Suomalaisten matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden uskomukset, niiden yhteydet ja taustat

Lalli Myllyaho

2.6.2019

Pro Gradu -tutkielma

Matematiikan ja tilastotieteen osasto

Helsingin yliopisto

Ohjaaja: Johanna Rämö

HELSINGIN YLIOPISTO — HELSINGFORS UNIVERSITET — UNIVERSITY OF HELSINKI

Tiedekunta — Fakultet — Faculty	Laitos — Institution — Department
Matemaattis-luonnontieteellinen tiedekunta	Matematiikan ja tilastotieteen osasto

Tekijä — Författare — Author

Lalli Myllyaho

Työn nimi — Arbetets titel — Title

Suomalaisten matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden uskomukset, niiden yhteydet ja taustat

Oppiaine — Läroämne — Subject

Matematiikka

Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages
Pro Gradu -tutkielma	2.6.2019	35 sivua + 11 liitesivua

Tiivistelmä — Referat — Abstract

Tämä tutkimus käsittelee matematiikan aineenopettajaopiskelijoiden uskomuksia. Uskomuksilla on aiemmissa tutkimuksissa havaittu olevan yhteys opettajan luokkahuonekäytökseen ja käsityksiin opettamisesta (mm. Thompson, 1992; Schoenfeld, 1998). Tämän vuoksi tulevien opettajien uskomusten tutkiminen on hyödyllistä opettajankoulutuksen kannalta. Tutkimus keskittyy nimenomaan suomalaisten aineenopettajaopiskelijoiden matematiikka- ja pystyvyysuskomuksiin. Matematiikkauskomukset jaetaan yleisiin matematiikkauskomuksiin ja näiden ilmenemiseen opetuksessa. Pystyvyysuskomuksia puolestaan kartoitetaan erikseen matemaattisina ja pedagogisina pystyvyysuskomuksina. Dionnen (1984), Ernestin (1991) sekä Grigutschin ja Törnerin (1998b) tutkimukset ja ajatukset matematiikkauskomusten määrittelyssä muodostavat tutkimuksen käsitteelisen ytimen. Pystyvyysuskomuksissa nojataan puolestaan Banduran (1986) määrittelyyn.

Aineisto kerättiin syksyllä 2018 käyttäen likert-asteikollisista väittämistä koostuvaa kyselylomaketta. Vastausten pohjalta koostettiin pääasiassa kvantitatiivisin menetelmin tuloksia uskomusten esiintymisestä yleensä, eri uskomusulottuvuuksien välisistä korrelaatioista sekä miten opiskelijoilta kartoitetut opintoihin liittyvät erilaiset taustatekijät mahdollisesti selittäisivät tuloksia. Lisäksi vastaajien uskomuksia vertailtiin sen mukaan, mitä heille kyselyssä kuvailluista opetustavoista he pitivät tehokkaimpana ja mieluisimpana.

Vastaajat näyttävät suhtautuvan matematiikkaan ja sen opetuksen eri tavalla. Eroista huolimatta matematiikkaa yleisesti kuvaavat väitteet kuitenkin korreloivat niitä vastaavien väitteiden kanssa opetuksessa. Yleisillä uskomuksilla matematiikasta vaikuttaa siis olevan yhteys uskomuksiin matematiikan opetuksesta. Lisäksi pystyvyysuskomukset korreloivat tiettyjen opetukseen liittyvien väitteiden kanssa ja näyttävät olevan yhteydessä siihen, minkä matematiikan osa-alueiden vastaaja uskoo olevan tärkeitä opettaa.

Uskomukset poikkesivat jonkin verran sen mukaan, millaista opetusta vastaaja piti tehokkaimpana. Samoin eroja oli sen mukaan, millaista opetusta vastaaja piti itselleen mieluisimpana. Tämä näyttäisi antavan lisävahvistusta sille, että uskomukset ja vähintäänkin mielipiteet opettamisesta ovat yhteydessä toisiinsa. Lisäksi aineistossa on viitteitä siitä, että eri opetustapaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneillä on heikompi usko omiin pedagogisiin kykyihinsä kuin muilla.

Opiskeluun liittyvistä taustatekijöistä oli vaikea löytää uskomuksia selittäviä tekijöitä. Vain aineenopettajakoulutukseen kuuluvien pedagogisten opintojen suorittaminen näyttäisi muokkaavan vastaajien uskomuksia. Tämän mekanismin tunnistaminen myöhemmässä tutkimuksessa voisi tarjota lisää vaikutusvälineitä aineenopettajakouluttajille.

Avainsanat — Nyckelord — Keywords

uskomukset, matematiikkauskomuset, pystyvyysuskomukset, aineenopettajaopiskelijat

Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited

Kumpulan tiedekirjasto – E-thesis (opinnäytteet) *ethesis.helsinki.fi*

Muita tietoja — övriga uppgifter — Additional information

Sisältö

1 Johdanto

Viime vuosikymmeninä tutkimus on tehnyt selväksi, että opettajan uskomukset vaikuttavat opetukseen. Opettajan ajatukset opetettavasta aineesta ja itsestään osaajana ohjaavat hänen opetusvalintojaan ja sisältöpainotuksiaan (esim. Thompson, 1992; Schoenfeld, 1998), vaikuttavat olevan yhteydessä opettajan käsityksiin opettamisesta (Hannula, Lepik, Pipere & Tuohilampi, 2012; Hannula, Pipere, Lepik & Kislenko, 2013) sekä parantavat hänen mahdollisuuksiaan selvitä opetustyöstä (Skaalvik & Skaalvik, 2007). Ajatuksen tasolla tämä on jokseenkin selvää – opettaja, jonka mielestä ongelmanratkaisu on tärkeää, luultavasti myös haluaa opettaa ongelmanratkaisua – mutta myös tutkimuksissa osoitettua. Opettajan uskomukset voivat paljastaa paljon hänestä opettajana. Lisäksi uskomuksiin vaikuttaminen voisi ohjata opettajia haluttuun suuntaan. Toisaalta erityisesti pystyvyysuskomusten ja matematiikkaususkomusten keskinäisiä suhteita ei ole juurikaan tutkittu ja aiempi suomalainen uskomustutkimus keskittyy paljolti työikäisiin opettajiin. Tätä tutkimusta lähdetään rakentamaan näistä lähtökohdista.

Tässä tutkimuksessa kartoitetaan, miten aineenopettajaopiskelijat näkevät matematiikan, sen opettamisen ja oppimisen ja itsensä matematiikan ja pedagogiikan taitajina. Tämä on aineenopettajakouluksen kannalta oleellista ottaen huomioon tutkimustulokset, joissa opettajan uskomuksilla on havaittu olevan vaikutusta tämän opetusvalintoihin. Aiempien tutkimusten perintönä syntyneet instrumentit uskomusten tarkasteluun antavat tähän oivan ponnahduslaudan. Samalla selvitetään vastaajien näkemyksiä erilaisista opetustavoista. Näin on mahdollisuus tarkastella uskomusten välisiä yhteyksiä ja sitä, mitkä tekijät mahdollisesti vaikuttavat tulevien aineenopettajien uskomuksiin: miten uskomukset korreloivat keskenään ja eroavatko uskomukset vastaajan taustatekijöiden tai hänelle mieluisten tai mielestään tehokkaiden toimintatapojen mukaan. Näiden tietojen pohjalta voisi olla mahdollista kehittää aineenopettajakoulutusta edelleen.

2 Teoreettinen tausta

Tässä luvussa esitellään tutkimuksen keskiössä olevat käsitteet. Läpi käydään käsitteiden määritelmät ja yleisluonteet. Lisäksi käydään läpi käytännön sanavalintoja tämän tutkimuksen osalta.

2.1 Uskomukset

Uskomusten tarkasta määritelmästä ei olla yksimielisiä (Furinghetti & Pehkonen, 2002). Furinghettin ja Pehkosen mukaan määritelmät vaihtelevat kognitiivisesta tunnepitoiseen ja kaikkeen siltä väliltä. Uskomuksia on kuvailtu mahtipontisesti maailmankuvana sekä paljon tavanomaisemmin käsityksinä käsillä olevasta aiheesta.

Tässä tutkimuksessa uskomuksia lähestytään kahdella tavalla: matematiikka- ja pystyvyysuskomuksina. Yleisesti uskomukset käsitetään tutkimuksessa laveasti tiedostettuna tai tiedostamattomana näkemyksinä asiaintilasta tai luonteesta ja tarkennetaan kunkin käsitteen kohdalla erikseen. Pystyvyys- ja matematiikkauskomukset määritellään seuraavaksi.

2.2 Pystyvyysuskomukset

Suuri osa pystyvyysuskomuksia käsittelevästä tutkimuskirjallisuudesta nojaa Banduran (1986) määritelmään: pystyvyysuskomukset ovat henkilön näkemys omasta kyvystään suoriutua käsillä olevista tilanteista. Banduran mukaan kyse ei kuitenkaan ole henkilön todellisista kyvyistä, vaan nimenomaan siitä, kuinka hyvään suoritukseen henkilö uskoo pystyvänsä. Bandura käyttää määrittelyssään voimakasta ilmausta *judgements of one's capabilities* (suom. kykyjensä tuomiot), eikä esimerkiksi lievempää *views of one's capabilities* (suom. näkemykset kyvyistään). Voimakas sanavalinta "judgements", tuomiot, vankistaa mielikuvaa siitä, että todelliset kyvyt eivät määrää henkilön pystyvyyden tunnetta. Sen sijaan henkilö tuomitsee omat kykynsä joko riittäviksi tai riittämättömiksi.

Suomenkielisessä kirjallisuudessa pystyvyysuskomukset esiintyvät myös nimillä minäpystyvyys (mm. Ojalainen & Pauna, 2013) – suorahko käännös alkuperäistermistä "self-efficacy" – ja pystyvyyden tunne (mm. Appelqvist-Schmidlechner, Tuiski, Tamminen, Nordling, & Solin, 2016). Tämä on hyvä pitää mielessä tätä tutkimusta lukiessa. Tässä tutkielmassa käytetään kuitenkin kirjoitusasua "pystyvyysuskomukset", jotta termin suhde uskomuksiin yleisesti korostuu, ja lisäksi kunnioituksesta hyvää suomen kieltä kohtaan.

2.3 Matematiikkauskomukset

Tässä tutkimuksessa tarkastellaan pystyvyysuskomusten lisäksi myös aineenopettajien matematiikkauskomuksia. Grigutsch ja Törner (1998b) löysivät suljetulla kyselytutkimuksellaan seitsemän eri ulottuvuutta, jotka selittivät matematiikan yliopisto-opettajien uskomuksia matematiikan luonteesta. Näistä neljää – skeema, prosessi, formalismi ja sovellus – he pitivät erityisen vahvoina. He kutsuivatkin niitä oleellisimmiksi matematiikkauskomusten ulottuvuuksiksi – siitäkin huolimatta, että he tunnustivat kyselynsä rajallisuuden matemaatikkojen ajatusten kokonaisvaltaisena kuvaajana.

Grigutschin ja Törnerin mukaan **skeemaulottuvuudessa** matematiikka mielletään työkalupakkina. Matematiikka on ennen kaikkea opittujen, kaavoista, määritelmistä ja toimenpiteistä koostuvien ratkaisumallien muistamista ja soveltamista käsillä olevaan, usein tunnistettavaan tai tunnistamattomaksi naamioituun ongelmaan.

Formalismiulottuvuuden näkökulmasta matematiikka on tiukkojen sääntöjen ja toimintamallien rajaama järjestelmä. Matemaattista ajattelua, kieltä ja tekstiä ajaa objektiivinen ja tarkka logiikka, jolla osoitetaan yhdessä aiempien tulosten ja aksioomien kanssa virheettömästi väitteiden paikkansapitävyys tai -pitämättömyys. Vahvasti formalismistisessa ajattelumallissa matemaattinen idea itsessään ei ole tärkeä ennen kuin se on kyetty näillä tiukoilla säännöillä todistamaan.

Prosessiulottuvuudessa matematiikka on alati muuttuva ja kasvava käsitteiden verkko. Matematiikkaa rakennetaan, toisinnetaan ja uusinnetaan henkilökohtaisesti koko ajan keksimällä ja huomaamalla yhteyksiä asioiden välillä. Ideat, ajatukset ja älylliset seikkailut ongelmien ja käsitteiden seassa ovat tärkeitä.

Kuvauksensa puolesta **sovellusulottuvuutta** voisi kutsua myös hyödyllisyysulottuvuudeksi. Enemmän kuin kuvaus matematiikan sisäisestä luonteesta, se on näkemys matematiikan suhteesta sen ulkopuolisiin asioihin. Esimerkkinä voisi käyttää ajatusta siitä, onko matematiikasta yleisesti hyötyä yhteiskunnalle tai tarvitaanko matematiikkaa kaikkialla.

Ernest (1991) kuvailee kolme matematiikan ulottuvuutta – instrumentalistinen, Platonistinen ja ongelmanratkaisukeskeinen –, jotka ovat sisällöltään vastaavia kuin Grigutschin ja Törnerin kuvaukset skeema-, formalismi- ja prosessiulottuvuuksista, tässä järjestyksessä. Määritelmien yhtenevyydestä ovat samaa mieltä ainakin Liljedahl, Rösken ja Rolka (2007) sekä Törner ja Pehkonen (1999). Myös Dionnen (1984) jaottelu traditionaaliseen, formalistiseen ja konstruktivistiseen ulottuvuuteen nostetaan edellisissä artikkeleissa sisällöltään käytännössä vastaavaksi. Sovellusulottuvuus ei saa kirjallisuudessa samanlaista suoraa tukea kuin muut Grigutschin ja Törnerin luokittelut, mutta ainakin Ernestin tekstistä nousee implisiittisiä viittauksia ulottuvuuden olemassaoloon hänen puhuessaan yhteiskunnan eri ryhmittymien intresseistä matematiikan opettamista kohtaan. Suoran tuen puutteesta huolimatta käsite pidetään tutkimuksessa mukana tuomassa yhden ulottuvuuden lisää kuvaamaan aineenopettajaopiskelijoiden ajattelumaailmaa.

Tässä tutkimuksessa matematiikkauskomukset esiintyvät kahdella tapaa: uskomuksina matematiikasta yleensä, sekä miten samaiset uskomusulottuvuudet ilmenevät matematiikan opetuksessa. Näiden erottamiseksi, käytetään yleisten uskomusten yhteydessä Grigutschin ja Törnerin termistöä (skeema-, formalismi-, prosessi- ja sovellusulottuvuus) ja opetuksen yhteydessä Dionnen vastaavaa (traditionaalinen, formalistinen ja konstruktivistinen ulottuvuus). Näin pyritään paitsi selkeyttämään tekstiä, myös kunnioittamaan myöhemmin esiteltävän kyselylomakkeen väitteiden alkuperää. Selkeyden vuoksi opetususkomusten yhteydessä formalismia kutsutaan ”formalistiseksi opetususkomukseksi” tai vastaavaksi, jos se ei ole asiayhteydestä selvää.

3 Aiempi tutkimus

Tässä luvussa perustellaan matematiikka- ja pystyvyysuskomusten mielekkyys tutkimuskohteena aiempien tutkimusten perusteella. Luvussa käydään läpi sekä uskomusten säännöllistä ilmenemistä eri populaatioissa että eri populaatioiden eroja uskomusten ilmenemisen suhteen. Lisäksi tarkastellaan, miten matematiikka- ja pystyvyysuskomukset aiempien tutkimusten mukaan ovat yhteydessä opettajien näkemyksiin opettamisesta. Luvussa tarkastellaan myös uskomusten yhteyttä opettajan opetusvalintoihin ja suoriutumiseen opettajan työssä.

3.1 Pystyvyysuskomukset

Pystyvyysuskomuksilla on havaittu olevan vaikutusta siihen, miten hyvin henkilö pystyy ylläpitämään tekemäänsä muutosta käytöksessään. Määritelmän luonut Bandura (1986) vetää yhteen viisi tutkimusta, joissa seurattiin eri tavoin tupakoinnin lopettaneiden henkilöiden kykyä pidättäytyä aloittamasta tupakointia uudelleen. Koehenkilöillä, jotka eivät aloittaneet tupakointia uudelleen, oli lopettaessaan korkeampi usko siihen, he että pystyvät olemaan tupakoimatta. Tämän uskon vaikutus oli vahvempi kuin tupakointimäärien, -käyttäytymisen ja tupakoinnin lopetustavan vaikutus.

