



Perspectives interdisciplinaires sur le travail et la santé

7-2 | 2005

Réseau québécois de recherche en SST

Développement d'un modèle statistique de prédiction de la durée de vie du rachis lombaire, dépendant de la contrainte appliquée, de l'âge et de la densité osseuse

Development of a statistical model for predicting the lifetime of the lumbar rachis, according to cyclic stresses, age and bone density

Desarrollo de un modelo estatístico de predicción de la duración de vida del raquis lumbar, según la coacción aplicada, la edad y la densidad

Houcine Ayari, Marc Thomas et Sylvie Doré



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/pistes/3202>

DOI : 10.4000/pistes.3202

ISSN : 1481-9384

Éditeur

Les Amis de PISTES

Édition imprimée

Date de publication : 1 mai 2005

Référence électronique

Houcine Ayari, Marc Thomas et Sylvie Doré, « Développement d'un modèle statistique de prédiction de la durée de vie du rachis lombaire, dépendant de la contrainte appliquée, de l'âge et de la densité osseuse », *Perspectives interdisciplinaires sur le travail et la santé* [En ligne], 7-2 | 2005, mis en ligne le 01 mai 2005, consulté le 01 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/pistes/3202> ; DOI : 10.4000/pistes.3202

Ce document a été généré automatiquement le 1 mai 2019.



Pistes est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Développement d'un modèle statistique de prédiction de la durée de vie du rachis lombaire, dépendant de la contrainte appliquée, de l'âge et de la densité osseuse

Development of a statistical model for predicting the lifetime of the lumbar rachis, according to cyclic stresses, age and bone density

Desarrollo de un modelo estatístico de predicción de la duración de vida del raquis lumbar, según la coacción aplicada, la edad y la densidad

Houcine Ayari, Marc Thomas et Sylvie Doré

Les auteurs tiennent à remercier l'IRSSST pour son soutien financier dans l'attribution de bourses aux étudiants.

1. Introduction

- 1 L'os, comme tout autre matériau, est sujet à la fatigue mécanique lorsqu'il est soumis à un chargement cyclique répétitif. Le chargement cyclique in vivo se produit soit dans des lieux de travail exposés aux vibrations mécaniques soit pendant des opérations de manipulation ou durant des activités de loisirs et sportives. Comme exemple, l'exposition continue du corps humain à des vibrations globales intenses peut être, à long terme, à l'origine de problèmes de lésions lombaires dues à des contraintes dynamiques (principalement de compression) dans la colonne vertébrale qui causent la fatigue des os et des microfissures dans l'os spongieux (Pope, 1998 ; Bovenzi, 1998 ; Magnusson, 1998 ; Seidel, 1998 ; Thomas, 1999 ; Thomas, 2004 ; Sandover, 1998).

- 2 La rupture par fatigue de l'os vertébral est importante sur les plans clinique et biologique. D'un point de vue clinique, les dommages et les déformations permanentes, sous un chargement cyclique, peuvent probablement affaiblir le corps vertébral (Burr, 1997 ; Kopperdahl, 2000) en induisant la migration des remplacements articulaires. Le mécanisme de dommage causé par fatigue dans l'os cortical et trabéculaire peut provoquer les fissures et leur propagation jusqu'à la rupture finale. Des microfissures observées dans les vertèbres ont contribué à la diminution de la résistance de rupture des vertèbres (Wenzel, 1996). Biologiquement, le cumul des dommages sous un chargement cyclique répétitif est le responsable du déclenchement du mécanisme de remodelisation de l'os. Puisque la remodelisation in vivo de l'os cortical peut être déclenchée avec l'apparition des dommages par fatigue, il est possible que le chargement cyclique agisse également en tant que stimulus pour lancer le mécanisme de remodelisation de l'os trabéculaire des vertèbres.
- 3 L'os spongieux, représentant presque 90 % du volume total des vertèbres, a une structure poreuse et son rôle fondamental est d'absorber l'énergie (amortisseur). La porosité est une variable importante dans la détermination des propriétés mécaniques. Pour un tissu osseux normal, la porosité montre un rapport approximativement linéaire avec la densité apparente (masse/volume). Par ailleurs, la densité apparente d'un tissu osseux est représentative de la quantité de tissu minéralisé. Mais le critère de contenu minéral d'un tissu osseux comme seul critère de différenciation entre les patients pour diagnostiquer les fractures vertébrales (ou non) est limitatif. Ces limitations exigent des études cliniques de suivi sur des centaines et parfois des milliers de patients, et ce sur plusieurs années, pour développer un résultat statistique suffisant pour l'analyse des effets de maladie et de traitement (Guglielmi, 1995 ; Melton, 2000).
- 4 Puisqu'il s'agit d'un solide hétérogène de cellules poreuses, les propriétés mécaniques de l'os trabéculaire dépendent de la densité osseuse, de l'architecture, de la santé, des sites anatomiques, de la direction du chargement et du mode de chargement. La relation entre le vieillissement et la densité osseuse vertébrale est bien connue et très bien documentée dans la littérature scientifique (Ferguson, 2003 ; Ettinger, 2003 ; Myers, 1997). Aussi, ce n'est pas le sujet de cette étude. En fait, si l'âge augmente, la rigidité et la résistance de l'os diminuent de presque 10 % par décennie (McCalden, 1997 ; Mosekilde, 1987). Les pathologies telles que l'ostéoporose et le cancer influent sur les propriétés mécaniques (Hipp, 1992 ; Pugh, 1974). La rigidité et la résistance de l'os spongieux dépendent fortement de la densité apparente. Ces relations varient en fonction des sites anatomiques, de l'âge et des maladies. Des relations de type linéaire et de puissance sont utilisées pour décrire la dépendance entre la rigidité et la résistance compressive avec la densité apparente de l'os dont les coefficients de détermination varient de 0.5 à 0.9 (Brinckmann, 1989 ; Keller, 1994 ; Ebbesen, 1999 ; Haidekker, 1999 ; Crawford, 2003).
- 5 Avec le vieillissement ou chez des patients souffrant du problème d'ostéoporose, une diminution de la densité minérale des vertèbres conduit à des changements morphologiques, incluant l'amincissement des trabécules, l'augmentation des espaces intratrabéculaires et la diminution de la connectivité entre les trabécules. Ce phénomène cause une perte de résistance, augmente la fragilité des vertèbres, le risque de fracture et de rupture par fatigue (Silva, 1997 ; Mosekilde, 1993 ; Snyder, 1993 ; Goldstein, 1993 ; Ferguson, 2003, Ettinger, 2003 ; Myers, 1997).
- 6 Les paramètres tels que le sexe, la race, le tabagisme, l'état de santé et l'alimentation influent sur la densité osseuse et par conséquent aussi sur la résistance à la fatigue des

