

**RECONSTRUCCIÓN DE LA CURVA DE CARGA ELÉCTRICA  
RESIDENCIAL A PARTIR DE SELECCIÓN MUESTRAL USANDO SENSADO  
COMPRIMIDO**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
RECONSTRUCCIÓN DE LA CURVA DE CARGA ELÉCTRICA  
RESIDENCIAL A PARTIR DE SELECCIÓN MUESTRAL USANDO SENSADO  
COMPRIMIDO**

**AUTOR:  
PAÚL ALEXANDER ANDRADE MONTOYA**

**DIRECTOR:  
ESTEBAN MAURICIO INGA ORTEGA**

**Quito, diciembre 2017**

Paúl Alexander Andrade Montoya

**RECONSTRUCCIÓN DE LA CURVA DE CARGA ELÉCTRICA RESIDENCIAL A PARTIR DE SELECCIÓN MUESTRAL USANDO SENSADO COMPRIMIDO**

Universidad Politécnica Salesiana  
Ingeniería Eléctrica

Breve reseña historia e información de contacto:



**Paúl Alexander Andrade Montoya** (Y'1992-N'10). Realizó sus estudios secundarios en el Colegio San Gabriel, se graduó de Físico Matemático. Egresado de la Carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa en la optimización de tarifas para respuesta a la demanda.  
[pandradem@est.ups.edu.ec](mailto:pandradem@est.ups.edu.ec)

Dirigido por:



**Esteban Mauricio Inga Ortega** (Y'1976-M'08). Se gradúa de Ingeniero Electrónico en la Universidad Politécnica Salesiana Matriz Cuenca en 2001. Posteriormente recibe el grado de Magister en Educación y Desarrollo Social en la Universidad Tecnológica Equinoccial en 2008. A inicios del 2017 recibe el grado de Magister en Ingeniería por la Universidad Pontificia Bolivariana Medellín-Colombia. A inicios del mes de noviembre de 2017 obtiene se grado de PhD en Ingeniería por la Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín Colombia, recibe mención honorífica Magna Cum Laude como reconocimiento a un mérito académico destacado. Es director de carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana Campus Sur y Coordinador del grupo de investigación en Redes Eléctricas Inteligentes GIREI.  
[einga@ups.edu.ec](mailto:einga@ups.edu.ec)

**Todos los derechos reservados:**

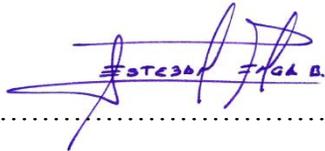
Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS  
RESERVADOS  
©2017 Universidad  
Politécnica Salesiana  
QUITO-ECUADOR

### **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A**

Yo, Esteban Mauricio Inga Ortega declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación *Reconstrucción de la Carga Eléctrica Residencial a partir de Selección Muestral usando Sensado Comprimido* realizado por Paúl Alexander Andrade Montoya, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, diciembre 2017



Esteban Mauricio Inga Ortega

Cédula de identidad: 0102116043

## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Yo, Paúl Alexander Andrade Montoya, con documento de identificación N° 1719292805, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de grado intitulado: *“Reconstrucción de la curva de carga eléctrica residencial a partir de selección muestral usando sensado comprimido”*, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Firma



Nombre: Paúl Alexander Andrade Montoya

Cédula: 1719292805

Fecha: Quito, diciembre 2017

## INDICE GENERAL

Resumen.....	9
Abstract .....	9
1. Introducción .....	11
2. Previsión de la Demanda Eléctrica Residencial-Comercial.....	14
2.1 Curva de demanda eléctrica residencial-comercial.....	14
2.2 Señal de recuperación mediante normas de aproximación .....	16
2.3 Descripción del sensado comprimido .....	16
2.4 Métodos utilizados .....	18
3. Formulación del Problema en la Reconstrucción de la Curva de Demanda Eléctrica.....	20
4. Análisis de Resultados .....	24
4.1 Caso 1 (primera curva de demanda).....	24
4.2 Caso 2 (segunda curva de demanda).....	27
4.3 Caso 3 (tercera curva de demanda) .....	30
5. Conclusiones .....	33
6. Referencias .....	34

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Modelo estándar de sensado comprimido. ....	17
Figura 2. Primera curva de demanda (residencial-comercial). ....	21
Figura 3. Segunda curva de demanda (residencial). ....	21
Figura 4. Tercera curva de demanda (residencial). ....	21
Figura 5. Primer diccionario (señales utilizadas). ....	22
Figura 6. Segundo diccionario (señales utilizadas). ....	22
Figura 7. Error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	24
Figura 8. Reconstrucción de la primera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	25
Figura 9. Salida de la señal y reconstrucción de la primera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	26
Figura 10. Error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	26
Figura 11. Reconstrucción de la primera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	27
Figura 12. Salida de la señal y reconstrucción de la primera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	27
Figura 13. Error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	28
Figura 14. Reconstrucción de la segunda curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	28
Figura 15. Salida de la señal y reconstrucción de la segunda curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	29
Figura 16. Error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	29

Figura 17. Reconstrucción de la segunda curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	30
Figura 18. Salida de la señal y reconstrucción de la segunda curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	30
Figura 19. Error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	31
Figura 20. Reconstrucción de la tercera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	31
Figura 21. Salida de la señal y reconstrucción de la tercera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	32
Figura 22. Error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma $l_1$ . b) Error utilizando la norma $l_2$ . ....	32
Figura 23. Reconstrucción de la tercera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos. ....	33
Figura 24. Salida de la señal y reconstrucción de la tercera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos. ....	33

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Variables usadas en el algoritmo .....	22
Tabla 2. Valores del error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el primer diccionario. ....	25
Tabla 3. Valores del error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el segundo diccionario.....	26
Tabla 4. Valores del error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el primer diccionario. ....	28
Tabla 5. Valores del error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el segundo diccionario.....	29
Tabla 6. Valores del error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el primer diccionario. ....	31

Tabla 7. Valores del error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el segundo diccionario. ....32

# RECONSTRUCCIÓN DE LA CURVA DE CARGA ELÉCTRICA RESIDENCIAL A PARTIR DE SELECCIÓN MUESTRAL USANDO SENSADO COMPRIMIDO

## Resumen

La respuesta a la demanda (DR), busca proporcionar un servicio de calidad, que permita reducir significativamente los costos y garantizar a su vez la seguridad de la red. Por lo tanto, es necesario realizar una adecuada estimación de la curva de demanda, considerando que se tiene implementado un sistema de medición inteligente para la obtención de los datos de demanda.

Dentro de una infraestructura de medición avanzada (AMI), existe la posibilidad de que se den fallas o ataques maliciosos que interrumpan el intercambio de información entre la empresa eléctrica y los usuarios finales, causando que se pierdan datos y no se tenga la información completa de los perfiles de demanda. En este artículo se presentan técnicas que permiten reconstruir la curva de demanda con una mínima cantidad de datos, para esto se realiza un análisis comparativo entre diferentes algoritmos que utilizan un modelo matemático matricial, basado en la teoría de sensado comprimido. Además, para saber cuál es la mejor opción, se realiza un cálculo del error de reconstrucción mediante un porcentaje de la diferencia cuadrática media, considerando la señal original y la señal reconstruida.

**Palabras Clave:** Sensado comprimido, respuesta a la demanda, previsión de la

## Abstract

The demand response (DR), search to provide quality service, that allows to reduce significantly the costs and to guarantee the security of the network. Therefore, it is necessary to make an adequate estimate of the load curve, considering that an intelligent measurement system has been implemented to obtain the demand data.

In an Advanced Measurement Infrastructure (AMI), there is the possibility of failures or malicious attacks that may disrupt the exchange of information between the electrical company and end users, causing the loss of data and hasn't complete information of load profiles. In this article presents techniques that allow the reconstruction of the load curve with a minimum amount of data. For this, a comparative analysis is performed between different algorithms that use a matrix mathematical model, based on the compressed sensing theory. In addition, to know which is the best option, a reconstruction error calculation is performed using a percentage of the mean square difference, considering the original signal and the reconstructed signal.

**Keywords:** Compressive sensing, demand response, electric load forecasting, load curve.

carga eléctrica, curva de carga.

## 1. Introducción

Los sistemas eléctricos se han desarrollado tradicionalmente alrededor de las centrales de generación de energía, concentrado dicha generación en grandes unidades de producción, esto se ha centralizado impidiendo que se incluyan nuevas tecnologías como es el caso de energías renovables y de respuesta a la demanda (DR). En los últimos años han existido cambios en las regulaciones dentro de los diferentes mercados energéticos, que han permitido el surgimiento de estas tecnologías, especialmente de la DR, que considera dos temas muy importantes como son la predicción de la demanda y la reconstrucción de la curva de demanda [1]. Por lo que se busca realizar un análisis de reconstrucción de señales, que permita recuperar la curva de demanda de consumo residencial-comercial.

Dentro de los mercados energéticos actuales la respuesta a la demanda tiene un papel importante, cuyo objetivo es mantener el equilibrio entre la oferta y la demanda. Es básicamente un acto de equilibrio constante pero considerando que se puede tener flexibilidad en la carga, en lugar de ajustar únicamente la generación de energía [2], [3]. Es decir, se centra en los usuarios finales con el objetivo de reducir la demanda máxima y llegar a entender a los usuarios que participan en los esquemas de respuesta a la demanda, es importante para realizar un buen diseño, tener una adecuada operación de los mercados eléctricos y para la toma de decisiones de inversión donde se considera la capacidad de generación de electricidad, la infraestructura de la red y la flexibilidad del sistema [4]–[6]. Cabe mencionar que los esquemas de respuesta a la demanda pueden llegar a

mejorar significativamente la eficiencia de las centrales de generación, reducir los costos y la contaminación en el sistema de energía eléctrica, garantizando a su vez la seguridad de la red [3], [7]. Todos estos beneficios hacen que los esquemas de DR sean más utilizados en los sistemas eléctricos actuales, pero se debe considerar que cuando se implementa un programa de DR se busca que sea exitoso, por tal motivo tiene que mejorar las características de la curva de demanda. Además estos programas tienen que ser aceptados y recibidos de buena manera por los usuarios debido a que ellos son los principales involucrados [8].

La curva de demanda se considera muy importante en la DR, porque muestra el patrón de consumo de energía eléctrica por parte de los usuarios. La demanda puede llegar a variar en el día, en la semana y en el mes, pero generalmente la evolución de la curva de demanda se considera por cada hora y esta suele seguir un patrón diario regular y predecible, que junto con los datos de las curvas de demanda históricas permiten saber el comportamiento de la demanda de los usuarios, para realizar una adecuada reconstrucción cuando se tiene un número limitado de datos [5], [9]. En los programas de respuesta a la demanda también se busca realizar la predicción de esta curva, para poder hacer un adecuado despacho económico y mejorar el uso de los recursos energéticos [10]. La predicción de la demanda se conoce como la información de la carga que se espera en un determinado periodo de tiempo, requiriendo una cantidad considerable de parámetros que son establecidos de acuerdo con la operación del sistema. Dicha predicción se considera esencial al momento de realizar operaciones en

los sistemas eléctricos y esto se ve reflejado en el impacto tanto técnico como económico, es decir realizar un adecuado pronóstico de la demanda permite tener una correcta operación del sistema [11]. Para los programas de DR que se basan en la reconstrucción de la curva de demanda se necesita de la implementación de medición inteligente, porque los medidores de energía eléctrica convencionales que se utilizaban antes eran generalmente analógicos y únicamente podían registrar una cantidad total de información sin comunicación en tiempo real con el operador de la red [3], [12]. Mientras que la medición inteligente introduce una nueva tecnología, que permite realizar una medición horaria del consumo de electricidad a cada uno de los usuarios de manera individual, adquiriendo una gran cantidad de datos que pueden ser utilizados para tener una idea clara de los perfiles de la demanda [13], [14]. Por esto, en este trabajo se asume que se tiene una red de distribución eléctrica, la cual cuenta con medición inteligente, haciendo que el sistema sea más sensible y permita tener una comunicación en tiempo real.

Esta tecnología de medición inteligente, implementada en un sistema de distribución de energía eléctrica provee muchas ventajas, pero también puede presentar algunos problemas como en la adquisición de datos o en el muestreo, que incluso puede llegar a ser costoso. Además en algunos casos se puede tener insuficientes datos que permitan obtener una información significativa para la construcción de la curva de demanda, esto suele suceder por efectos como errores en la comunicación o ataques maliciosos que son perjudiciales para el sistema eléctrico [15], [16]. Por estas razones, este trabajo propone aplicar los

conceptos de sensado comprimido (CS) y reconstrucción de señales dispersas (sparse) sobre la curva de demanda de un consumidor eléctrico residencial-comercial, utilizando diferentes métodos y el menor número de muestras.

Cabe mencionar que la teoría de sensado comprimido se creó varios años atrás y se desarrolló en primera instancia como una propuesta que se centraba en el reconocimiento de imágenes [17]. Posteriormente el CS se utilizó también para la reconstrucción de señales, pero esta teoría demanda que dichas señales tengan características de una señal dispersa (sparse), es decir que posean solo algunos elementos distintos de cero. En este sentido, debido a que muy pocas señales poseen la característica de sparse, para la reconstrucción de una señal, se aprovecha el concepto de señal comprimible. Esto quiere decir, que si una señal en algún dominio posee características sparse es posible reconstruirla. Cabe recalcar que, cuando se habla de un dominio se refiere a una base vectorial en la cual la señal puede ser proyectada (cualquier transformada) [18], [19]. Todo esto aspectos mencionados permiten que la teoría de CS se utilice junto con la adquisición y procesamiento de señales para la reconstrucción de las mismas, es decir permite realizar la recuperación de señales mediante una representación dispersa de datos a partir de información limitada, por tal motivo se ha llegado a utilizar con diferentes clases de datos y en múltiples aplicaciones como es el caso de la reconstrucción de curvas de demanda en el sector eléctrico [17].

