



Mathématiques et sciences humaines

Mathematics and social sciences

195 | Automne 2011

Varia

Le jeu des *gladiatores* : un spectacle de qualité

The gladiatores' game: a quality show

Jérôme Ballet, Damien Bazin et Radu Vranceanu



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/msh/12069>

DOI : 10.4000/msh.12069

ISSN : 1950-6821

Éditeur

Centre d'analyse et de mathématique sociales de l'EHESS

Édition imprimée

Date de publication : 15 décembre 2011

Pagination : 73-83

ISSN : 0987-6936

Référence électronique

Jérôme Ballet, Damien Bazin et Radu Vranceanu, « Le jeu des *gladiatores* : un spectacle de qualité », *Mathématiques et sciences humaines* [En ligne], 195 | Automne 2011, mis en ligne le 09 janvier 2012, consulté le 20 avril 2019. URL : <http://journals.openedition.org/msh/12069> ; DOI : 10.4000/msh.12069

LE JEU DES *GLADIATOIRES* : UN SPECTACLE DE QUALITÉ

Jérôme BALLE^T¹, Damien BAZIN², Radu VRANCEANU³

RÉSUMÉ – *Les jeux de gladiateurs ont constitué un élément majeur sous l'influence romaine et ce jusqu'à la fin du IV^e siècle. L'organisation de ces jeux provoquait un coût considérable et les gladiateurs étaient eux-mêmes pour une bonne partie des professionnels issus d'écoles de gladiature qu'il fallait entretenir. Le recouvrement de l'ensemble de ces coûts était assuré par les Magistrats qui les organisaient. Pour attirer les spectateurs, la qualité du spectacle était indispensable. De ce point de vue, la personne clé dans la perpétration des jeux était le Président qui arbitrait les affrontements. Par le pouvoir de sanction qui lui était conféré sur la vie ou la mort des combattants, il exerçait une incitation à la qualité du spectacle.*

MOTS-CLÉS – Arbitrage, Économie du sport, Gladiature, Qualité du spectacle

SUMMARY – *The gl^a di^tors' game: a quality show*

Gladiator games constituted a major element under roman influence, which lingered on until the fourth century AD. The organization of these games was very expensive, and gladiators were to a large extent professionals, trained in gladiator schools. The overall costs were covered by fees paid by the Roman Magistrates who organized these shows. In order to attract them, the quality of the show was essential. From this point of view, the key person in the process of preparation of the show was the President who was granted the right to decide over life and death of the defeated gladiator. The judge's strategy had a major impact on the quality of the show.

KEYWORDS – Arbitration, Economics of sport, Gladiator, Quality of the show

1. INTRODUCTION

De nombreux péplums sont venus alimenter une vision barbare des combats de gladiateurs se déroulant en Campanie, en Lucanie et se développant à Rome⁴. Pourtant, la réalité des spectacles gladatoriens (*muner^e*) était assez éloignée de l'image que nous présentent généralement ces films. Évidemment, les combats étaient sanglants⁵ mais,

¹ IRD-UMI Résiliences, 32 avenue de Varagnat, 93143 Bondy, jballetfr@yahoo.fr

² Groupe de Recherche en Droit, Économie, Gestion (GR^e D^e G), Université de Nice Sophia-Antipolis, Campus St-Jean d'Angély, 24 avenue des Diabes Bleus, 06300 Nice, damien.bazin@unice.fr

³ SS^e C Business School et TH^e MA, 105 avenue Bernard Hirsch, BP 50105, 95021 Cergy, vranceanu@essec.fr

⁴ Les péplums les plus diffusés sont sans conteste : *Quo V^o dis* de Mervyn LeRoy [1951], *Ben-Hur* de William Wyler [1959], *Sp^ert^e cus* de Stanley Kubrick [1960], *Le triomphe d'Hercule* [1964] d'Alberto De Martino et *Gl^a di^tor* de Ridley Scott [2000]. Il est à noter que la télévision américaine diffuse depuis janvier 2010, une série appelée « Spartacus, blood and sand », (diffusée également en France sur certaines chaînes payantes).

⁵ Le combat sanglant était, dans ses premières formes, un devoir sacré rendu aux morts dans le but

bien qu'il faille prendre la comparaison avec des précautions, ils n'étaient pas si différents que cela de pratiques sportives actuelles⁶ [Flobert, 2009] et répondaient à un besoin religieux, social et politique [Ville, 1979].

Bien que les confrontations pouvaient conduire au décès, les combats étaient avant tout une représentation symbolique, voire théâtrale⁷, et non une mise à mort véritable [Veyne, 2004]. En effet, les combats de l'amphithéâtre représentaient « le spectacle de la mort jouée, de la *mimèsis* morbide » selon Roggero [2001, p. 142]. A cet effet, les combattants devaient assurer un spectacle de qualité, souvent devant un public averti, ce qui supposait une maîtrise de leur art et une certaine motivation [Tessier et Lopez, 2005]. La motivation se sublimait dans la gloire et la richesse qu'assuraient de « beaux » combats. La diversité des armes et des techniques d'attaque ainsi que de défense contribuait à la qualité de la représentation. À ce titre, dans la littérature spécialisée, il est possible de dénombrer quinze *numeri* de gladiateurs (*andabate*, *cornuti*, *crupellari*, *dimachari*, *essedari*, *hoplomachus*, *lucarius*, *mirmillon*, *procurator*, *retiarius*, *sagittarius*, *secutor*, *scissor* et *tracheatus*).