vertèbres. Plusieurs considérations théoriques minent l'utilisation seule de la densité osseuse comme substitut des propriétés mécaniques des vertèbres (résistance à la compression, rigidité). En fait, la densité minérale de l'os est une valeur intégrale du contenant d'os et, par conséquent, elle ne peut pas refléter les effets potentiels importants de différences structurales subtiles (Lochmuller, 2002) et des inhomogénéités densimétriques (Banse, 2001) sur la résistance des vertèbres. L'orientation et le modèle du réseau trabéculaire varient par contre dans chaque structure d'os. Il semble qu'il y ait un rapport entre la rigidité et le facteur de continuité de l'os spongieux (Carter, 1977 ; Ferguson, 2003). La diminution de la résistance vertébrale ne résulte pas seulement d'une diminution de densité osseuse, mais également du changement profond dans l'architecture et du mécanisme de remodelisation résultant du cumul des dommages sous un chargement cyclique (Ferguson, 2003). Les propriétés mécaniques (Su, rigidité...) des vertèbres dépendent non seulement de la masse d'os (densité osseuse), mais également de la continuité du réseau trabéculaire, qui change avec l'âge (Silva, 1997 ; Mosekilde, 1993 ; Snyder, 1993 ; Goldstein, 1993 ; Ferguson, 2003). Des résultats cliniques (Parfitt, 1993) démontrent qu'avec le vieillissement, les ostéocytes, cellules responsables de la réparation des microfissures et également des macrofissures du tissu osseux, meurent et le phénomène de micro-ostéoporose, favorisant la fragilité de l'os, s'installe. De nombreuses recherches tentent d'inclure tous les paramètres significatifs, mais devant la complexité du problème, peu de résultats probants en découlent. Aussi, il est plus efficace d'être limitatif dans la sélection des paramètres afin d'apporter des résultats tangibles dans une approche pas à pas.

- 7 Dans cet article, nous cherchons à établir un modèle empirique de prédiction de la durée de vie de la partie antérieure de l'unité vertébrale et à étudier l'effet de la densité osseuse, de l'âge et de la contrainte appliquée sur la fatigue du rachis lombaire. Cette problématique est d'actualité et touche des domaines aussi variés que la biomécanique, la physiologie et la santé publique. Cette recherche a pour but d'apporter quelques éléments de réponse là où des questions subsistent encore.
- 8 Nous avons utilisé l'âge, la densité apparente de l'os et la contrainte appliquée dans la modélisation du phénomène de fatigue des vertèbres lombaires.
- 9 Notre développement est basé sur l'analyse statistique des résultats publiés dans l'étude de Brinckmann (1988) vu que c'est la seule étude expérimentale présentant suffisamment d'essais et tenant compte de l'âge, de la densité et de la contrainte appliquée pour chaque test de fatigue. Brinckmann et coll. (1988), dans leur étude, n'ont pas essayé de modéliser une fonction analytique reliant le nombre de cycles avec le niveau de contrainte. Ceci est dû à la faiblesse d'un tel modèle pour les faibles cycles de rupture en fatigue et à la variabilité des propriétés mécaniques et structurales des spécimens testés. Ils ont constaté qu'à des charges de moins de 30 % de la force de rupture en statique la défaillance était rare et ils ont plutôt discuté du fait qu'un effort de 30 % pourrait être considéré comme une limite d'endurance pour une exposition in vivo. Cette recherche a été liée principalement aux activités de levage et de manipulation. Les résultats des essais ont été présentés en fonction du niveau de la contrainte appliquée et de la probabilité de rupture.
- 10 Vu la grande dispersion des résultats observés par Brinckmann (tel qu'attendu dans ce type d'étude), nous avons pris l'initiative de regrouper ces données en classes (de la même façon qu'on doit le faire dans les études de fiabilité lorsque les résultats comportent des événements aléatoires (Thomas, 2002), afin de pouvoir les analyser

statistiquement. À partir des résultats classés, nous avons élaboré un plan d'expériences factoriel basé sur les variables indépendantes représentées par la contrainte appliquée, la densité osseuse et l'âge et en tenant compte d'une répétition. La répétition des tests permet d'établir le facteur d'erreur du plan d'expériences.

2. Méthodologie

2.1 Modèle mathématique proposé

11 La plupart des modèles de fatigue proposés, tel celui de Lafferty (1979), sont basés sur le modèle suivant :

12
$$N = (S/S_u)^n \quad (1)$$

13 Où S : contrainte appliquée ;

S_u : contrainte ultime de rupture ;

n : exposant dépendant du matériau.

N : nombre de cycles avant qu'un dommage ne se manifeste.

2.1.1 Modèle non-linéaire

14 La fatigue de l'os vertébral peut dépendre en fait de plusieurs variables, tels le chargement, la densité osseuse, l'âge, la fréquence d'excitation vibratoire, le sexe, la posture et plusieurs autres facteurs. Pour simplifier l'étude, parmi ces variables, nous avons considéré la contrainte appliquée, la densité osseuse, l'âge et la fréquence du chargement appliqué (Lafferty, 1979 ; Pope, 1998 ; Bovenzi, 1998 ; Magnusson, 1998 ; Seidel, 1998 ; Thomas, 1999 ; Thomas, 2004). La méthode des plans d'expériences exige l'indépendance entre les facteurs étudiés. La densité osseuse dépend des facteurs suivants : sexe, tabagisme, alimentation et race (ces facteurs sont confondus avec la densité osseuse), ce qui justifie le choix de la densité comme variable unique considérée. Les propriétés mécaniques (résistance, rigidité...) des vertèbres dépendent non seulement de la masse d'os (densité osseuse), mais également de la continuité du réseau trabéculaire, qui change avec l'âge (Silva, 1997 ; Mosekilde, 1993 ; Snyder, 1993 ; Goldstein, 1993 ; Ferguson, 2003). Des résultats cliniques (Parfitt, 1993) démontrent qu'avec le vieillissement, les ostéocytes, cellules responsables de la réparation des microfissures et également des macrofissures du tissu osseux, meurent et le phénomène de micro-ostéoporose, favorisant la fragilité de l'os, s'installe. Aussi, on peut se demander si la dépendance entre âge et densité est complète, ce qui justifie le choix a priori de l'âge comme variable outre la densité osseuse, l'âge agissant aussi sur le comportement en fatigue des vertèbres. L'analyse des résultats montrera s'il y a indépendance ou non.

15 Si on suppose que toutes ces variables ayant une certaine indépendance sont mesurables et si la fréquence de chargement est constante, la réponse (durée de vie N en nombre de cycles) du système peut être exprimée comme :

16
$$N = F(S,A,D) \quad (2)$$

17 Où S : contrainte appliquée ;

D : densité osseuse.

