

MODELO DE EXPANSIÓN DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN BASADO EN LINEALIZACIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA AC

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

SEDE QUITO

**CARRERA:
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:
MODELO DE EXPANSIÓN DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN BASADO EN
LINEALIZACIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA AC.**

**AUTOR:
ESCUDERO DELGADO PABLO VINICIO**

**TUTOR:
CARRIÓN GALARZA DIEGO FRANCISCO**

Quito, junio 2018

Pablo Vinicio Escudero Delgado

MODELO DE EXPANSIÓN DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN BASADO EN LINEALIZACIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA AC.

Universidad Politécnica Salesiana

Ingeniería Eléctrica

Breve reseña de autores e información de contacto:



Pablo Escudero Delgado (Y'1992-M'06).

Realizo sus estudios secundarios en el colegio Andino donde obtuvo el título de bachiller en físico matemático. Egresado de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su campo de interés se encuentra relacionado con operación en generación y sistemas de transmisión, protecciones eléctricas, planificación de sistemas de distribución. Su trabajo se basa en planificación en la expansión de sistemas de transmisión.

pescudero@est.ups.edu.ec

Dirigido por:



Diego Francisco Carrión Galarza (Y'1981-SM'12).

Se graduó en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador en 2010 y en la actualidad está trabajando para lograr su título de Doctor en Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana - Medellín Colombia. Es profesor e investigador en la Universidad Politécnica Salesiana - Quito Ecuador. En la actualidad es miembro del Grupo de Investigación Girei (Grupo de Investigación en redes Eléctricas Inteligentes - Smart Grid Research Group).

dcarrion@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados:

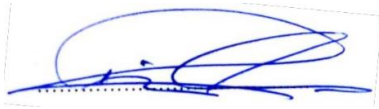
Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS
©2018 Universidad Politécnica Salesiana
QUITO-ECUADOR

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A

Yo, Diego Francisco Carrión Galarza declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación *Modelo de expansión de un sistema de transmisión basado en linealización de flujos óptimos de potencia AC* realizado por Pablo Vinicio Escudero Delgado, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, junio 2018



.....
Diego Francisco Carrión Galarza.

Cédula de identidad: 1713703062

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Pablo Vinicio Escudero Delgado, con documento de identificación N° 171454887-0, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor/es del trabajo de grado/titulación intitulado: “*Modelo de expansión de un sistema de transmisión basado en linealización de flujos óptimos de potencia AC*”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Firma



.....

Nombre: Pablo Vinicio Escudero Delgado

Cédula: 171454887-0

Fecha: junio 2018

ÍNDICE GENERAL

Resumen.....	1
1. Introducción.....	2
2. Expansión de un Sistema de Transmisión.....	3
2.1 Líneas de Transmisión.....	3
2.2 Planificación de la Expansión.....	4
2.3 Sistema de 3 buses Simple.....	4
2.4 Modelo Garver.....	5
3. Técnica para Linealizar el flujo de Potencia AC.....	5
3.1 Polinomio de Taylor.....	6
3.2 Aproximación Lineal mediante Series de Taylor.....	6
4. Modelo de Expansión de un sistema de Transmisión mediante OPF-AC lineal.....	8
4.1. Planteamiento del Sistema Eléctrico de Potencia.....	9
4.2. Formulación del Modelo de Expansión.....	9
5. Simulaciones del algoritmo basado en diferentes casos.....	11
5.1. Casos de estudio.....	11
5.1.1. Expansión y pérdidas totales del sistema.....	11
5.1.2. Comportamiento angular del SEP.....	13
5.1.3. Incremento de tasa de descuento.....	14
5.1.4. Costos operativos de Generación unitaria.....	15
6. Análisis de Resultados.....	17
7. Conclusiones.....	18
8. Trabajos futuros.....	18
9. Referencias.....	18
9.1. Estado del Arte.....	23
10. Anexo.....	28

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Nomenclatura de la Expansión del sistema de Transmisión.....	8
Tabla 2. Algoritmo para la TEP.....	10
Tabla 3. Casos de tasas de descuento.....	14
Tabla 4. Resultados de los costos de inversión.....	14
Tabla 5. Costos de Generación para cada caso.....	15
Tabla 6. Nivel de Potencia Activa y costo total de generación, caso 1.....	15
Tabla 7. Nivel de Potencia Activa y costo total de generación, caso 2.....	16
Tabla 12. Matriz de estado del arte.....	23
Tabla 13. Temática del problema.....	25
Tabla 14. Formulación del problema.....	26
Tabla 15. Solución al problema.....	26
Tabla 8. Parámetros de los Generadores del sistema.....	28
Tabla 9. Conexiones de las líneas existentes.....	28
Tabla 10. Parámetros de cada nodo.....	28
Tabla 11. Parámetros de líneas candidatas.....	29

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Sistema de 3 buses simple.....	5
Figura 2. Sistema de 6 buses con proyección a expansión.....	5
Figura 3. Aproximación lineal de círculo.....	5
Figura 4. Esquema de pérdidas del sistema.....	6
Figura 5. Sistema IEEE de 39 barras.....	9
Figura 6. Sistema de 39 barras de la IEEE, con proyección de carga para expansión.....	12
Figura 7. Expansión del sistema de transmisión.....	13
Figura 8. Comportamiento angular en radianes.....	14
Figura 9. Comportamiento costos de inversión.....	15
Figura 10. Despacho de Potencia Activa en el primer caso de estudio.....	16
Figura 11. Despacho de Potencia Activa en el segundo caso de estudio.....	17

MODELO DE EXPANSIÓN DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN BASADO EN LINEALIZACIÓN DE FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA AC.

Resumen

En el presente trabajo se analiza un modelo para la expansión de un sistema de transmisión, mediante el cual se desarrolla un flujo óptimo de potencia AC (OPF-AC) donde se realiza un análisis preciso del flujo que circula por dicha Red. Mientras que la expansión mediante OPF-AC es un problema de programación no lineal entera mixta (MINLP) para la planificación de la expansión en transmisión (TEP) y por la complejidad de resolver un OPF-AC para un problema robusto y que depende del tamaño del sistema eléctrico de potencia a analizar (SEP). Se procede en dicho documento a transformar dichas ecuaciones que conforman un OPF-AC a un sistema de restricciones lineales mediante series de Taylor, por lo cual se adquiere un modelo preciso y aplicable para poder garantizar la minimización de costos tanto de operación en generación y costos de la inversión, teniendo pérdidas mínimas y así tener un modelo fiable al sistema de 39 barras de la IEEE.

Palabras Clave: OPF-AC, Expansión Sistemas de Transmisión, linealización, Óptimo, Planificación, Series de Taylor, costos.

Abstract

In the present work a model for the expansion of a transmission system is analyzed, by means of which an optimal flow of AC power (OPF-AC) is developed where an accurate analysis of the flow circulating through said network is carried out. While the expansion through OPF-AC is a problem of mixed non-linear programming (MINLP) for transmission expansion planning (TEP) and by the complexity of solving an OPF-AC for a robust problem and that depends on the size of the electrical system of power to analyze (SEP). We proceed in said document to transform these equations that make up an OPF-AC into a system of linear constraints using Taylor series, for which a precise and applicable model will be acquired in order to guarantee the minimization of both operating costs in generation and investment costs, having minimal losses and thus having a reliable model to the 39-bar system of the IEEE.

Keywords: AC-OPF, expansion of a transmission system, linearization, optimal, planning, Taylor series, costs.

1. Introducción

En forma general, La planificación de expansión de transmisión (TEP) aborda el problema de aumentar las líneas de transmisión de una red de transmisión existente; el objetivo es abastecer de manera óptima a una carga eléctrica. En general, se considera que la TEP toma una decisión estocástica sobre la hora, ubicación y qué tipos de líneas de transmisión se instalarán. [1],[2]; aspecto por el cual se debe hacer una correcta planificación de la expansión de las líneas candidatas para el sistema, teniendo en cuenta la inquietud de solventar los problemas relacionados con la demanda y la sostenibilidad del sistema [3], [4].

Para la expansión se debe prever que la red de transmisión existente no es capaz de transferir toda la generación eléctrica total, entonces esto implica determinar dónde y cuantas líneas candidatas deben agregarse a un sistema existente al menor costo tomando en cuenta valores de demanda futuros [5].

La TEP consiste en determinar el plan de inversión que se necesita para poder reforzar el sistema de transporte al fin de llegar a tener costos mínimos y sin pérdidas en las líneas de transmisión (LT) [6], se los considera un problema de optimización ya que se debe minimizar factores que son netamente importantes para tener un mayor rendimiento de la red a estudiarse [7], [8]. Por otro lado, el modelo de flujo de potencia de TEP basado en AC tiene varias ventajas, tales como son: permite al planificador continuar con otros estudios después de resolver el problema de TEP; como la posibilidad de usar los dispositivos de operación no lineales para resolver el problema; tiene la capacidad de llevar a cabo la etapa de refuerzo cuando se utilizan los planos

obtenidos a partir del modelo a linealizar [4].

La TEP posee una serie de incertidumbres que deben manejarse con eficacia, tales como previsión de la carga, la disponibilidad de componentes del sistema de energía y la producción de energía; siendo estas las principales restricciones del Sistema [9], [10].

Se debe tomar en cuenta que se analizará el Sistema de Transmisión mediante un OPF-AC ya que en este análisis se toma en cuenta tanto potencias activas y reactivas, así como las pérdidas en las líneas; ya que analizando un OPF-DC no sería factible [11] ya que se desprecia parámetros importantes en el análisis de cómo se comporta netamente el SEP [12].

Las LT desempeñan un papel vital en la operación del Sistema ya que son las encargadas del transporte seguro y confiable de la Energía Eléctrica [13], [14]. Por lo tanto las adiciones ya sea de generación o de transmisión deben planificarse, lo que implica una gran inversión, por lo tanto se pretende la construcción de LT con la menor inversión y un grado alto de recuperación del capital [15]. Las pérdidas en LT son de suma importancia ya que esto representa pérdidas directamente económicas, la reducción de pérdidas es importante para amenorar costos y obtener niveles de energía óptimos en el sistema [16] [17].

Para atender el crecimiento de la carga del SEP, la TEP es vital y prioritaria para los planificadores del sistema. En los últimos años, el OPF-AC se ha convertido en una herramienta esencial sostenible en la operación y control del sistema [9], [18] en desarrollo de energía para industrias de energía integradas y desregularizadas [19]. El OPF-AC se establece como un problema de

optimización no lineal, con variables discretas y continuas [9], [20].