La DR puede presentar algunos inconvenientes en la adquisición y

muestreo de datos, especialmente cuando se tiene escenarios con alta cantidad de usuarios, pero el principal problema que se debe considerar son los altos costos por comunicación. Esto se refiere al transporte de datos, ya que, transmitir los datos muestreados con intervalos de tiempo muy cortos, implica saturar el canal de comunicación y por lo tanto se debe tener un canal dedicado. Razón por la cual el CS puede llegar a cambiar en cierta manera la problemática centrada en la transmisión de los datos, debido a que la clave de esta teoría es muestrear normalmente, comprimir y liberar el canal de comunicación, para posteriormente en el centro de acopio de información recuperar la curva de demanda que fue transmitida usando pocas muestras [20], [21].

En los sistemas eléctricos y especialmente en el campo de DR conocer el comportamiento exacto de la curva de demanda a pesar de no tener el cien por ciento de los datos representa tener una mayor seguridad, que se ve reflejada en la reducción de los gastos en electricidad y alivio de los picos de demanda mediante un adecuado despacho de energía [22]. Por esto el CS toma un valor significativo al reducir el número de mediciones requeridas utilizando la información que se pueda disponer en un momento dado, para realizar una adecuada reconstrucción de la curva de demanda residencial-comercial. Una de las opciones para poder realizar esto es mediante compressed learning, que se refiere a tener dentro de los esquemas de DR la capacidad de leer o identificar los datos más básicos sobre la señal comprimida. En general la teoría de CS propone algoritmos de reconstrucción que utilizan cinco diferentes técnicas como son: búsqueda codiciosa, relajación convexa, métodos bayesianos,

optimización no convexa y fuerza bruta [17], [23]. Todas estas técnicas permiten tener menores tasas de muestreo, pero en este trabajo los algoritmos utilizados se basan únicamente en la búsqueda codiciosa y la relajación convexa.

El CS básicamente se presenta mediante un modelo estándar cuyo objetivo matemático es resolver un sistema de ecuaciones matriciales, que permita recuperar o aproximar lo mejor posible una señal [24]. La principal ventaja de esto es que no depende del ancho de banda de las señales, sino de la cantidad de información que estas posean. Esta teoría considera como principales parámetros la señal y un diccionario. La señal original es donde se encuentran los datos obtenidos de las mediciones, mientras que el diccionario es una matriz dentro de la cual se encuentran los conjuntos finitos de señales, que permiten realizar la comparación y recuperación de la señal original. Para la selección de dichas señales que conforman el diccionario se debe considerar la aplicación en la que se va a utilizar, además es necesario conocer el comportamiento de la señal que se quiera reconstruir y el algoritmo a utilizar [25], [26]. Lo que busca este modelo presentado es encontrar en el diccionario el conjunto de coeficientes que permitan reconstruir o aproximar lo mejor posible a la señal, por lo tanto, es muy importante conocer el comportamiento de las curvas de demanda históricas [27].

De aquí en adelante el artículo se estructura de la siguiente manera: la sección II desarrolla el tema correspondiente a la previsión de la demanda eléctrica residencial-comercial, la sección III explica la formulación del problema, en la sección IV se encuentra el análisis de

los resultados en los métodos utilizados para la reconstrucción de curva de demanda, finalmente en la sección V se expresan las conclusiones de este trabajo.

## **2. Previsión de la Demanda Eléctrica Residencial-Comercial**

### **2.1 Curva de demanda eléctrica residencial-comercial**

Cuando se habla de la predicción de la demanda en los sistemas de distribución de energía, se suele tratar de mejorar la forma de la curva de demanda mediante alteraciones en los patrones de consumo de energía de los usuarios, pero este trabajo únicamente se centra en la reconstrucción de esta curva, considerando especialmente la demanda de los usuarios residenciales y comerciales [28]. Las curvas de demanda tienen diferentes formas que dependen de los escenarios considerados y de cada uno de los tipos de usuarios, pero todas estas curvas pueden ser reconstruidas a partir de una cierta cantidad de datos. En el sector comercial los aparatos y dispositivos poseen índices de consumo más elevados que en el sector residencial [28]. Esta demanda comercial varía dependiendo del tipo de carga que se utilice, como pueden ser motorizadas o en algunos casos más resistivas, pero generalmente tienen patrones de consumo establecidos que no varían mucho, es decir las cargas comerciales son predecibles por lo que esta curva puede ser reconstruida con una gran precisión [29]. Mientras que la reconstrucción de la curva de demanda en el sector residencial es una tarea un poco más complicada, debido a que se debe considerar los diferentes ciclos diurnos, semanales y anuales que existen en las series de datos obtenidos mediante medición inteligente. Es

necesario definir algunas características generales con respecto a la demanda residencial donde muchas de ellas dependen de cada residencia, como es el tamaño de la casa, el nivel de ocupación y el comportamiento en el uso de diferentes aparatos, debido a que la utilización aleatoria de los aparatos por parte de los usuarios causa fluctuaciones [11], [30]. Por esto se puede decir incluso que si algunos usuarios residenciales tuvieran las mismas características generales, existe la posibilidad de que sus curvas de demanda sean diferentes [31]. Hay diferentes modelos utilizados para el pronóstico y para realizar reconstrucciones de la curva de demanda, pero su aplicación y resultados varía dependiendo el tipo de usuarios, como pueden ser residenciales, comerciales o industriales. Cuando se trata de demanda residencial los estudios son más reducidos por su complejidad, debido a que las curvas de demanda residenciales son más estocásticas y dinámicas por el comportamiento aleatorio que presentan los consumidores, es decir que estas curvas de carga se encuentran sometidas al azar y los datos pueden variar mucho dependiendo el comportamiento de los usuarios [11], [32]. En la demanda, el comportamiento de los seres humanos tiene tanta influencia, que incluso dos casas que tengan el mismo consumo de energía diario tienen la posibilidad de no poseer una curva de demanda similar [31].

Múltiples trabajos de investigación han desarrollado modelos que permiten reconstruir la curva de demanda con diferentes enfoques, para realizar DR y para diferentes aplicaciones en redes inteligentes. Tradicionalmente esto se ha realizado mediante modelos de curva de demanda agregados, donde la mayoría de los datos se los tomaba en el

campo para utilizarlos en modelos matemáticos polinomiales, lineales y exponenciales junto con el método de mínimos cuadrados [30], [33]. Mientras que en otras ocasiones se utilizaba también el modelo ZIP, el cual es un método cuya principal aplicación ha sido para realizar representaciones que permitan analizar la relación de la tensión y la potencia en las curvas de demanda [29], [33].

Frecuentemente para la estimación y reconstrucción de los perfiles de la curva de demanda se ha utilizado el método ascendente o el descendente [34]. Siendo este último un método más general con un enfoque de arriba hacia abajo, que no distingue el consumo de energía por parte de los usuarios finales. Se lo ha utilizado para determinar los efectos que se tienen sobre el consumo de energía, porque permite realizar análisis de las variaciones a largo plazo [34]. Mientras que por otro lado el método ascendente sigue un enfoque de abajo hacia arriba, el cual utiliza un proceso de extracción de Montecarlo (MC), y para que este pueda ser aplicado se debe conocer algunas características socioeconómicas y demográficas de los consumidores [35], [36]. Además en el método ascendente hay que considerar que ha sido aplicado realizando mediciones de energía en el campo, donde los intervalos de tiempo estaban entre los 15 minutos o más [36]. Existe también un modelo creado a partir de la combinación de los dos métodos tradicionales (ascendente y descendente), el cual fue creado con los propósitos de realizar una adecuada planificación y evaluación de las operaciones en redes de bajo voltaje. A este método se lo conoce como modelo de curva de demanda sintético, cuyo objetivo es simular de manera realista las curvas de demanda para los diferentes clientes, especialmente residenciales considerando como principales variables el número de

personas residentes en cada hogar y los patrones de disponibilidad [36]. Este es un método más reciente, que ha tenido una buena acogida porque permite realizar análisis de tendencia dentro de las curvas de demanda, pero no se ha utilizado mucho en la predicción de demanda máxima.

Otro de los nuevos modelos para la reconstrucción de la curva de demanda en sistemas eléctricos de bajo voltaje es el que combina Cadenas de Markov y Monte Carlo (MCMC). Este considera diferentes parámetros de la carga, por lo que es capaz de reproducir las características eléctricas detalladas de los usuarios residenciales, es decir puede representar cambios que se producen en la curva de demanda por el comportamiento cambiante de los usuarios, lo cual es difícil de determinar utilizando técnicas de modelado de demanda tradicionales [30]. Los modelos de la curva de demanda obtenidos mediante este método tienen una gran precisión y pueden llegar a pronosticar la variación en el perfil de demanda, además de proporcionar información más detallada sobre las variaciones a corto y largo plazo [30]. Para este trabajo se han descartado los métodos anteriores porque requieren utilizar diferentes variables y se debe considerar características en el comportamiento de los usuarios. Además, los métodos tradicionales ascendente y descendente requieren un sistema de medición en el campo. El modelo ZIP y el método de curva de demanda sintético a pesar de que no necesitan realizar las mediciones en el campo, no han sido muy utilizados para realizar la predicción de la curva de demanda sino para análisis a corto y largo plazo. Mientras que el método MCMC es uno de los más completos y precisos, con la capacidad de reproducir con gran detalle las curvas de demanda para analizar sus variaciones, pero este

necesita una considerable cantidad de datos.

Estas son las principales razones por las que en el trabajo se utiliza diferentes métodos basados en la teoría de sensado comprimido, que básicamente permiten tener una menor cantidad de datos. Al analizar y revisar los datos de las curvas de demanda residenciales y comerciales históricas, se han encontrado algunas tendencias en su comportamiento, que han hecho posible la utilización de esta teoría, porque estas tendencias permiten realizar una selección adecuada de los diccionarios requeridos para realizar la reconstrucción de la curva de demanda, permitiendo tener una mejora significativa en la previsión de la demanda a corto plazo [11].

## 2.2 Señal de recuperación mediante normas de aproximación

La teoría de sensado comprimido se desarrolla en torno a vectores y matrices, por lo que se debe conocer las diferentes normas de aproximación de vectores ( $l_p$ ) que existen. Estas son representadas por lo que es un conjunto de normas y pseudonormas, donde  $p$  puede llegar a tomar valores de 1, 2 y  $\infty$  [37].

La norma  $l_2$  ha tenido resultados un poco insatisfactorios con aquellas señales que no son dispersas [38]. Pero la norma  $l_1$  es muy utilizada dentro de la teoría de CS, porque puede llegar a recuperar señales dispersas y aproximarlas con un error muy bajo [25], [39]. En general la minimización mediante normas de aproximación es una buena opción, debido a que proporciona resultados precisos.

En el trabajo se considera la norma  $l_1$  y  $l_2$ , para realizar la aproximación de los vectores, que permitan recuperar o reconstruir la señal de la curva de demanda residencial-comercial. La norma utilizada va a depender de cada uno de los problemas de optimización

para reducir el error en la reconstrucción, considerados más adelante.

Para realizar el cálculo de los errores en todos los métodos se consideran las dos normas tanto la  $l_1$  como  $l_2$  que se encuentran en las ecuaciones (15) y (16) respectivamente. Las fórmulas generales que corresponden a cada una de las normas se muestran a continuación, donde  $V$  representa al vector que se quiere aproximar.

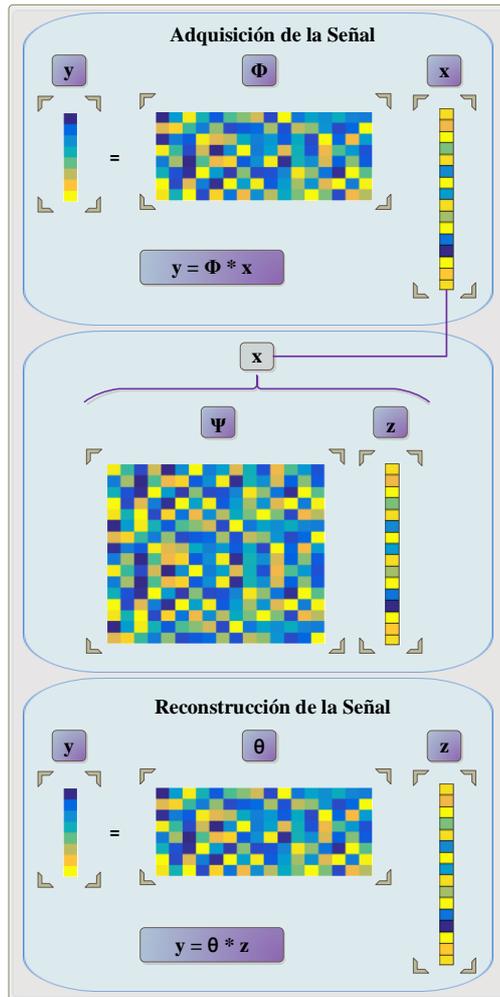
$$\|V\|_{l_1} = \sum_{i=1}^n |V_i| \quad (1)$$

$$\|V\|_{l_2} = (\sum_{i=1}^n V_i^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$\|V\|_{l_\infty} = \max_{i=1, \dots, n} \{|V_i|\} \quad (3)$$

## 2.3 Descripción del sensado comprimido

Para empezar a entender y expresar el problema matemático de esta teoría se tiene la figura 1, que describe el proceso del modelo estándar de sensado comprimido, el cual propone la posibilidad de recuperar una señal considerando que se tiene una cantidad reducida de datos. Se debe recalcar que es necesario conocer siempre algo de información de la señal que se quiere reconstruir para poder realizar una representación dispersa.



