

**MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO  
MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA  
RESPUESTA A LA DEMANDA**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO  
MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA  
RESPUESTA A LA DEMANDA**

**AUTOR:  
CHRISTIAN DAVID GUTIÉRREZ PINTO**

**TUTOR:  
IVÁN PATRICIO MONTALVO GALÁRRAGA**

**Quito, Diciembre 2018**

Christian David Gutiérrez Pinto

**MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO  
MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA  
RESPUESTA A LA DEMANDA**

Universidad Politécnica Salesiana, Quito – Ecuador 2018  
Ingeniería Eléctrica

Breve reseña historia e información de contacto:



Christian David Gutiérrez Pinto (Y'1990-D'12) Realizó sus estudios secundarios en el Colegio Fiscomisional “Don Bosco”, se graduó de bachiller en la especialidad de Técnico Industrial Especialidad Electrónica. Egresado de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa la modelación de la curva de demanda a corto plazo mediante los modelos splines, markoviano para una óptima respuesta a la demanda. [cgutierrezp@est.ups.edu.ec](mailto:cgutierrezp@est.ups.edu.ec)

Dirigido por:



Iván Patricio Montalvo Galarraga (Y'1987-AB'04). Se graduó de Ingeniería eléctrica y electrónica en la Universidad San Francisco de Quito y de Master en Power Distribution en Newcastle University en 2016. Actualmente se encuentra trabajando como docente e investigador en la Universidad Politécnica Salesiana. Área de interés: sistemas de puesta a tierra, generación distribuida, localización y optimización de fallas, Smart grids. [imontalvo@ups.edu.ec](mailto:imontalvo@ups.edu.ec)

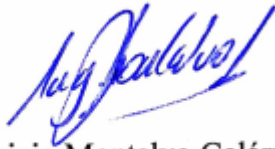
Todos los derechos reservados: Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS  
©2018 Universidad Politécnica Salesiana  
QUITO-ECUADOR

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A**

Yo, Iván Patricio Montalvo Galárraga declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación: *“MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA”* realizado por Christian David Gutiérrez Pinto obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, diciembre del 2018



**Iván Patricio Montalvo Galárraga**  
CI: 171648091-6

## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Yo, Christian David Gutiérrez Pinto, con documento de identificación N° 172090793-8, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor/es del trabajo de grado/titulación intitulado: *“MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA”*, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, diciembre del 2018



Christian David Gutiérrez Pinto  
CI: 172090793-8

## 1. ÍNDICE GENERAL

Resumen .....	1
Abstract .....	1
1. Introducción .....	2
2. Estimación y Respuesta de la Demanda.....	3
3. Modelo Markoviano y Spline .....	5
3.1 Markoviano .....	5
3.1.1 Tipos de Cadenas .....	5
3.1.1.1 Cadenas Irreducibles .....	6
3.1.1.2 Conjuntos Cerrados .....	6
3.1.1.3 Cadenas Ergòdica.....	6
3.2 Spline .....	6
3.2.1 Tipos de Spline.....	6
3.2.1.1 Interpolación Lineal .....	6
3.2.1.2 Interpolación Polinomial.....	7
3.2.1.3 Interpolación Cubica.....	8
4. Modelación.....	8
5. Casos de estudios y Análisis de resultados .....	9
5.1 Demanda utilizando Markov .....	9
5.2 Demanda utilizando Spline .....	10
5.3 Comparación entre los modelos Spline y Markov .....	10
5.4 Comparación de los modelos en picos de la demanda.....	12
5. Conclusiones .....	13
6. Trabajos Futuros .....	14
7. Referencias .....	14

## 2. INDICE DE FIGURAS

Fig. 1 Modelación de la curva de la demanda a corto plazo para una óptima respuesta a la demanda. ....	2
Figura 2. Representación de un modelo de Markov de tres estados con la transición de un estado discreto a otro.....	5
Figura 3. Interpolación Linear.....	7
Figura 4. Interpolación polinomial.....	7
Figura 5. Interpolación cubica .....	8
Figura 6. Curva de la Demanda Utilizando Markov .....	10
Figura 7. Curva de la Demanda Utilizando Spline .....	11
Figura 8. Área Bajo la Curva de la Demanda Utilizando Markov.....	10
Figura 9. Área Bajo la Curva de la Demanda Utilizando Spline .....	11
Figura 10. Comparación entre áreas con el modelo Spline y Markov. ....	11
Figura 11. Comparación entre el modelo Spline y Markov. ....	12
Figura 12. Comparación entre el modelo Spline y Markov en el máximo pico de potencia. ....	12
Figura 13. Comparación entre el modelo Spline y Markov picos pronunciados de potencia. ....	12
Figura 14. Comparación entre el modelo Spline y Markov atenuación de picos. ....	13
Figura 15. Comparación entre el modelo Spline y Markov picos en potencia mínima. ...	13

## 3. ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Algoritmo Markoviano .....	8
Tabla 2: Algoritmo Spline.....	9
Tabla 3.- Matriz de estado del arte.....	18
Tabla 4.- Resumen e Indicadores del estado del arte .....	21
Tabla 5.- Resumen para la formulación del problema. ....	21
Tabla 6.- Solución para el análisis del problema .....	22



# MODELACIÓN DE LA CURVA DE DEMANDA A CORTO PLAZO MEDIANTE LOS MODELOS SPLINES, MARKOVIANO PARA UNA ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA

## Resumen

Encontrar el modelo matemático que permita modelar la curva de demanda a corto plazo que representa el consumo de los usuarios para gestionar una óptima respuesta a la demanda, es el objetivo principal del presente trabajo. Para lo cual se hará uso de dos modelos matemáticos altamente conocidos, como son: Spline y Markov. El modelo markoviano desarrolla perfiles de la demanda eléctrica, mientras que, el algoritmo Spline utiliza funciones que logran el suavizado de curvas. La respuesta a la demanda eléctrica admite gestionar el consumo de la energía permitiendo optimizar recursos, de esta manera evita que fuentes de generación innecesarias entren al sistema, evitando así que la curva de demanda sea modificada; mientras que, la estimación de la demanda analiza el comportamiento del sistema a corto, mediano y largo plazo, evitando posibles fallas con la finalidad de disminuir las probabilidades de que la curva de demanda sea alterada de forma abrupta, lo cual a su vez facilita una correcta planificación y operación del sistema. El modelar la curva de la demanda mediante la potencia que se entrega a los consumidores son sumamente útiles, ya que estos permiten eliminar picos pronunciados para así disminuir el área bajo la curva de demanda.

**Palabras Clave:** Curva de la Demanda, Estimación de la demanda, Markov, Respuesta a la Demanda, Spline.

## Abstract

Finding the mathematical model that allows us to model the demand curve that represents users' consumption and manage it optimally is the main objective of this work. For which we will use two highly known mathematical models, such as: Spline and Markov. The Markovian model develops profiles of electrical demand, while the Spline algorithm uses functions that achieve smoothing of curves. The response to the electrical demand admits to manage the consumption of the energy allowing to optimize resources, in this way avoids that sources of unnecessary generation enter the system, thus avoiding that the curve of demand is modified; while, the estimation of the demand analyzes the behavior of the system in the short, medium and long term, avoiding possible failures with the purpose of reducing the probabilities that the demand curve is abruptly altered, which in turn facilitates a correct planning and operation of the system. Modeling the demand curve through the power that is delivered to consumers are extremely useful, since they allow to eliminate pronounced peaks to reduce the area under the demand curve.

**Keywords:** Demand curve, Demand estimate, Markov, Response to Demand, Spline.

## 1. Introducción

La estimación de la demanda eléctrica es una temática que capta la atención de una manera significativa en el campo de ingeniería eléctrica, debido a que, el suministro de energía eléctrica a los usuarios debe ser garantizado; alcanzando así reducir el número de interrupciones que se pueden dar al brindar el servicio. Además de, disminuir costos, para ello se deben utilizar técnicas o métodos que sean adecuados de tal manera que, la predicción nos dé el mejor resultado[1].

La modelación de la curva de la demanda a corto plazo es fundamental para el control y la programación de los sistemas eléctricos, la energía proveniente de los sistemas eléctricos se utiliza como datos de entrada en los algoritmos utilizados para la modelación [1]. Al estimar la demanda a corto plazo, es decir en un lapso de uno a varios días, la carga del sistema eléctrico se ve influenciado por las condiciones meteorológicas, cambios climáticos, eventos especiales son indispensables en las estimaciones de la demanda eléctrica [2].

Varias técnicas se han desarrollado en los últimos años para el pronóstico de la demanda eléctrica, entre ellos los modelos que más resaltan son los estadísticos por la fácil adaptación en los problemas de la estimación de la demanda eléctrica; incluyendo modelos de procesos estocásticos, modelos de regresión lineal, modelos ARIMA, suavización exponencial [3].

