Revue de la régulation
Capitalisme, institutions, pouvoirs

15 | 1er semestre / Spring 2014
Économie politique de l'Asie (2)

En finir, pour toujours, avec la fonction de production agrégée ?

Jesus Felipe and John S.L. McCombie, The Aggregate Production Function and the Measurement of Technical Change: Not Even Wrong

Bernard Guerrien et Ozgur Gun

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/regulation/10802
DOI : 10.4000/regulation.10802
ISSN : 1957-7796

Éditeur
Association Recherche & Régulation

Référence électronique
Bernard Guerrien et Ozgur Gun, « En finir, pour toujours, avec la fonction de production agrégée ? », *Revue de la régulation* [En ligne], 15 | 1er semestre / Spring 2014, mis en ligne le 27 juin 2014, consulté le 23 septembre 2020. URL : http://journals.openedition.org/regulation/10802 ; DOI : https://doi.org/10.4000/regulation.10802

Bernard Guerrien et Ozgur Gun

En finir, pour toujours, avec la fonction de production agrégée ?

Jesus Felipe and John S.L. McCombie, *The Aggregate Production Function and the Measurement of Technical Change: Not Even Wrong*

La publication, avec le succès que l'on sait, du livre de Thomas Piketty *Le capital du XXI^{e} siècle* a été à l'origine d'innombrables débats, qui portent aussi bien sur des questions pratiques (collecte et traitement des données) que théoriques. En ce qui concerne ces dernières, le principal reproche fait à Piketty – du moins par ceux qui ont quelque peu réfléchi sur la question – est la façon dont il reprend telle quelle l'idée de fonction de production agrégée et donc la théorie de la répartition qui lui est associée. Piketty se contente en fait d'évoquer brièvement la fameuse « controverse des deux Cambridge », tout en expliquant qu'elle a été (définitivement) réglée dans « les années 1970 », où « le modèle néoclassique de croissance de Solow … l'a emporté »[1].

Le hasard a voulu que pratiquement au même moment que le livre de Piketty soit publié celui de Jesus Felipe et John McCombie, *The Aggregate Production Function and the Measurement of Technical Change: Not Even Wrong*, où ils montrent comment les « preuves empiriques » censées avoir permis au modèle néoclassique de l'« emporter », s'expliquent par la présence d'une identité comptable (qui n'est, bien entendu, pas propre à ce modèle), éventuellement associée à un ou deux faits stylisés.

Felipe et McCombie sont loin d'être les premiers à avoir suspecté que, derrière les coefficients de corrélation très élevés obtenus en ajustant des fonctions de production agrégées à certains types de données, il y a une identité comptable, inhérente à la façon dont ces données sont mesurées. Ils rappellent d'ailleurs comment, au sein même du courant néoclassique, certaines voix prestigieuses – dont celles d'Henry Phelps-Brown, de Franklin Fisher, de Herbert Simon et, même, de Paul Samuelson – se sont élevées pour mettre en garde contre l'interprétation erronée qui était donnée des résultats obtenus par Cobb, Douglas et Solow, entre autres. Solow a d'ailleurs manifesté « sa surprise » devant ces résultats – des coefficients de corrélation supérieurs à 0,99 sont loin d'être courants en économie et il n'ignorait pas, évidemment, les problèmes insurmontables que pose aussi bien l'agrégation des biens que celle des fonctions de production.

Felipe et McCombie ne se contentent pas, toutefois, de rappeler ces critiques, déjà anciennes, à la fonction de production agrégée. Ils leur donnent une forme achevée et, surtout, montrent – en reprenant et en actualisant les données utilisées par Cobb, Douglas, Solow et bien d'autres, et en effectuant divers types de simulations – que l'explication par la combinaison d'une identité comptable et de faits stylisés est au moins aussi performante que celle qui fait appel à une hypothétique fonction de production, dont l'existence apparaît comme un défi au bon sens.

[1] En ce qui concerne l'étrange attachement de Piketty à la fonction de production agrégée, voir http://www.bernardguerrien.com/index.htm/id27.htm.

Felipe et McCombie savent très bien qu'en procédant de la sorte, ils sapent l'un des piliers de la théorie économique dominante[2]. C'est pourquoi ils cherchent à contrer toutes les objections qui peuvent, ou pourraient, leur être faites. Il s'ensuit une certaine lourdeur dans la présentation de leur livre, qui n'arrive pas toujours à établir une ligne de partage entre ce qui est essentiel et ce qui ne l'est pas. Les non initiés risquent ainsi de perdre pied, notamment dans la lecture des premiers chapitres, un peu trop touffus – les choses s'éclaircissant par la suite, mais le livre est long ! D'où l'intérêt, nous semble-t-il, d'en donner un compte rendu où sont repris les arguments essentiels de Felipe et McCombie – arguments qui sont relativement simples, tout en ayant une portée bien plus grande que ceux, souvent invoqués, sur le *reswitching*.

