



Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

19-2 | 2015

Circulations et échanges mathématiques

Le séminaire de mathématiques : un lieu d'échanges défini par ses acteurs. Incursion dans la vie collective des mathématiques autour de Laurent Schwartz (1915-2002)

Anne-Sandrine Paumier



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1101>

DOI : [10.4000/philosophiascientiae.1101](https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.1101)

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 25 mai 2015

Pagination : 171-193

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

Anne-Sandrine Paumier, « Le séminaire de mathématiques : un lieu d'échanges défini par ses acteurs. Incursion dans la vie collective des mathématiques autour de Laurent Schwartz (1915-2002) », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 19-2 | 2015, mis en ligne le 19 juin 2015, consulté le 05 novembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1101> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.1101>

Tous droits réservés

Le séminaire de mathématiques : un lieu d'échanges défini par ses acteurs. Incursion dans la vie collective des mathématiques autour de Laurent Schwartz (1915-2002)

Anne-Sandrine Paumier

Institut de Mathématiques de Jussieu-PRG &
Institut des Hautes Études Scientifiques (France)

Résumé : Lorsque Laurent Schwartz entre à l'École normale supérieure en 1934, il n'existe à Paris que deux séminaires de mathématiques : le séminaire Hadamard, « tribune internationale », et le séminaire Julia, « cercle d'une équipe restreinte¹ ». En 1968, une trentaine de séminaires de mathématiques s'y tiennent chaque semaine. Il est difficile de se saisir, historiquement, de l'objet « séminaire de mathématiques », d'autant plus qu'il est oral et ne laisse que peu de traces. On peut considérer Schwartz comme un bon témoin – spectateur et acteur – de la période, afin d'interroger la place structurante que prend le séminaire dans la vie collective des mathématiques. Schwartz, en effet, voit l'évolution du développement du séminaire de mathématiques en France et contribue à la construction de sa place dans la vie mathématique. Il participe à de nombreux séminaires où il est tour à tour auditeur, orateur, organisateur ou créateur de séminaires. L'analyse de ces rôles à partir de sources en partie inédites nous permettra d'explicitier les formes d'échanges rendues possibles par le séminaire de mathématiques à partir du cas de Schwartz.

Abstract: When Schwartz entered the École Normale Supérieure in 1934, only two mathematics seminars existed in Paris—the international tribune “séminaire Hadamard”, and the closed “séminaire Julia”. By 1968, there were around thirty mathematical seminars that took place each week in Paris. It is difficult to grasp the “mathematical seminar” as an object in historical terms because it is an oral form and thus few traces remain. Schwartz can be considered as a good witness—observer and actor—to this period in order to question the structuring role that mathematical seminars play in the collective

Philosophia Scientiæ, 19(2), 2015, 171–193.

¹Expressions empruntées à [Beaulieu 1989].

life of mathematics. Schwartz saw how the development of the mathematical seminar in France evolved and personally contributed to constructing its role in the life of mathematics. He took part in many seminars where he played different roles: participant, speaker, organizer or creator. The analysis of the different roles played by Schwartz will allow us to describe the forms of exchanges made possible by mathematical seminars.

Il ne faudrait tout de même pas imaginer qu'un type qui connaît un sujet ça fait un cours, et un tas de types qui ne connaissent pas un sujet ça fait un séminaire... [Lettre d'André Weil à Henri Cartan, 14 juillet 1947], in [Audin 2011, 242–243]

1 Introduction

Nous nous intéressons ici aux formes d'échanges qu'offre le séminaire de mathématiques à la période particulière, après la seconde guerre mondiale, où il se développe massivement en France, à Paris notamment, et devient un élément structurant de la communauté mathématicienne et des mathématiques. Pour ce faire, nous nous appuyons sur les expériences du témoin, à la fois spectateur et acteur, Laurent Schwartz¹ dans les différents rôles propres à un séminaire de mathématiques².

Qu'est-ce que le séminaire ? Plus spécifiquement, qu'est-ce que le séminaire de mathématiques à Paris au début du xx^e siècle ? Le séminaire en Prusse au xix^e siècle est une institution bien identifiée par Gert Schubring³. Il s'agit d'un mode de formation, organisé autour d'une salle de séminaire, d'une bibliothèque, d'un enseignant et d'un format de transmission des connaissances particulier. Le séminaire se répand rapidement dans les universités prussiennes. À Paris, au début du xx^e siècle, n'existent que deux séminaires de mathématiques⁴. Le séminaire Hadamard tout d'abord, caractérisé par Liliane Beaulieu de « tribune internationale ». Hadamard transforme progressivement une partie de ses cours au Collège de France en des séances d'« analyse de mémoires »,

1. Sur Schwartz, voir notamment son autobiographie [Schwartz 1997], ou [Anné, Bourguignon *et al.* 2003] dans lequel on trouve de nombreux témoignages. Ses œuvres complètes ont été publiées [Schwartz 2011].

