Philosophia Scientiæ
Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

CS 5 | 2005
Fonder autrement les mathématiques

La philosophie mathématique de Roger Apéry

Pierre Ageron

OpenEdition Journals

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/89
DOI : 10.4000/philosophiascientiae.89
ISSN : 1775-4283

Éditeur
Éditions Kimé

Édition imprimée
Date de publication : 1 août 2005
Pagination : 233-256
ISBN : 2-84174-372-1
ISSN : 1281-2463

Référence électronique
Pierre Ageron, « La philosophie mathématique de Roger Apéry », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], CS 5 | 2005, mis en ligne le 01 août 2008, consulté le 19 avril 2019. URL : http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/89 ; DOI : 10.4000/philosophiascientiae.89

La philosophie mathématique de Roger Apéry*

Pierre Ageron
Université de Caen Basse-Normandie

Résumé : Pour qui s'intéresse à la philosophie des mathématiques, Roger Apéry (1916-1994) incarne le défenseur de la mathématique constructive et l'adversaire résolu du formalisme et du bourbakisme. On sait moins qu'il est aussi l'un des premiers universitaires français à avoir fait la promotion de la théorie des catégories, pourtant hautement structuraliste et souvent jugée comme très formelle. L'objectif principal de notre étude est de préciser les conditions historiques et la teneur philosophique du double enthousiasme d'Apéry, afin de vérifier la cohérence d'une pensée libre, originale et attachante.

Abstract: For anybody interested in philosophy of mathematics, Roger Apéry (1916-1994) is well known for advocating constructive mathematics and for being a resolute opponent to formalism and Bourbakism. It is less known that he was also one of the first French academics to promote category theory, in spite of its highly structural and formal nature. This study attempts to trace the historical conditions and philosophical content of Apéry's double enthusiasm, in order to check the consistance of a free, original and attaching thought.

*__Remerciements.__ Merci à Mme Annie Hélot, conservatrice de la section sciences de la bibliothèque universitaire de Caen, qui m'a signalé l'existence du fonds Apéry et m'a permis de le consulter dans de très bonnes conditions. Merci à François Apéry et à Patrick Peccatte qui m'ont apporté d'intéressants témoignages. Merci à mes collègues et amis caennais Jean-Marc Guerrier, Michel Paugam, Claude Roche, François Kauffmann, Jacques Faisant, François Couchot, Daniel Christy et Gilles Damamme qui ont mis à ma disposition divers documents.

Philosophia Scientiæ, cahier spécial 5, 2005, 233–256.

Pour qui s'intéresse à la philosophie des mathématiques, Roger Apéry incarne l'adversaire résolu du formalisme et du bourbakisme, en permanente « révolte contre les mathématiques structurelles et la méthode axiomatique » [Mendès-France 1979, 172]. Son manifeste *Mathématique constructive* [Apéry 1976 ; Apéry 1982], plusieurs fois republié, traduit en espagnol, est devenu un classique, fréquemment cité.

On sait moins qu'Apéry est aussi l'un des premiers universitaires français à avoir très largement enseigné, dès 1964, la théorie des catégories, pourtant hautement structuraliste et souvent jugée comme très formelle (*abstract nonsense*!) Mieux : bien avant que quelques spécialistes de cette théorie ne lui emboîtent le pas, il en fit la promotion auprès des professeurs de lycée, et même du grand public.

Mathématiques constructives et théorie des catégories, voilà deux systèmes de pensée que tout semblait a priori opposer. Ils se sont certes rapprochés dans les années 1970, surtout lorsqu'on découvrit que les topos de faisceaux sont gouvernés par la logique intuitionniste. Mais cela n'était guère prévisible et fut ressenti, pour reprendre l'expression de Frédéric Patras, comme un « coup de théâtre » [Patras 1999, 145]. Dans ces conditions, le double enthousiasme d'Apéry apparaît comme particulièrement original et intriguant. L'objectif principal de notre étude est d'en préciser la teneur et les conditions historiques, afin de vérifier la cohérence d'une pensée que sa soif de liberté rend très profondément attachante.

1 Le constructivisme d'Apéry.

On sait la France mathématique de la première moitié du vingtième siècle caractérisée par l'existence d'un puissant courant de pensée de type constructiviste : Poincaré, Borel, Baire, Lebesgue, Lusin, Fréchet, Denjoy en sont les représentants les plus illustres. Mais lorsque la méthode des structures fut importée d'Allemagne par Bourbaki dans l'entre-deux-guerres, l'impression générale fut qu'elle était incompatible avec la pensée constructiviste, laquelle s'est alors brutalement tarie. Les grands mathématiciens français des générations précédentes devinrent l'objet d'un mépris marqué, tandis que les questions logiques et épistémologiques qui les passionnaient tant [Ageron 2002] étaient désormais considérées comme affaires spécialisées d'intérêt médiocre pour un vrai mathématicien. Parmi les jeunes mathématiciens issus de l'École normale supérieure, un seul se montra assez peu conformiste pour refuser durablement de se plier à ce point de vue : Roger Apéry (promotion 1936).[1]

Quarante années durant, il entreprit de développer une pensée sur les mathématiques qu'il voulait affranchie de toute hypothèse métaphysique. Extrêmement isolé au sein du monde mathématique, il fréquenta en revanche beaucoup les séminaires et les congrès de philosophie. D'Amsterdam à Zurich, de Hambourg à Luxembourg, d'Athènes à Paris ou Cerisy-la-Salle, les actes de ces rencontres nous le montrent présenter une communication ou simplement faire part de son point de vue lors d'une discussion. De 1952 à 1969, il est membre du comité de rédaction de *Dialectica*, la revue de philosophie de la connaissance fondée en 1947 par Ferdinand Gonseth ; dans les années 1970, il assiste aux séances de la Société française de philosophie à l'invitation de Jacques Merleau-Ponty ; et lorsque Maurice Loi crée en 1972 le Séminaire philosophie et mathématiques de l'Ecole normale supérieure, il en devient vite l'un des piliers (très malade, il doit renoncer à y donner une dernière conférence dans les années 1990).

Bien entendu, sa conception des mathématiques transparaît aussi dans ses travaux de recherche en algèbre et géométrie algébrique (période 1939-1949) ou en théorie des nombres, qu'il appelle la « diophantique » (période 1959-1983). Enfin, ses nombreux cours polycopiés, de sujets et de niveaux remarquablement variés, présentent du point de vue philosophique un intérêt tout particulier : pour qui souhaite faire entendre un message peu conventionnel, les étudiants constituent en effet le public le plus susceptible de l'accueillir sans préjugé.

Bien que dispersés, fragmentaires, inachevés, inédits ou confidentiels, les écrits de Roger Apéry constituent donc un corpus non négligeable, quasiment inconnu : malgré nos efforts pour recenser et rassembler tous ceux qui touchent à la philosophie mathématique, nous savons notre bibliographie encore incomplète, et cet article n'a la prétention que d'y braquer un premier coup de projecteur. Nous avons cependant eu la chance de découvrir à la bibliothèque universitaire de Caen un fonds d'archives conséquent déposé après le décès d'Apéry : il nous a surtout permis d'exhumer de nombreux cours, manuscrits ou polycopiés, mais aussi des bibliographies éclairantes sur son itinéraire intellectuel ainsi que des coupures de presse et un peu de correspondance. La datation de ces documents est parfois délicate : en particulier aucun polycopié n'est daté ! Certaines rédactions sont même sans mention d'auteur, tel l'intéressant texte intitulé *Mathématique et logique* [Apéry ML], qui peut

[1] Le principal biographe de Roger Apéry est son fils François [F. Apéry 1998 ; F. Apéry 1996]. D'autres mathématiciens ont fourni des éclairages complémentaires sur sa personnalité [Mendès-France 1979 ; Hellegouarch 1994].

cependant être attribué à Apéry avec une quasi-certitude, tant est caractéristique le style de notre auteur, qu'il s'agisse de philosophie ou de mathématiques : concision extrême, grande attention au choix des mots, apparente solution de continuité dans les idées, naïveté soigneusement calculée, relative désinvolture vis à vis de la rigueur, et toujours un clair désir de provocation.