En el presente trabajo se utilizan dos métodos para modelar la curva de la demanda, el modelo SPLINE y MARKOV, estos nos van ayudar a estimar la demanda eléctrica a corto plazo analizando los datos de un transformador primario de la Empresa Eléctrica Quito S.A, determinando la eficiencia. Lo que nos va a permitir estos métodos es elegir el más eficaz al modelar la curva de la demanda y compararlos teniendo así una idea clara que método nos ayuda en el objetivo principal del trabajo permitiendo optimizar la respuesta a la demanda mediante el modelado y estimación de la demanda [4] [39]-[42].

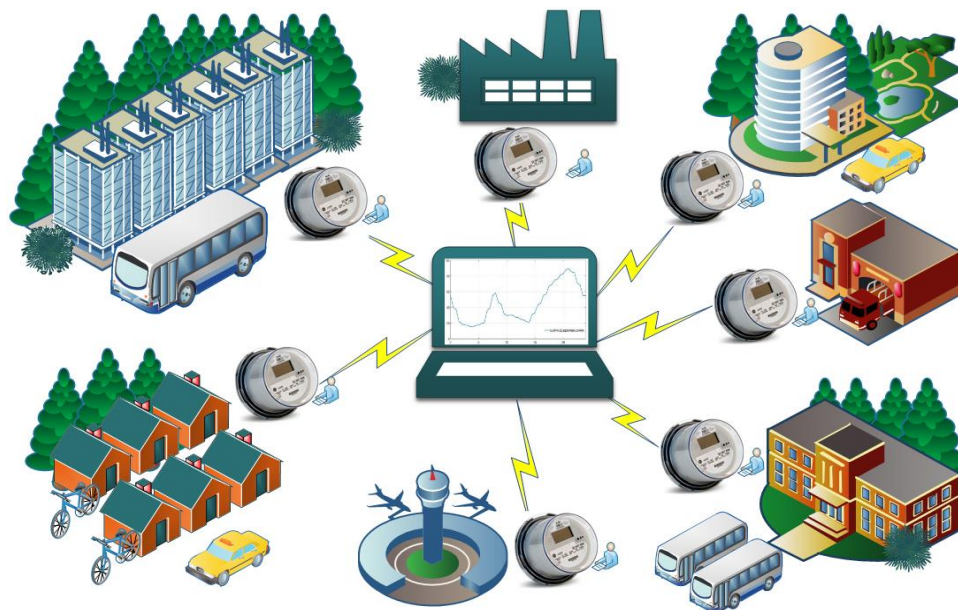


Fig. 1 Modelación de la curva de la demanda a corto plazo para una óptima respuesta a la demanda.

Markov y los Spline son modelos que trabajan mediante estimaciones tienen varias ventajas como:

- Facilidad de aplicación y entendimiento.
- Permite observar los cambios del sistema en el tiempo que se lo requiera.
- Tienen facilidad al calcular la sensibilidad.
- Pueden ser utilizados para experimentar en sistemas que aún no se han implementado o sistemas que existen sin tener ninguna afectación en el mismo.

Sin embargo, como todos los métodos existentes poseen desventajas; la principal es que, son modelos simplificados que resuelven procesos que requieren toma de decisiones complejos. Además de que no existan conjuntos de soluciones que estén cerrados, así como también, utilizar demasiado tiempo en ejecutar los modelos [5],[6].

## **2. Estimación y Respuesta de la Demanda**

### **2.1 Estimación de la demanda**

La estimación es la capacidad de obtener datos e identificar puntos críticos en el sistema eléctrico mediante el monitoreo, de esta manera se puede ejecutar acciones para evitar fallas [5].

La estimación de la demanda eléctrica es vital para la planificación de recursos además de, realizar futuras redes inteligentes mejorando así las características de la demanda y las tareas que se gestionan es distribución, como la reducción en el pico de la demanda, apagones, balance de carga y

la capacidad de recuperarse el sistema ante las fallas que puedan existir [7]

### **1.1.1. Tipos de Estimaciones**

La predicción o estimación de la demanda eléctrica es de suma importancia en el sector de los servicios públicos, y generalmente están divididas en tres categorías: predicción a corto plazo (PCP), predicción a mediano plazo (PMP) y predicción a largo plazo (PLP). La PCP estima la demanda de carga en un lapso desde uno a varios días. Esta predicción brinda al sistema información de cómo se podría comportar la curva de demanda en un pequeño lapso de tiempo, para así estimar flujos de carga próximos, ayudando en la toma de decisiones inmediatas para evitar posibles sobrecargas. [1]

La PMP estima la demanda de carga y se la toma desde un mes hasta algunos años, mediante la información que esta proporciona se puede realizar una planificación y operación del sistema. La PLP estima la demanda de carga y se la toma desde un año hasta veinte años se la utiliza principalmente para la planificación del sistema eléctrico [2].

Al estimar la demanda eléctrica pueden surgir complicaciones, existen diversos motivos, por ejemplo: las características de los datos que tiene el problema planteado el horizonte de pronósticos y las limitaciones que posee el método o técnica usada, sin embargo, la estimación es esencial para los agentes del mercado. Los generadores aportan definiendo la demanda a corto plazo, además de, la planificación de unidades así y ayuda en la fijación de precios, a mediano plazo nos permite analizar y definir como está evolucionando el mercado eléctrico, y a largo plazo facilita la detección de periodos con déficit o demasía de generación, de esta manera

tener la toma de decisiones para poder tener un ahorro en el consumo de energía eléctrica [3].

Una de las principales limitaciones de los modelos matemáticos que se utilizaron en el trabajo son los modelos simplificados que son utilizados en procesos de toma de decisiones complejos, sin embargo, son utilizados en varios campos de la ciencia [43], [44].

## **1.2. Respuesta a la demanda**

La Respuesta a la Demanda o “*Demand Response*” (DR) por sus siglas en inglés, permite gestionar el consumo de energía eléctrica por los consumidores finales por medio de incentivos, de esta manera poder disminuir el consumo de energía eléctrica en horas pico, de la misma manera por decisiones del operador de la red al estar en riesgo el sistema por una falla o por reacción a las variaciones en el precio de la electricidad [8], [9], [10]. Las acciones de la respuesta a la demanda se pueden dar en cualquier instante no solo de alta demanda energética del sistema, por ello su aplicación podría ser clave en situaciones en el que el sistema eléctrico tenga una emergencia[11].

La eficiencia energética es el medio por el cual se disminuye el consumo de energía eléctrica sin reducir la calidad de este servicio y de la conservación energética mediante la concientización en los clientes. Este concepto está ligado a la demanda eléctrica ya que permite el ahorro de los recursos energéticos y dinero [12]. Para que el consumo eléctrico sea de una manera responsable cuidando así el medio ambiente. La contribución de los clientes por medio de incentivos y nuevos sistemas de tarifas, como la disminución del consumo eléctrico durante las altas horas de demanda energética, también programas que basan su metodología en precios

promueve al beneficio de las empresas distribuidoras por medio de la recolección de recursos de la respuesta a la demanda ofertados por los servicios auxiliares que estas brindan [13]. La respuesta a la demanda maneja el consumo de la energía eléctrica que es requerida para el suministro a los consumidores, de esta manera se asigna recursos energéticos disponibles sin la necesidad de agregar nueva capacidad de generación al sistema. Esta idea en áreas como la residencial carece de madurez, sin embargo, la respuesta a la demanda otorga gran interés ya que es comercialmente positivo, el interés que genera en las comunidades académicas ha ido incrementándose de manera significativa como un medio de contribución en el ámbito de las Smart Grid (Redes inteligentes), así como también en los avances de tecnologías como el control y medición (AMI) [17],[18].

El diseño de programas rentables sobre la respuesta a la demanda se debe a los perfiles de carga, mismos que deben facilitar la información sobre los clientes, así como sus modelos de consumo eléctrico, cuando las reservas del sistema eléctrico son escasas o existe puntos críticos en los cuales la demanda llega a su máximo se diseñan cambios en el consumo eléctrico. Una de las principales cualidades de la respuesta a la demanda es la disminución en los gastos del servicio eléctrico, trasladando el consumo a horas donde el precio de la energía eléctrica llega a su punto más bajo [19],[20].

El implementar la respuesta a la demanda ayuda en la flexibilidad de un sistema eléctrico la importancia de esta ya es reconocida a nivel mundial implementado por varios países al mejorar sus mercados eléctricos formándolos eficientes y confiables,

reduce la utilización de fuentes generadoras de energía eléctrica evitando así costos marginales elevados [21],[22], además de facilitar la operación del sistema reduciendo congestiones en las líneas de transmisión estabilizando de esta manera las fluctuaciones en cuanto a precios se refiere además de un significativo aumento en los beneficios del sistema eléctrico. Las empresas operadoras tienen que gestionar el consumo detallando los datos de la energía eléctrica utilizada por los usuarios, las empresas que se encargan de emitir estos datos por medio de AMI se llaman Entidades de Prestación de Servicio de Carga, Load Serving Entities (LSE). Las empresas distribuidoras de energía pueden realizar el mismo trabajo [21],[47].

