

VESIHALLITUKSEN MONISTESARJA

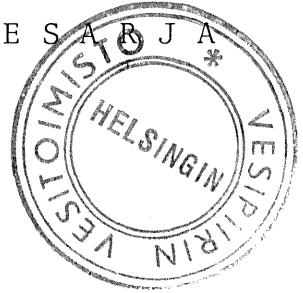
1981:61

YKSIDIMENSIOINEN, MUUTTUVA AVO-
UOMAVIRTAUSTA KUVAAVA MATEMAATTI-
NEN MALLI

John Forsius

~~VESIHAL-
LITUKSEN~~

V E S I H A L L I T U K S E N M O N I S T E S A R J A



1981:61

YKSIDIMENSIOINEN, MUUTTUVA AVO-
UOMAVIRTAUSTA KUVAAVA MATEMAATTI-
NEN MALLI

John Forsius

Vesihallitus
Helsinki 1981





S I S Ä L L Y S

	Sivu
1 JOHDANTO	5
2 AVOUMAVIRTAUKSEN PERUSYHTÄLÖT	5
3 DIFFERENSSIKAAVIOT	7
4 RATKAISUALGORITMI	8
5 MALLIN VAATIMAT ALKUARVOT JA REUNAEDOT	9
6 UOMAN GEOMETRIAN KUVAAMINEN	11
7 MALLIN VERIFIOINTI	12
8 KÄYTÄNNÖN SOVELLUTUS	14
9 MALLIN KEHITTÄMISMAHDOLLISUUKSIA	14
KIRJALLISUUS	15

1 J O H D A N T O

Veden virtauksia kuvaavat matemaattiset mallit ovat voimakkaasti kehittyneet ja niiden käyttö yleistynyt tietokoneteknologian kehittyessä. Mallien tarve on ollut ja on edelleen suuri, yhteiskunta asettaa yhä suurempia tarkkuusvaatimuksia vesirakennustöiden aiheuttamien vahinkojen ennustamiseksi. Myös rakennuskustannuksissa säästetään, kun turhan suuret varmuusmarginaalit voidaan kaventaa tarkkojen ennustuksien avulla.

Avouomamallien tavoitteena on määrittää joen virtaama ja vedenkorkeus pitkin uomaa, ja niiden kehityksen takana on ollut mm. jokijärjestelyjen ja tulvien torjumisen tarve. Esimerkiksi tulvavapenereiden riittävyuden arviointi on tullut vaikeaksi, kun uomaa on muutettu (poikkileikkauspinta-alan kaventaminen, jonkin mutkan oikaiseminen, varastoaltaan rakentaminen uoman varrelle jne.). Malli, joka perustuu jatkuvuus- ja veden liikeyhtälöjen ratkaisuihin, on vahvasti kiinnitetty fysikaaliseen todellisuuteen, joten se pystyy myös ottamaan huomioon uomaan tehdyt muutokset.

Suomessa avouomamalleja ei tiettävästi ole yleisesti sovellettu. Tämä johtune osaksi siitä, että pitkiä jokiosuuksia on Suomessa vähän ja monet järvemme muodostavat luonnollisia, virtausta tasaavia varastointialtaita. Osaksi pahimmat tulvat eivät välttämättä johdu pelkästään runsaasta vesimäärästä, vaan myös ajelehtivien jäälauttojen aiheuttamista jääpadoista. Tällainen ilmiö on vaikea formuloida matemaattisesti ja täten huonosti ennustettavissa mallilla. Kuitenkin uskoisin Suomestakin löytyvän tilanteita, missä muuttuvaa virtausta kuvaavista malleista olisi hyötyä, varsinkin kun yksidimensioisten mallien käyttö on suhteellisen helppoa ja halpaa.

Tässä julkaisussa esitellään yksityiskohtaisesti erästä yleistä, yksidimensioista matemaattista mallia, sen rakennetta ja sen vaatimia lähtötietoja, jotta lukijalle tulisi käsitys mallin kyvyistä ja rajoituksista. Lisäksi esitellään esimerkki käytännön sovellutuksesta.

Luvuissa 3 ja 4 käsitellään mallin ratkaisussa käytettävää numeerista tekniikkaa, jolla on merkitystä verrattaessa kyseistä mallia muihin malleihin. Ne eivät ole oleellisia mallin soveltamismahdollisuuksia arvioitaessa, joten ne voidaan ensi lukemalla sivuuttaa.