Aidés de tous ces documents, nous allons tenter de synthétiser les grandes lignes de la philosophie constructiviste de Roger Apéry.

L'activité mathématique, selon Apéry, associe nécessairement théorie et expérience, logique et intuition. Libre, dynamique, vivante, exigeante, elle est toujours inachevée — ce que nous confirme le premier théorème d'incomplétude de Gödel. Fondée sur l'idée première de succession des arguments, elle est d'essence temporelle [Apéry 1983]. Puisque le principe du tiers exclu nie cette temporalité en prétendant trancher dès maintenant toutes les questions mathématiques, il doit être rejeté :

> On n'a jamais fini de construire des objets mathématiques. [...] Ce que la mathématique vivante nous pousse à rejeter, c'est la référence implicite à une mathématique achevée où toutes les questions seraient tranchées, toutes les conjectures démontrées ou réfutées, où la bivalence s'appliquerait et où le mathématicien pourrait enfin contempler au lieu de chercher [Apéry 1986, 8].

La mathématique associe une intention technique, une intention ludique et une intention cognitive [Apéry ML, 1-3]. Les objets qu'elle étudie sont bien réels, mais immatériels — ils sont seulement désignés par un signe. Si les nombres entiers résultent d'une intuition claire (la possibilité d'ajouter un nouveau signe à toute succession de signes indestructibles et reproductibles), la plupart de ces objets sont inconcevables en dehors des procédés qui servent à les connaître :

> Malheureusement le monde [rêvé par Platon] est essentiellement inconnaissable. Sans le nier, ce qui serait une affirmation métaphysique, il est préférable d'accepter les limites de la condition humaine et de n'examiner que des concepts qui peuvent être atteints par notre pensée discursive en évitant toute référence à une pensée divine ou angélique à laquelle nous sommes fondamentalement étrangers. [Apéry 1986, 2]

Un nombre réel, par exemple, n'est pas un objet immédiat, mais « une espèce de devenir, ou encore de processus » [Apéry 1979b, 62]. À cet égard, les constructions classiques des réels représentent le plus souvent « des définitions formelles plus susceptibles de poser des problèmes que d'en résoudre » [Apéry 1981a, 1]. Par exemple, la définition d'un réel comme suite de Cauchy de rationnels doit être reconsidérée en un sens effectif : ceci peut se faire arithmétiquement, par la donnée d'un régulateur de convergence [Apéry 1976, 11-14], ou bien de façon purement logique [Apéry 1986, 7-8]. Un réel construit de deux façon non constructivement équivalentes doit être considéré comme deux réels. Enfin il ne peut exister d'ensemble de tous les nombres réels, la plupart de ceux-ci restant à construire.

Cette critique de la notion de nombre réel vaut aussi pour celle d'ensemble. La notion n'est certes pas sans valeur, mais la conception platonicienne qu'en avait Cantor, archaïque et contradictoire, a dû être abandonnée au profit d'une conception axiomatique d'esprit plus constructif. La réalité d'un ensemble ne réside que dans sa construction et « ses propriétés ne sont pas indépendantes des procédés de construction » [Apéry 1976, 6]. La notion d'égalité doit être maniée avec précaution : « nous ne considérons pas qu'il y ait toujours un sens à affirmer que deux ensembles E, F sont ou ne sont pas le même ensemble. » [Apéry AG, fasc. 1, 2] De même, il n'y a pas de sens en général à parler de l'intersection de deux ensembles :

> Nous considérons comme dénuée de sens l'application des signes d'opérations entre parties à des ensembles qui ne sont pas des parties d'un même ensemble. Par exemple, considérons les corps $\mathbf{Q}(\omega)$ et $\mathbf{Q}(\omega')$ définis respectivement par $\omega^4 = 2$ et $\omega'^4 = 2$. On ne pourra parler de leur intersection qu'après les avoir plongés dans une même extension et l'intersection dépendra des plongements choisis. Le corps de nombres 7-adiques admet deux solutions de $x^2 = 2$, l'une est $\equiv 3 \bmod 7$, l'autre est congrue à 4 mod 7. Laquelle des deux est égale au réel $\sqrt{2}$? Là encore, il n'y a pas de réponse tant qu'on n'a pas plongé le corps des 7-adiques dans le corps des réels. [Apéry AG, fasc. 1, 5]

Ce résumé fait, nous allons tenter d'expliquer l'origine et les développements de cette culture constructiviste affirmée qui fait de Roger Apéry un cas absolument unique dans la France mathématique des années cinquante, soixante et soixante-dix. Paradoxalement, c'est l'observation de la démarche bourbakiste qui est fondatrice de sa réflexion. On sait qu'il a refusé après la guerre l'offre de cooptation à Bourbaki qui lui était faite par son aîné Jean Dieudonné [F. Apéry 1998, 55]. Certes il estime à leur juste valeur les travaux mathématiques du groupe, la qualité et l'utilité de son traité, et ne manque jamais de le préciser. Ce qu'il conteste vigoureusement [Apéry 1948 ; Apéry 1951], c'est la position formaliste qui sous-tend ces travaux. Il vise particulièrement trois articles qui explicitent cette position [Cartan 1943 ; Dieudonné 1939 ; Weil 1948]. Il prédit l'échec logique du projet de Bourbaki, qui n'est à ses yeux qu'une tentative de démontrer une thèse philosophique absurde :

> Quand une équipe d'éminents mathématiciens groupés sous le nom d'un général français entreprend la formalisation totale des mathématiques, on peut être certain d'avance qu'ils ne seront jamais au bout de leur effort. Le tome premier qui devra fonder les autres ne paraîtra jamais. [Apéry 1948, 60]

Dans les années 1970, il critique également le caractère antipédagogique du traité :

> Bourbaki se garde bien de citer comme exemple d'algèbre de Lie l'espace euclidien à trois dimensions (eh oui !) muni du produit vectoriel : si les étudiants allaient s'aviser qu'une algèbre de Lie n'est pas quelque chose de si mystérieux ! [Apéry FI, 42]

Mais surtout, il diagnostique la mise en place progressive d'un double langage de Bourbaki, superposant un platonisme ensembliste au formalisme de ses débuts :

> Le point de vue de l'équipe Bourbaki allie subtilement les positions extrêmes. Il consiste à utiliser dans leurs publications à l'usage du public mathématique un langage cantorien, en réservant aux initiés une doctrine nominaliste où les axiomes ensemblistes sont de simples règles du jeu : on pense à ces doctrines orientales qui font pratiquer à leurs jeunes adeptes une ascèse agréable à une divinité dont ils apprendront l'inexistence s'ils poursuivent jusqu'au bout la voie de la sagesse. [Apéry ML, 4-5]

Il montre que l'ambiguité ainsi créée laisse le champ libre à l'orgueil démesuré d'un groupe de mathématiciens qui, comme autrefois Dedekind, se croit d'essence divine :

> Un dieu mathématique à plusieurs personnes, qui tente d'être immortel en renouvelant périodiquement ses membres ; ce dieu révèle aux populations les bonnes définitions et les bonnes théories. [Apéry 1976, 2]

En « laissant croire qu'une seule école possède la "bonne mathématique" » [Apéry 1982, 60], c'est une véritable dictature scientifique que Bourbaki met en place. Tel est en 1982 le constat de l'appel *Pour la liberté en mathématiques* dont Apéry est l'un des neuf signataires :

> La vie mathématique semble de plus en plus dominée par des clans qui s'y conduisent comme en pays conquis, s'emparant de positions-clés dans les institutions et périodiques mathématiques, appliquant en tout lieu le projet d'Armande « Nul n'aura de l'esprit hors nous et nos amis ». [. . .] Nous avons le regret de devoir citer parmi les clans les plus conservateurs et autoritaires celui qu'est devenu le groupe Bourbaki. [Chevalley-Krasner 1982, 71]

Nous pourrions ainsi multiplier les citations : toute sa vie, Apéry a ferraillé contre Bourbaki. Pour nuancer le tableau, notons que sa relation avec Jean Dieudonné semble avoir été réellement amicale. C'est des mains du « fidèle adjudant » de Bourbaki qu'il reçut la légion d'honneur en 1970 [F. Apéry 1998, 131]. Et lors de la journée marquant le départ en retraite d'Apéry (7 octobre 1986), Dieudonné, âgé de 80 ans, fit le voyage de Caen et y donna une conférence ; le programme de la journée nous en donne le titre : *L'évolution de l'idée d'objet mathématique*.