### 3. Modelo Markoviano y Spline

#### 3.1 Markoviano

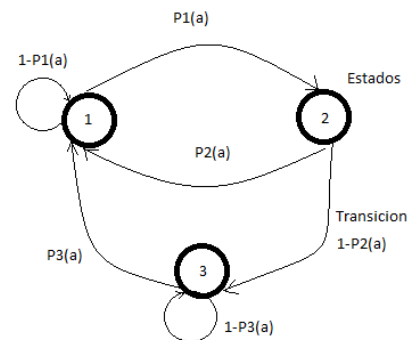
Las cadenas de Markov es una recopilación de variables aleatorias con una propiedad característica, ya que, dado el presente, el futuro es relativamente independiente del pasado [23]. Las cadenas de Markov se utiliza para desarrollar perfiles de demanda en forma de una heurística con bases en las probabilidades del uso de la energía eléctrica [24],[25]. En un sistema dado la lista que se tiene de los posibles estados, la probabilidad de cambiar de estados y los parámetros de velocidad de los cambios se considera un modelo markoviano [26].

Las cadenas de Markov se desempeñan con variables aleatorias  $X_n$ , las mismas que cambian a medida que el tiempo avanza, están asociadas con valores discretos  $\alpha_1, \dots, \alpha_N$  como se muestra en (1) [27]:

$$\begin{aligned}
 p_{ij} &= P(X_n = \alpha_{in} | X_{n-1} = \alpha_{i1}) \\
 &= P(X_n = \alpha_{in} | X_{n-1} = \alpha_{i1})
 \end{aligned}
 \quad (1)$$

$X_n$  = variables aleatorias  
 $\alpha$  = valores discretos

La técnica de Markov se utiliza en los sistemas de modelado los cuales el estado actual de secuencia está apegado con el estado anterior donde se tiene una gran cantidad de datos. Los modelos de primer orden de las cadenas de Markov consideran el estado anterior y el estado actual para valorar el paso a un estado posterior, mientras que, en el modelo de segundo orden de las cadenas de Markov se tiene en cuenta los dos estados precedentes y se los compara con el estado actual determinando así el siguiente estado [28],[29].



**Figura 2. Representación de un modelo de Markov de tres estados con la transición de un estado discreto a otro.**

Como observamos en la figura 2 tenemos el concepto básico de las cadenas de Markov, es decir, el paso de un estado a otro, el regreso al estado original y de igual manera el salto de un estado hacia el mismo estado.

#### 3.1.1 Tipos de Cadenas

Existen varios tipos de cadenas de Markov, que se diferencian por las propiedades de los estados de la cadena.

### 3.1.1.1 Cadenas Irreducibles

Cadenas irreducibles en este tipo de cadena, todos los estados son alcanzables y pueden venir desde cualquier otro estado de la cadena en un número finito de pasos. Una cadena que se encuentra en estado regular tiene la propiedad de pasar a estado irreducible, sin embargo, lo contrario no tiene por qué ser cierto[30]. La principal característica de las cadenas irreducibles es que los estados que posee son del mismo tipo, es decir, todos son o bien recurrentes, o bien transitorios (no nulos o nulos), y todos poseen el mismo periodo. Dándonos a entender que, al tener la clasificación conocida de uno de sus estados; se pueden deducir todos los estados de una cadena[30].

### 3.1.1.2 Conjuntos Cerrados

Conjuntos Cerrados (C), las cadenas de Markov contienen estados recurrentes, transitorios y absorbentes, existen subcadenas las cuales se encuentran en los estados recurrentes llamado conjunto de estados cerrados (C). Los estados recurrentes son aquellos en los cuales se tiene una certeza de regresar al estado inicial; es decir regresar sobre sí mismo, después de atravesar cierta cantidad de etapas, mientras que, un estado transitorio no se tiene una certeza de regresar a sí mismo. Por definición los estados absorbentes son estados recurrentes. Si en una cadena de Markov tenemos, una cantidad finita de estados además de, identificarla como estados recurrentes; tenemos recurrentes positivos. Si en la cadena poseemos estados infinitos y son estados recurrentes entonces tenemos recurrentes nulos. Los estados C pueden alcanzar solo a estados C, si se tiene estados fuera de C, no pueden ser alcanzados; de la misma manera los estados que están fuera de C no pueden alcanzar estados C. Los estados

absorbentes contienen un solo elemento y son cerrados[30].

### 3.1.1.3 Cadenas Ergódica

Cadenas Ergódica, si todos los estados son recurrentes, son no nulos y aperiódicos tenemos como resultado que la cadena es Ergódica [30].

## 3.2 Spline

Las funciones que logran el suavizado de curvas y la interpolación de datos vienen dado por los modelos Spline y se utilizan desde una hasta varias dimensiones [31]. Las interpolaciones son estimaciones de valores de cada punto, a partir de datos conocidos [32],[33],[34].

### 3.2.1 Tipos de Spline

Existen diferentes tipos de Spline las cuales se detalla a continuación.

#### 3.2.1.1 Interpolación Lineal

La Interpolación Lineal (IL) es el método más sencillo y rápido que existe debido a esto no es tan precisa, la IL es el método que se utiliza más en los programas donde se generan gráficas. La interpolación se realiza usando líneas rectas las cuales se van a ubicar entre una serie de puntos que el usuario quiere graficar[35].

La IL consiste en conectar dos puntos  $(x_0, y_0)$  y  $(x_1, y_1)$ , para obtener  $(x_i, y_i)$ ; un tercer punto interpolado dentro de un intervalo, este intervalo lo determina los valores en los extremos de la función  $(x_0, f(x_0))$  y  $(x_1, f(x_1))$ , mientras que; el tercer punto se lo obtiene mediante la ecuación de la pendiente. La función que interpola es una línea recta entre dos puntos; para ello se debe utilizar la ecuación de la recta que se la puede derivar geométricamente obteniendo la ecuación (2).

La diferencia principal entre una interpolación y una extrapolación se da en que, la evaluación de la interpolación va dentro de un

intervalo, mientras que la extrapolación consiste en estimar una función fuera de un intervalo de observación; lo cual nos podría significar que, los resultados tengan mayor incertidumbre, de esta manera obtener resultados insignificantes.

$$y = y_0 + (x - x_0) \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \quad (2)$$

Donde:

$x_1, x_0$  son coordenadas de un punto en el eje x

$y_1, y_0$  son coordenadas de un punto en el eje y

$x, y$  son coordenadas del nuevo punto en el eje y

Donde se asume que  $x_1 > x > x_0$ , si esto no se cumple tendríamos una extrapolación y no una interpolación.

Si se posee más de dos puntos a ser interpolados, es decir  $N > 2$ , se debe realizar es concatenar la interpolación mediante pares de puntos continuos; es decir se une la interpolación con pares de puntos diferentes a los que se introdujo en la función de la pendiente. En la figura 3 podemos apreciar un ejemplo de interpolación lineal, dado dos puntos, obtenemos un tercero interpolado; utilizando la ecuación de la recta.

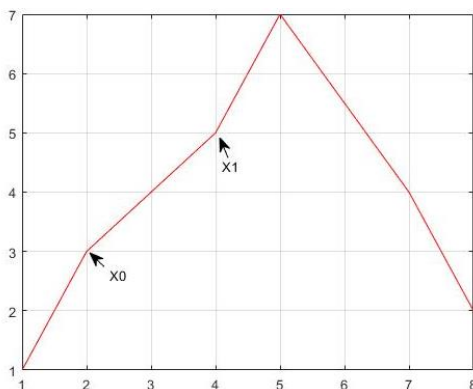


Figura 3. Interpolación Linear

### 3.2.1.2 Interpolación Polinomial

Interpolación Polinomial es función que genera un polinomio de interpolación, dado un numero de datos se intenta encontrar un polinomio que pase por todos los puntos; a este polinomio se lo llama como el polinomio Lagrangiano, y se lo muestra en (3)[36].

$$P(x) = \sum_k \left( \prod_{j \neq k} \frac{x - x_j}{x_k - x_j} \right) y_k \quad (3)$$

Donde:

$x, x_j$  son coordenadas de un punto en el eje x

$y_k$  son coordenadas de un punto en el eje y

$j, k$  son constantes.

Existen varias desventajas al usar la interpolación polinomial, debido a que, pueden existir muchas oscilaciones entre los puntos  $x_k$ .

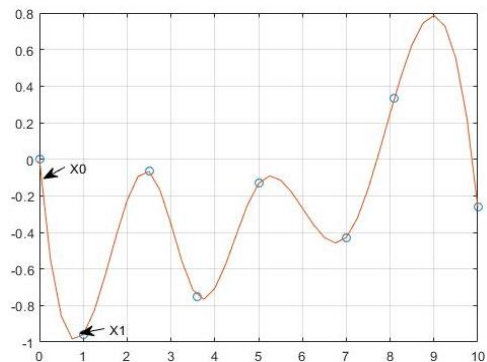


Figura 4. Interpolación polinomial

La interpolación polinomial como observamos en la figura 4, ya no solo es la unión de puntos, si no, además, permite ver reflejada las curvas de la función que se utiliza como referencia para interpolar los puntos; para este caso como se puede observar en la figura 4, se utilizó la función seno.