2. Ce travail s'insère plus largement dans une thèse d'histoire des mathématiques [Paumier 2014], intitulée « Laurent Schwartz (1915-2002) et la vie collective des mathématiques », qui réalise une biographie des pratiques collectives qui structurent la communauté mathématique durant la seconde moitié du xx^e siècle. Elle est construite autour de Schwartz, qui en est un bon témoin, c'est-à-dire à la fois spectateur et acteur. L'étude du séminaire de mathématiques en est le chapitre 5.

3. Voir notamment [Schubring 1990, 2000].

4. Sur les séminaires Hadamard et Julia, voir surtout [Beaulieu 1989], [Leloup 2009], [Chabert & Gilain s.d.] et [Audin 2011].

portant sur des sujets récents et très variés, et faisant intervenir de nombreux orateurs. Hadamard lui-même est très présent dans son séminaire. Dans les années 1930, les futurs Bourbaki, alors étudiants à l'École normale supérieure à Paris, lancent une initiative, chapeautée par Julia : le séminaire Julia. Il s'agit d'un « cercle restreint » [Beaulieu 1989], le thème est annuel, les exposés sont rédigés et ronéotypés. Les réalisations de ces deux premiers séminaires sont donc très différentes.

L'historien désireux d'analyser le lieu d'échange qu'est le séminaire de mathématiques fait face à plusieurs difficultés. Il n'existe pas d'étude globale de la forme séminaire, que ce soit pour l'Allemagne au xx^e siècle ou bien pour la France dans la seconde moitié du xx^e siècle. Certains acteurs, comme André Weil, soutiennent que le séminaire de mathématiques a été importé d'Allemagne en France. Or, cette filiation est d'autant moins claire que le séminaire de mathématiques prend en France une forme très différente de celle qu'il a développée en Allemagne. Il n'est par ailleurs pas facile de définir ce qu'est le séminaire, d'autant plus qu'en France, après la seconde guerre mondiale, on assiste à la création de multiples séminaires de mathématiques, dont la forme est encore en construction. Enfin, la forme orale du séminaire peut constituer un obstacle à son étude (nous y revenons dans la suite).

Le but de cet article est de caractériser les différentes formes d'échanges rendues possibles par le séminaire de mathématiques après la seconde guerre mondiale. On souhaite aussi comprendre, en nous appuyant sur des récits d'acteurs, le rôle structurant joué par le séminaire, tant dans la communauté mathématique que dans ses pratiques. Les nombreux témoignages des acteurs, et celui de Schwartz en particulier, sont le point de départ de notre analyse, qui utilise aussi de nombreuses sources d'archives inédites⁵.

Dans la vie mathématique de Schwartz, le séminaire est très présent : il donne plus d'une centaine d'exposés et assiste à de nombreux autres. Il est non seulement un témoin précieux des débuts de la forme séminaire en France, mais en est aussi un acteur essentiel. Ainsi, il participe pleinement à sa construction, lui confère une place incontournable dans la vie mathématique et lui accorde un rôle important dans la constitution d'une activité de recherche.

Les premières expériences de Schwartz, telles qu'il les décrit dans son autobiographie, indiquent clairement que la forme séminaire est encore en construction dans les années 1930. Il nomme ainsi séminaire à la fois des cours spécifiques de l'École normale, le groupe de travail d'étudiants qu'il organise, et le séminaire Hadamard. Le contenu mathématique, que cela soit dans le choix de ce qui est exposé ou bien dans la production qui en résulte, ne peut pas définir la forme séminaire. Même si le séminaire n'est pas encore institutionnalisé et que sa forme reste encore à fixer, il ne se limite certainement pas à regrouper

5. Cette méthodologie s'inscrit dans un « tournant biographique » en histoire des mathématiques, qui s'intéresse à la vie de savants reconstruite à partir de récits. Ce courant s'inspire plus largement de la microhistoire. On se réfère notamment à [Loriga 2010], [Revel 1996].