2 A V O U O M A V I R T A U K S E N P E R U S Y H T Ä L Ö T

Avouoman virtausta kuvaavat jatkuvuusyhtälö sekä liikeyhtälö, jotka yksidimensioisessa tapauksessa ovat:

$$b_s \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \quad (2.1)$$

(1) (2) (3)

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) - U_q q = 0 \quad (2.2)$$

(4) (5) (6) (7) (8)

missä	Q	=	virtaama
	z	=	vedenpinnan korkeus vaakasuorasta referenssi- tasosta
	q	=	lateraali virtaama sivujoesta (pituusyksikköä kohti)
	b_s	=	varastointileveys
	A	=	poikkileikkausala
	S_f	=	pohjakitka
	U_q	=	virtausnopeus sivujoessa
	β	=	virtausnopeuden jakaumasta riippuva kerroin
	g	=	maapallon aiheuttama kiihtyvyys

Yhtälöissä eri termit kuvaavat seuraavaa: (1) varastointia, (2) massan konvektiota, (3) lateraalista sisäänvirtausta, (4) veden kiihtyvyyttä, (5) konvektiivista liikemäärää, (6) painovoiman vaikutusta, (7) pohjakitkaa, (8) lateraalisen sisäänvirtauksen liikettä.

Edellä olevassa muodossa yhtälöitä usein kutsutaan "de Saint Venant":in yhtälöiksi. Yhtälöiden tuntemattomia muuttujia ovat Q ja z , ja koska yhtälöitäkin on kaksi, voidaan ne ratkaista.

Yllä olevat yhtälöt kuvaavat veden dynaamista käyttäytymistä ja niitä voidaan soveltaa hyvin erilaisiin tilanteisiin kuten tulva-aallon etenemisen seuraamiseen vesistöreiteissä, sulkujen täyttöön ja tyhjentämiseen, virtaukseen viemäriverkostossa, tai myrskyaallon etenemisen seuraamiseen jokisuis-tossa. Kirjallisuudessa esiintyy usein yksinkertaistettuja yhtälöpareja jotka kuvaavat esim. kinemaattisen tai diffuusio-aallon etenemistä. Jättämällä pois kiihtyvyystermi ja konvektiivinen termi kaavasta (2.2) kuvataan diffuusio-aaltoa, jättämällä konvektiivinen termi pois ja olettamalla, että $Q = Q(z)$ (purkautumiskäyrä) saadaan kinemaattista aaltoa kuvaava yhtälöpari. Näin voidaan menetellä ainoastaan silloin kun virtausnopeudet ja virtaamamuutokset ovat suhteellisen pienet.

Pohjakitka voidaan ilmaista monella tavalla. Tässä mallissa se on kuvattu muuttumattoman virtauksen tapaan Chezy-kertoimella eli

$$S_f = \frac{Q \cdot |Q|}{C^2 A^2 R} \quad (2.3)$$

missä C = Chezy-kerroin

R = hydraulinen säde (poikkileikkausala/märkäpiiri)

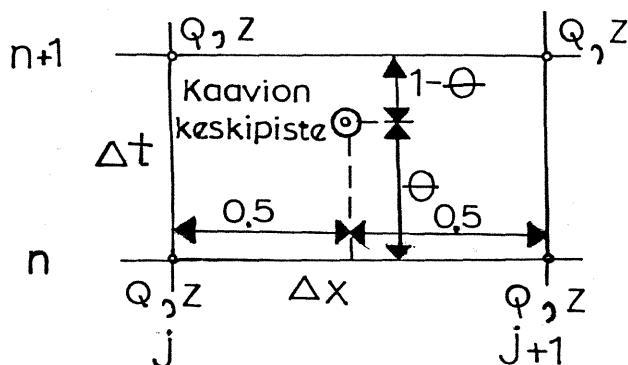
Sijoittamalla (2.3) kaavaan (2.2) saadaan

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{gQ|Q|}{C^2 AR} - U_q q = 0 \quad (2.4)$$

Yhtälöissä esiintyvien suureiden A , R , C , b_s ja β määrittämiseen palataan luvussa 5.

3 D I F F E R E N S S I K A A V I O T

Yhtälöt (2.1) ja (2.4) ratkaistaan differenssimenetelmällä hilapisteissä käyttämällä Preissmann-tyyppistä kaaviota. Q ja z ratkaistaan jokaisessa hilapisteessä. Aikaderivaatat ovat keskitettyjä ja paikkaderivaatat on painotettu kertoimella θ .



Kuva 1. Hila käytetyssä Preissmann- (tai laatikko-) tyyppisessä kaaviossa. θ = paikkaderivaatan painotuskerroin ($0,5 \leq \theta \leq 1,0$).

