der thermischen und transformationsinduzierten Dehnungen zur thermometallurgischen Dehnung . . . . .	38
4.1	Übersicht des Konzepts zur Dauerfestigkeitsabschätzung einsetzgehärteter Bauteile .	44
4.2	Kitagawa-Diagramm . . . . .	48
4.3	Mittelspannungs- und Eigenspannungseinfluss im Werkstoff-Haigh-Diagramm . . . .	49
4.4	Mittelspannungs- und Eigenspannungsempfindlichkeit . . . . .	51
4.5	Grafische Darstellung des Schwingfestigkeitskriteriums nach Dang Van . . . . .	54
4.6	Dang-Van-Diagramm für Wechselbeanspruchungen bei verschiedenen Spannungsverhält- nissen . . . . .	56
4.7	Oberflächenfaktor nach Siebel und Gaier . . . . .	58
5.1	Übersicht des Subroutine-Systems ANTRI . . . . .	64
5.2	Teilanalysen und berücksichtigte Interaktionen . . . . .	65
5.3	Implementation des Gasaufkohlens . . . . .	66
5.4	Implementation des Niederdruckaufkohlens . . . . .	67
5.5	Implementation der thermischen Analyse und der Phasentransformationsanalyse . .	68
5.6	Implementation der Eigenspannungsanalyse . . . . .	71
5.7	Implementation des Dauerfestigkeitskonzepts einsetzgehärteter Bauteile . . . . .	77

6.1	Beispiel Zylinder, Zeitliche Verläufe von Temperatur und Kohlenstoffpegel . . . . .	82
6.2	Beispiel Zylinder, axialsymmetrische Diskretisierung . . . . .	82
6.3	Beispiel Zylinder, Ausschnitt des FE-Netzes . . . . .	82
6.4	Beispiel Zylinder, simulierte Kohlenstoffverlaufskurven . . . . .	84
6.5	Beispiel Zylinder, simulierte Phasenverteilung und Kohlenstoffverlaufskurve . . . . .	85
6.6	Beispiel Zylinder, simulierte Härte-Tiefe-Verläufe . . . . .	86
6.7	Beispiel Zylinder, simulierte Eigenspannungsverläufe . . . . .	87
6.8	Beispiel Zylinder, Vergleich simulierter und gemessener Ergebnisse . . . . .	88
6.9	Beispiel abgesetzte Bohrung, Geometrie . . . . .	89
6.10	Beispiel abgesetzte Bohrung, axialsymmetrische Diskretisierung . . . . .	90
6.11	Beispiel abgesetzte Bohrung, Ausschnitt des FE-Netzes . . . . .	90
6.12	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Kohlenstoffverteilung . . . . .	92
6.13	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Restaustenitverteilung . . . . .	92
6.14	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Martensitverteilung . . . . .	92
6.15	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Verteilung der Vickers-Härte nach dem Anlassen . . . . .	92
6.16	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Koordinateneigenspannung $\sigma_{11}$ . . . . .	93
6.17	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Koordinateneigenspannung $\sigma_{22}$ . . . . .	93
6.18	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Koordinateneigenspannung $\sigma_{33}$ . . . . .	93
6.19	Beispiel abgesetzte Bohrung, simulierte Schubeigenspannung $\sigma_{12}$ . . . . .	93
6.20	Beispiel abgesetzte Bohrung, höchstbeanspruchtes Strukturelement und Pfad senk- recht zu den maximalen Hauptspannungen . . . . .	94
6.21	Beispiel abgesetzte Bohrung, bezogene Vergleichsspannungsverläufe . . . . .	95
6.22	Beispiel abgesetzte Bohrung, hydrostatische Spannung bei Belastungsbeginn . . . . .	96
6.23	Beispiel abgesetzte Bohrung, hydrostatische Spannung bei $p=2.880$ bar . . . . .	96
6.24	Beispiel abgesetzte Bohrung, Schubspannungsamplitude bei $p=2.880$ bar . . . . .	97
6.25	Beispiel abgesetzte Bohrung, lokaler Auslastungsgrad für Volumenversagen bei $p=2.880$ bar . . . . .	97
6.26	Beispiel abgesetzte Bohrung, Strukturelement mit maximalem Auslastungsgrad . . .	97
6.27	Beispiel abgesetzte Bohrung, Dang-Van-Darstellung für Wertepaare $p(\tau_a); \tau_a$ verschie- dener Druckschwingbreiten . . . . .	98
6.28	Beispiel abgesetzte Bohrung, Wahrscheinlichkeitsdiagramm . . . . .	98
6.29	Beispiel Welle mit Querbohrung, Geometrie . . . . .	99
6.30	Beispiel Welle mit Querbohrung, FE-Modell . . . . .	100
6.31	Beispiel Welle mit Querbohrung, Ausschnitt des FE-Netzes . . . . .	100
6.32	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Kohlenstoffverteilung . . . . .	102
6.33	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Restaustenitverteilung . . . . .	102
6.34	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Bainitverteilung . . . . .	102
6.35	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Martensitverteilung . . . . .	102
6.36	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Verteilung der Vickers-Härte nach dem Anlassen . . . . .	103
6.37	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte radiale Eigenspannung $\sigma_{rr}$ . . . . .	103



6.38	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte Umfangseigenstress $\sigma_{\varphi\varphi}$ . . . . .	103
6.39	Beispiel Welle mit Querbohrung, simulierte axiale Eigenstress $\sigma_{zz}$ . . . . .	104
6.40	Beispiel Welle mit Querbohrung, hydrostatischer Spannungszustand infolge Eigenstressungen . . . . .	104
6.41	Beispiel Welle mit Querbohrung, bezogene Vergleichsspannungsverläufe . . . . .	105
6.42	Beispiel Welle mit Querbohrung, hydrostatische Spannung bei $S_a = 300$ MPa ( $R_S = -1$ )	105
6.43	Beispiel Welle mit Querbohrung, Schubspannungsamplitude bei $S_a = 300$ MPa ( $R_S = -1$ ) . . . . .	105
6.44	Beispiel Welle mit Querbohrung, lokaler Auslastungsgrad für Volumenversagen bei $S_a = 300$ MPa ( $R_S = -1$ ) . . . . .	106
6.45	Beispiel Welle mit Querbohrung, Gegenüberstellung der Auslastungsgrade bei $S_a = 300$ MPa ( $R_S = -1$ ) . . . . .	107
6.46	Beispiel Welle mit Querbohrung, Dang-Van-Darstellung für Wertepaare $p(\tau_a); \tau_a$ verschiedener Nennspannungsamplituden $S_a$ ( $R_S = -1$ ) . . . . .	107
6.47	Beispiel Welle mit Querbohrung, Wahrscheinlichkeitsdiagramm . . . . .	108
A.1	Wärmeausdehnungskoeffizient nach Hildenwall [7] . . . . .	131
A.2	Elastizitätsmodul und Querdehnzahl nach Sjöström [8] . . . . .	132
A.3	Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Austenits nach Sjöström [8] . . . . .	132
A.4	Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Ferrits nach Sjöström [8] . . . . .	133
A.5	Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Perlits nach Sjöström [8] . . . . .	133
A.6	Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Bainits nach Sjöström [8] . . . . .	134
A.7	Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Martensits nach Sjöström [8] . . . . .	134
A.8	Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ von Abschrecköl nach Maniruzzaman e.a. [146] . . . . .	135
A.9	Wärmeübergangskoeffizient $\alpha$ verschiedener Gase nach Lohrmann e.a. [41] . . . . .	135

# Tabellenverzeichnis

2.1	Allotrope Modifikationen des reinen Eisens [24] . . . . .	5
2.2	Homogene Gefügearten (Mischkristalle) des Zustandsschaubildes Eisen-Eisenkarbid . . . . .	5
2.3	Umwandlungen des Zustandsschaubildes Eisen-Eisenkarbid [23] . . . . .	6
2.4	Mittlere Wärmeübergangskoeffizienten gasförmiger und flüssiger Abkühlmedien . . . . .	10
3.1	Wirkparameter $\sigma_C^X$ verschiedener Legierungselemente . . . . .	24
3.2	Umwandlungsmodell nach Kirkaldy e.a. [53,54] . . . . .	29
3.3	Umwandlungsmodell nach Li e.a. [55] . . . . .	29
3.4	Latente Wärmen verschiedener Umwandlungen . . . . .	34
3.5	Eingabegrößen der Simulation des Einsatzhärtens . . . . .	43
4.1	Bestimmung der Parameter des Dang-Van-Schwingfestigkeitskriteriums mit verschiedenen Ansätzen der Mittelspannungsempfindlichkeit . . . . .	55
5.1	Unterschiede bei der Verwendung von Elementen 2. Ordnung . . . . .	80
6.1	Chemische Zusammensetzung des Einsatzstahles 20MnCr5 . . . . .	81
6.2	FE-Netz des Zylinders, Geometriedaten und Elementtyp der Teilanalysen . . . . .	83
6.3	Chemische Zusammensetzung des Einsatzstahles 17CrNiMo6 . . . . .	89
6.4	Technische Daten der Wärmebehandlung . . . . .	89
6.5	FE-Netz der abgesetzten Bohrung, Geometriedaten und Elementtypen . . . . .	90
6.6	Vergleich der Ergebnisse aus Diffusions- und Phasentransformationsanalyse . . . . .	91
6.7	Eingangsrößen der Dauerfestigkeitsabschätzung . . . . .	95
6.8	FE-Netz der Welle mit Querbohrung, Geometriedaten und Elementtypen . . . . .	100
6.9	Eingangsrößen der Dauerfestigkeitsabschätzung . . . . .	106
A.1	Transformationsdehnungen nach Sjöström [8] . . . . .	131