Du côté maintenant des mathématiciens constructivistes, est-il possible de déterminer ceux qui ont influencé Apéry ? Nous croyons qu'il convient de donner la première place aux livres de philosophie scientifique d'Henri Poincaré : il les a visiblement lus avec une joie attentive et les cite régulièrement. Une coïncidence renforce cette filiation spirituelle : en 1949, Roger Apéry est nommé professeur à l'Université de Caen — il ne la quittera jamais. Or c'est dans l'Athènes normande que, soixante-dix ans plus tôt, Poincaré commençait sa carrière. Mais le vieux palais universitaire de la rue de la Chaîne qu'il avait connu a été incendié en 1944. Lorsqu'Apéry arrive, la Reconstruction bat son plein. Dans le nouveau bâtiment des sciences à peine livré au public, il inaugure en 1954 un amphithéâtre Poincaré, et prononce à cette occasion une allocution solennelle [Apéry 1956], dans laquelle il rappelle avec une certaine insistance que son glorieux prédécesseur exaltait « la valeur de l'intuition contre le formalisme » et l'insoumission de la pensée « si ce n'est aux faits eux-mêmes, parce que, pour elle, se soumettre, ce serait cesser d'être ». Le texte dont est tirée cette dernière phrase [Poincaré 1910] figure d'ailleurs dans une étonnante bibliographie philosophico-politique de cent soixante-douze titres établie par Apéry, que nous avons trouvée dans ses archives.

Bien qu'ils se soient essentiellement tournés vers l'analyse, Apéry a aussi trouvé des arguments chez les mathématiciens de l'ancienne génération constructiviste, fort méprisée par Bourbaki. Il s'appuie ainsi sur Émile Borel, qui a repéré l'importance des démonstrations constructives en théorie des nombres [Apéry 1976, 14], et sur Arnaud Denjoy, qui a senti l'insuffisance du continu classique [Apéry 1979a, 6]. Dans ces deux cas, la proximité épistémologique se prolonge par des affinités politiques : Borel dans l'Aveyron, Denjoy dans le Gers, Apéry dans le Calvados sont trois grandes figures du radicalisme provincial.

Avec Brouwer, le créateur de l'intuitionnisme, il est notable qu'Apéry ait très tôt pris nettement ses distances. Ils se sont croisés en 1948 à Amsterdam, lors du dixième congrès international de philosophie, où tous deux sont intervenus [Apéry 1949 ; Brouwer 1949]. On peut imaginer Apéry à la fois séduit et dérouté par la conférence de Brouwer sur *Conscience, philosophie et mathématiques* : outre l'indépendance de la pensée, il a certainement apprécié la perception du temps, l'exigence constructive et l'accroissement de finesse de la logique propres à l'intuitionnisme. Mais il n'a pu partager la conception transcendantale des mathématiques, trouvant exagéré le rôle du sujet, et n'a probablement guère apprécié les références aux sagesses orientales. Jugeant le géomètre hollandais trop porté sur la métaphysique, il ira jusqu'à repousser dos à dos « ces frères ennemis : les brouwériens et les bourbakistes » [Apéry 1952, 309] ! Quant au terme *intuitionnisme*, il ne l'aime pas (il préférera toujours parler de mathématique constructive), et il reproche à Brouwer de « considérer comme prouvé ce qui est intuitivement clair » [Apéry 1976, 7]. Néanmoins, constatant peut-être qu'il s'est exagéré la distance qui le sépare de lui, il lui reconnaîtra progressivement quelques mérites : le refus de la position formaliste [Apéry ML, 5], l'accent mis sur l'intuition du nombre entier [Apéry 1985, 3], la ramification de la notion d'ensemble d'entiers en déploiements et espèces [Apéry 1976, 10]. Mais sans jamais citer ou mentionner quelque écrit de Brouwer que ce soit !

S'il évite ainsi le maître de l'intuitionnisme, Apéry fait parfois référence à Weyl, le zélateur brillant, et à Heyting, le fidèle disciple. Il étudie aussi un grand nombre d'auteurs constructivistes contemporains de toutes obédiences : Hollandais, Américains, Russes — comme en témoigne la bibliographie de *Mathématique constructive* [Apéry 1976]. La bibliothèque universitaire de Caen conserve d'ailleurs une peu banale collection d'ouvrages des années 1950-1980 sur la logique intuitionniste, les mathématiques constructives et les fonctions récursives, à l'évidence achetés à la demande d'Apéry. Nous avons aussi trouvé dans les archives Apéry une importante série de mémoires du même ordre, photocopiés et microfilmés [Vredenduin 1953 ; Myhill 1972 ; etc.] Des trois écoles constructivistes, c'est celle fondée en Russie par Markov qui semble le mieux répondre à ses préoccupations. Dans les années 1960, son leader est Nikolai Alexandrovich Shanin : « Je me souviens qu'il citait parfois Shanin », nous a écrit Patrick Pecatte, ancien étudiant d'Apéry. Nous avons effectivement constaté qu'Apéry s'est inspiré de près d'une monographie de Shanin lorsqu'il définit les réels comme « duplexes » et donne quelques éléments d'analyse constructive [Shanin 1968 ; Apéry 1976]. Celle-ci figure d'ailleurs bien dans la bibliographie, mais le texte d'Apéry ne précise pas ce qu'il lui doit.

On peut légitimement se demander s'il a existé des relations intellectuelles entre Apéry et Georges Reeb (1920-1993), le maître du constructivisme non-standard. Nous n'en avons guère trouvé de traces. Il semble bien que Reeb n'ait découvert les idées d'Apéry que lors de la parution du livre collectif *Penser les mathématiques*, contenant une nouvelle version de *Mathématique constructive* [Apéry 1982]. Il note alors dans un bref compte rendu du livre :

> L'article de Dieudonné donne le ton, Apéry fait la réplique intuitionniste avec humour et finesse. [Reeb 1982]

En janvier 1983, évoquant dans une conférence les « amours orageuses » de l'intuitionnisme et du formalisme, il rapproche le duo Apéry - Dieudonné des couples Poincaré - Frege, Brouwer - Hilbert, H. Weyl - Bourbaki, Heyting - Bernays et même Kant - Bolzano [Reeb 1983]. En février de la même année, *la Recherche* publie un article de vulgarisation sur la philosophie des mathématiques et l'analyse non standard : on y signale la proximité des idées d'Apéry et de celles de Reeb, tout en précisant qu'Apéry ne pratique pas l'analyse non standard [Postel-Vinay 1983, 48]. Quinze ans plus tard, c'est pourtant comme un spécialiste de ce domaine que Roger Apéry est présenté par une notice du site Internet français *Chronomath* [Mehl] : celle-ci amalgame avec imagination des faits exacts sur Apéry et d'autres qui concernent en réalité Reeb, une confusion qui est le signe tangible et intéressant de pensées et de situations marginales perçues à l'époque comme convergentes. La vérité est qu'Apéry, qui dénonçait le « dogmatisme » de l'analyse de Weierstrass [Apéry 1985, 327], avait été vivement intéressé par l'article fondateur de Robinson : il en avait retenu que l'inévitable excès du formalisé sur l'informel laisse une place aux « éléments étranges » [Apéry 1986, 4-5]. Mais, selon son fils F. Apéry, il ne s'est pas intéressé aux développements ultérieurs de l'analyse non standard, et en particulier à la présentation de Nelson, inlassablement popularisée par Reeb.