Pystyvyysuskomukset näyttävät myös vaikuttavan valintoihin. Hackett (1985) havaitsi, että matematiikkaan liittyvät pystyvyysuskomukset olivat yhdessä matemaattisen suoriutumisen ja sukupuolen kanssa suuri vaikuttava tekijä siinä, valitsiko opiskelija toisen asteen koulutuksen jälkeen matemaattisen alan vai ei. Kyselyyn vastasi 117 aloittelevaa yliopisto-opiskelijaa eri pääaineista, ja kysely kartoitti mainittujen lisäksi muunmuassa lukiotaustaa. Hackettin myöhemmin yhdessä Betzin kanssa tekemä vastaava tutkimus (Hackett & Betz, 1989) tukee aiempaa tulosta ja jopa hieman korostaa pystyvyysuskomusten roolia uravalinnassa verrattuna aiempaan tutkimukseen.

Vastaavasti pystyvyysuskomuksilla on havaittu olevan yhteys suoraan päätöksenteon vaikeuteen tai helppouteen (Taylor & Betz, 1983). Pystyvyysuskomusten vaikutus valinnoissa ei siis liity pelkästään valintojen suuntaan, vaan myös kykyyn tehdä niitä. Taylorin ja Betzin tutkimuksessa opiskelijoiden ($N = 346$) varmuus omasta tulevasta uravalinnasta oli sitä korkeampi, mitä korkeammat olivat vastaajan pystyvyysuskomukset.

Pystyvyysuskomukset vaikuttavat myös hetkellisiin suorituksiin (Bouffard-Bouchard, 1990; Pajares & Miller, 1994). Pystyvyysuskomusten havaitut vaikutukset eivät siten rajoitu päätöksiin ja niistä kiinni pitämiseen. Bouffard-Bouchardin tutkimuksessa taidoiltaan lähtökohtaisesti yhtä etevät koehenkilöt ($N = 54$) suoriutuivat kognitiivisissa ongelmanratkaisutesteissä eri lailla riippuen siitä, kuinka vahva kokemus heillä oli itsestään osaajina. Erityisesti pystyvyysuskomuksilla oli vaikutusta siihen, kuinka sinnikkäästi koehenkilöt yrittivät ratkaista heille annettua ongelmaa. Lisäksi vahvat pystyvyysuskomukset paransivat koehenkilöiden kykyä arvioida omaa suoritustaan. Bouffard-Bouchardin mukaan tämä tukeekin Banderan näkemystä siitä, että vahva usko omiin kykyihin parantaa erityisesti sitkeyttä pyrkiä kohti haluttua päämäärää. Pajares ja Miller saivat vastaavanlaisia tuloksia tutkiessaan yliopisto-opiskelijoiden ($N = 350$) kykyä ratkaista matemaattisia tehtäviä.

Lent, Brown ja Larkin (1984 & 1986) havaitsivat, että opiskelijoiden vahvat pystyvyysuskomukset ennustivat paitsi varmuutta saada yliopisto-opinnot suoritettua, myös korkeampia arvosanoja. He selvittivät kyselyllä ensimmäisen ja toisen vuoden yliopisto-opiskelijoiden (N = 42 ja N = 105, tässä järjestyksessä) pystyvyysuskomuksia ja vertasivat niitä tuleviin suorituksiin sekä taustatekijöihin, joiden heidän mukaan on havaittu ennustavan varmuutta valmistua yliopistosta ja suoriutua hyvin arvosanoin. Kyselyssä vahvasti omiin kykyihinsä uskoneet siis pitivät tiukemmin kiinni valinnastaan opiskella ja suoriutuivat ongelmista keskimäärin paremmin. Lisäksi pystyvyysuskomukset korreloivat muiden ennustavien tekijöiden kanssa. Voisi siis sanoa, että he vahvistivat yllä esitellyt tulokset pytyvyysuskomusten vaikutuksesta suoriutumistasoon. Uutena havaintona verrattuna Bouffard-Bouchardin sekä Pajaresin ja Millerin tuloksiin on, että parempi suoriutuminen tapahtui pidemmällä aikavälillä, eikä yksittäisessä koetilanteessa.

Opettajien pystyvyysuskomuksilla on vaikutusta heidän luokkahuonekäytökseensä (Dembo & Gibson, 1984). Tämä on tärkeä huomio, koska tämän tutkimuksen kohteena ovat tulevat opettajat. Gibsonin ja Dembon tutkimuksessa seurattiin sekä opettajien (N = 8) reagointia oppilaiden kysymyksiin ja vastauksiin että heidän ajankäyttöään luokkahuoneessa. Näitä tuloksia verrattiin koehenkilöiden pystyvyysuskomuksiin. Paitsi että käytöksessä havaittiin eroja, oli havaittavia eroja nimenomaan sellaisissa käytösmalleissa, joita tutkimuksen tekijät pitivät opetuksen kannalta merkittävinä. Esimerkiksi omiin kykyihinsä vahvemmin uskoneet opettajat suhtautuivat positiivisemmin oppilaiden oikeisiin ja vääriin vastauksiin, oikoivat sinnikkäämmin oppilaiden virhekäsityksiä ja käyttivät enemmän aikaa oppilaiden etenemisen tarkkailuun.

Skaalvik ja Skaalvik (2007) löysivät lisäksi yhteyden peruskouluopettajien (N = 244) pystyvyysuskomusten ja työuupumuksen, epämieluisten opetusmetodien ja vanhempien kanssa ilmenevien konfliktien välillä. Vaikuttaisikin, että opettajien pystyvyysuskomukset ulottuvat luokkahuoneesta myös muille opettajantyön osa-alueille. Tämä vahvistaa entisestään käsitystä pystyvyysuskomusten merkittävyydestä opettajantyön kannalta. Skaalvik ja Skaalvik kuitenkin painottavat, että vaikutus ei välttämättä ole yksisuuntainen: Puhtaasti likert-asteikolliset kysymykset eivät kerro vaikutuksen suuntaa. Voi hyvin olla, että työuupumus ruokkii epäonnistumisia, mikä taas puolestaan nakertaa uskoa omiin kykyihin. Yhtä hyvin voi olla, että epäusko omaan itseen on pidemmän päälle se, mikä uuvuttaa. Tutkimus ei myöskään erittele, ruokkivatko epämieluisat opetusmetodit heikkoja pystyvyysuskomuksia, vai tuntuvatko esimerkiksi koulun kulttuurin myötä tulevat opetusmetodit sitä epämieluisemmilta, mitä heikompi usko omiin kykyihin on. Toisaalta on joka tapauksessa merkille pantavaa, että on löydetty yhteys pystyvyysuskomusten ja opettajan työssä jaksamisen välillä, on todellinen vaikutus sitten kaksisuuntainen tai ei.

3.2 Matematiikkauskomukset

Käsitteenmäärittelyssä esitelty Grigutschin ja Törnerin (1998b) matematiikkauskomusten jaottelu skeema-, formalismi-, prosessi- ja sovellusulottuvuuteen perustuu Muran (1993 & 1995) työhön. Mura kysyi kahdessa tutkimuksessa yhteensä 157 matemaatikolta ja matematiikan aineenopettajakouluttajalta, miten he määrittelevät matematiikan. Matemaatikkojen vastaukset hän jakoi 12 eri kategoriaan (Mura,

1993) ja aineenopettajakouluttajien vastaukset 14 eri kategoriaan (Mura, 1995).

Grigutsch ja Törner eivät jättäneet työtään vain luokitteluun, vaan lisäksi vahvistivat määrittelemiensä ulottuvuuksien olemassaolon kyselyllään yliopistomatematiikoille ja matematiikan aineenopettajille yhdessä Raatzin kanssa (Grigutsch, Raatz & Törner 1998a; Grigutsch & Törner 1998b). He laativat Muran kategorioiden pohjalta suljetun kyselyn, johon vastasi 119 saksankielisten maiden yliopistomatemaatikkoa syksyllä 1994. Kyselyn vastauksista tehdyn faktorianalyysin pohjalta he vahvistivat skeema-, formalismi-, prosessi- ja sovellusulottuvuutta mittaavien väitteiden olevan sisäisesti johdonmukaisia ja johdonmukaisesti edustettuina vastauksissa. Samaan kyselyyn vastasi yli 300 toisen asteen oppilaitosten matematiikanopettajaa ja faktorianalyysi heidän vastauksistaan tuotti saman tuloksen.

Myös aineenopettajaopiskelijoiden joukossa ulottuvuuksien olemassaolo on vahvistettu. Felbrich, Müller ja Blömeke (2008) vetävät yhteen useita aiempia tutkimuksia ja erityisesti he sanovat omassa tutkimuksessaan (Blömeke, Felbrich, & Müller, 2009) vahvistaneensa kuvailtujen neljän ulottuvuuden ilmenemisen aineenopettajaopiskelijoilla. Tutkimuksessaan he käyttivät lyhennettyä versiota Grigutschin ja muiden kyselylomakkeesta. Tämän ja edellisen kappaleen tulokset eri populaatioista on vankka näyttö, että määritellyt uskomusulottuvuudet ovat toisinnettavissa ja tutkittavissa eri populaatioissa. Erityisesti tämän tutkimuksen kannalta uskomusulottuvuudet on vahvistettu aineenopettajien ja aineenopettajaopiskelijoiden keskuudessa.

Ulottuvuudet kuitenkin esiintyvät eri tavoin eri populaatioissa. Grigutsch ja Törner (1998b) kokosivat aineistostaan löytämiensä faktoreiden väitteet yhteen ja raportoivat näiden pohjalta neljän löytämänsä ulottuvuuden ilmenemisen yliopistomatematikkojen keskuudessa. Prosessiulottuvuuden väitteisiin suhtauduttiin keskimäärin positiivisimmiin. Myös formalismi- ja sovellusulottuvuus esiintyivät pääasiassa positiivisesti, mutta skeemaulottuvuuden väitteisiin vastaajat suhtautuivat keskimäärin jopa negatiivisesti. Samoin Grigutsch ja Törner yhdessä Raatzin (1998a) kanssa kokosivat yhteen aineenopettajien suhtautumiset samoihin väitteisiin. Heidän raportissaan aineenopettajien suhtautuminen eri ulottuvuuksiin oli samansuuntainen kuin yliopistomatemaatikoilla: keskimääräinen suhtautuminen prosessi- ja sovellusulottuvuuden väitteisiin oli edelleen positiivista ja skeemaulottuvuuden väitteisiin negatiivista. Toisaalta skeemaulottuvuuden keskimääräiset tunnusluvut eivät olleet aivan yhtä negatiivisia kuin yliopistomatemaatikoilla ja formalismin keskimääräiset tunnusluvut kielivät ennemmin neutraalista kuin positiivisesta suhtautumisesta. Felbrichin ja muiden (2008) kyselyssä aineenopettajaopiskelijoille saatiin taas toisenlaisia tuloksia. Sekä aloittelevat että lähellä valmistumista olevat opiskelijat suhtautuivat kaikkien neljän ulottuvuuden väitteisiin keskimäärin positiivisesti. Prosessiulottuvuus oli heilläkin vahvin ja vaikutti vahvistuvan opintojen edetessä, kun taas skeemaulottuvuus oli lähimpänä neutraalia sekä aloittelevilla että lopettelevilla opiskelijoilla.

Myös uskomusten väliset korrelaatiot poikkeavat eri osapopulaatioissa. Siten uskomukset kokonaisuutena vaikuttaa olevan monimuotoisempi ilmiö kuin pelkästään osapopulaatioiden vaihtelevat suhtautumiset eri ulottuvuuksiin: Grigutsch ja muut (1998a) havaitsivat yllä kuvaillussa kyselyssään aineenopettajille, että uskomukset korreloivat keskenään säännönmukaisesti siten, että matematiikan logiikkaa ja järjestelmällistä tiukkuutta korostavat formalistiset uskomukset ja työvälineellisyyttä korostavat skeemauskomukset esiintyivät yhdessä. Näistä ulottuvuuksista he muodostivat yhteisen uskomuksen, jota he kutsuvat staattiseksi ulottuvuudeksi. Samoin matematiikan hyödyllisyyttä korostavat sovellususkomukset ja keksimistä ja luovaa ajattelua korostavat prosessiuskomukset esiintyivät vastaajilla yleensä yhdessä. Näistä muodostettua kokonaisuutta he kutsuvat dynaamiseksi ulottuvuudeksi. Staattisen ja dynaamisen ulottuvuuden he huomasivat korreloivan keskenään negatiivisesti. Kuitenkaan aineenopettajaopiskelijoilla tai yliopistomatemaatikoilla ei vastaavaa poissulkevaa jakoa kyetty todentamaan (Blömeke ym., 2009 Felbrichin ym., 2008 mukaan; Grigutsch & Törner, 1998b).

Uskomusten ja niiden välisten korrelaatioiden vaihtelusta huolimatta näyttää siltä, että uskomukset ovat sitkeitä. Tähän lopputulokseen tulivat Kane, Sandretto ja Heath (2002) yhteenvedossaan opettajien uskomuksista opettamiseen ja oppimiseen liittyen. Heidän läpikäymissään neljässä peruskouluopettajia ja opettajaksi opiskelevia koskevassa tutkimuksissa yksi yhdistävä tekijä oli nimenomaan, että uskomuksia oli vaikea muuttaa. Samoin Broussou, Cook ja Byers (1988) raportoivat, että vain opetuskokemus näytti vaikuttavan merkittävästi koehenkilöiden uskomuksiin opettamisesta ja oppimisesta. Heidän kyselynsä käsitti opintojaan aloittelevia ja lopettelevia opiskelijoita (N = 391 ja N = 332) ja työikäisiä opettajia (N = 472). Yleismaailmallisesti samoilla linjoilla on Abelson (1986) vetäessään yhteen tutkimuksia koskien muun muassa ihmisten suhtautumista kuolemantuomioon tai käsityksiin uusien taitojen omaksumisesta. Hän raportoi, että kuolemantuomiota kannattavat tarjosivat yleensä selitykseksi näkemykselleen, että uskoivat sen alentavan rikollisuutta, mutta samalla sanoivat, että tuskin vaihtaisivat näkökantaansa vaikka tutkimus osoittaisi päinvastaista. Vastaavasti hän esitteli tutkimuksen, jossa koehenkilöille annettiin tietoisesti väärä kuva heidän kyvystään tunnistaa aito itsemurhaviesti väärennetystä. Heidän havaittiin olevan hyvin vastahankaisia luopumaan annetusta käsityksestä kyvyistään, oli annettu virheellinen mielikuva positiivinen tai ei.

Felbrichin ja muiden tutkimus (2008) aineenopettajaopiskelijoiden uskomuksista näyttää kuitenkin eroja opintojaan aloittelevien ja lopettelevien opiskelijoiden välillä. Tämä on erittäin tärkeä tulos ottaen huomioon tulokset uskomusten heikosta muokkautuvuudesta. Käyttäen muunnelmaa Grigutschin ja muiden (1998b) lomakkeesta, Felbrich ja muut kokosivat yhteen 368 opintojaan aloittelevan ja 286 opintojaan lopettelevan matematiikan aineenopettajaopiskelijan vastaukset. He havaitsivat, että opintojaan aloittelevien ja lopettelevien uskomuksissa oli tilastollisesti merkitsevä ero prosessiuskomusten osalta.

On lisäksi viitteitä siitä, että opettajan uskomukset vaikuttavat opiskelijoiden uskomuksiin tai jopa muokkaavat niitä. Opintojen loppupuolella olevien opiskelijoiden uskomusten havaittiin olevan lähempänä opettajankouluttajien uskomuksia (Felbrich ym. 2008) kuin opintojaan aloittelevien. Tutkimuksen mukaan tämä voisi olla osoitus tehokkaasta opetuksesta. Tulkintana se puolestaan vihjaa, että opettajan uskomukset vaikuttavat opiskelijoiden uskomuksiin. Yhdistettynä yllä esiteltyihin tuloksiin uskomusten eroavaisuudessa eri populaatioissa, tämä vihjaa paitsi uskomusten mahdollista muovautuvuutta, myös jopa mahdollisuudesta muovata uskomuksia niiden sitkeydestä huolimatta.

3.3 Matematiikkauskomukset opetuksessa

Tässä alaluvussa esitellään, mitä aiempi tutkimus sanoo matematiikkauskomusten ilmenemisestä opetuksessa. Lisäksi tarkastellaan, mitä aiempi tutkimus kertoo uskomusten vaikutuksista opettajien opetuksellisiin ratkaisuihin.