## Literaturverzeichnis

- [1] KLOOS, K. H. und P. K. BRAISCH: *Über die Wirkung einer Randschichtverfestigung auf die Schwingfestigkeit von Proben und Bauteilen*. HTM, 37:83–91, 1982.
- [2] SPIES, H. J.: *Untersuchung des mechanischen Verhaltens von Randschichtverbunden*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 26:68–77, 1995.
- [3] DENIS, S., E. GAUTIER, A. SIMON und G. BECK: *Stress-phase transformations interactions - principles, modelling, and calculation of internal stresses*. Materials Science and Technology, 1:805–814, 1985.
- [4] DENIS, S.: *Prévision des contraintes résiduelles induites par traitement thermique et thermo-chimique*. La Revue de Métallurgie-CIT / Science et Génie des Matériaux, 2:157–176, 1997.
- [5] RÉTI, T.: *Residual Stresses in Carburized, Carbonitrided, and Case-Hardened Components*. In: TOTTEN, GEORGE E., MAURICE A. H. HOWES und TATSUO INOUE (Herausgeber): *Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel*, Seiten 190–208. ASM International, Materials Park, Ohio, 2002.
- [6] INOUE, T.: *Metallo-Thermo-Mechanics—Application to Quenching*. In: TOTTEN, GEORGE E., MAURICE A. H. HOWES und TATSUO INOUE (Herausgeber): *Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel*, Seiten 296–311. ASM International, Materials Park, Ohio, 2002.
- [7] HILDENWALL, B.: *Prediction of the residual stresses created during quenching. Especially the quench response in carburized steel*. Dissertation, Linköping University, 1979.
- [8] SJÖSTRÖM, S.: *The Calculation of Quench Stresses in Steel*. Dissertation, Linköping University, 1982.
- [9] DENIS, S., D. FARIS und A. SIMON: *Mathematical Model Coupling Phase Transformations and Temperature Evolutions in Steels*. ISIJ International, 32(3):316–325, 1992.
- [10] LÜTJENS, J., V. HEUER, F. KÖNIG, TH. LÜBBEN, V. SCHULZE und N. TRAPP: *Determination of input data for the simulation of case hardening*. In: ZOCH, H.-W. (Herausgeber): *1st International Conference on Distortion Engineering, held from 14 - 16 September 2005 in Bremen, Germany*, Bremen, 2005. Institut für Werkstofftechnik, Sonderforschungsbereich Distortion Engineering.
- [11] VELTEN, E.: *Entwicklung eines Schwingfestigkeitskonzeptes zur Berechnung der Dauerfestigkeit thermochemisch randschichtverfestigter bauteilähnlicher Proben*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1984.
- [12] BOMAS, H., P. MAYR und M. SCHLEICHER: *Calculation method for the fatigue limit of case hardened steels*. Materials Science and Engineering, A234-236:393–396, 1997.

- [13] BRUDER, T.: *Beitrag zur Beurteilung der Ermüdungsfestigkeit einsatzgehärteter Bauteile*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999.
- [14] JABLONSKI, F.: *Rechnerische Ermittlung von Dauerfestigkeitskennwerten an einsatzgehärteten Proben aus 16MnCr5 unter Berücksichtigung von Mittel- und Eigenspannungen*. Dissertation, Universität Bremen, 2000.
- [15] SCHLEICHER, M., H. BOMAS und P. MAYR: *Berechnung der Dauerfestigkeit von gekerbten und mehrachsig beanspruchten Proben aus dem einsatzgehärteten Stahl 16MnCrS5*. HTM, 56:84–56, 2001.
- [16] DIEMAR, A., K. LINNE, J. W. BERGMANN und M. VORMWALD: *Einsatzhärten und Autofrettage; Vorhaben Nr. 784; Dauerfestigkeitssteigerung einsatzgehärteter Hochdruckbauteile durch Autofrettage; Abschlußbericht; Heft 783*. Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. (FVV), Frankfurt, 2004.
- [17] ECKSTEIN, H. J.: *Technologie der Wärmebehandlung von Stahl*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 2. Auflage, 1987.
- [18] GROSCH, J., H. BOMAS, D. LIEDKE und H. STRENG: *Einsatzhärten. Grundlagen - Verfahren - Anwendungen - Eigenschaften einsatzgehärteter Gefüge und Bauteile*. Expert Verlag, Renningen-Malmsheim, 1994.
- [19] GEGNER, J.: *Linearisierte Darstellung des Diffusionskoeffizienten von Kohlenstoff in austenitischem Eisen*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 36(2):56–61, 2005.
- [20] GEGNER, JÜRGEN: *Komplexe Diffusionsprozesse in Metallen*. Expert Verlag, Renningen, 2006.
- [21] *DIN 17022-3. Wärmebehandlung von Eisenwerkstoffen. Verfahren der Wärmebehandlung. Teil 3: Einsatzhärten*, April 1984.
- [22] LIEDKE, D.: *Merkblatt 452 Einsatzhärten*. Stahl-Informations-Zentrum, Düsseldorf, 2. Auflage, 1995.
- [23] SCHATT, W.: *Einführung in die Werkstoffwissenschaft*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 2. Auflage, 1973.
- [24] SCHUMANN, H.: *Metallographie*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie GmbH, Leipzig, 13. Auflage, 1991.
- [25] GRÄFEN, W.: *Untersuchungen zur Stoffübertragung bei der Niederdruckaufkohlung*. Dissertation, Universität Bremen, 2002.
- [26] NEUMANN, F. und B. PERSON: *Beitrag zur Metallurgie der Gasaufkohlung. Zusammenhang zwischen dem C-Potential der Gasphase und des Werkstückes unter Berücksichtigung der Legierungselemente*. HTM, 23(4):296–308, 1968.
- [27] WÜNNING, J., G. LEYENS und G. WOELK: *Gesteuerte Aufkohlung in CO-freien Atmosphären*. HTM, 31:132–135, 1976.
- [28] LERCHE, W., M. LOHRMANN, B. EDENHOFER, W. GRÄFEN und J. W. BOUWMAN: *Mikrostrukturelle Erscheinungen in der Randschicht einsatzgehärteter Bauteile*. Materialwissen-

- schaft und Werkstofftechnik, 29(11):679–685, 1998.
- [29] HOFFMANN, R. und W. VOGEL: *Randoxidation - Ursache, Ausmaß, Auswirkung*. HTM, 57:49–56, 2002.
- [30] ALTENA, H.: *Niederdruck- und Plasmaaufkohlung. Aufkohlungsprozesse in Vakuumanlagen*. HTM, 49:58–63, 1994.
- [31] ALTENA, H.: *Niederdruck-Aufkohlung mit Hochdruck-Gasabschreckung. Verfahrenstechnik und Ergebnisse*. HTM, 53:93–100, 1998.
- [32] GRÄFEN, W.: *Neue Erkenntnisse zur Stoffübertragung bei der Niederdruckaufkohlung mit Acetylen*. HTM, 58:235–241, 2003.
- [33] SCHMITT, G.: *Produktionssteigerung durch Hochtemperaturaufkohlen im Vakuum*. In: *Internationales Getriebestahlsymposium, 23 -24 Mai 2002, Wetzlar*, 2002.
- [34] CLAUSEN, B., S. LAUE, M. BURTCHEM, F. HOFFMANN und P. MAYR: *Randschichtschädigung infolge Niederdruckaufkohlung*. HTM, 58(1):13–19, 2003.
- [35] CLAUSEN, B., F. HOFFMANN, H. W. ZOCH und P. MAYR: *Randschichtschädigung beim Härten und Einsatzhärten von Stählen*. HTM, 60(1):12–18, 2005.
- [36] LÖSER, K., P. HEILMANN und A. MELBER: *Hochdruck-Gasabschreckung mit Helium und Wasserstoff zum Härten niedriglegierter Stähle*. HTM, 50:314–321, 1995.
- [37] LÖSER, K. und V. HEUER: *Neue Entwicklungen auf dem Gebiet der Hochdruck-Gasabschreckung*. HTM, 58:74–82, 2003.
- [38] BAEHR, H. D. und K. STEPHAN: *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 4. Auflage, 2004.
- [39] OHLAND, J., T. LÜBBEN, M. HUNKEL, R. KOHLMANN, F. HOFFMANN, P. MAYR und H. W. ZOCH: *Eine einfache Methode zur Beurteilung von Abschrecksystemen*. HTM, 59(5):342–350, 2004.
- [40] KÜBLER, RALF: *Numerische und experimentelle Untersuchungen zum Einfluß des Wärmeübergangs beim Hochdruckgasabschrecken in Düsenfeldern auf die Spannungs-, Eigenspannungs- und Verzugsausbildung von rotationssymmetrischen Proben aus 100Cr6*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2002.
- [41] LOHRMANN, M., F. HOFFMANN und P. MAYR: *Abkühlintensität von Gasen in Wärmebehandlungsanlagen und deren Bestimmung*. HTM, 51:183–187, 1996.
- [42] *DIN EN 10084. Einsatzstähle. Technische Lieferbedingungen*, Juni 1998.
- [43] JOHNSON, W. A. und R. F. MEHL: *Reaction Kinetics in Processes of Nucleation and Growth*. Transactions of American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, 135:416–458, 1939.
- [44] AVRAMI, M.: *Kinetics of Phase Change. II: Transformation-Time Relations for Random Distribution of Nuclei*. Journal of Chemical Physics, 8:212–224, 1940.
- [45] TAMURA, I.: *Deformation-induced martensitic transformation and transformation-induced plasticity in steels*. Metal Science, 16(5):245–253, 1982.