**Figura 1.** Modelo estándar de sentido comprimido.

Al ser necesario conocer algo de la señal para la reconstrucción se debe tener una cierta cantidad de datos, los cuales se encuentran dentro del vector  $x$  que básicamente representa a una señal que se desea reconstruir, es la señal de interés donde se encuentran los datos obtenidos de las mediciones [40], [41]. Este parámetro se llama vector de dispersión y está constituido como un vector columna ( $N \times 1$ ) que contiene los datos de las diferentes mediciones realizadas a los usuarios, teniendo en cuenta que dichos datos pertenecen a los números reales ( $x \in \mathbb{R}^N$ ) [25], [27], [37]. Además, se asume que este parámetro es una señal dispersa unidimensional que contiene una cierta cantidad de datos, pero no el cien por ciento de ellos. Dentro de  $x$  se desea tener un menor número de coeficientes con valor

nulo, es decir que estos sean distintos de cero [17], [27], [40], [42]–[44].

Existe otro vector columna ( $N \times 1$ ), que es  $z$  cuyos coeficientes pertenecen a los números reales ( $z \in \mathbb{R}^N$ ). También se lo conoce como vector de productos inertes y prácticamente junto con  $x$  vienen a ser una representación equivalente de la misma señal [40]. Considerando que es bastante difícil encontrar una señal dispersa, especialmente en el dominio del tiempo se utiliza el vector de coeficientes  $z$  con una base vectorial adecuada que viene dada por el diccionario  $\Psi$ , al cual se la conoce como una matriz ( $N \times N$ ) de representación, que generalmente esta predeterminada con una base conocida.

$$x = \sum_{i=1}^n z_i \psi_i \quad (4)$$

$$x = \Psi z \quad (5)$$

En general el proceso de sentido comprimido afirma que las proyecciones que se tienen de la señal pueden ser descritas en el modelo estándar presentado en la ecuación (6) y (7). Como resultado de estas ecuaciones se encuentra y conocido como vector de observación, que es la señal ideal que busca ser reconstruida mediante una muestra de datos obtenida de las mediciones que se encuentran en el vector  $x$ . Básicamente  $y$  contiene toda la información importante con respecto a la señal  $x$ . El parámetro  $y$  es un vector columna ( $M \times 1$ ), cuyos elementos pertenecen a los números reales ( $y \in \mathbb{R}^M$ ) [37], [45].

Uno de los elementos más importantes dentro de la teoría de sentido comprimido y que antes se mencionó es el diccionario  $\Psi$ , el cual influye de una manera directa en la reconstrucción de la señal, además este describe las operaciones conjuntas de diversificación y sub-muestreo [18]. Es decir es una matriz de longitud ( $M \times N$ ), que generalmente no posee ninguna

columna cero, básicamente esta matriz es un conjunto finito de señales independientes e idénticamente distribuidas, las cuales dependen del comportamiento de la señal original a la cual se quiere reconstruir, por lo que es muy importante conocer las curvas de demanda históricas [37], [40]. Considerando que el diccionario es una matriz ( $M \times N$ ), es decir no es una matriz cuadrada se debe utilizar los conceptos de matriz pseudoinversa para poder operar. Además, hay que tener en cuenta que generalmente las mediciones no son adaptativas, por lo tanto,  $\Psi$  es fijada con anterioridad y no depende de las mediciones adquiridas.

Para recuperar una señal, además del diccionario se debe considerar  $\Phi$  conocida como una matriz de detección o medición ( $M \times N$ ), que proyecta a  $\Psi$  en un espacio  $n$ -dimensional, esto se refiere a que prácticamente adapta las señales del diccionario en función de  $N$  que es la longitud del vector de dispersión que contiene la señal a reconstruir [41], [46], [47].

En la ecuación (7), se tiene  $\Theta = \Phi\Psi$ , que se conoce como una matriz de reconstrucción de la señal, esta tiene una longitud ( $M \times N$ ) y básicamente es el resultado matricial entre el diccionario y la matriz de detección [48]. La matriz  $\Theta$  es la encargada de mantener la propiedad de restricción isométrica (RIP), siendo esta una de las herramientas más utilizadas en los algoritmos que se basan en la teoría de sensado comprimido [38].

$$y = \Phi x \quad (6)$$

$$y = \Theta z \quad (7)$$

Los diferentes algoritmos de reconstrucción utilizados en CS buscan resolver el modelo estándar de las ecuaciones (6) y (7), teniendo en cuenta que la solución que se obtiene es dispersa se utilizan las normas de

aproximación para realizar una minimización, a partir de la cual  $\hat{x}$  se puede considerar como una solución [38], [49]. Las normas de aproximación ( $l_p$ ) utilizadas en este argumento mínimo varían dependiendo el método utilizado.

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_{l_p} \quad (8)$$

Por lo tanto, el CS, puede definirse como un método que mantiene la estructura de la señal, debido a las múltiples proyecciones que se realizan a través de un proceso iterativo o de un proceso de optimización.

## 2.4 Métodos utilizados

1) *Least squares (LS)*: Se considera uno de los primeros algoritmos utilizados para realizar reconstrucción de señales, se lo ha implementado en múltiples aplicaciones con señales que poseen un número limitado de datos y sus resultados muchas veces se han considerado inadecuados cuando las señales son demasiado dispersas [50]. Es un método clásico que cuenta con algunas variaciones y básicamente busca encontrar una respuesta a través de la resolución de mínimos cuadrados. En este caso se lo utiliza junto con la teoría de sensado comprimido, porque a diferencia de los métodos de muestreo tradicionales el CS mejora la eficiencia en la adquisición de señales dispersas, además de mejorar considerablemente la tasa de convergencia del algoritmo, es decir es exponencialmente más rápido [25], [41].

El algoritmo LS recupera señales usando la técnica de CS búsqueda codiciosa, que consiste en aproximaciones sucesivas de la señal mediante un algoritmo iterativo. Se utiliza el modelo estándar de sensado comprimido de la ecuación (6) y (7), que se lo resuelve con un proceso de mínimos cuadrados para calcular los coeficientes del modelo, los cuales se

encuentran dentro del vector  $z$  como una señal dispersa. Es decir, como se mencionó anteriormente es un algoritmo iterativo que resuelve el problema de reconstrucción encontrando la respuesta paso a paso, donde primero selecciona los coeficientes  $z$  con características adecuadas de una forma consistente, incluso cuando el tamaño de la muestra se acerca al infinito [51]. A continuación, para llegar a obtener una recuperación aproximada de la señal se utiliza la ecuación (9), donde la respuesta se encuentra dentro del vector  $\hat{x}$  y el problema principal es encontrar un minimizador local basándose en la norma de aproximación  $l_2$ .

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_{l_2} \quad (9)$$

Debido a que los diccionarios no están constituidos como una matriz cuadrada se utiliza el concepto de matriz pseudoinversa que se encuentran en (10) y permiten llegar a una solución [38].

$$\hat{x} = \Phi^T (\Phi \Phi^T)^{-1} y \quad (10)$$

Además, se debe considerar que la solución  $\hat{x}$  por lo general no será dispersa y tendrá muchos elementos distintos de cero, pero se puede forzar su dispersión teniendo en cuenta que esto aumenta el error en la reconstrucción de la señal.

2) *Basis pursuit (BP)*: Es un algoritmo que se ha utilizado en múltiples aplicaciones en el área de ingeniería, especialmente en la restauración de imágenes y señales. En comparación con el matching pursuit (MP), el basis pursuit permite trabajar con señales cuyos datos presenten ruido, haciendo posible recuperar señales mucho más dispersas de manera estable [52]. La principal diferencia que se tienen es que el MP es un algoritmo iterativo al cual se le aplica una regla simple

repetidamente, mientras que el BP es un algoritmo basado en la técnica de relajación convexa y no es un método codicioso [52], [53].

Este es un método de optimización convexa que al igual que el método de LS, parte del modelo de CS que se encuentra en las ecuaciones (6) y (7), donde se descompone una señal en una superposición óptima de elementos que pertenecen al diccionario. Es decir, es un método que busca optimizar una variable, en este caso viene a ser el vector  $x$  que contiene a la señal. Para esto mediante una minimización utilizando la norma de aproximación  $l_1$  que se muestra en la ecuación (1), se trata de resolver una ecuación lineal y encontrar la solución más pequeña de coeficientes para el vector  $z$  [54], [55]. Una vez que se ha encontrado el vector de coeficientes  $z$  que corresponda a los elementos del vector  $y$ , se puede proceder a recuperar la señal original mediante el argumento mínimo de la ecuación (11), que también se basa en la norma  $l_1$  para el caso del basis pursuit.

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_{l_1} \quad (11)$$

3) *Orthogonal matching pursuit (OMP)*: Este es un algoritmo que utiliza la teoría de sensado comprimido, por lo que su principal aplicación es para realizar recuperación de señales. Básicamente es un método de optimización iterativo que se deriva de una versión no ortogonal que es el matching pursuit (MP). El OMP se considera confiable y se utiliza por su simplicidad y rápida implementación. Además, se ha comprobado que su rendimiento es altamente competitivo en la reconstrucción de señales dispersas y semidisersas [56].

El método orthogonal matching pursuit parte de las ecuaciones (6) y (7) bajo las condiciones de la propiedad de restricción isométrica y la propiedad de incoherencia mutua (MIP), las cuales

permiten garantizar una recuperación adecuada de la señal dispersa  $x$  [43], [56], [57]. La primera propiedad postula que para poder reconstruir la señal, la constante RIP  $\delta_{k+1}$  de la matriz  $\Phi$  debe cumplir con la condición que se encuentra definida en (12), donde  $k$  representa dentro de la señal dispersa el número de elementos que son distintos de cero [56].

$$\delta_{k+1} < \frac{1}{\sqrt{k+1}} \quad (12)$$

Otra condición por cumplir es la propiedad de incoherencia mutua que se encuentra definida en (13). Donde  $\mu$  es la incoherencia mutua que debe ser pequeña, es decir lo menor posible considerando que  $\phi_i$  y  $\phi_j$  representan a las columnas y filas de  $\Phi$  respectivamente, a las cuales también se las conoce como átomos [44], [57], [58].

$$\mu = \max_{i \neq j} |\langle \phi_i, \phi_j \rangle| \quad (13)$$

La recuperación de la señal original  $x$  se realiza a partir del vector  $y$ , donde la complejidad puede variar dependiendo de las dimensiones de los vectores. En este método para la reconstrucción de la señal se debe encontrar una señal  $\hat{x}$  que permita minimizar el error entre  $y$  y  $\Phi$  mediante la ecuación (14).

$$\min_{\hat{x}} \|y - \sum \hat{x}_i \phi_i\|_{l_2} \quad (14)$$

Básicamente el algoritmo OMP es iterativo y permite tener una mejor recuperación de las señales cuando el número de mediciones es casi proporcional al nivel de dispersión [59]. El proceso que sigue este algoritmo consiste en seleccionar en cada paso una columna de  $\Phi$ , para saber cual tiene mayor similitud con los residuos actuales. Posteriormente agrega dicha columna a las seleccionadas, permitiendo de esta manera conservar el

nivel de dispersión en el vector de entrada e identificar un elemento de soporte [56]. Es decir obtiene un residuo  $r$  entre el vector que contiene a la señal  $y$  y su aproximación parcial, este residuo se actualiza y lo vuelve a comparar hasta llegar a un número máximo de iteraciones [58], [60]. En cada iteración que se realiza el algoritmo selecciona la opción optima a nivel local entre un conjunto de posibles soluciones, esperando encontrar al final la solución óptima global.

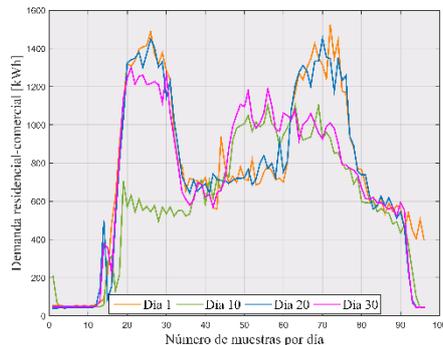
### 3. Formulación del Problema en la Reconstrucción de la Curva de Demanda Eléctrica

Para la formulación del problema se considera una red de distribución eléctrica, donde se tiene implementado un sistema de medición inteligente que permita adquirir una gran cantidad de datos de un conjunto de  $N$  usuarios residenciales y comerciales. Los datos obtenidos se ven representados en graficas de curva de demanda que muestran su comportamiento.

Partiendo del hecho de que la teoría de sensado comprimido basada en compresión temporal permite reconstruir señales a partir de un número limitado de datos, es necesario conocer las formas que podrían llegar a tener dichas señales, por lo que realizar un análisis a las curvas de demanda históricas se considera importante para obtener una adecuada reconstrucción. En este trabajo se utiliza tres curvas de demanda diferentes que se encuentran representadas en la figura 2, 3 y 4. Cada figura posee cuatro curvas, las cuales muestran el comportamiento de cada una de las curvas de demanda en diferentes días del mes. Los días que se han considerado son 1, 10, 20 y 30.