« un tas de types qui ne connaissent pas un sujet ». Ce sont finalement les différents rôles exercés par différents acteurs qui font le séminaire. Nous avons en effet un (ou plusieurs) organisateurs, des auditeurs, des orateurs. Chacun de ces acteurs est présent, joue son rôle. Et l'ensemble forme ce que l'on appelle, et qui est identifié comme tel par ces acteurs : « séminaire ». Dans la suite, en accordant une grande attention aux acteurs et à leurs représentations du séminaire, nous visons à reconstruire ce qu'est le séminaire en France à l'époque à travers l'analyse de ces différents rôles. Nous nous attacherons à les décrire tels que Schwartz en a fait l'expérience.

2 Laurent Schwartz, auditeur : assister à un séminaire

Lorsque Schwartz est étudiant à l'École normale dans les années 1930, il n'assiste pas au séminaire Hadamard, découragé par la lecture d'un mémoire demandée par Hadamard, car c'est un exercice auquel il n'est pas préparé et qui est préalable à la participation à ce séminaire. Il n'assiste pas non plus au séminaire Julia, auquel il n'est pas admis. On rappelle que ce sont alors les deux seuls séminaires de mathématiques parisiens. Après la guerre, Schwartz participe activement au rapide développement de cette forme de travail collectif, en créant son propre séminaire, en intervenant dans divers séminaires, mais aussi en y assistant comme simple auditeur.

Ainsi, Schwartz ne découvre pas le séminaire comme simple orateur, en tant qu'étudiant, comme ce sera le cas pour les générations ultérieures de mathématiciens. La chronologie est donc ici perturbée, du fait de la période spécifique considérée, celle des débuts du séminaire de mathématiques en France. Après une présentation de ce qu'englobe « assister » à un séminaire, nous considérons principalement dans cette partie Schwartz auditeur à des séminaires de probabilités dans les années 1970-1980, ainsi que la manière dont son assistance au séminaire de probabilités de Strasbourg contribue à sa formation et à ses recherches dans ce domaine.

2.1 Qu'est-ce qu'assister à un séminaire ?

« Assister » à un séminaire, tel qu'on le définit ici, se fait en plusieurs temps. La présence au séminaire tout d'abord a une forte dimension sociale, celle du groupe qui se réunit régulièrement. Durant l'exposé, l'auditeur écoute, et peut-être prend des notes ; il peut aussi poser des questions. Vient ensuite, le cas échéant, le temps de la relecture de ses notes, voire de la réécriture, de la prolongation éventuelle de l'exposé, éventuellement celui de la mise en place de ses propres idées. Il est particulièrement difficile de saisir ce rôle d'auditeur, pourtant essentiel dans un séminaire puisque c'est pour lui que parle l'orateur.

Le séminaire semble avoir avant tout un rôle social. Même s'il est parfois désavoué, il est pourtant très présent dans les récits sur des séminaires particuliers. Voilà ce qu'en dit Jean-Pierre Serre, à propos du séminaire Cartan, qu'il juge différent des séminaires habituels⁶ :

Ce genre de séminaire a un rôle assez différent des séminaires auxquels vous êtes certainement habitués, les séminaires que l'on voit annoncés dans l'*Officiel des spectacles*, ou l'officiel des spectacles mathématiques. Bon, ils ont un rôle mathématique bien sûr, mais essentiellement, ils ont un rôle social; le rôle social consistant à ce que les gens se rencontrent et bavardent entre eux. Et puis quelqu'un est au tableau, il explique ses derniers théorèmes, il ne donne en général aucune démonstration, et le travail sérieux ne se fait pas dans le séminaire; s'il y a du travail sérieux, il se fait après ou avant, en conversation. [...] Donc le séminaire Cartan, il avait certainement aussi un rôle social, l'occasion de se rencontrer, par exemple Borel et moi une certaine année, et bien d'autres [...] mais il avait vraiment un contenu mathématique parfaitement clair et ça, il n'y a pas eu beaucoup de séminaires malheureusement qui continuent cette tradition. Il y en a eu, Chevalley a fait quelques séminaires, mais très peu et surtout, la postérité du séminaire Cartan, c'est le séminaire Grothendieck, le fameux SGA, dans lequel la philosophie était essentiellement la même, c'est-à-dire qu'on démontrait tout. Et ça prenait le temps que ça prenait, et dans le cas de Grothendieck, ça prenait beaucoup de temps!