La solución del problema OPF-AC tiene como objetivo minimizar costos tanto de operación en la generación y de inversión en líneas de transmisión, al tiempo que se satisfacen las restricciones impuestas al linealizar el OPF-AC, se tiene un sistema aplicable del SEP [1], [21], [22].

Se busca mediante programación entera mixta no lineal (MINLP) encontrar un equilibrio de la expansión del sistema de transmisión [5], [23]; la función objetivo está basada plenamente en la disminución de costos de inversión y costos de generación para el abastecimiento del SEP, con lo cual se tendrá estabilidad de tensión, la óptima expansión y la mayor confiabilidad del SEP en cuenta que deben operar de manera óptima para ajustarse a las restricciones existentes, balance de Potencia Activa, sujeto a estabilidad de ángulo, las pérdidas en las líneas, balance nodal, reforzamiento de líneas de transmisión, el factor de recuperación de capital y la expansión de las mismas [24], [25], [3], [26] por el cual se busca obtener un sistema fiable, seguro y de óptima eficiencia para entregar la demanda proyectada [23], [27].

Por medio de dicho método se realizará en el modelo de la IEEE de 39 barras para saber el nivel de confiabilidad que se posee en la Red; teniendo en cuenta que para la resolución de dicho problema planteado se procede a linealizar el OPF-AC mediante series de Taylor [27], [28]. Con el fin de tener un modelo ajustado a la red el cual sea sostenible y pueda operar de manera óptima, con el fin de minimizar costos [15], [20], [29] tanto de generación como de inversión.

Este trabajo, para la explicación concisa del modelo está organizado de

la siguiente forma; en la sección 2 se presenta la expansión del sistema de transmisión, en la sección 3 se tiene la técnica para linealizar el OPF-AC, en la sección 4 se formula el modelo propuesto para la solución del problema, en la sección 5 se realiza la simulación y resultados del problema y finalmente en la sección 6 se realiza las observaciones y conclusiones del modelo, en la sección 8 se tiene anexo los cuales son datos del SEP.

2. Expansión de un Sistema de Transmisión

La Expansión de Sistemas de transmisión es de gran importancia ya que se enfoca en garantizar servicios energéticos a la proyección de una demanda futura por lo que mediante la TEP se desarrolla un algoritmo capaz de tener un modelo eficaz, por lo que se analiza un OPF-AC, ya que tiene un mayor impacto para resolver problemas complejos del TEP [30], [31]; en este caso con la técnica de linealizar el OPF-AC [22], [29].

2.1 Líneas de Transmisión

Para compensar la creciente demanda de electricidad, la producción de la energía eléctrica afronta el desafío de construir nuevas centrales de generación y LT. La mayor parte de la energía que se genera en las centrales de generación son distantes de los puntos de carga a distribuir. El medio más conveniente para transportar energía eléctrica es el uso de LT.

Las LT actúan como un enlace de conexión entre las centrales generadoras y los centros de carga por lo que los sistemas de transmisión generalmente son sistemas aéreos ya que el costo de instalación y mantenimiento es mayor en sistemas subterráneos y también, el control de la tensión en cables extendidos es difícil [15], [31]. Las LT

subterráneas pueden preferirse en áreas de gran edificación y otras áreas donde las líneas aéreas están prohibidas en vista de la estética y la seguridad pública [15]. Cuando se realiza una planificación del SEP, se observa decadencia precipitada y desgastes consecutivos en líneas subterráneas debido a las condiciones de carga a largo plazo.

Cuando se necesita realizar una minimización de costos de inversión, el tiempo necesario para compensar las fallas y la capacidad de restaurar las líneas aéreas a niveles de voltaje más altos favorecen la transmisión aérea. Las líneas aéreas de transmisión de energía forman el método de menor costo de inversión en LT como en la generalidad de los casos; el medio de aislamiento es aire [15], [32].

2.2 Planificación de la Expansión

La planificación de las LT debe emprender mucho antes de que se inicien las actividades de construcción ya que el marco de tiempo para la TEP se puede dividir en términos largos, medios y cortos. La planificación a largo plazo se realiza para identificar las exigencias técnicas para las nuevas instalaciones de LT y desarrollar nuevas tecnologías desde una perspectiva de la región de suministro.

La planificación a mediano plazo se concentra en los programas de expansión en LT tiene en cuenta un sistema interconectado. La planificación a corto plazo se realiza para analizar las limitaciones operativas y las soluciones para mantener la continuidad del suministro de energía de calidad a los consumidores [15], [31]. Los diversos aspectos técnicos, económicos y ambientales considerados en la metodología de planificación de la transmisión teniendo en cuenta ciertos puntos clave para el desarrollo de la metodología de la TEP, los cuales son:

evaluación económica, de parámetros, técnica y evaluación del impacto ambiental que este producirá [33], [34].

Como se puede saber para tener una correcta planificación del SEP, se debe garantizar que la energía sea transportada con altos niveles de confiabilidad sin dejar de lado el menor costo posible de inversión en la TEP [35].

En forma explicativa la problemática de Expansión en Sistemas de Transmisión a largo plazo es un problema de decisión que debe optar por determinar la ubicación, tipos de líneas y costos de los Sistemas de Transmisión por lo tanto hay que ingresar ciertas restricciones que vienen dadas en función de los costos de inversión [36], [37], [32].

2.3 Sistema de 3 buses Simple

En el esquema se muestra un sistema de alimentación de 3 buses muy simple como se muestra en la Fig. 1. Se supone que la capacidad de todas las líneas de transmisión existentes es igual. Se supone que la admitancia Y_{ij} de todas las líneas existentes y candidatas es igual. El Costo de inversión de las líneas candidatas varían respectivamente dependiendo la longitud de las líneas [30], [38], con dichas suposiciones del esquema que se presenta, existe posible reforzamiento para las líneas existentes un aspecto de la TEP a largo plazo de los sistemas eléctricos de Potencia implica la exploración de varios diseños para la red de transmisión de energía. El uso de programación lineal para análisis de red determina dónde existe escasez de capacidad y, lo más importante para buscar dónde se agregan nuevos circuitos para reforzar y estabilizar la red [39].

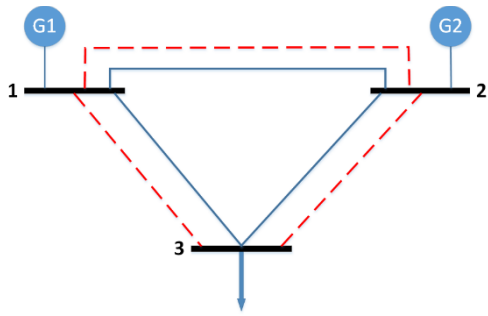


Figura 1. Sistema de 3 buses simple.

2.4 Modelo Garver

En el esquema se muestra un sistema compuesto por 2 generadores de similares Potencias, con 5 cargas conectadas a la Red y una carga con proyección a la expansión; como se observa en la Fig. 2, las posibles líneas candidatas a conectar al esquema del OPF-AC que se observó. El sistema de potencia existente se debe expandir a una condición futura de una carga o generación ya sea el caso, y debe cumplir con el mínimo costo posible de inversión en las líneas candidatas a implementarse teniendo en cuenta que depende de dos factores clave para la inversión que son; el factor de recuperación de capital y la longitud de cada línea candidata a conectarse a la red [30], [38], [39].

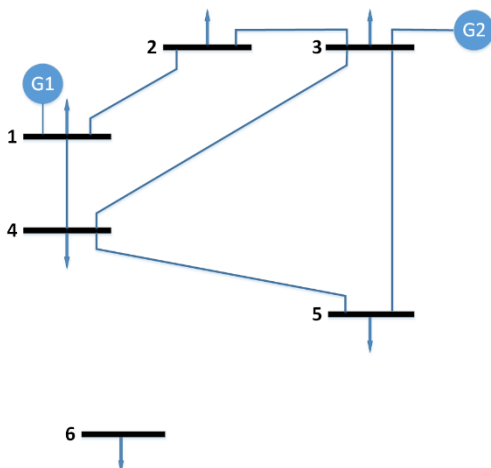


Figura 2. Sistema de 6 buses con proyección a expansión.

3. Técnica para Linealizar el flujo de Potencia AC.

En esta sección se analiza el medio para hacer el ajuste técnico a las ecuaciones que conforman las restricciones del problema de (OPF-AC). Por lo que este método convierte las ecuaciones no lineales de Flujo de Potencia convencional (AC) en aproximación de ecuaciones lineales. Por lo cual se procede a hacer la aproximación mediante Series de Taylor de las funciones cuadráticas y de sus funciones sinusoidal y cosenoidal, debemos modelar de forma que se pueda utilizar para calcular el flujo óptimo de Potencia AC [27], [29], [40].

El proceso de linealizar en este documento involucra algunas técnicas para el desarrollo lineal, los cuales son; Series de Taylor, aproximación Lineal mediante derivadas [38], [40]. El OPF-AC tiene muchas aplicaciones, por lo que se realizará el análisis en la expansión de la transmisión, para el caso se hace la aproximación lineal mediante series de Taylor, un método muy aproximado como se muestra en la Fig. 3, para que exista una operación confiable y segura del sistema [28].

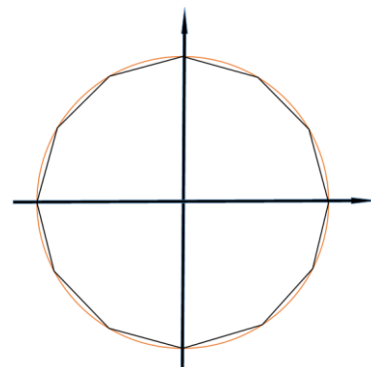


Figura 3. Aproximación lineal de círculo.

Para el estudio y análisis del OPF-AC se debe tener claro que no es igual que el análisis en DC ya que en los estudios TEP [12], un modelo DC sin

pérdidas generalmente se basa en el supuesto, de que las pérdidas de línea son limitadas y pueden ignorarse. Sin embargo, esta suposición puede ser problemática para los estudios de planificación a largo plazo, donde las pérdidas de línea pueden desempeñar un papel en un tiempo determinado largo (es decir, 20 años) y dar como resultado una planificación de expansión de la red distinta; por lo que se realizará el ajuste de pérdidas de cada línea que conforma el modelo de 39 barras basándose netamente en los parámetros de la línea de transmisión como se explica en la fig. 4 [29].

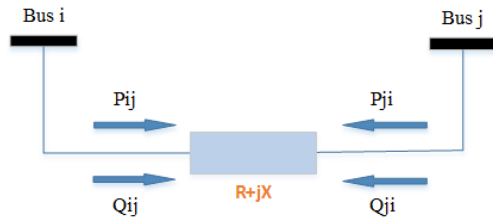


Figura 4. Esquema de pérdidas del sistema.