Useat tutkimukset viittaavat siihen, että opettajan uskomukset muokkaavat hänen tapaansa opettaa. Thompson (1992) vetää yhteen useita aiempia tutkimuksia ja hänen mukaansa opettajan uskomukset heijastelevat sitä, mitä asioita opettaja priorisoi luokkahuoneessa. Vastaavasti Schoenfeldin (1998) mukaan uskomukset ohjaavat opettajien valintoja ja käytöstä. Hänen mukaansa voisi olla jopa mahdollista ennustaa opettajan käytöksen pääpiirteet, kun hänen uskomuksistaan, tavoitteistaan ja tietopohjastaan on tarpeeksi aineistoa. Lerman (2002) esittää, että joidenkin tutkimusten mukaan käytäntöjen muutos jopa riippuisi uskomusten muutoksista.

Näkemys matematiikkauskomusten vaikutuksista opettajan näkemyksiin opettamisesta saa tukea myös muun muassa Hannulan, Lepikin, Piperen ja Tuohilammen (2012) ja Hannulan, Piperen, Lepikin ja Kislenkon (2013) tutkimuksista. He löysivät matematiikkauskomusten ja erilaisten pedagogisten uskomusten välillä positiivisia korrelaatioita. Tutkimusten kohteena olivat aineenopettajat Suomessa, Virossa ja Latviassa (N = 815).

Opettajat kuitenkin saattavat toimia luokkahuoneessa uskomuksistaan poikkeavasti (Cooney, 1985; Simmons ym., 1999; Skott, 2009). Tämä on tärkeää pitää mielessä, kun siirrytään tarkastelemaan matematiikkauskomusten vaikutusta opettajiin ja opetustilanteisiin. Cooney ja Skott kumpikin haastattelivat yksittäisiä opettajia, Simmons ym. yhteensä 116 opettajaa. Kaikissa kolmessa tutkimuksessa koehenkilöinä oli aloittelevia opettajia. Lisäksi Hannulan ym. (2012) tutkimusten perusteella uskomukset eivät myöskään yksinään selitä toimintatapoja. He havaitsivat, että opettajan mielipiteet opettamisesta vaihtelivat paitsi uskomusten, myös esimerkiksi maan, kielen ja alueen mukaan. Heidän tulkintansa on, että uskomukset vaikuttavat opettajan toimintaan yhdessä esimerkiksi maan koulukulttuurin ja koulun oman kulttuurin kanssa. Lisäksi heidän mukaansa erityisesti yksittäisen koulun kulttuuri ja opettajan uskomukset vaikuttavat jatkuvasti toisiinsa, eikä vaikutusta siten voi kovin helposti vakioida. On siis syytä varoa vetämästä liian suoria johtopäätöksiä uskomusten ja käytännön välillä, vaikka näyttöä näiden välisestä yhteydestä onkin.

Opettajien uskomusten on havaittu muovautuvan ajan myötä populaatiotasolla. Suomalaisilla opettajilla on havaittu olevan vankistuva suhtautuminen matematiikan konstruktivistiseen puoleen, kun verrataan traditionaaliseen ja formalistiseen ulottuvuuteen (Pehkonen & Lepmann, 1994; Hannula ym., 2012; Oksanen & Hannula, 2013). Mainituissa tutkimuksissa kartoitettiin suomalaisten aineenopettajien uskomuksia samalla instrumentilla vuosina 1987–1988 (N = 86) ja 2010–2012 (N = 94). Konstruktivistisia näkemyksiä mittaaviin yksittäisiin väittämiin suhtauduttiin ajan myötä eri tavoin, mutta keskimäärin melko samanlaisesti. Formalistisiin ja traditionaalisiin väittämiin sen sijaan suhtauduttiin keskimäärin negatiivisemmin Hannulan ym. (2012) tutkimuksessa kuin Lepmannin ja Pehkosen (1994) tutkimuksessa (Oksanen & Hannula, 2013). Tutkimukset eivät ota kantaa, johtuuko tämä opettajien asenteen yleisestä muutoksesta vai uusien opettajien aiempaa negatiivisemmasta suhtautumisesta traditionaalisiin ja formalistisiin ulottuvuuksiin.

Samojen tutkimusten (Pehkonen & Lepmann, 1994; Hannula ym., 2012; Oksanen & Hannula, 2013) mukaan suomalaiset opettajat suhtautuvat konstruktivistiseen ulottuvuuteen ylipäätään positiivisemmin kuin formalistisiin ja traditionaalisiin uskomuksiin. Trendi on siis vahvistanut konstruktivistisen näkemysten asemaa entisestään. Tosin myös traditionaalisiin ja formalistisiin puoliin suhtauduttiin tutkimusten mukaan keskimäärin positiivisesti, eivätkä uskomukset siten vaikuta ehdottomasti poissulkevan toisiaan populaatiotasolla myöskään opetuksen kontekstissa.

Hähkiöniemi, Laitila ja Penttinen (2014) tutkivat eri uskomusulottuvuuksia korostavia opetustapoja ja huomasivat konstruktivistisia näkemyksiä korostavan opetustavan olevan aineenopettajaopiskelijoiden mielestä tehokkain. Kysely suoritettiin kuvailemalla kolme opetustapaa, joista vastaajat (N = 54) valitsivat mielestään tehokkaimman. Opetustapojen luonnehdinnassa he käyttivät Dionnen (1984) ja Ernestin (1991) kuvailuja matematiikkauskomusten kolmesta eri ulottuvuudesta. Tutkimuksessa selvitettiin myös samaisten opetustapojen mieluisuutta vastaajille henkilökohtaisesti. Kyselyssään he kuvailivat kolme erilaista opetustapaa, joiden luonnehdinnassa he käyttivät Dionnen (1984) ja Ernestin (1991) kuvailuja matematiikkauskomusten eri ulottuvuuksista. 50 % piti konstruktivistista lähestymistapaa tehokkaimpana, formalistinen lähestymistapa oli tehokkain 30 % mielestä ja traditionaalinen tapa puolestaan 20 % mielestä.

Samainen Hähkiöniemen ja muiden tutkimus (2014) selvitti, mitä opetustapaa vastaajat pitivät itselleen mieluisimpana ja vajaa kolmannes vastaajista – 17 vastaajaa 54:stä – piti mieluisimpana jotain muuta kuin tehokkaimpana pitämäänsä opetustapaa. Tutkimuksen mukaan useimmissa tapauksissa tämä tarkoitti konstruktivistista opetustapaa tehokkaimpana pitänyt valitsi mieluisimmaksi formalistisen ja traditionaalisen opetustavan. Jonkin verran myös formalistista opetustapaa tehokkaimpana pitäneet valitsivat muita tapoja mieluisimmaksi.

Hähkiöniemen ja muiden tutkimuksessa (2014) havaittiin myös, että ajankäyttö ja omat kyvyt tai opetustavan vaikeus olivat isoimmat syyt valita jokin muu kuin tehokkain opetustapa mieluisimmaksi. Kyselyssä kysyttiin perusteluja valinnoille. Eri opetustavan tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi valinneet jaettiin eri luokkiin sen mukaan, mitä perusteluja he antoivat jonkin muun kuin tehokkaimpana pitämänsä opetustavan mieluisuudelle. Isoin luokka oli ajankäytöllisiin syihin vedonneet opiskelijat. Toisaalta seitsemän vastaajaa kertoi syyksi, että joku toinen kuin heidän mielestään tehokkain opetustapa sopisi heille henkilökohtaisesti paremmin tai, että tehokkain opetustapa vaikutti vaikealta.

4 Tutkimuskysymykset

Matematiikka- ja pystyvyysuskomuksilla on vankka rooli paitsi opettajana suoriutumisessa ja jaksamisessa. Uskomuksilla vaikuttaa olevan myös rooli valinnoissa, joita opettaja tekee luokkahuoneessa. On siis luontevaa olla kiinnostunut siitä, miten tulevaisuuden aineenopettajat näkevät matematiikan, sen opettamisen ja oppimisen, sekä itsensä matematiikan ja pedagogiigan taitajina. Lisäksi tulevaisuuden kannalta on tärkeää tietää, millä tekijöillä tulevien aineenopettajien uskomuksiin voidaan vaikuttaa. Tässä tutkimuksessa pureudutaan näihin kysymyksiin.

Tutkimuksella on kolme tutkimuskysymystä:

1) Miten matematiikka- ja pystyvysuskomukset esiintyvät aineenopettajaopiskelijoilla?

2) Mitä yhteyksiä yleisten matematiikkauskomusten, opetuksessa esiintyvien matematiikkauskomusten ja pystyvyysuskomusten välillä on? Entä näkyvätkö uskomukset siinä, miten opiskelija uskoo matematiikkaa opetettavan parhaiten, ja miten hän itse haluaisi opettaa?

3) Mitkä koulutukseen liittyvät taustatekijät selittävät aineenopettajaopiskelijoiden uskomuksia?

5 Tutkimuksen toteutus

5.1 Aineisto

Tutkimukseen kerättiin aineistoa kahden yliopiston matematiikan aineenopettajaopiskelijoilta (N = 68). Opiskelijoita tavoiteltiin lähestymällä suoraan yhden pedagogisia opintojaan aloittelevien opiskelijoiden kurssin, yhden Pro Gradu -seminaarin, sekä kahden muun aineenopettajakurssin osallistujia ja lähettämällä vastauspyyntö aineenopettajaopiskelijoiden sähköpostilistalle. Lisäksi toisen yliopiston edustaja lupasi laittaa osallistumispyynnön omalle vastaavalle sähköpostilistalleen. Vastaukset sisältävät sekä kvantitatiivista että kvalitatiivista aineistoa.

5.2 Kyselylomake

Kyselylomake (Liite 1) koostuu viidestä osiosta: taustatekijöistä, pystyvyysuskomuksista, vastaajan näkemyksistä matematiikan opettamisesta ja oppimisesta, vastaajan näkemyksistä matematiikasta yleensä sekä vastaajan näkemyksistä ja mieltymyksistä erilaisia matematiikkauskomuksia korostaviin opetustapoihin. Taustatiedoissa selvitettiin vastaajan ikää, opintojen edistymistä, ensimmäistä opetettavaa ainetta ja opetuskokemusta vastaajien luokittelemiseksi.

Pystyvyysuskomuksia selvittävässä osiossa pyydettiin vastaamaan erikseen matematiikan ja pedagogisten opintojen näkökulmasta. Molemmissa käytettiin viittä likert-asteikollista kysymystä, jotka on lainattu Helsingin yliopiston uusille opiskelijoille suunnatusta HowULearn-kyselystä (Hailikari & Parpala, 2014; Parpala & Lindblom-Ylänne, 2012), tarkemmin sen kohdat 15–19. Näiden kysymysten pohjana HowULearn-kyselyssä on käytetty Pintrichin (1991) käsikirjaa.

Osiot, joissa selvitettiin vastaajan uskomuksia matematiikasta, sen opettamisesta ja oppimisesta ovat peräisin kansainvälisen NorBa-tutkimushankkeen uudistetusta kyselylomakkeesta (NorBa). Lomakkeen matematiikkauskomuksia koskevat väittämät ovat alunperin Grigutschin ja Törnerin (1998) artikkelista. Opetususkomusten väittämät puolestaan ovat alunperin Zimmermannin kyselylomakkeesta (Pehkonen & Zimmermann, 1990). Lepmann ja Pehkonen (1994) ovat luokitelleet Zimmermannin lomakkeen väitteet pohjaten Dionnen (1984) työhön.

Opettamiseen ja oppimiseen liittyvissä kysymyksissä mitataan vastaajan näkemystä aiemmin esitellyistä matematiikkauskomusten ulottuvuuksista opetuksessa 18:lla likert-asteikollisella kysymyksellä: kohdat 4, 9, 10, 13 ja 14 muodostavat traditionaalisen ajattelun faktorin, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 12 ja 15 mittaavat formilismiulottuvuutta ja 6, 11, 16, 17 ja 18 puolestaan konstruktivistista ajattelutapaa (Lepmann & Pehkonen, 1994). Lisäksi osion kysymyksillä 19–25 pyritään selvittämään vastaajan näkemyksiä tietokoneen – nykyisistä ja tulevista – vaikutuksista lukiomatematiikkaan, mutta tietotekniikkaa koskevia kysymyksiä ei käsitellä tässä tutkimuksessa.

Matematiikkauskomukset jaettiin vastaavasti eri ulottuvuuksien mukaan. Formalismia määritettiin kysymyksillä 1, 5, 9, 14 ja 18, skeemanäkökulman vahvuutta kysymyksillä 2, 6, 10, 13 ja 16, kysymykset 3, 7, 11, 15, 17 ja 19 mittaavat, miten vahvasti vastaaja näkee matematiikan prosessina ja 4, 8, 12 ja 20 kuvaavat näkemystä matematiikasta hyöty- ja sovellusperusteisena välineenä (Grigutsch & Törner, 1998).

Lomakkeen viimeinen osa on lainattu Hähkiöniemen, Laitilan ja Penttisen (2014) tutkimuksesta. Osiossa esitellään kolme erilaista opetustapaa, joita Hähkiöniemi ja muut kutsuvat opettajajohtoiseksi suoraksi opetukseksi, joka painottaa suorittamista, käsitteellistä ymmärtämistä painottavaksi opetukseksi ja oppilaskeskeiseksi opetukseksi. He kuitenkin rinnastavat nämä aiemmin esiteltyihin Ernestin (1991) ja Dionnen (1984) määritelmiin, joten niitä kutsutaan Dionnea mukaellen: lomakkeen opetustapa A mallintaa traditionaalisia uskomuksia korostavaa opetustapaa, opetustapa B korostaa formalistisia uskomuksia ja C konstruktivistisia uskomuksia. Hähkiöniemen ja muiden mukaan opetustapojen kuvaukset perustuvat tutkijoiden näkemyksiin kyseisistä opetustavoista. Lomakkeen tässä osiossa kysyttiin ensin, mitä opetustapaa vastaaja pitää tehokkaimpana oppimisen kannalta ja tälle perusteluita. Seuraavaksi kysyttiin, millä opetustavalla vastaaja itse opettaisi mieluiten. Myös mieluisimman opetustavan valinnalle pyydettin perusteluita, mikäli vastaaja valitsi mieluisimmaksi jonkin toisen kuin mielestään tehokkaimman opetustavan. Kolmanneksi kysyttiin, mikä opetustapa vastaa parhaiten opetusta, jota vastaaja on itse saanut peruskoulussa ja lukiossa.

5.3 Metodologia

Tässä tutkielmassa pääpaino on kvantitatiivisella aineistolla. Kvantitatiivisen analyysin luonteen mukaisesti pyritään tilastollisia menetelmiä käyttäen löytämään yhteyksiä ja korrelaatioita eri tekijöiden ja dimensioiden välille. Lisäksi yritetään löytää aineistosta tilastollisesti merkitseviä eroja eri uskomusten osalta jakamalla vastaajat eri osajoukkoihin.

Kvalitatiiviselle aineistolle ei anneta tässä tutkielmassa suurta huomiota. Kuitenkin joitain kvantitatiivisen analyysin tuloksia pyritään selittämään tai vahvistamaan kvalitatiivisesta aineistosta nousevilla huomioilla tai tarkastelemaan tuloksia niiden valossa. Soveltuvin osin aineistoa siis lähestytään menetelmätriangulaation näkökulmasta: laadullisen ja määrällisen aineiston yhtäaikaisella analysoinnilla pyritään saamaan varmempi kuva tutkimuskohteesta (Saaranen-Kauppinen & Puusniekka, 2009).

Kvantitatiivinen analyysi tehdään SPSS-tilasto-ohjelmalla. Aineiston osapopulaatioiden vertailuun käytetään itsenäisten otosten T-testiä ja yksisuuntaista varianssianalyysiä, mikäli normaaliuden ehdot täyttyvät. Normaaliuden testaamiseen käytetään Kolmogorov-Smirnov- ja Shapiro-Wilk-testejä. Mikäli testien mukaan otosten normaaliudesta ei voi vakuuttua, käytetään vertailuun Kruskal-Wallis- tai Mann-Whitneyn U-testiä, riippuen osajoukkojen määrästä. Mikäli Kolmogorov-Smirnov- ja Shapiro-Wilk-testit antavat ristiriitaisia tuloksia, tutkaillaan aineistoa molemmilla testeillä ja vertaillaan tulosten eroavaisuuksia. Muiden kuin luokitteluasteikollisten muuttujien tapauksessa muuttujia vertaillaan Pearsonin korrelaatiokertoimen avulla. Kaikissa edellä mainituissa testeissä käytetään merkitsevyysrajana p-arvoa 5 %, ellei toisin mainita.

6 Aineiston analyysi

Tässä luvussa käydään ensin läpi yksinkertaisia tilastollisia tunnuslukuja liittyen matematiikkauskomuksiin, matematiikan opettamisen uskomuksiin, pystyvyysuskomuksiin ja näkemyksiin erilaisista opetustavoista koko aineistossa. Sen jälkeen näihin aiheisiin pureudutaan tarkemmin tutkimalla niiden välisiä yhteyksiä ja yhteyksiä erilaisten taustamuuttujien kanssa.