- [46] MACHERAUCH, E., H. WOHLFAHRT und U. WOLFSTIEG: *Zur zweckmäßigen Definition von Eigenspannungen*. HTM, 28(3):201–211, 1973.
- [47] OBERSTE-BRANDENBURG, C.: *Ein Materialmodell zur Beschreibung der Austenit-Martensit Phasentransformation unter Berücksichtigung der transformationsinduzierten Plastizität*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Institut für Mechanik, 1999.
- [48] SJÖSTRÖM, S.: *Interactions and constitutive models for calculating quench stresses in steel*. Materials Science and Technology, 1:823–829, 1985.
- [49] DENIS, S., S. SJÖSTRÖM und A. SIMON: *Coupled temperature, stress, phase transformation calculation model numerical illustration of the internal stresses evolution during cooling of a eutectoid carbon steel cylinder*. Metallurgical Transactions, 18 A:1203–1212, 1987.
- [50] DENIS, S., P. ARCHAMBAULT, C. AUBRY, A. MEY, J. C. LOUIN und A. SIMON: *Modelling of phase transformation kinetics in steels and coupling with heat treatment residual stress predictions*. In: BUSO, E. und G. CAILLETAUD (Herausgeber): *3rd European Mechanics of Materials Conference on Mechanics and Multi-Physics Processes in solids: Experiments, Modelling, Applications, November 23-25 1998, Oxford, U.K.*, Seiten 323–332, Les Ulis Cedex A, 1999. EDP Sciences.
- [51] GUNNARSON, ST: *Einfluß von Legierungsstoffen auf den Kohlenstoffgehalt von aufgekohlten Einsatzstählen*. HTM, 22:293–295, 1967.
- [52] HIRSCHHEIMER, L. R.: *The Mathematical Basis for Carburizing Processes*. In: GROSCH, J. und M. MORRAL, J. SCHNEIDER (Herausgeber): *Carburizing and nitriding with atmospheres: Proceedings of the Second International Conference on Carburizing and Nitriding with Atmospheres, 6-8 December 1995, Cleveland, Ohio*, Seiten 129–131, Ohio, 1995. ASM International.
- [53] KIRKALDY, J. S. und D. VENUGOPALAN: *Prediction of microstructure and hardenability in low alloy steels*. In: MARDER, A. R. GOLDSTEIN, J. I. (Herausgeber): *Proceedings of an international conference on phase transformations in ferrous alloys held in Philadelphia, USA, October 4-6 1983*, Warrendale, 1984. The Metallurgical Society of AIME.
- [54] KIRKALDY, J. S.: *Diffusion-controlled phase transformations in steels, Theory and applications*. Scandinavian Journal of Metallurgy, 20(1):50–61, 1991.
- [55] LI, M. V., D. V. NIEBUHR, L. L. MEEKISHO und D. G. ATTERIDGE: *A Computational Model for the Prediction of Steel Hardenability*. Metallurgical and Materials Transactions, 29B:661–671, 1998.
- [56] ANDREWS, K. W.: *Empirical formulae for the calculation of some transformation temperatures*. Journal of the Iron and Steel Institute, Seiten 721–727, 1965.
- [57] CAHN, J. W.: *Transformation kinetics during continuous cooling*. Acta Metallurgica, 4:572–575, 1956.
- [58] VERDI, C. und A. VISINTIN: *A mathematical model of the austenite-pearlite transformation in plain carbon steel based on the Scheil's additivity rule*. Acta Metallurgica, 35(11):2711–2717, 1987.

- [59] SCHEIL, E.: *Anlaufzeit der Austenitumwandlung*. Archiv für das Eisenhüttenwesen, 8(12):565–567, 1935.
- [60] LEBLOND, J. B. und J. DEVAUX: *A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformations in steels including effect of austenite grain size*. Acta Metallurgica, 32(1):137–146, 1984.
- [61] LEBLOND, J. B., G. MOTTET, J. DEVAUX und J.-C. DEVAUX: *Mathematical models of anisothermal phase transformations in steels, and predicted plastic behaviour*. Materials Science and Technology, 1:815–822, 1985.
- [62] HENWOOD, C., M. BIBBY, J. GOLDAK und D. WATT: *Coupled transient heat transfer–microstructure weld computations (part B)*. Acta Metallurgica, 36(11):3037–3046, 1988.
- [63] WATT, D. F., L. COON, M. BIBBY, J. GOLDAK und C. HENWOOD: *An algorithm for modeling microstructural development in weld heat-affected zones (part a) reaction kinetics*. Acta Metallurgica, 36(11):3029–3035, 1988.
- [64] KOISTINEN, D. P. und R. E. MARBURGER: *A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels*. Acta Metallurgica, 7:59–60, 1959.
- [65] BUCHMAYR, B. und J. S. KIRKALDY: *Modeling of the Temperature Field, Transformation Behavior, Hardness and Mechanical Response of Low Alloy Steels during Cooling from Austenite Region*. Journal of Heat Treating, 8:127–136, 1990.
- [66] MAYNIER, PH., B. JUNGMANN und J. DOLLET: *Creusot-Loire system for the prediction of the mechanical properties of low alloy steel products*. In: DOANE, D. V. und J.S. KIRKALDY (Herausgeber): *Hardenability concepts with applications to steel: Proceedings of a Symposium, October 24-26 1977, Chicago*, Seiten 518–545, Warrendale, 1978. The Metallurgical Society of AIME.
- [67] RÉTI, T., G. BOBOK und M. GERGELY: *Computing method for non-isothermal heat treatments*. In: *Heat treatment '81: Proceedings of an International Conference, Birmingham, 15 - 16 September 1981*, Seiten 91–96, London, 1981. The Metal Society.
- [68] RÉTI, T., M. GERGELY und P. TARDY: *Mathematical treatment of non-isothermal transformations*. Materials Science and Technology, 3:365–371, 1987.
- [69] HOLLOMON, J.H. und L.D JAFFE: *Time-temperature relations in tempering steel*. Transactions of American Institute of Mining and Metallurgical Engineers, 162:223–249, 1945.
- [70] KELL, G., D. LIEDKE, D. ROEMPLER, W. VOGEL, K. H. WEISSOHN und U. WYSS: *Stand der Erkenntnisse über die mathematische Voraussage des Härteprofils einsatzgehärteter Bauteile*. HTM, 56:166–178, 2001.
- [71] AUBRY, C., S. DENIS, P. ARCHAMBAULT, A. SIMON und F. RUCKSTUHL: *Modelling of tempering kinetics for the calculation of heat treatment residual stresses in steels*. In: ERICSSON, TORSTEN (Herausgeber): *The 5th International Conference on Residual Stresses, June 16-18 1997, Linköping, Sweden*, Seiten 412–417, 1997.

- [72] AUBRY, C.: *Modélisation et étude expérimentale des cinétiques de revenu d'aciers trempés. Prédiction des contraintes résiduelles de trempé dans un acier cémenté en incluant l'autorevenu.* Doktorarbeit, Polytechnique de Lorraine, 1998.
- [73] GREENWOOD, G. W. und R. H. JOHNSON: *The deformation of metals under small stresses during phase transformation.* In: *Proceedings of the Royal Society of London*, Band 283 A, Seiten 403–422. 1965.
- [74] AHRENS, U.: *Beanspruchungsabhängiges Umwandlungsverhalten und Umwandlungsplastizität niedrig legierter Stähle mit unterschiedlich hohen Kohlenstoffgehalten.* Dissertation, Universität Paderborn, 2003.
- [75] MAGEE, C. L.: *Transformation Kinetics, Microplasticity and Aging of Martensite in Fe-31 Ni.* Dissertation, Carnegie Institute of Technology, 1966.
- [76] LEBLOND, J. B., J. DEVAUX und J. C. DEVAUX: *Mathematical modelling of transformation plasticity in steels I: Case of ideal-plastic phases.* *International Journal of Plasticity*, 5:551–572, 1989.
- [77] DESALOS, Y.: *Comportement Dilatométrique et Mécanique de l'Austénite Metastable d'un Acier A 533.* Technischer Bericht, ISRID, 1981.
- [78] ZIENKIEWICZ, O. C. und R. L. TAYLOR: *Solid mechanics.* Butterworth Heinemann, Oxford, 5. Auflage, 2003.
- [79] LEBLOND, J. B., G. MOTTET und J. C. DEVAUX: *A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations - I: Derivation of general relations.* *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 34(4):395–409, 1986.
- [80] LEBLOND, J. B., G. MOTTET und J. C. DEVAUX: *A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations - II: Study of classical plasticity for ideal-plastic phases.* *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 34(4):411–432, 1986.
- [81] LEBLOND, J. B.: *Mathematical modelling of transformation plasticity in steels II: Coupling with strain hardening phenomena.* *International Journal of Plasticity*, 5:573–591, 1989.
- [82] SAUNDERS, N., Z. GUO, A.P. MIODOWNIK und J.-PH. SCHILLÉ: *Modelling the Material Properties and Behaviour of Multicomponent Alloys.* In: *22nd CAD-FEM Users Meeting 2004, International Congress on FEM Technology with ANSYS CFX and ICEM CFD Conference, November 10-12 2004, Dresden, Germany*, Grafing, 2004. CAD-FEM GmbH.
- [83] STRIBECK, R.: *Dauerfestigkeit von Eisen Stahl bei wechselnder Biegung, verglichen mit den Ergebnissen des Zugversuches.* *Z-VDI*, 67:631–636, 1923.
- [84] HOUDREMONT, E. und R. MAILÄNDER: *Dauerbiegeversuche mit Stählen.* *Stahl und Eisen*, 49(23):833–839, 1929.
- [85] ZENNER, H. und I. RICHTER: *Eine Festigkeitshypothese für die Dauerfestigkeit bei beliebigen Beanspruchungskombinationen.* *Konstruktion*, 29:11–18, 1977.
- [86] LANG, O. R.: *Dimensionierung komplizierter Bauteile aus Stahl im Bereich der Zeit- und*



