



Mathématiques et sciences humaines

Mathematics and social sciences

183 | Automne 2008

Hommage à Georges-Th. Guilbaud

Système parental et matrimonial au Nord Ambrym

Marital and parental system in North Ambrym

Georges-Théodule Guilbaud



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/msh/10813>

DOI : 10.4000/msh.10813

ISSN : 1950-6821

Éditeur

Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée

Date de publication : 14 décembre 2008

Pagination : 73-96

ISSN : 0987-6936

Référence électronique

Georges-Théodule Guilbaud, « Système parental et matrimonial au Nord Ambrym », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 183 | Automne 2008, mis en ligne le 15 décembre 2008, consulté le 02 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/msh/10813> ; DOI : 10.4000/msh.10813

DEUX ARTICLES SCIENTIFIQUES DE G.-Th. GUILBAUD

Il semble naturel de compléter ce numéro de *Mathématiques et Sciences humaines* par des écrits de Guilbaud lui-même.

Nous en avons choisi deux, parus l'un en 1970, l'autre en 1974.

Il y a trois raisons à ces choix :

- Ces deux textes sont aujourd'hui quasiment introuvables.
- Ensuite, ils témoignent de la diversité des intérêts de Guilbaud dans les sciences sociales. Les mathématiques utilisées sont elles aussi très éloignées l'une et l'autre, algèbre dans le premier cas, statistique inférentielle dans le second.
- Enfin, et surtout, ils sont très caractéristiques de la manière dont il présentait idées et techniques mathématiques pour des lecteurs étrangers à cette discipline.

Le premier de ces articles¹ (cf. p. 73-96) fut publié à la suite d'un exposé oral sur des travaux de l'ethnologue océaniste Jean Guiart, dans un domaine qui a toujours intéressé Claude Levi-Strauss, celui des systèmes de parenté.

Le second² (cf. p. 97-106) résulte de la très féconde collaboration qui s'était instaurée, dans les années 1970, entre des historiens de la numismatique (et au premier chef, Julien Guey) et le Centre de mathématique sociale, dont la statisticienne Charlotte Carcassonne, et Guilbaud lui-même.

Nous remercions les directions des revues concernées d'avoir autorisé la reproduction de ces textes.

¹ « Système parental et matrimonial au Nord Ambrym », *Journal de la Société des Océanistes* n° 26, tome XXVI, mars 1970, p. 9-32.

² « À propos de l'estimation du nombre de coins », *Bulletin de la Société française de Numismatique*, Cabinet des médailles de la bibliothèque nationale, 29^e année, n° 7 mensuel, juillet 1974, p. 625-634.

Systeme parental et matrimonial au Nord Ambrym *

Une analyse mathématique par le Professeur Georges Guilbaud, Directeur d'Études à l'École Pratique des Hautes Études, VI^e section (Sciences économiques et Sociales), suivie d'une discussion comportant la participation de M. Claude Lévi-Strauss, Professeur au Collège de France¹.

EXPOSÉ ET DISCUSSION
DU 19 JANVIER 1961

Il est facile de faire des exercices d'algèbre élémentaire sur les relations de parenté ; elles permettent de montrer commodément ce qu'est une relation transitive ou intransitive, ce qu'est un groupe. Mais en général on utilise les relations de parenté telles qu'on les trouve dans notre société et cela ne mène pas très loin. Heureusement les ethnologues nous ont fait connaître d'autres façons de penser et de dire la parenté ; Jean Guiart, par exemple, nous a rapporté de l'île d'Ambrym un lexique de termes de parenté. En fait dans un tel lexique, on ne peut faire d'emblée des exercices qui supposeraient sa parfaite compréhension, puisque c'est en effet de le comprendre qu'il s'agit d'abord. Le comprendre, c'est pour moi essayer d'appliquer mon algèbre à ce lexique afin de voir s'il est ainsi possible de le mettre en ordre.

Nous avons donc au départ un tableau, tel qu'il est présenté, p. 301 à 304, dans le numéro de décembre 1956 du « Journal de la Société des Océanistes ». Nous redonnons à nouveau les généalogies et une fraction du système de parenté local (fig 1).

1. Ce texte ne saurait se lire sans se référer aux deux études suivantes :

DEACON, Arthur Bernard. The Regulation of marriage in Ambrym. (*Journal of the Royal Anthropological Institute of Great Britain and Ireland*, London, v. 57, 1927, p. 325-342).

GUIART, Jean. Système de parenté et organisation matrimoniale à Ambrym (*Journal de la Société des Océanistes*, Paris, t. 12, 1956, p. 301-326).
Voir une bibliographie plus complète à la fin de l'article. Les schémas sont de la main de G. Guilbaud.

* Cet article a été publié la première fois dans *Journal de la Société des Océanistes* n° 26, tome XXVI, mars 1970, p. 9-32.

- | | |
|--|---|
| 1 mon frère | 1 ma sœur |
| 2 un fils de la sœur de ma mère | 2 la fille de la sœur de ma mère |
| 3 un fils du frère de mon père | 3 la fille du frère de mon père |
| 4 fils de la fille de la sœur de la mère de mon père | 4 fille du fils du frère de la mère de mon père |
| 5 fils du fils de la sœur de la mère de mon père | 5 fille de la fille de la sœur de la mère de mon père |
| 6 fils du fils du frère de la mère de mon père | 6 mère du père du père de mon père |
| 7 le père du père du père de mon père | 7 sœur du père de mon père |
| 8 frère de la mère du père de ma mère | 8 mère du père de ma femme |
| 9 frère de la mère du père de ma femme | 9 fille de mon fils |
| 10 frère de la mère de la mère de ma femme | 10 fille du fils de mon frère |
| 11 un fils de mon fils | 11 fille du fils du fils du frère de mon père |
| 12 fils du fils de mon frère | 12 fille du fils du fils de la sœur de ma mère |
| 13 fils du fils du fils du frère de ma mère | |
| 14 fils du fils du fils de la sœur de ma mère | |
| 15 fils du fils de la sœur de ma femme | |

YUNEN

TAYEN

FIG. 1. — *Tayèn*, frère. — *Yunèn*, sœur.

Il s'agit de savoir comment on peut manier ces termes sans risque de se tromper, ces termes dont on s'aperçoit vite que chacun d'eux peut désigner des personnes, à nos yeux, très différentes. Si l'on se contente du tableau précédent, la chose apparaît très difficile. Le problème préliminaire va donc être de trouver une méthode plus simple, plus maniable pour décrire la parenté.

La méthode la plus simple est évidemment celle des diagrammes. Ceux de ce genre sont bien connus :

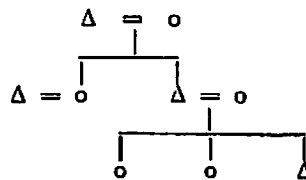


FIG. 2.

Une fois qu'on a choisi sur ce graphique un point d'origine — Ego —, on peut localiser tous les éléments de la parenté, y placer tous les mots du lexique et voir aussitôt ce qu'ils signifient dans notre propre langage. C'est ce qu'on appelle un « arbre ». Ce mot n'a pas ici le sens que lui donnent les généalogistes des familles royales : les arbres des généalogistes sont tronqués, ils se limitent à une seule lignée. Sur mon diagramme, je veux au contraire indiquer tous ceux qui sont en relation avec Ego et les relations que j'y relève sont aussi bien horizontales que verticales, ascendantes que descendantes. A travers lui je vise quelque chose d'universel, je veux pouvoir y énumérer toutes les relations, afin de voir ensuite comment s'y inscrivent celles que les gens d'Ambrym semblent privilégier.

Sur le diagramme précédent, le plus fréquemment utilisé, les individus sont représentés par des signes ponctuels (Δ -o) et les liens qui existent entre eux par des lignes. Je considère que ce système est très incommode et je propose de faire l'inverse : représenter les individus par des traits (pleins pour les hommes, pointillés pour les femmes), leurs liens par des nœuds de connexion, des flèches indiquant le sens de la lecture.

Ces arbres laissent de côté certains phénomènes, ils idéalisent la réalité. Ce qui nous intéresse, ce sont en effet les relations sociales sur la base des relations de parenté. De ce point de vue, Ego considère de la même façon tous ses frères et lui-même, de même toutes ses sœurs sont pour lui comme une sœur. Le frère représente la classe de tous les frères. Bien entendu, cette simplification n'est pas toujours possible : une société peut attacher une

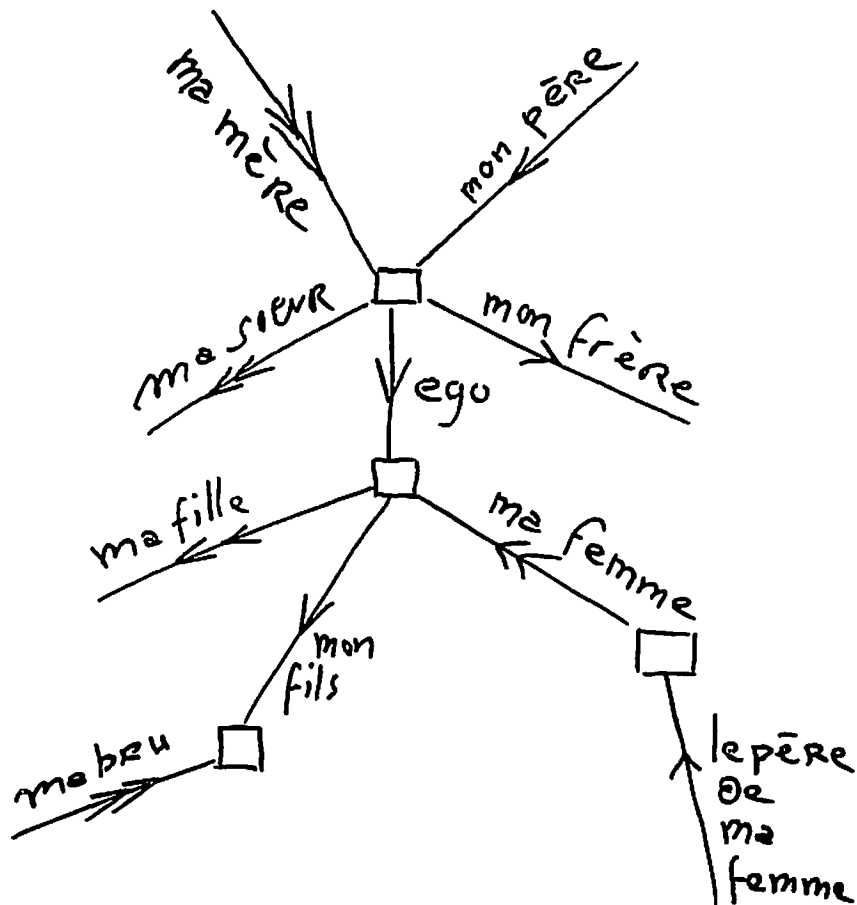


FIG. 3. — Chaque trait représente un individu situé entre deux mariages, celui de ses parents et le sien ; la flèche simple est un homme, la flèche double une femme, l'orientation du trait correspond aussi au sens de la filiation.