6.1 Yleisiä tilastollisia tunnuslukuja

Pystyvyysuskomusten tilastolliset tunnusluvut ovat aineistossa varsin korkeita (taulukko 1). Matemaattisten ja pedagogisten pystyvyysuskomusten keskiarvot ovat molemmilla yli 4 (4,1 ja 4,3, tässä järjestyksessä), samoin mediaanit (4,2 ja 4,4). Maksimiarvo on molemmilla täysi 5.

Taulukossa 2 esitellään matematiikkauskomusten ilmenemistä opetuksessa mittaavien väitteiden tilastolliset tunnusluvut. Vastaajat suhtautuivat kaikkien kolmen us-

Taulukko 1: Pystyvyysuskomukset koko aineistossa

	Matemaattinen pystyvyys	Pedagoginen pystyvyys
Keskiarvo	4,1	4,3
Keskihajonta	0,69	0,58
Mediaani	4,2	4,4
Minimiarvo	1,4	2,4
Maksimiarvo	5,0	5,0

komuksen kysymyksiin pääasiassa positiivisesti. Työvälineorientoituneiden traditionaalisten uskomusten keskiarvo oli 3,58 ja mediaani 3,6. Matematiikkaa järjestelmänä korostavalla formalismilla vastaavat luvut olivat 3,75 ja 3,79, kun taas matematiikan luovuutta ja henkilökohtaisuutta korostavilla konstruktivisilla uskomuksilla luvut olivat 3,53 ja 3,6.

Taulukko 2: Matematiikkauskomukset opetuksessa

	Traditionaalinen	Formalistinen	Konstruktivistinen
Keskiarvo	3,58	3,75	3,53
Keskihajonta	0,53	0,47	0,55
Mediaani	3,6	3,79	3,6
Minimiarvo	2,4	2,57	1,4
Maksimiarvo	4,8	4,57	4,6

Myös kaikkiin yleisiin matematiikkauskomusten ulottuvuuksiin suhtauduttiin kokonaisuutena positiivisesti (taulukko 3). Neljästä ulottuvuudesta keskimäärin korkeimmaksi nousevat matematiikan hyödyllisyyttä pohtivat sovellususkomukset, joille ei löydy lomakkeessa vastinetta opetususkomuksista.

Konstruktivistista ulottuvuutta vastaavaan prosessiulottuvuuteen suhtauduttiin positiivisimmin niistä yleisistä ulottuvuuksista, joiden ilmenemistä tutkitaan tässä tutkimuksessa myös opetuksessa. Vastausten keskiarvoksi konstruktivistista ulottuvuutta vastaava prosessiulottuvuus sai 4,38 ja mediaaniksi 4,42. Prosessiuskomusten minimiarvo oli vielä sovellusulottuvuuttakin korkeampi, 2,83.

Traditionaalista ulottuvuutta vastaava skeemaulottuvuus sai puolestaan kaikista matalimmat keskimääräiset tunnusluvut keskiarvolla 3,56 ja mediaanilla 3,6. On myös huomattavaa, että skeemaulottuvuuden maksimiarvo 4,8 on ainoa, joka on alle ehdottoman maksimiarvon 5,0. Formalismi puolestaan asettuu aika lailla skeema- ja prosessiulottuvuuksien väliin: formalististen väitteiden keskiarvo on 3,91 ja mediaani 4,0.

Taulukko 3: Yleiset matematiikkauskomukset

	Skeema	Formalismi	Prosessi	Sovellus
Keskiarvo	3,56	3,91	4,38	4,48
Keskihajonta	0,61	0,57	0,47	0,54
Mediaani	3,6	4,0	4,42	4,63
Minimiarvo	2,2	2,0	2,83	2,75
Maksimiarvo	4,8	5,0	5,0	5,0

Taulukko 4: Eri uskomusulottuvuuksia korostavat opetustavat (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) sen mukaan, kuinka suuri osuus vastaajista piti opetustapaa tehokkaimpana ja kuinka suuri osuus mieluisimpana

Opetustapa	Osuus tehokkaimmista	Osuus mieluisimmista
Traditionaalinen (A)	16,4 %	23,9 %
Formalistinen (B)	44,8 %	43,3 %
Konstruktivistinen (C)	38,8 %	32,8 %

6.2 Eri ulottuvuuksia korostavat opetustavat

Tässä alaluvussa esitellään, mitä kyselylomakkeessa kuvailtua opetustapaa vastaajat pitivät tehokkaimpana ja mietä mieluisimpana. Lisäksi eritellään, kuinka usein vastaajat valitsivat eri opetustavan mielestään tehokkaimmaksi ja itselleen mieluisimmaksi.

Traditionaalista opetusulottuvuutta korostavaa opetustapaa A pidettiin harvimmin tehokkaimpana, formalismiulottuvuutta korostanutta opetustapaa B useiten (taulukko 4). Opetustavan A osuus oli 16,4 % vastaajista, kun opetustavan B osuus oli 44,8 %. Konstruktivistista ulottuvuutta korostanut opetustapa C sai hieman matalamman kannatuksen kuin opetustapa B, 38,8 %.

Opetustapojen keskinäinen järjestys pysyi samana mieluisinta opetustapaa kysyttäessä (taulukko 4): 23,9 % vastaajista valitsi opetustavan A itselleen mieluisimmaksi opetustavaksi, mikä on edelleen matalin osuus. Opetustapa B ja opetustapa C saivat puolestaan 43,3 % ja 32,8 % osuudet, tässä järjestyksessä.

Yhteensä 17,9 % (12 67:stä) näihin kysymyksiin vastanneista valitsi mieluisimmaksi opetustavaksi jonkun muun kuin tehokkaimpana pitämänsä. Eniten eri opetustapaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneitä oli konstruktivistista opetustapaa C tehokkaimpana pitäneiden joukossa, yhteensä 6 (taulukko 5). Toisaalta isoin yksittäinen ryhmä oli formalistista tapaa B tehokkaimpana ja traditionaalista tapaa A mieluisimpana pitäneiden joukko, joita oli 4. Kukaan tapaa A tehokkaimpana pitäneistä ei valinnut mieluisimmaksi tapaa B, eikä tapaa B tehokkaimpana pitäneistä kukaan valinnut mieluisimmaksi tapaa C.

Taulukko 5: Erittely, moniko kutakin opetustapaa (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) tehokkaimpana pitäneistä valitsi mieluisimmaksi minkäkin opetustavan.

Tehokkain	**Mieluisin**			**Yhteensä**
	A	**B**	**C**	
A	9	-	2	11
B	4	26	-	30
C	3	3	20	26
Yhteensä	16	29	22	67

6.3 Uskomusten suhde toisiinsa

Tässä alaluvussa esitellään, miten uskomukset esiintyvät yhdessä. Ensin käydään läpi eri uskomusjoukkojen sisäiset vertailut, minkä jälkeen siirrytään joukkojen välisiin yhteyksiin. Tunnuslukuna käytetään Pearsonin korrelaatiokerrointa ja merkitsevyysrajana $p = 0,05$.

Ensimmäisenä mainitaan lyhyesti, että matemaattiset pystyvyysuskomukset korreloivat positiivisesti pedagogisten pystyvyysuskomusten kanssa. Pearsonin korrelaatiokerroin on heikohko 0,258, mutta merkitsevä arvolla $p < 0,05$.

Taulukko 6: Opetususkomusten keskinäiset Pearsonin korrelaatiokertoimet

	Traditionaalinen	**Formalismi**	**Konstruktivistinen**
Traditionaalinen	1	,294*	,308*
Formalismi	,294*	1	,427**
Konstruktivistinen	,308*	,427**	1

* merkitsevä arvolla $p < 0,05$
** merkitsevä arvolla $p < 0,01$

Opetususkomusten keskinäiset korrelaatiot ovat kaikki positiivisia ja tilastollisesti merkitseviä (taulukko 6). Huomattavaa on matematiikkaa järjestelmänä korostavien formalististen ja oivaltamista ja keksimistä korostavien konstruktivististen uskomusten erittäin merkitsevä ($p < 0,01$) ja varsin merkittävä keskinäinen korrelaatiokerroin 0,427.

Samoin kuin opetususkomuksissa, ei yleistenkään matematiikkauskomusten joukossa löydy tilastollisesti merkitsevää negatiivista korrelaatiota (taulukko 7). Sen sijaan ulottuvuuksista formalismin ja matematiikan välineellistä luonnetta korostavan skeemaulottovuuden välillä on vahva ja erittäin merkitsevä korrelaatio (0,469). Sama pätee keksimistä korostavan prosessiulottuvuuden ja matematiikan hyödyllisyyttä korostavan sovellusulottuvuuden välillä (0,422). Myös formalistiset uskomukset ja sovellususkomukset korreloivat merkitsevästi keskenään, mutta hivenen heikommalla ja vähemmän merkitsevällä tasolla 0,289.

Taulukko 7: Yleisten matematiikkaukosmusten keskinäiset Pearsonin korrelaatiokertoimet

	Skeema	**Formalismi**	**Prosessi**	**Sovellus**
Skeema	1	,469**	-,018	,066
Formalismi	,469**	1	,191	,289*
Prosessi	-,018	,191	1	,422**
Sovellus	,066	,289*	,422**	1

* merkitsevä arvolla $p < 0,05$
** merkitsevä arvolla $p < 0,01$

Taulukko 8: Yleisten matematiikkaukosmusten ja opetukseen liittyvien uskomusten väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet.

	Skeema	**Formalismi**	**Prosessi**	**Sovellus**
Traditionaalinen	,541**	,251*	-,149	,112
Formalistinen opetus	,466**	,485**	,093	,233
Konstruktivistinen	,275*	,052	,309*	,366**

* merkitsevä arvolla $p < 0,05$
** merkitsevä arvolla $p < 0,01$

Tutkittaessa yleisten matemattikkauskomusten ja opetususkomusten välisiä Pearsonin korrelaatioita (taulukko 8), esiin nousee tärkeä huomio: Kaikkien kolmen opetususkomuksen korrelaatiokerroin niitä vastaavaan yleiseen matematiikkauskomukseen on tilastollisesti merkitsevä. Lisäksi toisiaan vastaavien uskomusten korrelaatiokerroin on myös kaikkein vahvin kyseisistä korrelaatioista, jos vastapariton sovellusulottuvuus jätetään huomiotta. Matematiikan välinearvoa korostavien traditionaalisen ulottuvuuden ja skeemaulottuvuuden välinen korrelaatiokerroin on 0,541, matematiikkaa järjestelmänä korostavien formalististen uskomusten ja formalististen opetususkomusten välinen kerroin on 0,485 ja oivaltamista ja keksimistä korostavien kostruktivisten uskomusten ja prosessiulottuvuuden välinen kerroin 0,309. Yleisten uskomusten ja opetukseen liittyvien uskomusten välillä siis vaikuttaa olevan yhteys.

Yhteydet eivät kuitenkaan ole tässäkään yksioikoisia, kuten erityisesti formalististen opetususkomusten vahva ja merkitsevä positiivinen korrelaatio (0,466) skeemaulottuvuuden kanssa vihjaa. Tämä korrelaatio on lähes yhtä vahva kuin formalististen opetususkomusten ja yleisten formalististen uskomusten välinen korrelaatio (0,485). Samoin konstruktivistiset uskomukset ja skeemaulottuvuus, sekä traditionaaliset uskomukset ja yleiset formalistiset uskomukset korreloivat aineistossa merkitsevästi, joskin lievemmin.

Konstruktivistiset uskomukset ovat ainoa opetususkomusten ulottuvuus, joka korreloi merkitsevästi sovellusulottuvuuden kanssa. Konstruktivistisen ulottuvuuden korrelaatio sovellusulottuvuuden kanssa on jopa vahvempi kuin konstruktivististen uskomusten korrelaatio niitä yleisistä matematiikkauskomuksista vastaavan prosessiulottuvuuden kanssa koko aineistossa.

Taulukko 9: Matematiikka- ja opetususkomusten korrelaatiot pystyvyysuskomuksiin.

Opetususkomukset	**Matemaattinen pystyvyys**	**Pedagoginen pystyvyys**
Traditionaalinen	,090	,269*
Formalistinen opetus	,325**	,074
Konstruktivistinen	,257*	,319**
Matematiikkauskomukset		
Skeema	,048	,149
Formalismi	,014	,119
Prosessi	,124	,097
Sovellus	,283*	,432**

* merkitsevä arvolla $p < 0,05$
** merkitsevä arvolla $p < 0,01$

Siirrytään tarkastelemaan pystyvyysuskomusten ja matematiikka- ja opetususkomusten välisiä yhteyksiä (taulukko 9). Erityisesti kolme asiaa nousee esiin.

Ensimmäinen huomattava asia on, että traditionaaliset uskomukset korreloivat pedagogisten pystyvyysuskomusten kanssa (korrelaatiokerroin 0,269 ja merkitsevä) ja formalistiset uskomukset matemaattisten pystyvyysuskomusten kanssa (kerroin 0,325 ja merkitsevä). Päinvastoin puolestaan matemaattisten pystyvyysuskomusten ja traditionaalisten uskomusten välinen korrelaatiokerroin ei ole tilastollisesti merkitsevä, kuten ei ole myöskään pedagogisten pystyvyysuskomusten ja formalististen uskomusten välinen korrelaatio.

Toinen merkille pantava asia on se, että konstruktivistinen ulottuvuus korreloi tilastollisesti merkitsevästi molempien pystyvyysulottuvuuksien kanssa. Korrelaatio matemaattisten pystyvyysuskomusten kanssa on 0,257 ($p < 0,05$) ja pedagogisten pystyvyysuskomusten kanssa hivenen korkeampi 0,319 ($p < 0,01$).

Kolmas asia on, että sovellusulottuvuus on ainoa yleisten matematiikkauskomusten ulottuvuus, joka korreloi pystyvyysuskomusten kanssa tilastollisesti merkitsevästi. Kumpikin korrelaatiokerroin on varsin vahva, mutta erityisesti korrelaatiokerroin pedagogisten pystyvyysuskomusten kanssa on korkea 0,432.

6.4 Uskomukset eri osapopulaatioissa

Tässä alaluvussa tarkastellaan, eroavatko vastaajien uskomukset eri osapopulaatioissa. Jos vastaukset ovat tarkateltavissa osapopulaatioissa likimain normaalisti jakautuneet, käytetään itsenäisten otosten T-testiä tai yksisuuntaista varianssianalyysiä sen mukaan, onko osapopulaatioita kaksi vai enemmän. Normaalijakautuneisuuden testaamiseen käytetään Kolmogorov-Smirnov- ja Shapiro-Wilk-testejä. Jos otokset eivät ole testien mukaan normaalijakautuneita, tai normaalijakautuneisuudesta ei voida olla varmoja, käytetään Mann-Whitneyn U-testiä tai Kruskal-Wallisin testiä jälleen sen mukaan, montaako osapopulaatiota tarkastellaan.

6.4.1 Uskomukset eri opetustapaa tehokkaimpana pitäneiden joukossa

Ensimmäisenä tarkastellaan uskomuksia sen mukaan, mitä lomakkeessa kuvailtua opetustapaa vastaaja piti tehokkaimpana. Vastaajat luokitellaan kolmeen osajoukkoon sillä perusteella, valitsiko tämä tehokkaimmaksi traditionaaliseksi, formalistiseksi vai konstruktivistiseksi kuvaillun opetustavan. Sen jälkeen vertaillaan, suhtaudutaanko uskomuksiin eri tavalla eri osajoukoissa.

Taulukko 10: Kruskal-Wallis-testin parivertailun p-arvot traditionaalisten uskomusten osalta eri opetustapoja (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) tehokkaimpana pitäneiden välillä. $p < 0,05$ tarkoittaa, että eri opetustapaa tehokkaimpana pitäneet suhtautuvat eri tavalla traditionaalisten opetususkomusten väitteisiin.

	A	**B**	**C**
A	-	,386	,020
B	,386	-	,048
C	,020	,048	-

Opetususkomusten tapauksessa Kolmogorov-Smirnovin ja Shapiro-Wilkin normaaliustestit olivat osin erimielisiä traditionaalisten uskomusten normaaliudesta osapopulaatioissa. Siksi oletusta otosten normaaliudesta ei tehdä ja käytetään traditionaalisten uskomusten tapauksessa Kruskal-Wallis-testiä.

Taulukko 11: Opetususkomusten (traditionaalinen, formalistinen ja konstruktivistinen ulottuvuus) keskiarvot kunkin opetustavann (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) tehokkaimmaksi valinneilla.