L'objectif n'était donc pas de tracter l'adversaire mais de proposer un divertissement (au sens de *voluptas*)⁸. Or pour cela, il fallait évidemment ne pas occire le rival hâtivement. Les coups de taille étaient généralement privilégiés. Les armes n'étant pas assez tranchantes pour tuer net l'adversaire, il s'agissait surtout de provoquer des blessures qui conduisaient à terme à l'abandon d'un des combattants. De fait, les coups fatals étaient très rares et plutôt bannis du combat. Si l'agonie survenait, c'était plutôt après la lutte, des suites de plaies, que durant la lutte en tant que telle. Des progrès dans le domaine de la chirurgie ont d'ailleurs été observés durant cette période grâce aux combats. Deux médecins grecs auraient particulièrement participé à l'amélioration de la chirurgie en pratiquant sur les gladiateurs, Celse au I^{er} siècle et Galien au II^e siècle [Régnier, 2004].

Un Président⁹ évaluait la rencontre et décidait du sort du perdant. Il avait ainsi une prépotence sur la vie ou la mort des « sportifs ». L'objectif de cet article est de souligner que la valeur de l'arbitrage, agissant comme un « régulateur de spectacle », a constitué un facteur décisif dans la pérennité et la popularité des jeux traditionnels de la gladiature. Autrement dit, la qualité du spectacle dans le temps était pour beaucoup dépendante des sentences du Président. Or, c'est par le biais de la noblesse attendue du jeu que le peuple venait y assister.

Si initialement, les combats (*muner*) étaient « offerts » à l'occasion de funérailles ou pour célébrer un événement singulier, assez rapidement, l'hommage aux morts et aux divinités n'est devenu qu'un prétexte. Le rite, les dévotions, les idolâtries se sont mus en

d'apaiser les Mânes. Le *munus* (combat) devait par conséquent s'arrêter au premier sang. Par contre, dans sa pratique désacralisée et popularisée, la gladiature devint un combat mortel, perçue (à tort) comme un spectacle barbare et sanguinaire. Pour une extension concernant une réflexion sur la violence dans le sport, cf. Roggero [2001].

⁶ Ce point de vue est original et, en conséquence, peut prêter à discussion. Pour un point de vue plus nuancé, cf. Ville [1960].

⁷ Pour plus de détails, cf. Barthes [1957].

⁸ D'ailleurs il n'était pas rare d'opposer un *crupullari* (défense « lourde ») contre un *retiarius* (défense « légère ») dont l'inégale défense en armement et en force évoquait le combat et le destin tragique du géant philistin, nommé Goliath, de deux mètres quatre-vingt à l'armure de bronze et possédant une épée, une lance et un javelot contre le jeune berger David armé d'une simple fronde.

⁹ Nous employons le terme « Président » dans le sens de l'action de présider (*praesidere*). Si l'on émet un parallèle avec l'approche sportive contemporaine, alors le « Président » pourrait être une sorte de juge-arbitre dont la fonction serait de « réguler le spectacle » jusqu'à la mort si nécessaire.

spectacle profane et l'édilité (*ediles plebei* et *ediles curulis*) s'est transformée progressivement en un véritable processus de recouvrement des *ludi* (écoles impériales de gladiateurs)¹⁰ et du coût des combats. Ces manifestations étaient pour le moins dispendieuses. Par exemple, le *ven`tionones* de l'évergète Magerius a nécessité le paiement d'une somme de quatre sacs de mille deniers (soit seize mille sesterces). En assurant la qualité de la représentation, le Président assurait ainsi l'immutabilité des combats et le recouvrement financier de leur organisation.

Afin de souligner l'importance du Président nous proposons un jeu élémentaire qui reprend les principales actions des rencontres des gladiateurs, et étudions ses équilibres. Dans une première section, nous décrivons l'organisation et le déroulement typique des combats. Dans une seconde section, nous développons le jeu et ses solutions. Enfin nous concluons.

2. ORGANISATION ET DÉROULEMENT TYPIQUE DES COMBATS DE GLADIATEURS

Loin de l'image des combats mortels sans aucune règle menés par des esclaves¹¹ qui n'avaient pas le choix, les affrontements étaient au contraire très codifiés et distinctement ordonnés. À ce titre, Parlebas [1974, p. 5] propose l'idée que de telles codifications, en tant que règles du jeu, s'apparentent à des comportements « rationnels » qui se manifestent au travers de stratégies d'antagonisme et d'alliance. La relation à autrui dans le cas des gladiateurs est donc présente et, bien que relevant d'une stratégie, elle peut s'avérer bienveillante (ne pas tuer). Parlebas [1974, p. 21] accentue ce point de vue en précisant que : « le jeu sportif est une situation d'affrontement moteur codifié impliquant des échanges ou des ruptures avec autrui ».