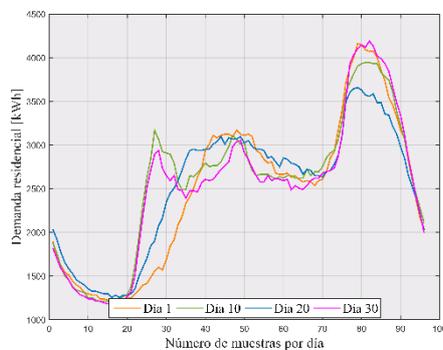
La primera corresponde a un sector residencial-comercial perteneciente a un municipio de Colombia, que se encuentra en la figura 2. Para obtener

los datos de esta curva se realizaron 96 mediciones al día, durante un periodo de 1 mes.



**Figura 2.** Primera curva de demanda (residencial-comercial).

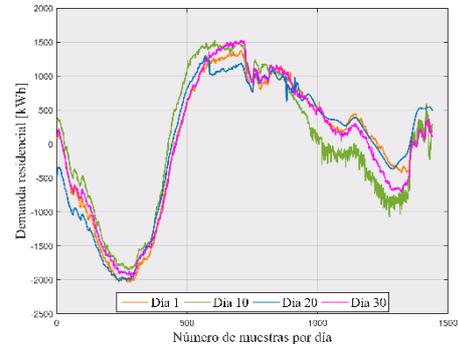
La segunda curva de demanda representa la demanda de un sector únicamente residencial de la ciudad de Quito en Ecuador, esta contiene 98 mediciones realizadas cada día durante un periodo de 1 mes. Al igual que en la curva de carga anterior se consideran los mismos días del mes para representar su comportamiento en la figura 3.



**Figura 3.** Segunda curva de demanda (residencial).

Finalmente, la tercera curva de demanda es una data de demanda residencial de Matlab, la cual ha sido elegida por el número de datos que posee, tiene 1440 datos obtenidos de mediciones realizadas cada minuto durante 24 horas y de igual manera estas fueron consideradas en un periodo de tiempo de 1 mes. El comportamiento de esta curva es un poco diferente al de las dos

anteriores y se ve representado en la figura 4, donde se muestra las variaciones de la demanda en la curva, en diferentes días del mes.



**Figura 4.** Tercera curva de demanda (residencial).

Cuando se habla de señales de consumo de energía eléctrica, es necesario tener presente que estas no son señales dispersas, por lo que se debe implementar una base para que sea posible reconstruir la señal con el mínimo error. Esto se refiere a implementar un diccionario, pero se debe considerar que los diccionarios utilizados en la recuperación de imágenes son muy diferentes, debido a que suelen ser creados de manera aleatoria. Mientras que, para definir un diccionario para la reconstrucción de señales, se debe considerar el comportamiento de dichas señales, por lo que la naturaleza de estas curvas de demanda es determinante en la selección del tipo de diccionario a utilizar. Esta es la razón por la que se analizan los datos de los consumidores en las curvas de demanda de las figuras 2, 3 y 4, donde a pesar de tener diferentes características se puede apreciar algunas similitudes en su comportamiento, que permiten determinar la utilización de dos tipos de diccionarios basados en señales wavelets. Estos diccionarios o también conocidos como matrices de medición son invariantes e independientes de la señal  $x$  y para este análisis están compuestos por seis señales, porque

mientras mayor es el número de señales que poseen los diccionarios mejor es la reconstrucción. Además, es importante aclarar que para la creación de estos diccionarios se utiliza la matriz  $\Phi$ , que permite realizar una proyección del diccionario en un espacio n-dimensional, es decir hace que el tamaño de las señales que se encuentran dentro el diccionario sean consistentes con los tamaños indicados en las ecuaciones. Las señales wavelets utilizadas en cada uno de los diccionarios, se seleccionaron con la finalidad de que sus características se asemejen a las características de las diferentes curvas de demanda residenciales y comerciales, permitiendo que los diccionarios sean más estables para que no afecten el proceso de reconstrucción.

El primer diccionario, como se mencionó anteriormente está conformado por seis señales las cuales se encuentran dentro de las columnas de  $\Psi$  y están representadas en la figura 5. Este diccionario está basado en las wavelets symlet4 y coif4, donde se considera diferentes escalamientos de estas funciones que se muestran en a), b), c), d) y e). Además, basándose en la correlación que poseen las señales se complementa el diccionario con una señal sinusoidal f).

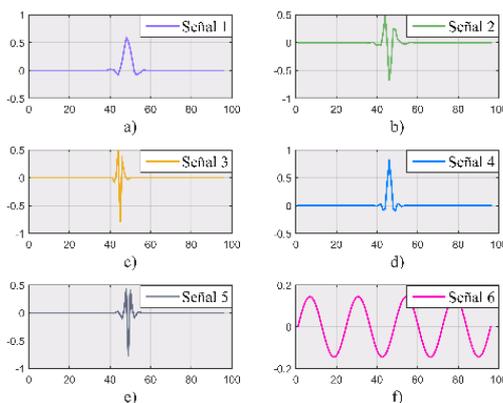


Figura 5. Primer diccionario (señales utilizadas).

La figura 6 es una representación gráfica del segundo diccionario y es similar al anterior, debido a que también está compuesto por seis señales, pero este se basa en las funciones wavelets daubechies3 y bior1.5, donde de igual manera se consideran cinco escalamientos de las señales, que se encuentran representados en a), b), c), d) y e). Por último, la señal que se encuentra en f) es un coseno, que se ha seleccionado considerando el comportamiento y la tendencia de las curvas de demanda para hacer al diccionario más estable.

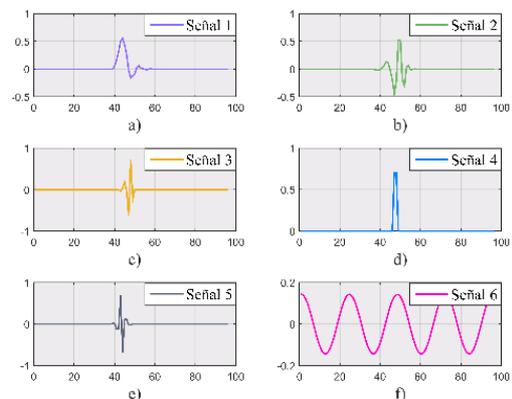


Figura 6. Segundo diccionario (señales utilizadas).

En este sentido, se busca reconstruir diferentes curvas de demanda mediante la teoría de sensado comprimido, donde se debe seleccionar algunas señales cuyo comportamiento se asemejen al de la señal original. Todas estas señales seleccionadas formarán parte de diferentes diccionarios que van a permitir realizar la reconstruir.

El objetivo es minimizar el error en la reconstrucción y encontrar el porcentaje mínimo de muestras que puede tener una señal eléctrica de demanda, para que sea reconstruida de manera exitosa. A continuación, se muestra una tabla que contiene las diferentes variables utilizadas.

Tabla 1. Variables usadas en el algoritmo

Nombre	Interpretación
--------	----------------

<u>Parámetros y variables</u>	
$\mathbb{R}$	Conjunto de números reales
$n$	Número de mediciones de la señal
$m$	Número de elementos a la salida del CS
$x$	Vector de dispersión, señal original
$y$	Vector de observación, Señal ideal a reconstruir, salida del CS
$z$	Vector de coeficientes o productos inertes
$\Psi$	Matriz de representación, diccionario
$\Phi$	Matriz de detección o medición
$\phi_i$	La $i$ -ésima columna para la matriz de detección
$\phi_j$	La $i$ -ésima fila para la matriz de detección
$\Theta$	Matriz de reconstrucción de la señal
$\hat{x}$	Señal obtenida, solución recuperada
$k$	Número de elementos distintos de cero
$\varepsilon$	Error de reconstrucción
$\delta$	Constante de la propiedad RIP
$\mu$	Valor de la propiedad de incoherencia mutua
$ind$	Matriz de almacenamiento de los índices de los átomos de $\Phi$
$n_t$	Posición del vector $\Phi$ más parecido al residuo

Para la resolución del problema se utilizan tres métodos basados en CS y a continuación se detallan cada uno de los algoritmos utilizadas en el modelo.

### 1) Algoritmo 1: Least squares (LS)

---

#### Algoritmo 1: Least squares (LS)

---

##### Paso 1

Definir variables de entrada.  
 $X \rightarrow$  Señal original con el 100% de datos  
 $\Psi \rightarrow$  Diccionario (señales)  
 $P \rightarrow$  Porcentaje de toma de muestras

##### Paso 2

Inicializar variables.  
 $h = 0 \rightarrow$  Contador de iteraciones  
 $r_0 = y \rightarrow$  Vector residuo

##### Paso 3

$x \rightarrow$  Reducir la señal original  $X$  en función de

porcentaje  $P$

##### Paso 4

for  $h \in [1, 2, 3, \dots, n]$  do  
 Calcular posición:  $n_h = \arg \max \frac{|r_{h-1, \phi_i}|}{\|\phi_i\|}$   
 Almacenar índices:  $ind_h = ind_{h-1} \cup \{n_h\}$   
 Almacenar coeficientes:  $\phi_h = \phi_{h-1} \cup \{\Psi n_h\}$   
 $\Phi = \phi_h$   
 Calcular:  $\theta = \Phi \Psi$   
 Encontrar coeficientes:  $z = \theta^\dagger y$

Solución aparente:  $x_h = \arg \min_x \|x\|_{l_2}$   
 end for

##### Paso 5

Calcular el error mediante normas de aproximación usando (15) y (16).

##### Paso 6

Salida:  $\hat{x}_{final} = \Psi z$

---

### 2) Algoritmo 2: Basis pursuit (BP)

---

#### Algoritmo 2: Basis pursuit (BP)

---

##### Paso 1

Definir variables de entrada.  
 $X \rightarrow$  Señal original con el 100% de datos  
 $\Psi \rightarrow$  Diccionario (señales)  
 $P \rightarrow$  Porcentaje de toma de muestras

##### Paso 2

Inicializar variables.  
 $h = 0 \rightarrow$  Contador de iteraciones  
 $r_0 = y \rightarrow$  Vector residuo

##### Paso 3

$x \rightarrow$  Reducir la señal original  $X$  en función de

porcentaje  $P$

##### Paso 4

for  $h \in [1, 2, 3, \dots, n]$  do  
 Calcular posición:  $n_h = \arg \max \frac{|r_{h-1, \phi_i}|}{\|\phi_i\|}$   
 Almacenar índices:  $ind_h = ind_{h-1} \cup \{n_h\}$   
 Almacenar coeficientes:  $\phi_h = \phi_{h-1} \cup \{\Psi n_h\}$   
 $\Phi = \phi_h$

Calcular:  $\theta = \Phi \Psi$

Encontrar coeficientes:  $z = \theta^\dagger y$

Aproximar  $z$  usando (1)

Estimación de la señal usando (11)

Solución aparente:  $x_h = \arg \min_x \|x\|_{l_1}$

end for

##### Paso 5

Calcular el error mediante normas de aproximación usando (15) y (16).

##### Paso 6

Salida:  $\hat{x}_{final} = \Psi z$

---

### 3) Algoritmo 3: Orthogonal matching pursuit (OMP)

---

#### Algoritmo 3: Orthogonal matching pursuit (OMP)

---

##### Paso 1

Definir variables de entrada.  
 $X \rightarrow$  Señal original con el 100% de datos  
 $\Psi \rightarrow$  Diccionario (señales)  
 $P \rightarrow$  Porcentaje de toma de muestras

##### Paso 2

Inicializar variables.

$h = 0 \rightarrow$  Contador de iteraciones  
 $r_0 = y \rightarrow$  Vector residuo

**Paso 3**

$x \rightarrow$  Reducir la señal original  $X$  en función de

porcentaje  $P$

**Paso 4**

for  $h \in [1, 2, 3, \dots, n]$  do

Calcular posición:  $n_h = \arg \max \frac{|r_{h-1} \phi_i|}{\|\phi_i\|}$

Almacenar índices:  $ind_h = ind_{h-1} \cup \{n_h\}$

Almacenar coeficientes:  $\phi_h = \phi_{h-1} \cup \{\Psi n_h\}$

$\Phi = \phi_h$

Solución aparente:  $x_h = \min_{\hat{x}} \|y - \sum \hat{x}_h \phi_h\|_{l_2}$

Aproximar:  $\hat{x} = \phi_i x_h$

Actualizar:  $r_h = y - \hat{x}$

end for

**Paso 5**

Calcular el error mediante normas de aproximación usando (15) y (16).

**Paso 6**

Salida:  $\hat{x}_{final}(ind) = x_t$

## 4. Análisis de Resultados

Para el análisis de resultados se recuerda que se utilizan curvas de demanda con datos reales, a los cuales se aplican diferentes diccionarios en los tres algoritmos de reconstrucción indicados anteriormente. Se definió una métrica principal para analizar el rendimiento de la teoría de sensado comprimido en cada uno de los casos, donde se cuantifica el error entre la señal original y la señal reconstruida. Para esto se utiliza el porcentaje de diferencia cuadrática media, basado en la norma  $l_1$  y  $l_2$  que se menciona anteriormente y se encuentran desarrolladas en (15) y (16) respectivamente.

$$\varepsilon_{l_1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x(n) - \hat{x}(n))}{\sum_{i=1}^n x(n)} * 100 \quad (15)$$

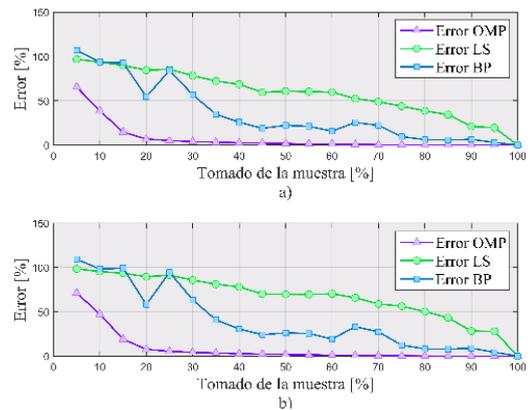
$$\varepsilon_{l_2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x(n) - \hat{x}(n))^2}{\sum_{i=1}^n x(n)^2}} * 100 \quad (16)$$

A partir de esto el análisis de los resultados se lo estructura en tres casos de estudio, considerando en cada caso una curva de demanda diferente.