Opetususkomusulottuvuus	**Opetustapa**		
	A	**B**	**C**
Traditionaalinen	3,78	3,66	3,36
Formalistinen	3,75	3,83	3,68
Konstruktivistinen	3,44	3,44	3,68

Kruskal-Wallis-testi suosittelee nollahypoteesin hylkäämistä ($p = 0,035$). Toisin sanoen on näyttöä siitä, että matematiikkaa työvälineenä lähestyvät traditionaaliset uskomukset esiintyvät eri tavalla eri opetustapaa tehokkaimpana pitäneiden joukossa. Tarkempi joukkojenvälinen parivertailu (taulukko 10) osoittaa, että konstruktivistinen opetustapa C poikkeaa kahdesta muusta opetustavasta. Tarkastellessa uskomusten keskiarvoja eri osajoukoissa (taulukko 11) nähdään, että traditionaaliset uskomukset esiintyvät nimenomaan heikompina opetustavan C tehokkaimmaksi valinneineiden joukossa.

Muissa opetususkomuksissa ei löytynyt eroja osajoukkojen välillä kummallakaan käytetyllä testillä. Traditionaaliset uskomukset ovat näin ainoa opetususkomusten ulottuvuus, joka eroaa eri opetustavan tehokkaimmaksi valinneiden välillä. Myöskään pystyvyysuskomukset eivät eronneet eri osajoukoissa.

Taulukko 12: Kruskal-Wallis-testin parivertailun p-arvot yleisten matematiikkauskomusten prosessiulottuvuuden osalta eri opetustapoja (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) tehokkaimpana pitäneiden välillä. $p < 0,05$ tarkoittaa, että eri opetustapaa tehokkaimpana pitäneet suhtautuvat eri tavalla prosessulottuvuuden väitteisiin.

	A	**B**	**C**
A	-	,619	,024
B	,619	-	,017
C	,024	,017	-

Siirrytään sitten tarkastelemaan yleisiä matematiikkauskomuksia suhteessa tehokkaimpina pidettyihin opetustapoihin. Matemaattisten ajatusten keksimistä korostava prosessiulottuvuus esiintyy keskimäärin erilaisena eri ryhmissä. Prosessiulottuvuus ei täytä yksisuuntaisen varianssianalyysin ehtoja, joten jälleen käytetään Kruskal-Wallis-testiä. Testin tulos on 0,021, joten testin mukaan joukoissa on tilastollisesti merkitseviä eroja. Parivertailuja tarkasteltaessa (taulukko 12) nähdään, että konstruktivistisen opetustavan C tehokkaimmaksi valinneet poikkeavat prosessiuskomuksiltaan kahdesta muusta ryhmästä. Opetustavan C tehokkaimmaksi valinneet suhtautuivat keskimäärin positiivisemmin prosessiulottuvuuden väittämiin kuin opetustavan A tai B valinneet (taulukko 13).

Konstruktivistisen opetustavan C tehokkaimmaksi valinneet vaikuttavat siis poikkeavan uskomuksiltaan traditionaalisten uskomusten ja prosessiuskomusten osalta muista. Muiden matematiikkauskomusten osalta ei aineistossa ei ole merkitseviä eroja ryhmien välillä.

6.4.2 Uskomukset eri opetustapaa mieluisimpana pitäneiden joukossa

Tässä alaluvussa tarkastellaan, eroavatko uskomukset eri opetustavan mieluisimmaksi valinneiden välillä. Samaan tapaan kuin edellisessä alaluvussa, vastaajat jaetaan osajoukkoihin ja vertaillaan, näyttäytyvätkö uskomukset eri tavalla eri osajoukoissa. Tällä kertaa vastaajat jaetaan sillä perusteella, valitsivatko he traditionaali-

Taulukko 13: Yleisten matematiikkauskomusten (skeema-, formalistinen, prosessi- ja sovellusulottuvuus) keskiarvot kunkin opetustavan (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) tehokkaimmaksi valinneilla.

Yleinen uskomusulottuvuus	**Opetustapa**		
	A	**B**	**C**
Skeema	3,73	3,69	3,32
Formalismi	4,0	3,99	3,80
Prosessi	4,11	4,33	4,57
Sovellus	4,39	4,54	4,44

seksi, formalistiseksi vai konstruktivistiseksi kuvaillun opetustavan itselleen kaikista mieluisimmaksi.

Eri opetustapaa mieluisimpana pitäneiden välillä on eroja matematiikkaa työvälineenä korostavien traditionaalisten uskomusten osalta. Uskomukset eivät läpäisseet normaaliustestejä tässäkään jaottelussa, joten käytetään Kruskal-Wallis-testiä. Testillä saatiinkin tilastollisesti merkitsevä ero ($p = 0,032$) ryhmien välille traditionaalisen ulottuvuuden osalta. Tarkemmin merkitsevä ero oli traditionaalista opetustapaa A ja konstruktivista tapaa C mieluisimpana pitäneiden välillä (taulukko 14). Tavan A valinneiden joukossa traditionaalinen ulottuvuus sai keskiarvokseen 3,81, kun tavan C valinneilla keskiarvo oli vain 3,38 (taulukko 15).

Taulukko 14: Kruskal-Wallis-testin parivertailun p-arvot traditionaalisten uskomusten osalta eri opetustapoja (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) itselleen mieluisimpana pitäneiden välillä. $p < 0,05$ tarkoittaa, että eri opetustapaa tehokkaimpana pitäneet suhtautuvat eri tavalla traditionaalisten opetususkomusten väitteisiin.

	A	**B**	**C**
A	-	,71	,009
B	,71	-	,293
C	,009	,293	-

Mieluisimman opetustavan mukaan luokiteltuna muissa ulottuvuuksissa ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja ryhmien välillä pystyvyys-, opetus-, eikä matematiikkauskomusten osalta.

6.4.3 Eri opetustavan tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi valinneet

Tässä alaluvussa vastaajat jaetaan kahteen osajoukkoon sen mukaan, valitsivatko he mieluisimmaksi opetustavaksi saman vai jonkin toisen kuin sen, jota pitivät tehok-

Taulukko 15: Opetususkomusten (traditionaalinen, formalistinen ja konstruktivistinen ulottuvuus) keskiarvot kunkin opetustavan (traditionaalinen (A), formalistinen (B) ja konstruktivistinen (C)) itselleen mieluisimmaksi valinneilla.

Opetususkomusulottuvuus	**Opetustapa**		
	A	**B**	**C**
Traditionaalinen	3,81	3,57	3,38
Formalistinen	3,85	3,83	3,61
Konstruktivistinen	3,38	3,43	3,77

kaimpana. Vertaillaan, ilmenevätkö uskomukset eri tavalla näissä kahdessa osajoukossa. Otosten erojen vertailuun käytetään itsenäisten otosten T-testiä ja Mann-Whitneyn U-testiä.

Tarkastellaan ensin pedagogisia pystyvyysuskomuksia. Epävarmaksi osoittautuvan kvantitatiivisen vertailun tueksi otetaan kvalitatiivista aineistoa, jossa vastaajien piti kertoa, miksi valitsivat eri opetustavan mieluisimmaksi kuin tehokkaimmaksi. Näin menetelmätriangulaatio antaa lisävarmuutta tuloksiin.

Pedagogisten pystyvyysuskomusten kohdalla Shapiro-Wilk- ja Kolmogorov-Smirnov-testien mukaan otos on normaalijakautunut eri opetustavan tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi valinneiden joukossa, mutta ei saman opetustavan valinneiden joukossa. Kuitenkin tässä tapauksessa myös T-testin tulos raportoidaan, vaikka normaaliudesta ei ole takuita: osittaisesta normaaliudesta johtuen epävarma itsenäisten otosten T-testi ehdottaa tilastollisesti merkitsevää eroa ryhmien välillä ($p = 0,046$). Sen sijaan Mann-Whitneyn U-testi, joka ei vaadi otosten jakautumista normaalisti, ei aivan saavuta tilastollista merkitsevyyttä, mutta on varsin lähellä merkitsevyysrajaa 0,05 ($p = 0,056$). Yksin näiden testien pohjalta ei siis voi vetää vahvoja tulkintoja ryhmien erilaisuudesta: esivaatimuksia edellyttävä testi ehdottaa erilaisuutta, ilman esivaatimuksia toimiva testi taas merkitsevyyden rajalla.

Kvalitatiivinen aineisto antaa kuitenkin lisää viitteitä siitä, että ryhmien välillä on eroja pystyvyysuskomusten osalta. Kyselyssä pyydettiin perusteluja, miksi vastaaja kokee jonkin muun kuin tehokkaimpana pitämänsä opetustavan mieluisimmaksi. Eri opetustavan tehokkaimmaksi ja mieleisimmäksi valinneista (N = 12) kolme sanoo suoraan, että eivät usko taitonsa tai opetuskokemuksensa riittävän – ainakaan vielä – tehokkaimpana pitämäänsä opetustapaan. Lisäksi yksi mainitsi, että vaihtaisi, jos keksisi sopivan luontevat välineet toiseen opetustapaan, mikä on myös tulkittavissa omien tietojen ja taitojen kyseenalaistamiseksi. Vielä yksi sanoi, että ei usko ”nykyisen matematiikan opetuksen olevan tarpeeksi kypsä” tehokkaimpana pitämälleen opetustavalle, mikä ei ainakaan kerro siitä, että vastaaja uskoisi omien toimiensa vaikuttavan laajemmin opetukseen.

Siis vähintään kolmasosa muuta kuin tehokkaimpana pitämäänsä opetustapaa suosivista toi avoimessa kysymyksessä esille omien kykyjensa rajallisuuden. Toisaalta kvantitatiivisissakin testeissä oli lieviä viitteitä mahdollisista eroista ryhmien välillä.

Jos viitteet otetaan todesta, eri opetustapaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneillä on heikommat matemaattiset pystyvyysuskomukset kuin samaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneillä (taulukko 16), mitä esitellyt kvalitatiiviset vastaukset tukevat. Nämä yhdistämällä uskaltaudun menetelmätriangulaation pohjalta sanomaan, että heikompien pedagogisten pystyvyysuskomusten ja jonkin muun kuin tehokkaimpana pidetyn opetustavan mieluisuuden yhteydestä on aineistossa vahvoja viitteitä.

Taulukko 16: Matemaattisten ja pedagogisten pystyvyysuskomusten keskiarvot jaoteltuna sen mukaan, valitsiko vastaaja tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi saman opetustavan vai ei.

	Sama tehokkain ja mieleisin opetustapa	
	Kyllä	**Ei**
Matemaattinen pystyvyys	4,12	3,98
Pedagoginen pystyvyys	4,37	4,0

6.4.4 Uskomukset opintojen suhteen

Tässä alaluvussa tarkastellaan, miten uskomukset poikkeavat pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien välillä, sekä miten uskomukset poikkeavat, kun vastaajat jaetaan jonkin suoritetun opintopistemäärän mukaan kahteen ryhmään. Kussakin vertailussa vastaajat jaetaan kahteen ryhmään, joten Kruskal-Wallis-testin sijaan käytetään Mann-Whitneyn U-testiä, kun vastaukset eivät ole jakautuneet normaalisti. Vastaavasti normaalijakautuneiden vastausten kohdalla käytetään itsenäisten otosten T-testiä.

Tarkastellaan ensin vastauksia, kun vastaajat jaetaan sen mukaan, ovatko he suorittaneet aineenopettajakoulutukseen kuuluvia pedagogisia opintoja. Osa vastaajista oli juuri aloittanut pedagogiset opintonsa syksyllä 2018, mutta olivat vasta alkuvaiheessa suorituksiaan, joten heidät lasketaan joukkoon, joka ei ole suorittanut pedagogisia opintoja.

Taulukko 17: Matemaattisten ja pedagogisten pystyvyysuskomusten keskiarvot pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien vastaajien joukossa.

	Vastaajalla suoritettuja pedagogisia opintoja	
	Kyllä	**Ei**
Matemaattinen pystyvyys	3,93	4,23
Pedagoginen pystyvyys	4,21	4,37

Näin jaoteltuna matemaattiset pystyvyysuskomukset eivät läpäisseet normaaliustestejä, joten otosten vertailuun käytetään Mann-Whitneyn U-testiä. Testi antaa arvon $p = 0,03$, eli suosittelee nollahypoteesin hylkäämistä. Toisin sanoen testin perusteella pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien opiskelijoiden matemaattiset pystyvyysuskomukset poikkeavat toisistaan. Taulukosta 17 nähdään, että pedagogisia opintoja suorittaneiden opiskelijoiden matemaattiset pystyvyysuskomukset ovat keskimäärin heikommat kuin niillä, jotka eivät ole vielä pedagogisia opintoja suorittaneet. Pedagogisissa pystyvyysuskomuksissa ei ollut eroja ryhmien välillä.

Siirrytään tarkastelemaan opetususkomuksia. Kun tarkastellaan matematiikan järjestelmällistä luonnetta korostavaa formalistista opetusulottuvuutta pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien joukossa, ovat normaaliustestit erimielisiä. Siispä otoksia vertaillaan sekä itsenäisten otosten T-testillä että Mann-Whitney U-testillä. U-testi ei aivan suosittele nollahypoteesin hylkäämistä ($p = 0,052$), mutta T-testin mukaan otosten välillä on eroa ($p = 0,029$). Testien lievästä erimielisyydestä johtuen näyttäisi siltä, että on viitteitä siitä, että formalistiset opetususkomukset eroavat sen mukaan, onko opiskelija suorittanut aineenopettajakoulutukseen kuuluvia pedagogisia opintoja vai ei. Jos viitteet otetaan todesta, niin voidaan todeta, että pedagogisia opintoja suorittaneilla on vähemmän positiivinen suhtautuminen formalistisiin opetususkomuksiin kuin niillä, jotka eivät ole suorittaneet pedagogisia opintoja (taulukko 18).

Taulukko 18: Opetususkomusten (traditionaalinen, formalistinen ja konstruktivistinen ulottuvuus) keskiarvot pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien vastaajien joukossa.

Opetususkomusulottuvuus	**Vastaajalla suoritettuja pedagogisia opintoja**	
	Kyllä	**Ei**
Traditionaalinen	3,54	3,61
Formalistinen	3,61	3,86
Konstruktivistinen	3,40	3,64

Muissa ulottuvuuksissa ei ollut tilastollisesti merkitseviä eroja niiden välillä, jotka olivat tai eivät olleet suorittaneet pedagogisia opintoja. Myöskään yleiset matematiikkauskomukset eivät eronneet ryhmien välillä.

Opintopistemäärä ja siten opintojen yleinen eteneminen puolestaan ei näytä vaikuttavan uskomuksiin. Vastaajat jaettiin kahteen ryhmään vastaajien opintopistemäärän mediaanin (152 opintopistettä) ja kandidaatintutkintoon oikeuttavan opintopistemäärän (180 opintopistettä) mukaan, eikä kumpikaan jako tuottanut tilastollisesti merkitsevää eroa yhdenkään uskomuksen kohdalla sen enempää itsenäisten otosten T-testillä kuin Mann-Whitneyn U-testilläkään. Vastaavasti myöskään keskimääräinen opintopistemäärä vuodessa ei korreloi merkitsevästi uskomusten kanssa.

7 Luotettavuus ja eettisyys

Tutkimuksen luotettavuudessa on havaittavissa ongelmia. Ensimmäinen on, ettei perusjoukon suuruudesta ole tarkkaa tietoa. Lisäksi ei ole varmaa tietoa siitä, kuinka intensiivisesti toisen yliopiston edustajat levittivät vastauspyyntöä opiskelijoille. On myös merkille pantavaa, että esimerkiksi itse en saanut sähköpostilistalle lähettämääni viestiä, joten ei ole tietoa siitä, kuinka laajasti vastauspyyntö lopulta oikeasti tavoitti opiskelijoita. Melko nuorten opiskelijoiden suurehko edustus saattaisi olla merkki siitä siitä, että vanhemmista opiskelijoista monet eivät kyseiselle listalle kuulu.

Kyselylomakkeessa pystyvyysuskomuksia mittaavat osat oli otsikoitu ”Pystyvyyden tunne.” Tämä on saattanut luoda ennakkoasennetta ennen vastaamista. Lisäksi lomakkeen opetustapoja mallintavat kuvaukset ovat jokseenkin polveilevia, jolloin vastaaja saattaa poimia ja kiinnittää huomiota sellaisiin yksityiskohtiin, jotka eivät välttämättä määritä sitä eroa, jota oli tarkoitus havainnollistaa opetustapojen välillä. Tästä esimerkkinä formalistisen opetustavan B tehokkaimmaksi valinnut vastaaja antoi yhdeksi perusteluksi ”luodaan mielenkiintoinen tarve käytetylle teorialle”, mikä ulottuvuuksien välisenä erona ei varsinaisesti kumpua taustateorista ainakaan formalistisesta lähestymistavasta puhuttaessa.