A : âge du spécimen.

18 Dans cette étude, on propose un modèle original non linéaire de prédiction sous la forme suivante :

$$19 \quad N = C.S^{*n_1}.D^{n_2}.A^{n_3} \quad (3)$$

20 Où S^* : contrainte appliquée normalisée par rapport à la contrainte ultime moyenne telle que déterminée par Brinckmann et coll. (1988).

D : densité osseuse (mg/ml).

A : âge du spécimen (années).

C : constante à déterminer d'après l'étude statistique des résultats expérimentaux.

n_1, n_2, n_3 exposants à déterminer d'après l'étude statistique des résultats expérimentaux.

2.1.2 Formulation linéaire

21 L'équation (3) peut être écrite sous la forme linéaire suivante :

$$22 \quad \ln(N) = \ln(C) + n_1 \ln(S) + n_2 \ln(D) + n_3 \ln(A) \quad (4)$$

23 L'équation (4) peut être mise sous la forme :

$$24 \quad \hat{Y} = Y - \epsilon = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 \quad (5)$$

25 Où \hat{Y} : réponse théorique estimée (en échelle logarithmique).

Y : logarithme de la durée de vie N mesurée,

X_1, X_2, X_3 transformations logarithmiques de la contrainte normalisée, de la densité et de l'âge.

b_0, b_1, b_2, b_3 coefficients estimés par la méthode des moindres carrés.

ϵ erreur expérimentale.

26 L'équation (5) peut également être transformée en un modèle polynomial de second ordre selon :

$$27 \quad \hat{Y} = Y - \epsilon = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{11} X_1^2 + b_{22} X_2^2 + b_{33} X_3^2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + b_{23} X_2 X_3 \quad (6)$$

28 Où \hat{Y} : réponse théorique estimée (en échelle logarithmique).

29 Les b_{ij} sont estimés par la méthode des moindres carrés selon la formule suivante :

$$30 \quad b_{ij} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (7)$$

31 Où X : la matrice de calcul

X^T la matrice transposée de X ,

$X^T X$ la matrice de variance

$(X^T X)^{-1}$ la matrice de covariance

Y la réponse mesurée : $\ln(N)$.

32 Y est la réponse mesurée : $\ln(N)$.

2.2 Plan d'expériences

33 En se basant sur l'étude de Brinckmann et coll. (1988) effectuée sur 69 segments vertébraux exposés à une contrainte de compression cyclique (contrainte dynamique de forme triangulaire) avec une fréquence de 0.25 Hz, on a conduit un plan d'expériences

afin de bien modéliser le phénomène. La contrainte appliquée S^* dans cette étude varie de 10 à 80 % de la contrainte ultime.

- Pour réaliser un plan d'expériences complet, nous avons regroupé les résultats en classes (tableau 1).

TABLEAU 1. VARIABLES INDÉPENDANTES DU PLAN D'EXPÉRIENCES

Conditions expérimentales et résultats				Codage			
S^*	D	A	N Cycles	X1	X2	X3	Y
20	80	25	5000	-1	-1	-1	8.51719319
20	80	75	5000	-1	-1	1	8.43381158
20	120	25	5000	-1	0	-1	8.51719319
20	120	75	5000	-1	0	1	8.51719319
20	160	25	5000	-1	1	-1	8.51719319
20	160	75	5000	-1	1	1	8.51719319
40	80	25	3100	-0.333333	-1	-1	8.03915739
40	80	75	2460	-0.333333	-1	1	7.80791663
40	120	25	5000	-0.333333	0	-1	8.51719319
40	120	75	3400	-0.333333	0	1	8.13153071
40	160	25	5000	-0.333333	1	-1	8.51719319
40	160	75	5000	-0.333333	1	1	8.51719319
60	80	25	2700	0.333333	-1	-1	7.90100705
60	80	75	550	0.333333	-1	1	6.30991828
60	120	25	5000	0.333333	0	-1	8.51719319
60	120	75	800	0.333333	0	1	6.68461173
60	160	25	5000	0.333333	1	-1	8.51719319
60	160	75	1500	0.333333	1	1	7.31322039
80	80	25	177	1	-1	-1	5.17614973
80	80	75	25	1	-1	1	3.21887582
80	120	25	600	1	0	-1	6.39692966
80	120	75	75	1	0	1	4.31748811

80	160	25	4000	1	1	-1	8.29404964
80	160	75	820	1	1	1	6.70930434

34 Ces variables font apparaître :

- Quatre niveaux de contrainte S* :

35 une valeur de 20 % est estimée lorsque la contrainte varie de 10 à 30 %,
 40 % pour une contrainte variant de 30 à 50 %,
 60 % pour une contrainte qui varie de 50 à 70 %, et de
 80 % pour une contrainte supérieure à 70 %.

- Trois niveaux de densité osseuse D des vertèbres (mg/ml), soit :

36 80 mg/ml si la densité est inférieure à 100 mg /ml,
 120 mg/ml pour une densité qui varie de 100 à 140 et
 160 mg/ml pour une densité supérieure à 140 mg/ml.

- Deux niveaux d'âge A soit :

37 5 si l'âge est inférieur à 50 ans et
 75 si l'âge du spécimen est supérieur à 50 ans.

38 Le codage est utilisé pour fins d'analyse statistique des effets des interactions entre les différents facteurs de différentes unités. Le codage améliore ainsi la précision des calculs et permet de comparer un facteur par rapport aux autres sans l'influence de leurs grandeurs. Ceci est intéressant pour déterminer l'importance relative de chaque facteur et le sens de sa contribution (+ ou -).

39 La variable codée a été définie par :

$X_i =$	$2 * \ln(X) - \ln(X_{max} * X_{min})$	(8)
	$\ln(X_{max} / X_{min})$	
	$\ln(X_{max} / X_{min})$	

40 Où X_i : Variable codée.

X : Variable naturelle (contrainte appliquée, densité et âge du spécimen).

X_{min} : Variable naturelle à sa valeur minimale.

X_{max} : Variable naturelle à sa valeur maximale.

41 Soit $X_1 = 1.4427 \ln(S^*) - 5.3219$

$X_2 = 2.8854 \ln(D) - 13.644$

$X_3 = 1.8204 \ln(A) - 6.86$

2.3 Analyse de variance (ANOVA)

42 L'analyse de variance (Anova) permet d'étudier les effets principaux des variables indépendantes ainsi que leurs interactions afin de connaître leurs effets combinés sur la variable dépendante. En fonction des variables significatives et de leurs interactions, une

analyse de régression multiple sur l'équation linéarisée (6) va permettre d'établir un modèle empirique présentant un coefficient de détermination R^2 .