- Dauerfestigkeit*. Zeitschrift für Werkstofftechnik, 10(1):24–29, 1979.
- [87] MURAKAMI, Y. und H. USUKI: *Quantitative evaluation of effects of non-metallic inclusions on fatigue strength of high strength steels. II: Fatigue limit evaluation based on statistics for extreme values of inclusion size*. International Journal of Fatigue, 11(5):299–307, 1989.
- [88] MURAKAMI, Y. und T. TORIYAMA: *The varea Parameter Model for Quantitative Evaluation of Effects of Non-Metallic Inclusions on Fatigue Strength*. In: *Fatigue 93 - Proceedings of the 5th International Conference on Fatigue and Fatigue Thresholds held 3-7 May 1993 Montreal, Quebec, Canada*, Seiten 303–309, Warley, 1993. EMAS Engineering Materials Advisory Services.
- [89] MURAKAMI, Y.: *Mechanism of Fatigue Failure in Ultralong Life Regime*. In: STANZL-TSCHEGG, S. MAYER, H. (Herausgeber): *Proceedings of the International Conference on Fatigue in the Very High Cycle Regime, 2-4 July 2001, Vienna, Austria*, Seiten 11–22, Vienna, 2001. Institute of Meteorology and Physics, Physics Department, University of Agricultural Sciences.
- [90] MURAKAMI, Y.: *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*. Elsevier Science Ltd., Oxford, 1. Auflage, 2002.
- [91] BÄUMEL, A.: *Experimentelle und numerische Untersuchung der Schwingfestigkeit randschichtverfestigter eigenspannungsbehafteter Bauteile*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1991.
- [92] KITAGAWA, H. und S. TAKAHASHI: *Applicability of Fracture Mechanics to Very Small Cracks or the Behaviour in the Early Stages*. In: *Proceedings of Second International Conference on Mechanical Behavior of Materials, Boston, MA, 1976*.
- [93] RADAJ, D.: *Ermüdungsfestigkeit, Grundlagen für Leichtbau, Maschinen- und Stahlbau*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1995.
- [94] LINKEWITZ, T.: *Berechnung der Wechselfestigkeit von gekerbten und mehrachsig beanspruchten Proben des Stahls 100Cr6 im bainitischen Zustand*. VDI Verlag GmbH, DÄ $\frac{1}{4}$ sseldorf, 1998.
- [95] WINDERLICH, B., J. STANDFUSS und B. BRENNER: *Beanspruchungsgerechtes Laserstrahlhärten*. In: *DVM-Bericht 122: Leichtbau durch Innovative Fertigungsverfahren, 22. Vortragsveranstaltung des Arbeitskreises Betriebsfestigkeit*, Seiten 29–39, Berlin, 1996. Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung e.V.
- [96] KIM, H. J. und Y. G. KWEON: *High-Cycle Fatigue Behavior of Gas-Carburized Medium Carbon Cr-Mo Steel*. Metallurgical and Materials Transactions, 27A:2557–2564, 1996.
- [97] SCHÜTZ, W.: *Über eine Beziehung zwischen der Lebensdauer bei konstanter und bei veränderlicher Beanspruchungsamplitude und ihre Anwendbarkeit auf die Bemessung von Flugzeugbauteilen*. Dissertation, Technische Hochschule München, 1965.
- [98] HAIBACH, E.: *Betriebsfestigkeit, Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*. VDI-Buch. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2. Auflage, 2002.
- [99] HÄNEL, B., E. HAIBACH, T. SEEGER, G. WIRTHGEN und H. ZENNER: *FKM-Richtlinie:*

- Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen.* VDMA Verlag GmbH, Frankfurt, 2002.
- [100] MACHERAUCH, E. und H. WOHLFAHRT: *Eigenstressungen und Ermüdung.* In: MUNZ, D. (Herausgeber): *Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe.* DGM-Informationsgesellschaft, Oberursel, 1985.
- [101] WOHLFAHRT, H.: *Einfluss von Mittelspannungen und Eigenstressungen auf die Dauerfestigkeit.* In: *VDI-Berichte 661. Dauerfestigkeit und Zeitfestigkeit,* Seiten 99–127. VDI-Verlag, 1988.
- [102] DANG VAN, K., B. GRIVEAU und O. MESSAGE: *On a new Multiaxial Fatigue Limit Criterion: Theory and Application.* In: BROWN, M. W. und K. J. MILLER (Herausgeber): *Biaxial and Multiaxial Fatigue,* Seiten 479–496. Mechanical Engineering Publications, London, 1989.
- [103] PAPADOPOULOS, I. V.: *A high-cycle fatigue criterion applied in biaxial and triaxial out-of-phase stress conditions.* *Fracture of Engineering Materials and Structures,* 18(1):79–91, 1995.
- [104] CROSSLAND, B.: *Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel.* In: *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals,* Seiten 138–149, London, 1956. Institution of Mechanical Engineers.
- [105] SINES, G. und G. OHGI: *Fatigue Criteria Under Combined Stresses or Strains.* *Journal of Engineering Materials and Technology,* 103:82–90, 1981.
- [106] PAPADOPOULOS, I. V., P. DAVOLI, C. GORLA, M. FILIPPINI und A. BERNASCONI: *A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals.* *International Journal of Fatigue,* 19(3):219–235, 1997.
- [107] DANG VAN, K.: *Macro-Micro Approach in High-Cycle Multiaxial Fatigue.* In: MCDOWELL, D. L. und R. ELLIS (Herausgeber): *Advances in Multiaxial Fatigue,* Seiten 120–130. American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1993.
- [108] DANG VAN, K., A. BIGNONNET, J. L. FAYARD und J. J. JANOSCH: *Assessment of welded structures by a local multiaxial fatigue approach.* *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures,* 24(5):369–376, 2001.
- [109] BERNASCONI, A.: *Efficient algorithms for calculation of shear stress amplitude and amplitude of the second invariant of the stress deviator in fatigue criteria applications.* *International Journal of Fatigue,* 24:649–657, 2002.
- [110] BERNASCONI, A., P. DAVOLI, M. FILIPPINI und S. FOLETTI: *An integrated approach to rolling contact sub-surface fatigue assessment of railway wheels.* *Wear,* 258(7-8):973–980, 2005.
- [111] EKBERG, A.: *Rolling contact fatigue of railway wheels.* Dissertation, Department of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology Göteborg, 1997.
- [112] DESIMONE, H., A. BERNASCONI und S. BERETTA: *On the application of Dang Van criterion to rolling contact fatigue.* *Wear,* 260(4-5):567–572, 2006.
- [113] KLOOS, K. H.: *Einfluss des Oberflächenzustandes und der Probengröße auf die Schwingfestigkeitseigenschaften.* In: *VDI-Berichte Nr. 268, Werkstoff- und Bauteilverhalten unter Schwing-*