Dans l'arène, des fonctions précises étaient attribuées à certaines personnes. En effet, il y avait deux « arbitres de jeu » (le *summ` rudis* et son second, le *secund` rudis*). Leurs rôles étaient de faire respecter les règles du jeu. Ils pouvaient être des gladiateurs libérés (*rudi`rii*) ou des citoyens indépendants (assez rare). Leur responsabilité était à distinguer de celle du Président. Le Président¹² possédait, quant à lui, un rôle d'« arbitre politique » et décidait en dernier ressort de l'issue du combat. Il détenait un pouvoir décisionnaire et souverain sur la vie et la mort des « sportifs ».

On trouvait aussi au maximum dix musiciens dont le tuba, le cornu et le lituus, faisant résonner l'ambiance militaire en accentuant une certaine dramaturgie. Des « porteurs de pancartes » étaient dans l'arène, mais aussi des soigneurs, et des garçons de pistes. Hors de l'arène, à l'entrée et dans les gradins se trouvaient des contrôleurs

¹⁰ Étant donnée l'importance sociale des combats, de nombreuses écoles impériales de gladiateurs se sont constituées (tout d'abord les *ludus m`gnus* dans l'amphithéâtre Flavien de Rome et ensuite les *ludi m`tutini* hors de Rome, localisées dans les provinces italiennes). Les écoles privées n'étaient pas autorisées de peur de constitutions de milices. Seul le gouvernement avait autorité pour ouvrir ces écoles. Celles-ci étaient administrées par des procureurs impériaux (*procur`tor* et *subprocur`tor*, souvent de rang équestre). Ces écoles assuraient une professionnalisation des gladiateurs.

¹¹ Il est courant mais aussi trompeur de croire que les esclaves représentaient la cohorte de gladiateurs dans leur ensemble. En fait, plusieurs conditions sociales coexistaient. À ce titre, on pouvait discerner les *c`ptivi* (prisonniers de guerre), les *d`mn`ti`d`gl`dium* (les criminels condamnés à mort mais de naissance libre), les forçats obligés de purger leurs peines sous le statut de gladiateurs, les *ucto`ri* (les engagés volontaires, cas du sénateur Vitellius lors du *munus* d'Octave en -29).

¹² Les éditeurs (*editores*) étaient les organisateurs des spectacles et acquittaient l'essentiel de la dépense du spectacle. Ils étaient le plus souvent des magistrats (ou l'empereur, dans la ville de Rome, à partir du règne d'Auguste). Le Président était un des éditeurs.

vérifiant les billets (sous la forme de morceaux de poterie numérotés). Des auxiliaires de l'arène, dont la fonction était de « chauffer la salle », étaient grimés avec des costumes rappelant des divinités archaïques. Enfin deux « ambulanciers », ressemblant aux démons étrusques de la mort « Charun » et du monde souterrain « Dis Paster », se tenaient prêts à intervenir pour transporter sur une civière ou sur un croc tiré par un cheval les combattants vaincus à mort. Les trépanés étaient par la suite évacués par la porte libitinaire.

Dès le *signum pugnae* (signal de commencement) lancé par le Président, les musiciens jouaient pendant et jusqu'au terme du jeu gladiateurien. Des pauses répétées permettaient aux gladiateurs de réajuster leur équipement pendant que des boissons et nourritures circulaient dans les gradins. Ces pauses servaient aussi à galvaniser ceux qui s'étaient mal battus. Si ces derniers feignaient de livrer bataille tout en s'économisant, le Président pouvait demander que les clauses du contrat d'*uctoratio*¹³ soient appliquées. Autrement dit que le fouet, le fer et le feu soient préparés. Cette clause n'était en fait qu'un garde fou et n'était que très rarement évoquée dans la réalité.

Les rencontres pouvaient se dérouler en duel *missio* ou *sine missione*. Dans la première configuration, *missio*, la décision d'épargner la vie du vaincu était la plus courante. Concrètement, le vainqueur formulait une demande de *missio* auprès du Président et du public, ceux-ci acceptaient sous conditions que le combat eut été de qualité. Dans la seconde configuration, *sine missione*, le duel devait s'achever par le trépas de l'un ou des deux rivaux. Le gladiateur se sentant dominé et dont l'issue était de perdre, sollicitait sa « demande de vie sauve » (demande de *missio*) en levant l'index de sa main gauche en s'avouant *pugnae d' digitum*. Une autre variante, consistait à jeter son bouclier à terre ou tout simplement en montrant exagérément sa soumission. Dès lors qu'un des gladiateurs s'affichait vaincu, l'arbitre ou *summus rudis* (arbitre de jeu principal) interposait sa baguette entre les deux antagonistes pour signifier l'arrêt du duel ou s'intercalait physiquement (par analogie, tel l'arbitre de boxe sur un ring), en attendant la décision finale du Président. Fait remarquable, au terme du combat, le vaincu restait debout au même titre que le vainqueur ; ce qui laissait présager que l'intégrité physique du battu n'était que peu compromise car il ne gisait pas à terre. De plus, demeurer debout était perçu comme un signe de vaillance. Cette position accordait aussi aux deux athlètes¹⁴ de rester sur leur garde dans l'éventualité où le Président refuserait la *missio*. Ce dernier pouvait réclamer une reprise, sorte de prolongation actuelle telle que l'on peut la concevoir, par exemple dans la pratique du football de nos jours. En cas de reprise, le vaincu pouvait se ressaisir et par surprise prendre le dessus. Cette pratique était utilisée lorsque le Président ne voyait pas d'un bon œil le dénouement du duel (son « favori » était en difficulté par exemple). En définitive, l'octroi de la *missio* restait une prérogative exclusive du Président.

