



Tréma

Tréma

3-4 | 1993

Didactique de la physique

---

## Comment enseigner la cristallographie ?

J. Sivardière

---



### Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/trema/2372>

DOI : [10.4000/trema.2372](https://doi.org/10.4000/trema.2372)

ISSN : 2107-0997

### Éditeur

Faculté d'Éducation de l'université de Montpellier

### Édition imprimée

Date de publication : 1 mai 1993

Pagination : 119-123

ISSN : 1167-315X

### Référence électronique

J. Sivardière, « Comment enseigner la cristallographie ? », *Tréma* [En ligne], 3-4 | 1993, mis en ligne le 01 mai 1993, consulté le 06 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/trema/2372> ; DOI : [10.4000/trema.2372](https://doi.org/10.4000/trema.2372)

---

Ce document a été généré automatiquement le 6 mai 2019.

Trema

---

# Comment enseigner la cristallographie ?

J. Sivardière

---

- 1 Les étudiants, chimistes, géologues et biologistes en particulier, rencontrent de grandes difficultés à assimiler les bases de la cristallographie. Ces difficultés tiennent autant à l'impréparation de ces étudiants qu'à la complexité de la discipline elle-même.
  - L'étude de la géométrie cristalline nécessite une bonne vision dans l'espace à trois dimensions et la connaissance de divers outils mathématiques : géométrie élémentaire, produits de vecteurs, usage d'axes non orthonormés, propriétés des polyèdres, pavages du plan et de l'espace, structure de groupe, générateurs d'un groupe et relations entre ces générateurs, ...
  - La géométrie cristalline fait intervenir simultanément la symétrie ponctuelle et la symétrie de translation et, contrairement à une idée préconçue, ces deux symétries jouent des rôles bien différents (un groupe d'espace n'est pas le produit direct d'un groupe ponctuel par un groupe de translations réticulaires puisqu'une translation et une rotation quelconques ne commutent pas).
  - De nombreux concepts nouveaux doivent être introduits : réseau, maille simple ou multiple, motif, classe, système, groupe d'espace, symétrie de site, réseau réciproque, indices de Miller, diffraction, symétries de Laue et de Patterson,...
  - La théorie des groupes d'espace est déroutante : les éléments de symétrie ponctuelle d'un cristal ne sont pas concourants (contrairement à ceux d'une molécule), leur périodicité peut être supérieure à celle du cristal lui-même.
  - Les méthodes d'énumération des groupes cristallins, en particulier celles des groupes d'espace, sont trop souvent passées sous silence.
  - La nomenclature, les conventions (choix des axes et des mailles) et les notations sont compliquées en raison de l'existence de nombreux cas particuliers.
  - Les exemples concrets généralement donnés sont souvent trop simples (un seul atome par maille) et incitent à confondre nœuds réticulaires et atomes alors que le réseau, dont l'origine est arbitraire, est purement mathématique.

- La progression historique est rarement exploitée alors qu'elle est riche d'attraits et d'enseignements et que son exposé peut gommer le côté un peu rébarbatif de la cristallographie.
  - La géométrie cristalline est souvent décrite en même temps que la morphologie cristalline, les phénomènes de diffraction des rayonnements, la cristallographie chimie, la physique des solides et la métallurgie, et il en résulte parfois une certaine confusion dans l'esprit des étudiants.
- 2 Il semble donc nécessaire de décomposer la difficulté et de proposer aux étudiants diverses considérations géométriques et illustrations physiques constituant autant d'étapes préparatoires. Nous suggérons la démarche suivante permettant à un débutant d'aboutir à une bonne maîtrise des Tables Internationales de Cristallographie.

## Première étape : la symétrie ponctuelle

- 3 Une bonne connaissance de la symétrie ponctuelle (figures géométriques, molécules) est indispensable avant d'aborder l'étude des cristaux. Les rotations directes et inverses étant définies, on peut présenter des exemples de symétrie axiale (polygones réguliers, courbes planes non périodiques telles que les épicycloïdes, étoiles de mer, cristaux de neige) puis de symétrie multiaxiale (polyèdres réguliers et semi-réguliers), et définir la structure de groupe et les éléments générateurs d'un groupe.
- 4 L'énoncé de la relation d'Euler ( $S + F = A + 2$ ) permet d'énumérer simplement les polyèdres réguliers et les pavages réguliers de la sphère. Il est important de ne pas laisser de côté le dodécaèdre et l'icosaèdre, si souvent observés dans la nature : fullerènes, agrégats, quasi-cristaux, virus, squelette des radiolaires,...
- 5 Cette étape se termine par l'énumération exhaustive des groupes ponctuels (cristallographiques ou non) à partir de la construction d'Euler, leur classification en groupes binaires, axiaux, diédriques et multiaxiaux, et la discussion de la notion de chiralité et d'objets énantiomorphes.