2 Apéry et les structures.

Le style très classique de ses travaux mathématiques les plus connus (ceux de théorie des nombres) et sa farouche opposition au bourbakisme laissent facilement imaginer un Apéry indifférent aux beautés de la mathématique des structures. Or une recherche plus approfondie démontre nettement le contraire.

À l'époque de sa thèse, il introduit la structure d'*anneau hétérogène*, une abstraction de la notion d'anneau gradué où seuls sont présents les éléments homogènes, de sorte que l'addition n'est que *partiellement* définie [Apéry 1950]. Pour Apéry, l'objectif est d'approfondir la notion de liaison de variétés algébriques, mais il n'hésite pas à étudier la structure d'anneau hétérogène pour elle-même. À partir de 1953, Marc Krasner et ses élèves étudient de façon approfondie une structure extrêmement proche, dite « annoïde » ou « annéide » [Krasner 1956 ; Chadeyras 1970 ; Halberstadt 1970a-b]. Ces recherches ignorent le travail d'Apéry, sans doute parce qu'elles ont une origine très différente : la théorie des corps valués et des corpoïdes [Krasner 1944]. Elles sont vite stigmatisées par l'idéologie bourbakiste dominante (surtout Weil et Dieudonné) qui tente de les censurer : c'est en 1972 « l'affaire Halberstadt ». Dans cette bagarre, on n'est pas étonné de voir Apéry s'engager en faveur de son ami Krasner contre son vieil adversaire Bourbaki [F. Apéry 1998, 58]. Mais nous avons été surpris de découvrir qu'il défendait ainsi indirectement la légitimité d'une notion mathématique qu'il avait lui-même introduite plus de vingt ans auparavant !

Il nous semble, et cela signe la cohérence de la pensée d'Apéry, que la question des structures partielles est étroitement liée à celle des mathématiques constructives. Ces dernières, a-t-il écrit, « utilisent les fonctions partielles de façon essentielle » [Apéry 1976, 10]. On doit retrouver cet aspect dans l'algèbre des structures : la vision constructive du sujet accorde un statut d'objet algébrique de premier plan à des structures affaiblies, partialisées. Celles-ci jouent le rôle de systèmes de générateurs et relations pour les structures classiques, et c'est en leur sein qu'ont lieu les vrais phénomènes mathématiques. Notons que ce point de vue est aussi un aspect essentiel de la pensée d'Ehresmann [Ageron 2004].

Voici un autre signe de l'intérêt d'Apéry pour les structures. Il professe à Caen un cours intitulé *Structures algébriques, groupes, architecture des groupes* [Apéry 1962]. Les deux mots « structures » et « architecture » sont à notre avis de transparentes allusions à Bourbaki, en particulier au manifeste *L'architecture des mathématiques* [Bourbaki 1948]. Pourtant le beau titre du cours d'Apéry est trompeur, car s'il contient de copieux développements sur les groupes, le chapitre initial sur les structures algébriques « en général » est fort décevant : on n'y trouve que quelques banalités sur les ensembles munis d'« opérations » (lois de composition interne), de « sous-opérations » (lois de composition externes) et d'éléments distingués. Aucune théorie générale des structures ne semble alors en vue.

En matière de structures, l'événement décisif se produit pendant l'été 1964. Accompagnant son « ennemi préféré » Jean Dieudonné, Apéry se rend à la troisième session du Séminaire de mathématique supérieures de Montréal. Dieudonné doit y exposer les fondements de la géométrie algébrique en termes de schémas, et Apéry est chargé de traduire ses propos dans un langage plus classique ! [F. Apéry 1998, 59] Notons que s'il ne l'a jamais faite sienne, Apéry ne rejette pas l'approche des schémas, écrivant dans son cours d'*Histoire de l'algèbre et de la théorie des* *nombres* :

> Même les publications hautement abstraites de l'équipe internationale dirigée par Grothendieck participent en quelque manière de l'esprit diophantien. [Apéry HATN, 12]

À Montréal, il subit la séduction du cours de Peter Hilton — l'important topologue et catégoricien britannique qui fut le principal passeur du message et du langage structurels de Bourbaki aux États-Unis. Le cours, en onze leçons, s'intitule *Catégories non abéliennes* [Hilton 1964]. Après les concepts de base sur les catégories, présentés dans toute la généralité qui les rend limpides, Hilton y rend compte de travaux très récents. Il définit les *constructions standard* de Godement et Huber[2]. Il rappelle la conjecture qu'il avait lui-même formulée : toute construction standard provient d'un couple de foncteurs adjoints. Il indique que deux démonstrations indépendantes viennent juste d'en être trouvées. Or l'auteur de l'une d'elles, le Suisse Heinrich Kleisli, est à Montréal : dans une conférence complémentaire, il présente l'ingénieuse construction qui porte aujourd'hui son nom. Autre sujet abordé par Hilton, la notion de groupe interne à une catégorie $\mathcal{C}$ autre que celle des ensembles : pour la définir, il lui suffit que $\mathcal{C}$ ait un objet nul et des produits finis ; il interprète en ces termes la notion de « suspension d'un espace topologique pointé ». Dans cette ligne, et bien que cela n'apparaisse pas dans la rédaction du cours de Hilton, il est probable que les catégoriciens réunis à Montréal évoquent la récente thèse de Lawvere sur la sémantique fonctorielle des théories algébriques [Lawvere 1963] et ses liens avec la théorie des constructions standard. On est en pleine époque de gestation de l'algèbre universelle catégorique en Amérique du nord.

Apéry est enthousiasmé. Dès son retour à Caen, il se procure tout ce qui est disponible sur la théorie des catégories — là encore, les collections de la bibliothèque universitaire de Caen sont remarquablement éloquentes. Surtout, il innove en créant un cours de maîtrise intitulé *Catégories et modules*. Une analyse sommaire du polycopié du cours va nous permettre de comprendre ce qu'il recherche dans la théorie des catégories.