Como se observó el objetivo de la Expansión es tener menor costos de inversión y de operación del sistema, para lo cual la perspectiva de la asignación de costos; el costo de inversión para los sistemas de transmisión depende del costo de la línea por kilómetro de construcción, mientras que el costo operativo del sistema depende principalmente por el costo operativo de las centrales generadoras. La curva de costo de un generador generalmente se asume que es lineal por lo que será un valor fijo incremental [22], [41], [42].

3.1 Polinomio de Taylor

Es el proceso por el cual se logrará aproximar las ecuaciones de potencia activa y potencia reactiva, las funciones sinusoidal y cosenoidal, las pérdidas del sistema; son mediante series de Taylor por lo tanto dicha

función derivada y evaluada en un punto se podrá conocer el ajuste para linealizar dichas ecuaciones.

La existencia de la derivada en un cierto punto se podrá tener un mayor ajuste de la ecuación o función; sujeto a un polinomio de grado menor o igual, llamado polinomio de Taylor; y viene dado por la siguiente ecuación [43].

$$P_{n,a}(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^k(a)}{k!} (x - a)^k \quad (1)$$

Donde:

$P_{n,a}(x)$ = Polinomio de Taylor en función de x
 n = Derivadas continuas dentro del intervalo
 $f^k(a)$

= Función evaluada en variable no dependiente

3.2 Aproximación Lineal

mediante Series de Taylor

Para la función Coseno tenemos la siguiente aproximación mediante las derivadas de la función.

$$f(\theta_{ij}) = \cos(\theta_{ij}) = \cos(0) = 1 \quad (2)$$

$$f'(\theta_{ij}) = \sin(\theta_{ij}) = \sin(0) = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} f''(\theta_{ij}) &= -\cos(\theta_{ij}) \\ &= -\cos(0) \\ &= -1 \end{aligned} \quad (4)$$

A continuación, aplicamos Series de Taylor y se obtiene.

$$\cos \theta_{ij} \approx 1 + \frac{0}{1!} \theta_{ij} - \frac{1}{2!} \theta_{ij}^2 \quad (5)$$

Ahora se tiene la función coseno viene dada por la aproximación; el ángulo viene dado en radianes.

$$\cos \theta_{ij} \approx 1 - \frac{\theta_{ij}^2}{2} \quad (6)$$

Se realiza con la función sinusoidal con el mismo método de Series de Taylor.

$$\sin \theta_{ij} \approx 0 + \frac{1}{1!} \theta_{ij} + \frac{0}{2!} \theta_{ij}^2 \quad (7)$$

Y la aproximación de la función sinusoidal es la siguiente; el ángulo viene dado en radianes.

$$\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij} \quad (8)$$

Donde nuestra función de Potencia Activa viene dada por la ecuación.

$$P_{ij} = |V_{ij}|^2 G_{ij} + |V_i||V_j|(G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \quad (9)$$

Para el modelo propuesto (OPF-AC) se asume que es un modelo real; para mantener la seguridad y fiabilidad, se debe tener claro las siguientes suposiciones [28], [29], [27]:

- El ángulo θ_{ij} para cada bus i y j que están conectados por la línea ij es lo suficientemente pequeño.
- La magnitud del voltaje es de aproximadamente 1 p.u. para todos los buses de la Red.

Estas suposiciones son prácticamente verdaderas bajo condiciones normales de operación [38], [44]. Sobre la base de estos supuestos, se propone reescribir mediante la sustitución de las funciones sinusoidales y cosenos con su expansión de la serie Taylor.

$$P_{ij} \approx G_{ij} + \left(G_{ij} \left(1 - \frac{\theta_{ij}^2}{2} \right) + B_{ij} \theta_{ij} \right) \quad (10)$$

Por lo tanto, la ecuación que describe a la Potencia Activa está compuesta por parámetros de la Línea de Transmisión y se tendrá lo siguiente.

$$P_{ij} \approx \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij} \theta_{ij} \quad (11)$$

Para el caso de la Potencia Reactiva ya que tenemos un análisis (OPF-AC) se tiene la siguiente ecuación.

$$Q_{ij} = |V_{ij}|^2 G_{ij} + |V_i||V_j|(G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (12)$$

Se debe tomar en cuenta la aproximación de la ecuación es semejante a la de Potencia Activa y se obtiene lo siguiente.

$$Q_{ij} \approx \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij} - \beta_{ij} \theta_{ij}^2 \quad (13)$$

Ya que se analizará un OPF-AC también se debe realizar el estudio de las pérdidas del sistema y se lo puede observar en un circuito simple como en la Fig. 3 el cual se ajusta a los parámetros de cada línea de transmisión, dicho esto se tiene el siguiente modelo de pérdidas linealizado [29].

$$P_e = P_{ij} + P_{ji} \quad (14)$$

Ahora desarrollando la ecuación propuesta mediante las ecuaciones vistas de Potencia Activa.

$$P_e = G_{ij}(V_i^2 + V_j^2 - 2V_iV_j \cos \theta_{ij}) \quad (15)$$

Se debe tener claro las suposiciones antes vistas y también la aproximación de la función coseno ya que es un modelo que bajo condiciones normales se tendrá [27], [38].

$$P_e = G_{ij} \left(2 - 2 \left(1 - \frac{\theta_{ij}^2}{2} \right) \right) \quad (16)$$

Se puede simplificar de la siguiente manera y se tiene un óptimo ajuste para las pérdidas del sistema.

$$P_e = G_{ij}\theta_{ij}^2 \quad (17)$$

4. Modelo de Expansión de un sistema de Transmisión mediante OPF-AC lineal

En esta sección se procede a estructurar el modelo, que tiene un enfoque central en la minimización de costos de operación y el costo de la implantación de líneas de transmisión mediante la programación lineal entera mixta (MINLP) sujeto a varias restricciones las cuales se verán en dicha sección, para lo cual se tiene la función objetivo a minimizar.

Tabla 1. Nomenclatura de la Expansión del sistema de Transmisión.

Nomenclatura	
<i>i,j</i>	Índice de cada barra
<i>Li</i>	Índice de líneas
<i>g</i>	Índice de Generadores
<i>ex</i>	Índice de existentes
<i>cd</i>	Índice de candidatas
Bus	Conjunto de barras
Gen	Conjunto de Generadores
Lex	Conjunto Líneas existentes
Lcd	Conjunto líneas candidatas
Lec	Líneas existentes conectadas
Lcdc	Líneas candidatas conectadas
P_{Gen}	Potencia activa de generación
P_D	Demanda de Potencia Activa
<i>b</i>	Variable binaria
P_{Li}^{ex}	Flujo de potencia activa de líneas existentes
P_{Li}^{cd}	Flujo de potencia activa de líneas candidatas
$P_{Gen,g}^{min}$	Potencia activa mínima del generador
$P_{Gen,g}^{max}$	Potencia activa máxima de generador
V_i	Magnitud de Voltaje
θ_i	Magnitud de ángulo
θ_{Bus}^{min}	Ángulo mínimo en la barra
θ_{Bus}^{max}	Ángulo máximo en la barra
B_{ij}^{ex}	Susceptancia de cada barra existente
B_{ij}^{cd}	Susceptancia de cada barra candidata
G_{ij}^{ex}	Conductancia de cada barra existente
G_{ij}^{cd}	Conductancia de cada barra candidata
CG_i	Costo de cada generador
CL_i	Costo de cada línea candidata
FRC	Factor de Recuperación de Capital
P_e	Perdidas del sistema
lg_i	Longitud de línea
<i>A</i>	Parámetros de las barras que compone el sistema
<i>B</i>	Parámetros de líneas existentes
<i>C</i>	Parámetros de líneas candidatas
<i>D</i>	Parámetros del generador
<i>Y</i>	Matriz de Admitancia
<i>P</i>	Potencia activa
P_e	Pérdidas del Sistema
<i>C</i>	Costo total
G_{ij}	Conductancia

B_{ij}	Susceptancia
NT	Líneas de transmisión a construir

4.1. Planteamiento del Sistema Eléctrico de Potencia

El esquema a usar es el Sistema IEEE de 39 barras, compuesto por 39 barras, un total de 34 líneas, 10 generadores que operan en condiciones normales y 19 cargas totales en la Red como se observa en la fig. 5.

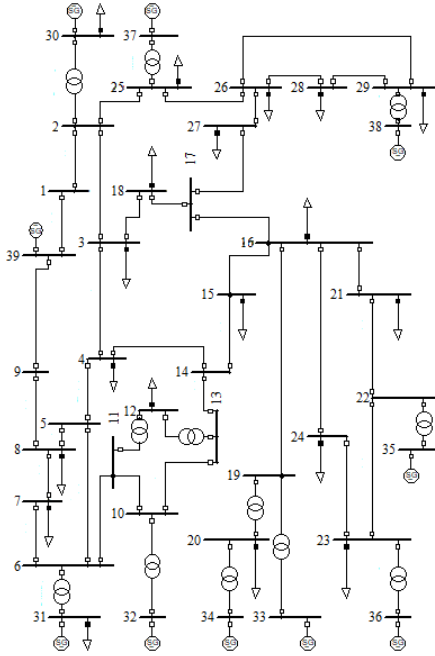


Figura 5. Sistema IEEE de 39 barras.

4.2. Formulación del Modelo de Expansión

Mediante la técnica de linealización de OPF-AC, se tendrá en la función objetivo la minimización de costos tanto de operación en la generación más los costos de inversión de las líneas candidatas como se observa en la ecuación (18).

$$MIN OF = \sum_{i=1} PG_i * CG_i + \sum_l b * CL_i * FRC * lg_i \quad (18)$$

La función objetivo debe sujetarse a las siguientes restricciones.