- beanspruchung*, Seiten 63–76. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1976.
- [114] SIEBEL, E. und M. GAIER: *Untersuchungen über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit auf die Dauerfestigkeit metallischer Bauteile*. VDI-Zeitschrift, 98:1751–1774, 1956.
- [115] *DIN 4762. Oberflächenrauheit; Begriffe, Oberfläche und ihre Kenngrößen*, August 1960.
- [116] HÜCK, M., L. THRAINER und W. SCHÜTZ: *Berechnung von Wöhlerlinien für Bauteile aus Stahl, Stahlguß und Grauguß - Synthetische Wöhlerlinien*, Band 3. Verein Deutscher Eisenhüttenleute, Düsseldorf, 1983.
- [117] *DIN EN ISO 4287. Oberflächenbeschaffenheit; Tastschnittverfahren; Benennungen, Definitionen und Kenngrößen der Oberflächenbeschaffenheit*, Oktober 1998.
- [118] *DIN 4768. Ermittlung der Rauheitskenngrößen  $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_{max}$  mit elektronischen Tastschnittgeräten*, Mai 1990.
- [119] FESSENMAYER, W., H. BUSCHERMÖHLE und A. SIGWART: *Oberflächenrauigkeit: Vorhaben Nr. 156; Untersuchungen zum Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf die Ermüdungsfestigkeit; Abschlußbericht; Forschungshefte Forschungskuratorium Maschinenbau e. V., Heft 196*. Technischer Bericht, Forschungskuratorium Maschinenbau e. V. (FKM), 1995.
- [120] KRÄ, C. und K. HECKEL: *Übertragung von Schwingfestigkeitswerten mit dem statistischen Größeneinfluß*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 20:255–261, 1989.
- [121] WEIBULL, W.: *A Statistical Distribution Function of Wide Applicability*. Journal of Applied Mechanics, 18:293–297, 1951.
- [122] GUMBEL, E. J.: *Statistische Theorie der Ermüdungserscheinungen bei Metallen*. Mitteilungsblatt für mathematische Statistik und ihre Anwendungsgebiete, 8:97–131, 1956.
- [123] FREUDENTHAL, A. F. und E. J. GUMBEL: *On the Statistical Interpretation of Fatigue Tests*. In: *Proceedings of the Royal Society of London, Series A 216*, Seiten 309–332. Royal Society, London, 1953.
- [124] KÖHLER, J.: *Statistischer Größeneinfluss im Dauerschwingverhalten ungekerbter und gekerbter Bauteile*. Dissertation, Technische Universität München, 1975.
- [125] HECKEL, K. und J. KÖHLER: *Experimentelle Untersuchung des statistischen Größeneinflusses im Dauerschwingversuch an ungekerbten Stahlproben*. Zeitschrift für Werkstofftechnik, 6:52–54, 1975.
- [126] BÖHM, J.: *Zur Vorhersage von Dauerschwingfestigkeiten ungekerbter und gekerbter Bauteile unter Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses*. Dissertation, Technische Universität München, 1979.
- [127] KRÄ, C.: *Beschreibung des Lebensdauerhaltens gekerbter Proben unter Betriebsbelastung auf der Basis des statistischen Größeneinflusses*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1988.
- [128] GUMBEL, E. J.: *Statistics of extremes*. Columbia University Press, New York, 1958.
- [129] SCHUBERT, R.: *Zur Anwendbarkeit des statistischen Größeneinflusses bei der Nickelbasisle-*

- gierung UDIMET 700 (PM) as HIP. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1995.
- [130] KRÜGER, A. E. F.: *Bedeutung des Spannungsgradienten für den statistischen Größeneinfluß bei Schwingbeanspruchung*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1996.
- [131] BOMAS, H. und M. SCHLEICHER: *Dauerfeste Dimensionierung schwingend beanspruchter Bauteile aus einsatzgehärteten Stählen; Abschlußbericht zum AiF-Forschungsvorhaben 10867N*. Stiftung Institut für Werkstofftechnik, Bremen, 1998.
- [132] *ABAQUS Analysis Users Manual. Version 6.5*. ABAQUS, Inc., Providence, USA, 2004.
- [133] JÄRVSTRAT, N. und S. SJÖSTRÖM: *Current Status of TRAST; a Material Model Subroutine System for the Calculation of Quench Stresses in Steel*. In: *ABAQUS Users Conference, Aachen, Germany, June 1993*, Seiten 273–287, Pawtucket, 1993. Hibbit, Karlsson & Sorensen.
- [134] FAIRES, JOHN DOUGLAS und RICHARD L. BURDEN: *Numerische Methoden : Näherungsverfahren und ihre praktische Anwendung*. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg, Berlin, Oxford, 1994.
- [135] MAUGIN, GERARD A.: *The thermomechanics of plasticity and fracture*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [136] SIMO, JUAN C. und THOMAS J. R. HUGHES: *Computational inelasticity*. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1998.
- [137] DUNNE, FIONN und NIK PETRINIC: *Introduction to computational plasticity*. Oxford University Press, Oxford, New York, 2005.
- [138] GRIMM, D.: *Untersuchungen zum statistischen Größeneinfluss - Entwicklung und Verifikation einer FE-basierenden Analysesoftware*. Fachgebietsveröffentlichung FS - 4/2001, Technische Universität Darmstadt, 2001.
- [139] SCHICKER, W., W. BROCKS und D. STEGLICH: *Programm zur Berechnung von Weibullspannungen und zur Anpassung der Weibullparameter*. Technischer Bericht, Institut für Werkstofforschung, GKSS-Forschungszentrum Geesthacht, 1997.
- [140] KIENZLER, R. und K. KUTSCHAN: *Beschreibung des modifizierten Programmpaketes STAU*. Technischer Bericht, Universität Bremen, Fachbereich 4, 2003.
- [141] DIEMAR, A., R. THUMSER und J. W. BERGMANN: *Statistischer Größeneinfluss und Bauteilfestigkeit. Eine neue Methode zur Ermittlung von Spannungintegralen*. Materialprüfung, 46:16–21, 2004.
- [142] *ANSYS Structural Analysis Guide. Release 10.0*. Ansys, Inc., Canonsburg, PA, USA, 2005.
- [143] DIEMAR, A., R. THUMSER und J. W. BERGMANN: *Ermittlung von lokalen Kenngrößen für die Anwendung des Weakest-Link Modells mit ABAQUS*. In: *16. Deutschsprachige ABAQUS-Benutzerkonferenz, 20.-21. September 2004, Königswinter, Aachen, 2004*. ABAQUS Deutschland GmbH.
- [144] DIEMAR, A., R. THUMSER und J. W. BERGMANN: *Determination of local characteristics for*

- the application of the Weakest-Link model with ANSYS.* In: *22nd CAD-FEM Users' Meeting 2004, International Congress on FEM Technology with ANSYS CFX & ICEM CFD Conference, November 10-12 2004, Dresden, Germany*, Grafing, 2004. CAD-FEM GmbH.
- [145] GOLDSTEIN, J. I. und A. E. MOREN: *Diffusion Modeling of the Carburization Process.* Metallurgical Transactions, 9A:1515–1525, 1978.
- [146] MANIRUZZAMAN, M. und R.D. SISSON JR.: *Heat transfer coefficients for quenching process simulation.* Journal de Physique IV (Proceedings), 120:269–276, 2004.
- [147] GRÄFEN, W., FA. IPSEN: *Zeitdauern der Aufkohlungs- bzw. Diffusionszyklen.* Persönliche Mitteilung.
- [148] TIBBETS, G. G.: *Diffusivity of carbon in iron and steels at high temperatures.* J. Appl. Phys., 51:4813–4816, 1980.
- [149] BOMAS, H., T. LINKEWITZ und P. MAYR: *Bewertung des Einflusses von Eigen- und Mittelspannungen auf die Dauerfestigkeit des Stahls 42CrMo4 im vergüteten Zustand.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 29:270–276, 1998.
- [150] RICHTER, F.: *Die wichtigsten physikalischen Eigenschaften von 52 Eisenwerkstoffen.* Verlag Stahleisen M. B. H., Düsseldorf, 1973.
- [151] RICHTER, F.: *Physikalische Eigenschaften von Stählen und ihre Temperaturabhängigkeit. Polynome und grafische Darstellungen.* Verlag Stahleisen M. B. H., Düsseldorf, 1983.

# Anhang

# A Eingabedaten der Eigenspannungssimulation

## A.1 Thermophysikalische Werkstoffkennwerte

- Diffusionskoeffizient von Kohlenstoff in Austenit nach Tibbets [148]

$$D_C = \frac{47(\exp(-1,60 c_C) - 37000 - 6600 c_C)}{R T} \quad (\text{A.1})$$

$D_C$  – in  $[\text{mm}^2/\text{s}]$

$c_C$  – Kohlenstoffgehalt in  $[\text{Masse-\%}]$

$R$  – Gaskonstante  $1,986 \text{ cal/K/mol}$

$T$  – Temperatur in  $[\text{K}]$

- Diffusionskoeffizient von Kohlenstoff in Austenit nach Goldstein e.a. [145]

$$D_C = \frac{(0,07 + (0,06 c_C) \exp(-Q/(R T))) \cdot 100}{R T} \quad (\text{A.2})$$

$D_C$  – in  $[\text{mm}^2/\text{s}]$

$c_C$  – Kohlenstoffgehalt in  $[\text{Masse-\%}]$

$R$  – Gaskonstante  $1,986 \text{ cal/K/mol}$

$T$  – Temperatur in  $[\text{K}]$

$Q$  – Aktivierungsenergie  $32000 \text{ cal/mol}$

- Dichte bei  $20 \text{ }^\circ\text{C}$   $\rho_{20}$  für Stähle nach Eckstein [17]

$$\rho_{20} = 7860 + 40C + 73\text{Si} - 16\text{Mn} - 117\text{P} - 164\text{S} + \text{Cr} + 11\text{Cu} + 4\text{Ni} + 95\text{W} - 120\text{Al} \quad (\text{A.3})$$

$\rho_{20}$  – in  $[\text{kg}/\text{m}^3]$

- Temperaturabhängige Dichte  $\rho$  für Stähle nach Eckstein [17]

$$\rho = \frac{\rho_{20}}{1 + 3 \alpha T} \quad (\text{A.4})$$

$\rho$  – in  $[\text{kg}/\text{m}^3]$

$\alpha$  – Thermischer Ausdehnungskoeffizient in  $[1/\text{K}]$

$T$  – Temperatur in  $[^\circ\text{C}]$

- Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  für Austenit nach Richter und Eckstein [17,150]

$$\lambda = \frac{0,02182}{\rho_{ET}} T + \frac{5,718}{\rho_{ET}} \quad (\text{A.5})$$

$\lambda$  – in [W/m/K]

$T$  – Temperatur in [K]