Le rôle social du séminaire existe, est important, mais ne doit pas, selon lui, prendre le dessus sur son contenu mathématique. Alexandre Grothendieck, quand il présente le séminaire Bourbaki [Grothendieck 1986, 140], relate une ambiance particulière, une intimité partagée, une reconnaissance des pairs :

et les jours des Séminaires Bourbaki (réunissant une petite vingtaine ou trentaine à tout casser de participants et auditeurs), on y voyait débarquer, tel un groupe de copains un peu bruyants, les autres membres de ce fameux gang Bourbaki : Dieudonné, Schwartz, Godement, Delsarte. Ils se tutoyaient tous, parlaient un même langage qui m'échappait à peu près totalement, fumaient beaucoup et riaient volontiers, il ne manquait que les caisses de bière pour compléter l'ambiance – c'était remplacé par la craie et l'éponge. [Grothendieck 1986, 140]

Citons aussi le récit d'un étudiant qui écrit à Schwartz, énervé que celui-ci ait refusé de faire partie de son jury de thèse, en essayant de deviner les raisons

6. On peut écouter son exposé sur le site www.diffusion.ens.fr/index.php?res=cycles&idcycle=98 (page consultée le 30/01/2014), enregistrement de l'exposé donné par Serre lors de la journée Henri Cartan le 28 juin 2004, intitulé « Le rôle des séminaires Cartan ».

de son refus. Son hypothèse tient en quelques mots⁷ : « Je suis inconnu au séminaire Maurey-Schwartz. » La dimension sociale va, dans ce cas, bien au-delà de la simple camaraderie décrite par certains. La présence au séminaire devient un indicateur de l'insertion dans la communauté mathématique.

Pour revenir à Schwartz, celui-ci se considère comme « un mauvais auditeur », car il n'assimile pas directement ce qu'il entend. Il écrit même :

Je ressens toute lecture, toute audition d'un séminaire comme une agression. C'est mon château qu'on tente de démolir. Généralement, je ne comprends pas tout de suite, je prends des notes et je dois réfléchir à la maison pour y comprendre quelque chose. [Schwartz 1997, 260]

Le séminaire ne se limite donc pas à l'heure de la séance, comme l'indiquent, dans le cas particulier de Schwartz, ses notes manuscrites. Schwartz va en effet prendre des notes pendant un exposé ou bien suite à sa lecture ou relecture du séminaire publié. Il va ensuite les retravailler, les relire, les réorganiser, se les approprier, les personnaliser : le séminaire continue de vivre sous la plume de Schwartz. On peut le voir aussi dans des travaux publiés : les séminaires sont cités ; le contenu d'un exposé de séminaire est prolongé, soit par un autre exposé complémentaire au séminaire, soit par un article publié, ainsi que nous allons le voir dans notre étude de cas.

Nous allons en effet nous intéresser plus particulièrement aux notes concernant des séminaires de probabilités. Il s'agit majoritairement de celui de Strasbourg auquel Schwartz a participé à partir des années 1970 pendant une vingtaine d'années. Peut-on affirmer que Schwartz s'est formé aux probabilités en « assistant » à ce séminaire organisé par Paul-André Meyer^{8,9} ?

2.2 Schwartz auditeur au(x) séminaire(s) de probabilités

Les notes manuscrites¹⁰ de Schwartz concernant son assistance à des séminaires de probabilités forment une importante partie du Fonds Laurent Schwartz des

7. Archives de l'École polytechnique, Fonds Laurent Schwartz, B.I.1.2.43, 1976.

8. Paul-André Meyer (1934-2003) est un mathématicien français, spécialiste de théorie du potentiel et calcul des probabilités. On lui reconnaît d'être l'un des fondateurs de « l'école de probabilités française », Marc Yor, www.academie-sciences.fr/academie/membre/Meyer_PA.htm (page consultée le 01/09/2013). Les hommages publiés à sa mort offrent souvenirs, présentation de son œuvre mathématique et réflexions sur son influence dans le développement des probabilités en France [Attal 2003], [Émery & Yor 2006], [Azéma, Dellacherie *et al.* 2006]. Marc Yor associe le nom de Schwartz à celui de Meyer pour les probabilités dans son article « Deux maîtres es-probabilités » [Yor 2003].

9. Schwartz probabiliste est présenté par Michel Émery [Émery 2011].

10. Un exemple récent d'étude de notes de cours manuscrites – celles de Borel sur un cours de Paul Langevin – est proposé par Martha Cecilia Bustamante [Bustamante s.d.].