Restricciones:

Ahora en (19) se procede hacer el balance de Potencia del sistema ya con el flujo que circula por cada barra existente.

$$P_{Li}^{ex} = \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij} \theta_{ij} \quad (19)$$

En (20) se observa el sumatorio de todas las potencias activas que circulan por dicha red.

$$P_{Li}^{ex} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq 1}}^n \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij} \theta_{ij} \quad (20)$$

En (21) para la sumatoria de flujo de Potencia activa que circula por cada línea candidata del sistema en función de la variable binaria.

$$P_{Li}^{cd} = b \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij}^{cd} \theta_{ij} \quad (21)$$

En (22) se observa la sumatoria de toda la potencia activa que circula en el sistema propuesto de las líneas candidatas que ingresan a la red.

$$P_{Li}^{cd} = b \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq 1}}^n \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij}^{cd} \theta_{ij} \quad (22)$$

En la ecuación (23) de la Potencia Reactiva se debe tomar en cuenta que para linealizar el Flujo óptimo de

Potencia los voltajes en los nodos son iguales; por lo tanto. $V = 1 p.u$

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij} - \beta_{ij} \theta_{ij}^2 \quad (23)$$

Entonces en (24) para que el sistema tenga solución óptima y se cumpla con el modelo linealizado; se asume que los voltajes en las distintas barras son iguales, no fluye potencia reactiva.

$$Q_{ij} = 0 \quad (24)$$

En (25) se observa los límites que restringen la generación de potencia activa del sistema.

$$P_{Gen}^{min} \leq P_{Gen} \leq P_{Gen}^{max} \quad (25)$$

De igual forma en (26) ahora se muestra los límites que restringen la diferencia angular del sistema.

$$\theta_{ij}^{min} \leq \theta_{ij} \leq \theta_{ij}^{max} \quad (26)$$

Ahora se observa en (27) las pérdidas aproximadas a cada línea en función de la conductancia G_{ij} y la diferencia angular entre cada nodo.

$$P_e = G_{ij} \theta_{ij}^2 \quad (27)$$

Se muestra en (28) la ecuación de balance de potencia activa generada menos la potencia demandada del sistema y la potencia existente del sistema más la potencia candidata que circulara por la red.

$$P_{Gen} - P_D = P_{Li}^{ex} + P_{Li}^{cd} \quad (28)$$

Para la variable binaria se tiene en (29) el máximo de líneas a construir para el sistema.

$$b \leq NT \quad (29)$$

Tabla 2. Algoritmo para la TEP.

Algoritmo para la TEP
Inicio
Paso 1: Ingreso de los parámetros del sistema.
$A = [V, P_D, \theta_{ij}^{min}, \theta_{ij}, \theta_{ij}^{max}]$
$B = [N_i, N_j, R, X]$
$C = [N_i, N_j, R, X, l_{g_i}, CL_i]$
$D = [N, P, P_g^{min}, P_g^{max}, CG_i]$
Paso 2: Calculo de la conductancia y suceptancia.
$G_{ij} = \frac{R_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}; \quad \forall Li \in Lex \wedge Lcd$
$B_{ij} = \frac{X_{ij}}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}; \quad \forall Li \in Lex \wedge Lcd$
Paso3: Cálculo de la Matriz de Admitancia.
$Y(B, C) = [G_{ij}, B_{ij}]$
Paso 5: Cálculo del flujo de potencia activa de las líneas existentes y candidatas.
$P_{Li}^{ex} = \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq 1}}^n \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij} \theta_{ij}; \quad \forall Li \in Lex \wedge Lcd$
$P_{Li}^{cd} = b \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq 1}}^n \frac{1}{2} G_{ij} \theta_{ij}^2 + B_{ij}^{cd} \theta_{ij}; \quad \forall Li \in Lex \wedge Lcd$
Paso 6: Verificación de los límites de Potencia activa, de variación de ángulo.
$P_{Gen}^{min} \leq P_{Gen} \leq P_{Gen}^{max}$
$\theta_{ij}^{min} \leq \theta_{ij} \leq \theta_{ij}^{max}$
Paso 7: Cálculo de Perdidas del sistema.
$P_e = G_{ij} \theta_{ij}^2$
Paso 8: Verificación del balance de Potencia Activa.
$P_{Gen} - P_D = \sum_i^n P_{Li}^{ex} + \sum_i^n P_{Li}^{cd}$

Paso 9: Cálculo del Costo total.

$$\sum_{i=1} PG_i * CG_i + \sum_l b * CL_l * FRC * I_{gi}$$

Fin

5. Simulaciones del algoritmo basado en diferentes casos

Para el caso de análisis se usó el Sistema IEEE de 39 barras; el cual para la expansión del SEP está conformado por 40 barras y una barra adicional con carga para futura expansión, un total de 10 generadores, las líneas existentes interconectadas son 34 como se puede observar en la fig. 6.

5.1. Casos de estudio

Para el análisis del sistema de la IEEE de 39 barras se tomó en cuenta los siguientes casos.

5.1.1. Expansión y pérdidas totales del sistema

Para el siguiente caso se analiza la posible LT que se puede construir en el sistema de 39 barras. Como se observa en la tabla 12 (Anexos). El resultado para ingresar una carga de 300 MW al sistema para la expansión en la transmisión mediante OPF-AC lineal se tuvo una interconexión entre la barra PQ número 13 a la barra 40, con el fin de reducir costos de inversión como se observa en la fig. 7.

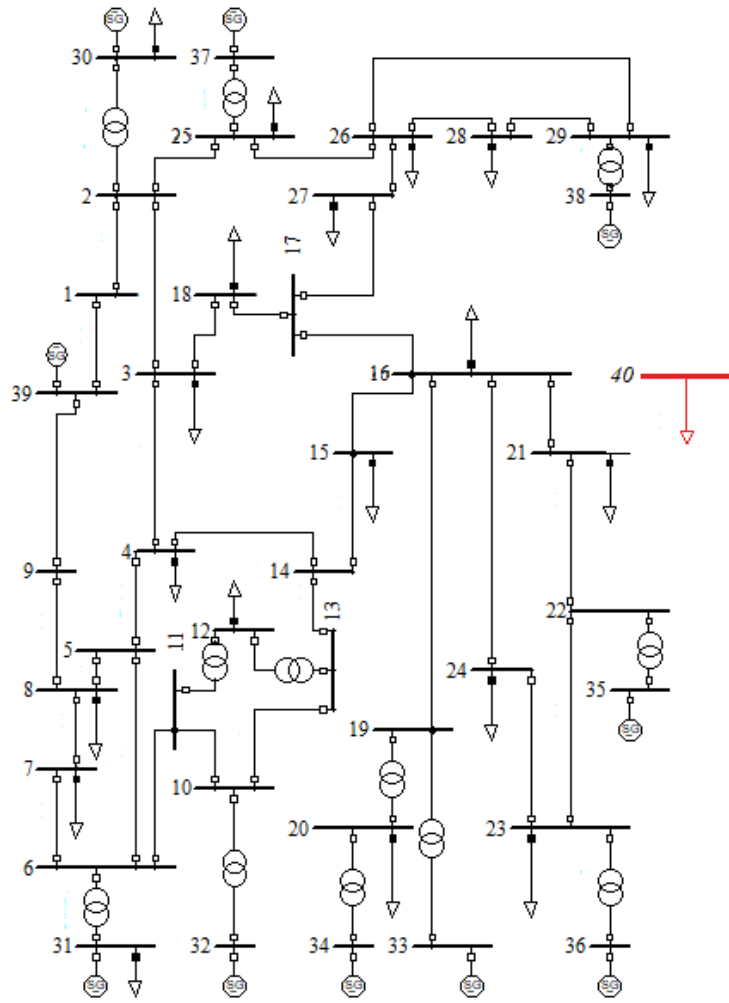


Figura 6. Sistema de 39 barras de la IEEE, con proyección de carga para expansión.

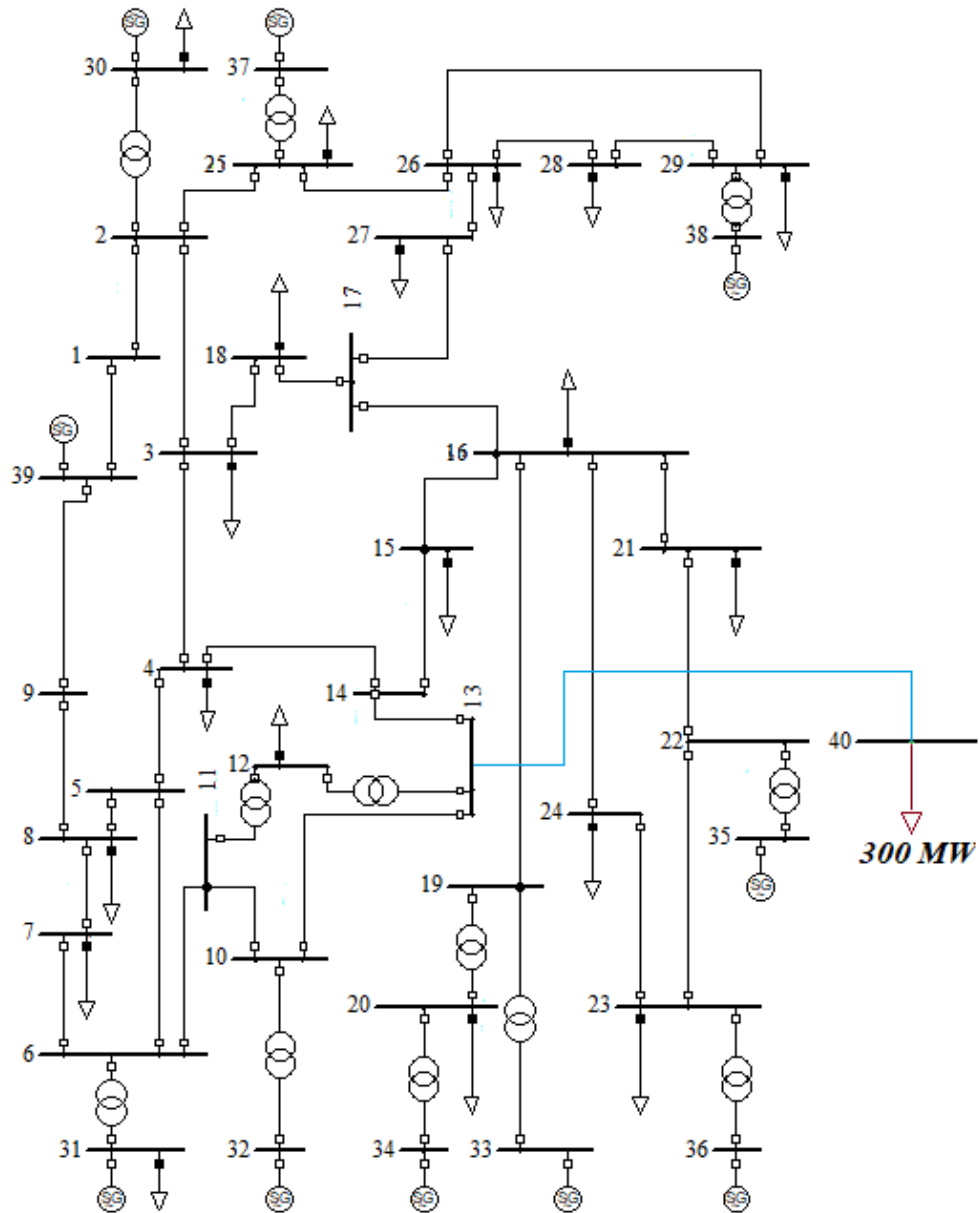


Figura 7. Expansión del sistema de transmisión.