Vastaukset on käsitelty ja säilytetty luottamuksellisesti. Kyselyyn vastanneita ei kyetä jäljittämään tai muuten personoimaan vastaustensa perusteella. Kyselyyn vastanneille on kerrottu, että heidän vastauksiaan käytetään tutkimustarkoituksessa.

8 Pohdintaa

Tässä kappaleessa pohditaan yllä esitettyjä tuloksia, niiden yhteyksiä ja mahdollisia syitä. Lisäksi tuloksia peilataan aiempiin tutkimuksiin.

8.1 Uskomuksista ja opetustavoista

Ensimmäiseksi käydään läpi uskomusten ja opetustapojen ilmenemiset koko aineistossa. Aloitetaan pystyvyysuskomuksien yleisten tunnuslukujen pohdinnasta, sitten siirrytään opetus- ja matematiikkauskomuksiin ja viimeiseksi lomakkeessa kuvailtuihin opetustapoihin.

Aineenopettajaopiskelijoilla on tulosten perusteella pääsääntöisesti positiivinen tunne omista matemaattisista ja pedagogisista kyvyistään. Tämän voisi tulkita olevan merkki aiemmissa tutkimuksissa (Hacket, 1983; Hackett & Betz, 1989) havaitusta pystyvyysuskomusten ja uravalintojen yhteydestä: matematiikan aineenopettajiksi on päätynyt opiskelemaan omiin matemaattisiin ja pedagogisiin kykyihinsä luottavia ihmisiä. Ilman kontrolliryhmää tätä ei kuitenkaan voi vahvistaa.

Toisaalta pystyvyysuskomusten korkeat tunnusluvut ovat myös huojentavia. Aiemmissa tutkimuksissa kun on löydetty positiivisia yhteyksiä pystyvyysuskomusten ja useiden opettajantyötä helpottavien tekijöiden välillä. Näihin kuuluvat esimerkiksi kognitiivisista ja matemaattisista tehtävistä suoriutuminen (Bouffard-Bouchard, 1990; Pajares & Miller, 1994), opintojen suorittamisen varmuus (Lent ym., 1984 & 1986) sekä opettajan luokkahuonetyöskentely (Gibson & Dembo, 1984) ja jaksaminen (Skaalvik & Skaalvik, 2007). Näiltä osin aineenopettajaopiskelijoiden tulevaisuus vaikuttaa valoisalta.

Puhuttaessa matematiikkauskomuksista opetuksessa kokonaisuutena, yksi suorasukainen tulkinta tunnusluvuista on, että vastaajien mielestä lukiossa on tärkeintä oppia tunnistamaan matematiikan yleinen logiikka, "pelisäännöt" ja perinteet, ja vasta toissijaisesti oppia laskusääntöjä ja matemaattisten ajatusten synnyttämistä. Järjestelmällisyyttä ja loogisuutta korostavien formalististen opetususkomusten väitteisiin vastattiin likert-asteikolla keskimäärin positiivisimmin. Välineitä korostavat traditionaaliset ja keksimistä ja luovaa ajattelua korostavat konstruktivistiset uskomukset puolestaan vastasivat tunnusluvuiltaan aika lailla toisiaan. Kaikkiin kolmeen opetususkomusten ulottuvuuteen suhtauduttiinn kuitenkin keskimäärin positiivisesti, mikä vastaa osaltaan aiempia tuloksia työikäisten opettajien suhtautumisesta samaisiin ulottuvuuksiin (Lepmann & Pehkonen, 1994; Hannula ym., 2012; Oksanen & Hannula, 2013).

Aineisto eroaa tältä osin työikäisistä opettajista. Suomalaisilla työikäisillä opettajilla on aiempien tutkimuksien mukaan ollut positiivisin suhtautuminen matematiikan opetuksen konstruktivistisiin, eikä formalistisiin aspekteihin (Lepmann & Pehkonen, 1994; Hannula ym., 2012; Oksanen & Hannula, 2013). Tutkimusten mukaan konstruktivistististen uskomusten asema positiivisimpana on jopa vahvistunut. Erossa saattaa olla kyse laajemmasta muutoksesta uskomuksissa tai vielä kehittymässä olevista uskomuksista. Samat aiemmat tutkimukset kun puhuvat myös muutoksesta uskomuksissa populaatiotasolla. Ottaen huomioon tämän aiempien tutkimusten trendin vahvistuvista konstruktivistisista uskomuksista, olisi mielenkiintoista tietää, onko aineistossa esiintyvä poikkeama kyseistä käynnissä olevaa muutosta populaatiotasolla, vai ovatko vastaajien uskomukset vielä kehittymässä lähemmäs aiempien tutkimusten tuloksia. Tulos siitä, että formalistiset näkemykset poikkeavat pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien joukossa vihjaa jälkimmäistä, mutta pedagogisia opintoja suorittaneidenkin joukossa formalistiset uskomukset heikkenevät kahden muun ulottuvuuden tasolle. Konstruktivistiset uskomuksetkaan eivät nouse pedagogisia opintoja suorittaneilla kahdesta muusta erilleen. Lisäksi on syytä muistaa, että kyseinen muutos formalistisissa näkemyksissä saattaa liittyä pedagogisten opintojen suorittamiseen vain välillisesti matemaattisten pystyvyysuskomusten kautta, mutta tätä pohditaan tarkemmin myöhemmin.

Pohdittaessa yleisten matematiikkauskomusten ilmenemistä aineistossa, on trendi pääasiassa aiemman tutkimuksen mukaista, kun tarkastellaan aineenopettajaopiskelijoita (Felbrich ym., 2008). Felbrichin ja muiden tutkimuksessa saksalaiset aineenopettajaopiskelijat suhtautuivat kaikkiin neljään uskomusulottuvuuteen keskimäärin positiivisesti ja prosessi-, formalismi- ja skeemaulottuvuuden keskinäinen järjestys on tämän tutkimuksen tuloksia vastaava. Anomalian tuo sovellusulottuvuus, joka on tämän aineiston vastauksissa niukasti korkein sekä keskiarvoltaan että mediaaniltaan, mutta jää Felbrichin ja muiden tuloksissa yhtä niukasti prosessiulottuvuuden taakse. Kyseessä voi olla tilastovirhe, mutta voi selittyä myös maakohtaisilla eroilla: Hannula ym. (2012) havaitsivat suomalais-baltialaisessa tutkimuksessaan, että opettajien uskomukset vaihtelivat jonkin verran sekä maiden että maidensisäisten kieliryhmien välillä.

Tarkastellaan yleisten matematiikkauskomusten ja opetususkomusten eroja toisiaan vastaavien uskomusulottuvuuksien osalta. Yleisissä matematiikkauskomuksissa konstruktivismia vastaavaan prosessiulottuvuuteen suhtauduttiin kaikista positiivisimmin. Opetususkomuksissa vahvinta formalismia vastaavat uskomukset jäävät keskimääräisiltä tunnusluvuiltaan toiseksi korkeimmaksi. Traditionaalisia uskomuksia vastaava skeemaulottuvuus sen sijaan esiintyy suhteellisesti heikompana kuin traditionaaliset uskomukset, kun verrataan kahteen muuhun ulottuvuuteen. Matematiikka nähdään siis yleisesti enemmän muovautuvana ja luovana kokonaisuutena kuin joukkona laskutoimituksia ja ratkaisumalleja.

Nämä erot voisivat kertoa siitä, että vastaajien mielestä matematiikalla itsellään on jokin oma luonne, mutta sen opettaminen tai sen mukainen matematiikanopetus ei vastaa sitä, mitä ennen yliopisto-opintoja vastaajien mielestä kuuluisi opettaa. Yleinen tai ”oikea” matematiikka siis vaikuttaisi olevan vastaajille eri asia kuin se matematiikka, jota opetetaan tai pitäisi opettaa lukiossa. Intuitiivisia syitä tämän taustalla voisi olla se, että lukiomatematiikalla nähdään olevan muita tai muitakin tehtäviä ja tavoitteita kuin yleinen matematiikan osaaminen. Välinearvo muissa oppiaineissa tai arkielämätaidot voisivat olla tällaisia muita tehtäviä. Vaihtoehtoisesti lukion oppimäärä ja yliopistomatematiikka saattaisivat vastaajien mielessä muodostaa jatkumon, jossa formalistiset käytännöt on opittava ennen kuin päästään muiden matematiikkataitojen pariin.

Formalististen uskomusten vahvuus opetuksen kontekstissa saa tiettyä tukea kuvailluista opetustavoista: kuvailtuja opetustapoja valitessa formalistisia uskomuksia korostava opetustapa valittiin useimmin tehokkaaksi, traditionaalisen opetustavan jäädessä harvoiten valituksi. Tämä tulos poikkeaa jonkin verran Hähkiöniemen ja muiden (2014) tuloksista aineenopettajaopiskelijoista. Heidän tuloksissaan konstruktivistista ulottuvuutta korostavaa opetustapaa piti tehokkaimpana peräti 50 % vastaajista, formalismin ja traditionaalisen ulottuvuuden jäädessä 30 % ja 20 % osuuksiin.

Mieluisinta opetustapaa kysyttäessä traditionaalinen opetustapa kuitenkin nosti suosiotaan lähemmäs kahta muuta. Traditionaalinen opetus nähdään siis useammin mieluisimpana kuin tehokkaimpana, kahdessa muussa päinvastoin. Tämä trendi kokonaisuudessaan vaikuttaa samankaltaiselta kuin Hähkiöniemen ja muiden aineistossa, mutta totuus ei ole niin yksiselitteinen kuin pelkät luvut antavat ymmärtää: vaikka määrällisesti vain traditionaalista opetustapaa valittiin useammin mieluisimmaksi kuin tehokkaimmaksi, niin kaikkia kolmea opetustapaa tehokkaimpana pitäneistä osa valitsi eri opetustavan mieluisimmaksi.

8.2 Uskomusten väliset yhteydet

Tässä alaluvussa otetaan tarkasteltavasti tulokset uskomusten välisistä korrelaatioista.

Yleiset matematiikkauskomukset korreloivat vahvasti vastaavien opetususkomusten kanssa. Tämä ei ole kovinkaan yllättävää, kun otetaan huomioon määritelmien samankaltaisuus (Liljedahl ym., 2007; Törner & Pehkonen, 1999). Tuloksen voikin nähdä vahvistavan aiempaa käsitystä. Osaltaan se myös perustelee matematiikka- ja opetususkomusten välillä tehdyn rinnastuksen mielekkyyttä.

Yhteydet tuskin ovat kuitenkaan aivan yksioikoisia. Tätä vihjaa formalististen opetususkomusten vahva ja merkitsevä korrelaatio yleisten matematiikkauskomusten skeemaulottuvuuden kanssa. Tämä korrelaatio onkin lähes yhtä vahva kuin formalististen opetususkomusten ja yleisten formalististen uskomusten välinen korrelaatio. Eikä tämä ole ainoa risteävä korrelaatio: yleisten formalististen uskomusten ja traditionaalisten uskomusten välillä on hieman lievempi, mutta tilastollisesti merkitsevä korrelaatio, samoin kuin konstruktivistiset uskomukset korreloivat skeemauskomusten ja sovellususkomusten kanssa.

On myös mielenkiintoista, että matematiikkauskomukset opetuksessa korreloivat tilastollisesti merkitsevästi ja positiivisesti keskenään. Koko aineistossa siis eri optususkomusulottuvuudet esiintyvät ennemmin yhdessä kuin toisensa poissulkien. Tämä voisi kertoa siitä, että matematiikan opettaminen nähdään jokseenkin kokonaisvaltaisena rakennelmana, johon eri ulottuvuudet on syytä sisällyttää: on syytä osata päätellä, ymmärtää ja ratkaista. Korrelaatiokertoimet ovat kuitenkin formalismin ja konstruktivismin välistä kerrointa lukuunottamatta jokseenkin matalia. Tulos on samassa linjassa kuin aiemmat tutkimukset, joissa ei myöskään löydetty ulottuvuuksien välillä ehdotonta poissulkevuutta (Pehkonen & Lepmann, 1994; Hannula ym., 2012; Oksanen & Hannula, 2013).

Yleisten matematiikkauskomusten keskinäisiä yhteyksiä tarkasteltaessa skeema- ja formalismiulottuvuus korreloivat vahvasti keskenään ja prosessi- ja sovellusulottuvuus korreloivat keskenään. Tämä antaa viitteitä Grigutschin ja muiden (1998a) löydöksestä, että matematiikanopettajilla skeema- ja formalismiulottuvuus muodostavat yhdessä uuden, staattisen ulottuvuuden, joka korreloi negatiivisesti prosessi- ja sovellusulottuvuudesta yhdistetyn dynaamisen ulottuvuuden kanssa. Oletettujen staattisen ja dynaamisen ulottuvuuden välillä ei kuitenkaan tässä aineistossa ole negatiivista korrelaatiota. Siispä opettajilta löytyneiden staattisen ja dynaamisen ulottuvuuden olemassaoloa ei voida vahvistaa tämän aineiston pohjalta. Siten tämän kyselyn tulokset ovat linjassa Blömeken ja muiden (2009) tuloksen kanssa siitä, että aineenopettajaopiskelijoilla uskomuksia ei voi jakaa selkeästi toisensa poissulkevaan staattiseen ja dynaamiseen ulottuvuuteen.

Mielenkiintoinen on myös matemaattisten ja pedagogisten pystyvyysuskomusten välinen positiivinen ja merkitsevä korrelaatio. Positiivisen korrelaation syytä on vaikea arvata, mutta yksi selitys voisi olla jonkinlainen yleinen usko omiin kykyihin. Toinen selitys saattaisi olla opiskelijan ajatus siitä, että matemaattiset kyvyt vaikuttavat valmiuksiin oppia hyväksi matematiikan opettajaksi, jolloin uskomukset eivät olisi täysin erilliset.

Vielä mielenkiintoisempia ovat pystyvyysuskomusten yhteydet muihin uskomuksiin: Matemaattiset pystyvyysuskomukset korreloivat merkitsevästi formalististen opetususkomusten kanssa, kun taas pedagogiset pystyvyysuskomukset korreloivat merkitsevästi traditionaalisten uskomusten kanssa. Toisaalta päinvastoin matemaattiset pystyvyysuskomukset eivät korreloi traditionaalisten uskomusten kanssa, eivätkä pedagogiset pystyvyysuskomukset formalististen opetususkomusten kanssa.

Helppona arvauksena matemaattisten pystyvyysuskomusten ja formalististen opetususkomusten välinen korrelaatio saattaisi kertoa siitä, että vahva usko omiin matemaattisiin kykyihin ajaa tahtoa opettaa formalististen uskomusten mukaisia, matemaattisesti varsin haastavina pidettyjä sisältöjä kuten todistamista, kun taas heikko usko omiin kykyihin työntää tällaisesta ajattelusta poispäin. Rehellisyyden nimissä on kuitenkin sanottava, että aineisto ei oikeastaan anna syitä näille korrelaatioille.

Pedagogisten pystyvyysuskomusten ja traditionaalisten uskomusten väliselle yhteydelle on vaikeampi keksiä suorasukaista arvausta. Taustalla saattaisi vaikuttaa jokin kolmas tekijä. Yksi arvaus kolmannesta tekijästä on, että esimerkiksi usko harjoitteluun yleisesti voisi olla yhteydessä sekä pedagogisten pystyvyysuskomusten että ratkaisumenetelmien harjoittelua painottavien traditionaalisten uskomusten kanssa.

8.3 Uskomukset eri osapopulaatioissa

8.3.1 Uskomusten taustatekijöitä

Tässä alaluvussa tarkastellaan uskomuksia, kun vastaajat luokiteltiin eri taustatekijöiden mukaan. Erot uskomuksissa eri taustatekijöiden mukaan luokitellessa paljastavat mahdollisia tekijöitä, jotka muokkaavat aineenopettajaopiskelijoiden uskomuksia.

Pedagogisia opintoja suorittaneilla oli aineistossa heikommat matemaattiset pystyvyysuskomukset kuin niillä, jotka eivät olleet pedagogisia opintoja suorittaneet. Tuloksena tämä on yllättävä, eikä vähiten siksi, että pedagogiset pystyvyysuskomukset eivät puolestaan eronneet pedagogisia opintoja suorittaneiden ja suorittamattomien välillä. Myös formalistiset uskomukset opetuksen kontekstissa esiintyivät heikompina pedagogisia opintoja suorittaneilla. Tämä ei ole välttämättä niin yllättävää ottaen huomioon, että matemaattisten pystyvyysuskomusten ja formalististen opetususkomusten välillä havaittiin aiemmin positiivinen korrelaatio, mutta on merkille pantavaa, että korrelaatio löytyi myös vastaajia jaotellessa.