Hilapisteet numeroidaan $1, \dots, j-1, j, j+1, \dots, j$ x-akselin suunnassa ja $1, \dots, n-1, n, n+1, \dots, n$ aika-akselin suunnassa. Täten yhtälöt (2.1) ja (2.4) ovat diskreettimuodossa seuraavat:

$$b_{s_{j+\frac{1}{2}}}^{n+\theta} \left\{ \frac{1}{2} \frac{z_j^{n+1} - z_j^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{z_{j+1}^{n+1} - z_{j+1}^n}{\Delta t} \right\} + \theta \frac{Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1}}{\Delta x} +$$

$$(1-\theta) \frac{Q_{j+1}^n - Q_j^n}{\Delta x} - q_{j+\frac{1}{2}}^{n+\theta} = 0 \quad \begin{matrix} 3.1 \\ (2.5) \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2} \frac{Q_j^{n+1} - Q_j^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} \frac{Q_{j+1}^{n+1} - Q_{j+1}^n}{\Delta t} + \frac{(\beta/A)^{n+1}}{j+1} \frac{Q_{j+1}^n Q_{j+1}^{n+1} - (\beta/A)^{n+1}}{\Delta x} \frac{Q_j^n Q_j^{n+1}}{j}$$

$$+ gA_{j+\frac{1}{2}}^{n+\theta} \theta \left\{ \frac{z_{j+1}^{n+1} - z_j^{n+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{z_{j+1}^n - z_j^n}{\Delta x} \right\}$$

$$+ \frac{1}{2} g \left\{ \frac{Q_j^n Q_j^{n+1}}{(C^2 AR)_j^{n+\frac{1}{2}}} + \frac{Q_{j+1}^n Q_{j+1}^{n+1}}{(C^2 AR)_{j+1}^{n+\frac{1}{2}}} \right\} - U_{q(q)}^{n+\theta}_{j+\frac{1}{2}} = 0 \quad \begin{matrix} 3.2 \\ (2.6) \end{matrix}$$

θ on painotuskerroin, jonka avulla paikkakoordinaatin derivaatat voidaan siirtää etu- tai takapainoiseksi. Käytännössä on osoittautunut, että etupainoinen painotus lisää ratkaisun stabilisuutta, mutta heikentää sen tarkkuutta. Arvolla $\theta = 0,5$ eli täysin keskitetyssä tapauksessa saavutetaan suurin tarkkuus, jolloin katkaisuvirhe on luokkaa $0 (\Delta x^2, \Delta t^2)$. Tästä syystä θ -arvoja pyritään pitämään $0,5 \dots 0,6$ välillä.

4 R A T K A I S U A L G O R I T M I

Kaavioissa (3.1) ja (3.2) tunnettuja suureita ovat kaikki n -tasolla olevat suureet, muut ovat tuntemattomia, joista siis Q^{n+1} ja z^{n+1} ratkaistaan.

Ratkaisussa käytetään implisiittistä kaksoispyyhkäisymenetelmää (implicit double-sweep method). Käytännössä tämä tehdään siten, että kaavat (3.1) ja (3.2) kirjoitetaan muotoon

$$A1_j Q_j + B1_j z_j + C1_j Q_{j+1} + D1_j z_{j+1} = E1_j \quad (3.3)$$

$$A2_j Q_j + B2_j z_j + C2_j Q_{j+1} + D2_j z_{j+1} = E2_j \quad (3.4)$$

Yläindeksi $n+1$ on selvyuden takia jätetty pois z - ja Q -muuttujissa. Kertoimet $A1_j \dots E2_j$ saadaan keräämällä termejä kaavoista (3.1) ja (3.2). Käyttämällä relaatioita

$$Q_j = F_j z_j + G_j \quad (3.5)$$

$$z_j = H_j Q_{j+1} + I_j z_{j+1} + J_j \quad (3.6)$$

ja sijoittamalla (3.5) ja (3.6) kaavaan (3.3) saadaan

$$H_j = \frac{-C1_j}{B1_j + A1_j F_j}$$

$$I_j = \frac{-D1_j}{B1_j + A1_j F_j}$$

$$J_j = \frac{E1_j - A1_j G_j}{B1_j + A1_j F_j}$$

Sijoittamalla (3.5) ja (3.6) kaavaan (3.4) saadaan lopputulokseksi

$$F_{j+1} = - \frac{\alpha^x I_j + D2_j}{\alpha^x H_j + C2_j}$$

$$G_{j+1} = \frac{E_{2j} - A_{2j} G_j - \alpha_j J_j}{\alpha^x H_j + C_{2j}}$$

missä

$$\alpha^x = A_{2j} F_j + B_{2j}$$

F ja G alkuarvot saadaan reunaehtojen perusteella ja ne ovat

$$F_1 = \frac{\beta}{\alpha}, \quad G_1 = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (3.12)$$

α , β ja γ välillä vallitsee seuraava yhteys:

$$\alpha_1 Q_1 + \beta_1 z_1 = \gamma_1$$

Jos esim. Q on annettu pisteessä $j=1$ on $\beta=0$, $F_1=0$ ja $G_1=Q_1$ eli annettu virtaaman arvo.