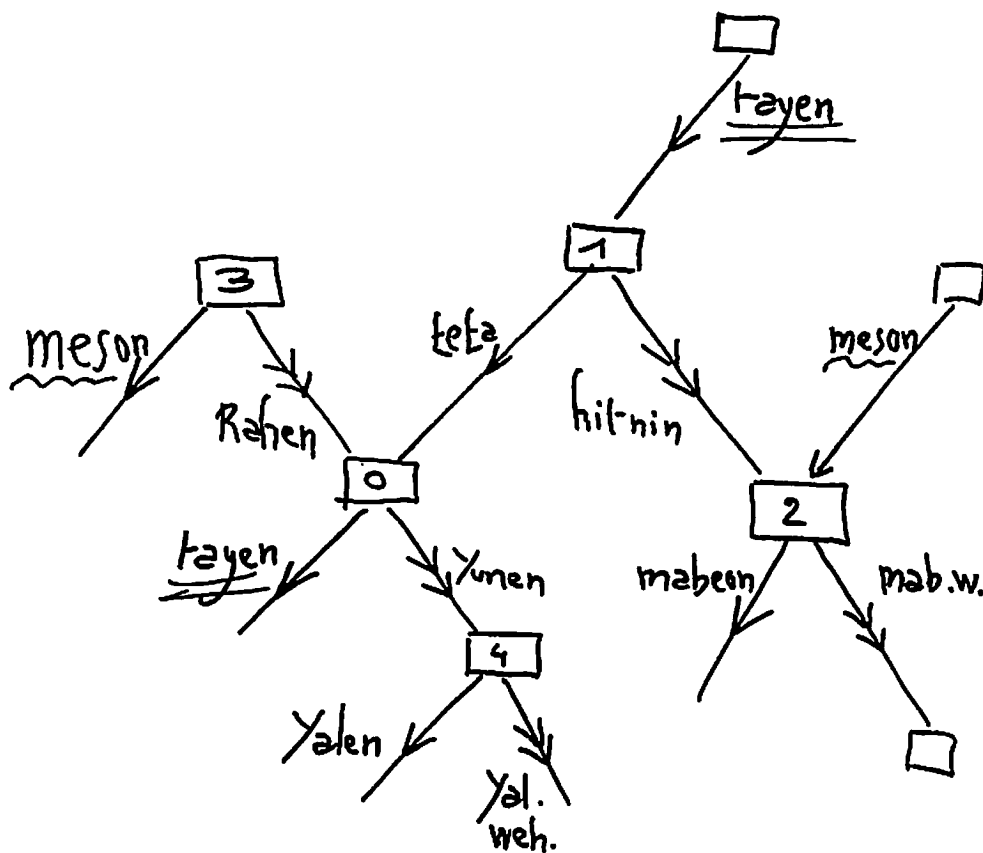


FIG. 3 bis.

importance particulière à la distinction entre aîné et cadet. En ce cas, le graphique est un peu plus compliqué. De même encore, on n'attache pas d'importance à la polygamie simultanée ou successive. Par conséquent, on ne considère que des couples qui ont chacun deux enfants, un garçon et une fille. Cette façon de faire convient très bien au cas d'Ambrym où on ne trouve qu'un seul cas de polygamie, celui du chef, qui peut être mis de côté et traité à part.

Il ne suffit pas de faire des dessins, il faut aussi pouvoir lire et noter des relations, désigner des individus. Il suffit, pour décrire toutes les relations qu'on peut lire sur le graphique, d'utiliser quatre symboles :

- P père
- M mère
- G garçon (ou fils)
- F fille

On conviendra en outre d'employer le système anglais pour placer le génitif.

On peut alors fabriquer des « phrases » qu'on lit tout de suite sur le diagramme :

P : on remonte en ligne masculine
 M : —————féminine
 G : on descend en ligne masculine
 F : —————féminine

Ce « dialecte » algébrique donne tout de suite le sexe d'Ego : si la série des symboles commence par P ou G, Ego est masculin. Le symbole terminal indique au contraire le sexe de la personne dont on dit la relation à Ego. Par exemple PGM désigne la femme de mon frère : PG : je remonte et redescends, c'est mon frère ; GM : je descends et je remonte, c'est la femme de mon frère.

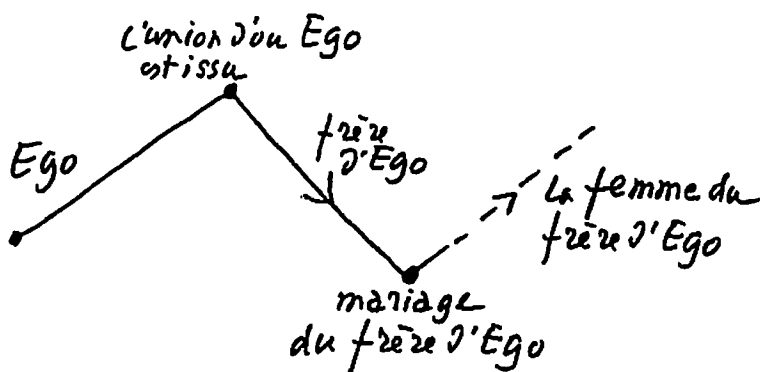


FIG. 4.

Il y a deux éléments neutres :

GP } je descends et je remonte suivant la même ligne : Ego parle de lui-
 FM } même.

Toutes les autres « phrases » ont un sens, désignent une personne déterminée.

Ces règles étant admises, on peut en venir au problème posé par le vocabulaire rapporté par J. Guiart. Cette liste énumère les 180 personnes que l'informateur de J. Guiart a pu situer et avec lesquelles il entretient des relations de parenté. Pour désigner ces 180 personnes, il lui a suffi de 22 mots, parmi lesquels 4 ne sont présentés qu'une seule fois. Ces 4 mots désignent des individus qui pour Ego, l'informateur, ne peuvent être désignés que de cette manière — par exemple, le mot qui veut dire : ma femme —, et on ne peut évidemment en tirer aucune conclusion. Les mots intéressants, ce sont les 18 autres, ceux qui ont plusieurs significations (entre 4 et 18, soit en moyenne 10 par mot), dont le jeu va peut-être permettre de comprendre comment fonctionne le système.

180 cas			
22 mots	4 désigna	1 seul cas	4
	1 désigno	3	3
	1 —	4	4
	2 —	6	12
	2 —	7	14
	1 —	8	8
	1 —	9	9
	3 —	10	30
	1 —	11	11
	1 —	12	12
	2 —	13	26
	1 —	14	14
	1 —	15	15
	1 —	18	18
	<hr/>		<hr/>
	22		180

FIG. 5.

Comprendre, c'est-à-dire, bien sûr, savoir utiliser ce lexique, apprendre *comment* l'on se débrouille pour désigner d'un même mot des gens apparemment très différents, par exemple mon frère, le fils de mon frère, le frère de la mère du père de ma femme. Mais c'est aussi et d'abord trouver le *pourquoi*, la loi de la répartition des parentés possibles entre un certain nombre relativement restreint, de termes de parenté.

Remarquons que c'est là un problème universel : dans toutes les sociétés, il faut avec un vocabulaire limité représenter un ensemble beaucoup plus vaste, non seulement l'ensemble des parents actuels, mais aussi l'ensemble des parents possibles, car il faut pouvoir d'avance nommer les descendants à venir et les alliés futurs ; autrement dit, la terminologie de parenté doit être compatible avec les règles de mariage dans la société considérée. Ce pro-

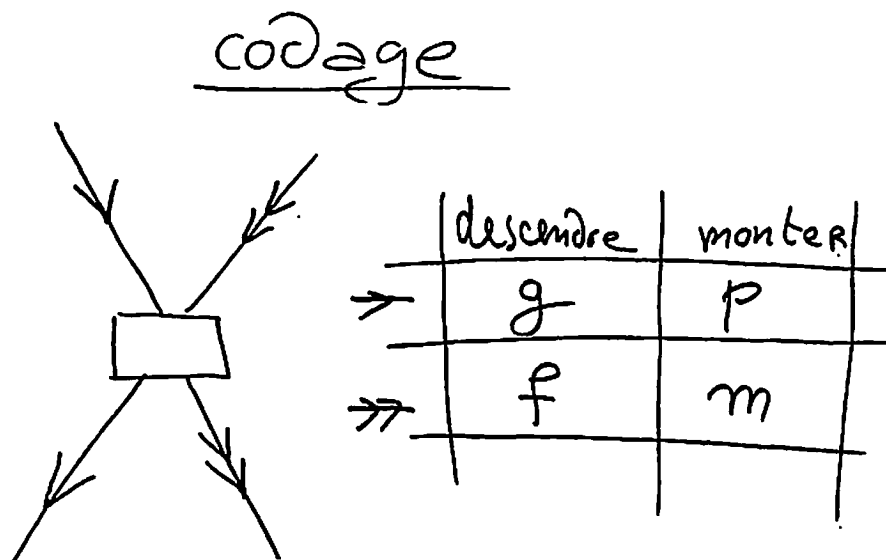
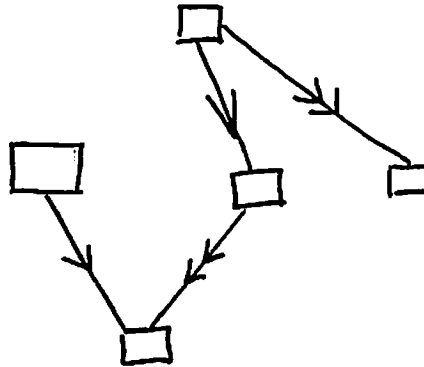


FIG. 6.



Ex.: $gmpf$

FIG. 6 bis.

blème n'a bien entendu de solution que si l'on postule que la répartition des termes de parenté sur l'arbre n'est pas arbitraire, que l'application du vocabulaire sur l'arbre révèle quelque chose : une certaine structure.

On commence par traduire les 18 mots significatifs dans l'algèbre à 4 lettres — PMFG — ou plus précisément, à 4 générateurs. Le but de l'opération est de classer les unions, les nœuds de l'arbre : on met ensemble les nœuds qui se « ressemblent », c'est-à-dire ceux où aboutit une même configuration de noms. Toutefois, on ne peut exiger une identité absolue, car on doit s'attendre à des approximations ou, si l'on préfère, des variantes, ne serait-ce qu'en raison du fait qu'on se place toujours au point de vue d'Ego, que les relations de parenté sont toujours vues selon une certaine perspective. De plus, un certain halo entoure ces relations : il y a pour Ego, un horizon au delà duquel il ne peut plus préciser la relation qu'il entretient avec tel ou tel individu. L'important est alors de définir de façon stricte le critère de ressemblance : on dira d'abord que deux nœuds se ressemblent si sur les quatre lignes qui y aboutissent trois portent le même nom, et en second lieu que les ressemblances sont transitives, c'est-à-dire que si A ressemble à B qui ressemble à C, A, B et C sont rangés dans la même catégorie. On arrive ainsi à une première classification des unions et à l'enchaînement de certaines d'entre elles. On reconstitue de cette façon une portion d'arbre interprétable, un début de tapisserie, qui exprime graphiquement les régularités du système, l'entrecroisement des lignes masculins et féminins.