Commençons par un (très) bref rappel sur les problèmes posés par la notion de fonction de production ainsi que par ceux soulevés par l'agrégation, des biens et des fonctions.

1. La fonction de production en théorie et en pratique

Une fonction de production établit, par définition, une relation entre des *quantités* de biens – le produit (*output*) est obtenu à partir d'*inputs* en faisant appel à la technique la plus efficace. Même au niveau microéconomique, il est pratiquement impossible de trouver des exemples de fonctions de ce genre, tellement la production de n'importe quel objet fait intervenir des éléments divers et variés, dont une bonne partie sont indivisibles (locaux, outils, équipements). Felipe et McCombie ne s'attardent pas sur le cas microéconomique – ils admettent même l'existence de ces fonctions dans certaines de leurs simulations – puisqu'ils s'intéressent aux travaux économétriques, qui ne portent que sur le cas agrégé. Celui-ci a, entre autres, l'avantage de mieux faire passer l'idée de substituabilité entre « facteurs » qu'au niveau de l'entreprise, où le bon sens veut que la stricte complémentarité soit de mise[3] – au prix cependant d'un certain flou, comme le montre cette citation d'Edmond Malinvaud, un des rares auteurs qui n'élude pas la question de l'agrégation :

> Au niveau global, il faut […] tenir compte de ce que le même volume de production peut avoir une composition très variable. Ainsi, remplacer les textiles naturels par des textiles artificiels peut se traduire par une réduction du travail employé et par une augmentation du capital. Il peut en aller de même avec le remplacement des produits alimentaires manufacturés ou conservés aux produits purement agricoles. (Malinvaud, 1981, p. 125)

La substitution entre capital et travail est ainsi accompagnée d'une substitution entre biens, ce qui fait intervenir des éléments autres que techniques, tels que les goûts des consommateurs. À cela s'ajoutent les délais de mise en œuvre, qui font que cette substitution « joue un plus grand rôle dans l'étude de la croissance de long terme que dans celle des phénomènes conjoncturels » (p. 124).

En admettant que les substitutions sont instantanées, le « niveau global » dont parle Malinvaud suppose néanmoins des productions (hétéroclites) et des *inputs* (regroupés dans la variable « capital ») *en valeur*. Le fait de remplacer des quantités par des valeurs dans la mesure de certaines variables peut sembler anodin. Il n'en est pourtant rien, les variables en valeur, surtout quand elles sont d'ordre global, macroéconomique, peuvent être liées par des identités comptables, qui font croire à l'existence de relations causales là où il n'y en a pas.

[2] Nous n'osons dire « néoclassique », car la fonction de production agrégée n'a pas de raison d'être pour les théoriciens néoclassiques « purs », ceux qui se réclament de la théorie de l'équilibre général (Arrow-Debreu).

[3] Un produit « homogène », bien défini, est constitué d'*inputs* combinés selon des proportions fixes, bien définies, par du travail et des machines complémentaires – du moins s'ils sont pleinement utilisés, de façon efficace, comme le suppose la fonction de production.

James Cobb et Paul Douglas, qui ont donné leur nom à une fonction célèbre en économie, sont les premiers à être tombés dans le piège.

2. La « divine surprise » de l'ajustement par la fonction de Cobb-Douglas

Felipe et McCombie rappellent comment Cobb et Douglas eurent l'idée, en 1928, d'ajuster une fonction de la forme $F(K,L) = AL^{\alpha}K^{\beta}$ aux données dont ils disposaient sur le PIB des États-Unis entre 1899 et 1922. À leur grande satisfaction, ils trouvèrent des estimations de α et β dont la somme est peu différente de 1, avec des valeurs concernant la part du revenu allant au travail et au capital proches de celles qui sont effectivement observées. Ce qui, comme Douglas le dira bien plus tard lors de son discours en tant que président de l'*American Economic Association*, « renforçait la théorie concurrentielle de la répartition et réfutait les thèses marxistes » (Douglas, 1976)[4]. Sur le moment, cette dimension idéologique n'a néanmoins pas empêché la critique, surtout qu'à l'époque, le scepticisme dominait en ce qui concerne l'intérêt et la portée des études économétriques. Un des principaux reproches faits à Cobb et Douglas est le rôle quasiment absent du progrès technique dans leur fonction. En effet, le paramètre *A* y est considéré comme constant. La croissance par tête ne provenait donc que de celle du capital par tête, contrairement à ce que l'on peut observer. Felipe et McCombie reprennent les données de Cobb et Douglas et montrent que leurs résultats comportent une part de chance, due notamment au choix des années considérées. Douglas en était d'ailleurs conscient puisqu'il a opté ensuite pour l'étude des données inter-industries (ne comportant plus de dimension temporelle), ce qui évite ainsi le problème du progrès technique. Il obtient alors des résultats bien meilleurs, sans toutefois parvenir à vraiment convaincre la profession, qui n'avait pas complètement perdu son bon sens – comment admettre que les industries d'un pays, dans toutes leur diversité, puissent être décrites (correctement) par une fonction à deux variables ?