### 3.2.1.3 Interpolación Cubica

Interpolación Cubica permite resolver el inconveniente que se presenta en las interpolaciones lineales y las polinomiales que son de grado uno y grado dos respectivamente.

Como su nombre lo indica el grado del polinomio que se forma y se requiere para esta interpolación es de grado tres, por lo que la suavización de la curva es más estilizada; lo cual se apega a los objetivos planteados en este trabajo [36].

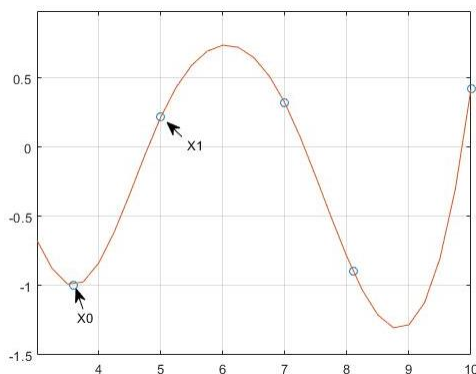


Figura 5. Interpolación cubica

La figura 5 nos muestra el resultado de una interpolación cubica en la cual podemos observar ya no solo las curvas características de la función que se utiliza como referencia, sino se observa una suavización de estas curvas, además de, proporcionar datos eliminando gran parte de las distorsiones en la construcción de la curva, obteniendo datos más reales de la misma.

En el presente trabajo se utilizará el método Spline cubico al tener una mejor interpolación, los datos y gráficas calculadas serán más precisas, en función a los datos ingresados. [37],[38],[45],[46].

## 4. Modelación

Encontrar el modelo matemático que permita modelar la curva de la demanda sin perder la información

ingresada, es el objetivo principal del presente trabajo. Por este motivo utilizamos dos algoritmos el Spline y el Markov los cuales permiten el modelamiento de la demanda.

### Algoritmo Markoviano

Tabla 1: Algoritmo Markoviano

---

#### Algoritmo Markoviano

---

**Paso 1:** Extracción de datos potencia del transformador primario de la EEQ base 1

**Paso 2:** calculo potencia base

$$\text{base} = \frac{\text{basel}}{a}$$

**Paso 3:** generación de estados

**Inicializar**

```
Para i=1: n
    estado_alto = randomico
    estado_bajo = randomico
    estado_actual = 1-estado_alto-estado_bajo
```

mcmc = [estado alta estado baja estado actual]

```
si a== estado_alto
    c1= potencia +a;
    caso contrario
    si a== estado_bajo
    c1= potencia -a;
    caso contrario
    si a== estado_actual
    c1=potencia;
    fin
    fin
    fin
fin
```

**Paso 4:** Gráfica (curva\_mcmc)

**Paso 5:** Determino Área (curva mcmc)

**Paso 6:** Fin

---

El modelo markoviano desarrolla perfiles de la demanda eléctrica, en el presente trabajo se utiliza los datos proporcionados por un primario del transformador de la empresa eléctrica quito (EEQ); para modelar la curva de la demanda. El algoritmo desarrollado en el trabajo utiliza estos datos modelando la curva y determinando el



área que se obtiene bajo la curva; el determinar el área bajo la curva nos va a permitir ver la potencia que se entrega a los consumidores finales en un determinado intervalo de tiempo.

### Algoritmo Spline

Tabla 2: Algoritmo Spline

Algoritmo Spline
<p><b>Paso 1:</b> Extraigo datos de potencia del transformador primario de la EEQ.</p>
<p><b>Paso 2:</b> Determino la matriz</p> <p>Para i=2: n</p> $A(i, i-1: i+1) = [h(i-1) \ 2 * (h(i-1) + h(i)) \ h(i)];$ <p>Fin Para</p>
<p><b>Paso 3:</b> Determino la potencia con la ecuación Spline cubico</p> <p>Para i=1: n</p> $s(i) = a(i) + b(i) * (X - x(i)) + c(i) * (X - x(i))^2 + d(i) * (X - x(i))^3$ <p>Fin Para</p>
<p><b>Paso 4:</b> Gráfica (Curva Spline)</p>
<p><b>Paso 5:</b> Determino Área (curva Spline)</p>
<p><b>Paso 6:</b> Fin</p>

El algoritmo Spline utiliza funciones que logran el suavizado de curvas, mediante interpolación de datos. En el caso de estudio que se tiene se utilizara para modelar la curva de la demanda eléctrica, en función de los datos obtenidos de un transformador primario de la EEQ.

## 5. Casos de estudios y Análisis de resultados

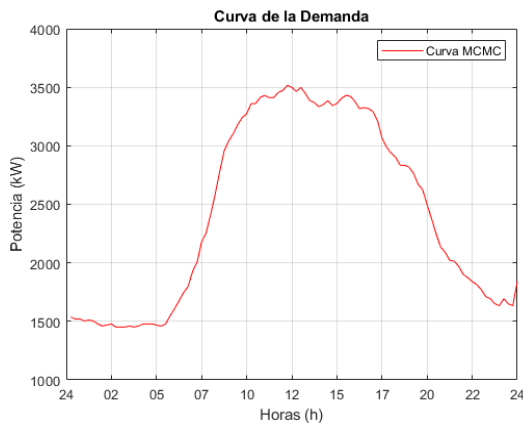
Al analizar los datos del transformador primario de la Empresa Eléctrica Quito S.A, en base a los algoritmos propuestos tenemos los siguientes resultados; recalcando que la toma de

datos se lo realizo cada 15 minutos durante el periodo de un día.

### 5.1 Demanda utilizando Markov

En la figura 6, se presenta la curva de la demanda basada en el modelo markoviano, en la cual podemos ver como la potencia varia a lo largo de un periodo de muestreo de 24 horas. En las primeras horas del día, el consumo de la potencia no es significativo, debido principalmente a que el primario se encuentra en una zona comercial, por lo que la actividad es mínima a esa hora del día. A partir de las 6 de la mañana la potencia comienza a incrementar gradualmente, llegando a su máximo alrededor de medio día y manteniéndose por alrededor de 4 horas, con un valor de aproximadamente 3500 kW; esto se debe a que en dicho momento la actividad comercial se encuentra en su punto más elevado; es decir, que se la potencia requerida en el primario es directamente proporcional a la demanda requerida por el flujo comercial existente en la zona. Desde ese punto en adelante la potencia comienza a decaer, hasta llegar encontrar un mínimo local de 2000 KW a las 23 horas.

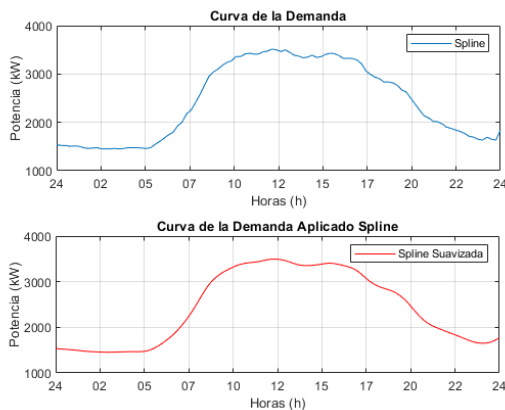
Cabe destacar que a través del muestreo de 24 horas se puede observar varias fluctuaciones de la curva de demanda, generando valores picos bastante pronunciados, los cuales principalmente son producidos por la naturaleza oscilante de la demanda, la cual se hace mucho más evidente en una carga de tipo comercial como es el presente caso.



**Figura 6. Curva de la Demanda Utilizando Markov**

### 5.2 Demanda utilizando Spline

El modelo Spline además de permitir realizar la interpolación de varios puntos discretos para la reconstrucción de la curva de demanda, también es ampliamente utilizado para suavizar la curva en cuestión, de tal manera que los picos pronunciados que se generan por las variaciones de potencia son suprimidos o suavizados, tal como se lo puede apreciar en la figura 7.



**Figura 7. Curva de la Demanda Utilizando Spline**

En la figura 7, se puede observar que el comportamiento de la curva en un periodo de muestreo de 24 horas aplicando el modelo Spline es muy similar al modelo Markoviano; sin embargo, como se mencionó previamente la curva de demanda se llega a suavizar una vez que se aplica el

modelo Spline, lo que permite tener una curva con ausencia de picos pronunciados.