Le numérotage des nœuds se fait comme suit : 0 indique l'union d'où Ego est issu, 1 celle qu'il contracte, et les autres unions sont numérotées à mesure qu'elles se présentent. La figure révèle deux périodicités : l'une binaire, en ligne masculine, l'autre ternaire, en ligne féminine ; on voit les mêmes noms réapparaître. On peut alors essayer de les faire coïncider en repliant progressivement l'arbre sur lui-même. En achevant ce repliement — ce qui

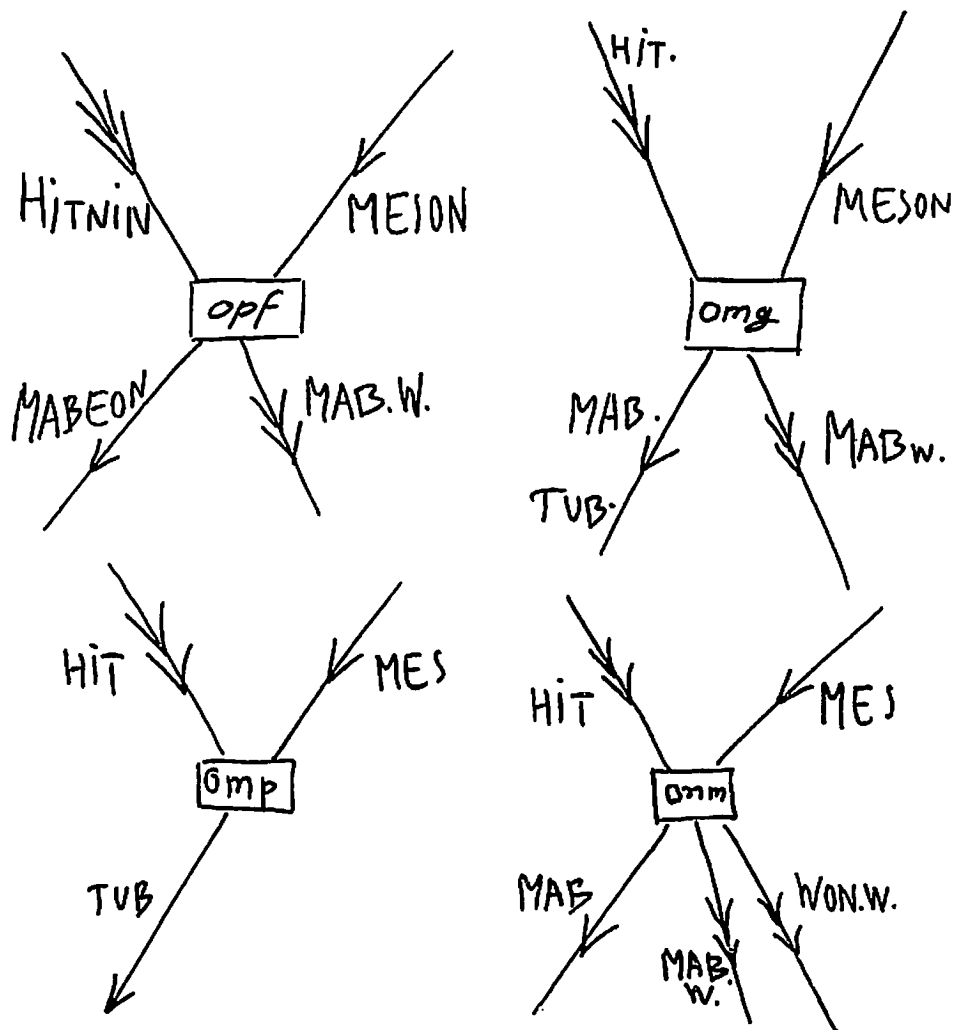


FIG. 6 ter.

	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	e.	g.	gf.	ff.	f.	fg.
.e	e	g	gf	ff	f	fg
.g	g	e	ff.	gf	fg	f
.gf	gf	f	e	fg	g	ff
.ff	ff	fg	g	f	e	gf
.f	f	gf	fg	e	ff	g
.fg	fg	ff	f	g	gf	e

groupe (3!)

Ambrym

FIG. 7.

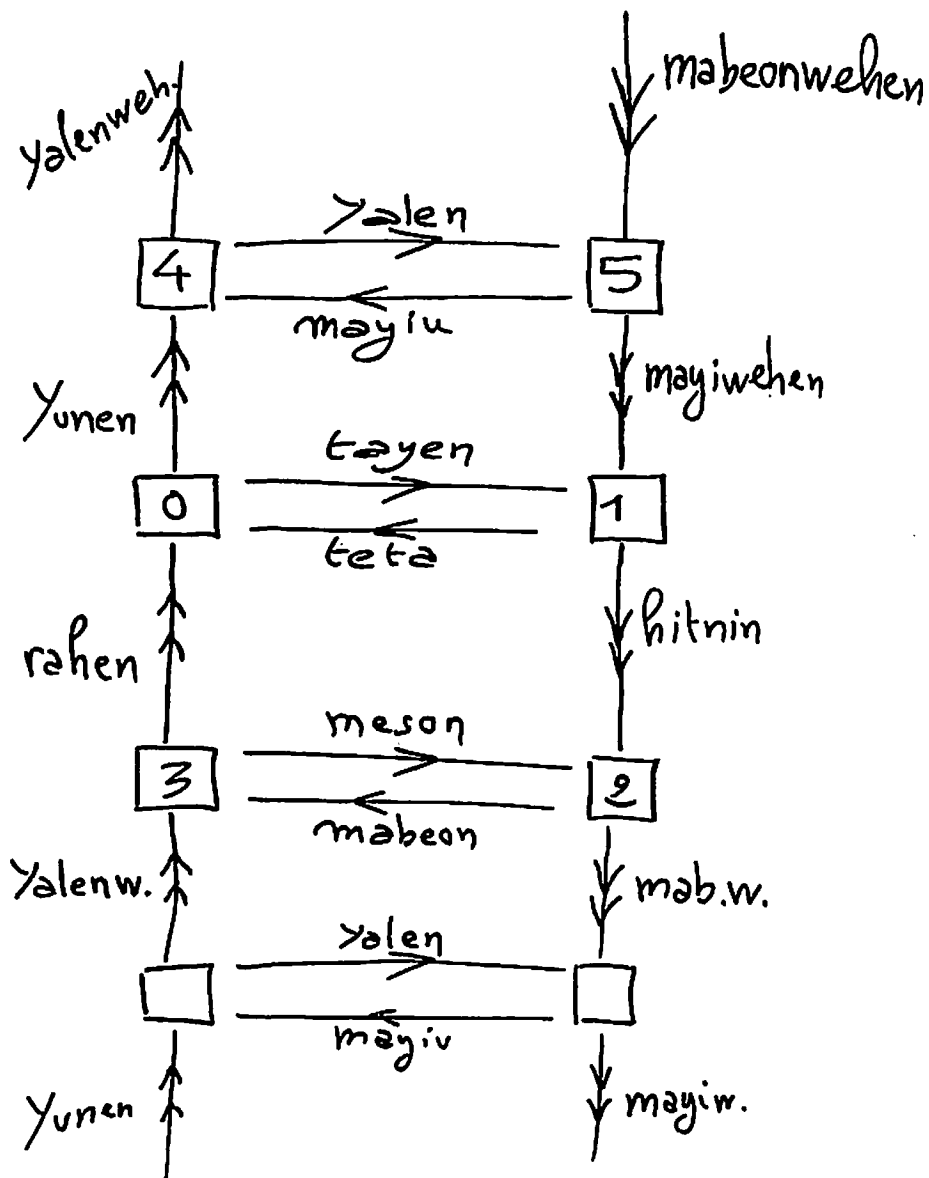


FIG. 8.

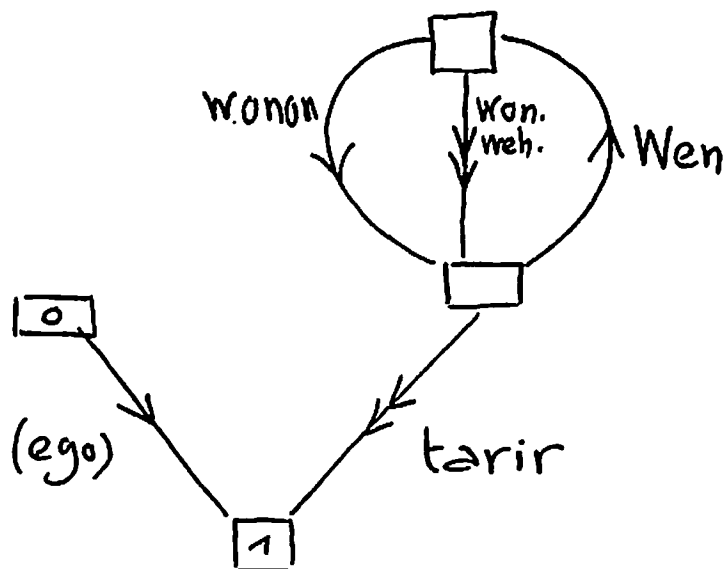


FIG. 9.

n'est pas facile en raison de la différence de périodicité entre lignes masculines et féminines — on obtient un diagramme de parenté réduit à sa plus grande compression et dont on constate qu'il se boucle (fig. 10).

Sur ce diagramme ne figurent que 12 mots sur 18. Il ne représente donc qu'une partie du lexique. Mais on peut l'appeler la partie régulière ou régulatrice du système, car on peut à partir de là faire des prévisions quant à la façon dont les gens vont se marier, sous la seule condition cependant d'une hypothèse supplémentaire : il faut postuler que le mariage d'Ego ne bouleverse pas le système des dénominations. Cette hypothèse n'a rien d'étrange : elle revient à dire que mon fils devra pouvoir employer le même dialecte que moi pour désigner ses parents. Autrement dit, le système comporte un endomorphisme¹ et la conséquence en est qu'Ego ne peut pas choisir n'importe quelle femme pour épouse. Un choix arbitraire entraînerait tôt ou tard des courts-circuits dans le système.

Cette figure indique les filles parmi lesquelles Ego peut choisir son épouse et dont aucune n'est de la même génération de référence que lui. Le mariage avec l'une d'elles permet la conservation dans le temps du système. Ce disant, on n'a pas, à proprement parler, énoncé des règles du mariage, on a seulement tracé le cadre au sein duquel des règles plus précises, faisant intervenir d'autres conditions et sur lesquelles seul l'ethnologue peut nous renseigner, peuvent être posées.

1. Le fait que cet endomorphisme ait été escamoté dans un grand nombre d'autres situations rend le cas d'Ambrym d'autant plus remarquable. J. G.

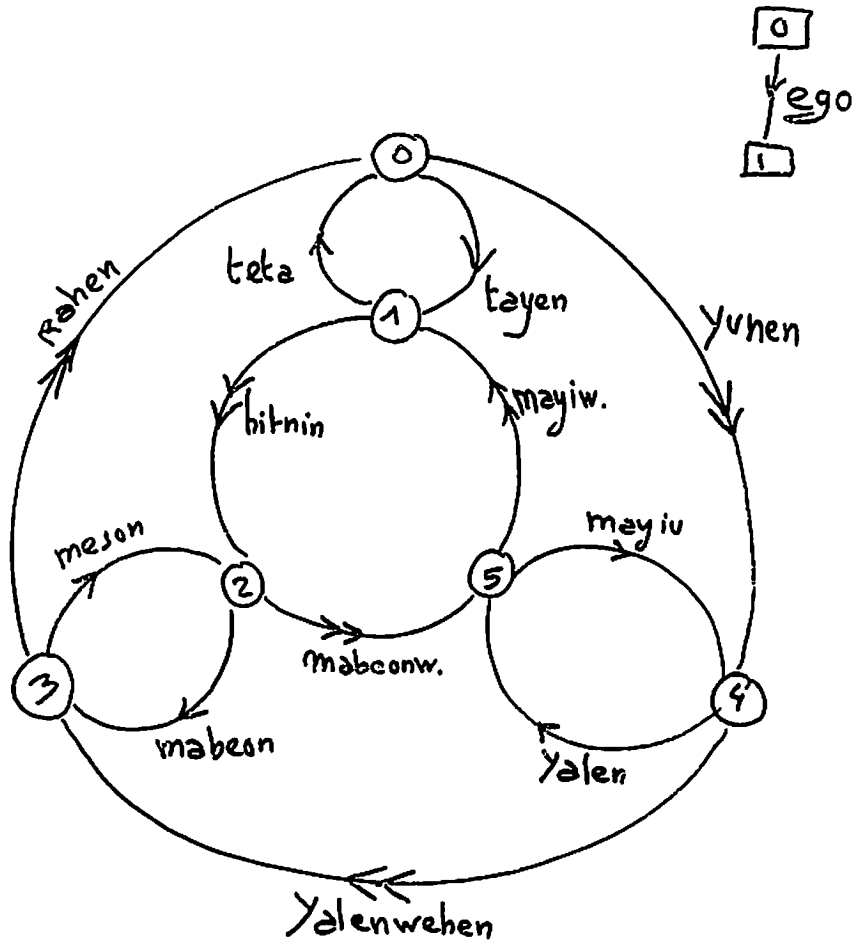
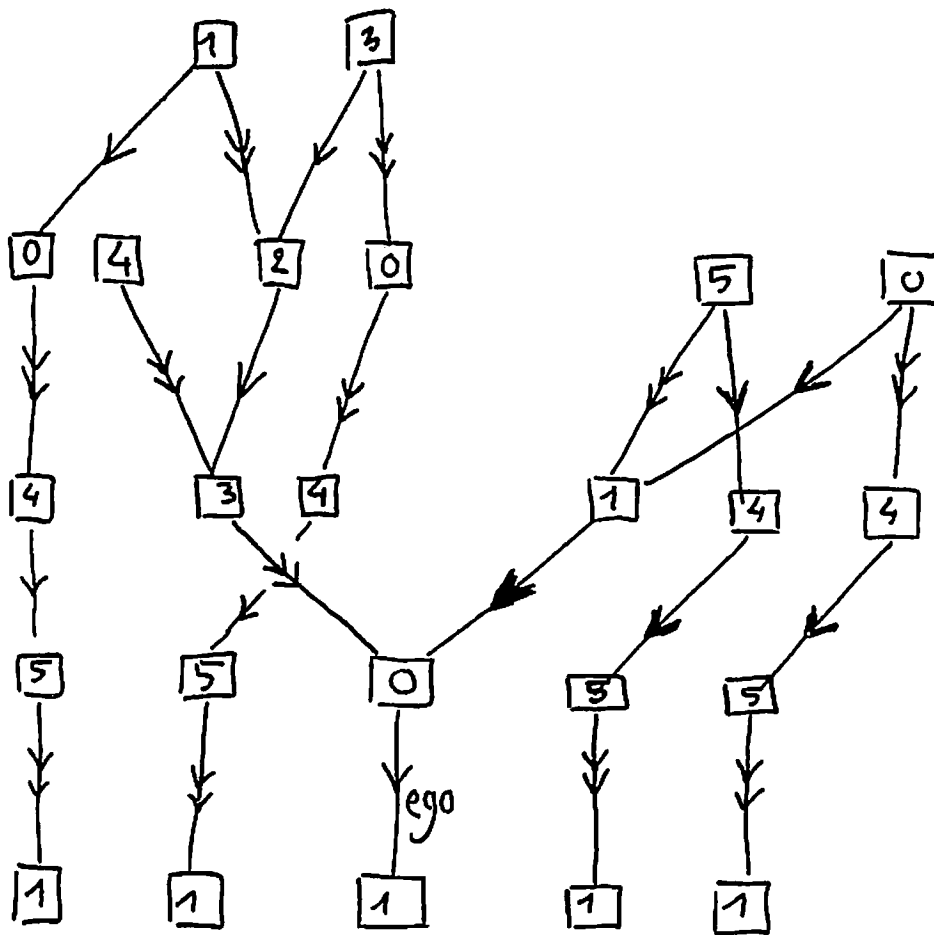