Il a fallu en réalité attendre trente ans pour que la fonction de production agrégée devienne une sorte de fait acquis pour une grande majorité d'économistes. L'article de Robert Solow « Technical Change and the Aggregate Production Function », publié en 1957, a semble-t-il beaucoup contribué à désinhiber les esprits sur ce point. Dans cet article, Solow, qui connaît bien les problèmes (insolubles) posés par l'agrégation, adopte pourtant une attitude très prudente en ce qui concerne cette fonction, puisqu'il le commence en remarquant qu'« il faut un peu plus que l'habituelle “suspension délibérée de la méfiance” pour pouvoir parler sérieusement de la fonction de production agrégée » (Solow, 1957, p. 312). Comme le titre de l'article le signale, son propos est de chercher à isoler puis mesurer l'effet du progrès technique, désigné par la lettre *A* dans la fonction de Cobb et Douglas. Contrairement à eux, Solow considère que cet effet n'est pas constant et propose une méthode pour le mesurer. Ce qui lui permet de l'isoler et de l'« éliminer », de façon à ne garder que ce qui dans le produit – *output* – est dû à la seule combinaison des « facteurs » travail et capital. À partir des données ainsi aménagées, il représente sur un graphique les couples (produit par tête, capital par tête). Il obtient un nuage de points ayant la forme d'une droite très légèrement incurvée, avec un coefficient de corrélation dont le carré est supérieur à 0,99 ![5] Ce qui semble l'étonner : « Compte tenu du nombre de tripatouillages (*a priori doctoring*) subi par les données, l'ajustement est d'une qualité remarquable » (*ibid*). En outre, les estimations des élasticités α

[4] Théorie qu'ils attribuent à tort à Wicksteed. Pour plus de détails concernant cette théorie et les débats qu'elle a suscités, y compris chez les néoclassiques, voir http://www.bernardguerrien.com/concurrence-et-profit-nul.pdf.
[5] voir http://www9.georgetown.edu/faculty/mh5/class/econ489/Solow-Growth-Accounting.pdf, p. 317.

et β sont très proches des valeurs observées de la part du travail et du capital dans le produit[6]. La théorie marginaliste de la répartition serait ainsi définitivement confirmée – et le caractère approximatif des résultats de Cobb et Douglas expliqué (par une mauvaise évaluation des effets du progrès technique).

Comme Solow le constate dans sa conférence Nobel, suite aux résultats obtenus dans son article de 1957, « une petite industrie », qui a « été à l'origine de centaines d'articles théoriques et empiriques », s'est constituée autour de la fonction de production agrégée, celle-ci ayant « très rapidement trouvé sa place dans les manuels et dans le fond commun des connaissances de la profession »[7]. Ce qui ne l'empêche pas de rappeler, trente ans après, sa « surprise » devant les résultats obtenus. Trop beaux pour être vrais ?

3. Les doutes

Peu nombreux furent ceux qui s'interrogèrent sur le résultat « surprenant » de Solow. Il y a bien eu un certain Hogan qui remarqua que dans les données de Solow les parts du travail et du capital sont quasiment constantes (0,344 pour le capital avec un coefficient de variation de 0,05). Si on tient compte de cela, il découle de la façon dont Solow « élimine » les effets du terme A dans la fonction de production que le terme restant en L et K est forcément de la forme L^aK^{1-a}, où a est la part observée du travail (et 1– a celle du capital). On est, donc, selon Hogan, en présence d'une tautologie : le résultat obtenu est présent dans les hypothèses (Hogan, 1958). La réponse de Solow à Hogan est passablement embrouillée. Il admet qu'« il aurait dû avertir le lecteur que sa méthode conduit à un ajustement parfait à une Cobb-Douglas si les parts observées du capital et du travail sont constantes » (Solow, 1958, p. 412). Or, elles le sont presque…

Quasiment au même moment, Henry Phelps Brown publie un article où il avance une autre explication que celle de Hogan : les bons résultats obtenus avec la fonction de Cobb-Douglas résultent de l'existence d'une identité comptable qui lie les variables (en valeur, pour la plupart) utilisées lors des ajustements économétriques (Phelps Brown, 1957).

Si on note V la valeur ajoutée d'un pays (ou d'une entreprise, une industrie, un secteur, etc.), L la quantité de travail, payé au salaire w, et J la valeur du « capital », rémunéré au taux r, alors ces variables sont liées par l'identité comptable :

(1) $$V \equiv wL + rJ.$$

Dans ces conditions, la fonction de production testée par Cobb, Douglas, Solow, etc. n'est pas la relation « technique » entre quantités $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, mais la relation entre valeurs :

(2) $$V = cL^{\alpha}J^{\beta}.$$

Phelps Brown remarque qu'on a alors $V_L' = \alpha cL^{\alpha-1}J^{\beta} = \alpha V/L$ et $V_J' = \beta cL^{\alpha}J^{\beta-1} = \beta V/J$. En faisant l'hypothèse « de concurrence parfaite » : $V_L' = w$ et $V_J' = r$, il s'ensuit que $\alpha = wL/V$ et $\beta = rJ/V$. Or, il résulte de l'identité (1), divisée par V, que :

$$1 \equiv \frac{wL}{V} + \frac{rJ}{V},$$

et donc que $\alpha + \beta = 1$. Ce qui est présenté comme une preuve de la théorie marginaliste de la répartition – rendements constants, élasticités des « facteurs » égales à leur part dans le produit – n'est en fait qu'un leurre : le résultat est dans la façon de calculer les agrégats. Phelps Brown parle des « deux faces d'une même pièce » – ajustement par une Cobb-Douglas et identité comptable.