Algoritmi jatkuu sitten pyyhkäisyllä pisteestä $j=1$ pisteeseen $jj-1$, laskien arvot H_j , I_j , F_j ja G_j . Tämä muodostaa menetelmän ensimmäisen pyyhkäisyn. Pisteessä jj pätee

$$z_{jj} = \frac{\gamma_{jj} - \alpha_{jj} G_{jj}}{\beta_{jj} + \alpha_{jj} F_{jj}} \quad (3.13)$$

missä taas käytetään reunaehtoa:

$$\alpha_{jj} Q_{jj} + \beta_{jj} z_{jj} = \gamma_{jj}$$

Takaisinpyyhkäisyssä pisteestä jj pisteeseen $j=2$ käytetään kaavoja (3.5) ja (3.6) Q- ja z-arvojen määrittämiseksi. Koska kertoimet $A_1 \dots D_1$ ja $A_2 \dots D_2$ sisältävät termejä $(n+\frac{1}{2})$ tai $(n+\theta)$ aikatasolla niiden lopullisiin arvoihin päästään interjoiamalla. Ensimmäisellä laskentakierroksella oletetaan aikatasolla $(n+\frac{1}{2})$ ja $(n+\theta)$ olevat arvot samoiksi kuin n-tasolla olevat. Toisella iteroimiskierroksella, kun likimääräiset z-arvot on saatu $(n+1)$ aikatasolla, saadaan uudet arvot kertoimille $A_1 \dots D_1$ ja $A_2 \dots D_2$ käyttämällä tätä uutta z^{n+1} -arvoa. Kaksi iterointia on yleensä osoittautunut riittäväksi.

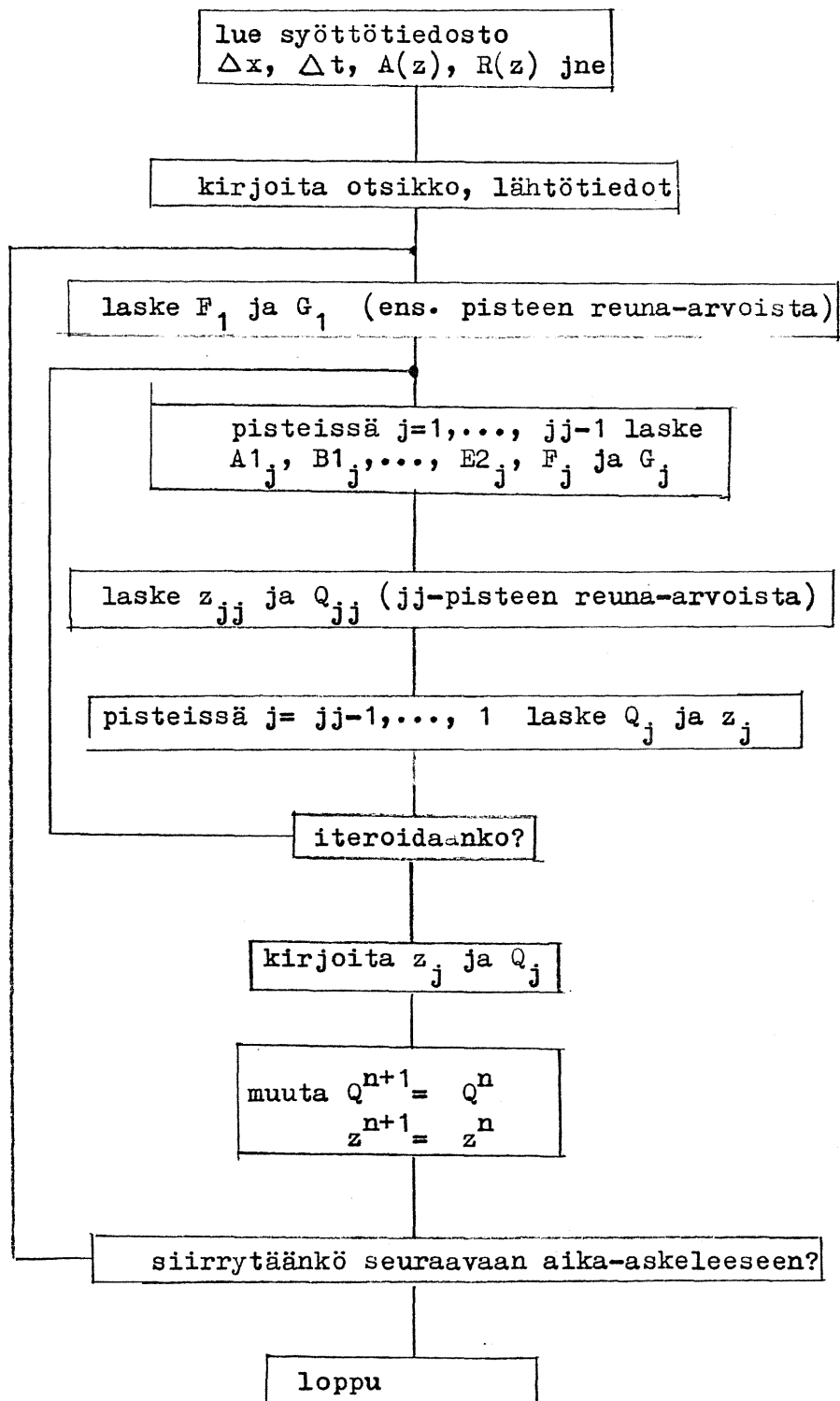
Algoritmin implisiittinen ratkaisu mahdollistaa pitempien aika-askelten käytön kuin eksplisiittiset algoritmit, joten se on laskentataloudellisesti edullinen.