2.4 Validation du modèle

- 43 Pour qu'un modèle empirique soit valide, il doit d'abord respecter les postulats statistiques suivants (Gérald, 1989) :
- Indépendance des résidus : en traçant les résidus en fonction de l'ordre des essais, nous devrions retrouver un profil entièrement aléatoire.
 - Homogénéité des variances : il faut s'assurer que les résidus possèdent une variance homogène. Cette vérification se fait par l'entremise des graphiques des résidus en fonction des valeurs prédites et des résidus en fonction de chaque facteur significatif. En fait, si le modèle est adéquat et que les hypothèses sont satisfaites, alors les graphes des résidus ne devraient présenter aucune tendance particulière.
 - Normalité des résidus : la vérification de la normalité des résidus consiste à positionner les résidus sur un graphique probabilité - Normale. Si la distribution des résidus est normale, alors le graphique devrait ressembler à une ligne droite (l'examen du graphique devrait surtout mettre l'emphase sur les points centraux plutôt que sur les points extrêmes).
- 44 Le logiciel *statgraphics V5.1* a été utilisé pour faire l'analyse statistique et réaliser l'analyse de variance (méthode ANOVA).

3. Analyse des résultats

3.1 Analyse de variance

- 45 Les résultats de l'analyse de variance, compilés au tableau 2, montrent que toutes les variables et les interactions d'ordre 2 impliquant la contrainte appliquée (contrainte - densité et contrainte - âge) ont un effet significatif sur la variable dépendante, soit la durée de vie N (en nombre de cycles) avec une probabilité de 95 % ($P < 0.05$). L'analyse de l'interaction triple n'a montré aucun effet significatif.

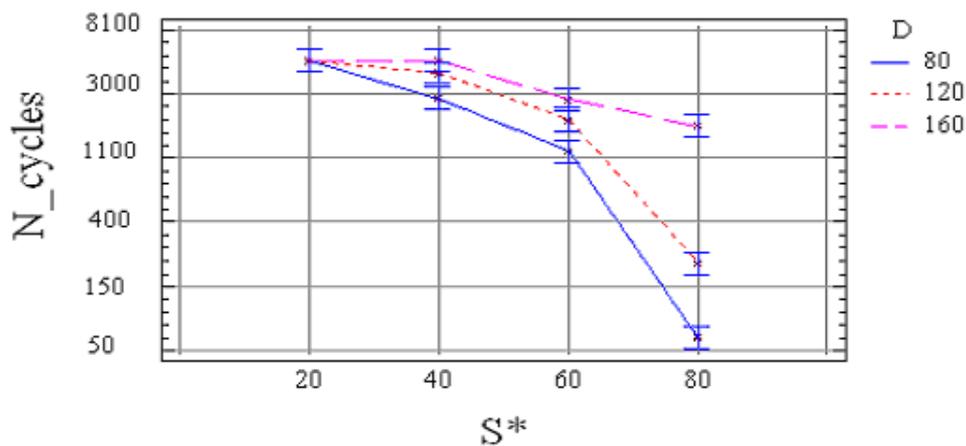
TABLEAU 2. ANALYSE DE VARIANCE D'ORDRE 2 DES VARIABLES INDÉPENDANTES

Source	S.S	df	MS	F- Ratio	P-value
S* :Contrainte_S % : (X_1)	29	3	9.7	1041	0.0000 ; significatif
D :Densité (X_2)	5.6	2	2.83	303	0.0000 ; significatif
A : Âge :(X_3)	5	1	5	534	0.0000 ; significatif
S*D : ($X_1 X_2$)	6.6	6	1.1	118	0.0000 ; significatif
S*A : ($X_1 X_3$)	3.9	3	1.3	139	0.0000 ; significatif
D*A : ($X_2 X_3$)	0.15	2	0.075	8	0.02 ; significatif
Résidu	0.056	6	0.009		

Total corr.	50.6	23			
-------------	------	----	--	--	--

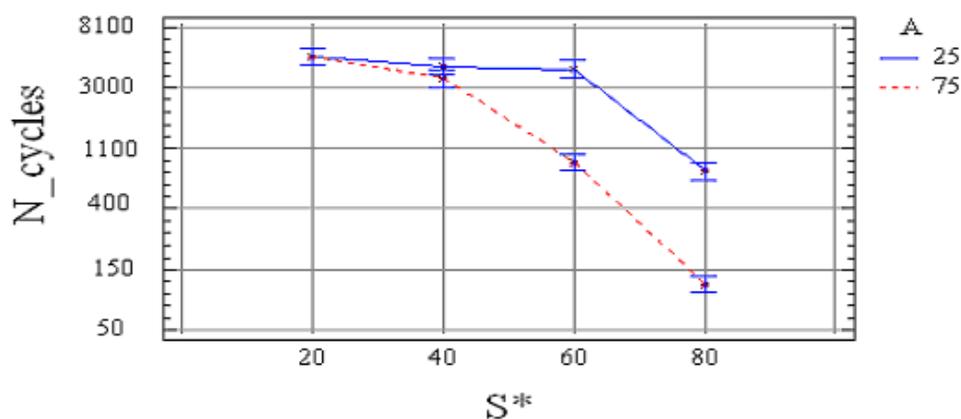
- 46 Les figures 1 et 2 montrent les interactions significatives d'ordre 2 entre contrainte-densité et entre contrainte - âge.

FIGURE 1. EFFET DE LA DENSITÉ (D) ET DE LA CONTRAINTE(S*) SUR LE NOMBRE DE CYCLES

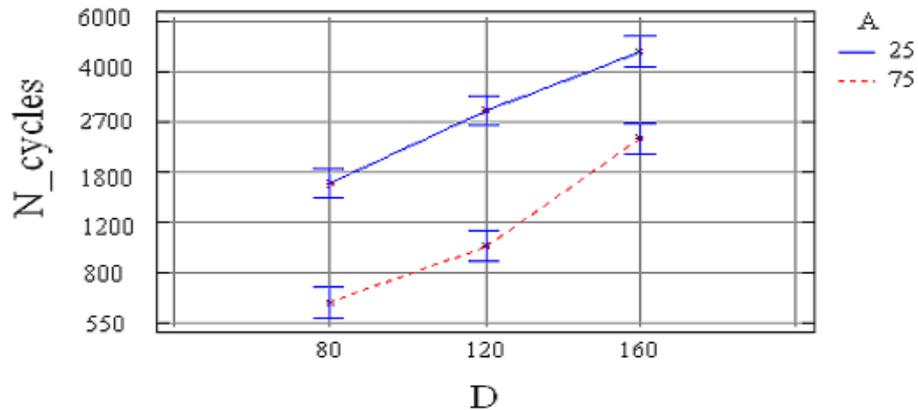


- 47 L'analyse des interactions montre que le nombre de cycles en fatigue avant rupture diminue, tel qu'attendu, lorsque la contrainte appliquée S^* est plus forte. Cet effet est d'autant plus significatif que la densité osseuse D est faible et que l'âge A est élevé. On constate que pour une contrainte S^* faible, de l'ordre de 20 % de la contrainte ultime des vertèbres, les facteurs âge A et densité D ont un effet négligeable (effet non significatif) sur la durée de vie N du rachis lombaire.