### 4.1 Caso 1 (primera curva de demanda)

En este primer caso tenemos la curva de demanda residencial-comercial que corresponde a un municipio de Colombia. Las gráficas que se muestran a continuación son los resultados obtenidos, utilizando el primer y segundo diccionario en cada uno de los algoritmos.

En la figura 7 y 10 se puede apreciar el error obtenido en la reconstrucción de la señal, donde los dos métodos utilizados para el cálculo del error presentan valores muy similares cuyo comportamiento es descendente a medida que el número de muestras aumenta. Comparando estas dos figuras se puede evidenciar que los resultados obtenidos con el primer y segundo diccionario tienen algunas similitudes, especialmente cuando se utiliza el algoritmo OMP, pero al considerar todos los algoritmos el segundo diccionario que contiene las señales antes mencionadas es el que permite reconstruir la curva de demanda con un menor error.



**Figura 7.** Error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

Cabe mencionar que todas las tablas que se encuentran a continuación (Tabla 2, 3, 4, 5, 6 y 7) contienen los errores de reconstrucción correspondientes a cada caso y han sido obtenidos mediante la

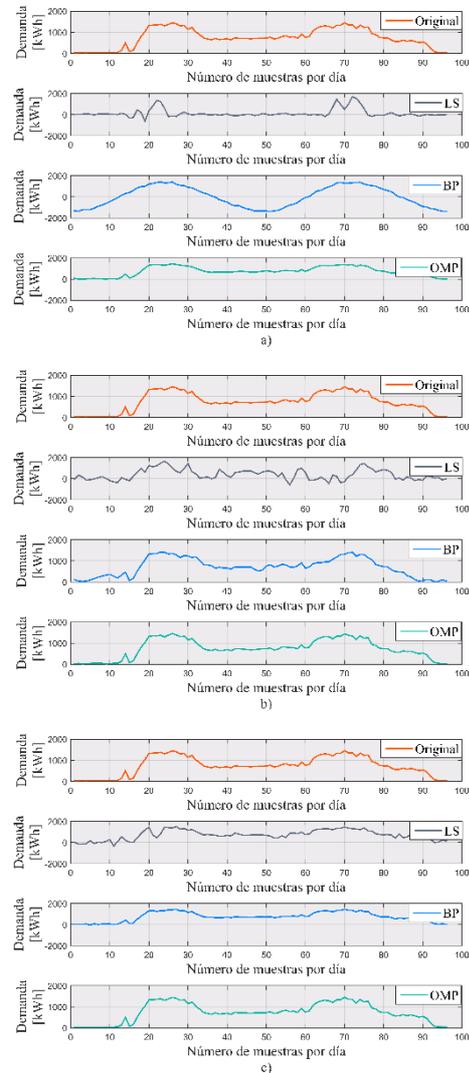
norma  $l_1$  y  $l_2$  para cada uno de los algoritmos utilizados. Estos errores se han calculado considerando diferentes porcentajes de compresión de la señal, los cuales se encuentran en la primera columna en el lado izquierdo de la tabla y dichos porcentajes van desde un 5% de compresión de la señal original hasta un 100%.

**Tabla 2.** Valores del error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el primer diccionario.

%	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	99,12	98,32	109,9	106,5	71,24	65,58
10	97,68	95,19	108,7	105,6	47,32	38,52
15	93,54	89,18	84,36	77,96	19,16	14,78
20	93,23	88,75	75,14	68,82	7,70	6,79
25	86,13	78,42	58,11	50,71	5,56	5,12
30	86,81	79,36	50,64	44,64	4,32	3,97
35	83,86	74,61	46,64	39,33	3,49	3,19
40	81,55	70,06	30,61	25,50	2,81	2,65
45	74,94	64,72	35,55	31,12	2,34	2,17
50	78,55	67,43	29,60	24,09	1,91	1,69
55	64,96	55,60	19,67	16,73	1,54	1,37
60	70,38	58,13	17,29	14,40	1,20	1,08
65	68,86	56,45	26,84	21,78	0,78	0,69
70	62,12	50,17	12,11	9,48	0,49	0,41
75	58,47	45,20	12,61	9,78	0,30	0,24
80	49,76	36,90	20,38	15,29	0,18	0,13
85	32,92	25,53	15,87	12,97	0,06	0,04
90	39,75	30,51	16,99	12,24	0,02	0,01
95	17,83	12,35	2,68	1,96	0	0
100	0	0	0	0	0	0

De los tres métodos utilizados el que mejor reconstruye la curva de demanda en este caso es el OMP, mostrando un error muy bajo donde al tener un 25% de los datos de la señal original el error se encuentra entre el 4,25% y 5,56%. Mientras que el BP con la misma cantidad de datos muestra un error del 50,71% al 68,46% y por último el LS presenta un error en la reconstrucción incluso mayor, el cual se encuentra entre el 78,42% y 87,63% dependiendo del diccionario que se utilice. La figura 8 y la figura 11 contienen la reconstrucción de la curva de demanda, en estas se muestra un rendimiento variable el cual depende de los diccionarios, pero principalmente de cada uno de los métodos. Claramente se puede apreciar que el algoritmo orthogonal matching pursuit reconstruye muy bien la señal con un

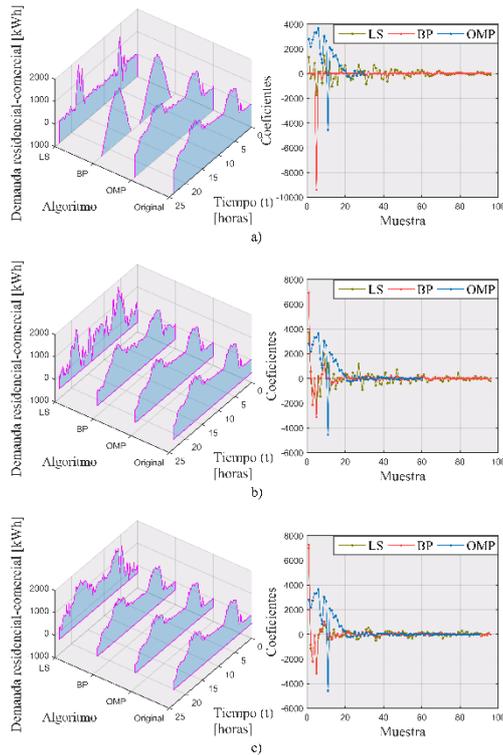
error muy bajo, donde la forma de la señal reconstruida es muy similar a la señal original, incluso con un número muy reducido de muestras de hasta un 25% o 30%.



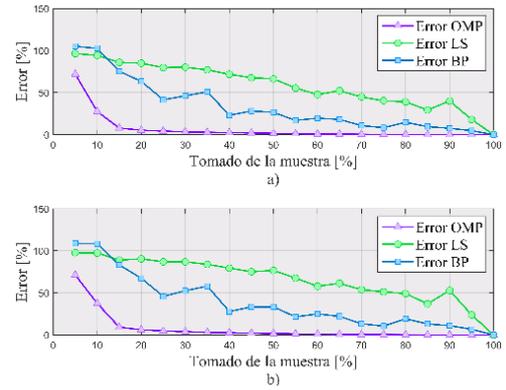
**Figura 8.** Reconstrucción de la primera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.

Para poder comprobar cada uno de los métodos, en la columna izquierda de las figuras 9 y 12 se muestran graficas en tres dimensiones que permiten visualizar de mejor manera la variación en la reconstrucción de curva de demanda y en la columna derecha de estas figuras podemos verificar los resultados de las señales dispersas en cada uno de los algoritmos de

reconstrucción. Además, en estas graficas que corresponden al primer caso se observa que el algoritmo least squares es el menos eficiente, donde los errores de reconstrucción son muy grandes por lo que las señales obtenidas tienen muy poca similitud con la señal original. Incluso cuando se utiliza el método de LS con el 90% de los datos el error en la reconstrucción esta entre el 22,80% y 39,75%.



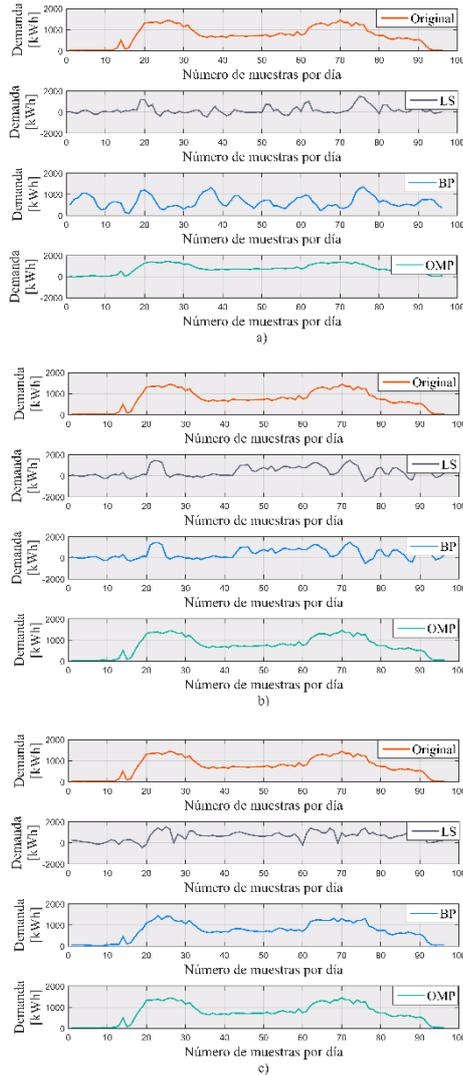
**Figura 9.** Salida de la señal y reconstrucción de la primera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.



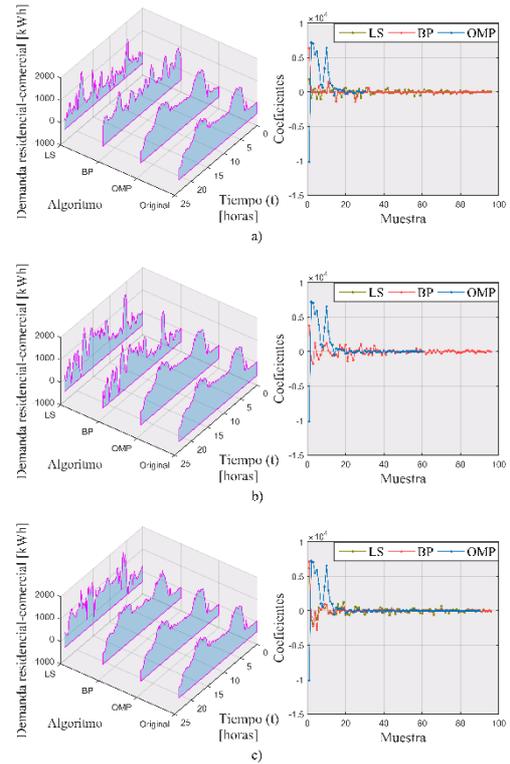
**Figura 10.** Error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

**Tabla 3.** Valores del error de reconstrucción en la primera curva de demanda utilizando el segundo diccionario.

%	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	98,87	97,58	114,2	112,0	71,31	71,96
10	94,96	90,71	101,2	97,38	37,44	27,50
15	93,20	87,76	91,52	84,15	9,20	7,85
20	86,43	80,58	51,89	43,66	6,14	5,33
25	87,63	81,37	68,46	59,52	4,75	4,25
30	87,41	79,59	61,71	51,10	3,88	3,38
35	79,42	71,84	33,32	29,27	3,17	2,87
40	79,44	72,04	23,64	20,12	2,66	2,47
45	65,22	57,12	21,84	18,11	2,15	2,07
50	72,99	64,35	33,46	28,65	1,69	1,58
55	68,41	59,06	19,81	16,08	1,29	1,11
60	70,57	60,29	21,16	16,44	0,94	0,83
65	62,32	50,88	25,37	21,05	0,68	0,61
70	60,82	50,18	15,58	11,73	0,46	0,43
75	60,31	49,08	23,39	19,10	0,32	0,30
80	39,95	31,35	12,34	9,27	0,19	0,15
85	31,39	23,87	5,52	4,20	0,10	0,07
90	30,13	22,80	7,27	5,33	0,03	0,019
95	20,63	14,47	4,90	3,47	0,002	0,001
100	1,68	1,06	1,68	1,06	0	0



**Figura 11.** Reconstrucción de la primera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.



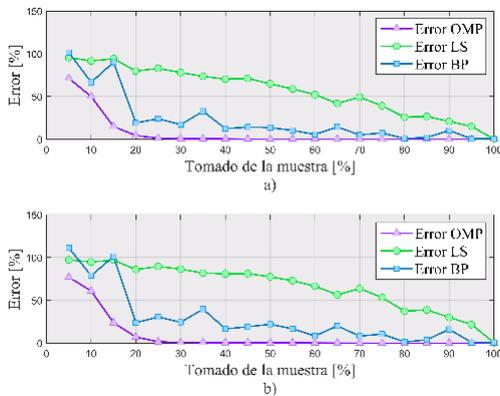
**Figura 12.** Salida de la señal y reconstrucción de la primera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.