---

[6] En fait, le « nuage de points » donne un R^2 supérieur à 0,99 pour quatre types de fonctions : affine, semilogarithmique, hyperbolique et « de Cobb Douglas ». Mais seule cette dernière donne aux paramètres des valeurs qui s'accordent avec l'interprétation marginaliste.

[7] http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1987/solow-lecture.html

La critique de Phelps Brown est, semble-t-il, passée inaperçue – bien qu'elle ait été publiée dans une revue prestigieuse[8]. Elle est, il est vrai, un peu vague. Elle fait ainsi l'impasse sur le fait que les résultats obtenus en ajustant une Cobb-Douglas peuvent parfois être médiocres – ou même mauvais –, ce qui n'est pas compatible avec une identité comptable.

Il a fallu attendre encore six ans pour que Simon et Levy reviennent sur l'interprétation erronée à laquelle peut conduire la présence de l'identité comptable (Simon et Levy, 1963). Dans une brève note, ils montrent comment cette identité peut être obtenue en « linéarisant » (par sa différentielle) une fonction de Cobb-Douglas dont les élasticités sont égales aux parts des « facteurs » dans le produit[9]. Ils supposent pour cela non pas, comme Hogan, que ces parts sont constantes, mais que le salaire et le taux de rendement le sont. Deux approximations donc, qui expliquent pourquoi R^2 n'est pas forcément égal à 1. Herbert Simon se réfère à cette note dans sa conférence Nobel – bien qu'elle ne soit qu'une goutte d'eau dans la « mer » de ses publications[10] –, lorsqu'il rappelle que « les résultats empiriques » relatifs aux fonctions de production agrégées « ne permettent pas de tirer de conclusion sur la plausibilité relative » des diverses théories qui sont à l'origine de ces fonctions[11].

Felipe et McCombie fournissent une illustration des propos de Simon en procédant à une simulation très simple où ils montrent que l'on peut obtenir des résultats aussi bons que ceux de Solow à partir d'une théorie totalement différente de la sienne[12].

4. Une simulation qui donne à réfléchir

Felipe et McCombie se situent dans le cas le plus favorable à l'agrégation, celui où toutes les entreprises sont représentées par la même fonction de Cobb-Douglas à rendements constants. Ils choisissent délibérément des coefficients (élasticités) de cette fonction « à l'opposé » de ceux trouvés par Solow au niveau agrégé : 0,25 pour le travail et 0,75 pour le capital (contre 0,75 et 0,25 pour Solow). Soit, pour chaque entreprise : $F(K,L) = AK^{0,75}L^{0,25}$ – K et L pouvant varier d'une entreprise à l'autre. Si on suppose des « marchés concurrentiels », les rémunérations du travail et du capital étant données par les productivités marginales en posant $F_L'(K,L) = w$ et $F_K'(K,L) = r$, alors 75 % du revenu de la production va au capital, le reste allant au travail – et ce pour chacune des entreprises[13]. Celles-ci ayant toutes la même fonction de production, on devrait logiquement retrouver ce partage des revenus au niveau global. Mais tel n'est plus forcément le cas si on choisit un autre système d'évaluation du produit et du rendement du capital. Felipe et McCombie supposent ainsi que le prix de l'unique bien produit dans leur simulation est obtenu en rajoutant une marge de 1/3 à son coût

[8] Y compris par la cible explicite de cette critique, Douglas, qui l'ignora superbement dans toutes ses publications ultérieures sur « sa » fonction.

[9] Plus précisément, ils considèrent deux valeurs proches de V : V_1 et V_2, telles que : $V_i = cL_i^{\alpha}J_i^{\beta}$, $i = 1,2$. En prenant le logarithme du rapport V_1/V_2, il vient $\ln V_1/V_2 = \alpha\ln L_1/L_2 + \beta\ln J_1/J_2$. En supposant que $L_1 > L_2$ et $J_1 > J_2$, avec des écarts faibles, et en se servant de la propriété du logarithme népérien (pour $x > y$ et un faible écart) : $\ln x/y \approx x/y - 1$, on en déduit que : $V_1/V_2 - 1 \approx \alpha(L_1/L_2 - 1) + \beta(J_1/J_2 - 1)$. Soit, après quelques manipulations simples, $V_1 \approx (\alpha V_2/L_2)\cdot L_1 + (\beta V_2/J_2)\cdot J_1 + (1 - \alpha - \beta)\cdot V_2$. En comparant avec l'identité comptable, $V_1 \equiv wL_1 + rJ_1$, il vient $1-\alpha-\beta \approx 0$ (rendements constants), $w \approx \alpha V_2/L_2$ (donc $\alpha \approx wL_2/V_2$) et $r \approx \beta V_2/J_2$ (donc $\beta \approx rJ_2/V_2$).