$\rho_{ET}$  – Temperaturabhängiger spezifischer elektrischer Widerstand in [ $\Omega$  m]

- Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  für Ferrit, Perlit, Bainit und Martensit nach Richter und Eckstein [17,150]

$$\lambda = \frac{0,02985}{\rho_{ET}} T + \frac{1,674}{\rho_{ET}} \quad (\text{A.6})$$

$\lambda$  – in [W/m/K]

$T$  – Temperatur in [K]

$\rho_{ET}$  – Temperaturabhängiger spezifischer elektrischer Widerstand in [ $\Omega$  m]

- Spezifische Wärmekapazität  $c_p$  für Austenit nach Richter [151]

$$c_p = 454 + 0,388 T - 3,219 \cdot 10^{-4} T^2 + 1,090 \cdot 10^{-7} T^3 \quad (\text{A.7})$$

$c_p$  – in [J/kg/K]

$T$  – Temperatur in [ $^{\circ}$ C]

- Spezifische Wärmekapazität  $c_p$  für Ferrit, Perlit, Bainit und Martensit nach Eckstein [17]

$$20^{\circ}\text{C} < T \leq A_{e1} : \quad c_p = 422 + 0,331 - 2,142 \cdot 10^{-3} T^2 + 2,640 \cdot 10^{-6} T^3 \quad (\text{A.8})$$

$$A_{e1} < T \leq A_{e3} : \quad c_p = 21 A_{e3} + z_2 T - z_1 T - z_2 A_{e1} / (A_{e3} - A_{e1}) \quad (\text{A.9})$$

$$z_1 = 422 + 0,931 A_{e1} + 2,142 \cdot 10^{-3} A_{e1}^2 + 2,640 \cdot 10^{-6} A_{e1}^3$$

$$z_2 = 0,265 A_{e3} + 0,352$$

$$A_{e3} < T \leq 1200^{\circ}\text{C} : \quad c_p = 0,265 A_{e3} + 352 \quad (\text{A.10})$$

$c_p$  – in [J/kg/K]

$T$  – Temperatur in [ $^{\circ}$ C]

- Spezifischer elektrischer Widerstand  $\rho_{E20}$  bei 20  $^{\circ}$ C für Ferrit, Perlit, Bainit und Martensit nach Eckstein [17]

$$\rho_{E20} = 0,0011 + 0,283C + 0,17Si + 0,0387Mn - 0,1295S + 0,0702Al + \quad (\text{A.11})$$

$$0,00272Cr + 0,0335Cu + 0,0333Mo + 0,0193Ni$$

$\rho_{E20}$  – in [ $\Omega$  m]



- Temperaturabhängiger spezifischer elektrischer Widerstand  $\rho_{ET}$  für Stähle nach Eckstein [17]

$$20^\circ\text{C} < T \leq 800^\circ\text{C} : \quad \rho_{ET} = 1,026 \rho_{E20} + 1,4 \cdot 10^{-3} T - 1,3 \cdot 10^{-3} \rho_{E20} T - 0,028 \quad (\text{A.12})$$

$$800^\circ\text{C} < T \leq 1200^\circ\text{C} : \quad \rho_{ET} = 3,8 \cdot 10^{-4} T + 0,8 \quad (\text{A.13})$$

$\rho_{ET}$  – in  $[\Omega \text{ m}]$

$T$  – Temperatur in  $[\text{°C}]$

- Mittlerer thermischer Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  für Stähle nach Eckstein [17]

$$20^\circ\text{C} < T \leq A_{e1} : \quad \alpha = (11,4 + 8,230 \cdot 10^{-3} T + 4,8 \cdot 10^{-6} T^2) / 10^6 \quad (\text{A.14})$$

$$A_{e1} < T \leq A_{e3} : \quad \alpha = ((z_1 A_{e3} + z_2 T - z_1 T - z_2 A_{e1}) / (A_{e3} - A_{e1})) / 10^6 \quad (\text{A.15})$$

$$z_1 = 11,4 + 8,230 \cdot 10^{-3} A_{e1} + 4,8 \cdot 10^{-6} A_{e1}^3$$

$$z_2 = 0,007 A_{e3} + 6,4$$

$$A_{e3} < T \leq 1200^\circ\text{C} : \quad \alpha = (0,007 T + 6,4) / 10^6 \quad (\text{A.16})$$

$\alpha$  – in  $[1/\text{K}]$

$T$  – Temperatur in  $[\text{°C}]$

## A.2 Thermomechanische Werkstoffkennwerte

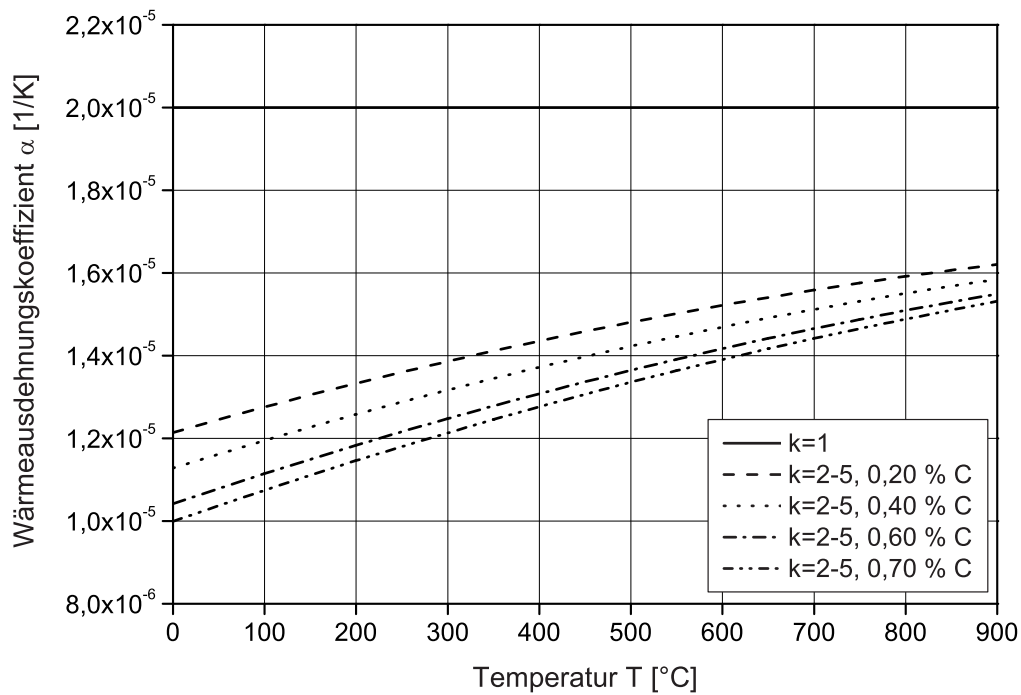


Bild A.1. Wärmeausdehnungskoeffizient nach Hildenwall [7]

- Transformationsdehnungen

Tabelle A.1. Transformationsdehnungen nach Sjöström [8]

Kohlenstoffgehalt [Masse-%]	Transformation $k = 1 \rightarrow k$	$\epsilon^{(k)tr}$ [-]
0,18	k=2,3,4	0,0081
0,18	k=5	0,0082
0,39	k=2,3,4	0,0074
0,39	k=5	0,0086
0,58	k=2,3,4	0,0071
0,58	k=5	0,0092
0,74	k=2,3,4	0,0069
0,74	k=5	0,0098

$k = 1$  – Austenit

$k = 2$  – Ferrit    $k = 3$  – Perlit    $k = 4$  – Bainit    $k = 5$  – Martensit

$\epsilon_{\alpha' \rightarrow \alpha + \epsilon}^{tr}$  nach Aubry [72]

$$\epsilon_{\alpha' \rightarrow \alpha + \epsilon}^{tr} = \frac{0,004 - 0,0057 c_C + 0,003 c_C^2}{25,321 + 0,542 c_C - 0,008 c_C^2} \quad (\text{A.17})$$

$\epsilon_{\alpha' \rightarrow \alpha + \epsilon}^{tr}$  – in [-]

$c_C$  – Kohlenstoffgehalt in [Masse-%]

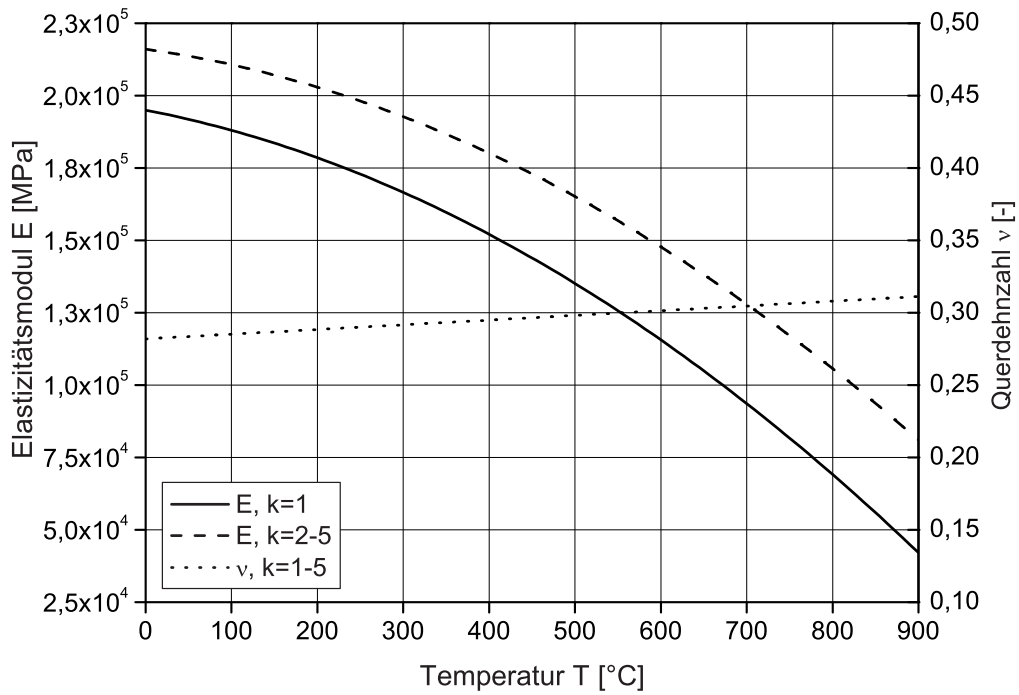


Bild A.2. Elastizitätsmodul und Querdehnzahl nach Sjöström [8]