## 4.2 Caso 2 (segunda curva de demanda)

En este caso los resultados obtenidos corresponden a la curva de demanda de la ciudad de Quito en Ecuador. Al igual que el caso anterior se analiza los errores obtenidos por cada método y con cada uno de los diccionarios. Estos resultados se encuentran en las figuras 13 y 16, donde los errores obtenidos mediante la norma  $l_1$  y  $l_2$  son muy similares, destacando que los errores del algoritmo basis pursuit presentan un comportamiento menos estable.

Utilizando los tres algoritmos antes mencionados para realizar la reconstrucción de esta curva de demanda, se han obtenido mejores resultados que en el caso anterior. Al considerar el 25% de los datos de la curva de demanda original, los errores de reconstrucción mediante OMP están

entre el 0,97% y 1,63%. Los errores del BP con la misma cantidad de datos son mayores, estando entre 24,66% y 53%, mientras que el LS presenta un error entre el 77,93% y 90,98% dependiendo de los diccionarios utilizados.



**Figura 13.** Error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

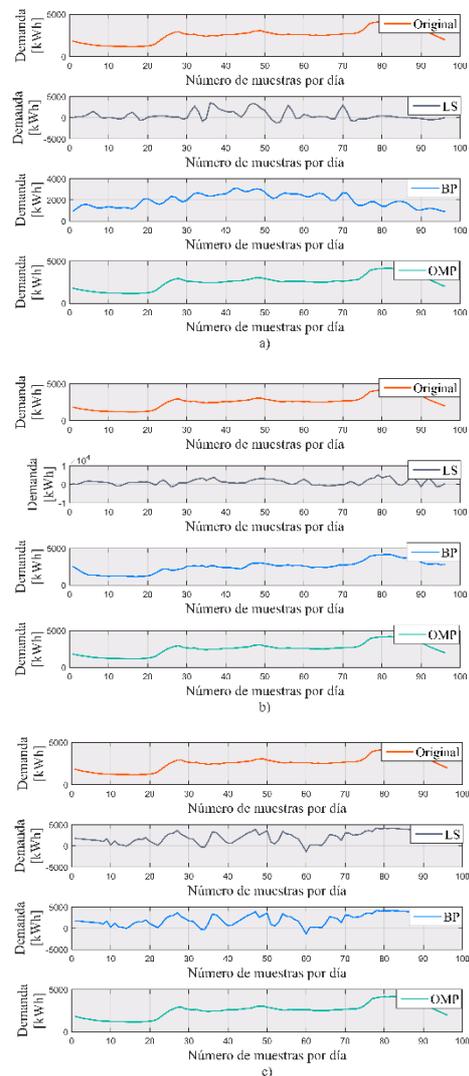
**Tabla 4.** Valores del error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el primer diccionario.

%	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	97,87	96,10	119,7	106,2	77,04	71,25
10	97,05	94,39	97,30	86,37	60,95	50,07
15	94,40	90,63	70,56	61,92	23,86	15,00
20	90,82	84,24	42,19	33,30	7,18	4,45
25	90,98	84,90	53,00	44,16	1,63	1,30
30	84,52	73,87	23,16	16,84	0,92	0,76
35	82,35	72,08	31,22	23,56	0,73	0,61
40	80,76	69,50	23,04	17,01	0,56	0,46
45	77,73	64,37	17,44	12,81	0,43	0,36
50	75,29	63,06	27,40	22,37	0,37	0,29
55	68,13	54,40	14,10	9,48	0,30	0,23
60	63,60	50,48	7,71	5,09	0,24	0,20
65	65,96	52,77	19,36	15,25	0,19	0,14
70	52,73	39,71	4,60	2,77	0,13	0,094
75	54,27	39,44	4,65	3,01	0,07	0,05
80	47,31	34,32	5,09	3,19	0,042	0,027
85	38,59	24,66	10,78	6,63	0,023	0,012
90	31,31	22,11	16,54	11,72	0,006	0,002
95	28,42	17,14	0,724	0,403	0	0
100	0,441	0,243	0,441	0,243	0	0

La segunda curva de demanda a pesar de contar con casi la misma cantidad de datos que la curva del primer caso, muestra un error de reconstrucción considerablemente menor. Esto se puede comprobar en las señales recuperadas de las figuras 14 y 17, donde se evidencia que esto ocurre porque en este caso la señal tiene menos variaciones y hace que tenga un comportamiento más estable,

permitiendo que los diferentes diccionarios utilizados en los algoritmos reconstruyan la curva de demanda con mayor precisión.

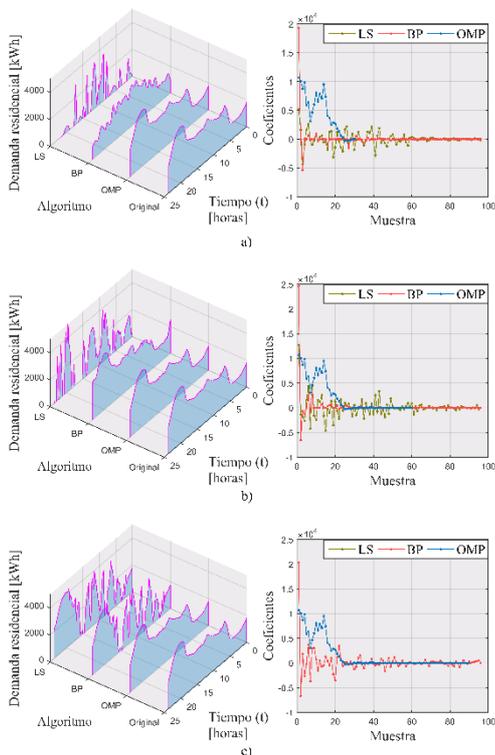
Cuando el valor de la muestra obtenida de la señal original llega a ser muy pequeño menor del 20%, los algoritmos clásicos de LS y BP son los menos recomendados, pero el algoritmo OMP puede llegar a ser la mejor opción para recuperar la señal mostrando un mejor rendimiento con un error de hasta un 7%.



**Figura 14.** Reconstrucción de la segunda curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.

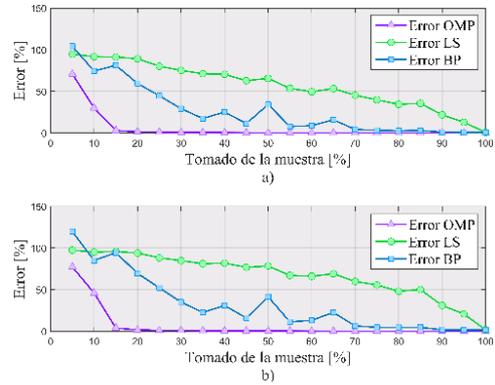
Como la figura 16 y la figura 18 muestran una representación en tres

dimensiones, se puede verificar que para los tres algoritmos aplicados, el diccionario que posee un mejor rendimiento es el segundo. Como se mencionó anteriormente los errores obtenidos por el método OMP son muy bajos, pero al utilizar el segundo diccionario los resultados son muy buenos con valores inferiores al 1% cuando se tiene el 25% o 30% de datos. En la columna derecha de las gráficas se puede ver el comportamiento que presentan las señales dispersas en cada algoritmo, donde el menos estable es least squares con lo que se comprueba su bajo rendimiento. Por otro lado, el algoritmo basis pursuit tiene un comportamiento de la señal un poco uniforme, pero sin llegar a estabilizarse por completo, mientras que orthogonal matching pursuit es inestable en un principio llegando a estabilizarse por completo para obtener mejores resultados.



**Figura 15.** Salida de la señal y reconstrucción de la segunda curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el

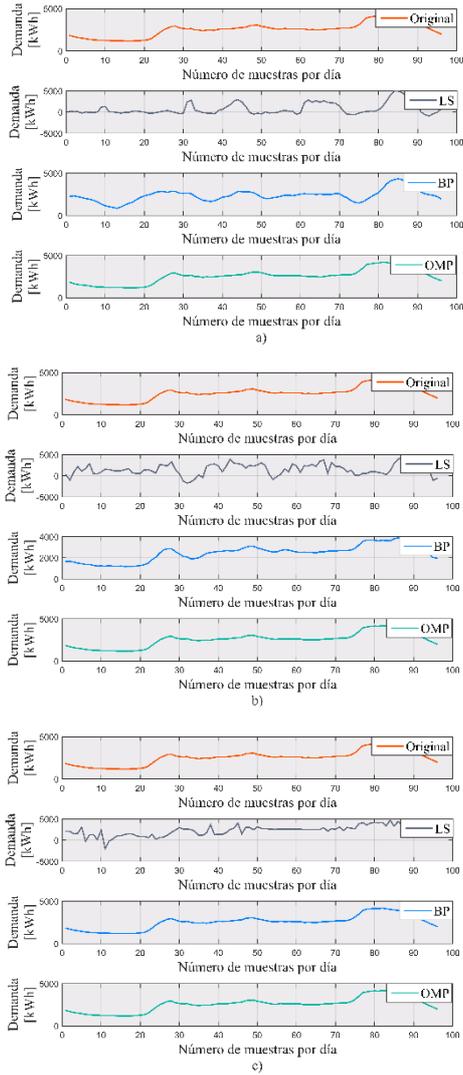
60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.



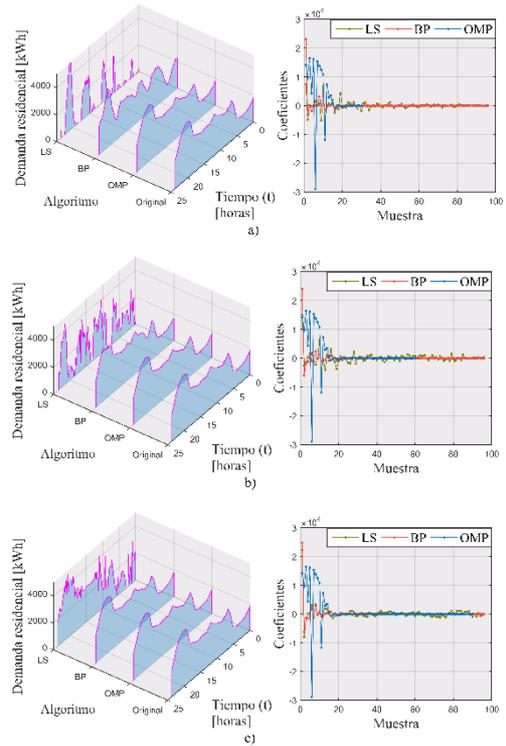
**Figura 16.** Error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

**Tabla 5.** Valores del error de reconstrucción en la segunda curva de demanda utilizando el segundo diccionario.

%	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	98,62	97,14	116,1	102,0	77,26	70,95
10	92,76	87,75	49,66	42,28	45,99	30,12
15	92,69	88,25	70,04	59,65	3,95	3,07
20	93,26	87,25	62,27	54,92	1,66	1,38
25	86,20	77,93	31,23	24,66	1,16	0,97
30	85,95	75,90	31,15	23,42	0,94	0,78
35	83,51	74,48	25,38	17,69	0,67	0,56
40	81,51	69,98	19,28	14,34	0,56	0,48
45	77,93	64,19	27,78	21,37	0,47	0,40
50	71,08	56,02	11,89	8,54	0,38	0,32
55	71,57	55,92	23,89	17,37	0,28	0,22
60	69,61	54,48	27,25	20,78	0,20	0,15
65	68,72	54,30	13,01	9,67	0,12	0,10
70	65,03	50,79	9,59	6,27	0,08	0,06
75	51,35	37,32	16,61	11,80	0,06	0,04
80	47,22	33,71	14,51	10,00	0,026	0,015
85	41,93	28,85	2,80	1,68	0,006	0,003
90	33,98	22,60	19,29	12,78	0,001	0
95	25,64	16,25	1,21	0,691	0	0
100	0	0	0	0	0	0



**Figura 17.** Reconstrucción de la segunda curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.



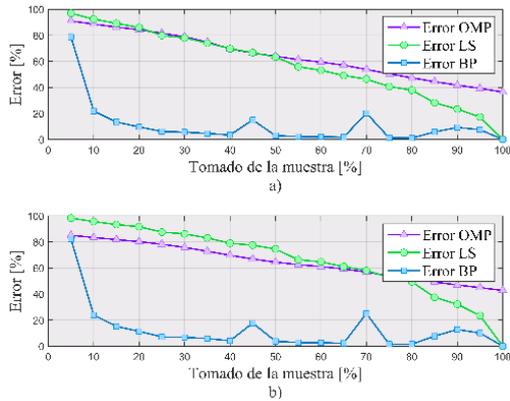
**Figura 18.** Salida de la señal y reconstrucción de la segunda curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.

### 4.3 Caso 3 (tercera curva de demanda)

Finalmente, en el tercer caso de análisis se utiliza la curva de demanda obtenida de Matlab, que pertenece a una demanda residencial con una gran cantidad de datos.

Los métodos utilizados para el cálculo de los errores son los dos mencionados anteriormente, donde los resultados obtenidos por el primer método ( $l_1$ ) son muy parecido en su comportamiento a los obtenidos por el segundo método ( $l_2$ ) y se muestran en la figura 19 y 22. Para poder comparar y analizar los resultados de los errores en la reconstrucción, se considera al igual que en los dos casos anteriores un 25% de datos o mediciones de la señal original, donde el algoritmo OMP presenta una gran diferencia con un error que se encuentra entre el 41,15% y 81,63%. El BP ha mejorado considerablemente al

reconstruir la curva de demanda con un error que esta entre 6,35% y 7,75%, considerando la misma cantidad de muestras. Mientras que LS continúa teniendo errores bastante elevados que se encuentran entre 69,23% y 87,19%.