[10] http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1978/simon-lecture.pdf

[11] Juste après l'obtention du Prix, Simon publie un article où il « examine trois ensembles de faits macroscopiques qui peuvent servir à tester la théorie classique de la production ». Il montre qu'« aucun d'entre eux n'apporte un soutien à la théorie classique. L'adéquation aux données des fonctions de Cobb-Douglas et CES est trompeuse, les données reflétant en fait l'identité comptable entre la valeur des inputs et des outputs » (Simon, 1979).

[12] Ils s'inspirent en cela d'une simulation faite en 1970 par Franklin Fisher, directeur de thèse de Jesus Felipe (http://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/63262/aggregateproduct00fish.pdf?sequence=1).

[13] On obtient ce résultat en remarquant que $wL = F_L'(K,L)\cdot L = (0,25\cdot A\cdot K^{0,75}L^{-0,75})\cdot L = 0,25\cdot A\cdot K^{0,75}L^{0,25} = 0,25F(K,L)$. De même pour le capital.

en travail – marge qui rémunère le capital. Le travail reçoit donc 75 % (= 1/(1+1/3)) de la valeur $V = wL + 1/3 \cdot wL$ de la production, les 25 % restants allant au capital. La simulation de Felipe et McCombie consiste à donner des valeurs aléatoires (en quantités) à deux des trois variables micro, Q, K et L – la restante se déduisant de la relation $Q = F(K,L)$. Après agrégation, en valeur, ils ajustent la fonction de production macro $V = uL^{\alpha}J^{\beta}$ sur les données ainsi obtenues. Ils obtiennent des résultats au moins aussi bons que ceux de Solow (un R^2 supérieur à 0,99) et des coefficients estimés de α et β très proches des siens (0,75 pour le travail et 0,25 pour le capital). Ce qui n'a rien de surprenant, puisque ces coefficients sont en fait déterminés par l'identité comptable $V \equiv wL + rJ$ avec, vu la règle de fixation des prix, $rJ = 1/3 \cdot wL$. Ce résultat invalide ainsi la théorie marginaliste de la répartition – qui, étant donné les valeurs de α et β au niveau micro, prédit le partage : 25 % pour le travail et 75 % pour le capital. La nécessité de recourir à un système de prix modifie complètement la donne « technique » – pourtant claire dans l'exemple choisi.

Felipe et McCombie montrent ainsi, comme l'ont fait Simon, Lévy et Fisher avant eux, que les résultats concernant des fonctions de production agrégées ne permettent pas de trancher entre plusieurs théories censées les expliquer[14]. Mais ils n'en restent pas là, puisqu'ils fournissent une grille de lecture plus générale que celle de Simon, Lévy et Fisher, qui permet d'expliquer tous les résultats obtenus en supposant l'existence de fonctions de production – dont certaines des variables sont mesurées en valeur – sans avoir besoin de faire cette hypothèse. Ils s'inspirent en cela de la démarche de Shaikh qui a montré en 1974 – 17 ans après l'article de Solow ! – comment l'identité comptable peut être transformée, à certaines conditions, en une relation de Cobb-Douglas (Shaikh, 1974).

5. Le mystère (définitivement) éclairci

Shaikh (1974) commence par dériver les deux membres de l'identité comptable $V \equiv wL + rJ$, en supposant que toutes les variables peuvent varier dans le temps – ou dans l'espace, selon le type d'étude faite. Soit : $V' \equiv w'L + wL' + r'J + rJ'$.

En divisant par V il vient :

$$\frac{V'}{V} \equiv \frac{w'L}{V} + \frac{wL'}{V} + \frac{r'J}{V} + \frac{rJ'}{V}. \tag{3}$$

En notant $\hat{x}$ le taux de croissance x'/x et $a = wL/V$ la part du travail (et donc $1 - a$ la part du capital, rJ/V) dans le produit, puis en remarquant que $\frac{w'L}{V} = \frac{ww'L}{wV} = \frac{wL}{V}\frac{w'}{w} = a\hat{w}$, $\frac{wL'}{V} = \frac{wL'L}{VL} = \frac{wL}{V}\frac{L'}{L} = a\hat{L}$, etc., l'égalité (3) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{V'}{V} \equiv a\hat{w} + (1-a)\,\hat{r} + a\hat{L} + (1-a)\hat{J}\,. \tag{4}$$

Si on admet, en outre, le « fait stylisé » selon lequel les parts du travail et du capital sont constantes (dans le temps ou dans l'espace, selon le cas), on montre par un calcul simple que l'identité comptable (4) implique l'identité :

$$V \equiv BL^{a}J^{1-a} \tag{5}$$

où $B = a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}\, w^{a}\, r^{1-a}$ ne dépend ni de L, ni de J[15].