FIG. 10.



≈ Règle de mariage

FIG. 11.

Cette partie régulatrice du système de parenté nous livre donc la structure de celui-ci. On a cherché cette structure dans une algèbre. Mais y a-t-il moyen de faire autrement ? Par l'algèbre, il semble bien qu'on atteigne ce qu'il y a de plus profond : les fameux dessins tracés par l'informateur de Deacon et qui ne sont pas tellement éloignés de ceux que nous venons de faire, en portent témoignage.

Bien entendu, on aurait pu choisir un autre mode de représentation graphique, celui-ci par exemple :

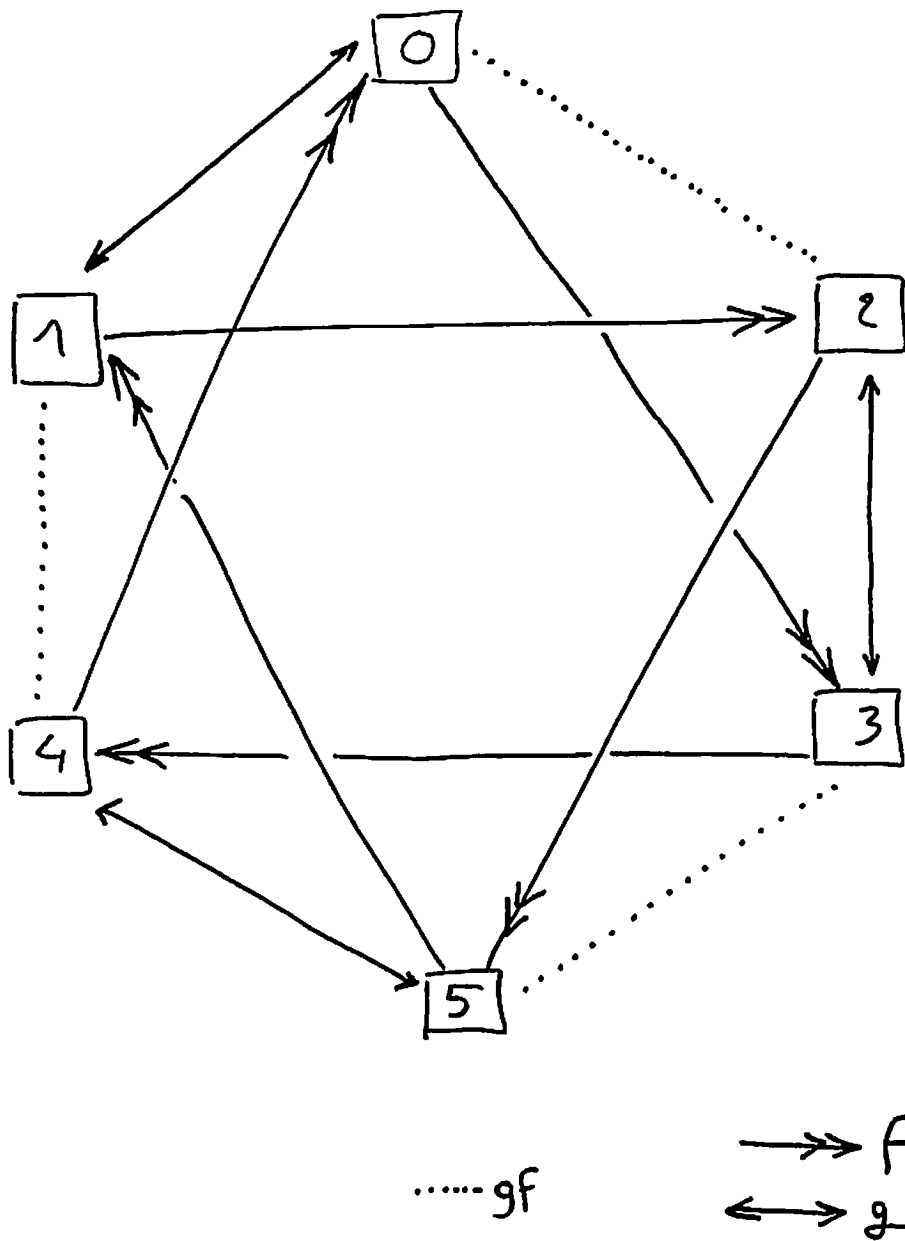


FIG. 12.

Cette figure est bien connue : elle représente le groupe de permutation de trois objets. Mais, quant à la structure, c'est exactement la même figure que précédemment.

Six mots restent à interpréter. Il suffit d'énoncer dans notre langage ce que trois d'entre eux signifient pour constater qu'ils désignent la belle-famille, c'est-à-dire cette parenté ascendante qu'Ego localise sur l'arbre à partir de sa femme. (Il s'agit donc d'un vocabulaire post-matrimonial connexe au précédent, et qui n'est pas pertinent à la naissance cf. fig. 9).

Sur les trois mots restants, deux désignent les enfants et le dernier désigne les dieux qui forment en effet une classe pour les petits-enfants.

On a donc au total :

- 12 termes qui constituent le système régulateur
- 3 termes qui désignent la belle-famille
- 2 termes qui désignent les enfants
- 1 terme qui désigne les aïeux.

Quant aux quatre mots qui ne se présentent qu'une fois, l'un d'eux désigne la femme d'Ego et les trois autres sont peu attestés.

Lévi-Strauss Du point de vue des ethnologues, le cas d'Ambrym pose deux problèmes, l'un antérieur aux travaux de Jean Guiart, l'autre qui est la conséquence de ses travaux.

Avant Jean Guiart, A. B. Deacon avait obtenu d'un informateur deux types de renseignements. Les uns concernaient un système de classes ou de sections permettant de déterminer les règles de mariage ; les autres concernaient la terminologie de parenté permettant de repérer chaque individu. Or l'informateur lui-même indiquait que les deux systèmes ne « collaient » pas absolument ensemble. Le problème est alors d'interpréter cette divergence, soit en montrant l'origine, soit en la surmontant et en faisant coïncider, par un effort de réflexion supplémentaire, les deux systèmes. Disons pour préciser la difficulté, que dans les systèmes à classes déjà connus, les systèmes australiens par exemple, on a d'une part des sections ou des sous-sections nommées et d'autre part des termes exprimant des relations de parenté, et que jamais des individus désignés par le même terme de parenté ne se trouvent répartis dans des sections ou des sous-sections différentes. Or, c'est ce paradoxe qui, selon Deacon, on rencontrait à Ambrym.

Guilbaud Dans tout ce qui précède, je n'ai pas parlé de sections, mais j'aurais pu le faire : tous les individus peuvent ou pourraient être répartis en sections ou en classes. J'ignore si ces classes sont réellement dénommées, mais cela m'importe peu : dans une structure de groupes on peut fort bien percevoir et calculer sans pour autant se servir de désignations isomorphes aux miennes. C'est pourquoi je ne m'étonnerais pas qu'un informateur affirme l'existence de sections et qu'un autre la nie.

D'autre part, si les systèmes australiens paraissent simples, c'est parce que la parité est la même du côté masculin et du côté féminin. A Ambrym au contraire, on est en présence du groupe de permutation de trois objets, qui comporte six éléments, soit $3!$ ou plus simplement 2×3 . Or les propriétés distinctes de 2 et de 3 créent une gêne permanente quand on veut synétriser en un système à classe. C'est cette gêne que ressentait l'informateur de Deacon, c'est celle que ressentent les gens des tribus voisines qui

disent de ceux d'Ambrym : « ces gens se marient bizarrement, ils épousent leurs grand-mères ! »

L.-S. Sans doute, mais ce qu'il faudrait nous expliquer, c'est en quoi un système à base 3 est structurellement différent d'un système à base 2, et pourquoi, dans le premier cas, on peut normalement s'attendre à trouver des anomalies. Il faudrait examiner la totalité du matériel recueilli pour ces systèmes et soit les rendre cohérents, soit rendre compte de leurs incohérences.

Passons maintenant au second problème. Sur la base des travaux de Deacon, nous étions convaincus qu'il existait à Ambrym un système à six classes et que les indigènes avaient conscience de son existence. Là-dessus, Guiart rapporte des généalogies plus complexes et son impression intuitive est qu'elles sont incompatibles avec un tel système.

Ce qui nous avait prodigieusement intéressés dans votre exposé d'il y a quelques années, c'est que, partant de ce matériel, vous aviez non seulement redémontré l'existence de ce système à 6 classes, comme vous l'avez fait aujourd'hui, mais en outre expliqué la contradiction apparente en faisant intervenir les origines villageoises des individus et en montrant comment leur diversité pouvait être réduite et ordonnée.

G. Vous trouvez donc que mon exposé sur le thème des villages apportait davantage que celui d'aujourd'hui. Je pense pourtant employer dans les deux cas la même méthode et aboutir aux mêmes conclusions. Qu'on inscrive sur l'arbre des noms de villages au lieu de noms de personnes, on pourra toujours le replier et retomber sur le même système. Le désaccord dont parlait l'informateur de Deacon tient essentiellement à la difficulté de créer un langage parfaitement adéquat pour les systèmes ternaires. Peut-être aurais-je du souligner davantage cette difficulté, mais je la croyais bien connue des anthropologues.