El valor total de pérdidas que se analizó mediante OPF-AC linealizado, en el software GAMS para la expansión del sistema corresponde a un valor de 41.687 [MW] en un porcentaje total de 0.646 %.

5.1.2. Comportamiento angular del SEP

En el siguiente análisis se comprueba, que mediante la construcción de nuevas LT en la red, el ángulo que conforma el flujo de potencia de una barra a otra tiende a disminuir en cada barra de la red como se muestra en la fig. 8.

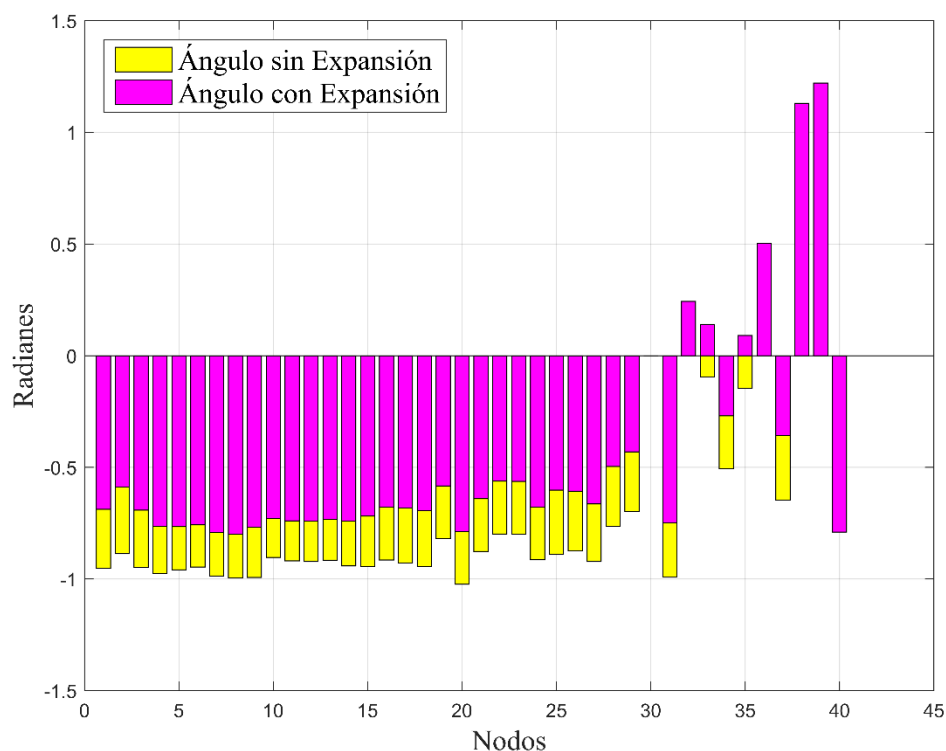


Figura 8. Comportamiento angular en radianes.

5.1.3. Incremento de tasa de descuento

Se analiza el factor de recuperación de capital en 5 casos de estudios cuyos valores de la tasa de descuento son incrementales en pasos de 0.05 y la vida útil de las LT son constantes para cada caso, donde se utiliza la ecuación del FRC teniendo la siguiente tabla 3.

Tabla 3. Casos de tasas de descuento.

	Tasa de descuento (Td)
Caso 1	0,06
Caso 2	0,065
Caso 3	0,07
Caso 4	0,075
Caso 5	0,08

Se realizó el análisis y se tiene que al incrementar su tasa de descuento se llegó a tener costos de inversión para la construcción de líneas de transmisión proporcionales a su (FRC) como se observa en la siguiente tabla.

Tabla 4. Resultados de los costos de inversión.

	Tasa de descuento (Td)	Costo de Inversión
Caso 1	0,06	\$488.837,45
Caso 2	0,065	\$515.273,16
Caso 3	0,07	\$542.247,00
Caso 4	0,075	\$569.734,42
Caso 5	0,08	\$597.698,97

Como se puede observar en la fig. 9, se tiene un comportamiento incremental en los costos de inversión para la LT.

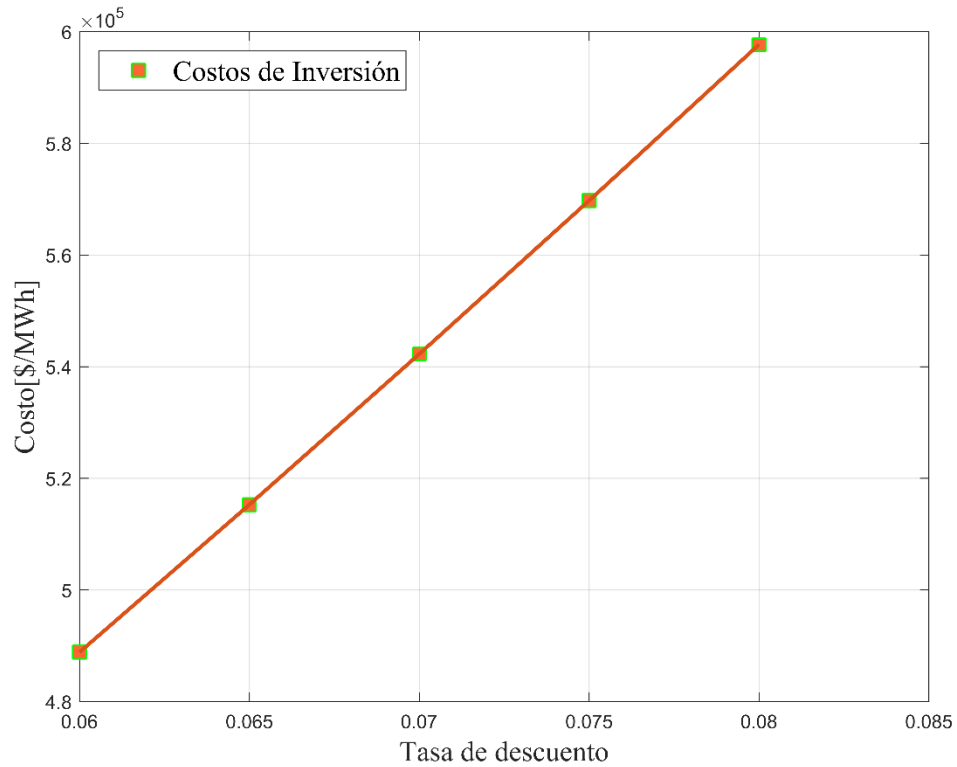


Figura 9. Comportamiento costos de inversión.

5.1.4. Costos operativos de Generación unitaria

En este análisis se considera dos casos de estudio, en los cuales se establece los costos de generación para cada máquina, como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Costos de Generación para cada caso.

	CASO 1 [\$/MWh]	CASO 2 [\$/MWh]
G1	21	12
G2	12,5	9,5
G3	12	10
G4	12	12
G5	10	12,5
G6	15	11
G7	11	12
G8	25,5	16,5
G9	9	15
G10	10,5	28

Caso 1.

En la tabla 6, se puede observar el nivel de Potencia Activa que entrega cada generador para cumplir con la demanda de la red; mediante un OPF-AC, minimizando el costo de operación de cada generador; teniendo un costo neto del funcionamiento de todas las unidades.

Tabla 6. Nivel de Potencia Activa y costo total de generación, caso 1.

	Pgmax (MW)	Pgmin (MW)	OPF-AC (MW)
G1	550	150	242,10
G2	1000	200	1000
G3	640	200	640
G4	670	200	670
G5	505	140	505
G6	600	200	600
G7	590	150	590
G8	590	150	150
G9	1000	250	1000
G10	1000	100	1000
Demanda			6397.10

Costo total [\$/MWh]	-	-	\$77.169,10
-------------------------	---	---	-------------

potencia activa con los costos de operación de cada generador para cumplir con la demanda establecida.

En la siguiente fig. 10, se presenta como despacha cada generador

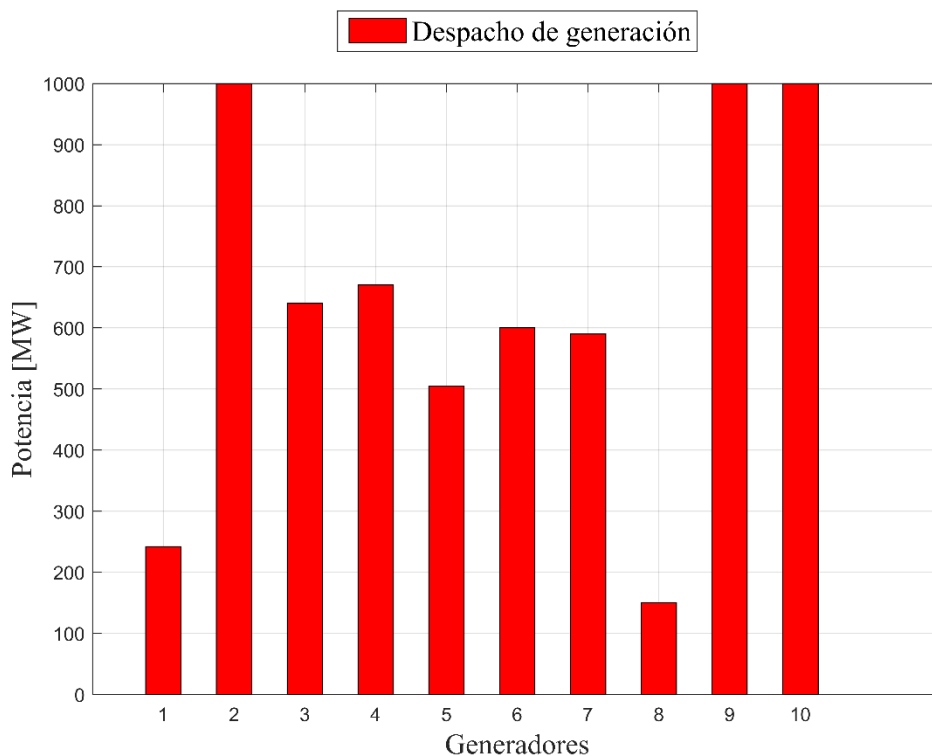


Figura 10. Despacho de Potencia Activa en el primer caso de estudio.

Caso 2.

En la tabla 7, se puede observar el nivel de Potencia Activa que entrega cada generador mediante un OPF-AC, teniendo un costo neto del funcionamiento de todas las unidades.

Tabla 7. Nivel de Potencia Activa y costo total de generación, caso 2.