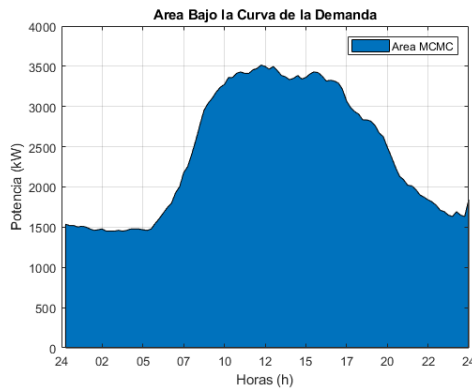
### 5.3 Comparación entre los modelos Spline y Markov

Una vez modelada la curva de demanda para los dos modelos en cuestión, se procede a tomar el concepto que las áreas bajo dichas curvas representan el total de la potencia activa que se entrega a los consumidores. Basados en estos valores de potencia se puede llegar a coordinar la cantidad de energía entregada conjuntamente con el sistema de generación con la finalidad de que el suministro de energía sea el adecuado; es decir, no exista ni ausencia ni exceso de generación.

Como parte del suministro de energía se puede tener varios tipos de fuentes de energía: convencionales y no convencionales, las cuales se pueden administrar en función a la respuesta a la demanda en base a los modelamientos que indican el comportamiento de la curva de la demanda.

#### 5.3.1 Potencia de entrega utilizando Markov

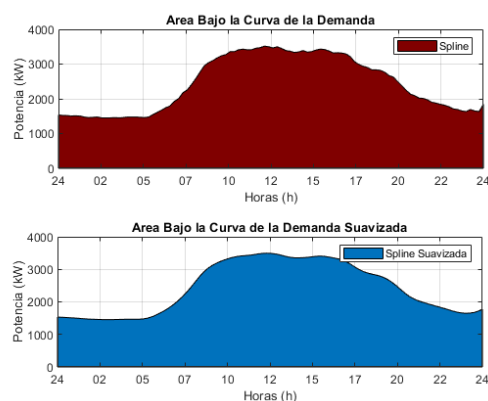
En la figura 8, se puede observar el área bajo la curva de demanda eléctrica presentada por el primario del transformador que se tomó como caso de estudio, adquiere un valor aproximado de 241 kW. En la misma figura se puede notar que la mayor cantidad de energía entregada se produce a partir del mediodía, manteniéndose en su pico por alrededor de 4 horas. Esto se debe a la noción de que el modelo markoviano presenta mayores fluctuaciones sobre la curva de demanda, especialmente en sus valores de alto consumo.



**Figura 8. Área Bajo la Curva de la Demanda Utilizando Markov**

### 5.3.2 Potencia de entrega utilizando Spline

El modelo Spline realiza un análisis entre áreas bajo la curva de demanda interpolada y suavizada; dada en color marrón y en color azul respectivamente. En la primera existe aproximadamente 243.4 kW y en la segunda 243.5 kW, teniendo una diferencia mínima de 0.1 kW entre las dos curvas. El excedente en la curva suavizada demuestra que la técnica de buscar puntos medios que se ocupa para suavizar la curva, genera que la potencia total aumente; es decir, se eliminan picos altos existentes en curva interpolada, generando una mayor área al suavizarla.

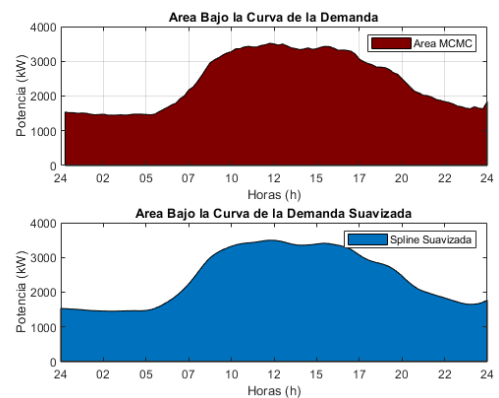


**Figura 9. Área Bajo la Curva de la Demanda Utilizando Spline**

### 5.3.3 Comparación de Áreas utilizando Markov y Spline

La comparación entre los dos criterios mencionados anteriormente, nos indica la diferencia existente entre el valor de las áreas bajo las curvas aplicando los modelos markoviano y Spline. Si se analiza los valores ya calculados, se observa que existe una diferencia próxima de 3.5 kW entre el valor de las áreas, el cual servirá como el principal recurso que permita seleccionar el modelo que cumpla con los objetivos del problema propuesto.

El modelo Spline al permitirnos suavizar la curva, eliminando picos altos de potencia y disminuyendo la pérdida de información por su técnica del punto medio, es el algoritmo que mejor se perfila en cumplir los objetivos del presente trabajo.



**Figura 10. Comparación entre áreas con el modelo Spline y Markov.**

Como se puede apreciar, al suavizar la curva se logra eliminar los picos que se generan por los consumos aleatorio existentes en los clientes, de esta manera el área bajo la curva obtenido al suavizarla por el método Spline es mayor a la modelo markoviano, teniendo un aproximado de 243.5 kW

## 5.4 Comparación de modelos utilizando Markov y Spline

En la figura 11, se observa cómo se sobreponen las dos curvas de demandas generadas por los diferentes métodos de estudio. Lo más notorio de la figura 11 es la forma suavizada de la curva de demanda que se obtiene mediante el método Spline, ya que este resulta en un mejor modelamiento de la demanda con respecto a la potencia generada en el primario del transformador de la EEQ.

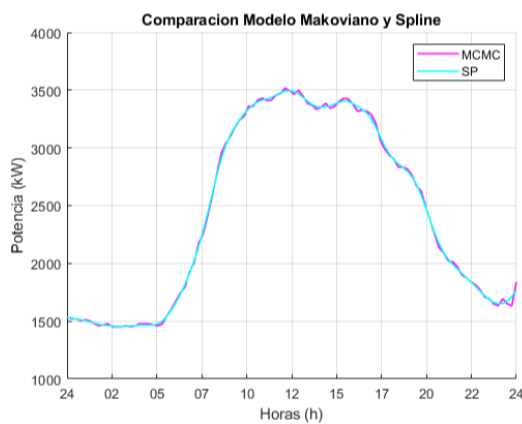


Figura 11. Comparación entre el modelo Spline y Markov.

### 5.4.1 Comparación de los modelos en picos de la demanda.

Cabe aclarar que, todos los picos generados en la curva de demanda son muy propensos a perder parte de la información de la potencia producida en ese instante de tiempo, y como se observa en la figura 6, la curva de la demanda usando Markov produce varios picos de potencia elevados; es decir, puntos que son propensos a perder de la información de potencia.

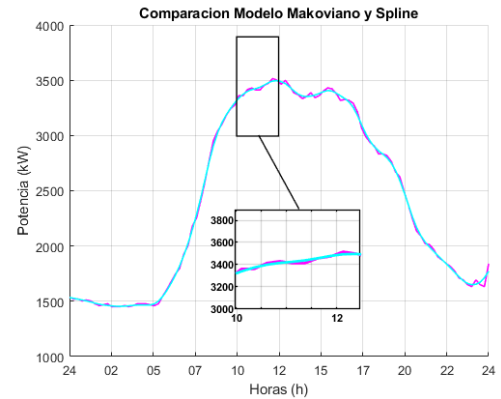


Figura 12. Comparación entre el modelo Spline y Markov en el máximo pico de potencia.

En la figura 12, se puede observar el comportamiento de la curva modelada al inicio de su máximo pico de potencia, el cual permanece en continuo ascenso por 2 horas y media aproximadamente. En este lapso de tiempo se tiene un valor máximo de 3500 kW para el algoritmo de Markov; sin embargo, en el momento que se aplica el modelo Spline existe una disminución de la potencia máxima en un aproximado de 2% por debajo de la generada por el modelo markoviano.

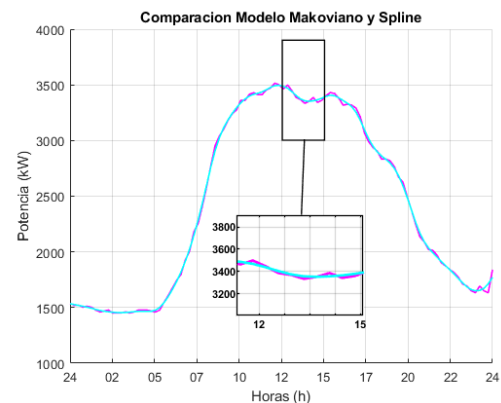
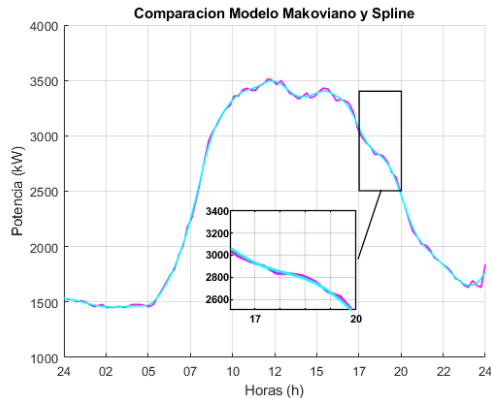


Figura 13. Comparación entre el modelo Spline y Markov picos pronunciados de potencia.