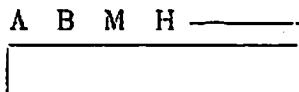
L.-S. Elle l'est fort peu au contraire. En ce moment même R. Needham mène une vigoureuse offensive en vue de ramener tout ternaire à du binaire.

G. Je ne crois pas du tout au succès d'une pareille tentative. La logique ternaire est irréductible à la logique binaire.

Quoi qu'il en soit, l'intérêt de ces études pour un algébriste vient de ce que la richesse d'un arbre déborde assez vite le cadre classique.

EXPOSÉ ET DISCUSSION
DU 27 JANVIER 1961

I — *Villages et mariages.* Chaque mariage est désigné par un sigle qui indique les villages d'origine des conjoints et de leurs géniteurs (EBL, RMM etc...)



On range (par tâtonnements organisés en vue d'obtenir une figure présentant une certaine connexité) les villages de façon à construire un tableau rectangulaire.

On marque les cases pour lesquelles des mariages sont attestés. En gros, on constate que les villages se répartissent en triades de telle sorte qu'une classe ne se marie pas avec une des deux autres, celles-ci au contraire se mariant entre elles. Pour les mariages, les villages fonctionnent donc par cycles de trois. (Ces groupements de villages ne sont pas géographiques ; il ne s'agit pas de relations de proximité).

Toutefois, sur le tableau, certains mariages ne semblent pas conformes à la règle. On peut modifier l'ordre des villages pour faire disparaître ces aberrances, mais d'autres apparaîtront. Autrement dit, on a là un modèle structurel, qui permet de dire non pas ce qui est aberrant, mais qu'il y a des aberrances possibles.

L. S. Peut-être celles-ci tiennent-elles à ce qu'un village pris jusqu'ici comme un tout doit être divisé en deux. La méthode précédente a permis de regrouper la multiplicité des villages en classes exogamiques. La contre-épreuve est-elle possible ? Peut-on dire que certains villages doivent être partagés entre deux clans (ou sections) ? Ou encore, on a commencé par considérer la structure comme une série de boîtes dans lesquelles il s'agissait de ranger les villages ; mais la structure ne peut-elle être considérée aussi comme un coupe-tomates qu'il faudrait appliquer sur les villages ?

G. Il faudrait s'entraîner sur un cas donné et essayer toutes possibilités. Malheureusement les informations font défaut.

On peut cependant préciser le problème : j'ai d'un côté la liste des villages et on suppose que certains des villages doivent être divisés, porter deux noms. Donc on a deux éléments du côté structurel qu'il faut mettre en correspondance avec un seul élément du côté des villages donnés. Ce sont maintenant les villages qui sont des boîtes dans lesquelles on met des étiquettes structurales. Il y a d'autre part de fortes chances pour que telle étiquette soit appliquée non seulement sur ce village mais aussi sur cet autre. Par conséquent, la correspondance n'est plus biunivoque. Si je n'ai aucune idée sur la structure, je ne vois pas comment je pourrais m'en tirer. Si au contraire j'en ai une, je peux essayer de mettre en correspondance une structure et des villages, tout en conservant une partie des liaisons qu'on a déjà trouvées. (Barbut) On pourrait essayer de déterminer les structures incompatibles avec le dossier, villages ou vocabulaire.

L. S. Ce serait déjà beaucoup.

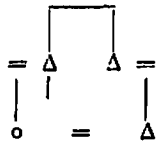
II — *La méthode générale* — *G.* La seule différence avec la procédure suivie la semaine dernière est que sur le diagramme, on a porté non plus les termes de parenté, mais des noms de villages. Pour le reste, on procède identiquement : on constate que certaines lignes portent les mêmes mots, on essaye alors de replier le diagramme sur lui-même et on obtient un schéma analogue, un peu moins net dans le cas des villages que dans celui de la parenté parce que l'information est plus faible dans le premier cas. Quoi qu'il en soit,

on a une division ternaire, des règles d'exogamie et une hérédité, c'est-à-dire l'enchaînement des mariages.

La même méthode pourrait être appliquée à des systèmes très différents. Bien plus, on peut essayer de rêver, de fabriquer des vocabulaires de parenté, des modèles dont beaucoup sans doute ne correspondront à rien dans la réalité. On dessine un arbre, et on met dessus des mots, non pas au hasard, mais de façon à faire apparaître certaines régularités et on est loin d'avoir exploré toutes les régularités possibles. Les plus intéressantes, ici, sont les homomorphismes, qui rendent la structure indépendante de la place d'Ego sur l'arbre.

Prenons un vocabulaire : F G M P. A partir de ces « mots », on peut fabriquer des phrases, qui seront significatives si l'on se donne certaines règles de syntaxe, en l'occurrence : F est l'inverse de M et G celui de P ; on pose en outre l'équivalence des sblings. Il suffit donc d'avoir M et P, puisque du même coup on a leurs inverses. C'est une structure de groupe libre à 2 générateurs. Ce groupe permet de décrire la parenté, et à partir de lui on peut fabriquer un vocabulaire qui le reflétera et sera lui-même un groupe, mais non un groupe libre : il sera pris à l'intérieur du premier par repliement. J'insiste sur le fait que les sblings sont considérés comme équivalents. S'ils ne l'étaient pas, on n'aurait plus affaire à une structure de groupe.

L. S. Pour les ethnologues, le principe de cette équivalence est respecté même quand on distingue aîné et cadet, car cette distinction veut simplement dire que la catégorie « sibling » est subdivisée. Au contraire le principe ne joue plus dans le cas par exemple du mariage arabe (avec la fille du frère du père), car alors le père d'Ego et le frère du père ne sont plus équivalents : l'un peut être mon beau-père alors que l'autre ne le peut pas.



G. Il y aurait lieu d'examiner les différentes manières de concevoir l'équivalence des sblings. On peut opposer le fils aîné à tous les cadets ; Ego peut considérer comme deux catégories distinctes ceux qui sont nés avant lui et ceux qui sont nés après. On peut aussi les numéroter dans l'ordre de naissance et leur donner des noms mythologiques : le premier sera Castor, le deuxième Pollux etc...

L. S. Qu'on leur donne un nom n'a pas d'importance en soi. L'important est de savoir si le fait de porter ce nom est ou non fonctionnel. Il y a équivalence de sblings quand on peut définir des classes qui ne sont pas des classes d'un seul.

G. Ce pourrait être plus compliqué. Il faudrait fabriquer un modèle. On pourrait par exemple essayer de ne jamais employer le mot « frère », de dire seulement « fils de » en numérotant les fils.

L. S. Vous aurez alors des classes d'un seul : un seul individu rentre dans la classe du premier fils.

G. Cela ne fait rien. Je peux donner un seul nom à tous les individus qui sont dans la situation de fils aîné. En d'autres termes, je peux replier l'arbre généalogique de façon que des frères issus d'un même mariage ne

soient pas confondus entre eux mais que certains le soient avec d'autres issus pourtant d'autres mariages. On aura ainsi, par exemple, une classe d'individus tous fils aînés et portant à ce titre un nom déterminé. Ce n'est peut-être pas faisable pour des raisons diverses, mais théoriquement on peut fabriquer une grande diversité de modèles. Seulement on abandonne la structure de groupe.

III — *Mariage préférentiel et échange de sœurs*. L. S. Vous avez montré qu'à Ambrym nous étions en présence d'un système à 6 sections. Mais en fait il faut introduire d'autres contraintes dans le système, car les indigènes ne se bornent pas à dire que leur société fonctionne comme vous l'avez montré, ils ajoutent que le mariage le plus fréquent ou le plus souhaité — je ne dis pas le mariage obligatoire — se fait pour un homme avec la fille de la fille du frère de sa mère, et ils disent aussi que deux hommes peuvent échanger leurs sœurs, le cas idéal étant celui où ces deux conditions sont remplies. Peut-on introduire dans le système précédant ces nouvelles contraintes ? Peut-on fabriquer un arbre de parenté synthétique qui réponde à l'idéal de l'indigène ? Les Lane l'ont tenté, mais leur solution est-elle la seule possible ?

G. J'ai montré précédemment que pour que le système se conserve, pour que mes enfants puissent utiliser le même langage que moi, je ne pouvais épouser n'importe qui et j'ai fait la liste des épouses possibles au voisinage de ma génération. La question que vous posez est alors la suivante : l'ensemble des mariages soit constatés, soit conformes au modèle donné par les informateurs, rentre-t-il dans l'ensemble des mariages possibles au sens que j'ai d'abord défini, en est-il une particularisation, ou bien les deux ensembles intersectent-ils, ou bien encore sont-ils disjoints ? C'est un problème de fait.

L. S. Toutes les femmes que vous avez d'abord sélectionnées appartiennent à peu près à la même génération qu'Ego. Or les informateurs disent précisément que l'épouse n'appartient pas en général à la même génération : la conjointe préférée étant la fille de la fille du frère de la mère, elle est forcement à un échelon plus bas dans le schéma.

G. S'agit-il bien de cette unique personne, sur l'arbre réel ? Ou s'agit-il d'une classe ?

L. S. Ce doit en tout cas être réel quand deux hommes échangent leurs sœurs.

Ou bien les indigènes se font une mauvaise représentation de leur système, ou bien il est possible de concevoir un système idéal où la stabilité du vocabulaire, le mariage préférentiel et l'échange des sœurs peuvent être à la fois réalisés. Pourquoi ne pas leur faire confiance, puisque nous avons vu que pour les six classes ils avaient raison ?

G. Le schéma du mariage préférentiel est compatible avec la figure (celle des cercles) déjà construite. En revanche, je ne vois pas comment l'échange des sœurs pourrait y être retrouvé.

L. S. Il faut faire ici une correction. D'après les Lane, une des épouses est bien la fille de la fille du frère de la mère, mais l'autre est la fille du fils du frère de la mère.

G. Alors, c'est conforme, c'est même très beau. Sur le quadrilatère, l'échange se fait selon la formule : $FP^{-1} = PF^{-1}$. C'est la plus simple des solutions. Le décalage théorique des générations tient à ce que les lignées masculines sont à période binaire, les lignées féminines à période ternaire. Il faut bien s'attendre en ce cas à des bizarreries linguistiques.

À ce propos, un système, il faut en parler pour pouvoir l'enseigner. Ou bien on en donne une représentation mythique, ou bien on en donne une figure ou des formules qui l'illustrent. Certaines illustrations prennent le pas sur d'autres, on oublie leur caractère figuratif, on les prend pour la structure elle-même alors qu'elles constituent une sorte d'obligation formelle ajoutée au système. C'est peut-être ce qui s'est passé ici avec « la fille de la fille du frère de la mère ». A la structure ternaire et binaire on a superposé une coutume dont le sens initial était simplement d'expliquer et de maintenir en mémoire la structure qu'elle n'exprime cependant qu'imparfaitement. Autrement-dit, il ne peut pas y avoir une adéquation rigoureuse entre une structure et son véhicule linguistique.

L. S. Il y a autre chose de troublant dans la terminologie : normalement, il est impossible d'épouser une cousine croisée. On devrait donc s'attendre à ce qu'elles soient toutes rangées dans la même catégorie, toutes désignées par un même terme. Or elles sont divisées en deux groupes qui ne sont pas classés à la même génération : les patrilatérales que j'appelle comme les enfants de ma sœur et les matrilatérales que j'appelle comme les parents de ma femme. Pourquoi ? La terminologie paraît gratuite quant à la rupture, mais elle ne le semble pas quant à la démographie si l'on songe que la femme que j'épouse peut être soit plus vieille, soit plus jeune que moi et qu'elle est la fille de ma cousine croisée matrilatérale.

G. Vous vous étonnez qu'un même nom ne soit pas donné à tous les cousins croisés, parce que vous pensez aux systèmes à classes avec fermetures binaires, c'est-à-dire, aux systèmes de structure abélienne. Mais à Ambrym la structure est non abélienne et n'implique nullement qu'on considère, qu'on nomme pour eux-mêmes les cousins croisés ; bien sûr ces individus sont spécifiés sur le diagramme, mais à proprement parler ils n'existent pas. Il ne faut pas chercher à comparer ces types de structure, abélienne et non abélienne, ni juger de l'une en fonction de l'autre.