Kuvassa 2 on esitetty mallin kulkukaavio.

5. MALLIN VAATIMAT ALKUARVOT JA REUNA EHDOT

Toimiakseen malli vaatii alkuarvoja (initial data) sekä reunapisteiden arvot (boundary values).

Alkuarvoja ovat alkutilanteen virtaama ja vedenkorkeusarvot jokaisessa hilapisteessä. Alkutilanteen vaikutus "huuhtoutuu" nopeasti pois laskennan edetessä, eivätkä mahdolliset



Kuva 2. Ohjelman kulkukaavio

virheet lähtötilanteen arvioimisessa vaikuta tämän jälkeen.

Koska malli on kehitetty kuvaamaan alikriittistä virtausta se vaatii tietoja molempien reunapisteiden arvoista, eli tietoa siitä mitä tapahtuu joen alku- ja loppupäässä. Riittää kun annetaan joko virtaama tai vedenkorkeus näissä pisteissä. Käytännössä on virtaama yleensä tunnettu joen alkupäässä. Kyseessä voi olla voimalaitos, joka säätelee virtaamaa tietyn rytmin mukaan tai järvi, jonka lähtövirtaama saadaan purkautumiskäyrästä. Jos joki päättyy järveen tai mereen tämän reunapisteen arvoksi sopii altaan vedenkorkeus.

Myös Q-z relaation käyttö on mahdollista reunapisteissä. Tämä voi tulla kysymykseen kun joki päättyy kynnykseen tai ylisyoöksypatoon, jolloin virtaaman ja vedenkorkeuden välillä on keskinäinen riippuvuus.

Reunapisteiden ja oikeiden reunaehtojen valintaan kannattaa kiinnittää huomiota, koska reunapisteiden tapahtumat säätelevät virtausta uoman muissa pisteissä.

6. U O M A N G E O M E T R I A N K U V A A M I N E N

Yhtälöissä (2.1) ja (2.4) esiintyvät seuraavat suureet, joille on annettu arvot:

- poikkileikkaus A
- hydraulinen säde R
- varastointileveys b_s
- virtausnopeuden jakäumaan liittyvä kerroin β
- Chezy-kerroin C

Nämä suureet vaihtelevat luonnollisessa uomassa yleensä pisteestä toiseen ja muuttuvat lisäksi vedenkorkeuden muuttuessa.

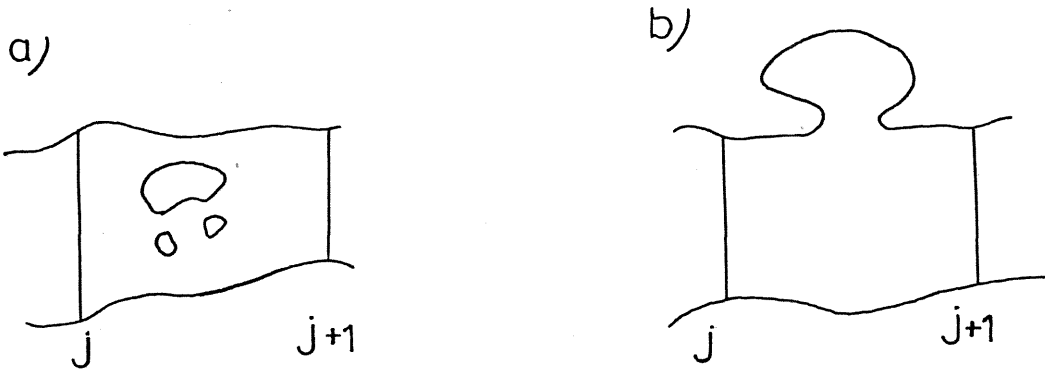
Jokaisen pisteen poikkileikkausala A saadaan syvyyskartoista tai mittaamalla. Poikkileikkausalan muuttuminen vedenkorkeuden muuttuessa voidaan kuvata polynomilla, tai se voidaan taulukoida ja välitulokset saadaan lineaarisesti interpoloimalla.