Archives de l'École polytechnique. Une partie de ces notes sont numérotées par Schwartz lui-même – il en tenait une liste mise à jour. De nombreuses autres ont été triées lors de l'inventaire des archives et regroupées par thèmes. Elles concernent majoritairement la période 1970-1993¹¹. Il ne s'agit pas de notes spontanées. Comme en témoignent les nombreux collages et raturages, ces notes sont réécrites et retravaillées par Schwartz. Elles sont écrites au stylo plume bleu pour la plupart ; quelques ajouts sont écrits au crayon de bois. Les notes numérotées par Schwartz lui-même sont en général datées, ce qui n'est pas toujours le cas pour les autres parfois difficiles à identifier.

Il n'est pas toujours possible à la consultation de ces notes de savoir si Schwartz assistait en personne au séminaire, mais elles témoignent en tout cas d'une relecture des exposés publiés, qu'il commente et annoté, ainsi que d'une réappropriation personnelle voire de corrections si nécessaire. Parfois même, le contenu de sa note dépasse l'exposé qu'il étudie et amène à l'écriture d'un résultat nouveau. Le séminaire le plus majoritairement cité, et auquel Schwartz participe, est le séminaire de probabilités de Strasbourg.

Celui-ci, et surtout sa publication dans les *Lecture Notes* à partir de 1967, ont joué un rôle très important dans l'activité des probabilistes, ainsi que le relatent notamment Stéphane Attal [Attal 2003] et Marc Yor [Yor 2006]. Le rôle de Meyer dans sa réécriture et la composition des volumes publiés est particulièrement mis en avant, ainsi que l'utilité de ceux-ci comme outils de travail pour les probabilistes [*working tool*] [Yor 2006, 16].

Marc Yor analyse le contenu des premiers volumes publiés du séminaire (les 15 premières années), et décrit longuement le séminaire ainsi que le travail de Meyer et de ses collaborateurs :

This really was a titanic work, into which Meyer threw himself, with all his intellectual strength and enthusiasm, together with the help of C. Dellacherie and M. Weil. He often presented much clearer versions than the original works, he extended the results of many authors, from the continuous to the discontinuous case, from the integrable to the non-integrable case, and so on [...], so that the Séminaire became an indispensable working tool for any researcher concerned with stochastic processes. In fact, Meyer always insisted on this aspect of the Séminaires, and often compared them to the “working book” of a general medical doctor, the pages of which need to be replaced as medicine evolves. With each volume, Meyer provided some comments, improvements, and corrections to previous articles, always closely related to the most recent developments in the subject. [Yor 2006, 15–16]

Schwartz « assiste » à ce séminaire de probabilités, il y participe de plusieurs manières. Il donne des exposés à partir de 1981, mais ses travaux

11. Ces notes sont numérisées et accessibles : <https://bibli-aleph.polytechnique.fr> (page consultée le 01/09/2013)

sont mentionnés bien plus tôt, notamment par Meyer en 1973, puis Meyer et Stricker en 1979. Il lit le séminaire au moins à partir de 1972, ainsi que l'examen de ses notes manuscrites l'indique.

On trouve 22 notes qui parlent de séminaires de probabilités, à partir desquelles on peut préciser l'usage que Schwartz fait de sa lecture de l'exposé. Schwartz donne en général les références précises lorsqu'il travaille sur un exposé publié, mais celles-ci ne sont pas toujours exactes. Il mentionne parfois les « lacunes » de l'exposé publié qu'il lit et qu'il commente, et dont il corrige certaines erreurs (« un peu obscur, avec une erreur », écrit-il à propos de l'un des exposés). Il écrit par exemple : « Cela contredit ce que dit Neveu, séminaire nov 1974, page 4 en haut » et donne ensuite un contre-exemple. Il prend en compte non seulement les résultats ponctuels de l'exposé, mais aussi l'« esprit de l'ensemble des exposés », ainsi qu'il le note. Il caractérise parfois son travail d'« étude non profonde » et précise qu'« il y a peut-être qqs erreurs ». Lorsque le sujet de l'exposé est proche de certains de ses travaux, il essaye parfois d'en reformuler le contenu. Par exemple, on lit qu'il veut « fabriquer à partir de là un processus de Markov avec les axiomes de [s]on article Fourier 1977, page 212 » (il s'agit de [Schwartz 1977]). Parfois on voit que les exposés publiés qu'il étudie citent certains de ses articles (comme [Schwartz 1973]), prouvant ainsi sa proximité thématique avec le séminaire (il s'agit là de celui de Strasbourg). Il peut commenter le contenu de l'exposé en lien avec son propre travail : « Ceci est la partie connue, non démontrée dans mon article sur les martingales conformes. » Parmi les modifications qu'il effectue en reprenant l'exposé, il peut adapter le vocabulaire, transformant ainsi par exemple « mesure de probas » en « mesures de Radon ≥ 0 ».