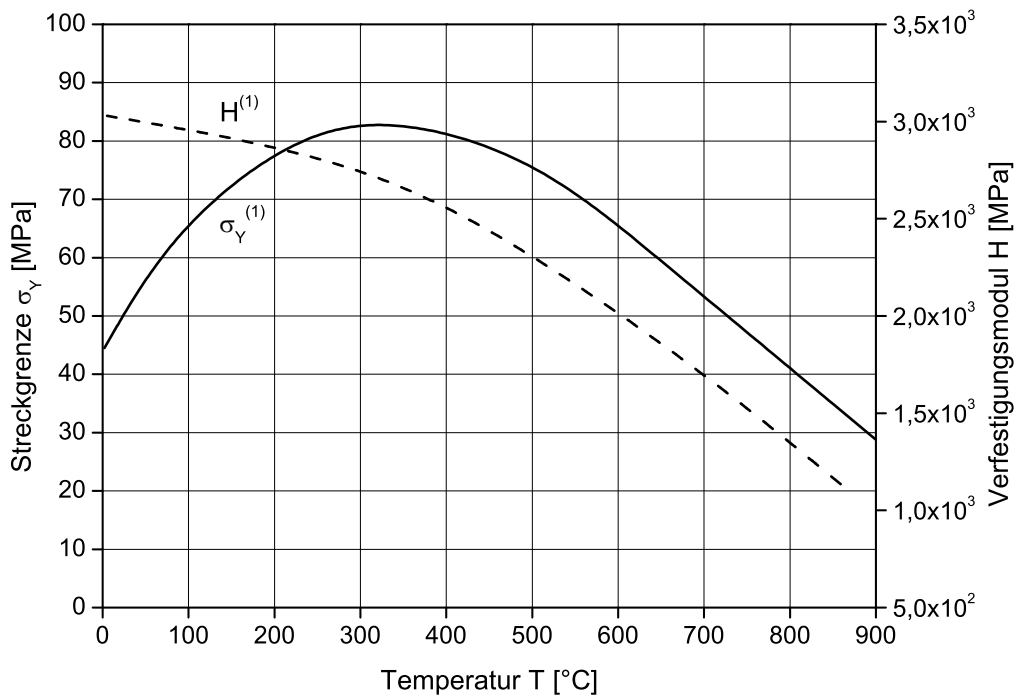


Bild A.3. Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Austenits nach Sjöström [8]

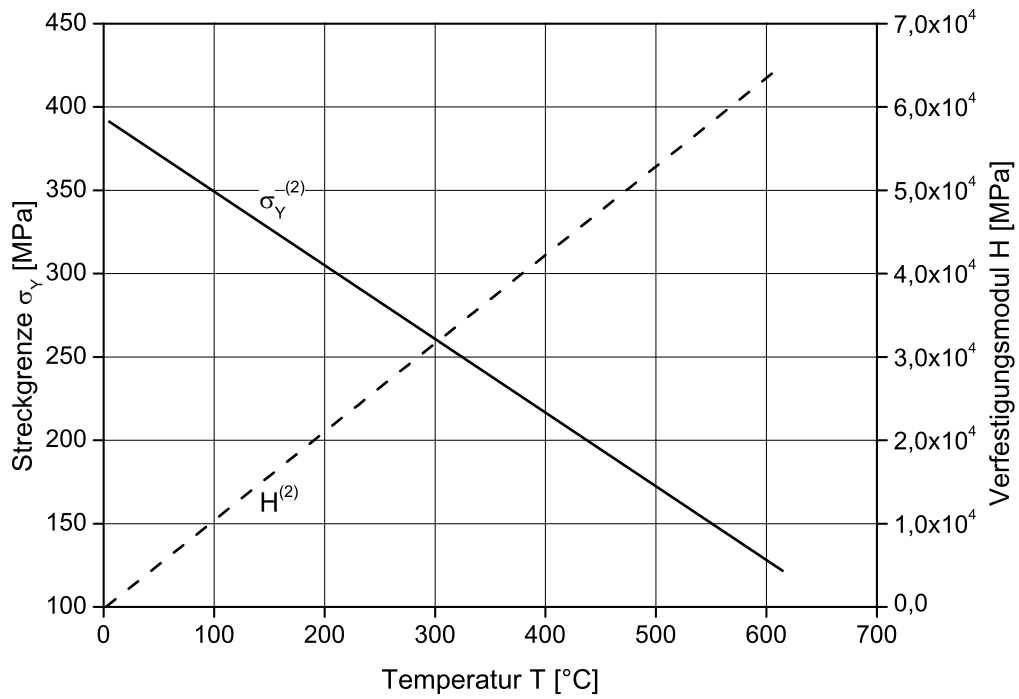


Bild A.4. Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Ferrits nach Sjöström [8]

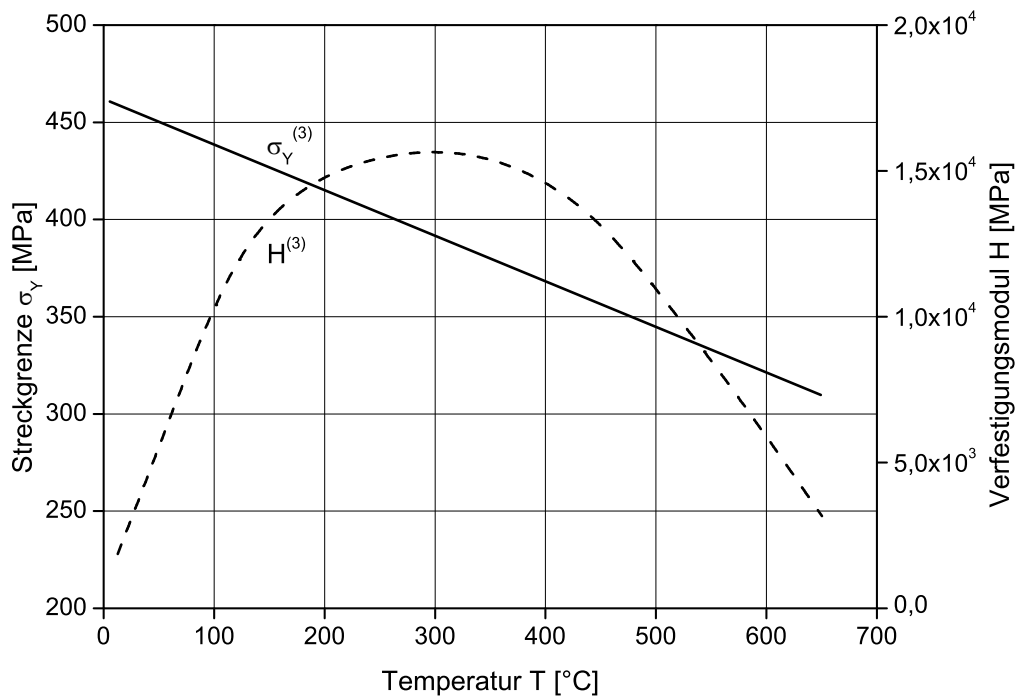


Bild A.5. Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Perlits nach Sjöström [8]

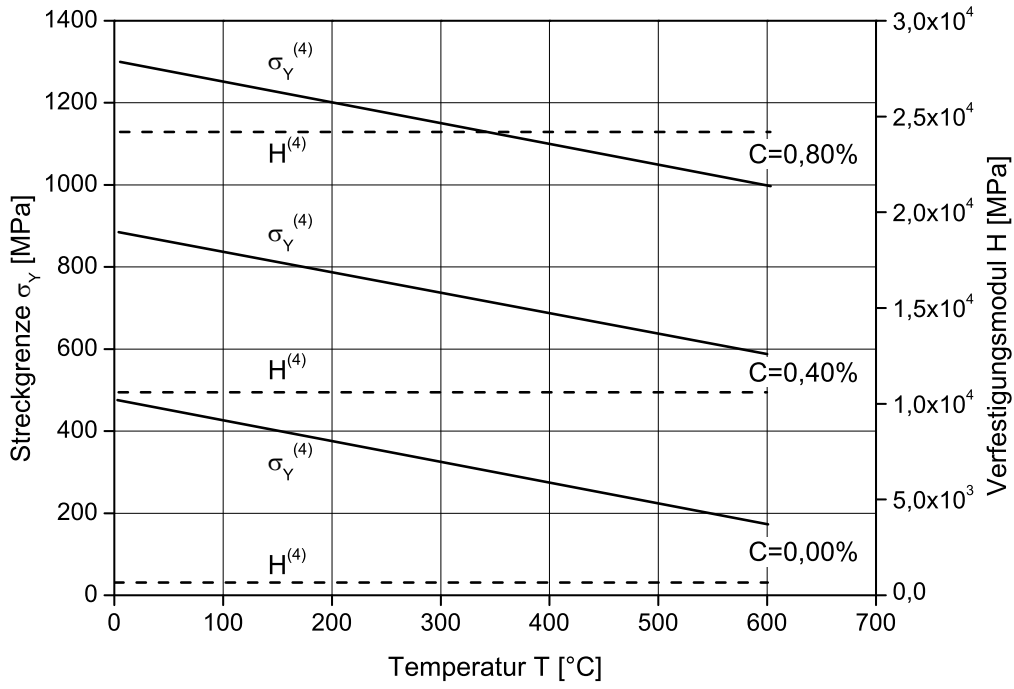


Bild A.6. Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Bainits nach Sjöström [8]