IV — *Le problème démographique.* L. S. Le système peut donc fonctionner. Mais combien de temps ? Ou plutôt, puisqu'en fait il a fonctionné, il faut se poser la question suivante : ou bien il conduit à un écart grandissant entre les conjoints, ou bien un équilibre se rétablit ; puisqu'un écart grandissant l'empêcherait de fonctionner longtemps, il faut supposer qu'il se stabilise. Comment ?

G. Il n'est pas facile de répondre. Il faut introduire dans le schéma une dimension temporelle et imaginer un processus. Or la démographie mathématique n'en est qu'à ses premiers balbutiements. Pour les espèces inférieures animales, on peut construire des modèles, parce qu'on peut tabler sur de fortes régularités. Ce n'est pas le cas ici. Bien sûr,

on peut malgré tout en supposer et tenter de faire des calculs pour des cas simples hypothétiques.

L. S. Les Lane ont prétendu apporter la démonstration que les deux tiers des mariages se faisaient entre gens du même âge et un tiers entre gens d'âges différents.

G. Je ne crois pas qu'il s'agisse d'une démonstration. Ils ont fait une hypothèse et ont trouvé une certaine proportion. Ils auraient pu faire une autre hypothèse et trouvé aussi facilement une autre proportion. La question intéressante n'est pas là, elle est de savoir si et comment le système est auto-régulateur. Les Lane ont proposé une solution particulière et schématique, ils n'ont pas démontré sa stabilité.

Ce dont nous avons besoin maintenant et dont nous manquons, ce sont des données démographiques. Il ne faut pas confondre l'étude des structures intemporelles sur les diagrammes et celle d'un réel historique. Pour aller de l'une à l'autre, il faut introduire le temps dans le système. Il faudrait avoir la pyramide des âges et voir comment elle se déforme. Ce serait très compliqué. Pour le moment, je ne vois pas comment mettre un peu de réalisme dans notre modèle.

Peut-être, mais cela m'étonnerait, pourrait-on déterminer une unité de temps en disant que la durée entre le mariage d'un homme et celui de sa fille aînée est fixe...

L. S. C'est là une hypothèse dont on peut partir.

G. ... et d'autre part que l'intervalle entre l'aîné et le cadet est également fixe. Je ne vois pas ce que cela donnerait.

L. S. La section des conjoints possibles comprend toujours des gens de générations différentes. Il existe donc toujours des possibilités de réajustement.

G. Oui, mais je ne sais pas comment leur donner une expression mathématique, ni dire comment en fait elles sont utilisées.

V — Problème de la genèse du système. L. S. Il faut enfin se demander comment un tel système a pu se constituer. Nous avons une multiplicité de villages dispersés sur une aire assez vaste, et nous constatons que par une sorte d'harmonie pré-établie ils ne se groupent qu'en triades. Les Lane ont proposé une explication historique : initialement on aurait eu un système à quatre sections, dont une, par contraintes successives, se serait perdue en route.

Cette réponse n'est pas satisfaisante, car en fait les choses sont beaucoup plus compliquées. Ce qui est frappant en effet, c'est que le système d'Ambrym indique deux formules étrangères : celle de l'échange restreint et celle de l'échange généralisé. Sur le plan de la filiation matrilineaire les groupes échangent à deux, sur celui de la filiation patrilineaire, les groupes échangent à trois. On n'a pas de problème de ce genre en Australie où les sections sont au nombre de 2, 4 ou 8, où l'on peut donc toujours supposer qu'on est allé de 2 à 8 par divisions successives et où l'on peut toujours interpréter les mariages en termes d'échange généralisé. A Ambrym on trouve une synthèse originale de deux formules hétérogènes. Le système était-il simplement

dualiste d'abord, ou simplement ternaire ? Peut-on faire des hypothèses ?

G. Je ne peux vous répondre qu'en algébriste, et de mon point de vue je ne peux accepter de voir dans ce système la conjonction de deux formules indépendantes. Il s'agit d'une structure unique en son genre et qui ne résulte pas d'une fusion d'éléments hétérogènes.

L. S. Je vais présenter les choses autrement. Nous sommes dans une région du monde qui est très frappante quant à la distribution des systèmes de parenté. Tout le sud de l'Inde et l'Australie sont dominés par des systèmes pairs, l'Asie du Sud Est et l'Indonésie par des systèmes impairs. Au moins quant à la distribution dans l'espace il y a bien hétérogénéité.

G. Même pas ! Ce que nous appelons « groupes » — et ce sont de vieilles structures utilisées un peu partout — nous permet de classer les systèmes de parenté. Or ce n'est pas une bonne façon de classer les nombres, quand il s'agit de groupes, que de les diviser en pairs et impairs. 8, par exemple, est moins compliqué que 6 et peut en ce sens être dit plus petit. L'analyse des groupes est beaucoup plus fixe que le classement habituel. Il existe toute une littérature qui a entrevu pas mal de choses sur les nombres entiers et les groupes qu'on peut construire sur eux.

L. S. Je veux bien, mais il est tout de même curieux que dans une région les systèmes à 2, 4, 8 prédominent, que dans une autre ce soient les systèmes à 3, 5, 7, et qu'au point de rencontre de ces deux régions, à Ambrym, on ait un système à 6 et après plus rien.

G. Je n'y peux rien ! Le nombre 6 n'est pas une combinaison, il est *sui generis*. Je sais bien que nous le pensons comme 2×3 ou comme compris entre 5 et 7. Mais ce qui importe, c'est de voir quels groupes on peut construire avec 6 éléments, et avec 2, 4 ou 8 et avec 3, 5 ou 7. On constate alors la position privilégiée du nombre 6. Je n'en veux pour preuve que le fameux problème d'Euler, celui des six officiers. Le nombre 8 m'intéresse aussi ; j'aimerais trouver un système de parenté qui fonctionnerait avec 2 cycles de 4 :

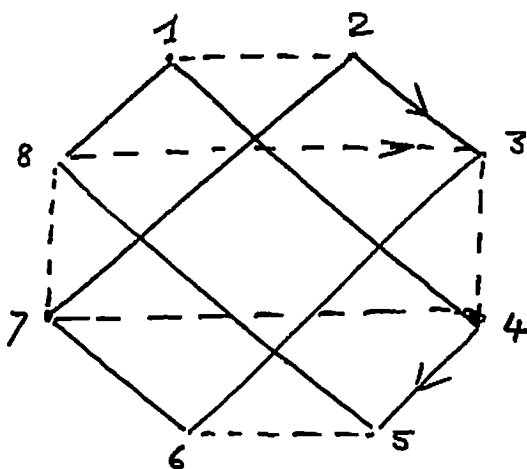


FIG. 13.

S'il existait, je l'associerais à celui à 6 d'Ambrym.

L. S. 8 : c'est 4 villages et les moitiés.

G. Ce n'est pas à cela que je pense. Le système que je viens d'évoquer est celui des quaternions, et, tout comme celui à 6, il n'est pas abélien. Or, je l'ai déjà dit, il ne faut pas comparer les groupes abéliens et les non-abéliens, comme si les uns pouvaient provenir des autres. Je le répète : le système d'Ambrym ne peut résulter d'une conjonction de deux formules qui auraient d'abord fonctionné séparément. Le groupe à 6 est le premier et le plus simple d'une longue série : celui des non abéliens.

Les ethnologues imaginent-ils un échange entre deux groupes d'individus utilisant des systèmes différents, puis en inventant un troisième pour leurs besoins communs.

L. S. Non ! Ce serait supposer une population pratiquant un système binaire et une autre un système ternaire, puis des intermariages qui auraient exigé l'élaboration d'un nouveau langage et d'une synthèse originale. Il leur aurait fallu bien du génie. En tout cas, la supposition serait gratuite.

G. Mais s'il est difficile pour tout le monde de concevoir une genèse, où est le problème ? S'il s'agit d'assurer la cohésion sociale, pourquoi les gens d'Ambrym sont-ils allés chercher une solution si compliquée ? Mais cette solution est belle, c'est peut-être la raison de leur choix : leur système a ainsi plus de dignité !

BIBLIOGRAPHIE

- BARNARD, T. T. The social organization of Ambrym (*Man*, London, t. 28, 1928, n° 103, p. 133-137).
 — Regulation of marriage in Ambrym (*ibid.*, n° 97, p. 126-127).
 DEACON, Arthur Bernard, article cité.
 GUIART, Jean, article cité.
 LANE, Robert et Barbara. A reinterpretation of the « anomalous » six section marriage system of Ambrym, New Hebrides. (*South-western Journal of Anthropology*, Albuquerque, v. 12, 1956, p. 406-414).
 RADCLIFFE-BROWN, A. R. The Regulation of marriage in Ambrym. (*J.R.A.I.*, London, v. 57, 1927, p. 343-345).
 —. A further note on Ambrym. (*Man*, London, t. 29, 1929, p. 50-53).
 RIVERS, William Halse. Descent and ceremonial in Ambrym. (*J.R.A.I.*, London, t. 45, 1915, p. 229-233).
 SELIGMAN, Brenda Z. Bilateral descent and the formation of marriage classes. (*ibid.*, v. 57, 1927, p. 349-375).

GUILBAUD (G.Th.). — A propos de l'estimation du nombre des coins.

AVERTISSEMENT

Quelques lectures (*) m'ont induit à plaider pour une réflexion statistique.

...« sous réserve d'une justification théorique dont on ne saurait ici masquer l'absence... »

(GIARD, p. 97.)

...« la formule avancée sans autre forme de procès, par I.D. BROWN... »

(id., p. 96.)

« ...la méthode n'est pas clairement justifiée... »

(id., p. 167.)

...« the validity of the formula itself I am not competent to discuss since I share with Dr. Metcalf the disadvantage of not being a statistician... »

(GRIERSON, p. 153.)

Voilà un échantillon de phrases incidentes qui me paraissent révéler un fâcheux état d'esprit, une renonciation dangereuse. Pour parler du premier consulat d'Octave, M. Giard n'a pas besoin d'être consul, ni d'être Octave. Or la statistique aussi est un phénomène social et historique. Mais la numismatique n'est pas privilégiée : les diverses études scientifiques concernant l'homme, ses sociétés et leur histoire, utilisent toutes des méthodes statistiques. Il n'y a pas de statistique sans mathématique ; mais ce n'est pas une raison pour transformer les procédures et formules en une sorte de sorcellerie qu'on craint, qu'on révère ou qu'on méprise.

Il faut chercher à comprendre.

LE PROBLEME

On a un lot de pièces provenant toutes d'un même monnayage ; on compare ces pièces deux à deux, et l'on peut affirmer que certaines paires (mais non pas toutes) ont été sûrement frappées avec le même coin (1).

Selon que ces « liaisons par le coin » sont plus ou moins nombreuses, on cherche à tirer d'un tel examen quelque information concernant le nombre total des coins utilisés pour frapper cette émission (2).

STATISTIQUE DESCRIPTIVE

La « Com-Paraison », comme son nom l'indique (3), portera sur les paires : dans un examen minutieux (ou : prudent) elle devra porter sur toutes les paires.

(*) Les renvois sont faits dans le texte par le seul nom de l'Auteur : on trouvera les références bibliographiques à la fin du texte.

* Cet article a été publié la première fois dans *Bulletin de la Société française de Numismatique*, Cabinet des médailles de la bibliothèque nationale, 29^e année, n° 7 mensuel, juillet 1974, p. 625-634.