FIGURE 2. EFFET DE L'ÂGE(A) ET DE LA CONTRAINTE(S*) SUR LE NOMBRE DE CYCLES



- 48 L'interaction entre âge A - densité D est beaucoup moins significative ($P = 0.02$). Ceci est montré par la figure 3 où l'on voit deux segments presque parallèles. Ce résultat mitigé justifie le doute que l'on avait a priori sur l'indépendance de ces deux facteurs.

FIGURE 3. EFFET DE LA DENSITÉ (D) ET DE L'ÂGE (A) SUR LE NOMBRE DE CYCLES

3.2 Développement d'un modèle non linéaire

- 49 L'analyse de régression multiple sur les variables indépendantes linéarisées (tableau 3) montre que les variables indépendantes de densité osseuse et d'âge interagissent avec la contrainte appliquée sur la durée de vie du rachis et permet de calculer les coefficients du modèle.

TABEAU 3. ANALYSE DE RÉGRESSION MULTIPLE

Paramètre	Coefficients de régressions estimation	Écart type	T statistique	P value
Constante	7.998	0.12	66	0.0000 ; significatif
S* :Contrainte : (X ₁)	-1.375	0.1	-13	0.0000 ; significatif
D :Densité (X ₂)	0.594	0.09	6	0.0000 ; significatif
A : Âge : (X ₃)	-0.456	0.07	-6	0.0000 ; significatif
S*S (X ₁ X ₁)	-0.904	0.17	-5.3	0.0001 ; significatif
S*D : (X ₁ X ₂)	0.75	0.12	6	0.0000 ; significatif
S*A : (X ₁ X ₃)	-0.516	0.1	-5	0.0001 ; significatif

50 En ne considérant que les effets significatifs, l'équation (6) devient :

$$51 \hat{Y} = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_{11} X_1^2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 \quad (10)$$

52 Les coefficients de régressions b_{ij} sont déterminés par le logiciel statgraphique 5.1 (tableau 3), l'équation (10) se formule comme suit :

$$53 \hat{Y} = 7.998 - 1.375X_1 + 0.594X_2 - 0.456X_3 - 0.904X_1^2 + 0.75X_1X_2 - 0.516X_1X_3 \quad (11)$$

54 L'équation théorique prédit la durée de vie \tilde{N} . Celle-ci devient, d'après l'équation (3) :

$$55 \tilde{N} = 7.25 \cdot 10^8 S^{*(-1.881\ln(S^*)+2,23)} D^{(3.123\ln(S^*)-9,81)} A^{(-1.354\ln(S^*)+4,165)} \quad (12)$$

56 L'analyse de variance de ce modèle (tableau 4) montre que celui-ci est significatif avec un coefficient de détermination de 94 %.

TABLEAU 4. ANALYSE DE VARIANCE DU MODÈLE

Source	S.S	df	MS	F- Ratio	P-value
Modèle	48	6	8	58	0.0000 ; significatif
Résidu	2.3	17	0.13		
Total corr.	50.6	23			

R2 = 95 %

R2 (AJUSTÉ AUX DEGRÉS DE LIBERTÉ) = 94 %

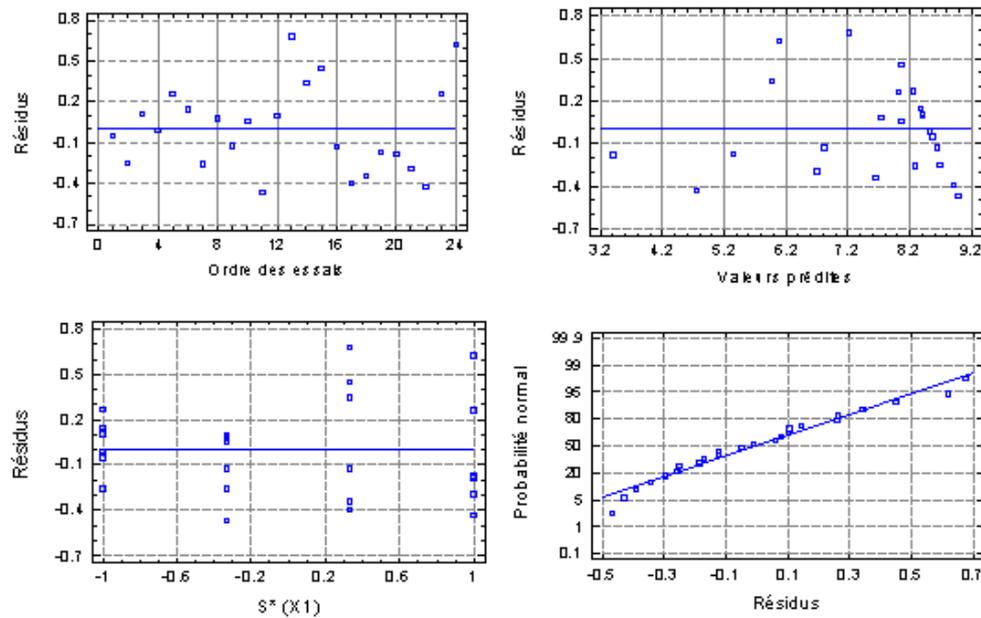
ÉCART TYPE DE L'ESTIMÉ = 0.4

57 L'équation (12) est valide pour des variations des variables indépendantes variant entre :

- $20 < S^* < 80 \%$ ($S^* = 100 \cdot (S/S_u)$; S : contrainte appliquée ; S_u : contrainte ultime)
- $25 < A < 75$ ans
- $80 < D < 160$ mg/ml

3.3 Validation du modèle

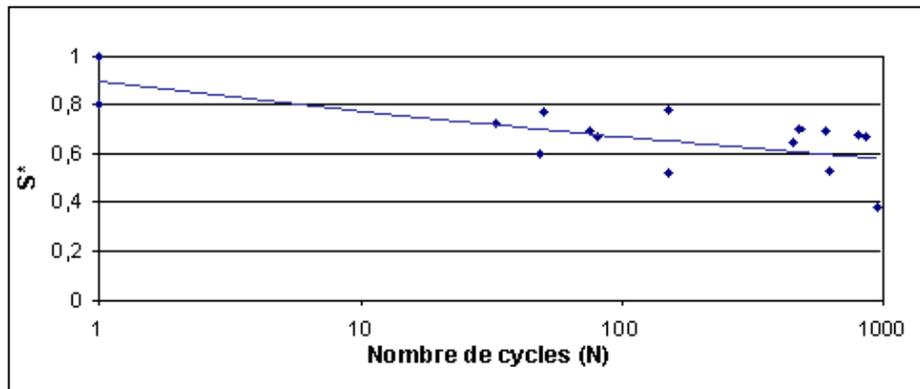
58 Les résultats ont montré une répartition aléatoire des résidus en fonction de l'ordre des essais (figure 4-a), ce qui vérifie l'hypothèse d'indépendance des résidus.