Hydraulinen säde R, joka määritelmän mukaan saadaan jakamalla vesipoikkileikkausala märkäpiirillä, taulukoiden vastavalla tavalla.

Varastointileveys määritellään seuraavasti:

$$b_s = \frac{\text{vesipinta-ala kahden poikkileikkauksen välillä}}{\text{hilapisteiden välimatka}}$$

Suorakaiteisessa uomassa on b_s yhtä kuin uoman leveys, mutta luonnollisen uoman kohdalla ei välttämättä ole näin, vaan b_s on määrättävä topografisesta kartasta esim. planimetroimalla. Kahden poikkileikkauksen välistä varastointia pienentävät mm. saaret, ja varastointia lisäävät esim. poukamat (kuva 3, a ja b).



Kuva 3. a) Varastointia pienentäviä b) lisääviä tekijöitä

Varastointi saattaa myös muuttua vedenkorkeuden mukana. Varsinkin kun vesi tulvii yli uomien reunojen, kasvaa varastointileveys voimakkaasti, joten myös tämä suure on syytä ilmoittaa vedenkorkeuden funktiona.

Kertoimen β arvo vaihtelee välillä 1,0...2,0. Mitä tasaisemmin virtausnopeus on jakautunut poikkileikkauksessa, sitä enemmän β lähestyy arvoa 1,0. Mikäli poikkileikkaus on suhteellisen säännöllinen voidaan arvo olettaa vakioksi, mutta jos on epäilystä, että virtausnopeus jakautuu hyvin epätasaisesti ja eri tavalla eri poikkileikkauksissa, on syytä suorittaa mittauksia kertoimen oikean arvon määrittämiseksi.

Chezy-kerroin C voidaan yhtälön (2.4) perusteella ilmaista muodossa

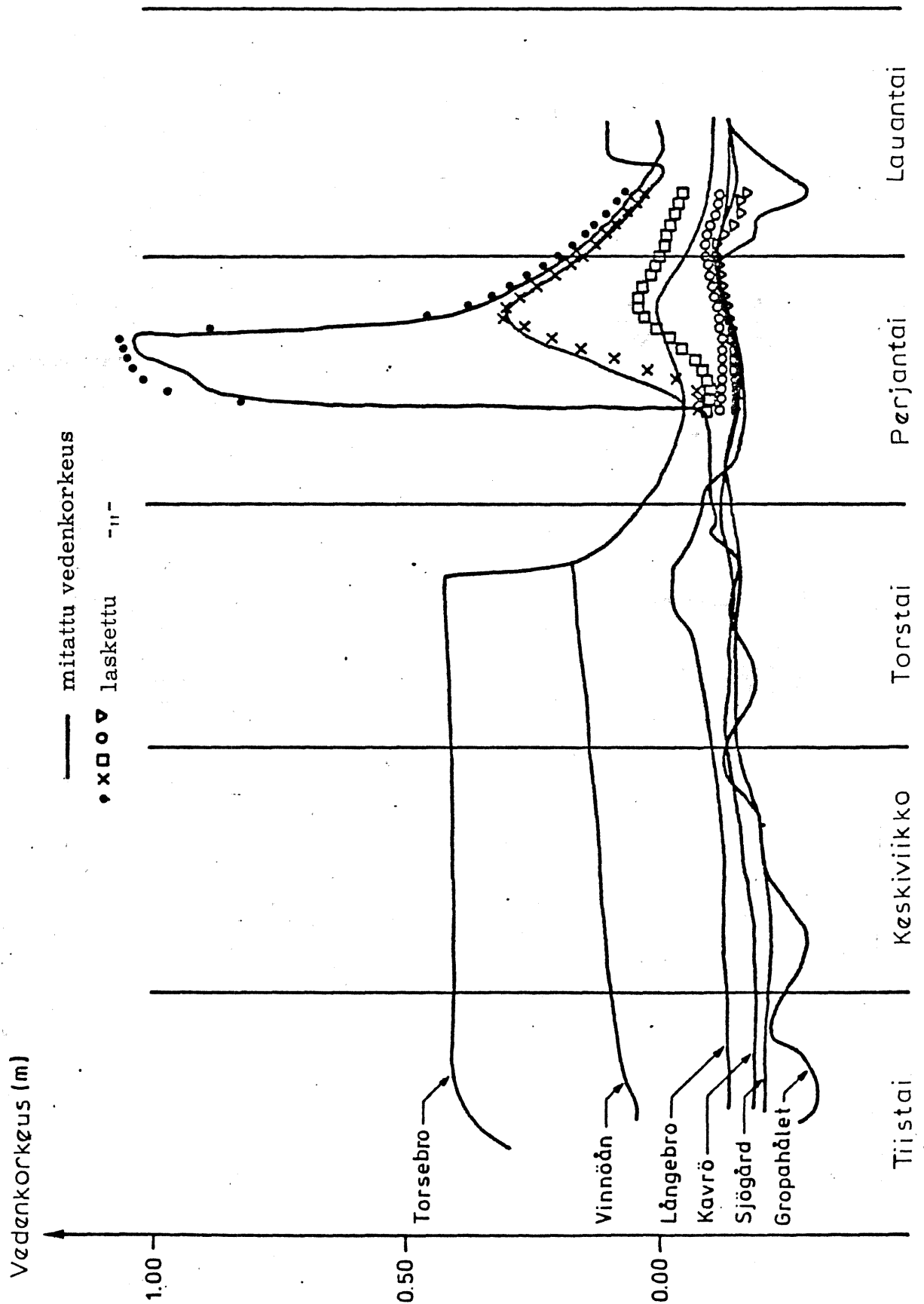
$$C^2 = \frac{gQ \cdot |Q|}{AR} / \left\{ \beta \frac{Q^2}{A^2} \frac{\partial A}{\partial x} - gA \frac{\partial z}{\partial x} + U_q \cdot q \right\} \quad (16.1)$$