La Figure 1 résume les deux universaux de duel gladiateurien.

¹³ L'*uctoratus* désigne une personne libre qui s'engage. Celle-ci concluait un contrat avec un laniste (*uctoratio*), pour une durée déterminée (de trois à cinq ans). Pendant cette période, le gladiateur risquait sa vie. Au bout du terme, si ce dernier était toujours en vie, il était dès lors dégagé de ses obligations contractuelles et pouvait vivre comme tout autre romain libre de naissance. Un contrat moyen était rémunéré environ soixante mille sesterces par an. À titre indicatif, pour un ouvrier, l'*uctoramentum* (prime ponctuelle) était de mille sesterces. Par contre, un sénateur devait officiellement déclarer un patrimoine d'un million de sesterces. Par ailleurs, l'*uctoratus* formule de vive voix le serment gladiateurien : « Nous lui prêtâmes serment de supporter le feu, les chaînes, les coups, la mort par le fer... Comme des gladiateurs régulièrement engagés, nous consacrons de la façon la plus totale à notre maître, et notre corps et notre vie », passage de Pétrone in *Grimel* [1972]. Ce contrat de travail implique un droit de torture librement consenti en cas de mauvais combat ou de désobéissance.

¹⁴ Au sens d'*Athlon* (combat) dans les jeux publics de l'Antiquité.

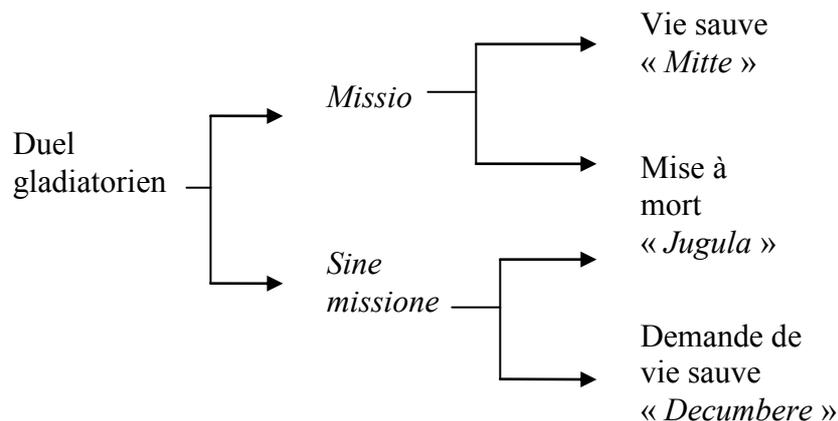


FIGURE 1. Universaux de duel gladiatorien

Quelle que soit la configuration de la joute, la décision du Président s'avérait essentielle. En fait, la détention de la décision finale dans les mains de ce dernier constituait un moyen de faire peser sur les gladiateurs un risque délétère s'ils n'assuraient pas une certaine aptitude dans le maniement des armes, l'art de la parade et de l'engagement dans le corps à corps. En ce sens, le fait que la sentence suprême revenait au Président devait provoquer une incitation à la réalisation d'une bataille « esthétique » pour les compétiteurs.

2. LE RÔLE DE L'ARBITRAGE DANS LA GARANTIE DE LA QUALITÉ

2.1. HYPOTHÈSES ET NOTATIONS

Nous estimons que la théorie des jeux est une approche pertinente pour appréhender les comportements stratégiques des combattants, étant donné que les jeux de la gladiature sont subsumés dans une dynamique plus large : celle du jeu sportif. Partant de là, le jeu (de combat et sportif) peut être représenté par une action, tel un affrontement, pouvant se penser dans une *praxis*¹⁵.

On admettra qu'il y a une grande population de gladiateurs, et pour simplifier le problème, nous considérons qu'ils possèdent tous les mêmes compétences de combattants. Ils sont tirés au sort de manière aléatoire par paire au sein de cette population. Il peut par exemple s'agir d'affrontements *Sécutor/Réti`ire*, *Mirmillon/Réti`ire* ou encore *Mirmillon/Thr`ce*. Ils ne se connaissent pas et aucune réputation ne les précède. *A priori*, à effort identique, les chances de remporter le pugilat¹⁶ sont donc égales.