FIGURE 4. ÉTUDE DES RÉSIDUS

- 59 On a observé aussi une variance homogène des résidus en fonction des valeurs prédites (figure 4-b) et de chaque facteur significatif (contrainte (S^*) (figure 4-c), densité (D) et âge (A)). Finalement, pour que notre modèle empirique soit valide, l'hypothèse de normalité des résidus est vérifiée (figure 4-d).

4. Discussion

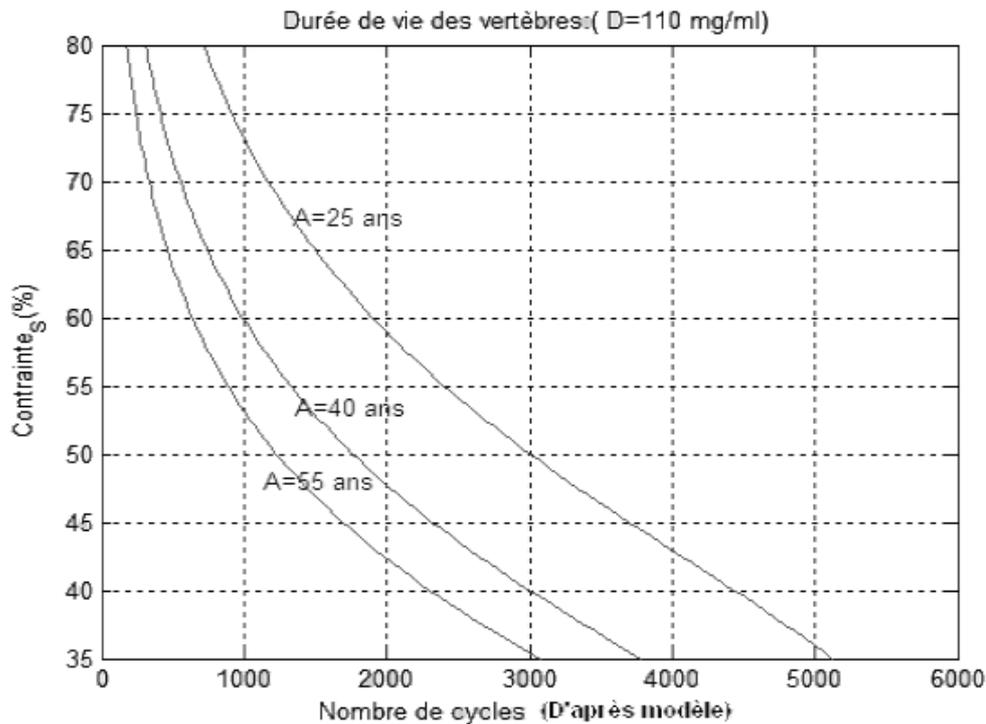
- 60 Le modèle que nous avons développé a été comparé aux résultats publiés par Hansson et coll. (1987) qui ont observé 17 segments lombaires pour huit catégories d'âge variant entre 37 et 82 ans, sous un chargement axial en compression cyclique à 0.5 Hz. L'amplitude du chargement appliqué variait de 60 % à 100 % de la résistance ultime estimée en considérant la teneur minérale de l'os vertébral (BMC).
- 61 Les essais de Hansson ont été réalisés à température ambiante. La rupture s'est produite entre 1 et 1000 cycles, 1000 est le nombre maximal de cycles appliqués dans cette expérience. Ces résultats sont représentés dans la courbe de fatigue S-N de la figure 5.

FIGURE 5. COURBE DE FATIGUE

D'après Hansson (1987)

- 62 Les résultats de Hansson (1987), indiquent qu'il y aura rupture des vertèbres au bout de 1000 cycles si la contrainte S^* est de l'ordre de 60 % lorsque la densité est faible et les spécimens âgés.
- 63 Or, les résultats que nous avons obtenus concordent avec ceux de Hansson (1987). Pour une contrainte supérieure à 60 % le nombre de cycles prédit par notre modèle reste inférieur à 2000 cycles et même inférieur à 1000 cycles pour des spécimens âgés (figure 6).
- 64 D'après les données expérimentales publiées par Brinckmann (1988), on trouve un coefficient de corrélation de 0,25 en considérant seulement la contrainte appliquée. En faisant le calcul du nombre de cycles N à partir de notre modèle statistique non linéaire et en comparant avec les données expérimentales, non classées, publiées par Brinckmann (1988), nous avons observé une corrélation 0,68. Vu que ces données expérimentales comportaient de nombreux paramètres aléatoires (ou non considérés) et que celles-ci avaient été obtenues avec des spécimens dont plusieurs provenaient de personnes alitées avant leur décès, nous trouvons cette corrélation tout à fait satisfaisante.

FIGURE 6. EXEMPLE DE COURBE S* - N : TRACÉE À PARTIR DU MODÈLE EMPIRIQUE : POUR UNE DENSITÉ D =110 MG/ML (SEUIL DE FRACTURE CLINIQUE)



- 65 Cette étude permet d'analyser des résultats de fatigue, malgré leur aspect aléatoire dans le cas des os, cependant elle reste limitée pour le nombre faible de cycles de vie (aspect oligocyclique), vu que le nombre de cycles maximal atteint dans les tests de fatigue analysés dans cette étude est de l'ordre de 5000 cycles, avec des charges relativement importantes. Ce n'est donc qu'une faible partie de la courbe de fatigue contrainte-cycles qui a été considérée. Il sera intéressant, dans une étude ultérieure, de compléter la présente recherche en traitant des résultats ayant considéré un nombre de cycles de chargement beaucoup plus grand sous l'effet de très faibles charges.
- 66 Le modèle de prédiction de la durée de vie pourra être amélioré, dans une étude ultérieure, en tenant compte d'autres facteurs, telles la fréquence des vibrations mécaniques, étant donné que les caractéristiques statiques (rigidité, résistance) et dynamiques (matériaux viscoélastiques) dépendent aussi de la fréquence de chargement (Lafferty, 1979 ; Pope, 1998 ; Bovenzi, 1998 ; Magnusson, 1998 ; Seidel, 1998 ; Thomas, 1999 ; Thomas, 2004).