Par exemple, si j'ai cinq pièces : A, B, C, D et E, je devrai effectuer les comparaisons suivantes :

A et B
 A et C B et C
 A et D B et D C et D
 A et E B et E C et E D et E

ce qui fait, au total :

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ comparaisons.}$$

S'il y avait cent pièces, le nombre des comparaisons serait :

$$99 + 98 + 97 + 96 + \dots + 3 + 2 + 1 = 4.950.$$

Au lieu d'additions fastidieuses, on sait, depuis la plus haute antiquité, remplacer le calcul précédent par un plus simple :

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (y-3) + (y-2) + (y-1) = y(y-1)/2$$

Le résultat (4) est désigné par la notation classique $\binom{y}{2}$:

$$\binom{5}{2} = 10, \binom{6}{2} = 15, \binom{10}{2} = 45, \binom{100}{2} = 4.950, \text{ etc.}$$

Ayant effectué $\binom{y}{2}$ examens, c'est-à-dire ayant posé autant de questions du genre :

« Est-ce le même coin qui a frappé ces deux pièces ? »
 on aura noté le nombre de réponses positives :

« Oui, c'est le même coin. »

De sorte qu'un premier *résumé statistique* de l'examen pourra se présenter sous la forme :

Ayant examiné un lot de 47 pièces (5), on a dû faire :

$$47 \times 46 / 2 = 1.081 \text{ comparaisons}$$

dont 179 ont conclu : même coin de revers.

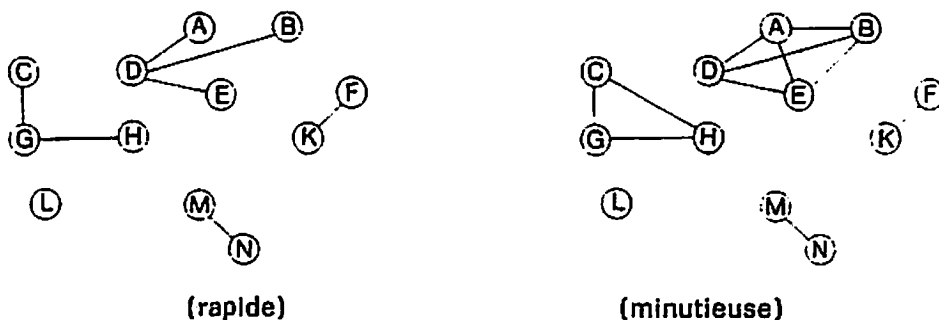
(Notons, pour préparer ce qui va suivre : à peu près un examen sur six a donné une réponse positive.)

La procédure qui vient d'être décrite a été qualifiée de minutieuse (et de : prudente). On peut, en effet, imaginer une autre procédure qu'on pourra dire « rapide » (ou : « économique »).

On compare la pièce A et la pièce B : elles ont même coin. On compare ensuite B et C : même coin. Alors, dira-t-on, inutile de confronter A et C : la relation « même coin » est transitive.

On cherche donc à effectuer le nombre minimum de comparaisons.

Dans les dessins ci-dessous, les pièces sont censées posées sur la table, et liées par un trait si le coin est le même. Dans les deux schémas, il s'agit du même lot de pièces.



On voit que les expressions, apparemment claires, qu'on peut lire dans les comptes rendus : « le nombre de paires de pièces ayant même coin », ou : « duplications of dies », ou : « linkage », sont ambigües. Pour le même lot de douze pièces figuré ci-dessus, ce peut être 7 ou 11. Et même, si l'on voulait comprendre littéralement : 2 vraies paires seulement !

Pour y voir clair, instituons une troisième manière de faire, plus méthodique : Imaginons qu'on range les pièces dans des boîtes, en plaçant dans une même boîte toutes les pièces de même coin (6).

Puis on range les boîtes selon le nombre des pièces qu'elles contiennent :

- z_1 = nombre des pièces solitaires (ou Hapax, ou Singletons)
- z_2 = nombre des paires (boîtes à deux pièces seulement)
- z_3 = nombre des boîtes qui contiennent trois pièces (on peut dire : triplets, ou : Brelans - (7)

et d'une façon générale pour tout nombre naturel h ,

z_h = nombre des coins représentés par h pièces dans le lot.

La statistique complète sera donc représentée par la liste :

$$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, \dots$$

Pour le cas fictif dessiné plus haut :

$$z_1 = 1, z_2 = 2, z_3 = 1, z_4 = 1, z_5 = 0.$$

Pour les Aurei d'Octave on a, selon la source citée :

h	=	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
z_h	=	3	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	2	0

On pourra souhaiter, selon les besoins, résumer une telle statistique.

On peut le faire de diverses manières, en combinant les z_h .

Le nombre des pièces du lot est :

$$y = z_1 + 2z_2 + 3z_3 + 4z_4 + \dots + h z_h + \dots$$

L'expression : « le nombre des paires » pourra désigner, selon le contexte :

(stricto sensu)	:	z_2	
(procédure minutieuse)	:	z^*	= $z_2 + 3z_3 + 6z_4 + 10z_5 + \text{etc.}$
(procédure rapide)	:	z^{**}	= $z_2 + 2z_3 + 3z_4 + 4z_5 + \text{etc.}$

On peut encore considérer comme digne d'intérêt le résumé suivant :

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 + \text{etc.}$$

qui n'est autre que :

le nombre des coins représentés dans le lot
et qui se calcule comme : $y - z^{**}$.

Toutes les formules sont du même type : somme de tous les z_i , préalablement multipliés par des coefficients convenables (8).

On dit aussi : somme pondérée, ou : combinaison linéaire.

LA REGLE DE BROWN

« (loc. cit. p. 580) ... The number of occasions on which two coins struck from the same die appear in a find provides a means of estimating the number of dies used... »

« (footnote) : It can be shown that if x dies were used in preparing a coinage, in a sample of y coins, z pairs of coins would be expected to be struck from the same die, where :

$$x = y(y-1) / 2z$$

« provided that z is small compared with y .

« For example, in a sample of 100 coins, three pairs of coins were found from the same obverse die, therefore

« no. of dies = $99 \times 100 / 2 \times 3 = 1.650$.

Par sa concision même, ce texte risque fort (9) d'induire en erreurs, bien qu'à strictement parler il n'en contienne pas.

Le lecteur pressé ne retiendra qu'une formule en x , y et z .

Mais que signifient ces trois lettres ?

1° x est présenté comme le nombre des coins employés dans l'émission. Or, ce nombre est inconnu : ce serait instituer quelque arithmomancie que de prétendre qu'une formule, quelle qu'elle soit, permet de deviner le nombre des coins.

Il vaudrait mieux dire : ce que donne la formule sous le nom de x c'est une

ESTIMATION

Pour ma part, j'aurais préféré écrire quelque chose (10) comme ceci :

$$\text{Estim}(x) = y(y-1) / 2z.$$

2° y désigne le nombre des pièces dans le lot étudié : pas de difficulté, il suffit de compter (et recompter, pour être sûr). On notera que y n'intervient dans le calcul que par :

$$y(y-1) / 2$$

c'est-à-dire le nombre triangulaire dont il a déjà été question :

$\binom{y}{2}$ = nombre de façons de prendre les pièces deux à deux.

3° z présente quelque ambiguïté, comme on l'a dit. Selon le texte : « the number of occasions ... », semble vouloir dire : « le nombre des cas où apparaissent dans le lot deux pièces frappées au

même coin », ce qui conduirait à prendre l'interprétation ci-dessus notée par z^* .

En admettant provisoirement cette façon de voir, la Règle préconisée par BROWN est fort simple :

pour examiner un lot de 100 pièces, il faut effectuer :

$$100 \times 99 / 2 = 4.950 \text{ comparaisons ;}$$

on compte le nombre z^* des réponses positives (même coin)

et l'on calcule le rapport : $4.950/z^*$

qui est une estimation de x .

Ce nombre z^* peut, à priori, varier entre deux extrêmes :

il pourrait se faire que $z^* = 0$, si deux pièces du lot ne montraient jamais le même coin. Dans ce cas, la règle est inapplicable.

A l'autre extrême : toutes les pièces du lot sont frappées du

même coin ; dans ce cas $z^* = \binom{y}{2}$, nombre maximum et la règle

donne : $\text{Estim}(x) = 1$.

Ce qui n'est pas absurde, comme le reconnaît GRIERSON :

« If a random sample of 100 coins, say, is examined ... If all the coins are struck by the same pair of dies, it is overwhelmingly probable that these were the only ones used... »

Nous proposons donc l'interprétation :

$$\text{Estim}(x) = \frac{\binom{y}{2}}{z^*}$$

ce qui signifie :

$$\text{Estim}(x) = \frac{\text{nombre maximum de comparaisons}}{\text{nombre de réponses positives}}$$

Mais : est-ce bien l'intention de l'Auteur ? et surtout : est-ce une bonne règle ? et enfin : par quels raisonnements est-on arrivé à prescrire cette règle ?

LE MODELE DE BROWN

L'intention de l'Auteur, et sa méthode, sont nettement indiquées dans son texte, mais ... par un seul mot !

Et, malheureusement, pour qui n'est pas habitué au dialecte des statisticiens anglo-saxons, ce petit mot risque de passer inaperçu :

« z pairs of coins would be *expected*... »

Bien sûr, « to expect » est un verbe de la langue courante (11) mais dans un contexte statisticien il renvoie au sens technique du substantif « mathematical expectation », lequel correspond sans équivoque au français « espérance mathématique » (12).

Il ne faut donc pas traduire par : « on peut s'attendre à voir z paires », trop anodin en français (13), mais bien par « z étant l'espérance mathématique du nombre de paires ».

La notion d'Espérance Mathématique est la clef de voûte de tout le calcul des probabilités (14). Il ne faut pas dissimuler : tout repose sur les probabilités. Tâchons d'être bref.

Le *modèle probabiliste*, comme on dit, — seul fondement rationnel possible pour une règle d'estimation telle que celle de BROWN — est, dans ses grandes lignes, assez simple, mais lourd de conséquences.

On considère d'abord, par la pensée, la totalité de l'émission : les pièces qui la constituent sont rangées en classes, selon le coin (15) qui les a frappées. On désignera par x le nombre des classes, c'est-à-dire le nombre des coins. On suppose que les diverses classes contiennent le même nombre de pièces ou, au moins, à peu près le même nombre de pièces (16).

On choisit ensuite un nombre entier y qui sera le nombre de pièces du lot examiné : on dira d'ailleurs plutôt que y est l'effectif de l'échantillon.

Puis on imagine l'ensemble de *tous* les échantillons possibles, prélevés dans l'émission et comportant exactement y pièces. Evidemment, cet ensemble d'échantillons possibles est immense, mais il ne s'agit pas d'en faire le catalogue détaillé !

A chaque échantillon possible correspond une valeur bien déterminée de la caractéristique z (nombre de liens par le coin) : ici, nous prendrons la définition z^* .

On suppose enfin que tous les échantillons possibles sont également probables (17).

Alors le nombre z^* , qui peut varier d'un échantillon à l'autre, devient une « variable aléatoire » ou mieux : un « aléa » numérique : chacune de ses valeurs possibles est dotée d'une probabilité.

Dans le cas qui nous occupe l'Espérance de l'Aléa z^* est tout simplement la moyenne (équipondérée) de tous les z^* (une valeur par échantillon). Ou bien, si l'on préfère : la moyenne des valeurs possibles pour z^* , pondérées par le nombre d'échantillons fournissant chaque valeur de z^* .

Il ne reste plus qu'à calculer.

UN CALCUL D'ESPERANCE

Il ne peut être question de développer ici le détail des calculs : on se contentera d'une illustration destinée à dissiper toute apparence de mystère et à bien situer le rôle de la technique. Pour pouvoir expliciter les détails sans trop d'algèbre, nous prendrons d'abord des nombres si petits que l'exemple en deviendrait presque ridicule pour qui prendrait les choses au pied de la lettre : mais il ne s'agit que de faire comprendre la méthode.

Voici une émission de trente pièces : trois coins ($x = 3$), chacun frappant dix pièces :

coin A : A0, A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9 ;
 coin B : B0, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9 ;
 coin C : C0, C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9.