Le premier chapitre, intitulé *Catégories*, présente les notions de catégorie, foncteur, monomorphisme et épimorphisme, transformation naturelle, limite et colimite d'un foncteur. Au premier abord inspiré de l'ex-

[2] Une construction standard (on dira plus tard un triple ou une monade) est la donnée sur une catégorie $\mathcal{C}$ d'un endofoncteur T et de transformations naturelles $\eta : \mathrm{id}_{\mathcal{C}} \to T$ et $\mu : T \circ T \to T$ satisfaisant les équations $\mu \circ \mu T = \mu \circ T\mu$ et $\mu \circ \eta T = \mu \circ T\eta = \mathrm{id}_T$. Une algèbre de (T, η, μ) est la donnée d'un objet E de $\mathcal{C}$ et d'une flèche $f : T(E) \to E$ satisfaisant $f \circ T(f) = f \circ \mu_E$ et $f \circ \eta_E = \mathrm{id}_E$.

posé de Hilton, le discours attire cependant l'attention sur des conceptions propres à Apéry. Cela se voit dès les tout premiers mots, qu'il est instructif de comparer à ceux de Hilton :

> Pour définir une catégorie, on se donne trois choses :
> 1) une classe d'objets $A, B, C, \cdots$
> 2) pour chaque paire d'objets A, B de $\mathcal{C}$, un ensemble $M_{\mathcal{C}}(A, B)$ appelé l'ensemble des morphismes de A vers B
> 3) pour chaque triple d'objets A, B, C de $\mathcal{C}$, une loi de composition $M_{\mathcal{C}}(A, B) \times M_{\mathcal{C}}(B, C) \to M_{\mathcal{C}}(A, C)$, l'image de la paire (f, g) étant notée gf.
> Les trois données sont assujetties aux axiomes suivants : [. . .] [Hilton 1964]

> La détermination d'une catégorie $\mathcal{C}$ comprend trois étapes.
> 1°) On définit certains êtres mathématiques : les *objets* de la catégories.
> 2°) On définit des liens $A \xrightarrow{\phi} B$ où A et B sont des objets de la catégorie ; un tel lien s'appelle *morphisme* de *source* A et de *but* B (ou simplement morphisme de A vers B).
> 3°) On définit une loi de composition qui, à tout couple de morphismes $A \xrightarrow{\phi} B$ et $B \xrightarrow{\psi} C$ tels que le but de ϕ soit la source de ψ, associe un morphisme de A dans C noté $\psi \circ \phi$ (ou $\psi.\phi$ si le signe . n'est pas utilisé dans un autre sens). [. . .]
> On suppose que les différents êtres définis ci-dessus vérifient les propriétés suivantes : [. . .] [Apéry CM]

Les deux formulations traduisent des conceptions bien différentes. Quand il pense à une catégorie $\mathcal{C}$, Apéry ne s'en fait pas l'idée de la donnée a priori d'une classe et d'ensembles, passivement et éternellement *munis* d'une structure compositive. Moins encore d'un « sextuplet » $\mathcal{C} = (\mathcal{O}\lfloor(\mathcal{C}), \mathcal{F}\updownarrow(\mathcal{C}), \cdots)$, comme prévoyait de le rédiger Bourbaki dans son chapitre avorté sur le sujet ! [Bourbaki 1972, 192] Conformément à sa philosophie, il préfère la lire comme un acte de construction, qui s'effectue dans le temps, en plusieurs *étapes*. Pour d'autres définitions de structures, comme celle de groupe, il avait pourtant adopté sans difficulté le style Bourbaki : données ensemblistes + axiomes. Mais les catégories ne sont pas pour lui des structures comme les autres. L'idée de catégorie est *directement articulée à une activité mathématique effective* : elle se doit donc d'en respecter la temporalité et la dynamique de procréation. De cette singularité, un autre indice nous est fourni par le passage suivant, qui (en contradiction avec les fondements standard des mathématiques) dénie tout sens à l'égalité d'objets[3] :

[3]On sait aujourd'hui penser dans un cadre mathématique standard l'absence de

> Nous considérerons que toutes les fois où on a choisi un couple d'objets (A, B), les morphismes de A vers B constituent un ensemble [...] : les énoncés $\phi = \psi$ ou $\phi \neq \psi$ ont donc un sens. Par contre, en général, les objets d'une catégorie ne constituent pas un ensemble, il n'y a donc pas de sens à dire que A, B désignent le même objet ou des objets différents. La seule affirmation possible est l'isomorphie ou la non-isomorphie de deux objets. [Apéry CM, 3]

Dans une catégorie, l'activité mathématique se manifeste dans la construction de diagrammes :

> Aux figures artistiques de leurs prédécesseurs, les mathématiciens actuels substituent des diagrammes constitués, comme les équations, d'éléments discontinus. [Apéry 1979a, 6]

Les diagrammes des cours polycopiés d'Apéry, réalisés avec un soin tout particulier, mettent en œuvre un subtil jeu sur les couleurs : dans la temporalité propre aux formulations universelles, flèches noires, flèches bleues et flèches rouges se succèdent.

Le deuxième chapitre de *Catégories et modules* porte sur les *catégories algébriques*, et il est intéressant de le comparer avec le point de vue des constructions standard. Apéry se donne une famille d'ensembles $(\Omega_i)_{i \in \mathbb{N}}$ et précise : « dans la pratique, les Ω_i sont vides dès que $i > 2$ ». Il lui associe l'endofoncteur T de la catégorie des ensembles défini sur les objets par

$$T(E) = \sum_{i \in \mathbb{N}} \Omega_i \times E^i.$$

Il appelle alors Ω-objet la donnée d'un ensemble E et d'une application

$$f : T(E) \to E.$$

La structure d'Ω-objet est donc spécifiée au moyen d'un objet algébrique *bona fide*, l'endofoncteur T, mais celui-ci est en quelque sorte incomplet, inachevé : il joue le rôle d'une *signature* ou d'un *système de générateurs* permettant de construire, par étapes, une théorie. Malgré la ressemblance formelle, jusque dans les notations, le point de vue est très différent de celui des constructions standard : avec ces dernières, la théorie est en quelque sorte supposée déjà construite — c'est précisément ce que signifie la donnée d'une transformation naturelle de $T \circ T$ vers T[4]. On a ici une nouvelle manifestation du structuralisme constructif d'Apéry.

---

l'égalité entre objets [Bénabou 1985] : une catégorie doit être vue comme une fibration, et l'égalité entre ses objets comme un scindage de cette fibration — donc comme une structure supplémentaire, dont ni l'existence, ni l'unicité ne sont assurées.

[4] Attention cependant : le triple dont les algèbres d'Eilenberg-Moore sont les Ω-objets n'est pas le triple librement engendré par T.

Dans la suite du chapitre, ne sachant pas comment substituer complètement l'algèbre à la logique, il définit une *catégorie algébrique* comme la catégorie pleine des Ω-objets satisfaisant un ensemble fini de « conditions opératives », qui sont des axiomes du premier ordre. Lorsqu'elle existe, l'algèbre libre sur un ensemble X est l'objet initial de la catégorie des algèbres au-dessus de X : il démontre (c'est en fait le seul théorème dans les deux premiers chapitres) son existence dans le cas où les conditions opératives sont des identités. Il signale le cas pointé (sur lequel Hilton avait insisté à Montréal) : on peut alors définir un noyau, exactement comme dans la catégorie des groupes. Au-delà de ces catégories algébriques, il ne cherche guère à mettre en place des types de structures plus généraux. Notons cependant que dans une version ultérieure de son cours, il étend la notion en ajoutant aux « conditions opératives » sur les Ω-objets des « conditions morphiques », portant sur les morphismes [Apéry AG, fasc. 1, 28-29]. Et pour aller plus loin, il renvoie ... au traité de son adversaire de toujours [Bourbaki 1957] :

> Pour un essai de définition générale des « structures » et « espèces de structures », cf Bourbaki, *Théorie des ensembles*, ch.4 Structures [Apéry AG, fasc. 1, 16]

Nous avons étudié ailleurs [Ageron 2004] l'histoire de cet « essai de définition générale », les critiques inadéquates dont il a été l'objet et la postérité que lui a donnée la considérable œuvre catégorique de Charles Ehresmann et de ses élèves. Signalons seulement que si ces derniers ont compté au nombre des victimes de l'ostracisme bourbakiste, il ne semble pas, bien au contraire, qu'Apéry leur ait manifesté quelque soutien.

Mais revenons à *Catégories et modules*. Les chapitres suivants développent l'étude des groupes abéliens et plus généralement des modules sur un anneau commutatif. Le langage catégorique y est systématiquement utilisé : le produit tensoriel est vu comme objet initial d'une certaine catégorie, les processus de restriction et d'extension des scalaires comme des foncteurs.