Pystyvyysuskomukset eivät kuitenkaan eronneet, kun opiskelijoita luokiteltiin opintojen etenemisen suhteen. Jako opintopisteiden mediaanin tai kandidaatin tutkintoon oikeuttavan opintopistemäärän (180op) mukaan ei tuottanut tilastollisesti merkitsevää eroa matemaattisten pystyvyysuskomusten tai minkään muunkaan uskomuksien suhteen. Myöskään keskimääräinen opintopistemäärä vuodessa ei korreloinut minkään uskomusulottuvuuden kanssa. Opintojen eteneminen itsessään siis ei selitä edellisen kappaleen eroa pystyvyysuskomuksissa. Siispä selitys jonkinlaisesta uuden opiskelijan itseluottamuksesta, joka karisisi opintojen edetessä ja pedagogisiin opintoihin päästessä, ei saa tukea aineistosta.

Ilmeistä muuta selitystä erolle matemaattisissa pystyvyysuskomuksissa ei siis aineistosta löydy. Kyseessä saattaa toki olla vain sattuma tilastossa. Vaihtoehtoisena – ehkä hivenen huolestuttavana – selityksenä pedagogiset opinnot tosiaan heikentävät opiskelijoiden matemaattisia pystyvyysuskomuksia. Kokonaisuutena tämä hieman poikkeaa Felbrichin ym. (2008) tuloksista. He havaitsivat prosessiuskomusten muuttuvan opintojen loppua kohden. Tämän tutkimuksen aineistossa uskomukset erosivat tietyn opintojen osan (pedagogiset opinnot) myötä, mutta eroava uskomusulottuvuus ei ollut yleisten matematiikkauskomusten prosessiulottuvuus, kuten Felbrichilla ja muilla.

Tämä herättää myös kysymyksiä Felbrichin ja muiden tuloksista. Heidän tulkintansa tuloksista oli, että uskomukset muovautuivat nimenomaan aineenopettajakouluttajien uskomusten suuntaan. Aineiston perusteella ei voi sanoa, etteivätkö muuttuneet formalistiset opetususkomukset tai matemaattiset pystyvyysuskomukset voisi olla muutosta kohti aineenopettajakouluttajien uskomuksia. Kuitenkin tässä tutkimuksessa pedagogisissa opinnoissa muuttuneet pystyvyys- ja formalistiset opetususkomukset korreloivat keskenään myös koko aineistossa, joten niillä tuntuisi olevan jokin yhteys. Mikäli mahdollinen mekanismi aineistossa havaitun eron taustalla on, että matemaattiset pystyvyysuskomukset heikkenevät pedagogisissa opinnoissa ja formalistiset uskomukset niiden mukana, niin Felbrichin ja muiden havainnoissakin saattaa olla taustalla jokin tekijä, joka ei näy heidän instrumenteillaan.

Kokonaisuutena oli vaikea löytää taustatekijöitä, joiden suhteen uskomukset vaihtelisivat. Aineisto tuntuu siis edelleen vahvistavan käsitystä, että uskomuksia on vaikea muuttaa (Abelson, 1986; Broussou ym., 1988; Kane ym., 2002).

8.3.2 Uskomukset ja opetustavat

Tässä alaluvussa vastaajien uskomuksia tarkastellaan sen mukaan, mitä mieltä he olivat lomakkeessa kuvailluista opetustavoista. Vastaajat jaettiin ryhmiin sen mukaan, mitä kuvailtua opetustapaa (traditionaalinen, formalistinen, konstruktivistinen) vastaaja piti tehokkaimpana ja mieluisimpana, sekä valitsiko vastaaja saman opetustavan tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi vai ei. Tämän jälkeen selvitettiin, miten ryhmät erosivat uskomuksiltaan toisistaan.

Konstruktivistista opetustapaa tehokkaimpana pitäneet erosivat muita opetustapoja tehokkaimpana pitäneistä. Eroja löytyi yleisistä uskomuksista prosessiuskomusten osalta ja traditionaalisten opetususkomusten osalta. Konstruktivistista opetustapaa tehokkaimpana pitäneet suhtautuivat keskimäärin muita negatiivisemmin traditionaalisten uskomusten väitteisiin ja keskimäärin muita positiivisemmin prosessiuskomusten väitteisiin. Tämä vaikuttaa kärjistetysti siltä, että usko konstruktivistiseksi luonnehditun opetustavan tehokkuuteen kumpuaa paitsi näkemyksestä siitä, mitä matematiikka on, myös siitä mitä matematiikan opetuksen ei välttämättä tarvitse olla: matematiikka on eläväistä, keksimistä ja oivaltamista, eikä sen opettamisessa tarvitse laittaa aivan niin suurta painoarvoa työkaluille, valmiille ratkaisumalleille ja näiden raa'alle harjoittelulle.

Myös eri opetustapaa mieluisimpana pitäneiden välillä näkyi ero traditionaalisissa uskomuksissa. Formalistisen opetustavan mieluisimmaksi valinneiden ja konstruktivistisen opetustavan valinneiden välillä ei mieluisimman opetustavan mukaan luokitellen ole tilastollisesti merkitsevää eroa traditionaalisissa uskomuksissa. Kuitenkin traditionaalista opetustapaa mieluisimpana pitäneiden ja konstruktivista tapaa suosineiden välillä se jopa vahvistuu, kun verrataan tehokkaimman opetustavan mukaan tehtyyn jaotteluun. Traditionaaliset uskomukset siis tuntuvat olevan yhteydessä jonkin verran myös opetustapojen mieluisuuteen.

Tulokset tuntuvat tukevan aiempaa tutkimusta, jossa uskomusten ja opetusvalintojen välillä on löydetty yhteyksiä (Thompson, 1992; Schoenfeld, 1998; Lerman, 2002; Hannula ym., 2012 & 2013). Lermanin ehdottamaa ehdotonta riippuvuutta aineisto ei takaa, mutta erityisesti Thompsonin yhteenveto uskomusten ja luokkahuonekäytöksen heijastelusta ja Hannulan ym. löytämät korrelaatiot matemaattisten ja pedagogisten uskomusten välillä muistuttavat tämän tutkimuksen tuloksia: Intuitiivisesti on helppo ajatella, että tehokkuus ja mielekkyys ovat sellaisia tekijöitä, jotka ohjaavat opettajien tekemiä valintoja, vaikka eivät selittäisi niitä kokonaan. Kun näiden mukaan luokitellen vastaajaryhmien välillä havaittiin eroja uskomuksissa, on luontevaa ajatella, että uskomusten ja opetustapojen tehokkuuden ja mielekkyyden välillä on jokin yhteys ja uskomuksilla rooli valinnoissa ja käsityksessä tehokkuudesta ja mielekkyydestä.

Myös pystyvyysuskomuksilla vaikuttaa olevan yhteys opetustapavalintoihin. Eri opetustapaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneillä vaikuttaa olevan keskimäärin heikommat pedagogiset pystyvyysuskomukset kuin samaa opetustapaa tehokkaimpana ja mieluisimpana pitäneillä. Tämä on yksi tutkimuksen mielenkiintoisimpia tuloksia. Mikäli määrällisen ja laadullisen aineiston menetelmätriangulaatioon nojaten eroa pidetään merkitsevänä, ei tulos ole varsinaisesti yllättävä, mutta mielestäni merkittävä. On helppoa ja intuitiivista uskoa, että omia kykyjään epäilevä löytää mieluisuuden perusteet muista tekijöistä kuin tehokkuudesta, esimerkiksi helppoudesta tai tuttuudesta. Toisaalta on myös mahdollista, että tunteet ohjaavat uskomuksia: jos opiskelija on tietoinen siitä, että muut tekijät painottuvat hänen opetusvalinnoissaan enemmän kuin opetuksen tehokkuus, saattaa vastaaja tuntea kykynsä heikommiksi.

Peilaten viimeisintä tulosta Hähkiöniemen ja muiden (2014) tuloksiin, tulos on jokseenkin linjassa: vaikka Hähkiöniemi ja muut eivät mainitsekaan pystyvyysuskomuksia eksplisiittisesti, ilmeni myös heidän tutkimuksensa vastauksissa epävarmuutta omia kykyjä kohtaan, kun kysyttiin perusteluja, miksi opiskelija oli valinnut eri opetustavan tehokkaimmaksi ja mieluisimmaksi. On siten helppo uskoa, että pystyvyysuskomukset kummittelivat valinnoissa myös heidän tutkimuksessaan. Toisaalta pystyvyysuskomusten on havaittu ohjaavan valintoja, parantavan varmuutta omista valinnoistaan ja kykyä pysyä valinnoissaan (Taylor & Betz, 1983; Hackett, 1985;

Bandera, 1986; Hackett & Betz, 1989). Tätä vasten on jokseenkin luontevaa ajatella, että kykyjään epäilevä ei välttämättä pyri yhtä määrätietoisesti kohti tehokkaimmaksi tietämäänsä valintaa, vaan epäröi ja puntaroi, miten opetusta tulisi lähestyä, ja mitkä tekijät lopulta asian ratkaisevat.

Tulokset asettavat Skaalvikin ja Skaalkivikin (2007) löydökset mielenkiintoiseen valoon. Heidän tutkimuksessaan kysyttiin vain pystyvyysuskomuksia ja sitä, kuinka usein vastaajat kokivat joutuvansa opettamaan itselleen epämieluisilla tavoilla. Skaalvik ja Skaalvik havaitsivat näiden välillä korrelaation. Kun tässä aineistossa heikoilla pystyvyysuskomuksilla varustetut raportoivat eri opetustavan mielestään tehokkaimmaksi ja itselleen mieluisaksi, tarkoittaako se yhdessä Skaalvikin ja Skaalvikin tulosten kanssa, että heikompien pystyvyysuskomusten opettajat ovatkin oikeassa opetustilanteessa valmiita opettamaan tehokkaana pitämällään opetustavalla mieluisimman sijaan?

9 Johtopäätökset ja ehdotukset

Poikkeamat eri opetustapoja tehokkaimpana pitävien uskomuksissa puhuvat omaa kieltään: uskomuksilla on yhteys aineenopettajaopiskelijoiden käytäntöihin tai vähintäänkin aikomuksiin käytännöistä. Uskomuksiin vaikuttamalla voisi siis olla mahdollista vaikuttaa opetukseen. Lisäksi koska yleiset matematiikkauskomukset, matematiikkauskomukset opetuksessa ja pystyvyysuskomukset korreloivat keskenään, voisi olla mahdollista muuttaa uskomuksia johonkin suuntaan vain vaikuttamalla osaan uskomuksista. Näiden korrelaatioiden, erityisesti pystyvyysuskomusten korrelaatioiden matematiikkauskomuksiin vahvistaminen muissa tutkimuksissa voisi olla mielenkiintoista sekä matematiikka- että pystyvyysuskomustutkimuksen kannalta.

Kuitenkin vaikuttaa siltä, että jo opiskelijoilla uskomukset istuvat tiukassa ja ovat muovautuneet isoilta osin jo aikaisemmin. Opintojen suorittaminen yleisesti sen enempää kuin opiskelutahtikaan ei näytä aineistossa vaikuttavan uskomuksiin. Pedagogisten opintojen suorittaminen on ainoa kyselyn opintoihin liittyvä taustatekijä, joka näyttää vaikuttavan uskomuksiin. Tässäkin tapauksessa muut muutokset saattavat olla kytköksissä aleneviin pystyvyysuskomuksiin, mutta tarkka mekanismi ei ole tiedossa.

Mielestäni olisi aiheellista tutkia, onko pedagogisisssa opinnoissa syntyvä ero uskomuksissa tilastopoikkeama. Jos ei, niin tarkemman mekanismin löytäminen, mahdollinen laajempi sovellettavuus sekä – pystyvyysuskomusten tapauksessa – asian mahdollinen korjaaminen voivat tuoda uusia välineitä aineenopettajakoulutuksen käyttöön.

Kiitokset

Kiitos yliopistonlehtori Päivi Portaankorva-Koivisto, Jani Hannula ja Juuso Nieminen avusta aineiston keräämisessä. Kiitokset myös professori Tomi Männistölle ja Juulia Lahdenperälle vinkeistä sekä Sannille, Ruusalle, Miialle ja Jaakolle oikolukemisesta. Kiitos Aki Taanilalle Akin menetelmäblogin selkeästä johdattelusta tilastollisiin menetelmiin.

Erityisesti haluan kiittää ohjaajaani, yliopistonlehtori Johanna Rämöä. Iso kiitos myös professori Markku Hannulalle. Ilman teitä ei olisi tullut valmista.

Lähteet

Abelson, R. P. (1986). Beliefs are like possessions. *Journal for the Theory of Social Behaviour, 16(3)*, 223-250.

Appelqvist-Schmidlechner, K., Tuisku, K., Tamminen, N., Nordling, E. & Solin, P. (2016). Mitä on positiivinen mielenterveys ja kuinka sitä mitataan?. *Suomen lääkärilehti, 71(24)*, 1759-1764.

Bandura, A. (1986). Social foundations of thought and action. Englewood Cliffs, NJ, 1986.

Blömeke, S., Felbrich, A., & Müller, C. (2009). Future teachers' beliefs on the nature of mathematics. Teoksessa *Teachers' Professional Development*, 25-46. Brill Sense.

Bouffard-Bouchard, T. (1990). Influence of self-efficacy on performance in a cognitive task. *The journal of social Psychology, 130(3)*, 353-363.

Brousseau, B. A., Book, C. & Byers, J. L. (1988). Teacher beliefs and the cultures of teaching. *Journal of Teacher Education, 39(6)*, 33-39.

Cooney, T J (1985). A beginning teacher's view of problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*, 324-336.

Dionne, J. J. (1984). The perception of mathematics among elementary school teachers. Teoksessa Moser J. (toim.) *Proc. 6th Annual Meeting of the North American Chapter of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education*, 223-228.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education.* London; New York: Falmer Press. Luettu 13.12.2018 palvelusta https://ebookcentral.proquest.com/lib/helsinki-ebooks/reader.action?docID=167302

Felbrich, A., Müller, C. & Blömeke, S. (2008). Epistemological beliefs concerning the nature of mathematics among teacher educators and teacher education students in mathematics. ZDM, 40(5), 763-776.

Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. Teoksessa *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 39-57). Springer, Dordrecht.

Gibson, S. & Dembo, M. H. (1984). Teacher efficacy: A construct validation. *Journal of educational psychology, 76(4)*, 569.

Grigutsch, S., Raatz, U., & Törner, G. (1998a). Einstellungen gegenüber mathematik bei mathematiklehrern. *Journal für Mathematik-Didaktik, 19(1)*, 3-45.

Grigutsch, S. & Törner, G. (1998b). World views of mathematics held by university teachers of mathematics science.

Hackett, G. (1985). Role of mathematics self-efficacy in the choice of math-related majors of college women and men: A path analysis. *Journal of counseling psychology, 32(1)*, 47.

Hackett, G. & Betz, N. E. (1989). An exploration of the mathematics self-efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for research in Mathematics Education*, 261-

273.

Hailikari, T. K. & Parpala, A. (2014). What impedes or enhances my studying? The interrelation between approaches to learning, factors influencing study progress and earned credits. *Teaching in Higher Education, 19(7)*, 812-824.

Hannula, M. S., Lepik, M., Pipere, A. & Tuohilampi, L. (2012). Mathematics teachers' beliefs in Estonia, Latvia and Finland. Esitelty *Eight Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8).*

Hannula, M. S., Pipere, A., Lepik, M. & Kislenko, K. (2013). Mathematics teachers' beliefs and schools' micro-culture as predictors of constructivist practices in Estonia, Latvia and Finland. *Proceedings of PME 37, 2*, 433-440.

Hähkiöniemi, M., Laitila, M. & Penttinen, P. (2014). Millaisia Matematiikan Oopetustapoja Luokan- Ja Aaineenopettajaopiskelijat Pitävät Tehokkaina?. Teoksessa Hästö P. & Silfverberg H. (toim.) *Matematiikan Ja Luonnontieteiden Opetuksen Tutkimusseuran Tutkimuspäivät 2014*, 13-22.

Kane, R., Sandretto, S., & Heath, C. (2002). Telling half the story: A critical review of research on the teaching beliefs and practices of university academics. *Review of educational research, 72(2)*, 177-228.