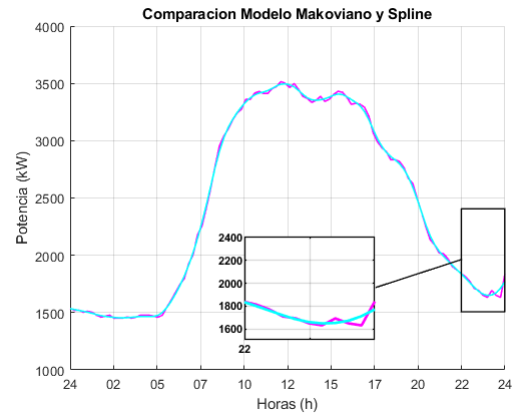
En la figura 13, se aprecia que los picos pronunciados que se generan en el modelo markoviano disminuye conforme pasa el suministro de potencia después de medio día hasta las 3 de la tarde. El modelo spline atenúa la curva de la demanda de tal manera que,

la curva reduce la potencia nominal necesaria para suministrar a los usuarios, eliminando así, picos altos y bajos. Al iniciar este periodo de muestra se tiene una potencia aproximada de 3490 kW alejándose de la potencia pico que genera la demanda. Al finalizar el periodo de muestra la potencia desciende aproximadamente 3400 kW.



**Figura 14. Comparación entre el modelo Spline y Markov atenuación de picos.**

En la figura 14, mediante el modelo Spline se indica una atenuación de picos a partir de las 5:30 y continua por alrededor de 3 horas. La oscilación de la potencia a lo largo de este periodo desciende de 3000 kW a 2500 kW, donde se puede observar que al pasar tres horas, la demanda disminuye en 500 kW. En este lapso de tiempo existen menos fluctuaciones al modelar la demanda por medio del método markoviano, debido a que no estos valores no se encuentran entre los valores picos de la curva.



**Figura 15. Comparación entre el modelo Spline y Markov picos en potencia mínima.**

La figura 15, se estima el comportamiento de la potencia al finalizar el periodo de 24 horas. En este lapso de dos horas de muestreo la demanda disminuye hasta llegar a su mínimo; sin embargo, se observa que el modelo markoviano genera crestas mínimas representativas debido a la naturaleza oscilante de la carga en dicho momento; es decir, que en dicho instante de tiempo la potencia requerida por los usuarios es baja ya que hay pequeños consumidores o fabricas por el sector es comercial.

## 5. Conclusiones

Para cumplir el objetivo propuesto del presente trabajo se debe tener en cuenta dos términos importantes, la respuesta y estimación de la demanda. La respuesta a la demanda gestiona el consumo de energía eléctrica que se entrega a los consumidores, permitiendo la optimización de recursos; mientras, la estimación de la demanda permite analizar el comportamiento de la demanda a corto, mediano y largo plazo. Esto permite contar con datos estimados, que facilitan modelar la curva de la demanda.

Las cadenas de Markov se pueden utilizar para desarrollar perfiles de demanda. En el caso actual, la demanda eléctrica se forma mediante un cálculo

estocástico que nos permita ver las probabilidades del uso de la energía eléctrica mediante variables aleatorias, teniendo en cuenta el estado que se tengan actualmente y el estado siguiente. Mientras, el modelo Spline permite interpolar datos estimando valores de puntos ya conocidos; logrando también suavizar las curvas que se generen con los datos utilizados.

El área bajo la curva de la demanda nos indica la energía necesaria para proveer el consumo requerido por la carga. El área bajo la curva representa una parte esencial en el presente modelado, debido a que a través de esta se determina, mediante una comparación, cuál de los dos métodos utilizados es el más efectivo para resolver el problema propuesto. La modelación de la curva de la demanda utilizando el método markoviano nos deja como resultado que el área bajo la curva que se obtiene es 3.5 kW menor en comparación a los resultados logrados con el modelo Spline; es decir, se requiere menos potencia para entregar a los consumidores. Razón por la cual, Markov es la mejor alternativa para solucionar el problema propuesto.

## 6. Trabajos Futuros

Con el método de modelación propuesto, se reconstruye la curva de demanda de un primario en un área comercial en la ciudad de Quito. Para lo cual se hizo uso de datos obtenidos por la EEQ. Sin embargo, el presente trabajo realizó una estimación aproximada a la que realmente se necesita para suplir la carga en cuestión. Es así que, como trabajo futuro se podría analizar y reconstruir la curva de demanda de cada uno de los transformadores que se encuentran a lo largo del primario, con la finalidad de tener un análisis más detallado y preciso del consumo de la carga, y así obtener un valor lo más próximo al valor real.

## 7. Referencias

- [1] M. Ortiz and E. M. Garcia Torres, "Pronóstico de la demanda eléctrica residencial basado en el modelo de regresión adaptativa multivariante spline (MARS)," *Tesis*, p. 32, 2015.
- [2] T. W. S. Chow and C. T. Leung, "Neural network based short-term load forecasting using weather compensation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 11, no. 4, pp. 1736–1742, 1996.
- [3] S. Fan and R. J. Hyndman, "Forecasting Electricity Demand in Australian National Electricity Market," *Proc. IEEE PES Gen. Meet. 24-29 July, San Diego, USA*, no. February, pp. 1–4, 2012.
- [4] D. M. Zhu and W. K. Ching, "A new estimation method for multivariate Markov chain model with application in demand predictions," *Proc. - 3rd Int. Conf. Bus. Intell. Financ. Eng. BIFE 2010*, pp. 126–130, 2010.
- [5] F. Chen and P. J. Y. Wong, "Approximation by discrete spline interpolation," *11th Int. Conf. Control. Autom. Robot. Vision, ICARCV 2010*, no. December, pp. 2278–2283, 2010.
- [6] A. F. Barrientos, J. Olaya, and V. M. González, "Un modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica," *Rev. Colomb. Estad.*, vol. 30, no. 2, pp. 187–202, 2007.
- [7] J. Medina H., Santiago; García A., "Predicción de demanda de energía en Colombia mediante un sistema de inferencia difuso neurona," *Energética*, vol. 33, pp. 15–24, 2005.
- [8] G. Ayala and M. Garcia, "Respuesta De La Demanda

- Eléctrica Basado En El Modelo Markoviano,” *Tesis*, p. 27, 2016.
- [9] L. Suganthi and A. A. Samuel, “Energy models for demand forecasting - A review,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 16, no. 2, pp. 1223–1240, 2012.
- [10] M. Alcázar-Ortega, C. Calpe, T. Theisen, and J. Rodríguez-García, “Certification prerequisites for activities related to the trading of demand response resources,” *Energy*, vol. 93, pp. 705–715, 2015.
- [11] G. Gutiérrez-Alcaraz, J. H. Tovar-Hernández, and C. N. Lu, “Effects of demand response programs on distribution system operation,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 74, pp. 230–237, 2016.
- [12] K. Christakou, “A unified control strategy for active distribution networks via demand response and distributed energy storage systems,” *Sustain. Energy, Grids Networks*, vol. 6, pp. 1–6, 2016.
- [13] M. Nikzad and B. Mozafari, “Reliability assessment of incentive- and priced-based demand response programs in restructured power systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 56, pp. 83–96, 2014.
- [14] O. Erdinc, N. G. Paterakis, I. N. Pappi, A. G. Bakirtzis, and J. P. S. Catalão, “A new perspective for sizing of distributed generation and energy storage for smart households under demand response,” *Appl. Energy*, vol. 143, pp. 26–37, 2015.
- [15] C. Sandels, J. Widen, and L. Nordstrom, “Simulating occupancy in office buildings with non-homogeneous Markov chains for Demand Response analysis,” *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, vol. 2015–Septe, pp. 1–5, 2015.
- [16] G. Liu and K. Tomsovic, “A full demand response model in co-optimized energy and reserve market,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 111, pp. 62–70, 2014.
- [17] P. Faria, Z. Vale, T. Soares, and H. Morais, “Energy and reserve provision dispatch considering distributed generation and demand response,” *IEEE PES Innov. Smart Grid Technol. Conf. Eur.*, pp. 1–7, 2012.
- [18] D. Li and S. K. Jayaweera, “Uncertainty modeling and price-based demand response scheme design in smart grid,” *IEEE Syst. J.*, vol. 11, no. 3, pp. 1–12, 2014.
- [19] Z. Chen, L. Wu, and Y. Fu, “Real-time price-based demand response management for residential appliances via stochastic optimization and robust optimization,” *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 3, no. 4, pp. 1822–1831, 2012.
- [20] P. Khajavi, H. Abniki, and A. B. Arani, “The role of incentive based demand response programs in smart grid,” *2011 10th Int. Conf. Environ. Electr. Eng. IEEEIC.EU 2011 - Conf. Proc.*, 2011.
- [21] Q. Wang, C. Zhang, Y. Ding, G. Xydis, J. Wang, and J. Østergaard, “Review of real-time electricity markets for integrating Distributed Energy Resources and Demand Response,” *Appl. Energy*, vol. 138, pp. 695–706, 2015.
- [22] O. Erdinc, “Economic impacts of small-scale own generating and storage units, and electric vehicles under different demand response strategies for smart households,” *Appl. Energy*, vol. 126, pp. 142–150, 2014.