Ainsi, pour Schwartz, assister au séminaire de probabilités de Strasbourg peut notamment être considéré comme un marqueur de son intégration dans une certaine communauté probabiliste, celle qui se construit autour de Paul-André Meyer et qui se définit autour de ce séminaire, qui est un ciment important de cette communauté. En ce sens, le séminaire, celui de probabilités ici, structure à la fois la communauté et la pratique mathématique associée. Schwartz en effet adopte les codes de celle-ci en faisant référence à ses membres, en intégrant ses résultats et sa recherche dans une pratique de recherche déjà établie.

Les échanges mathématiques se font ici en plusieurs temps. Directs, lors de la séance, ils sont surtout, pour Schwartz, décalés dans le temps voire dans l'espace. On peut les voir dans la pratique de citation interne au séminaire, qui est décalée dans le temps, ainsi que dans la relecture et la réappropriation du contenu des exposés par Schwartz, qui est décalée dans le temps et dans l'espace.

3 Laurent Schwartz, orateur : exposer à un séminaire

3.1 Qu'est-ce qu'exposer ? Le rôle d'orateur

Comme pour celui de l'auditeur, le rôle de l'orateur ne se réduit pas à la seule heure de présence lors du séminaire. Le travail de l'orateur commence par la préparation de son exposé, qui peut se faire à partir de la lecture préliminaire d'un article ou bien de ses propres recherches. Cette préparation passe par une réorganisation du contenu que l'on souhaite exposer. Pendant la séance de séminaire, l'orateur expose, parle, répond aux questions. Une dernière étape éventuelle, parfois réalisée au moment de la préparation, consiste à rédiger son exposé. Cette étape peut, le cas échéant, être réalisée par une tierce personne. Lorsque le séminaire de mathématiques fait l'objet d'une rédaction, celle-ci peut être ronéotypée et distribuée. C'est très souvent le cas dans les années 1950-1960. La version ronéotypée a valeur de publication pour les mathématiciens et est citée comme telle ; nous parlerons de même dans la suite de publication pour cette forme particulière de texte diffusé.

Il est difficile de rendre compte du rôle d'orateur englobant ces trois aspects. L'oralité¹² ne laisse pas – ou peu – de traces. Même si nous disposions d'enregistrements, ce qui n'est pas le cas pour les années 1950, il serait illusoire de penser retracer l'utilisation de l'espace, du tableau noir, de la salle, du contact que l'orateur peut avoir avec l'assistance¹³.

En ce qui concerne Schwartz, ses qualités d'orateur sont unanimement louées, que cela soit à l'occasion de ses cours ou de ses exposés de séminaire (voir [Anné, Bourguignon *et al.* 2003] ou [Roubaud 2011]). Si nous disposons parfois des commentaires des acteurs, il est rare néanmoins qu'ils expriment sur quoi repose la qualité de l'orateur. Nous avons cependant la chance de posséder, quand les exposés ont été publiés, une trace écrite. Celle-ci prend, dans le cas du séminaire, une forme particulière qu'il est intéressant d'étudier. Le mode de publication d'un exposé de séminaire diffère de celui d'un article, comme aussi sa forme rédigée. Leur analyse permet de décrire – au moins partiellement – ce que signifie « exposer à un séminaire ». Il s'agit d'une publication rapide assez immédiate, à un temps t qui peut conserver des fautes, et est en général rédigée de manière à introduire un sujet bien délimité, et non uniquement

12. On peut se référer aux travaux de Françoise Waquet [Waquet 2003] ou d'Erwin Goffman qui étudie « La conférence » [Girin & Goffman 1987].