	Pgmax (MW)	Pgmin (MW)	OPF-AC (MW)
G1	550	150	550
G2	1000	200	1000
G3	640	200	640
G4	670	200	670

G5	505	140	505
G6	600	200	600
G7	590	150	590
G8	590	150	590
G9	1000	250	1000
G10	1000	100	252,10
Demanda			6397,10
Costo total			
[\$/MWh]			-
			-
			\$ 82.326,30

En la siguiente fig. 11, se presenta como despacha cada generador potencia activa con distintivos costos de operación para cumplir con la demanda establecida.

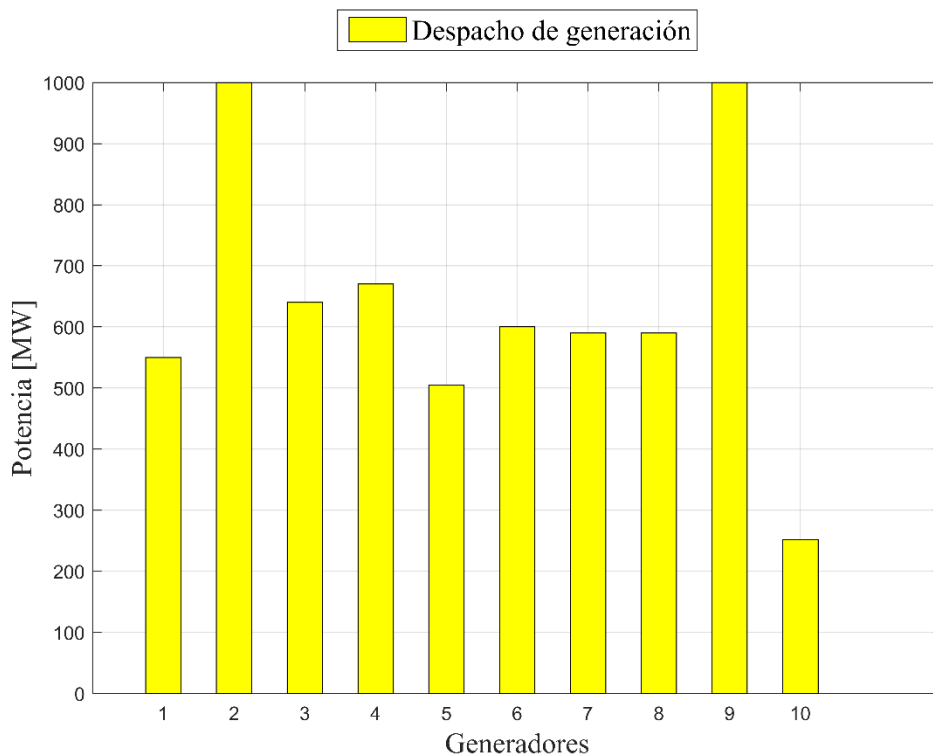


Figura 11. Despacho de Potencia Activa en el segundo caso de estudio.

6. Análisis de Resultados

La demanda total de la Red más la proyección de carga de 300 MW prevista para la expansión del sistema de transmisión es abastecida con normalidad, cumpliendo con los parámetros establecidos de generación y transmisión conjuntamente con las restricciones del algoritmo.

La metodología para la expansión del SEP consta de dos variables claves que son la longitud de las LT y el costo de construcción de dichas LT; debido a esto el OPF-AC linealizado para una solución posible encontró un punto seguro para tener el costo de inversión y pérdidas mínimas para la TEP.

El análisis de resultados con respecto al ángulo sabiendo que el flujo de potencia que circula es proporcional a la diferencia angular entre barras del sistema, y la constante de susceptancia de los elementos

eléctricos, se verifica que simulando otro flujo de potencia candidato dependiendo de la LT a construir en condiciones óptimas tiende el ángulo a disminuir con respecto al ángulo sin Expansión, teniendo un sistema seguro.

En el caso 1 del estudio de despacho de generación se puede observar que los generadores con menor costo de producción despachan netamente su potencia activa máxima sin problemas de sobrecarga ya que no existe restricciones de cargabilidad máxima de LT, cumpliendo con la carga total establecida para todo el SEP.

Para el caso 2 se tiene una variación de costos de generación de cada unidad lo que difiere del despacho sea distinto que el caso 1; los generadores ubicados en la barra 31 y barra 38 entregan al SEP su potencia activa máxima. Mientras que el generador ubicado en la barra 39 alcanza su límite mínimo de potencia activa por

lo que el costo de generación es mayor.

El análisis del FRC, cuando la tasa de descuento es incremental y se mantiene constante la vida útil de las LT; se observa que el costo de inversión para el sistema de transmisión es totalmente creciente por lo cual se establece a la menor tasa de descuento para tener el mínimo costo de inversión en LT.

7. Conclusiones

Las pérdidas totales del sistema que se analizó basado en linealización del OPF-AC; viene dado netamente por la conductancia de cada LT del SEP y de la expansión del mismo. Por lo tanto, mediante OPF-AC se tuvo que el porcentaje total de pérdidas de Potencia Activa difiere en 0.646 % del total por lo cual se las puede despreciar.

Mediante la aproximación de un OPF-AC linealizado, se tuvo un manejo simple de las ecuaciones tanto de la Función objetivo como de las restricciones del sistema de igualdad y desigualdad, más los límites de variables del proceso para tener resultados óptimos del SEP con el fin de poder realizar diferentes tipos de casos de estudio.

Los resultados para el análisis de operación en la generación se pueden observar que se tiene un mayor costo operativo en el segundo caso, por lo tanto, cuando el costo operativo de una máquina es elevado con respecto a los otros, tiende a despachar dicho generador una cantidad pequeña de potencia, aun teniendo gran capacidad para solventar la carga.

El ajuste de un OPF-AC linealizado es de gran precisión por lo que, al analizar diferentes costos de operación en generación, se tiene cambios inmediatos en el despacho económico del grupo de generadores, por lo que

afecta directamente al nivel de pérdidas de potencia activa del SEP, provocando un costo total factible.

El flujo óptimo de Potencia AC convencional es un problema matemático más robusto por lo cual de difícil solución si es analizado en el software GAMS presentará problemas de convergencia ya que depende del tamaño del SEP mientras que el OPF-AC linealizado permite dar una solución óptima en un punto viable de operación del SEP, tomando en cuenta solo la potencia activa de todo el sistema, amenorando datos de elementos y restricciones del algoritmo.

8. Trabajos futuros

Se sugiere analizar la TEP mediante una nueva restricción que es la capacidad de LT, también se recomienda analizar perfiles de voltaje a una cierta tolerancia en todo el SEP.

9. Referencias

- [1] J. Li, L. Dueñas-Osorio, C. Chen, and C. Shi, "AC power flow importance measures considering multi-element failures," *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, vol. 160, no. March 2016, pp. 89–97, 2017.
- [2] A. Florescu, S. Bacha, I. Munteanu, A. Iuliana, and A. Rumeau, "Adaptive frequency-separation-based energy management system for electric vehicles," *J. Power Sources*, vol. 280, pp. 410–421, 2015.
- [3] Q. Ploussard, L. Olmos, and A. Ramos, "An operational state aggregation technique for transmission expansion planning based on line benefits," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 32, no. 4, pp. 1–1, 2016.

- [4] A. K. Ferdavani, M. Salem, I. Alhamrouni, and A. Khairuddin, "Transmission expansion planning using AC-based differential evolution algorithm," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 8, no. 10, pp. 1637–1644, Oct. 2014.
- [5] D. Sainju, R. Sinha, and B. R. Pokhrel, "Static Expansion Planning of Transmission Line Using Mixed Integer Linear Programming Method," *Power Syst. (ICPS), 2016 IEEE 6th Int. Conf.*, pp. 1–6, 2016.
- [6] F. P. Benavides and D. F. Carrión, "Expansión Óptima del sistema de transmisión mediante el algoritmo de PRIM.pdf." p. 19, 2017.
- [7] A.-A. A. Mohamed, Y. S. Mohamed, A. A. M. El-Gaafary, and A. M. Hemeida, "Optimal power flow using moth swarm algorithm," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 142, pp. 190–206, 2017.
- [8] F. Capitanescu, "Critical review of recent advances and further developments needed in AC optimal power flow," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 136, pp. 57–68, 2016.
- [9] F. Luo, Z. Dong, G. Chen, J. Liu, and C. Li, "Flexible transmission expansion planning associated with large-scale wind farms integration considering demand response," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 9, no. 15, pp. 2276–2283, Nov. 2015.
- [10] A. Lotfjou, Y. Fu, and M. Shahidehpour, "Hybrid AC/DC Transmission Expansion Planning," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 27, no. 3, pp. 1620–1628, Jul. 2012.
- [11] W. H. Caisapanta Tapia and D. Carrión, "Expansión de sistemas de transmisión eléctrica usando criterios de óptima potencia AC," 2016.
- [12] G. Yaguana and D. Carrión, "Optimización de la expansión de los sistemas de transmisión usando gams" Quito, p. 21, 2016.
- [13] D. Z. Fitiwi, L. Olmos, M. Rivier, F. de Cuadra, and I. J. Pérez-Arriaga, "Finding a representative network losses model for large-scale transmission expansion planning with renewable energy sources," *Energy*, vol. 101, pp. 343–358, 2016.
- [14] M. Jadidoleslam, A. Ebrahimi, and M. A. Latify, "Probabilistic transmission expansion planning to maximize the integration of wind power," *Renew. Energy*, vol. 114, pp. 866–878, 2017.
- [15] T. S. Kishore and S. K. Singal, "Optimal economic planning of power transmission lines: A review," *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 39, pp. 949–974, 2014.
- [16] L. R. Hou and H. D. Chiang, "Toward online line switching method for reducing transmission loss in power systems," *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, vol. 2016–Novem, no. 5, pp. 0–4, 2016.
- [17] F. Banez-Chicharro, L. Olmos, A. Ramos, and J. M. Latorre, "Beneficiaries of transmission expansion projects of an expansion plan: An Aumann-Shapley approach," *Appl. Energy*, vol. 195, pp. 382–401, 2017.
- [18] S. Chellam and S. Kalyani, "Power flow tracing based transmission congestion pricing in deregulated power markets," *Int. J. Electr. Power Energy*