- [23] J. Torriti, "A review of time use models of residential electricity demand," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 37, pp. 265–272, 2014.
- [24] H. Meidani and R. Ghanem, "Multiscale Markov models with random transitions for energy demand management," *Energy Build.*, vol. 61, pp. 267–274, 2013.
- [25] I. Maruta and Y. Takarada, "Modeling of dynamics in demand response for real-time pricing," *2014 IEEE Int. Conf. Smart Grid Commun. SmartGridComm 2014*, pp. 806–811, 2015.
- [26] J. G. Dias and S. B. Ramos, "Dynamic clustering of energy markets: An extended hidden Markov approach," *Expert Syst. Appl.*, vol. 41, no. 17, pp. 7722–7729, 2014.
- [27] K. Kobayashi and K. Hiraishi, "Algorithm for optimal real-time pricing based on switched Markov chain models," *2015 IEEE Power Energy Soc. Innov. Smart Grid Technol. Conf. ISGT 2015*, 2015.
- [28] J. Razmi, A. T. Moghadam, and F. Jolai, "An evaluative continuous time Markov chain model for a three echelon supply chain with stochastic demand and lead time," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 28, no. 3, pp. 248–253, 2015.
- [29] G. Martorell, G. Femenias, and F. Riera-Palou, "Non-saturated IEEE 802.11 networks. A hierarchical 3D Markov model," *Comput. Networks*, vol. 80, pp. 27–50, 2015.
- [30] W. K. Ching, M. K. Ng, and E. S. Fung, "Higher-order multivariate Markov chains and their applications," *Linear Algebra Appl.*, vol. 428, no. 2–3, pp. 492–507, 2008.
- [31] Jerome H. Friedman, "Multivariate Adaptive Regression," vol. 19, no. 1, pp. 1–67, 1991.
- [32] J. Rich, "A spline function class suitable for demand models," *Econom. Stat.*, vol. 0, pp. 1–14, 2018.
- [33] X. Hu, B. Hu, F. Zhang, B. Fu, H. Li, and Y. Zhou, "Influences of spline assembly methods on nonlinear characteristics of spline-gear system," *Mech. Mach. Theory*, vol. 127, pp. 33–51, 2018.
- [34] M. S. Al-Musaylh, R. C. Deo, J. F. Adamowski, and Y. Li, "Short-term electricity demand forecasting with MARS, SVR and ARIMA models using aggregated demand data in Queensland, Australia," *Adv. Eng. Informatics*, vol. 35, no. April 2017, pp. 1–16, 2018.
- [35] X. Li and J. Zhang, "AS++ T-splines: Linear independence and approximation," *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 333, pp. 462–474, 2018.
- [36] E. Ideon and P. Oja, "Quadratic/linear rational spline collocation for linear boundary value problems," *Appl. Numer. Math.*, vol. 125, pp. 143–158, 2018.
- [37] P. Feng and J. Qian, "Forecasting the yield curve using a dynamic natural cubic spline model," *Econ. Lett.*, vol. 168, pp. 73–76, 2018.
- [38] A. Safari, "Least squares 2D bi-cubic spline approximation: Theory and applications," *Measurement*, vol. 127, no. January, pp. 366–378, 2018.
- [39] E. M. Garcia, "Diagnóstico de la demanda de consumo de energía eléctrica en un smart home,



- enfocado en el sector residencial de Quito, durante el año 2015, Barrió la Kennedy. Caracterización y optimización del consumo de energía eléctrica,” Universidad Técnica de Cotopaxi, Latacunga, 2016.
- [40] E. M. Garcia, A. Águila, I. Isaac, J. W. González, and G. López, “Analysis of Voltage Profile to determine Energy Demand using Monte Carlo algorithms and Markov Chains (MCMC),” in *51st International Universities’ Power Engineering Conference*, 2016, no. Mcmc.
- [41] E. M. Garcia and I. Isaac, “Demand response systems for integrating energy storage batteries for residential users,” in *Ecuador Technical Chapters Meeting (ETCM), IEEE*, 2016.
- [42] E. Inga, D. Carrión, A. Aguila, E. M. García, and R. Hincapié, “Minimal Deployment and Routing Geographic of PMUs on Electrical Power System based on MST Algorithm,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 5, pp. 2264–2270, 2016.
- [43] P. Moreno and E. M. Garcia, “Respuesta a la Demanda para Smart Home Utilizando Procesos Estocásticos,” *I+D Tecnológico*, 2016.
- [44] B. Oña and E. M. Garcia, “Uso eficiente del consumo de energía eléctrica residencial basado en el método Montecarlo,” Universidad Politecnica Salesiana, 2015.
- [45] M. Ortiz and E. M. Garcia Torres, “Pronóstico de la demanda eléctrica residencial basado en el modelo de regresión adaptativa multivariante spline (MARS),” *Tesis*, p. 32, 2015.
- [46] M. Simbaña and E. M. Garcia, “Optimización mediante el método de Montecarlo de la demanda eléctrica residencial,” Universidad Politecnica Salesiana, 2015.
- [47] D. Tasinchana and E. M. Garcia, “Predicción con series de tiempo para la optimización de la demanda eléctrica residencial,” Universidad Politecnica Salesiana, 2015.

## 6.1 Estado del Arte

Tabla 3.- Matriz de estado del arte

<p style="text-align: center;"><b>MODELACIÓN DE LA CURVA DE LA DEMANDA A CORTO PLAZO MEDIANTE LOS MODELOS SPLINER, MORCOVIANOS PARA UNA ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA</b></p>																								
ITEM	DATOS			TEMÁTICA				FORMULACIÓN DEL PROBLEMA				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA				PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA				
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	CITAS	ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	MODELACION DE LA CURVA DE LA DEMANDA	MODELO MARKOVIANO	MODELO SPLINE	ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	MINIMIZAR POTENCIA	MAXIMIZAR LA EFICIENCIA	DISMINUIR POTENCIA SUMINISTRADA	ESTIMACION DE LA DEMANDA	FALLAS EN EL SISTEMA	MALA ASIGNACION DE RECURSOS	NUMERO DE MUESTRAS	CAPACIDAD RECURSOS	ALGORITMO MARKOVIANO	HEURÍSTICA DE OPTIMIZACIÓN	PROGRAMA ESTOCÁSTICO	ALGORITMO SPLINE	ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	ESTIMACION DE LA DEMANDA	USO ALGORITMO	USO ALGORITMO MARKOVIANO
1	2015	Pronóstico de la demanda eléctrica residencial basado en el modelo de regresión adaptativa multivariante spline (MARS)	Ortiz, Garcia	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	✗	□	✗	□
2	1996	Neural network based short-term load forecasting using weather compensation	Chow, Leung	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	✗	□	✗	□
3	2012	Forecasting Electricity Demand in Australian National Electricity Market	Fan, Hyndman	✗	✗	✗	□	✗	✗	✗	✗	✗	✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	✗	□	□	✗
4	2010	A new estimation method for multivariate Markov chain model with application in demand predictions	Zhu, Ching	✗	✗	✗	□	□	✗	✗	✗	✗	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	✗
5	2010	Approximation by discrete spline interpolation	Chen, Wong	□	□	✗	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	✗
6	2007	Un modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica	Barrientos, Olaya González	✗	✗	✗	✗	✗	□	✗	✗	✗	□	✗	✗	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	✗
7	2005	Predicción de demanda de energía en Colombia mediante un sistema de inferencia difuso neurona	Medina, Santiago García	✗	□	✗	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	□	□	✗	✗	□	✗	✗	□	□	✗
8	2016	Respuesta De La Demanda Eléctrica Basado En El Modelo Markoviano	Ayala, Garcia	✗	□	✗	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	✗
9	2012	Energy models for demand forecasting - A review	Suganthi, Samuel	✗	✗	✗	□	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	✗
10	2015	Certification prerequisites for activities related to the trading of demand response resources	Alcázar, Theisen Rodríguez	□	✗	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	✗
11	2016	Effects of demand response programs on distribution system operation	Gutiérrez, Tovar Lu	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	✗
12	2016	A unified control strategy for active distribution networks via demand response and distributed energy storage systems	Christakou	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□

**MODELACIÓN DE LA CURVA DE LA DEMANDA A CORTO PLAZO MEDIANTE LOS MODELOS SPLINER, MORCOVIANOS PARA UNA ÓPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA**