5. Conclusions

- 67 L'application de la méthode des plans d'expériences permet d'analyser statistiquement des résultats ayant une grande variabilité, telle la fatigue des os, vu que les propriétés de l'os changent d'un individu à un autre (âge, densité). Parmi les paramètres qui contrôlent cette inhomogénéité, nous avons considéré la densité osseuse et l'âge du spécimen. Dans notre étude, d'autres facteurs tels que le sexe, la race, le tabagisme, les maladies osseuses (le cancer et l'ostéoporose) sont confondus dans la densité osseuse. L'analyse a montré que les paramètres âge et densité ont un effet antagoniste sur la fatigue des vertèbres. Cet

effet est significatif si la contrainte appliquée dépasse 20 % la contrainte ultime des vertèbres.

- 68 Par cette analyse, nous montrons que la fatigue des vertèbres peut être modélisée si on considère, outre la contrainte appliquée, les paramètres de l'âge et de la densité osseuse (R^2 élevé). On constate que le modèle non linéaire considérant les interactions entre les variables indépendantes permet d'améliorer la prédiction par rapport à un modèle qui ne tiendrait compte que de la contrainte appliquée. Pour améliorer le modèle de prédiction, il est suggéré d'augmenter les niveaux de contrainte appliquée et d'âge (soit 5 niveaux de contrainte et 3 niveaux d'âge).

BIBLIOGRAPHIE

- Banse, X., Devogelaer J.P., Munting, E., Delloye, C., Cornu, O., Grynepas, M. (2001). Inhomogeneity of human vertebral cancellous bone : systematic density and structure patterns inside the vertebral body. *Bone*, 28, 563-71.
- Brinckmann, P., Biggemann, M., Hilweg, D. (1989). Prediction of the compressive strength of human lumbar vertebrae. *Spine*, 14, 606-10.
- Brinckmann, P., Biggemann, M., Hilweg D. (1988). Fatigue fracture of human lumbar vertebrae. *Clinical Biomechanics*, Suppl.1.
- Bovenzi, M., Hulshof, C. (1998). An updated review of epidemiologic studies on the relationship between exposure to whole - body vibration and low back pain. *Journal of sound and vibration*, 215, 4, 595 - 611.
- Burr, D.B., Forwood, M.R., Fyhrie, D.P., Martin, R.B., Schaffer, M.B., Turner ,C.H. (1997). Bone microdamage and skeletal fragility in osteoporotic and stress fractures. *Journal of Bone and Mineral Research*, 12, 6-15.
- Carter, D.R., Hayes, W.C. (1977). The compressive behavior of bone as a two phase porous structure. *J. Bone Jt. Surg.*, 59-A, 7, 954-962.
- Ettinger, M.P. (2003). Aging Bone and Osteoporosis "Startegies for preventing fractures in the elderly". *Arch Intern Med*, 163.
- Ebbesen, E.N., Thomsen, J.S., Beck-Nielsen, H., Nepper-Rasmussen, H.J., Mosekilde, L. (1999). Lumbar vertebral body compressive strength evaluated by dual-energy x-ray absorptiometry, quantitative computed tomography, and ashing. *Bone*, 25, 713-24.
- Ferguson, S.J., Thomas, S. (2003). Biomechanics of the aging spine. *Eur Spine J12 (Suppl. 2)*, S97-S103.
- Goldstein, S.A., Goulet, R., McCubbrey, D. (1993). Measurement and significance of three dimensional architecture to the mechanical integrity of trabecular bone. *Calcif Tissue Int*, 53 (Suppl.), S127-S133.
- Guglielmi, G., Gluer, C.C., Majumdar, S., Blunt, B.A., Genant, H.K. (1995). Current methods and advances in bone densitometry. *Eur Radiol*, 5, 129-39.

- Baillargeon, G. (1989). *Probabilités, Statistique et technique de régression*, 280-325.
- Hansson, T.M., Keller, T., Jonhson, R. (1987). Mechanical behaviour of human lumbar spine. Fatigue strength during dynamic compressive loading. *J. Ortho. Res.*, 5, 4, 479-487.
- Hipp, A.A., Rosenberg, A.E., Hayes, W.C. (1992). Mechanical properties of trabecular bone within and adjacent to osseous metastases. *J. Bone Miner. Res.*, 7, 10, 1165-1171.
- Haidekker, M.A., Andresen, R., Werner, H.J. (1999). Relationship between structural parameters, bone mineral density and fracture load in lumbar vertebrae, based on high-resolution computed tomography, quantitative computed tomography and compression tests. *Osteoporos Int*, 9, 433-40.
- Kopperdahl, D.L., Pearlman, J.L., Keaveny, T.M. (2000). Biomechanical consequences of an isolated overload on the human vertebral body. *Journal of Orthopaedic Research*, 18, 685-690.
- Keller, T.S. (1994). Predicting the compressive mechanical behavior of bone. *J. Biomech*, 27, 1159-1168.
- Lafferty, J.F., Raju, P.V.V. (1979). The influence of stress frequency on the fatigue strength of cortical bone. *Journal of Biomechanical Engineering*, 101, 112-113.
- Lochmuller, E.M., Burklein, D., Kuhn, V., Glaser, C., Muller, R., Gluer, C.C., Eckstein, F. (2002). Mechanical strength of the thoracolumbar spine in the elderly : prediction from in situ dual-energy x-ray absorptiometry, quantitative computed tomography (QCT), upper and lower limb peripheral QCT, and quantitative ultrasound. *Bone*, 31, 77-84.
- Magnusson, M.L., Pope, M.H. (1998). Development of a protocol for epidemiological studies of whole - body vibration and musculoskeletal disorders of the lower back. *Journal of sound and vibration*, 215, 4, 643 - 651.
- Melton, L.J. Khosla, S., Atkinson, E.J., Oconnor, M.K., Ofallon, W.M., Riggs, B.L. (2000). Cross-sectional versus longitudinal evaluation of bone loss in men and women. *Osteoporos Int*, 11, 592-9.
- McCalden, R.W., McGeough, J.A., Court - Brown, C.M. (1997). Age - related changes in the compressive strength of cancellous bone : The relative importance of changes in density and trabecular architecture. *J. Bone Joint Surg.*, 79A, 3, 421-427.
- Myers, E.R., Wilson, S.E. (1997). Biomechanics of osteoporosis and vertebral fracture. *Spine*, 22, 25S-31S.
- Mosekilde, L., Danielsen, C.C. (1987). Biomechanical competence of vertebral trabecular bone in relation to ash density and age in normal individuals. *Bone*, 8, 2, 79-85.
- Mosekilde, L. (1993). Vertebral structure and strength in vivo and in vitro. *Calcif Tissue Int*, 53, suppl 1, S121-S125.
- Parfitt, A.M. (1993). Bone Age, Mineral Density, and Fatigue Damage. *Calcif issue Int*, 53, Suppl 1, S82-S86.
- Pope, M.H., Wilder, D.G., Magnusson, M. (1998). Possible Mechanics of low Back Pain Due to Whole - Body vibration. *Journal of sound and vibration*, 215, 4, 687-697.
- Pugh, J.W., Radin, E.L., Rose R.M. (1974). Quantitative studies of human subchondral cancellous bone : Its relationship to the state of its overling cartilage. *J.Bone Joint Surg*, 56A, 2, 313-321.
- Crawford, P., Christopher, E.C, Keaveny, T.M. (2003). Finite element models predict in vitro vertebral body compressive strength better than quantitative computed tomography. *Bone*.
- Sandover, J. (1998). The fatigue approach to vibration and Health : is it a practical and viable way of predicting the effects on people ? *Journal of sound and vibration*, 215, 4, 699-721.