Les hypothèses relatives au déroulement du combat sont les suivantes : il se termine par le décès ou l'abandon d'un des gladiateurs. Nous supposons que si l'escarmouche s'achève par l'abdication d'un des gladiateurs, la vie du perdant repose entre les mains du Président.

¹⁵ Pour une légitimation de la problématique de la théorie des jeux au sein des jeux sportifs (institutionnalisés et traditionnels) au travers d'une praxéologie motrice, cf. Parlebas [1974, p. 6 et 34].

¹⁶ Au sens noble du terme, c'est-à-dire comme une expression scénique d'une troupe de gladiateurs et par extension du cirque.

Les combats sont répétés maintes fois et il y a suffisamment de gladiateurs pour que les paires soient différentes à chaque tournoi et pour qu'un compétiteur qui ne serait pas tué lors d'une rencontre puisse continuer à livrer bataille un grand nombre de fois (cas du *secutor* T. Flavius Incitatus, seize fois vainqueur), approximé par l'infini. β est un facteur d'escompte, $\beta \in]0,1[$. Plus β tend vers 0, plus le présent revêt de l'importance.

Ensuite, nous considérons l'hypothèse selon laquelle la décision du Président est reliée à la grande qualité de la prestation. Posons que deux types de rencontre peuvent avoir lieu, soit un « beau »¹⁷, soit un « mauvais » combat : (*sesterceri` ristes*, « combat à deux sous »). La belle contribution est celle qui satisfait l'auditoire, tandis que la mauvaise plonge l'assistance dans une certaine frustration. Les adversaires ont donc le choix entre entreprendre un beau combat (b) ou exécuter un mauvais combat (m). Si l'un choisit b et l'autre m , celui qui adopte m est trucidé immédiatement lors du jeu.

Lors des pugilats, les gladiateurs pouvaient obtenir gloire et richesse (les gladiateurs plusieurs fois victorieux pouvaient être affranchis accédant ainsi au statut de *liber`ti* ou *rudi`rii*¹⁸). Notons v la valeur immédiate d'une victoire (la fortune et les honneurs) et $(-u)$ la (dés)utilité de se faire occire, avec $u > 0$ et u qui n'est pas infinie (sinon il n'y aurait pas de jeu, même en présence « d'incitations » comme le fer rouge). On admet que si le gladiateur perd la rencontre mais n'est pas tué, alors son utilité immédiate est de 0.

Pour le perdant, la probabilité de mort naturelle (suite aux entailles et autres estafilades) est q_b dans un beau combat (b, b) et q_m dans un mauvais (m, m). Il va de soi que $q_b > q_m$ dans la mesure où une belle rencontre entraîne plus de mutilations qu'une mauvaise¹⁹.

Cependant, à la fin du jeu c'est le Président qui fixe le sort du vaincu. Notons la probabilité que le Président décide de la mort de ce dernier dans un beau combat p_b et la probabilité qu'il se prononce pour la mort du dominé dans un mauvais combat p_m .

Une condition naturelle est $p_b < p_m$, un Président respectable devra systématiquement récompenser le courage dans le combat aguerrri en s'avérant moins implacable. D'ailleurs un tel choix est compatible avec le développement de combats de professionnels qui assurent une gracieuse représentation à l'assistance. Bien évidemment, une contrainte logique exige $p_b + q_b < 1$ et $p_m + q_m < 1$. Nous admettons enfin que les probabilités p_m, p_b, q_m, q_b font partie de la connaissance commune.

2.2. OBJECTIF ET STRATÉGIE DES JOUEURS

Sous les hypothèses précédentes, l'espérance de gain intertemporel d'un gladiateur qui fournit l'effort nécessaire au beau combat (b), en sachant que l'autre compétiteur pratique également (b), est :

$$E[C, b|b] = 0,5(v + \beta E[C, b|b]) + 0,5\{(1 - p_b - q_b) \beta E[C, b|b] - (p_b + q_b)u\} \quad (1)$$

¹⁷ Nous nous référons à la période post-spartacuisienne. Plus précisément, ce n'est plus tant la quantité de combattant qui rend un combat beau (*munus* de César) mais la qualité des affrontements en termes de technicité, de vigueur des frappes et de dramaturgie (*munus* d'Auguste).

¹⁸ Par exemple Néôn et Philémôn. D'autres sont devenus fortunés et populaires tels que le charismatique Maximus. Enfin, certains ont été aimés : Sergiolus et Suspirium Puellarum.

¹⁹ Dans une approche alternative, on pourrait introduire une probabilité avec laquelle le vainqueur peut aussi trépasser à la suite de lésions et autres traumatismes.

L'expression précédente indique qu'avec une probabilité 0.5 le compétiteur espère remporter le combat, ce qui lui rapporte l'utilité v et lui permettra de livrer bataille `u moins encore une fois.²⁰ Avec la probabilité complémentaire, il pense ne pas être victorieux, auquel cas il perd sa vie avec une probabilité $(p_b + q_b)$, ou aura la vie sauve et pourra participer à un autre duel à la date suivante (et sera confronté à une situation similaire).