[14] La simulation de Felipe et McCombie teste en fait des hypothèses jointes, sur la forme des fonctions de production micro et sur celle des marchés.

[15] En remarquant que $\hat{x} = x'/x = (\ln x)'$, l'identité (4) peut s'écrire $(\ln V)' \equiv a(\ln w)' + a(\ln L)' + (1-a)(\ln r)' + (1-a)(\ln J)'$. En prenant les primitives des deux membres, il vient : $\ln V \equiv a\ln w + a\ln L + (1-a)\ln r + (1-a)\ln J + constante$ et donc, en passant aux exponentielles et en réarrangeant les termes, $V \equiv Cw^{a}\, r^{1-a}L^{a}J^{1-a}$ avec $C = e^{constante}$. Si, dans cette dernière égalité, on divise les deux membres par V, il vient $1 = C(wL/V)^{a}(rJ/V)^{1-a} = Ca^{a}(1-a)^{1-a}$, d'où $C = a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}$.

L'identité (5) ressemble furieusement à la relation de Cobb-Douglas ! Il se peut donc que celui qui effectue (bêtement …) une régression de V sur L et J en croyant tester une relation causale obtienne un ajustement « parfait » (avec un R^2 égal à 1) – il suffit pour cela que les éléments a, w et r de B soient tous constants – alors qu'il ne fait que « tester » une identité comptable.

La formule (5), qui peut être obtenue par n'importe quel étudiant en première année d'économie, explique ainsi le « mystère » de la fonction de production agrégée. Elle permet de comprendre, par exemple, pourquoi les ajustements par une Cobb-Douglas peuvent être parfois excellents et d'autres fois médiocres, ou même très mauvais. Tout dépend de la validité des « faits stylisés » : degré de variabilité de a au moment du passage de (4) à (5), à laquelle peut s'ajouter celui de w ou r, qui influencent, avec a, le terme B ($= a^{-a}(1-a)^{-(1-a)} w^a r^{1-a}$) de la relation (5)[16]. Felipe et McCombie montrent ainsi comment dans certains cas de variabilité relativement importante de ces paramètres, le passage de (4) à (5) se fait mieux avec des fonctions « plus flexibles ». D'où leur conclusion :

> l'utilisation de données en valeur signifie qu'il est toujours possible d'obtenir, en raison de l'identité comptable sous-jacente, un très bon ajustement à ces données avec des fonctions de Cobb-Douglas, CES ou plus flexibles, telles que la fonction translog, les élasticités étant égales aux parts des facteurs (p. 344).

Felipe et McCombie passent aussi en revue les arguments des (rares) auteurs qui ont essayé de nier le rôle de l'identité comptable. Ils montrent que tous supposent implicitement l'existence d'une fonction de production agrégée, tout en laissant croire – ou, pire, en croyant – que les (bons) ajustements obtenus prouvent cette existence. Exemple typique de raisonnement circulaire.

6. Sur la « productivité globale des facteurs »

Le propos initial de l'article de Solow de 1957, qui a été à l'origine de la « petite industrie » qui s'est formée autour de la fonction de production agrégée, était de distinguer, dans la croissance, ce qui est relatif aux « facteurs » proprement dits, et le « reste », qui peut être attribué au progrès technique – en un sens large – et qui a été désigné par la suite par le terme vague « productivité globale des facteurs ». Ainsi, dans le cas de la relation de Cobb-Douglas « en quantités » :

$$Q = AL^{\alpha}K^{1-\alpha},$$

dont on prend la dérivée logarithmique, on a :

$$(5) \qquad \hat{Q} = \hat{c} + \alpha\hat{L} + (1-\alpha)\hat{K}, \qquad \text{avec } \hat{c} = A'/A.$$

Si on considère que le terme $\alpha\hat{L} + (1-\alpha)\hat{K}$ représente le taux de croissance des facteurs (pondérés par leur « part » dans le produit), alors on peut voir dans le terme $\hat{c}$ le représentant des facteurs « autres » qui influencent la croissance du produit – essentiellement, le progrès technique. Si on note φ ce terme, il découle de (5) qu'il est donné par la différence, ou « le reste » :

$$(6) \qquad \varphi = \hat{Q} - \alpha\hat{L} - (1-\alpha)\hat{K}.$$

La mesure de φ n'est toutefois valable qu'au niveau d'une entreprise, en supposant qu'elle peut être décrite par une fonction de Cobb-Douglas dans laquelle K désigne une quantité (de « machines », par exemple) – hypothèse jamais vérifiée, évidemment.

[16] La plus grande variabilité dans le temps que dans l'espace de w et de r (terme $w^a r^{1-a}$ dans le B de (4)) explique pourquoi Douglas trouve de meilleurs résultats avec les données interindustrielles qu'avec des séries chronologiques. L'évolution du terme $w^a r^{1-a}$ permet aussi d'expliquer les (légers) rendements croissants que Malinvaud croit déceler dans les estimations de la (soi-disant) fonction de production agrégée.