On retrouve les catégories dans d'autres cours d'Apéry. Ainsi une bonne moitié du cours de troisième cycle *Homologie algébrique* [Apéry HA] est consacrée aux catégories abéliennes, puis aux relations dans une catégorie abélienne. Même dans ses exposés de mathématiques générales destinés au premier cycle (beaucoup sont conservés dans les archives Apéry), Apéry utilise le mot « catégorie » dans des situations concrètes, sans toutefois chercher à en donner une définition générale.

Ses cours le montrent donc nettement : dès 1964, Apéry, mathématicien constructiviste, croit possible une réponse fondée sur les catégories, aux excès du formalisme ensembliste. En 1966, il prend connaissance de la proposition révolutionnaire de Lawvere consistant à fonder les mathématiques sur une axiomatisation au premier ordre de la catégorie des catégories, indépendamment des ensembles [Lawvere 1966]. Son fils François, devenu lui aussi mathématicien, nous a écrit que son père, très marqué par l'article de Lawvere, lui en avait alors parlé. Tout se passe comme s'il avait été ainsi confirmé dans son intuition, qu'il a alors cherché à faire entendre auprès de ses collègues et de ses étudiants. Comme souvent, les seconds se montrèrent plus réceptifs que les premiers. Le témoignage de Patrick Peccatte, devenu l'un des rares spécialistes français des philosophies quasi-empiristes des mathématiques, est fort intéressant :

> J'ai étudié les mathématiques à l'Université de Caen à la fin des années 70, notamment avec Roger Apéry qui a éveillé mon intérêt pour la philosophie des mathématiques, à une époque où il n'était pas si évident de manifester des opinions constructivistes et de suggérer que la théorie des catégories pourrait constituer une alternative à la théorie des ensembles en matière de fondements. J'en ai conservé un grand intérêt pour les diverses variantes du constructivisme et de l'intuitionnisme [. . .] [Apéry m'a] éveillé à l'idée (pourtant tellement banale) que le contenu des mathématiques dépasse leur formulation.

Toujours vers 1966, la régionale de Caen de l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) invite Apéry à donner une conférence sur la théorie des catégories et son possible intérêt pédagogique. Il rédige son exposé qui est publié dans le Bulletin de l'APMEP sous le simple titre *Catégories* [Apéry 1968]. On y reconnaît une version très simplifiée de ses cours. Ainsi, Apéry s'y limitant aux catégories d'ensembles structurés, la composition n'a plus à être définie ; le texte commence donc ainsi : « Une catégorie se définit en deux étapes » (et non plus trois) ! Le point crucial est l'insistance sur la valeur des problèmes universels (définis comme recherche d'un objet initial dans une catégorie) : ils évitent à la fois les approximations des exposés empiriques traditionnels et la sensation de gratuité qui émane des exposés en vogue, qualifiés de « pseudomodernes ».

Quel est l'écho dans les milieux pédagogiques de cette mise en avant des idées catégoriques ? Il ne semble pas considérable. Vers 1970, l'engouement pour les ensembles domine. Les partisans d'une réforme de l'enseignement des mathématiques sont très influencés par les *Éléments* de Bourbaki, qui n'ont jamais intégré la théorie des catégories (malgré plusieurs occasions ratées). Celle-ci n'intéresse donc qu'une poignée d'enseignants curieux ; encore ceux-ci se la représentent-ils plus comme un parachèvement de la théorie des ensembles que comme un contre-poison à ses excès. Le Bulletin de l'APMEP ne fait état que d'une réaction au texte d'Apéry : une note intitulée *Catégories et géométrie élémentaire* [Levent 1969], dont l'auteur propose la construction du foncteur « oubli des points » du groupoïde des vecteurs liés vers le groupe des vecteurs libres — ce qui ne va certainement pas dans le sens de la pédagogie défendue par Apéry ! Il faut dire que l'objectif de sa conférence de Caen n'était pas très explicite ; rien n'y indique en tout cas qu'il ait jamais suggéré l'introduction de rudiments de théorie des catégories dans l'enseignement secondaire.

La conférence d'Apéry précède largement celles par lesquelles, en 1972, Charles Ehresmann et Peter Hilton présentèrent à leur tour la théorie des catégories au public enseignant. Les trois exposés [Apéry 1968 ; Ehresmann 1981 ; Hilton 1973] révèlent des conceptions nettement différentes, mais une même prudence pédagogique : leurs auteurs cherchent surtout à enrichir la culture générale des professeurs de lycée, même s'ils indiquent que le *style* de leur enseignement peut être clarifié par un peu de fréquentation des catégories.

Quelques années après la conférence de Caen, la *Revue des deux mondes* publie un article incisif [Apéry 1971] révélant beaucoup plus clairement qu'Apéry avait un autre but. Il instrumentalise les catégories dans son nouveau combat : celui qu'il mène contre la révolution en cours dans les programmes de mathématiques, et surtout contre le recours systématique à la théorie des ensembles que la commission Lichnerowicz travaille à instaurer à l'école. L'univers des ensembles n'est qu'un « paradis artificiel », explique Apéry dans une allusion implicite au célèbre mot de Hilbert : la théorie des catégories l'a fortement ébranlé en le contraignant à la variation. Il revient sur les problèmes universels, qui ont démontré l'inanité de certaines définitions ensemblistes alambiquées (celle des nombres rationnels, celle des polynômes) qu'on voudrait présenter aux élèves : l'important est de montrer ce qu'on fait avec les rationnels ou les polynômes et non de gloser sur ce qu'ils sont. En somme, semble ainsi dire Apéry, la théorie des catégories est là pour nous prouver scientifiquement qu'on doit dans l'enseignement secondaire continuer à faire ce qu'on a toujours fait ! Quant à la conception constructive des mathématiques, que cache « l'enseignement moderne », il la défend plus que jamais, revenant sur ses thèmes préférés (le rôle éminent de l'intuition, l'insuffisance de la logique bivalente) et avançant un argument nouveau : « le constructivisme permet seul de construire des fonctions dont le calcul peut être soumis à des machines » [Apéry 1971, 640].

Durant ces années, la marginalisation de Roger Apéry s'est accrue : il est totalement décrédibilisé lorsqu'il démontre, à plus de soixante ans l'irrationalité de

$$\zeta(3) = \sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^3},$$

fameux problème laissé ouvert par Euler [Apéry 1979c ; Apéry 1981b]. C'est à ce résultat, auquel d'aucuns refusèrent d'abord de croire, qu'il doit aujourd'hui l'essentiel de sa notoriété. Sa méthode, qui fut longtemps considérée comme un miracle isolé, non susceptible de développements, fait l'objet d'un récent regain d'intérêt. Un article récent [Zeilberger 2003] se donne ainsi pour but de la « déconstruire », l'auteur (américain) allant jusqu'à affirmer que les deux Français qu'il admire le plus sont Roger Apéry et ... Jacques Derrida. En 2002, un exposé au Séminaire Bourbaki [Fischler 2002] a constitué en soi un étonnant événement : la bourbakification d'Apéry !

Il nous semble qu'Apéry a laissé à qui veut la lire une leçon autre que celle qui concerne $\zeta(3)$. Mathématicien insoumis, fondamentalement constructiviste, il s'est enthousiasmé pour les structures algébriques et la théorie des catégories. Il a tenté, contre tous les dogmatismes, d'articuler de façon cohérente les deux systèmes de pensée. Il devait revenir à d'autres que lui de développer les mathématiques produites par cette rencontre, mais ce n'est pas un petit mérite que d'avoir eu l'intuition, à une époque où rien n'était moins clair, de l'harmonie possible entre un constructivisme exigeant et une pensée catégorique hautement structuraliste.