On obtient donc l'expression de l'espérance de gain intertemporel dans le combat de type (b, b) :

$$E[C, b|b] = \frac{v - (p_b + q_b)u}{2(1 - \beta) + \beta(p_b + q_b)} \quad (2)$$

De la même manière, l'espérance de gain intertemporel du gladiateur qui pratique le mauvais combat (m) sachant que l'autre pratique (m) est :

$$E[C, m|m] = 0.5(v + \beta E[C, m|m]) + 0.5\{(1 - p_m - q_m) \beta E[C, m|m] - (p_m + q_m)u\} \quad (3)$$

Nous obtenons l'expression de cette utilité :

$$E[C, m|m] = \frac{v - (p_m + q_m)u}{2(1 - \beta) + \beta(p_m + q_m)} \quad (4)$$

Nous sommes donc en présence d'une matrice de gains du jeu, pour deux gladiateurs, désignés par A et B , dont les stratégies sont m (mauvais combat) ou b (beau combat) ; dans chaque cellule, le terme de gauche (droite) représente le gain du gladiateur A (respectivement B).

On admettra qu'un gladiateur qui attaque « en force » (b) lorsque l'autre livre bataille avec retenue (m) sera repéré comme un « tueur né », et, dans les combats futurs il aura en face de lui des compétiteurs qui forment joueront la stratégie b (la seule qui leur consent d'éviter de se faire trucher immédiatement). Ce changement de régime pour le joueur qui dévie d'une règle, qui à l'équilibre s'impose comme une norme sociale, a été développé par Solow [1990] dans son analyse du rôle des normes sociales sur le marché du travail. Dans ce cas, si par exemple A joue m et B joue b , le « gain » de A est $(-u)$, et celui de B est $v + \beta E[C, b|b]$.

| | | Gladiateur B | |
|----------------|-----|----------------------------|----------------------------|
| | | m | b |
| Gladiateur A | m | $E[C, m m] ; E[C, m m]$ | $-u ; v + \beta E[C, b b]$ |
| | b | $v + \beta E[C, b b] ; -u$ | $E[C, b b] ; E[C, b b]$ |

2.3. ANALYSE DES ÉQUILIBRES

Nous pouvons commodément vérifier que $-u < \min\{E[C, m|m] ; E[C, b|b]\}$. Dans ce cas, le choix de la stratégie b par un joueur et de la stratégie m par l'autre ne peut pas être un équilibre du jeu.

²⁰ Les deux gladiateurs disposent de compétences techniques identiques. Lorsqu'ils fournissent le même effort, les chances de gagner le combat représentent 0.5 pour l'un et 0.5 pour l'autre.

Il en résulte également que le jeu (b, b) est toujours un équilibre de Nash en stratégies pures ; en effet, une fois dans cette configuration, aucun individu n'a intérêt à dévier²¹.

On s'intéresse maintenant sous quel choix de p_m et p_b la situation (m, m) peut également se présenter comme un équilibre de Nash. Formellement, la condition pour que (m, m) soit un équilibre de Nash est :

$$v + \beta E[C, b|b] < E[C, m|m] \tag{5}$$

ou, avec les substitutions appropriées :

$$EXB = v + \beta \frac{v - (p_b + q_b) u}{2(1 - \beta) + \beta(p_b + q_b)} < \frac{v - (p_m + q_m) u}{2(1 - \beta) + \beta(p_m + q_m)} = EXM \tag{6}$$

L'équation $EXB=EXM$, soit :

$$v + \beta \frac{v - (p_b + q_b) u}{2(1 - \beta) + \beta(p_b + q_b)} = \frac{v - (p_m + q_m) u}{2(1 - \beta) + \beta(p_m + q_m)} \tag{7}$$

nous permet de définir implicitement une probabilité critique P_M en fonction de la probabilité choisie par le Président, p_b , telle que le gladiateur est indifférent entre dévier ou pas, une fois dans la situation (m, m) . Si $p_m < P_M(p_b)$ alors $EXM > EXB$ et, dans la disposition (m, m) le gladiateur ne dévie pas, donc (m, m) représente un autre équilibre de Nash.

La Figure 2 indique la région où l'équilibre (m, m) est possible, en fonction du couple de probabilités p_m et p_b (sous le contrôle du Président).

L'étude de la fonction $P_M(p_b)$ est un peu sophistiquée mais on peut aisément remarquer que $dP_M(p_b)/dp_b$ est positive. Nous avons employé une simulation numérique pour obtenir la forme correcte²².