- Syst., vol. 83, pp. 570–584, 2016.
- [19] R.-A. Hooshmand, R. Hemmati, and M. Parastegari, “Combination of AC Transmission Expansion Planning and Reactive Power Planning in the restructured power system,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 55, pp. 26–35, 2012.
- [20] C. A. Sima, G. C. Lazaroiu, and V. Dumbrava, “Transmission expansion planning optimization for improving RES integration on electricity market,” in 2017 10th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE), 2017, pp. 855–859.
- [21] P. Balachennaiah, M. Suryakalavathi, and P. Nagendra, “Optimizing real power loss and voltage stability limit of a large transmission network using firefly algorithm,” *Eng. Sci. Technol. an Int. J.*, vol. 19, no. 2, pp. 800–810, 2016.
- [22] T. Akbari and M. Tavakoli Bina, “Linear approximated formulation of AC optimal power flow using binary discretisation,” *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 10, no. 5, pp. 1117–1123, 2016.
- [23] A. Capasso, A. Cervone, R. Lamedica, and L. Palagi, “A LP and MILP methodology to support the planning of transmission power systems,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 140, pp. 699–707, 2016.
- [24] A. B. Babić, A. T. Sarić, and A. Ranković, “Transmission expansion planning based on Locational Marginal Prices and ellipsoidal approximation of uncertainties,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 53, no. 1, pp. 175–183, 2013.
- [25] S. S. Taheri, J. Kazempour, and S. Seyedshenava, “Transmission expansion in an oligopoly considering generation investment equilibrium,” *Energy Econ.*, vol. 64, pp. 55–62, 2017.
- [26] E. Riva Sanseverino, N. Nguyen Quang, M. L. Di Silvestre, J. M. Guerrero, and C. Li, “Optimal power flow in three-phase islanded microgrids with inverter interfaced units,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 123, pp. 48–56, 2015.
- [27] H. Zhang, V. Vittal, G. T. Heydt, and J. Quintero, “A relaxed AC optimal power flow model based on a Taylor series,” 2013 IEEE Innov. Smart Grid Technol. (ISGT Asia), pp. 1–5, 2013.
- [28] V. A. ; C. Levi, “Linear-programming-based decomposition method for optimal planning of transmission network investments,” *Gener. Transm. Distrib. IEE Proc. C*, vol. 140, no. 6, pp. 516–522, 1993.
- [29] H. Zhang, V. Vittal, G. T. Heydt, and J. Quintero, “A Mixed-Integer Linear Programming Approach for Multi-Stage Security-Constrained Transmission Expansion Planning,” *Power Syst. IEEE Trans.*, vol. 27, no. 2, pp. 1125–1133, 2012.
- [30] J. Marecek, M. Mevissen, and J. C. Villumsen, “MINLP in transmission expansion planning,” *Power Syst. Comput. Conf.*, pp. 1–8, 2016.
- [31] G. Latorre, R. Dar?o Cruz, J. M. Areiza, and A. Villegas, “Classification of publications and models on transmission

- expansion planning,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, pp. 938–946, 2003.
- [32] S. de la Torre, A. J. Conejo, and J. Contreras, “Transmission expansion planning in electricity markets,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 1, pp. 238–248, 2008.
- [33] E. Inga and R. Hincapié, “Optimal Deployment of Cellular Networks for Advanced Measurement Infrastructure in Smart Grid,” 2014.
- [34] E. Mortaz, L. F. Fuerte-Ledezma, G. Gutiérrez-Alcaraz, and J. Valenzuela, “Transmission expansion planning using multivariate interpolation,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 126, pp. 87–99, 2015.
- [35] N. Alguacil, A. L. Motto, and A. J. Conejo, “Transmission expansion planning: A mixed-integer LP approach,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 3, pp. 1070–1077, 2003.
- [36] L. P. Garcés, A. J. Conejo, R. García-Bertrand, and R. Romero, “A bilevel approach to transmission expansion planning within a market environment,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 3, pp. 1513–1522, 2009.
- [37] R. Hemmati, R.-A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, “Comprehensive review of generation and transmission expansion planning,” *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 7, no. 9, pp. 955–964, Sep. 2013.
- [38] T. Akbari and M. Tavakoli Bina, “A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 114, pp. 93–100, 2014.
- [39] L. L. Garver, “Transmission Network Estimation Using Linear Programming,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-89, no. 7, pp. 1688–1697, 1970.
- [40] M. Olofsson, G. Andersson, and L. Soder, “Linear programming based optimal power flow using second order sensitivities,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 3, pp. 1691–1697, 1995.
- [41] H. Alayo, M. J. Rider, and J. Contreras, “Economic externalities in transmission network expansion planning,” *Energy Econ.*, vol. 68, pp. 109–115, 2017.
- [42] E. Mortaz et al., “Transmission expansion in an oligopoly considering generation investment equilibrium,” *Appl. Energy*, vol. 149, no. 2, pp. 175–183, 2017.
- [43] S. C. Chapra and R. P. Canale, *Métodos Matemáticos Para Ingenieros*. 2006.
- [44] A. Nikoobakht, J. Aghaei, and M. Mardaneh, “Securing highly penetrated wind energy systems using linearized transmission switching mechanism,” *Appl. Energy*, vol. 190, pp. 1207–1220, 2017.

9.1. Estado del Arte

Tabla 8. Matriz de estado del arte

ITEM	DATOS		TEMÁTICA								FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA				PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA																					
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	CITAS	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	CONFIABILIDAD	FIABILIDAD	DEMANDA	EQUILIBRIO DE MERCADO	OPF-AC	OPF-DC	PÉRDIDAS EN LA LÍNEA	SEGURIDAD	EXPANSIÓN DE LA TRANSMISIÓN	MAXIMIZACIÓN DE LA CONFIABILIDAD	CONGESTIÓN	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	FLUJOS ÓPTIMOS DE POTENCIA	EXPANSIÓN DEL SEP	ESTABILIDAD DEL SEP	COSTO	PERDIDAS	OBSERVABILIDAD	CAPACIDAD DE LA LÍNEA	BALANCE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA	ESTABILIDAD DE TENSIÓN	MILP	MINLP	CONSTRUCCIÓN DE INFRAESTRUCTURA	LP	HEURÍSTICA	EFICIENCIA	PERDIDAS	SEGURIDAD	AC-OPF	EXPANSIÓN DEL SEPs	COSTOS								
1	2016	Critical review of recent advances and further developments needed in AC optimal power flow		☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐					
2	1995	Linear programming based optimal power flow using second order sensitivities		☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐			
3	1993	Linear-programming-based decomposition method for optimal planning of transmission network investments		☒	☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐		
4	2012	A Mixed-Integer Linear Programming Approach for Multi-Stage Security-Constrained Transmission Expansion Planning		☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐		
5	2014	A linearized formulation of AC multi-year transmission expansion planning: A mixed-integer linear programming approach		☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐		
6	2016	An operational state aggregation technique for transmission expansion planning based on line benefits		☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐		
7	2016	Static Expansion Planning of Transmission Line Using Mixed Integer Linear Programming Method		☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐		
8	2016	A LP and MILP methodology to support the planning of transmission power systems		☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
9	2017	Optimal Transmission Network Expansion Planning in Real-Sized Power Systems with High Renewable Penetration		☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

10	2014	Optimal economic planning of power transmission lines: A review		✗	✗	□	□	□	✗	□	□	□	✗	✗	□	✗	✗	✗	□	□	□	✗	✗	✗	□	□	□	✗	□	□	✗	□	✗	□	□
11	2014	Transmission expansion planning using AC-based differential evolution algorithm		✗	✗	□	✗	✗	□	□	✗	□	✗	✗	□	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
12	2012	Hybrid AC/DC Transmission Expansion Planning		✗	□	□	✗	✗	✗	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
13	2015	Flexible transmission expansion planning associated with large-scale wind farms integration considering demand response		✗	✗	□	✗	□	□	□	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
14	2016	AC power flow importance measures considering multi-element failures		□	✗	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
15	2017	Adaptive robust AC optimal power flow considering load and wind power uncertainties		□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
16	2017	Beneficiaries of transmission expansion projects of an expansion plan: An Aumann-Shapley approach		□	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
17	2011	Combination of AC Transmission Expansion Planning and Reactive Power Planning in the restructured power system		□	✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
18	2017	Efficient relaxations for joint chance constrained AC optimal powerflow		□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
19	2015	Impact of HVDC line on the convergence property of AC/DC power flow calculation		□	✗	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
20	2015	Optimal power flow in three-phase islanded microgrids with inverterinterfaced units		□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
21	2011	Security-constrained transmission expansion planning: A stochastic multi-objective approach		✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
22	2014	Transmission expansion via maximization of the volume of feasiblebus injections		✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
23	2015	Optimal power flow in three-phase islanded microgrids with inverter interfaced units		□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
24	2012	Combination of AC Transmission Expansion Planning and Reactive Power Planning in the restructured power system		✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□
25	2017	Adaptive robust AC optimal power flow considering load and wind power uncertainties		□	□	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
26	2017	AC power flow importance measures considering multi-element failures		□	□	□	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
27	2015	Transmission expansion planning using multivariate interpolation		✗	□	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
28	2013	Transmission expansion planning based on Locational Marginal Prices and ellipsoidal approximation of uncertainties		✗	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
29	2017	Transmission expansion in an oligopoly considering generation investment equilibrium		✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
30	2016	Finding a representative network losses model for large-scale transmission expansion planning with renewable energy sources		✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
31	2017	Economic externalities in transmission network expansion planning		✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
32	2017	Probabilistic transmission expansion planning to maximize the integration of wind power		✗	✗	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
33	2016	MINLP in transmission expansion planning		✗	□	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	

34	2003	Classification of publications and models on transmission expansion planning		✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	✗	
35	2003	Transmission expansion planning: A mixed-integer LP approach		✗	✗	✗	□	□	□	✗	✗	□	✗	✗	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	✗	□	□	□	✗
36	2008	Transmission expansion planning in electricity markets		✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	✗	□	□	□	✗	□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	
37	2009	A bilevel approach to transmission expansion planning within a market environment		✗	□	✗	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	✗	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	✗	
38	2013	Comprehensive review of generation and transmission expansion planning		✗	✗	✗	□	✗	□	□	□	□	✗	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	
39	2017	Expansión óptima del sistema de transmisión mediante el algoritmo de PRIM		□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	✗	✗	□	□	✗	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	✗	
40	2016	Expansión de sistemas de transmisión eléctrica usando criterios de optima potencia AC.		□	□	□	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
41	2016	Optimización de la expansión de los sistemas de transmisión usando GAMS		✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
42	1970	Transmission Network Estimation Using Linear Programming		✗	✗	✗	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
43	2013	A relaxed AC optimal power flow model based on a Taylor series		✗	□	□	□	□	✗	□	□	✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	
			CANTIDAD:	30	21	16	15	14	20	7	22	16	29	25	12	15	20	27	22	14	23	15	22	24	27	13	14	17	10	15	14	14	11	16	19	21

Tabla 9. Temática del problema.