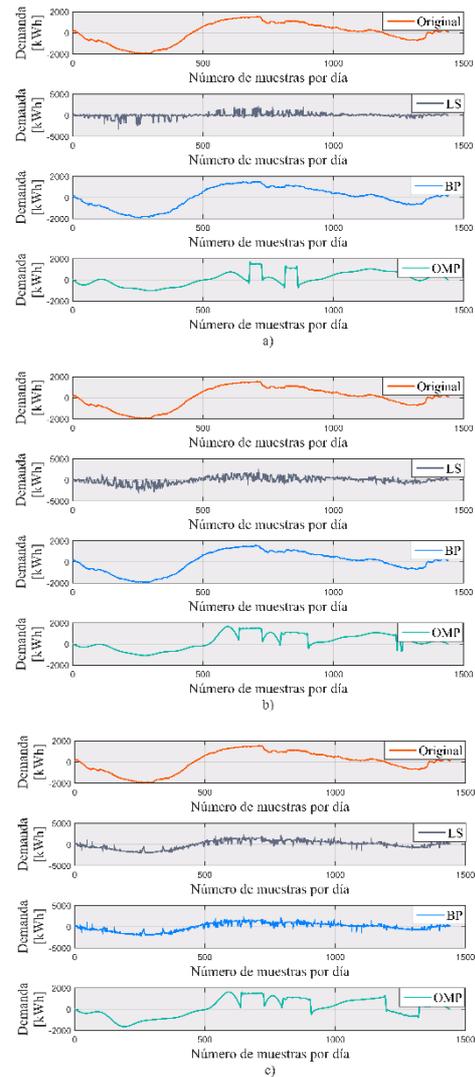
**Figura 19.** Error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el primer diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

**Tabla 6.** Valores del error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el primer diccionario.

%	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	97,92	96,42	57,42	55,82	85,11	91,02
10	95,07	92,55	21,63	19,81	83,39	88,63
15	91,73	87,13	12,82	10,99	81,81	86,31
20	86,22	80,91	9,10	7,95	80,19	84,31
25	87,19	80,35	7,75	6,44	78,21	81,63
30	85,74	77,42	6,09	5,07	75,82	78,88
35	82,99	74,04	4,89	4,11	72,83	74,83
40	79,94	69,91	19,64	17,02	69,74	69,61
45	75,55	64,98	4,23	3,27	66,85	66,36
50	74,20	62,33	3,53	2,75	64,49	63,94
55	69,61	58,70	16,68	13,78	62,58	61,34
60	65,15	54,94	2,99	2,25	61,08	59,39
65	59,27	47,69	2,16	1,73	59,27	56,98
70	55,84	44,93	13,59	10,80	56,80	53,77
75	49,97	39,95	1,62	1,25	54,12	50,42
80	47,68	36,73	1,33	1,01	51,50	47,33
85	39,26	29,81	1,03	0,77	49,20	44,38
90	32,36	24,23	12,70	9,44	47,01	41,76
95	23,32	16,73	5,78	3,92	44,90	39,24
100	0,929	0,653	0,929	0,653	42,78	36,46

Cuando hablamos de la reconstrucción de señales es necesario identificar correctamente el porcentaje de error permitido de acuerdo con cada aplicación. Por esto en la figura 20 y 23 se comparan las señales reconstruidas por cada algoritmo con la original, verificando que a medida que el porcentaje de datos disminuye el error aumenta en cada caso. Pero a pesar de

esto se puede observar que para una curva de demanda que posee una gran cantidad de datos, la mejor opción es el algoritmo basis pursuit que ofrece un alto rendimiento incluso mejor que OMP con errores inferiores al 10% para señales que tengan el 20% de datos o más.

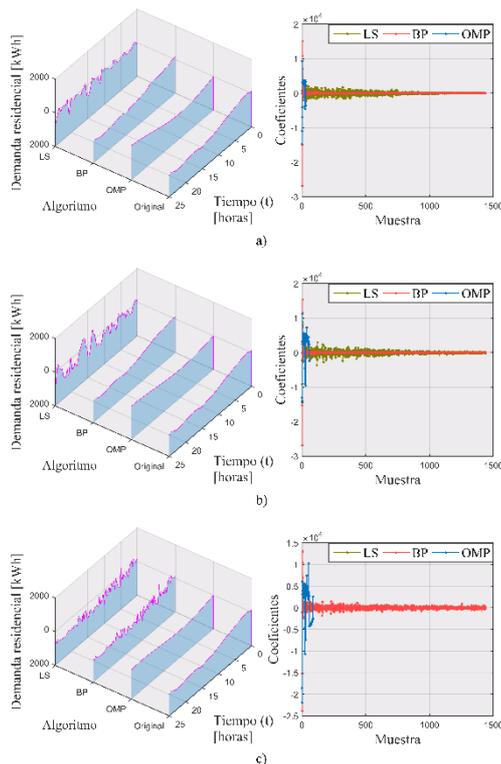


**Figura 20.** Reconstrucción de la tercera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.

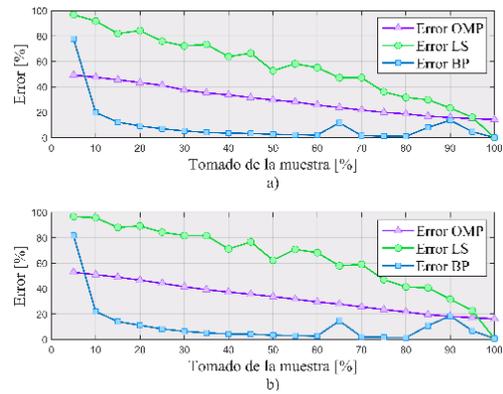
La columna derecha de las figuras 21 y 24 nos permite comprobar que el algoritmo que posee un menor rendimiento es el clásico least square, donde el comportamiento de la señal dispersa es muy inestable durante todo

el proceso. Incluso esto se comprueba en las señales reconstruidas mostradas en la columna izquierda, donde este algoritmo reconstruye la curva de demanda con una gran cantidad de variaciones y ruido.

También es un poco difícil percibir diferencias que se tienen en la reconstrucción al utilizar los dos diccionarios propuestos debido a que esta es mínima. Básicamente en este caso depende de cada uno de los algoritmos. En BP el primer diccionario nos ofrece un mejor rendimiento y permite tener una reconstrucción de la señal con errores un poco más bajos. Mientras que para los algoritmos OMP y LS el segundo diccionario es la mejor opción, disminuyendo los errores de reconstrucción.



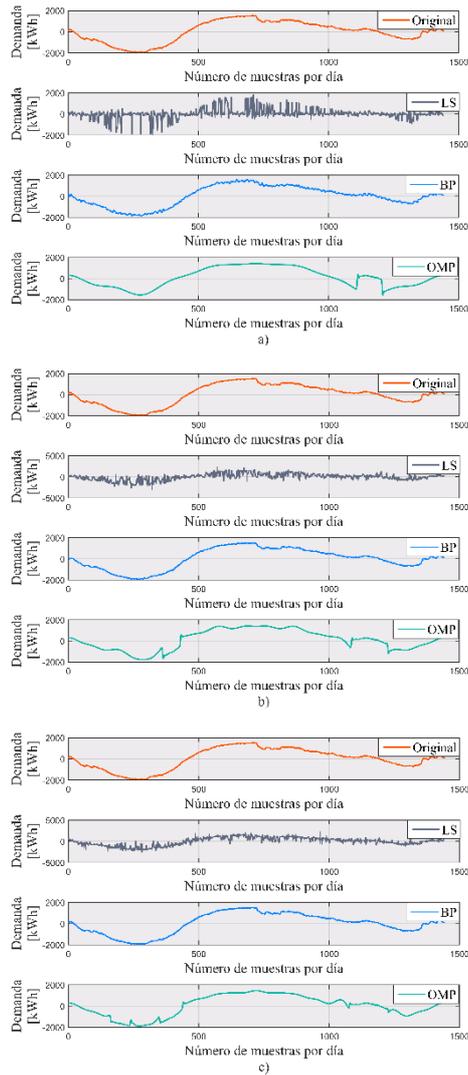
**Figura 21.** Salida de la señal y reconstrucción de la tercera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el primer diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.



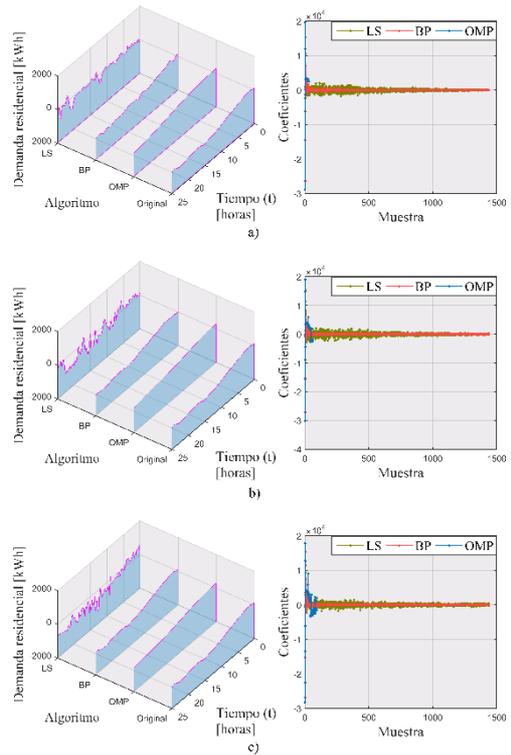
**Figura 22.** Error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el segundo diccionario. a) Error utilizando la norma  $l_1$ . b) Error utilizando la norma  $l_2$ .

**Tabla 7.** Valores del error de reconstrucción en la tercera curva de demanda utilizando el segundo diccionario.

% Tomado de la muestra	LS		BP		OMP	
	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$	$l_1$	$l_2$
5	97,87	96,24	73,56	70,86	52,83	49,28
10	90,23	85,78	25,08	23,15	51,01	47,55
15	92,43	89,44	15,69	13,81	48,95	45,54
20	89,97	84,96	10,04	8,64	46,64	43,39
25	77,61	69,23	7,61	6,35	44,12	41,15
30	73,51	65,09	6,11	5,11	41,48	37,51
35	81,66	73,24	5,47	4,49	39,17	35,26
40	75,50	64,74	3,99	3,27	37,26	33,64
45	77,24	66,44	16,96	15,18	35,57	31,57
50	69,25	58,38	3,77	2,90	33,72	29,61
55	69,14	57,89	2,96	2,33	31,67	28,17
60	65,59	54,47	2,65	2,08	29,56	25,64
65	61,78	51,05	2,21	1,75	27,80	23,73
70	52,56	40,71	13,25	10,59	25,66	21,70
75	48,34	37,22	1,63	1,25	23,55	19,94
80	43,62	33,58	1,39	1,09	21,62	18,68
85	39,18	30,42	16,92	13,25	19,55	16,94
90	30,96	22,95	4,60	3,45	18,19	15,88
95	18,70	13,46	10,60	7,51	17,06	15,01
100	1,469	0,727	1,46	0,727	16,20	14,27



**Figura 23.** Reconstrucción de la tercera curva de demanda utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción con el 30% de datos. b) Reconstrucción con el 60% de datos. c) Reconstrucción con el 90% de datos.



**Figura 24.** Salida de la señal y reconstrucción de la tercera curva de demanda (3D) utilizando diferentes algoritmos y el segundo diccionario. a) Reconstrucción y salida de la señal con el 30% de datos. b) Reconstrucción y salida de la señal con el 60% de datos. c) Reconstrucción y salida de la señal con el 90% de datos.

## 5. Conclusiones

Este trabajo muestra el comportamiento de la aplicación de diversos algoritmos en la reconstrucción de la curva de demanda eléctrica utilizando diferentes métodos basados en una técnica de reconstrucción dispersa, es decir se realiza una reducción a la señal original para encontrar una reconstrucción óptima, buscando siempre llegar a un mínimo error. Al utilizar tres diferentes curvas de demanda se ha podido contrastar los resultados de las reconstrucciones y se debe mencionar que los resultados obtenidos son muy similares en las dos primeras curvas, pero en la tercera curva los resultados varían ligeramente debido al gran número de datos que contiene esta señal.

Cuando se realiza la reconstrucción de señales es necesario conocer su naturaleza y el comportamiento, como es el caso de las señales de consumo eléctrico. Esto permite realizar la selección de los diccionarios, los cuales pueden estar conformados por un mínimo de dos señales, pero mientras mayor sea el número de señales que estos contengan mejor será la reconstrucción.

Los errores calculados nos ayudan a verificar la reconstrucción de la curva de demanda y depende del porcentaje de compresión de la señal original. Esto se refiere a que su comportamiento es inverso al número de muestras, donde mientras menor sea la cantidad de datos mayor será el error en la reconstrucción. Por tal motivo, al analizar los resultados el porcentaje de compresión adecuado es del 30%, porque con esta cantidad de muestras se puede reconstruir con precisión las diferentes curvas de demanda minimizando el error, pero este porcentaje de compresión puede variar hasta un 15% menos dependiendo el caso a analizar.