kun tapauksessa on muuttumaton virtaus. C -arvot saadaan mittaamalla vedenkorkeus- ja virtaama-arvot muuttumattomassa tilanteessa ja sijoittamalla kaavaan (6.1). Mittaukset on tehtävä eri vedenkorkeuksien vallitessa, jotta kitkan riippuvuus vedenkorkeudesta selviäisi. Mittaukset toimivat samalla mallin kalibrointina.

Mainittakoon vielä, että eri hilapisteiden välimatkan ei tarvitse olla vakio. Malli ei (ainakaan periaatteessa) menetä tarkkuuttaan käytettäessä vaihtelevia Δx -arvoja. Tämä on edullista silloin kun jotain tiettyä osaa uomasta halutaan tutkia tarkemmin tiheämmällä hilapisteverkolla.

M A L L I N V E R I F I O I N T I

Jotta mallia voitaisiin käyttää muuttuvan virtauksen simulointiin, on se verifioitava vertailujaksoa hyväksikäyttäen. Vedenkorkeutta on seurattava ainakin parissa pisteessä ja vertailun yhteensopivuutta arvioidaan visuaalisesti. Mahdollisten eroavaisuuksien syyt on selvitettävä. Virheet aallon etenemisnopeuden simuloinnissa saattavat johtua virheistä varastointileveyden arvoissa, ja virheet aallon korkeuden laskemisissa saattavat johtua vääristä kitka-arvoista. Vasta verifioinnin jälkeen voidaan mallia käyttää virtauksen simuloimiseen. Huolellisella työllä voidaan erot laskettujen ja



Kuva 4. Havaitut ja lasketut vedenkorkeudet havaintopisteissä Helgeån varrella.

mitattujen tulosten välillä supistaa alle 5 %:iin kuvattavan tilanteen amplitudista.