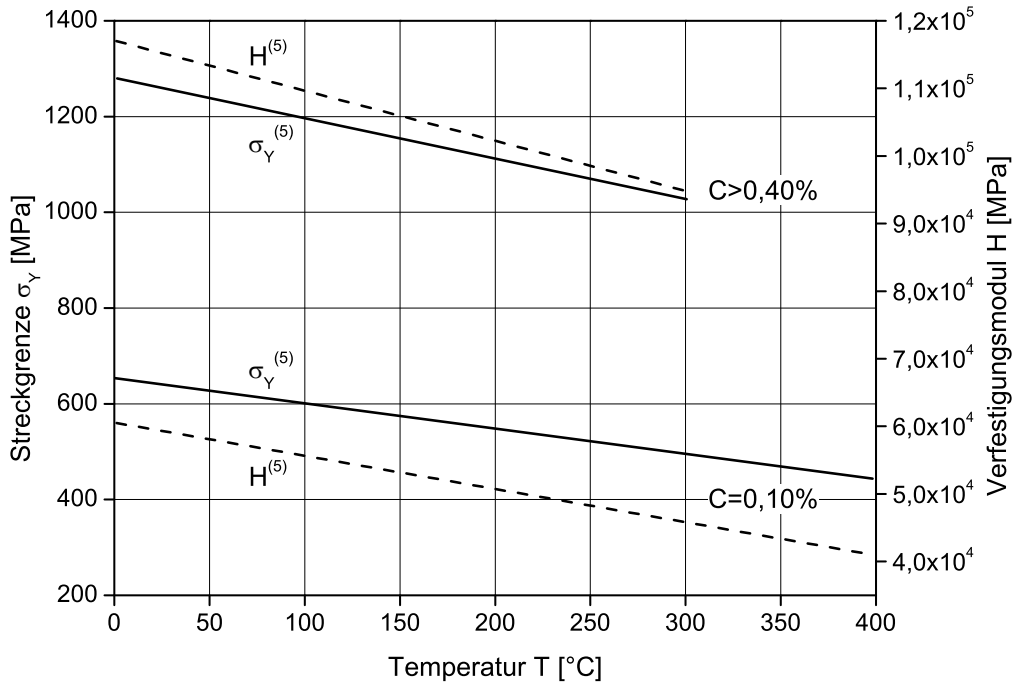


Bild A.7. Streckgrenze und Verfestigungsmodul des Martensits nach Sjöström [8]

### A.3 Parameter der Randbedingungen

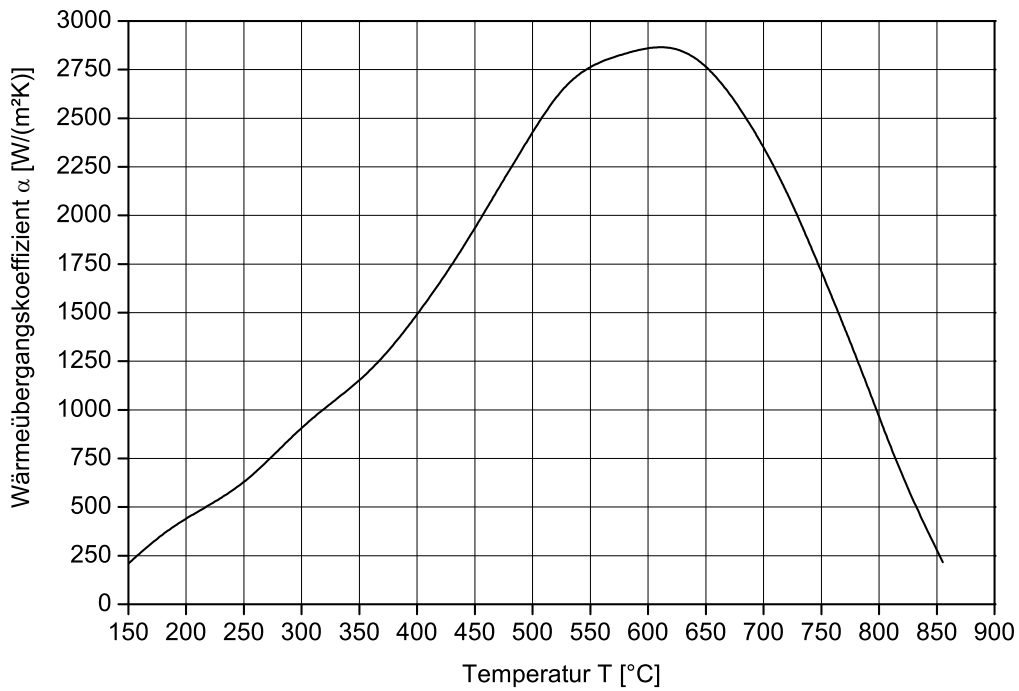


Bild A.8. Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  von Abschrecköl nach Maniruzzaman e.a. [146]

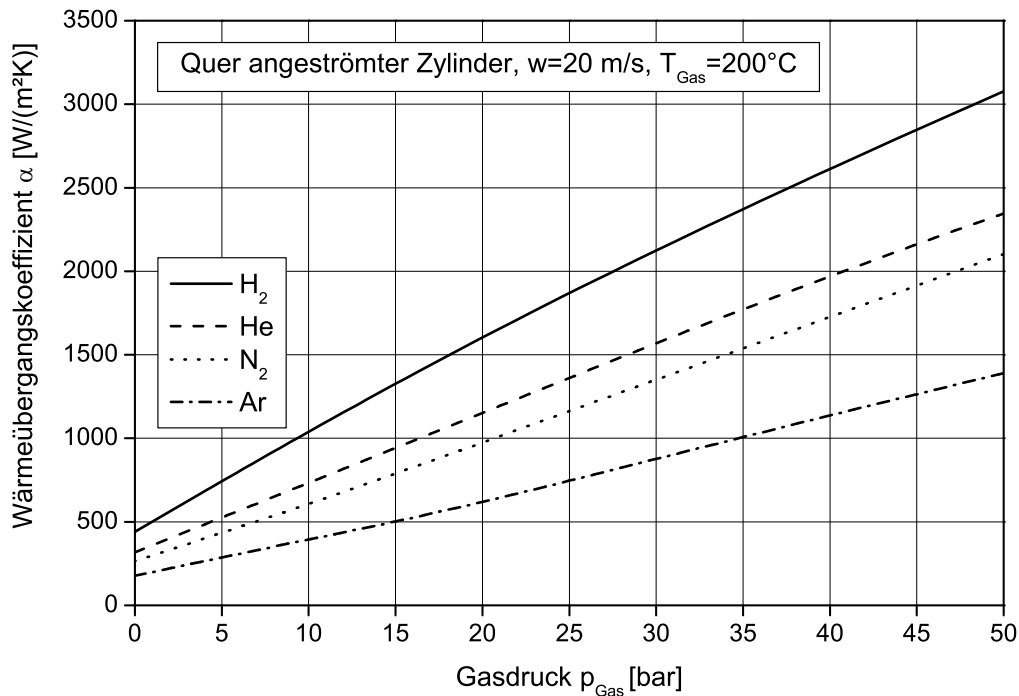


Bild A.9. Wärmeübergangskoeffizient  $\alpha$  verschiedener Gase in Abhängigkeit vom Gasdruck nach Lohrmann e.a. [41]

# **Lebenslauf**

## **Persönliche Daten**

Andreas Diemar

geb. am 17.06. 1973 in Erfurt

verheiratet, zwei Kinder

## **Schulbildung**

09/1990–06/1993 Berufsbildendes Gymnasium „Rudolf Diesel“ in Erfurt

## **Studium**

10/1994–09/1999 Studium des Bauingenieurwesens an der Bauhaus-Universität Weimar

09/1999 Abschluss mit Diplom

## **Berufstätigkeit**

01/2000–03/2000 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar

04/2000–12/2001 Statiker in einem Architekturbüro mit Tragwerksabteilung

seit 01/2002 Wissenschaftlicher Angestellter an der MFPA Weimar im Fachgebiet Werkstoffe und Bauteile

Erfurt, 12. Februar 2008

## **Ehrenwörtliche Erklärung**

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

An der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit waren keine weiteren Personen beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich versichere ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Erfurt, 12. Februar 2008