Bibliographie

Ageron, Pierre

2002 L'autre axiome du choix, *Revue d'histoire des mathématiques*, 8, 113-140.

2004 Albert Burroni dans l'école d'Ehresmann, in : *Journée mathématique en l'honneur d'Albert Burroni : catégories, théories algébriques et informatique* (Paris, 20 septembre 2002), dir. R. Guitart, Paris : Institut mathématique de Jussieu, 2004, 11-24.

Apéry, François

1996 Roger Apéry, 1916-1994 : A radical Mathematician, *The Mathematical Intelligencer*, 18, 54-61. Aussi disponible sur Internet accompagné d'une traduction française par P. Karila et M. Saunier à l'adresse réticulaire
`http ://peccatte.karefil.com/PhiMathsTextes/Apery.html`

1998 *Un mathématicien radical*, Mulhouse : autoédition, 1998, 176 p.

Apéry, Roger

La liste d'écrits de Roger Apéry qui suit cherche à l'exhaustivité pour ceux qui présentent un caractère plus ou moins philosophique. Les cours, notes et mémoires strictement mathématiques n'y figurent que dans la mesure où ils sont en lien avec la problématique des structures.

1943 La géométrie algébrique, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 71, 46-66.

1948 interventions lors des discussions sur « Logique et dialectique » et « Métaphysique et dialectique », in *Comptes-rendus des deuxièmes entretiens de Zurich*, Dialectica 2 [= fasc. 6], 60-61 et 110-111. Réédité dans : *Pouvoir de l'esprit sur le réel : les deuxièmes entretiens de Zurich sur l'idée de dialectique*, Neuchâtel : éditions du Griffon, 1948.

1949 Axiomes et postulats, in *Proceedings of the tenth international congress of philosophy* (Amsterdam, August 11-18, 1948), ed. by E. W. Beth, H. J. Pos and J. H. A. Hollak, vol. I, Amsterdam : North-Holland, 1949, 708-710.

1950 Quelques propriétés des anneaux, in *Algèbre et théorie des nombres* (Paris, 25 septembre - 1er octobre 1949), dir. A. Châtelet et P. Dubreil, Colloques internationaux du CNRS, Paris : CNRS, 1950, 107-108.

1951 Le rôle de l'intuition en mathématiques, in *Congrès international de philosophie des sciences* (Paris, 17-22 octobre 1949), dir. R. Bayer, vol. III - *Philosophie mathématique. Mécanique*, Paris : Hermann, 1951, 85-88.

1952 Les mathématiques sont-elles une théorie pure ?, in *Comptes-rendus des troisièmes entretiens de Zurich*, Dialectica 6 [= fasc. 24], 309-310.

1954 Neutralität oder Bindung, in *Wissenschaft und Freiheit* (Hamburg, 23.-26. Juli 1953), Berlin : Grunevald Verlag, 1954, 252-255.

1956 Allocution à l'occasion du centenaire de la naissance d'Henri Poincaré prononcée à Caen le 20 mai 1954, in *Oeuvres de H. Poincaré*, t. XI, livre du centenaire, Paris : Gauthier-Villars, 1956, 147-153.

1957 Interventions après des conférences de R. Martin et D. Lacombe, in *Notion de structure et structure de la connaissance* (Paris, 18-27 avril 1956), dir. Centre international de synthèse, Paris : Albin Michel, 1957, 34-36, 124-126 et 129-133.

1962 *Structures algébriques, groupes, architecture des groupes*, Paris : Centre de documentation universitaire, 1962, 64 p.

1967 *Ordinaux transfinis*, Séminaire de théorie des nombres de l'Université de Caen, année 1967-1968, 16 p.

1968 Catégories, *Bulletin de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, 263/264, 299-308.

1971 Réforme ou démolition de l'enseignement mathématique, *Revue des deux mondes*, décembre 1971, 639-642.

1976 Mathématique constructive, multigraphié à l'Université de Caen, s.d. Publié in *Langage et pensée mathématiques. Actes du colloque international* (Luxembourg, 9-11 juin 1976), Luxembourg : Centre Universitaire de Luxembourg, 1976, 391-410. Aussi in *Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure* (séance du 26 avril 1976), collection Philosophie - Mathématiques, n^{o}8, Paris : IREM Paris-Nord, 1980, 15 p. Pour d'autres versions postérieures de ce texte, voir plus bas [Apéry 1982].

1979a Continu et discontinu, in *Actes des journées pythagoriciennes « le continu et l'homme »* (Athènes, 7-14 septembre 1978), ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ, 2, 3-6.

1979b Interventions après une conférence de M. Caveing intitulée « Sur la constitution des mathématiques en science théorique », *Bulletin de la Société française de Philosophie* (séance du 27 janvier 1979), LXXIII(2), 51, 53, 54, 57, 61, 62.

1979c Irrationalité de $\zeta(2)$ et $\zeta(3)$, *Astérisque*, 61, 11-13.

1980 Intervention après des conférences de B. d'Espagnat et M. Paty intitulées « La physique et le réel », *Bulletin de la Société française de Philosophie* (séance du 24 novembre 1979), LXXIV(1), 26-27.

1981a Mesure d'irrationalité et de transcendance, *Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure* (séance du 28 janvier 1977), collection Philosophie - Mathématiques n^{o}10, Paris : IREM Paris-Nord, 1981.

1981b Interpolation de fractions continues et irrationalité de certaines constantes, *Bulletin de la section des sciences du C.T.H.S.*, 3, 37-53.

1982 Mathématique constructive, version modifiée et abrégée d'un texte de même titre [Apéry 1976], in *Penser les mathématiques*, séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure, dir. J. Dieudonné, M. Loi, R. Thom, textes préparés et annotés par F. Guénard et G. Lelièvre, Paris : éditions du Seuil, 1982, 58-72. Aussi sur Internet à l'adresse `http://peccatte.karefil/`

`com/PhiMathsTextes/MathsConstructives.html` Traduction espagnole par C. Bidón-Chanal in *Pensar la matematicá*, Barcelone : Tusquets, 1988.

1983 Le temps du mathématicien, *Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure* (séance du 22 avril 1983), reprographié à l'IHES, 5 p.

1985 Sommation des séries divergentes, ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ, 3, 327-328

1986 Nature des objets mathématiques, *Séminaire de philosophie et mathématiques de l'École normale supérieure* (séance du 4 mars 1985), collection Philosophie - Mathématiques n^{o}42, Paris : IREM Paris-Nord, 1986, 10 p. Réédité in *Praxis et cognition, Actes du colloque* (Cerisy-la-Salle, 20-27 septembre 1988), dir. J.-Cl. Tabary et E. Bernard-Weil, Limonest : éditions l'Interdisciplinaire, 1992.

CM *Catégories et modules*, cours polycopié en deux fascicules, Caen : Université de Caen, s.d. (vers 1964), 32 p. et 19 p. (Ce document et les six qui suivent sont conservés dans les archives Apéry, à la bibliothèque de l'Université de Caen, section sciences.)

LTE *Logique et théorie des ensembles*, cours polycopié en plusieurs fascicules (diverses versions), Caen : Université de Caen, s.d. (vers 1975) (Les intitulés des chapitres sont les suivants : logique bivalente des énoncés, difficultés de la logique bivalente, systèmes formels, systèmes connectifs, modèles, logique bivalente des prédicats, logiques construites par déduction naturelle, égalité, ensembles et classes, théorie des parties, familles d'ensembles, couples - correspondances - applications, cardinaux, axiome de choix.)

AG *Algèbre et géométrie*, cours polycopié du certificat C3, en quatre fascicules, Caen : Université de Caen, s.d. (vers 1969), 34 p., 9 p., 33 p., 12 p.

HA *Homologie algébrique*, cours polycopié de troisième cycle, en deux fascicules, Caen : Faculté des sciences, s.d. (vers 1975), 36 p, 23 p.