## Deuxième étape : la symétrie réticulaire à deux dimensions

- 6 La périodicité spatiale est plus aisément introduite dans le plan que dans l'espace. Les symétries ponctuelles d'ordre  $n = 5$  et  $> 6$  étant éliminées par la condition de Delaunay, les 4 symétries holoèdres et les 5 réseaux de Bravais sont énumérés de manière élémentaire.
- 7 Des résultats complémentaires sont obtenus à partir de la relation d'Euler relative aux pavages plans polygonaux ( $S + F = A + 1$ ), qui fournit immédiatement les pavages réguliers du plan. Le pavage hexagonal est le plus fréquemment observé : nids d'abeilles, radeaux de bulles, couches smectiques B, plans de graphite, assemblages de cellules, carapace des crabes, cellules de Bénard-Marangoni, orgues basaltiques, ... C'est l'occasion d'introduire la notion de défaut (paire pentagone-heptagone, dislocation).
- 8 Une présentation sommaire des pavages de Penrose permet de mettre en évidence la différence essentielle entre milieu périodique et milieu ordonné aperiodique, d'introduire la notion de quasi-cristal et de souligner l'importance de la restriction cristallographique ( $n = 2, 3, 4$  ou  $6$  seulement).

## Troisième étape : la symétrie réticulaire à trois dimensions

- 9 Deux approches complémentaires de cette symétrie sont utiles :
  - la classification des états de la matière suivant leur périodicité spatiale (milieux amorphes, polymères, cristaux liquides calamitiques et discotiques, cristaux ordinaires, cristaux colloïdaux, quasi-cristaux),
  - l'étude des assemblages compacts de sphères (oranges, atomes, molécules, billes de silice des opales). Le problème est lié à l'impossibilité de paver l'espace avec des tétraèdres réguliers, et à la structure des agrégats, des amorphes, des quasi-cristaux ou encore des écumes polyédriques.
- 10 Cette étape débouche sur l'énumération des 7 systèmes cristallins et des 14 réseaux de Bravais.

## Quatrième étape : la symétrie d'espace

- 11 Cette symétrie combine symétrie ponctuelle et symétrie réticulaire. Le point crucial est l'existence d'axes hélicoïdaux de rotation et de miroirs avec glissement, observables sur une sinusoïde, une cycloïde, ou encore une allée de tourbillons de Von Karman à l'aval d'un obstacle cylindrique. La symétrie d'espace peut être introduite progressivement à une dimension (frises à une et deux faces, colonnes, polymères périodiques), puis à deux dimensions (pavages périodiques et papiers peints décoratifs) avant d'aborder le cas plus complexe des cristaux. L'étude détaillée de quelques groupes d'espace bidimensionnels (par exemple  $p2mm$ ,  $p2mg$ ,  $p2gg$ ,  $cmm$ ) est instructive, car elle permet d'observer aisément positions équivalentes et opérations de symétrie, et de bien différencier les groupes symmorphiques et les groupes non symmorphiques.
- 12 La méthode de Zachariasen permet une énumération simple mais rigoureuse des 17 groupes d'espace bidimensionnels et des 230 groupes d'espace tridimensionnels à partir des relations entre éléments générateurs des groupes ponctuels. Il est utile de comparer les structures algébriques d'un groupe d'espace et d'un groupe ponctuel axial afin de souligner le rôle privilégié des translations réticulaires et de concrétiser la notion de groupe facteur.