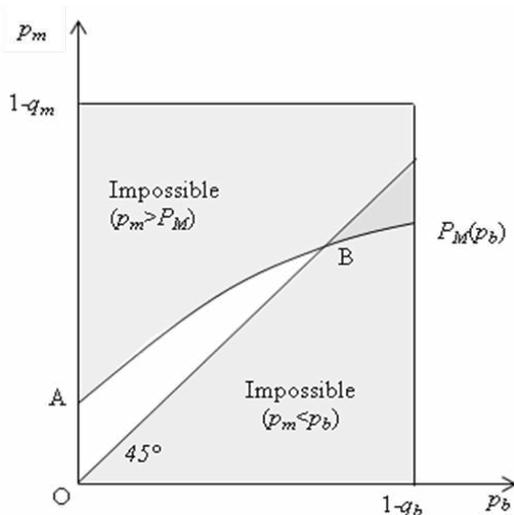


FIGURE 2. Région d'existence de l'équilibre (m, m)

²¹ La solution n'a de sens que si $E[C, b|b] > 0$, soit $p_b + q_b < (v/u)$.

²² Avec comme paramètres $q_m = 0.05$, $q_b = 0.10$, $v = 2$, $u = 8$, $\beta = 0.975$, $p_m = 0.10$. On obtient pour la limite $p_b = 0.10$, $EXB = 3.591$ et $EXM = 4.076$. Pour ces paramètres, par exemple le choix de $p_m = 0.10$ et de $p_b = 0.05$ aboutit à ce que (m, m) soit un équilibre de Nash.

La région pour laquelle les deux conditions ($p_m > p_b$) et $p_m < P_M(p_b)$ sont *simult`nement remplies* est étroite (zone OAB). On peut vérifier que la diminution de (l' avenir compte moins) et de u (la mort ne le tourmente pas) ont comme effet de réduire l'ensemble de probabilités pour lesquelles (m, m) peut s'associer à un équilibre de Nash.

Tout particulièrement, on peut obtenir l'équilibre (m, m) même si l'arbitre favorise une probabilité positive de sacrifier le gladiateur qui combat approximativement, et de gratifier tout gladiateur qui lutte avec détermination et panache ! (En raison des risques plus grands de mourir suite à ses meurtrissures dans le beau combat).

On remarquera que l'équilibre (m, m) est Pareto dominant du point de vue des combattants (par comparaison avec l'équilibre (b, b)) si $E[C, mlm] > E[C, blb]$, soit si $(p_m + q_m) < (p_b + q_b)$. La même condition s'énonce $p_m < p_b + (q_b - q_m)$, avec $(q_b > q_m)$; ce cas est vérifié au travers de notre exemple numérique.

Enfin, pour un choix de p_m et p_b qui implique que (m, m) soit un équilibre de Nash, le jeu présente des *équilibres multiples*, car nous avons indiqué que (b, b) est *toujours un équilibre*²³. Si dans ce cadre l'équilibre (b, b) prévaut, il n'y a pas de raison intrinsèque pour passer à la situation (m, m) , mais un événement externe (guerre, crise, révolte par exemple)²⁴ peut favoriser un glissement vers (m, m) , auquel cas il n'y aura pas de raison non plus de revenir spontanément à (b, b) .

On peut se poser la question du choix de p_m et p_b garantissant que l'équilibre (m, m) ne puisse pas se produire. Pour un p_b donné, il suffit que $p_m > P_M(p_b)$. Par conséquent, le modèle suggère que le Président qui souhaiterait garantir *l'unicité de l'équilibre* (b, b) avec le *t`ux de mise à mort le plus faible*, devrait choisir de gracier tous les perdants dans un beau combat ($p_b = 0$), et mettre à mort les perdants lors d'une rencontre modeste avec une probabilité $P_M(0)$ (au point A sur la Figure 2). Cette prédiction extrême s'explique du fait du caractère de l'information parfaite que nous avons choisi. En pratique la mise à mort dans un beau combat intervenait avec une probabilité positive, probablement en raison d'éléments de réputation du Président, facteur qui n'a pas été pris en compte dans ce modèle.

Aux termes de cette analyse, il apparaît que le choix de fixation des probabilités p_b et p_m par le Président se combine finalement au principal déterminant de la qualité du combat, et peut garantir l'émergence de la solution (b, b) . Le Président tiendra bien sûr compte de β , v et u ; reflétant ainsi les caractéristiques des agents-combattants. En revanche, le Président qui souhaiterait imposer l'équilibre (m, m) , par exemple parce qu'il engendre une mortalité moindre, ne détient pas de contrôle direct sur la solution du jeu, dans la mesure où, quel que soit le choix des probabilités de sanction, l'équilibre (b, b) peut se manifester.

3. CONCLUSION

Cet article doit être perçu comme une contribution s'inscrivant dans une mouvance moderne qui positionne les gladiateurs non pas comme des combattants sanguinaires, vils et sans scrupules mais en tant que compétiteurs honorant un contrat.

²³ Un équilibre en stratégies mixtes, dans lequel les gladiateurs tirent au sort s'ils jouent b ou m avec une probabilité qui dépend des paramètres du problème devrait aussi exister.

²⁴ Ce cas n'est pas négligeable, ex. révolte de Spartacus. Cf. Florus [1625].