HPS *Histoire de la pensée scientifique*, cours polycopié en plusieurs fascicules, Caen : Université de Caen, s.d. (vers 1975) (Les chapitres sont les suivants : *Antiquité et Moyen âge* (31 p.), *Astronomie et physique* (30 p), *Chimie*, *Biologie*.)

HATN *Histoire de l'algèbre et de la théorie des nombres*, Caen : Faculté des sciences, s.d., 12 p.

ML *Mathématique et logique*, chapitre I d'un cours ou d'un livre indéterminé, sans nom d'auteur (mais attribuable à Apéry de façon quasi-certaine), s.l.n.d., 7 p.

FI *Formalisme et intuition.* Nous ne connaissons de ce texte que quelques passages cités sans référence précise [Upinsky 1977, 40-42].

CEM *La crise de l'enseignement mathématique* Nous ne connaissons de ce texte que quelques passages cités sans référence précise [Upinsky 1977, 50-52].

Spi *La spirale* Nous ne connaissons de ce texte qu'un passage cité sans référence précise [Upinsky 1977, 53-54].

Bénabou, Jean

1985 *Fibered categories and the foundation of naive category theory*, Journal of Symbolic Logic, 50, 10-37.

Bourbaki, Nicolas

1948 L'architecture des mathématiques, in *Les grands courants de la pensée mathématique*, dir. F. Le Lionnais, Paris : Hermann, 1948, 35-47.

1957 *Théorie des ensembles*, Paris : Hermann, 1e éd. 1957, 2e éd. 1966.

1972 Univers, in *Théorie des topos et cohomologie étale des schémas*, dir. M. Artin, A. Grothendieck et J.-L. Verdier, Berlin/Heidelberg/New York : Springer, 1972, 185-217.

Brouwer, Luitzen E. J.

1949 Consciousness, philosophy and mathematics, in *Proceedings of the tenth international congress of philosophy* (Amsterdam, August 11-18, 1948), ed. by E. W. Beth, H. J. Pos and J. H. A. Hollak, vol. I, Amsterdam : North-Holland, 1949, 1235-1249. Traduction française par J. Largeault in *Intuitionisme et théorie de la démonstration*, Paris : Vrin, 1992, 419-440.

Cartan, Henri

1943 Sur le fondement logique des mathématiques, *Revue scientifique* 81, 3-11.

Chadeyras, Marcel

1970 Essai d'une théorie noethérienne homogène pour les anneaux commutatifs dont la graduation est aussi générale que possible, *Bulletin de la Société mathématique de France - Suppléments, Mémoires* 22, 143 p., 1970.

Chevalley, Claude et Krasner, Marc

1982 Pour la liberté en mathématiques, *Gazette des mathématiciens*, 18, 71-74.

Dieudonné, Jean

1939 Les méthodes axiomatiques modernes et les fondements des mathématiques, *Revue scientifique*, 77, 224-232.

EHRESMANN, CHARLES

1981 Les catégories dans l'enseignement, texte d'une conférence faite à Saint-Quentin le 27 avril 1972, in *Charles Ehresmann, Œuvres complètes et commentées*, vol. IV-1, Amiens : Andrée Charles-Ehresmann, 1981, 311-321.

FISCHLER, STÉPHANE

2002 Irrationalité de valeurs de la fonction zêta [d'après Apéry, Rivoal, ...], *Séminaire Bourbaki (séance du 17 novembre 2002)*, exposé n^o 910

HALBERSTADT, EMMANUEL

1970a Le radical d'un annéide régulier, *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (série A)*, 270, 361-363.

1970b Structure des annéides réguliers artiniens et semi-simples, *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (série A)*, 270, 435-437

HELLEGOUARCH, YVES

1995 Roger Apéry (1916-1994), *la Gazette des mathématiciens*, 64, 82-83 et *Phénix-Infos* (bulletin d'information de l'Université de Caen), 38, 4. Traduction anglaise par M. Prévost disponible sur plusieurs sites Internet (utiliser un moteur de recherche).

HILTON, PETER

1964 *Catégories non abéliennes*, suivi de textes de T. Ganea, H. Kleisli, J.-M. Maranda et H. Osborn, Séminaire de mathématiques supérieures été 1964, Montréal : Presses universitaires de Montréal, 1^e éd. 1964, 2^e éd. 1967.

1973 Le langage des catégories dans l'enseignement secondaire, in : Hilton, *Le langage des catégories*, traduit par J.-C. Matthys, préface de Papy, collection Formation des maîtres en mathématiques, Paris : Cédic, 1973, 27-63.

KRASNER, MARC

1944 Une généralisation de la notion de corps - corpoïde. Un corpoïde remarquable de la théorie des corps valués, *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences (série A)*, 219, 345-347.

1956 Théorie des corps valués, 2, exposé 5, Séminaire 1953-54, Paris, 1956.

LAWVERE, F. WILLIAM

1963 Functorial Semantics of algebraic Theories, *Proceedings of the National Academy of Science of USA*, 50, 869-872.

1966 The Category of Categories as a Foundation of Mathematics, in *Proceedings of the Conference on Categorical Algebra* (La Jolla, June 7-12, 1965), ed. by S. Eilenberg and al., Berlin/Heidelberg/New York : Springer, 1966, 1-20.

Levent, Bernard

1969 Catégories et géométrie élémentaire, *Bulletin de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, 268, 235-238

Mehl, Serge

notice consacrée à Roger Apéry, site *Chronomath*, à l'adresse réticulaire `http ://serge.mehl.free.fr/chrono/Apery.html`

Mendès-France, Michel

1979 Roger Apéry et l'irrationnel, *la Recherche*, 97, 170-172.

Myhill, John

1972 What is a real number ?, *American Mathematical Monthly*, 79, 748-754.

Patras, Frédéric

1999 Catégories et foncteurs, in *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, dir. D. Lecourt, Paris : PUF, 1999, 143-145.

Poincaré, Henri

1910 Le libre examen en matière scientifique, in *1834–1909 : L'Université de Bruxelles, 75e anniversaire. Relations des fêtes*, Bruxelles : Weissenbruch, 1910, 97-106. Réédité in *Dernières Pensées*, Paris : Flammarion, 1913, 201-211.

Postel-Vinay, Olivier

1983 E.T. et les ultramathématiques, *la Recherche*, 432, 46-54.

Reeb, Georges

1982 Compte rendu de « Penser les mathématiques », *Gazette des mathématiciens*, 19, 149-150.

1983 *Intuitionnisme, formalisme, mathématique non standard et infinitésimaux*, texte d'une conférence daté du 3 janvier 1983. Cité d'après : Barreau, Hervé, G. Reeb et l'UPR « Fondements des sciences », *L'Ouvert* (IREM de Strasbourg), n° spécial G. Reeb, 1994, 33-41.

Shanin, Nicolai Alexandrov

1962 *Constructive Real Numbers and Constructive Function Spaces*, translated from the Russian by E. Mendelson, Translations of mathematical Monographs vol. 21, Providence : AMS, 1968. Version originale en russe : *Trudy Math. Inst. Steklov*, 67, 1962, 15-294.

UPINSKI, A. ET L.

1977 *2+2=5. De nouvelles mathématiques pour une nouvelle société*, Paris : autoédition, 1977.

VREDENDUIN, P. G. J.

1953 The logic of negationless mathematics, *Compositio Mathematica*, 11, 204-270.

WEIL, ANDRÉ

1948 L'avenir des mathématiques, in *Les grands courants de la pensée mathématique*, dir. F. Le Lionnais, Paris : Hermann, 1948, 307-320.

ZEILBERGER, DORAN

2003 Computerized deconstruction, *Advances in Applied Mathematics*, 31, 532-543.