ITEM	DATOS			TEMÁTICA				FORMULACIÓN DEL PROBLEMA				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA				PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA				
	Año	TÍTULO DEL ARTICULO	REFERENCIA	OPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	MODELACION DE LA CURVA DE LA DEMANDA	MODELO MARKOVIANO	MODELO SPLINE	OPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	MINIMIZAR POTENCIA	MAXIMIZAR LA PERCIENCIA	DISMINUIR POTENCIA SUMINISTRADA	ESTIMACION DE LA DEMANDA	FALLAS EN EL SISTEMA	MALA ASIGNACION DE RECURSOS	NUMERO DE MUESTRAS	CAPACIDAD RECURSOS	ALGORITMO MARKOVIANO	HEURÍSTICA DE OPTIMIZACIÓN	PROGRAMA ESTOCÁSTICO	ALGORITMO SPLINE	OPTIMA RESPUESTA A LA DEMANDA	ESTIMACION DE LA DEMANDA	USO ALGORITMO	USO ALGORITMO MARKOVIANO
13	2015	Reliability assessment of incentive- and priced-based demand response programs in restructured power systems	Nikzad, Mozafari	✗	□	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	□	□
14	2015	Simulating occupancy in office buildings with non-homogeneous Markov chains for Demand Response analysis	Erdinc, Paterakis Pappi, Bakirtzis Catalão	✗	✗	✗	✗	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	✗	□	□	✗	□	□	✗	✗	✗
15	2015	Simulating occupancy in office buildings with non-homogeneous Markov chains for Demand Response analysis	Sandels, Widen Nordstrom	✗	□	✗	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	✗	□	✗	□	□	✗	✗	✗
16	2014	A full demand response model in co-optimized energy and reserve market	Liu, Tomsovic	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗	□	□	□
17	2012	Energy and reserve provision dispatch considering distributed generation and demand response	Faria, Vale Soares, Morais	✗	✗	□	✗	□	□	✗	✗	✗	□	✗	✗	□	✗	□	✗	□	✗	✗	✗	□
18	2014	Uncertainty modeling and price-based demand response scheme design in smart grid	Li, Jayaweera	✗	✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	✗	✗	✗	□	□	✗	□	□	✗	✗	✗
19	2012	Real-time price-based demand response management for residential appliances via stochastic optimization and robust optimization	Chen, Wu, Fu	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
20	2011	The role of incentive based demand response programs in smart grid	Khajavi, Abniki Arani	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
21	2015	Review of real-time electricity markets for integrating Distributed Energy Resources and Demand Response	Wang, Zhang Ding, Xydis J. Wang	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
22	2014	Economic impacts of small-scale own generating and storage units, and electric vehicles under different demand response strategies for smart households	Erdinc	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
23	2014	A review of time use models of residential electricity demand	Torrìti	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
24	2013	Multiscale Markov models with random transitions for energy demand management	Meidani, Ghanem	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
25	2015	Modeling of dynamics in demand response for real-time pricing	Maruta, Takarada	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
26	2014	Dynamic clustering of energy markets: An extended hidden Markov approach	Dias, Ramos	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

27	2015	Algorithm for optimal real-time pricing based on switched Markov chain models	Kobayashi, Hiraishi	✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	✗	□	✗	□	□	✗	✗	□	□	✗	✗	□	✗
28	2015	Electric Vehicle Charging Using Photovoltaic based Microgrid for Remote Islands	Razmi, Moghadam, Jolai	✗	✗	✗	□	□	✗	□	✗	✗	✗	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	
29	2015	Non-saturated IEEE 802.11 networks. A hierarchical 3D Markov model	Martorell, Riera	✗	✗	✗	□	□	✗	✗	✗	✗	□	□	□	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	✗
30	2008	Higher-order multivariate Markov chains and their applications	Ching, Ng, Fung	□	✗	✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	□	□	□	✗	✗	✗	□	✗	□	□	✗
31	1991	Multivariate Adaptive Regression	Friedman	✗	□	□	✗	✗	□	✗	✗	✗	✗	□	✗	□	□	✗	✗	✗	✗	✗	✗	□
32	2018	A spline function class suitable for demand models	Rich	✗	✗	□	✗	✗	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	✗	✗	□
33	2018	Influences of spline assembly methods on nonlinear characteristics of spline–gear system	Hu, Zhang, Zhou	✗	✗	□	✗	□	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	✗	✗	□
34	2018	Short-term electricity demand forecasting with MARS, SVR and ARIMA models using aggregated demand data in Queensland, Australia	Al-Musaylh, Deo Adamowski, Li	□	✗	✗	✗	✗	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	✗	✗
35	2018	AS++ T-splines: Linear independence and approximation	Li, Zhang	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	✗	✗	✗	□	✗	□	□	✗	✗	✗	✗	✗	✗
36	2018	Quadratic/linear rational spline collocation for linear boundary value problems	Ideon, Oja	✗	□	□	✗	✗	✗	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	✗	✗	□
37	2018	Forecasting the yield curve using a dynamic natural cubic spline model	Feng, Qian	✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	✗	□	✗	✗	✗	✗	□
38	2018	Least squares 2D bi-cubic spline approximation: Theory and applications	Safari	✗	✗	□	✗	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	✗	✗	✗	✗	□	□
Total				28	20	22	22	18	18	16	26	27	14	13	13	14	22	15	9	22	28	27	22	22

Tabla 4.- Resumen e Indicadores del estado del arte

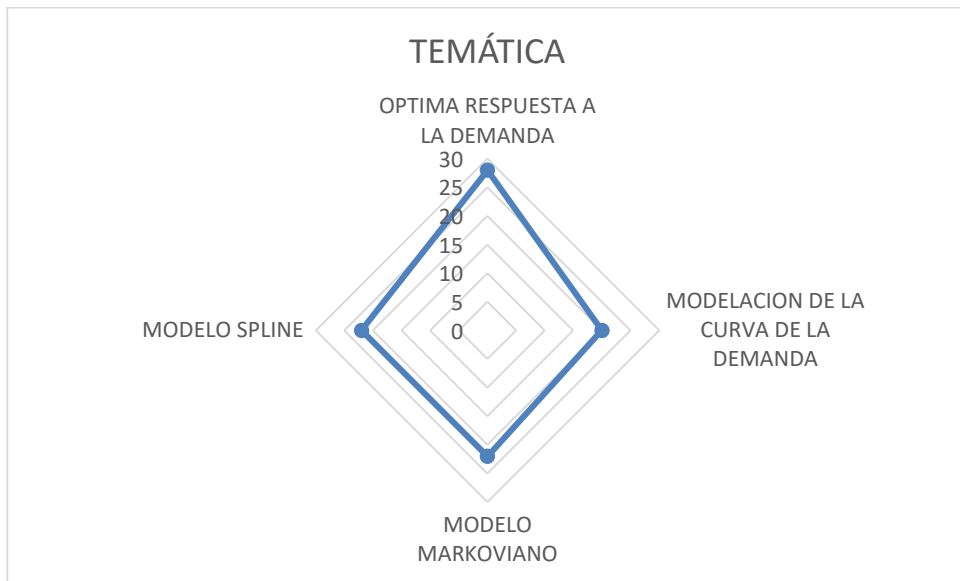


Tabla 5.- Resumen para la formulación del problema.

## FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

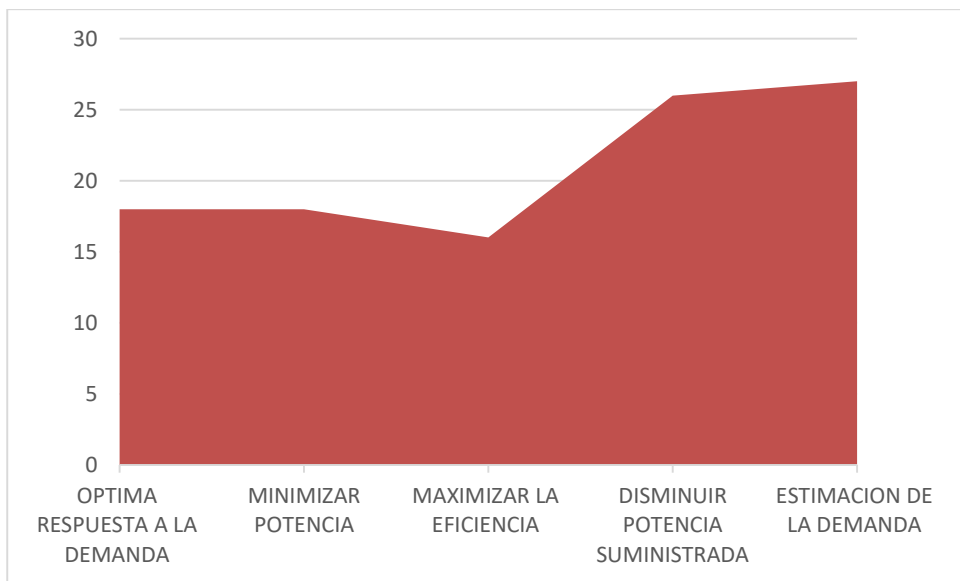


Tabla 6.- Solución para el análisis del problema