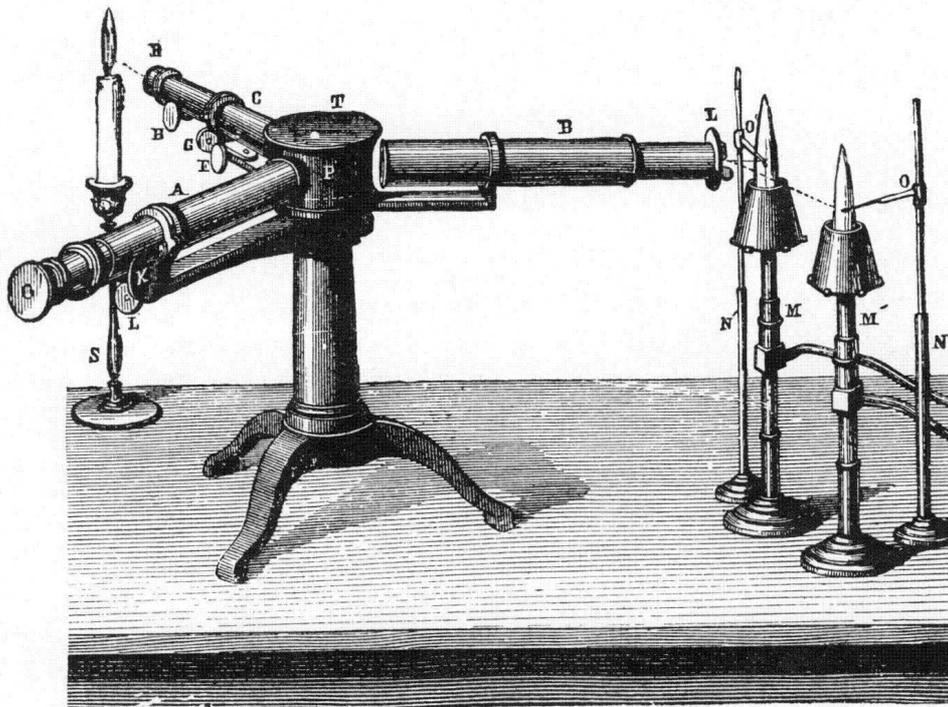
## Cinquième étape : la diffraction

- 13 Il est souhaitable d'introduire géométriquement les notions de réseau réciproque et d'indices de Miller (à deux puis trois dimensions) -chaque nœud réciproque décrivant une famille de plans directs- et de décrire la morphologie cristalline avant d'aborder les phénomènes de diffraction.
- 14 Par ailleurs la présentation des phénomènes de diffraction par les cristaux peut être facilitée par une introduction sur la diffraction de la lumière par les réseaux à une et deux dimensions. Le caractère artificiel (et trompeur) de la loi de Bragg doit être souligné : cette loi purement géométrique fait référence au réseau et non aux atomes du cristal.

## Résumons nos propositions

- Donner suffisamment d'informations sur la symétrie ponctuelle (polyèdres réguliers) ; définir le maximum de concepts et de notations dans le cas de la symétrie d'espace bidimensionnelle avant d'étudier la symétrie cristalline ; introduire géométriquement le réseau réciproque avant de décrire les phénomènes de diffraction.
- Discuter succinctement la symétrie des agrégats, des cristaux liquides, des cristaux présentant des surstructures cristallographiques ou magnétiques (antisymétrie) et des quasi-cristaux et leurs propriétés de diffraction, afin de clarifier la relation entre ordre et périodicité, de mieux souligner l'originalité de la symétrie cristalline ordinaire et de mettre en évidence le renouveau d'une discipline entièrement élaborée au dix-neuvième siècle.

Spectroscopie (vue d'ensemble).



## BIBLIOGRAPHIE

### Références

R. BERGSTEN, "Optical crystals", American J. of Physics 42, 91, 1974.

- C. BETRENCOURT et coll., "Flatland, le pays plat", Bulletin de l'Union des Physiciens n° 675, 1131, 1985.
- P.J. DARRAGH, Scientific American p. 84, 1976.
- L. GLASSER. "Teaching symmetry : the use of decorations", J. of Chemical Education 44, 502, 1967.
- C. KITTEL, Introduction à la physique de l'état solide, Dunod Université, 1972.
- G. KOPPELMANN, "Crystal-lattice diffraction, analogy experiments with light waves and photo structures", Proceedings of the International Conference on Teaching Modern Physics, München, World Scientific, 1989.
- W. H. MURRAY, "Microwave diffraction techniques from macroscopic crystal models", American J. of Physics 42, 137, 1974.
- L. E. RADFORD, "Equal rights for the reciprocal lattice", American J. of Physics 43, 697, 1975.
- A. V. SHUBNIKOV et V. A. KOPTSIK, Symmetry in science and art, Plenum Press, New-York, 1974.
- J. SIVARDIERE et E. F. BERTAUT. "Propriétés algébriques des groupes cristallographiques", Bulletin de la Société française de Minéralogie et Cristallographique 93, 515, 1970.

## RÉSUMÉS

Nous proposons de faciliter l'apprentissage des symétries cristallines et des phénomènes de diffraction à travers diverses étapes préparatoires : énumération des polyèdres réguliers et des pavages réguliers du plan et de l'espace ; description des symétries des milieux uni- et bidimensionnels ; introduction purement géométrique de l'espace réciproque.

We propose an easier way of learning crystal symmetries and diffraction phenomena through various introductory steps : enumeration of regular polyhedra and regular tilings of plane and space ; description of symmetries of one- and two-dimensional systems ; purely geometrical introduction of the reciprocal space.

## INDEX

**Mots-clés** : cristallographie, enseignement, espace réciproque, pavage, polyèdre

## AUTEUR

**J. SIVARDIÈRE**

Centre d'études Nucléaires de Grenoble