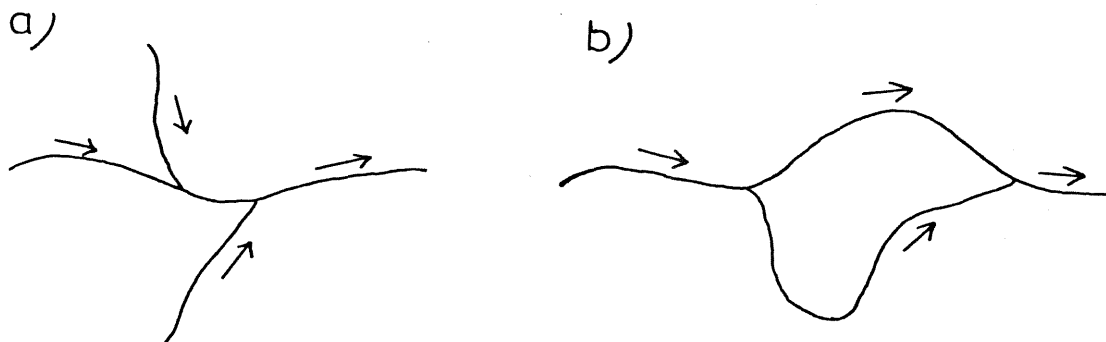
8 K Ä Y T Ä N N Ö N S O V E L L U T U S

Wittmiss (1979) on soveltanut lähes identtistä mallia Ruotsissa sijaitsevaan Helgeån jokeen. Malli kuvaa 33 km pitkän matkan joesta ja noin 10 km tästä muodostuu kahdesta läpivirtausjärvestä. Alue on matala ja tulvii helposti. Sen virtaamaa säätelee voimalaitos joen yläpäässä ja se päättyy mereen. Testaustilanteessa juoksutusta lisättiin 0:sta $70 \text{ m}^3/\text{s}$:iin äkillisesti, juoksutus säilyi tällä tasolla 8 tuntia, jonka jälkeen se pudotettiin taas nollassa. Kuvassa 4 on esitetty mitatut ja mallilla lasketut vedenkorkeusarvot. Voidaan todeta, että mitatut ja lasketut arvot ovat hyvin lähellä toisiaan, suurimmat poikkeamat ovat n. 5 cm. Jakson loppupäässä yhteenpitävyys on heikointa. Tämä johtuu mallin oletuksesta, että tulva-alueilta kaikki vesi valuu välittömästi takaisin jokeen vedenpinnan laskiessa, kun todellisudessa vesi kasvillisuuden ym. esteiden takia varastoituu sinne pitemmäksi aikaa (detention storage). Wittmiss kuitenkin arvelee, että tuloksia voidaan parannella tutkimalla joen geometrisia piirteitä tarkemmin.

Kuvaa 4 tarkasteltaessa nähdään, että maksimivedenkorkeuden ajoitus eri pisteissä on erittäin hyvin ennustettu mallilla. Tämä tarkoittaa, että malli laskee aallon etenemisnopeuden tarkasti. Täten mallin eräs soveltamiskohde olisi voimalaitosten juoksutusohjelman laadinta, jos voimalaitoksia on useampia peräkkäin. Mallin rakenne tekeekin sen erittäin sopivaksi kuvaamaan nopeasti muuttuvia tilanteita.

9 M A L L I N K E H I T T Ä M I S M A H D O L L I S U U K S I A

Edellä esitettyssä versiossa malli laskee virtausta haaraantumattomassa uomassa. Mallia voidaan helposti laajentaa koskemaan myös haaraantuvaa jokisysteemiä (kuva 5a). Jos sen sijaan haarat jälleen yhdistyvät ja syntyy silmukka, (kuva 5b) on tilanteen käsittely paljon hankalampi, koska se vaatii huomattavia lisäyksiä laskenta-algoritmiin.



Kuva 5. Haaraantuva (a) ja silmukka-tyyppinen jokisysteemi (b).

Tällaista monihaara-silmukkasysteemiä on onnistuneesti sovellettu kenttöoloihin mm. Tanskassa ja myös Hampurin satamassa Dansk Hydraulisk Institutin toimesta (esim. Abbott 1979).

Tuulen aiheuttama vedenpinnan kallistus saattaa tulla tärkeäksi virtaukseen vaikuttavaksi tekijäksi matalissa pitkissä järvissä, jolloin vedenkorkeusero järven molemmissa päissä voi olla hyvinkin huomattava. Tuulen vaikutus voidaan näissä erikoistapauksissa ottaa huomioon lisäämällä yhtälöön (2.4) tuulen stressiä kuvaava termi. Tuulen aiheuttama leikkausjännitys voidaan kuvata esimerkiksi lausekkeella

$$\tau = k \cdot W \cdot W_x \quad (8.1)$$

missä

k = kerroin

W = tuulen nopeus

W_x = tuulen huomansuuntainen komponentti

Mallia voidaan myös käyttää vesistöissä, joissa välillä esiintyy ylikriittisiä nopeuksia tai ylimääräisiä energiahäviöitä kuten putouksien, säännöstelypatojen tai siltakapeikkojen kohdalla. Tässä tapauksessa vesistö jaetaan osuuksiin, joihin malli sovelletaan erikseen. Ensimmäisen osuuden viimeisen pisteen reuna-arvoa käytetään toisen osuuden ensimmäisenä reuna-arvona jne. Tämä vaatii tietenkin yksityiskohtaista tietoa vesistön fyysisistä piirteistä ja jonkin verran ohjelmointityötä eri osuuksien liittämiseksi toisiinsa.

Koska malli laskee virtauksen varsin tarkasti, se sopii hyvin myös sekoittumismallin pohjaksi. Sekoittumismallithan vaativat tarkat tiedot virtauskentästä, jonka perusteella lasketaan merkkiaineen kuljetusta ja diffuusiota.

K I R J A L L I S U U S

Abbott, M.B.: Computational hydraulics. Pitman 1979.

Wittmiss, J.: Endimensionell modell för icke stationära förlopp i vattendrag. Seminarium om innsjöers dynamikk, Lillehammer 1979.