Seidel, H., Bluthner, R., Hinz, B. (1998). On the health risk of the lumbar spine due to whole - body vibration - the theoretical approach, experimental data and evaluation of whole - body vibration, Federal institute for occupational safety and health. *Journal of sound and vibration*, 215, 4, 723-741.

Silva, M.J., Gibson, L.J. (1997). Modelling the mechanical behavior of vertebral trabecular bone : effects of age - related changes in Microstructure. *Bone*, 21, 2, 191-199.

Snyder, B.D., Piazza, S., Hayes, W.C. (1993). Role of trabecular morphology in the etiology of age - related vertebral fracture. *Calcif Tissue, Int* 53, Suppl., S14-S22.

Thomas, M. (1999). A theoretical model for predicting fatigue limits of lumbar spine incurred to random vibration exposure during driving, The 26th International conference on Computers & Industrial Engineering, 1, Refereed paper N° 166, 419-423.

Thomas, M. (2002). *Fiabilité, maintenance prédictive et vibration des machines*. Université du Québec, École de technologie supérieure, 616 p.

Thomas, M., Lakis, A.A., Sassi, S. (2004). Adverse health effects of long-term whole-body random vibration exposure, Recent research development in sound and vibration. *Transworld Research Network*, 2, 55-73.

Wenzel, T.E., Schaffler, M.B., Fyhrie, D.P. (1996). In vivo trabecular microcracks in human vertebral bone. *Bone*, 19, 89 -95.

RÉSUMÉS

École de technologie supérieure, 1100, rue Notre-Dame Du fait de l'inhomogénéité densimétrique et structurale des vertèbres entre les individus et du fait que la résistance osseuse dépende de la densité osseuse et de la continuité du réseau trabéculaire, qui change avec l'âge, on ne peut pas considérer que le comportement en fatigue des vertèbres dépende uniquement de la contrainte appliquée. Dans cette étude, un modèle de prédiction de durée de vie est proposé permettant d'évaluer le nombre de cycles de fatigue avant dommage en fonction de la contrainte appliquée, de la densité osseuse et de l'âge du spécimen. Vu leur grande dispersion, les résultats des essais de fatigue publiés par Brinckmann (1988) ont été classifiés afin de pouvoir être analysés par la méthode des plans d'expériences. Un modèle non linéaire présentant un coefficient de détermination R² de 94 % est établi. En comparant les valeurs prédites par ce modèle avec les résultats des essais de fatigue de Hansson (1987), on constate une certaine cohérence entre les résultats. Cette étude justifie l'hypothèse que la densité osseuse et l'âge outre la contrainte appliquée ont un effet sur la fatigue du rachis.

Due to vertebral densimetric and structural inhomogeneity between individuals and the fact that bone strength varies with bone density and discontinuities within the trabecular lattice which changes with age, vertebral fatigue behavior cannot be considered as depending only on the cyclic stress. In this study, a lifetime prediction model is proposed for evaluating the number of cycles before damage as a function of the cyclic stress, bone density and age of the specimen. Due to their large dispersion, the results of the fatigue tests published by Brinckmann (1988) have been classified for analysis using the experiment design method. A nonlinear model presenting a coefficient of determination R² of 94 % has been established. By comparing the values predicted by this model with the results of the fatigue tests conducted by Hansson (1987), a certain consistency can be noticed in the results. This study justifies the assumption that bone density and age in addition to cyclic stress have an effect on the fatigue of the rachis.

Debido a la falta de homogeneidad en la densidad y la estructura de las vértebras entre los individuos y debido al hecho de que la resistencia ósea depende de la densidad ósea y de la continuidad de la red trabecular, que cambia con la edad, no se pudo considerar que el comportamiento de las vértebras en situación de fatiga dependa únicamente de la coacción aplicada. En este estudio, un modelo de predicción de duración de vida propuesto permite evaluar el número de ciclos de fatiga antes de que ocurra un daño en función de la coacción aplicada, de la densidad ósea y de la edad del espécimen. Debido a su grande dispersión, los resultados de las pruebas de fatiga publicados por Brinckmann (1988) han sido clasificados para que puedan ser analizados por el método de los planes de experiencias. Se establece un modelo no lineal que presenta un coeficiente de determinación R^2 de 94 %. Al comparar los valores predichos por este modelo con los resultados de las pruebas de fatiga de Hansson (1987), se constata una cierta coherencia entre los resultados. Este estudio justifica la hipótesis según la cual la densidad ósea y la edad, aparte de la coacción aplicada, afectan la fatiga del raquis.

INDEX

Keywords : fatigue, lower back pain, bone density, design of experiment, lumbar injury, vibration of the human body

Palabras claves : fatiga mecánica, vértebras lumbares, densidad ósea, plan de experiencias, lumbalgia, vibración del cuerpo humano

Mots-clés : fatigue, vertèbres lombaires, densité osseuse, plan d'expériences, lombalgie, vibration du corps humain

AUTEURS

HOUICINE AYARI

École de technologie supérieure, 1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (Québec), H3C 1K3,
houicine.ayari1ens@etsmtl.ca

MARC THOMAS

École de technologie supérieure, 1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (Québec), H3C 1K3,
marc.thomas@etsmtl.ca

SYLVIE DORÉ

École de technologie supérieure, 1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (Québec), H3C 1K3,
sylvie.dore@etsmtl.ca