« Dans la pratique », on fait appel à des variables en valeur et on préfère parler de « productivité globale des facteurs » (*PGF*). Par analogie avec (6), en remplaçant Q par V et K par J, on obtient l'équivalent en valeur de φ :

(7) $$\widehat{PGF} = \hat{V} - a\hat{L} - (1-a)\hat{J}\ .$$

Bien que les formules (6) et (7) se ressemblent beaucoup, elles peuvent conduire à des résultats radicalement différents. Pour s'en rendre compte, il suffit de reprendre la simulation décrite plus haut : l'effet « réel » du progrès technique φ y est donné par la formule (6) avec α = 0,25 (rappelons qu'il a été supposé que toutes les entreprises ont la même fonction de production) mais sa valeur « observée » est donnée par la formule (7) où, en raison de la règle de prix adoptée (coût en travail + marge), on a a = 0,75. La variable $\widehat{PGF}$ donne donc une estimation totalement erronée de la « vraie valeur » φ [17].

Dans le cas où on suppose que la part des « facteurs » est constante (« fait stylisé »), si on se reporte à l'identité (5), $V \equiv BL^aJ^{1-a}$, en procédant comme on l'a fait pour (6) et (7) – passage aux logarithmes puis dérivation – on obtient :

$$\hat{V} \equiv \hat{B} + a\hat{L} + (1-a)\hat{J}$$

et donc

(8) $$\hat{B} \equiv \hat{V} - a\hat{L} - (1-a)\hat{J} \ (\equiv \widehat{PGF}).$$

Ainsi, en comparant avec (7), on voit que le taux de variation de la productivité globale des facteurs est donné par la dérivée logarithmique de $B = a^{-a}(1-a)^{1-a}\, w^a\, r^{1-a}$, soit, puisqu'on suppose a constant :

$$\widehat{PGF} = a\hat{w} + (1-a)\hat{r}\ .$$

Comme le disent Felipe et McCombie : « ce que la théorie néoclassique appelle “productivité globale des facteurs” est, *tautologiquement*, une fonction des salaires et des taux de profit » (p. 209, leurs italiques), ce qui n'explique rien – notamment quand on compare des pays entre eux. De toutes façons, « dans la mesure où il n'existe pas de fonction de production sous-jacente, il n'est pas possible de calculer séparément la contribution à la croissance du progrès technique (croissance de la *PGF*) et la croissance de chaque facteur » (*ibid*)[18].

Il est évidemment toujours possible de calculer des termes tels que celui donné par la formule (7), tout en sachant qu'il découle d'une identité comptable et non de relations qui traduiraient l'évolution technique de l'économie. Reste à les interpréter, alors qu'ils ont été débarrassés de leur gangue idéologique (la théorie marginaliste de la répartition).

Conclusion

Parmi les innombrables hypothèses faites par la plupart des théoriciens néoclassiques, il y en a trois qui sont un défi au bon sens tout en étant fondamentales pour eux. Il y a d'abord celle qui dit qu'en concurrence parfaite tous les agents sont preneurs de prix – ce qui suppose un

---

[17] La formule (7) pouvant se mettre aussi sous la forme $\widehat{PGF} = a(\hat{V} - \hat{L}) + (1-a)(\hat{V} - \hat{J})$, la croissance de la « productivité globale des facteurs » est donc donnée par la moyenne pondérée de la croissance de la productivité du travail et du capital – mais avec des coefficients de pondération qui ne correspondent pas à ce qui a été stipulé au niveau « micro ». Sans parler du fait qu'on suppose qu'il existe des fonctions de production à ce niveau et que J n'est pas K…

[18] Solow ne va pas jusque là – on a signalé sa valse-hésitation sur l'existence de la fonction de production agrégée. Dans sa conférence Nobel, il émet toutefois des réserves sur l'utilisation qui peut être faite de la *PGF* : « Tous ces calculs sur la productivité globale des facteurs supposent non seulement que les prix du marché peuvent servir en tant qu'approximations claires et rudimentaires des produits marginaux, mais aussi que l'agrégation n'entraîne pas de distorsion dans cette relation. Je serai donc heureux si vous acceptiez que les résultats que j'ai signalés sont essentiellement d'ordre qualitatif et peuvent fournir tout au plus une idée des ordres de grandeur. En demander plus ne peut qu'être source d'ennuis » (http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1987/solow-lecture.html).

système très centralisé, aux antipodes du monde que le modèle prétend décrire. Vient ensuite l'hypothèse de l'« agent représentatif » dont le choix intertemporel est censé reproduire celui de l'économie toute entière[19]. Il y a, enfin, la fonction de production agrégée, sorte de recension des diverses techniques dont dispose une économie à un moment donné. L'argument ultime – en fait, le seul – avancé pour justifier les hypothèses de concurrence parfaite et de l'agent représentatif est qu'elles permettent d'obtenir des résultats (théoriques) incontestables, puisque fruits de déductions mathématiques – sans que cela ne les rende pertinents pour autant. La situation est différente en ce qui concerne la fonction de production agrégée : indéfendable sur le plan théorique – elle n'a, ni ne peut avoir, de « fondement microéconomique » –, elle tirerait sa légitimité de son adéquation aux données.