Lent, R. W., Brown, S. D. & Larkin, K. C. (1984). Relation of self-efficacy expectations to academic achievement and persistence. *Journal of counseling psychology, 31(3)*, 356.

Lent, R. W., Brown, S. D. & Larkin, K. C. (1986). Self-efficacy in the prediction of academic performance and perceived career options. *Journal of counseling psychology, 33(3)*, 265.

Lerman, S. (2002). Situating research on mathematics teachers' beliefs and on change. Teoksessa Leder, G. C., Pehkonen, E., & Törner, G. (toim.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?*, 233-243. Springer, Dordrecht.

Liljedahl, P., Rösken, B. & Rolka, K. (2007). Analyzing the changing mathematical beliefs of preservice elementary school teachers. Teoksessa Hoskonen K. & Hannula M. (toim.) *Current state of research on mathematical beliefs XII*, 71-82. Yliopistopaino, Helsinki.

Mura, R. (1993). Images of mathematics held by university teachers of mathematical sciences. *Educational Studies in Mathematics, 25(4)*, 375-385.

Mura, R. (1993). Images of mathematics held by university teachers of mathematical sciences. *Educational Studies in Mathematics, 25(4)*, 375-385.

NorBa. Kansainvälinen tutkimusprojekti. *https://norbal.wordpress.com/.*

Ojalainen, J. & Pauna, M. (2013) Tietokoneavusteisten matematiikan tehtävien vaikutus lukio-opiskelijoiden minäpystyvyyden uskomuksiin ja asenteisiin. Teoksessa Viteli J. & Östman A. (toim.) *Tuovi 11: Interaktiivinen tekniikka koulutuksessa 2013-konferenssin tutkijatapaamisen artikkelit*, 12-18.

Oksanen, S. & Hannula, M. S. (2013). Changes in Finnish mathematics teachers' beliefs during 1987-2012. Teoksessa A. M. Lindemaier & A. Heinze (toim.) *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education Vol. 3*, 417-424. Kiel, Saksa: PME.

Pajares, F. & Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of educational psychology, 86(2)*, 193.

Parpala, A. & Lindblom-Ylänne, S. (2012). Using a research instrument for developing quality at the university. *Quality in Higher Education, 18(3)*, 313-328.

Pehkonen, E. & Lepmann, L. (1994). Teachers' conceptions about mathematics teaching in comparison (Estonia-Finland). Teoksessa Ahtee M. & Pehkonen E. (toim.) *Constructivist viewpoints for school teaching and learning in mathematics and science*, 105-110. Yliopistopaino, Helsinki.

Pehkonen, E. & Zimmermann, B. (1990). *Probleemakentät matematiikan opetuksessa ja niiden yhteys opetuksen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen: Osa 1, Teoreettinen tausta ja tutkimusasetelma.* Helsinki: Helsingin yliopisto.

Pintrich, P. R. (1991). A manual for the use of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire (MSLQ).

Saaranen-Kauppinen, A. & Puusniekka, A. (2009). *Menetelmäopetuksen tietovaranto KvaliMOTV. Kvalitatiivisten menetelmien verkko-oppikirja. Yhteiskuntatieteellisen tietoarkiston julkaisuja.*

Schoenfeld, A. H. (1998). Toward a theory of teaching-in-context.

Simmons, P. E., Emory, A., Carter, T., Coker, T., Finnegan, B., Crockett, D., ... & Brunkhorst, H. (1999). Beginning teachers: Beliefs and classroom actions. *Journal of Research in Science Teaching: The Official Journal of the National Association for Research in Science Teaching, 36(8)*, 930-954.

Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2007). Dimensions of teacher self-efficacy and relations with strain factors, perceived collective teacher efficacy, and teacher burnout. *Journal of educational psychology, 99(3)*, 611.

Skott, J. (2009). Contextualising the notion of 'belief enactment.' *Journal of Mathematics Teacher Education, 12*, 27-46.

Taylor, K. M. & Betz, N. E. (1983). Applications of self-efficacy theory to the understanding and treatment of career indecision. *Journal of vocational behavior, 22(1)*, 63-81.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. Teoksessa Grouws, D. (toim.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 127-146. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Törner, G. & Pehkonen, E. (1999). Teacher's Beliefs on Mathematics Teaching: Comparing Different Self-estimation Methods; a Case Study. UD, Fachbereich Mathematik.

Liite 1. Kyselylomake

Kysely aineenopettajaopiskelijoiden näkemyksistä matematiikan opetuksesta

1. Ikäni (vuosina) _____

2. Kuinka monta opintopistettä olen suorittanut yliopistossa ennen syyslukukauden 2018 alkua

______

3. Kuinka monta opintopistettä olen suorittanut keskimäärin yhdessä läsnäolovuodessa yliopisto-opintojeni aikana ennen syyslukukauden 2018 alkua (op / läsnäolovuodet)

______

4. Ensimmäinen opetettava aineeni (ruksi oikea)

Matematiikka __
Fysiikka __
Kemia __
Muu, mikä: ______________

5. Olen suorittanut pedagogisia opintoja ennen syyslukukauden 2018 alkua

Kyllä __
Ei __

6. Kirjoitin yo-kokeessa matematiikan

Pitkän oppimäärän __
Lyhyen oppimäärän __
En kirjoittanut matematiikkaa __

7. Matematiikan yo-kokeeni arvosana oli

Laudatur __
Eximia cum laude __
Magna cum laude __
Cum laude __
Lubenter __
Approbatur __
Improbatur __

8. Opetuskokemukseni peruskoulussa ja toisen asteen koulutuksessa

Ei yhtään __
Alle kuukausi __
Alle vuosi __
Yli vuosi __

9. Voit halutessasi selventää edellisen kysymyksen vastausta

____
____
____
____

Pystyvyyden tunne 1/2

Ruksi parhaiten sopiva vaihtoehto. Vastaa kysymyksiin matematiikan opintojesi näkökulmasta.

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
Uskon pärjääväni opinnoissani	O	O	O	O	O
Luotan siihen, että pystyn ymmärtämään vaikeimmatkin opintoihini liittyvät asiat	O	O	O	O	O
Olen varma, että pystyn ymmärtämään oman alani peruskäsitteet	O	O	O	O	O
Odotan menestyväni opinnoissani.	O	O	O	O	O
Olen varma, että pystyn oppimaan alallani vaadittavat taidot hyvin.	O	O	O	O	O

Pystyvyyden tunne 2/2

Vastaa kysymyksiin pedagogisten opintojesi näkökulmasta.

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
Uskon pärjääväni opinnoissani	○	○	○	○	○
Luotan siihen, että pystyn ymmärtämään vaikeimmatkin opintoihini liittyvät asiat	○	○	○	○	○
Olen varma, että pystyn ymmärtämään oman alani peruskäsitteet	○	○	○	○	○
Odotan menestyväni opinnoissani.	○	○	○	○	○
Olen varma, että pystyn oppimaan alallani vaadittavat taidot hyvin.	○	○	○	○	○

Näkemykseni hyvästä matematiikan opettamisesta ja oppimisesta lukiossa

Ruksi parhaiten sopiva vaihtoehto.

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
1. On kiinnitettävä huomiota opiskelijoiden täsmälliseen kielenkäyttöön (mm. tehdä ero kulman ja sen suuruuden välillä sekä desimaaliluvun ja desimaalimerkinnän välillä).	○	○	○	○	○
2. Matematiikkaa tulee opettaa tarkkoihin määritelmiin perustuvana eksaktina tieteenä.	○	○	○	○	○
3. Täsmällinen todistaminen on keskeinen matematiikan opetuksen tavoite.	○	○	○	○	○
4. Tärkeintä matematiikan opetuksessa on runsas harjoittelu.	○	○	○	○	○

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
5. Klassiset teoriat, kuten Pythagoraan lause, tulee käsitellä matematiikan tunneilla.	O	O	O	O	O
6. Matematiikan opetuksessa pitää käyttää oppimispelejä.	O	O	O	O	O
7. Matemaattisten symbolien käyttöä tulee painottaa.	O	O	O	O	O
8. Tärkeintä on opettaa systemaattisesti.	O	O	O	O	O
9. Keskeisiä ratkaisumenetelmiä (mm. kaavojen soveltamista) tulee painottaa.	O	O	O	O	O
10. Tärkeintä on saada oikea ratkaisu.	O	O	O	O	O
11. Tärkeintä on saada opiskelijat osallistumaan intensiivisesti opetuskeskusteluun.	O	O	O	O	O
12. Kaikki luokkahuoneessa esitetty matemaattinen tieto tulee perustella vankasti.	O	O	O	O	O
13. Opiskelijoiden tulee ratkoa runsaasti rutiinitehtäviä, joissa tunnettu menetelmä johtaa varmasti ratkaisuun.	O	O	O	O	O
14. Tärkeintä on opettaa matemaattisia tietoja ja ratkaisutapoja.	O	O	O	O	O
15. Matematiikan opetuksessa tulee korostaa loogista päättelyä.	O	O	O	O	O
16. Opiskelijoiden tulee kehittää mahdollisimman paljon erilaisia ratkaisutapoja ja niistä tulee keskustella.	O	O	O	O	O
17. Opiskelijoiden tulee muotoilla tehtäviä ja kysymyksiä itse ja etsiä niihin ratkaisuja.	O	O	O	O	O

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
18. Opetuksessa tulee käyttää mahdollisimman usein tehtäviä, joita täytyy pohtia, eikä voi ratkaista vain laskemalla.	O	O	O	O	O
19. Koska tietokoneet voivat hoitaa suuren osan rutiininomaisista laskutoimituksista, ei niiden jatkuva harjoittelu ole enää tarpeellista.	O	O	O	O	O
20. Uudet teknologiat voivat muuttaa koulumatematiikan luonteen.	O	O	O	O	O
21. Uudet teknologiat ovat muuttaneet opetustapaani. / Uudet teknologiat ovat muuttaneet ajatuksiani opetustavoista.	O	O	O	O	O
22. Matemaattisten ohjelmistojen (GeoGebra jne.) käytön oppiminen on olennainen osa matematiikan osaamista.	O	O	O	O	O
23. Opiskelijoiden tulee osata ratkaista kaikentyyppisiä matemaattisia ongelmia ilman ohjelmistoja.	O	O	O	O	O
24. Kun ohjelmistojen käyttö on sujuvaa, ei opiskelijoiden tarvitse enää osata ratkaista tehtäviä kynällä ja paperilla.	O	O	O	O	O
25. Tietokoneen käyttö ratkaisuissa ei johda hyvään matemaattiseen ymmärrykseen.	O	O	O	O	O

Näkemykseni matematiikasta

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
1. Matemaattista ajattelua voi luonnehtia mm. käsitteillä abstrakti ja looginen.	O	O	O	O	O
2. Matematiikka on kokoelma sääntöjä ja toimintatapoja, jotka määräävät miten tehtävät ratkaistaan.	O	O	O	O	O
3. Tehtäville ja ongelmille on yleensä useampi kuin yksi ratkaisutapa.	O	O	O	O	O
4. Matematiikasta on perustavanlaatuista hyötyä yhteiskunnalle.	O	O	O	O	O
5. Matematiikkaa on leimallisesti selkeää, tarkkaa ja yksikäsitteistä.	O	O	O	O	O
6. Matematiikkaan kuuluu määritelmien, kaavojen, matemaattisten faktojen ja menetelmien muistaminen ja käyttäminen.	O	O	O	O	O
7. Matematiikka tarkoittaa luovuutta ja uusia ideoita.	O	O	O	O	O
8. Matematiikka on käyttökelpoista kaikissa ammateissa.	O	O	O	O	O
9. Matematiikassa on tärkeää eksaktius, ts. täsmällinen ja tarkka matematiikan kieli.	O	O	O	O	O
10. Matemaattista tehtävää ratkaistaessa on tiedettävä oikea menetelmä, tai muuten on hukassa.	O	O	O	O	O

	täysin eri mieltä	jokseenkin eri mieltä	vaihtelevasti	jokseenkin samaa mieltä	täysin samaa mieltä
11. Matematiikassa monet asiat voidaan oivaltaa ja kokeilla itse.	O	O	O	O	O
12. Monista matematiikan osa-alueista on käytännön hyötyä.	O	O	O	O	O
13. Matematiikan tekeminen edellyttää suurta määrää harjoittelua, rutiinien oikeaa käyttötapaa ja ongelmanratkaisustrategioita.	O	O	O	O	O
14. Matematiikan perusta on sen looginen kurinalaisuus ja täsmällisyys.	O	O	O	O	O
15. Matemaattisia tehtäviä tehdessä voi löytää uusia asioita (esim. yhteyksiä, sääntöjä, käsitteitä).	O	O	O	O	O
16. Matematiikka tarkoittaa oppimista, muistamista ja soveltamista.	O	O	O	O	O
17. Matemaattisia ongelmia voi ratkaista monella tavalla.	O	O	O	O	O
18. Matematiikkaa luonnehtii kurinalaisuus, kuten määritelmien kurinalaisuus ja formaalin matemaattisen argumentoinnin kurinalaisuus.	O	O	O	O	O
19. Jokainen voi löytää tai uudelleenlöytää matematiikkaa.	O	O	O	O	O
20. Matematiikka auttaa ratkaisemaan jokapäiväisiä ongelmia ja tehtäviä.	O	O	O	O	O

Näkemyksesi erilaisista opettamistavoista

Lue kuvaukset kolmesta erilaisesta matematiikan uuden aiheen opetustavasta ja vastaa kysymyksiin

Opetustapa A: Opettaja Ahonen aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman ja sen todistuksen tai perustelun. Ahonen johdattaa oppilaat tähän teoriaan esittämällä kysymyksiä, joihin oppilaat saattavat vastata nopeasti. Teorian käsittelyn jälkeen Ahonen esittää esimerkkitehtäviä, joissa sovelletaan kyseistä teoriaa. Myös esimerkkien käsittelyn yhteydessä Ahonen kyselee oppilailta esimerkiksi mikä on seuraava vaihe ratkaisussa. Esimerkkien käsittelyn jälkeen oppilaat harjoittelevat ratkaisemaan itsenäisesti vastaavanlaisia tehtäviä. Ahonen kiertelee luokassa, neuvoo oppilaita oikean ratkaisutavan toteuttamisessa ja tarkastaa, että he ratkaisevat tehtävät oikein.

Opetustapa B: Opettaja Lepistö aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn esittämällä oppilaille matemaattisen tilanteen, jonka selvittämiseen tarvitaan uusia käsitteitä ja/tai teoreemoja. Lepistö johdattelee kyselemällä oppilaat huomioimaan uuden matemaattisen teorian muodostamisen tarpeen. Tämän jälkeen Lepistö määrittelee tarvittavat käsitteet sekä muotoilee ja todistaa tarvittavan teoreeman. Lopuksi Lepistö näyttää miten alussa esitetty tilanne voidaan selvittää uuden teorian avulla. Tämän jälkeen Lepistö antaa oppilaille tehtäviä, jotka ratkaistaan tunnilla tai kotitehtävinä.

Opetustapa C: Opettaja Mäkelä aloittaa yleensä uuden aiheen käsittelyn antamalla oppilaille tehtävän (tai tehtäviä) tästä aiheesta. Oppilaat yrittävät itsenäisesti tai pienissä ryhmissä keksiä, miten tehtävän voisi ratkaista. Mäkelä kiertelee luokassa kuunnellen millaisia ratkaisuideoita ja ongelmia oppilailla on tehtävän ratkaisemisessa. Mäkelä varoo itse kertomasta, miten tehtävä ratkaistaan eikä kommentoi ovatko oppilaiden ratkaisuideat oikeita. Kun oppilaat ovat tarpeeksi miettineet tehtävää, Mäkelä pyytää joitakin oppilaita esittämään ratkaisuideoita ja kohtaamiaan ongelmia. Mäkelän johdolla oppilaat pohtivat, mitä etuja ja haittoja sekä mitä yhteistä ja erilaista ratkaisuideoista voidaan oppia ja johtaa niistä taustalla olevan matematiikan teorian kuten jonkin teoreeman.

1. Minkä yllä esitellyistä opetustavoista uskot olevan kaikista tehokkain oppimisen kannalta? ___

2. Lyhyt perustelu edellisen kysymyksen valinnallesi.

____
____
____
____
____

3. Mitä kuivailluista opetustavoista itse käyttäisit mieluiten? ___

4. Lyhyt perustelu valinnallesi, jos valitsit eri opetustavan kuin mielestäsi tehokkaimman.

____
____
____
____
____

5. Mikä edellisten kysymysten kolmesta opetustavasta kuvaa parhaiten sinun saamaasi opetusta lukiossa ja peruskoulussa? ___

Kiitos vastauksistasi!