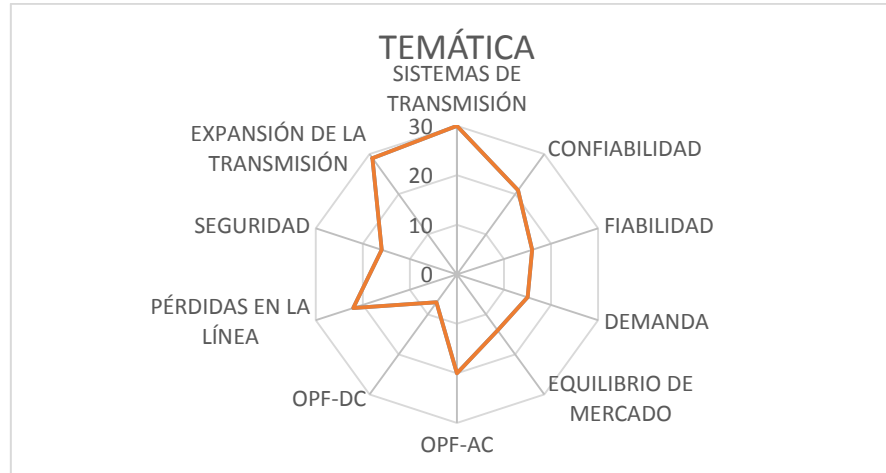


Tabla 10. Formulación del problema.

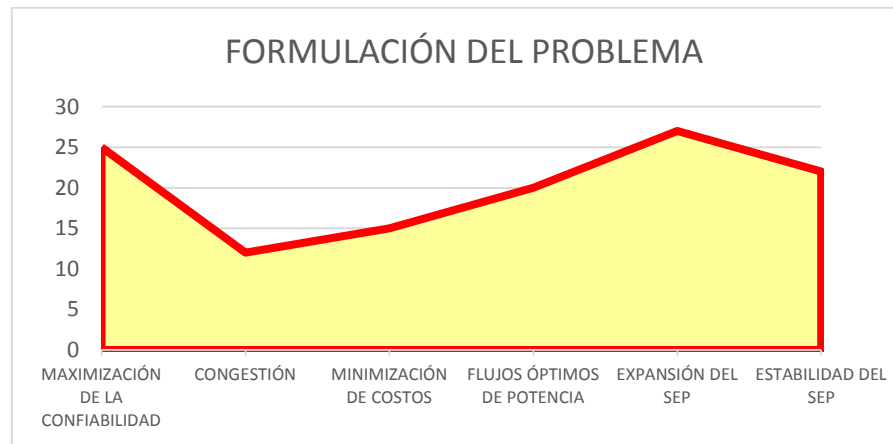
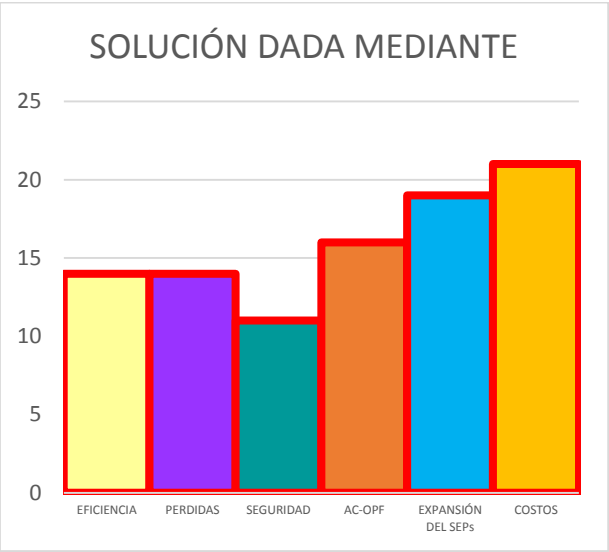


Tabla 11. Solución al problema.



10. Anexo

En la siguiente tabla 8. se muestra los parámetros que tienen los generadores; como su Nodo de conexión en el sistema, la Potencia Activa máxima y mínima de cada generador.

Tabla 12. Parámetros de los Generadores del sistema.

	Ncon	Pgmax (MW)	Pgini (MW)	Pgmin (MW)
G1	30	550	0	150
G2	31	1000	0	200
G3	32	640	0	200
G4	33	670	0	200
G5	34	505	0	140
G6	35	600	0	200
G7	36	590	0	150
G8	37	590	0	150
G9	38	1000	0	250
G10	39	1000	0	100

En la tabla 9. se observa la conexión de cada línea entre las barras y las impedancias que tienen cada una de ellas.

Tabla 13. Conexiones de las líneas existentes.

	Nini	Nfin	R (pu)	X (pu)
x1	1	2	0,0035	0,0411
x2	1	31	0,001	0,025
x3	2	3	0,0013	0,0151
x4	2	25	0,007	0,0086
x5	3	4	0,0013	0,0213
x6	3	18	0,0011	0,0133
x7	4	5	0,0008	0,0128
x8	4	14	0,0008	0,0129
x9	5	6	0,0002	0,0026
x10	5	8	0,0008	0,0112

Tabla 14. Parámetros de cada nodo.

	Num	Vnom (kV)	Vmin (kV)	Vini (kV)	Vmax (kV)	Dini	Dmax	Dmin	Pcar (MW)
n1	1	100	90	100	110	-51,540	100	-100	0
n2	2	100	90	100	110	-46,930	100	-100	0
n3	3	100	90	100	110	-52,690	100	-100	322

x11	6	7	0,0006	0,0092
x12	6	11	0,0007	0,0082
x13	7	8	0,0004	0,0046
x14	8	9	0,0023	0,0363
x15	9	31	0,001	0,025
x16	10	11	0,0004	0,0043
x17	10	13	0,0004	0,0043
x18	13	14	0,0009	0,0101
x19	14	15	0,0018	0,0217
x20	15	16	0,0009	0,0094
x21	16	17	0,0007	0,0089
x22	16	19	0,0016	0,0195
x23	16	21	0,0008	0,0135
x24	16	24	0,0003	0,0059
x25	17	18	0,0007	0,0082
x26	17	27	0,0013	0,0173
x27	21	22	0,0008	0,014
x28	22	23	0,0006	0,0096
x29	23	24	0,0022	0,035
x30	25	26	0,0032	0,0323
x31	26	27	0,0014	0,0147
x32	26	28	0,0043	0,0474
x33	26	29	0,0057	0,0625
x34	28	29	0,0014	0,0151
x35	2	39	0	0,181
x36	10	32	0	0,16
x37	11	12	0	0,1305
x38	13	12	0	0,1305
x39	19	20	0	0,138
x40	19	33	0	0,11359
x41	20	34	0	0,108
x42	22	35	0	0,1144
x43	23	36	0	0,1904
x44	25	37	0	0,1624
x45	29	38	0	0,156
x46	6	30	0	0,175

n4	4	100	90	100	110	-54,731	100	-100	500
n5	5	100	90	100	110	-53,776	100	-100	0
n6	6	100	90	100	110	-53,122	100	-100	0
n7	7	100	90	100	110	-55,287	100	-100	233,8
n8	8	100	90	100	110	-55,752	100	-100	522
n9	9	100	90	100	110	-54,909	100	-100	0
n10	10	100	90	100	110	-50,838	100	-100	0
n11	11	100	90	100	110	-51,630	100	-100	0
n12	12	100	90	100	110	-51,874	100	-100	7,5
n13	13	100	90	100	110	-51,557	100	-100	0
n14	14	100	90	100	110	-53,220	100	-100	0
n15	15	100	90	100	110	-54,241	100	-100	320
n16	16	100	90	100	110	-52,945	100	-100	329
n17	17	100	90	100	110	-54,079	100	-100	0
n18	18	100	90	100	110	-54,012	100	-100	158
n19	19	100	90	100	110	-47,453	100	-100	0
n20	20	100	90	100	110	-59,175	100	-100	628
n21	21	100	90	100	110	-50,745	100	-100	274
n22	22	100	90	100	110	-46,260	100	-100	0
n23	23	100	90	100	110	-46,330	100	-100	247,5
n24	24	100	90	100	110	-52,887	100	-100	308,6
n25	25	100	90	100	110	-48,115	100	-100	224
n26	26	100	90	100	110	-56,039	100	-100	139
n27	27	100	90	100	110	-56,427	100	-100	281
n28	28	100	90	100	110	-60,000	100	-100	206
n29	29	100	90	100	110	-59,465	100	-100	283,5
n30	30	100	90	100	110	0	0	0	9,2
n31	31	100	90	100	110	-54,329	100	-100	1104
n32	32	100	90	100	110	4,899	100	-100	0
n33	33	100	90	100	110	-6,028	100	-100	0
n34	34	100	90	100	110	-29,488	100	-100	0
n35	35	100	90	100	110	-8,899	100	-100	0
n36	36	100	90	100	110	14,815	100	-100	0
n37	37	100	90	100	110	-1,279	100	-100	0
n38	38	100	90	100	110	-37,119	100	-100	0
n39	39	100	90	100	110	56,776	100	-100	0
n40	40	100	90	100	110	-30	100	-100	300

Tabla 15. Parámetros de líneas candidatas.

	Nini	Nfin	R (pu)	X (pu)	long (km)	Clinea (USD)
xk1	1	40	0,00031	0,0050	92	220215
xk2	2	40	0,00036	0,0059	223	190075
xk3	3	40	0,00047	0,0077	191	226256
xk4	4	40	0,00058	0,0095	218	212211
xk5	5	40	0,00068	0,0112	76	193181
xk6	6	40	0,00079	0,0130	153	206434
xk7	7	40	0,00090	0,0147	203	195033
xk8	8	40	0,00101	0,0165	56	218559
xk9	9	40	0,00112	0,0183	49	192930
xk10	10	40	0,00122	0,0200	83	212162
xk11	11	40	0,00133	0,0218	68	206709
xk12	13	40	0,00155	0,0253	32	210274
xk13	14	40	0,00165	0,0271	58	212763
xk14	15	40	0,00176	0,0289	57	228094
xk15	16	40	0,00187	0,0306	238	224542
xk16	17	40	0,00198	0,0324	111	212941
xk17	18	40	0,00208	0,0342	77	206915
xk18	19	40	0,00219	0,0359	127	220607
xk19	21	40	0,00241	0,0394	153	215447
xk20	22	40	0,00252	0,0412	79	228072
xk21	23	40	0,00262	0,0430	236	193634
xk22	24	40	0,00273	0,0447	193	229939
xk23	25	40	0,00284	0,0465	216	202900
xk24	26	40	0,00295	0,0483	50	223658
xk25	27	40	0,00305	0,0500	230	223414
xk26	28	40	0,00316	0,0518	237	229020
xk27	29	40	0,00327	0,0536	217	228126