Para poder establecer un porcentaje máximo de error permitido se debe realizar un estudio previo de DR, pero acogiéndonos a los resultados obtenidos en la aplicación de reconstrucción de curva de demanda, el porcentaje de error que se puede considerar adecuado se encuentra en un rango del 25% al 30%, con lo cual la señal reconstruida todavía es muy similar a la señal original y podría llegar a ser utilizada para realizar respuesta a la demanda. Este error varía dependiendo los métodos basados en CS que se utilicen y en este trabajo se verifica que el algoritmo OMP es el que tienen un mejor rendimiento, obteniendo errores inferiores al 25% cuando se tiene hasta 15% de sus muestras, esto lo hace ideal para ser utilizado con curvas de demanda que posean una cantidad medianamente grande de datos.

Mientras que el algoritmo BP ha demostrado tener un mejor rendimiento únicamente cuando se lo utiliza con curvas de demanda que tengan una gran cantidad de datos, cumpliendo con errores inferiores al 25% cuando se tienen hasta un 10% de mediciones.

Además, a diferencia de otros métodos utilizados para la reconstrucción de curvas de demanda, el modelo propuesto no requiere de una gran cantidad de parámetros, sino únicamente realizar una adecuada selección del diccionario y contar con una mínima cantidad de datos.

## 6. Referencias

### *Artículos de revistas:*

- [1] E. L. Cano, M. Groissböck, J. M. Moguerza, and M. Stadler, "A strategic optimization model for energy systems planning," *Energy Build.*, vol. 81, pp. 416–423, 2014.
- [2] V. P. V. S. K. Murthy Balijepalli S. A. Khaparde and R. M. Shereef, "Review of Demand Response under Smart Grid Paradigm," in *Innovative Smart Grid Technologies*, 2011, pp. 236–243.
- [3] C. J. Yang, "Opportunities and barriers to demand response in China," *Resour. Conserv. Recycl.*, vol. 121, pp. 51–55, 2015.
- [4] E. M. Larsen, P. Pinson, F. Leimgruber, and F. Judex, "Demand response evaluation and forecasting — Methods and results from the EcoGrid EU experiment," *Submitt. to IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, pp. 75–83, 2017.
- [5] T. Bobmann and I. Staffell, "The shape of future electricity demand: Exploring load curves in 2050s Germany and Britain," *Energy*, vol. 90, pp. 1317–1333,

- 2015.
- [6] S. Q. Ali, S. D. Maqbool, T. P. I. Ahamed, and N. H. Malik, "Pursuit algorithm for optimized load scheduling," *2012 IEEE Int. Power Eng. Optim. Conf. PEOCO 2012 - Conf. Proc.*, no. June, pp. 193–198, 2012.
- [7] Y. Chen *et al.*, "Short-term electrical load forecasting using the Support Vector Regression (SVR) model to calculate the demand response baseline for office buildings," *Appl. Energy*, vol. 195, pp. 659–670, 2017.
- [8] H. A. Aalami, M. P. Moghaddam, and G. R. Yousefi, "Demand response modeling considering Interruptible/Curtailable loads and capacity market programs," *Appl. Energy*, vol. 87, no. 1, pp. 243–250, 2010.
- [9] P. Andrade, J. Morejon, and E. Inga, "Cobertura Máxima de Redes de Sensores Inalámbricos para un Sistema de Gestión de Energía en Hogares Inteligentes," *Inge Cuc*, vol. 12, no. 2, pp. 68–78, 2016.
- [10] V. N. Coelho *et al.*, "A self-adaptive evolutionary fuzzy model for load forecasting problems on smart grid environment," *Appl. Energy*, vol. 169, pp. 567–584, 2016.
- [11] A. Tascikaraoglu and B. M. Sanandaji, "Short-term residential electric load forecasting: A compressive spatio-temporal approach," *Energy Build.*, vol. 111, pp. 380–392, 2016.
- [12] E. Inga and J. Inga, "Wireless Communications and Virtual Operator for Residential Electric Metering," *LACCEI Lat. Am. Caribb. Conf. Eng. Technol.*, vol. 12th, no. July 2014, pp. 1–9, 2014.
- [13] F. M. Andersen, H. V. Larsen, and T. K. Boomsma, "Long-term forecasting of hourly electricity load: Identification of consumption profiles and segmentation of customers," *Energy Convers. Manag.*, vol. 68, pp. 244–252, 2013.
- [14] E. Inga, D. Arias, V. Orejuela Luna, and J. Inga, "Comunicaciones Celulares para medición inteligente de energía eléctrica en sistemas de distribución," *Ingenius*, no. December, pp. 21–33, 2013.
- [15] M. F. D. Member, Y. C. Eldar, and S. Member, "Structured Compressed Sensing: From Theory to Applications," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 170, pp. 4053–4085, 2011.
- [16] G. Mateos and G. B. Giannakis, "Spatiotemporal load curve data cleansing and imputation via sparsity and low rank," in *Smart Grid Communications (SmartGridComm)*, 2012, no. Section IV, pp. 653–658.
- [17] M. A. Razzaque and S. Dobson, "Energy-efficient sensing in wireless sensor networks using compressed sensing," *Sensors (Switzerland)*, vol. 14, no. 2, pp. 2822–2859, 2014.
- [18] J. Haupt, W. U. Bajwa, M. Rabbat, and R. Nowak, "Compressed sensing for networked data: A different approach to decentralized compression," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp. 92–101, 2008.
- [19] J. Inga-ortega, E. Inga-ortega, and C. Gómez, "Electrical Load Curve Reconstruction required for Demand Response using Compressed Sensing Techniques," in *IEEE PES Innovative Smart Grid*

- Technologies Conference - Latin America (ISGT Latin America)*, 2017.
- [20] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.
- [21] Z. Tan, P. Yang, and A. Nehorai, "Joint Sparse Recovery Method for Compressed Sensing with Column-wise Mismatches," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 62, no. 19, pp. 1–11, 2014.
- [22] Z. Zhao, W. C. Lee, Y. Shin, S. Member, and K. Song, "An Optimal Power Scheduling Method for Demand Response in Home Energy Management System," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 4, no. 3, pp. 1391–1400, 2013.
- [23] E. Astaiza Hoyos, P. E. Jojoa Gómez, and H. F. Bermúdez Orozco, "Compressive sensing: A methodological approach to an efficient signal processing," *Dyna*, vol. 82, no. 192, pp. 203–210, 2015.
- [24] F. J. Herrmann and X. Li, "Efficient least-squares imaging with sparsity promotion and compressive sensing," *Geophys. Prospect.*, vol. 60, no. 4, pp. 696–712, 2012.
- [25] R. G. Baraniuk, "Compressive Sensing [Lecture Notes]," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 24, no. July, pp. 118–121, 2007.
- [26] G. Da Poian, D. Brandalise, R. Bernardini, and R. Rinaldo, "Energy and Quality Evaluation for Compressive Sensing of Fetal Electrocardiogram Signals," *Sensors*, vol. 17, no. 1, p. 9, 2016.
- [27] R. G. Baraniuk, V. Cevher, M. F. Duarte, and C. Hegde, "Model-based compressive sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 4, pp. 1982–2001, 2010.
- [28] T. Logenthiran, D. Srinivasan, and T. Z. Shun, "Demand side management in smart grid using heuristic optimization," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 3, no. 3, pp. 1244–1252, 2012.
- [29] A. Bokhari *et al.*, "Experimental determination of the ZIP coefficients for modern residential, commercial, and industrial loads," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 29, no. 3, pp. 1372–1381, 2014.
- [30] A. J. Collin, G. Tsagarakis, A. E. Kiprakis, and S. McLaughlin, "Development of low-voltage load models for the residential load sector," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 29, no. 5, pp. 2180–2188, 2014.
- [31] A. Grandjean, J. Adnot, and G. Binet, "A review and an analysis of the residential electric load curve models," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 16, no. 9, pp. 6539–6565, 2012.
- [32] J. Inga, E. Inga, C. Gómez, and R. Hincapié, "Evaluación de la Infraestructura de Medición y la Respuesta de la Demanda," *Ecuador-Artículo Académico / Acad. Pap.*, 2015.
- [33] D. P. S. and J. V. M. L.M. Korunovic, "Identification of static load characteristics based on measurements in medium-voltage distribution network," *Gener. Transm. Distrib. IET*, vol. 2, no. 2, pp. 227–324, 2008.
- [34] L. G. Swan and V. I. Ugursal, "Modeling of end-use energy consumption in the residential sector: A review of modeling techniques," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 13, no. 8, pp. 1819–1835, 2009.

- [35] A. Capasso, R. Lamedica, A. Prudenzi, and W. Grattieri, "A bottom-up approach to residential load modeling," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 2, pp. 957–964, 1994.
- [36] J. Dickert and P. Schegner, "A time series probabilistic synthetic load curve model for residential customers," in *2011 IEEE PES Trondheim PowerTech: The Power of Technology for a Sustainable Society, POWERTECH 2011*, 2011, pp. 1–6.
- [37] N. B. Karahanoglu and H. Erdogan, "A\* orthogonal matching pursuit: Best-first search for compressed sensing signal recovery," *Digit. Signal Process. A Rev. J.*, vol. 22, no. 4, pp. 555–568, 2012.
- [38] S. Qaisar, R. M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, and S. Lee, "Compressive sensing: From theory to applications, a survey," *IEEE J. Commun. Networks*, vol. 15, no. 5, pp. 443–456, 2013.
- [39] L. A. Comerford, M. Beer, and I. A. Kougioumtzoglou, "Compressive sensing based power spectrum estimation from incomplete records by utilizing an adaptive basis," *IEEE SSCI 2014 - 2014 IEEE Symp. Ser. Comput. Intell. - CIES 2014 2014 IEEE Symp. Comput. Intell. Eng. Solut. Proc.*, pp. 117–124, 2015.
- [40] G. Kutyniok, "Theory and applications of compressed sensing," *GAMM Mitteilungen*, vol. 36, no. 1, pp. 79–101, 2013.
- [41] C. Chen, J. Huang, L. He, and H. Li, "Preconditioning for accelerated iteratively reweighted least squares in structured sparsity reconstruction," *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, pp. 2713–2720, 2014.
- [42] A. Lavrenko, F. Roemer, R. S. Thomä, A. Lavrenko, S. Member, and R. Florian, "On the SNR Variability in Noisy Compressed Sensing," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2017.
- [43] J. Wang, S. Kwon, and B. Shim, "Generalized Orthogonal Matching Pursuit," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 12, pp. 6202–6216, 2012.
- [44] H. Zhu and G. B. Giannakis, "Sparse overcomplete representations for efficient identification of power line outages," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 4, pp. 2215–2224, 2012.
- [45] C. R. Berger, Z. Wang, J. Huang, and S. Zhou, "Application of compressive sensing to sparse channel estimation," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 48, no. 11, pp. 164–174, 2010.
- [46] S. Narayanan, S. K. Sahoo, and A. Makur, "Greedy Pursuits Assisted Basis Pursuit for Compressive Sensing," in *Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2015 23rd European*, 2015, vol. 142, pp. 485–491.
- [47] A. Lavrenko, F. Romer, G. Del Galdo, and R. S. Thoma, "On the earth mover's distance as a performance metric for sparse support recovery," in *2016 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, GlobalSIP 2016 - Proceedings*, 2016, no. December, pp. 1368–1372.
- [48] S. M. S. Alam, B. Natarajan, and A. Pahwa, "Distribution

- grid state estimation from compressed measurements,” *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 5, no. 4, pp. 1631–1642, 2014.
- [49] A. Lavrenko, F. Romer, G. Del Galdo, and R. S. Thoma, “On the sensing matrix performance for support recovery of noisy sparse signals,” in *2014 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing, GlobalSIP 2014*, 2014, no. December, pp. 679–683.
- [50] A. F. García, C. Gómez, T. Sánchez, A. D. Redondo, L. Betancur, and R. C. Hincapié, “Radiolocation Algorithms based on ToA , TDoA and AoA,” *Ing. y Región*, vol. 13, no. 2, pp. 9–22, 2015.
- [51] T. Zhang, “On the Consistency of Feature Selection using Greedy Least Squares Regression,” *J. Mach. Learn. Res.*, vol. 10, pp. 555–568, 2009.
- [52] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, “Atomic Decomposition by Basis Pursuit,” *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 43, no. 1, pp. 129–159, 2001.
- [53] H. Ohlsson, A. Y. Yang, R. Dong, and S. S. Sastry, “Nonlinear basis pursuit,” in *Conference Record - Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 2013, pp. 315–319.
- [54] J. F. C. Mota, J. M. F. Xavier, P. M. Q. Aguiar, and M. Puschel, “Distributed basis pursuit,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 4, pp. 1942–1956, 2012.
- [55] R. Zhang, M. K. Sen, and S. Srinivasan, “A prestack basis pursuit seismic inversion,” *Geophysics*, vol. 78, no. 1, pp. R1–R11, 2013.
- [56] J. Wang and B. Shim, “On the recovery limit of sparse signals using orthogonal matching pursuit,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 9, pp. 4973–4976, 2012.
- [57] M. A. Davenport and M. B. Wakin, “Analysis of orthogonal matching pursuit using the restricted isometry property,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 56, no. 9, pp. 4395–4401, 2010.
- [58] T. T. Cai and L. Wang, “Orthogonal Matching Pursuit for Sparse Signal Recovery With Noise,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 57, no. 7, pp. 4680–4688, 2011.
- [59] D. Needell and R. Vershynin, “Uniform uncertainty principle and signal recovery via regularized orthogonal matching pursuit,” *Found. Comput. Math.*, vol. 9, no. 3, pp. 317–334, 2009.
- [60] M. Bertocco, G. Frigo, C. Narduzzi, and F. Tramarin, “Resolution enhancement by compressive sensing in power quality and phasor measurement,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 63, no. 10, pp. 2358–2367, 2014.