Notre méthodologie s'inscrit au travers de la théorie des jeux où la place centrale est dévolue à l'arbitrage du « Président ». De façon imagée, nous avons tenté de démontrer que les combats pouvaient se définir comme des « jeux », dont l'arbitrage était représenté comme un processus de gestion des équilibres. Bien sûr, une telle analogie est à considérer avec précaution dans la mesure où les *munus* sont organisés dans le but de présenter un spectacle profane à valeur éducative pouvant former des citoyens à l'art de la guerre (*cf.* les consuls Rutilius et Manlius) [Ville, 1960]. L'importance sociale et les enjeux monétaires des combats ont poussé à la constitution de nombreuses écoles impériales de gladiateurs²⁵. Ces écoles assuraient une professionnalisation des gladiateurs qui devaient concilier spectacle (durée et beauté du combat) ainsi que survie.

Ce que souligne avant tout notre jeu est le rôle fondamental du Président au travers de la possibilité d'assurer un spectacle de qualité avec des gladiateurs professionnels. Notre jeu laisse entrevoir un dilemme entre la création d'une incitation à un combat qui soit suffisamment esthétique et dramatique (donc violent avec un risque de mort important après blessures multiples) et un combat qui minimise le risque de décès post combat. Le Président doit ainsi fixer une probabilité de sanction (*missio*) plus élevée dans le cas d'un mauvais combat que dans un beau combat, mais avec un écart pas trop important. Le Président crée la qualité du combat à partir du risque de sanction. Autrement dit, il détermine l'intérêt du jeu, le gain pour les spectateurs (ici mesurés par la qualité des combats).

Par analogie, d'un point de vue économique, un tel modèle fait apparaître des conclusions pertinentes pour l'analyse de la concurrence. L'existence d'un arbitre, d'une entité législative, qui régule la concurrence, peut assurer à la fois une stimulation de celle-ci et une minimisation du risque de disparition des rivaux. Il apparaît ainsi qu'une entité législative peut jouer un rôle non négligeable dans la pérennisation d'un système concurrentiel si elle possède les qualités requises.

Un prolongement original à cet article serait d'approfondir, sous un angle expérimental adapté aux réseaux de neurones, des situations cognitives ludiques et sportives. Cela nous autoriserait à considérer une stratégie optimale, au travers de modélisation de situations motrices pouvant intégrer des interprétations socio-anthropologiques.

Enfin, pour conclure, nous pouvons élargir l'analyse à des domaines contemporains tels que le sport. En effet, les arbitres sportifs, lors d'affrontement sont confrontés, semble-t-il, aux mêmes difficultés que devait très probablement rencontrer le Président des « jeux ». À savoir, le respect de l'équilibre entre d'une part, l'esthétisme du combat, l'engagement des protagonistes, l'adhésion du public et d'autre part, le respect de la règle. La différence étant que la mort est remplacée par un carton (jaune ou rouge), une pénalité, voire une exclusion.

Remerciements. Nous tenons à remercier les deux rapporteurs anonymes pour leurs conseils avisés.

²⁵ Les plus connues étant : *Ludus M'gnus*, *D'cius*, *M'tutinus* et *G'llicus*.

BIBLIOGRAPHIE

- BARTHES R. (1957), *Mythologies*, (dir. scientifique J. Guittard), Paris, éd. du Seuil, 252 p., réédition, 2010, 1957.
- FLOBERT P. (1990), « Quelques survivances de la gladiature », *Voces*, vol.1, p.71-76.
- FLORUS L. A. (1625), *Historiæ Romæ epitomæ Lucii Julii Flori*, Vinet Elie, Blaeu Willem Jansz (Pays-Bas).
- GRIMAL P. (1969, 1972), *Le S`tiricon* (de Petronius Arbitr) Trad., notice et notes de P. Grimal. Préface de H. de Montherlant, Paris, Gallimard, 249 pages.
- PARLEBAS P. (1974), « Analyse mathématique élémentaire d'un jeu sportif », *M`thém`tiques et Sciences hum`nes* 47, p. 5-35.
- RÉGNIER C. (2004), « Les plaies de la Rome Antique : entre légionnaires et gladiateurs », *Journ`l des pl`ies et cic`tris`tions*, vol.41, p. 45-48.
- ROGGERO C. (2001), *Sport... et désir de guerre*, préface de Robert Charvin, Paris, l'Harmattan, Coll. Espaces et temps du sport, 350 pages.
- SOLOW R. E. (1990), *The Labor market`s`s` soci`l institution*, Cambridge (MA) and Oxford, Basil Blackwell, 250 pages.
- TEYSSIER É., LOPEZ B. (2005), *Gl`di`teurs : des sources à l'expériment`tion*, préface de Ch. Goudineau, Paris, éd. Errance, 154 pages.
- VEYNE P. (2004), « Les gladiateurs ou la mort en spectacle », *L'Histoire* 290, p. 77-83.
- VILLE G. (1960), « Les jeux de gladiateurs dans l'empire chrétien », *Mél`nges d`rchéologie et d'histoire* 72, vol.72, p.273-335.
- VILLE G. (1979), « Religion et politique : comment ont pris fin les combats de gladiateurs », *Ann`les. Économies, Sociétés, Civilis`tions* 4, vol.34, p.651-671.