Le livre de Felipe et McCombie montre que cette légitimation « par les faits » est un leurre. Ils en apportent la preuve aussi bien sur le plan théorique – explication par l'identité comptable et les faits stylisés – que sur le plan pratique – simulations et études économétriques.

En dépit de cette démolition en règle, les fonctions de production agrégées continuent, et vont sans doute continuer, à peupler les manuels ainsi que les travaux théoriques et appliqués. En fait, depuis belle lurette la question de l'agrégation des biens et des fonctions n'est plus à l'ordre du jour. Elle a pratiquement disparu dans l'enseignement. Une bonne partie de la profession semble considérer, comme Piketty, qu'elle a été réglée – notamment par Solow. Il n'en est rien, évidemment. Deux raisons peuvent expliquer une telle attitude de la part de ceux qui ne cessent pourtant d'affirmer leur attachement à la « rigueur » dans leurs analyses. L'une est d'ordre idéologique. Il est réconfortant de pouvoir affirmer que le problème (délicat) de la répartition du revenu est résolu de façon simple – et efficace pour la société – par la rétribution de chacun selon sa productivité marginale, pourvu que les marchés soient « concurrentiels ». L'autre est d'ordre pratique : l'« industrie » qui s'est construite autour de la fonction de production agrégée est tellement importante que la remettre en cause serait catastrophique pour ceux qui vivent d'elle, tout en la faisant prospérer.

Le livre de Felipe et McCombie ne changera probablement pas grand-chose à cette situation. Il fournit toutefois à celui qui se pose des questions sur la fonction de production agrégée – et sur la théorie de la répartition qu'elle sous-tend – toutes les réponses qu'il cherche, aussi bien sur le plan théorique que pratique. C'est pourquoi il est impératif que, au moins, ce livre figure dans toutes les bibliothèques d'économie de France – et d'ailleurs.

Bibliographie

Cobb C.W., Douglas P. H. (1928), “A Theory of Production”, *American Economic Review*, 18(1), p. 139-165.

Douglas P.H. (1976), “The Cobb-Douglas Production Function Once Again: Its History, Its Testing, and Some New Empirical Values”, *Journal of Political Economy*, 84(5), p. 903-915.

Hogan W.P. (1958), “Technical Progress and Production Functions”, *Review of Economics and Statistics*, 40(4), p. 407-411.

Malinvaud E. (1981) *Théorie macroéconomique*, vol. 1. *Comportements et croissance*, Paris, Dunod.

[19] Certains théoriciens néoclassiques – à commencer par Solow – récusent cette hypothèse. D'autres, comme Krugman, l'utilisent « pour raconter des histoires » qui sont censées « aider à réfléchir », sans plus. En revanche aucun d'entre eux, même pas Stiglitz, ne remet en cause l'idée que la concurrence parfaite représente le cas d'un marché « décentralisé » idéal.

Phelps Brown E.H. (1957), "The Meaning of the Fitted Cobb-Douglas Function", *Quaterly Journal of Economics*, 71(4), p. 546-560.

Piketty T. (2013), *Le capital au XXI^e^ siècle*, Paris, Seuil.

Shaikh A. (1974), "Laws of Production and Laws of Algebra: The Humbug Production Function", *Review of Economics and Statistics*, 56(1), p. 115-120.

Simon H.A. (1979), "On Parsimonious Explanations of Production Relations", *Scandinavian Journal of Economics*, 81(4), p. 459-474.

Simon H.A., Levy F.K. (1963), "A note on the Cobb-Douglas Function", *Review of Economic Studies*, 30(2), p. 93-94.

Solow R.M. (1957), "Technical Change and The Aggregate Production Function", *Review of Economics and Statistics*, 39(3), p. 312-320.

Solow R.M. (1958), "Technical Progress and Production Functions: Reply", *Review of Economics and Statistics*, 40(4), p. 411-413.

Référence(s) :

Jesus Felipe and John S.L. McCombie, *The Aggregate Production Function and the Measurement of Technical Change: Not Even Wrong*, Edward Elgar, Cheltenham, UK, Northampton, MA, USA, 2013.

Pour citer cet article

Référence électronique

Bernard Guerrien et Ozgur Gun, « En finir, pour toujours, avec la fonction de production agrégée ? », *Revue de la régulation* [En ligne], 15, 1er semestre / Spring 2014, URL : http://regulation.revues.org/10802

À propos des auteurs

Bernard Guerrien

SAMM, université Paris 1, bguerrien@sfr.fr

Ozgur Gun

REGARDS, université de Reims Champagne-Ardenne, ozogun@gmail.com