Catalogue résumé des échantillons de quatre pièces ($y = 4$) :

Premier type : toutes du même coin

Trois variétés : AAAA, BBBB et CCCC.

Chaque variété : 210 échantillons possibles (18).

Deuxième type : un triplet et un hapax

Six variétés : AAAB, AAAC, BBBA, BBBC, CCCA et CCCB.
Chaque variété : 1.200 échantillons.

Troisième type : deux paires

Trois variétés : AABB, AACC et BBCC.
Chaque variété : 2.025 échantillons.

Quatrième type : une seule paire

Trois variétés : AABC, ABBC et ABCC.
Chaque variété : 4.500 échantillons.

Récapitulation (statistique du possible) :

Types	z_1	z_2	z_3	z_4	z^*	Nombre d'échantillons
I	0	0	0	1	6	$2 \times 210 = 630$
					3	$6 \times 1.200 = 7.200$
II	1	0	1	0	2	$3 \times 2.025 = 6.075$
III	0	2	0	0	1	$3 \times 4.500 = 13.500$
IV	2	1	0	0		
Total						<u>27.405</u>

Il reste à calculer la moyenne des valeurs de z :

Valeur de z^* :	Nombre de fois :
6	630 3.780
3	7.200 21.600
2	6.075 12.150
1	13.500 13.500
	<u>27.405</u> <u>51.030</u>

$$\text{Moyenne (ou Espérance)} = \frac{51.030}{27.405} = \frac{54}{29} = 1,862$$

On voit le genre de calcul : il suffira de se donner x et y , ainsi que le nombre, que nous désignerons par n , des pièces frappées par chaque coin (ci-dessus on avait pris $n = 10$).

Il se trouve, à cause de la simplicité du modèle, qu'on peut établir sans peine une formule valable dans tous les cas (19) :

$$\text{Esp. } (z^*) = \frac{y(y-1) / 2}{x + \frac{x-1}{n-1}}$$

UNE APPROXIMATION

La formule est valable pour toutes valeurs de x , y et n . Mais on n'aura probablement pas l'occasion de s'en servir pour des valeurs invraisemblables. On va voir qu'on peut alors la simplifier, au prix d'une très légère erreur (20).

La formule donne l'Espérance de z comme un quotient :

1° Au numérateur, on reconnaît le nombre triangulaire :

$$\binom{y}{2} = y(y-1) / 2$$

(nombre maximum de paires à examiner dans l'échantillon).

2° Au dénominateur, somme de x (nombre de coins) et d'une fraction. Je dis que, la plupart du temps, cette fraction est assez petite pour qu'on puisse la négliger sans dommage : il sera assez rare, en effet, que x ne soit pas plus petit que n , donc, le plus souvent, ladite fraction est inférieure à l'unité :

x	=	100	100	50	50	50	50
n	=	1.000	10.000	5.000	500	100	50
$x-1 / n-1$	=	0,0991	0,0099	0,0098	0,098	0,495	1,000

On arrondira donc, en prenant tout simplement x au dénominateur :

$$\text{Approxim. Esp. } (z^*) = \frac{\binom{y}{2}}{x}$$

(conditions de validité : le rapport x/n est négligeable devant x).

C'est finalement cette formule approchée qui a servi de point de départ à BROWN.

UNE METHODE D'ESTIMATION

Dans la description du modèle précédent, les nombres x et y sont des données (on a évacué n qui ne jouait guère). Le nombre z peut varier, même lorsque x et y sont fixés. Grâce au schéma probabiliste (tous les échantillons sont également probables), ce nombre variable devient un *Aléa* (ou : variable aléatoire) dont on peut calculer l'*Espérance*, qui est cette fois fonction de x et de y :

$$\text{Esp. } (z^*) = \frac{\binom{y}{2}}{x}$$

Mais dans la réalité, si y (nombre de pièces dans l'échantillon) est connu, x (le nombre des coins) est inconnu. On va alors essayer diverses hypothèses concernant cette inconnue.

Pretons, par exemple : $y = 100$; d'où : $\binom{y}{2} = 4.950$.

si : $x =$	1.000	1.001	1.002	...	1.010	1.020	...	1.050	..	1.100	..
alors : Esp. $(z^*) =$	4,950	4,945	4,940	...	4,901	4,853	...	4,714	..	4,500	..
	1.500	1.550	1.600	1.650	1.700	1.750	1.800	...	2.000	...	
	3,300	3,194	3,094	3,000	2,912	2,828	2,750	...	2,475	...	

On remarquera ceci : d'assez grandes variations de l'hypothèse x ne changent pas beaucoup le résultat.

La règle de BROWN peut se traduire ainsi : choisissez un x (*hypothétique*) tel que l'*Espérance* de l'*Aléa* z^* soit aussi voisine que possible de la valeur particulière de z^* que vous aurez effectivement observée dans votre enquête.

Ce qu'on peut écrire :

$$\text{Est } (x) = \frac{\binom{y}{2}}{\text{Obs } (z^*)}$$

et qui consiste, en somme, à lire la table numérique en sens inverse :
3,000 → 1.650.

On admettra aisément qu'il conviendrait d'accompagner cette règle d'un avertissement tel que : « ne soyez pas trop précis ».

Car il faut remarquer encore ceci (nous conservons toujours l'exemple $y = 100$) :

si : obs (z) =	1	2	3	4	5	6	7	8	...
alors : Est (x) =	4.950	2.475	1.650	1.237	990	825	707	619	...

De sorte qu'en exécutant à la lettre la règle d'estimation, on serait conduit à penser que le nombre de coins peut être de 1.650 ou de 1.237 (selon que l'observation aura donné 3 ou 4) mais jamais de valeurs intermédiaires. Ce qui serait inquiétant.

On voit ce qui manque à la règle : une indication formelle de l'incertitude. On dira évidemment : « environ », « à peu près », « grosso modo », « c'est un ordre de grandeur », et ainsi de suite. Mais cela peut ne pas suffire.

C'est cette lacune que LYON a essayé de combler (21).

Pour le moment (22), concluons :

1° La règle de BROWN est commode : elle consiste à calculer le rapport entre deux nombres faciles à observer : ceux que nous avons désignés par :

$$\binom{y}{2} \text{ et } z$$

2° Ne pas se tromper de z (il y en a plusieurs : ici c'est z^*).

3° Ne pas chercher autre chose qu'un « ordre de grandeur raisonnable ».

4° Ne jamais perdre de vue les hypothèses du modèle :

- a. Chaque coin a frappé le même nombre n de pièces.
- b. Ce nombre est grand (devant x).
- c. Tous les échantillons possibles sont également probables.

(1) Soit le droit, soit le revers soit les deux (remarque valable dans tout ce qui suit, et qui ne sera pas répétée).

(2) L'intérêt de cette recherche étant d'en pouvoir tirer quelque indication sur le volume de l'émission, en supposant, par exemple, que chaque coin a frappé le même nombre de milliers de pièces.

(3) Certains statisticiens parlent de « comparaisons par paires », n'est-ce pas un pléonasme ?

(4) Qu'on appelle « nombre triangulaire », ou bien « nombre des combinaisons de deux à deux de y objets », ou encore « nombre de façons de choisir deux parmi y ».

Certains auteurs français ont préféré naguère la notation C_y^2 .

(5) Aurel d'Octave, frappés vers l'an 43 av. J.C. (selon Glard).

(6) Précisons : le rangement acroste, si deux pièces ne sont pas dans la même colonne, c'est qu'elles n'appartiennent pas au même coin.

(7) Giard propose de dire : Trois-Couples, etc. h-Couples. Un tel néologisme serait mal reçu par le vocabulaire mathématique français actuel : « couple » s'oppose à « paire » d'une part, et, d'autre part, les deux impliquent le binaire.

(8) Pour la combinaison y , les coefficients sont les naturels :

$$1, 2, 3, \dots, h, \dots$$

Pour z' , ce sont les triangulaires :

$$0, 1, 3, 6, 10, 15, \dots, \binom{h}{2}, \dots$$

Pour z'' , les naturels encore, mais commençant au zéro :

$$0, 1, 2, 3, 4, \dots, (h-1), \dots$$

(9) Une enquête mais fort sommaire, me permet maintenant de dire : la concision de ce texte absout les erreurs de plusieurs numismates.

(10) Ou bien, comme dans les manuels de Statistique : $\bar{x} = \dots$

(11) Tous les écoliers savent réciter le fameux Signal de Nelson à Trafalgar.

(12) Et cette « Espérance » a bien peu de rapports avec la Deuxième Vertu.

(13) « On peut espérer voir z paires » est encore plus fallacieux.

(14) Son origine remonte à Pascal lui-même (1654) qui disait : « droit d'attente ». Huygens a introduit le latin « expectatio », immédiatement retraduit (est-ce Leibniz ?) par le français « espérance ».

(15) Le coin droit ou bien le revers : ce sera le même raisonnement pour l'un ou l'autre. Il faudrait quelques modifications, mais peu graves, si l'on tenait compte des deux coins à la fois.

(16) Disons, pour fixer les idées, quelques milliers de pièces par coin. Mais, ci, encore, l'important est de faire des hypothèses assez précises.

(17) C'est le sens le plus habituel de 'random sample'. Ne pas traduire : « pris au hasard », beaucoup trop vague, ou trop précis !

(18) Je ne tiens pas à ennuyer le lecteur avec les techniques classiques de l'énumération combinatoire. Voici cependant comment on a calculé :

$$\begin{aligned} 210 &= 10 \times 9 \times 8 \times 7 / 1 \times 2 \times 3 \times 4 \\ 1.200 &= 10 \times 9 \times 8 \times 10 / 1 \times 2 \times 3 \times 1 \\ 2.025 &= 10 \times 9 \times 10 \times 9 / 1 \times 2 \times 1 \times 2 \\ 4.500 &= 10 \times 9 \times 10 \times 10 / 1 \times 2 \times 1 \times 1 \\ 17.405 &= 30 \times 29 \times 28 \times 27 / 1 \times 2 \times 3 \times 4 \end{aligned}$$

(19) Vérifiez pour notre exemple numérique : $x = 3$, $y = 4$, $n = 10$; on trouve $\text{Esp}(z) = 6 / (3 + 2/9) = 54 / 29$.

(20) Dans le jargon usuel, on dira qu'on suppose n « infiniment grand » (ce qui est évidemment exagéré !) ou bien qu'on remplace la distribution hypergéométrique par une approximation multinomiale.

(21) En même temps qu'il modifiait la base de l'estimation : au lieu de l'aléa z' il a choisi celui que nous avons appelé z'' . Ce qui est malgré les apparences, un progrès. Mais le principe (estimation par l'espérance), et le modèle, restent les mêmes.

(22) Quitte à revenir en une autre occasion sur la technique de Lyon. (Ainsi que sur certaines tentatives, malheureuses, de Metcalf). Il pourra être utile aussi d'examiner le modèle de Brunetti, qui est un peu différent. Et enfin d'évoquer la pratique statisticienne dans d'autres domaines que celui des monnaies : l'estimation du nombre des espèces d'après un échantillon a, en effet, préoccupé plusieurs chercheurs, qui s'ignorent mutuellement.

Références

- 1) I.D. BROWN, Some notes on the coinage of Elizabeth I... (The British Numismatic Journal 1955-57, XXVIII, mcmlvii), p. 580).
- 2) J.B. GIARD, Les monnaies du premier consulat d'Octave, (Revue Numismatique, VI^e série, tome XIII, année 1971, pp. 97-99, cf. p. 167, ibid.).
- 3) P. GRIERSON, The volume of Anglo-Saxon coinage, (The Economic History Review, second series, XX, nos 1-2-3, 1967, p. 153).
- 4) C.S. LYON, The estimation of the number of dies employed in a coinage, (The Numismatic Circular, Sept. 1965, vol. LXXIII, n^o 9).
- 5) D.M. METCALF, Offa's pence reconsidered, (Cunobelin, the yearbook of the British Association of Numismatic Society, 1963, n^o 9, p. 44).