13. Des études ethnomathématiques ont été réalisées, qui visent à traduire et analyser certains de ces aspects. Par exemple, Christian Greiffenhagen analyse des vidéos d'un séminaire de troisième cycle et présente notamment dans son article des photos des tableaux sur lesquels les mathématiques sont exposées [Greiffenhagen 2008]. Michael Barany, dans son mémoire « Mathematical research in context » [Barany 2010] analyse des séances de séminaire, et s'est intéressé plus particulièrement, avec Donald MacKenzie [Barany & MacKenzie 2014] à la craie et au tableau noir.

pour des spécialistes. Le style est plus direct, on trouve peu de références bibliographiques, et l'exposé publié n'a pas la même valeur dans la littérature mathématique. Ainsi, lorsque ce mode de publication particulier est commenté, c'est pour en louer la « spontanéité », qui traduit une certaine ressemblance avec l'exposé qui a été donné ([Roubaud 2011] ou [Attal 2003, 30] par exemple). La « liberté » possible dans cette publication apporte quelque chose de différent par rapport à un mode de publication plus classique.

Nous allons nous intéresser ici à Schwartz orateur en prenant un exemple précis bien documenté, à savoir deux exposés donnés par Schwartz au séminaire Bourbaki en 1950. Les exposés publiés, trace écrite du séminaire oral, sont de fait un instantané de la recherche à un temps donné. Les étudier comme tels va permettre de caractériser les différentes formes d'échanges qui entrent en jeu.

3.2 Deux exposés au séminaire Bourbaki

En 1998, Armand Borel (1923-2003) se souvient :

Those first encounters quickly changed my vision of Bourbaki. All these people—the elder ones, of course, but also the younger ones—were very broad in their outlook. They knew so much and knew it so well. They shared an efficient way to digest mathematics, to go to the essential points, and reformulate the math in a more comprehensive and conceptual way. Even when discussing a topic more familiar to me than to them, their sharp questions often gave me the impression I had not really thought it through. That methodology was also apparent in some of the lectures at the Bourbaki seminar, such as Weil's on theta functions (Exp. 16, 1949) or Schwartz's on Kodaira's big *Annals* paper on harmonic integrals (Exp. 26, 1950). [Borel 1998, 374]

Borel a été membre de Bourbaki de 1949 à 1973, et il décrit dans cet article sa rencontre avec le collectif de mathématiciens. Cette citation est particulièrement intéressante par la présentation qu'elle donne du séminaire Bourbaki. On y voit ressortir plusieurs aspects, que ce soit sur le style de ce séminaire, ou la méthodologie propre à ses orateurs. Notamment, en ce qui concerne l'exposé mentionné de Schwartz, nous allons voir, en prenant comme grille de lecture la citation de Borel, comment Schwartz a digéré l'article de Kodaira, est allé à l'essentiel et l'a reformulé de manière plus compréhensible et conceptuelle.

digérer... Schwartz a en effet digéré les 79 pages, en anglais, du mémoire de Kunihiro Kodaira (1915-1997), paru en 1949 dans *The Annals of Mathematics* et intitulé « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) » [Kodaira 1949]. Il a ensuite donné deux exposés au séminaire Bourbaki en mars et mai 1950, qui ont donné lieu à la publication de deux exposés, rédigés en français, de 19 et 12 pages respectivement.

aller à l'essentiel... Kodaira introduit son mémoire, en décrivant les résultats présents dans chaque partie. Schwartz, lui, s'en abstient. L'essentiel de son exposé semble être la présentation des « formes différentielles harmoniques sur un espace de Riemann compact » [Schwartz 1958a, 26–13]¹⁴. Aller à l'essentiel, c'est pour lui présenter le résultat que Weyl louera d'ailleurs quatre ans plus tard, à l'occasion du Congrès International des Mathématiciens de 1954, lorsqu'il décerne la médaille Fields à Kodaira :

In an impressive paper « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) » published in the *Annals of Mathematics* 1949 immediately after his arrival in the United States, Kodaira proves the existence of harmonic forms with prescribed singularities (and periods). [...] In the same paper Kodaira also gave the analog of Riemann-Roch's theorem for harmonic forms on a compact Riemannian manifold. [Weyl 1954-1957, 169]

reformuler... Les exposés publiés de Schwartz et le mémoire de Kodaira sont très différents. Le vocabulaire utilisé n'est pas le même, et Schwartz reformule tout ce qu'il présente dans le cadre de ses noyaux-distributions et de ce qu'il nomme les « distributions-formes différentielles ». Nous allons étudier en détail ces reformulations et leurs limites.

Pour cela, nous disposons des exposés ronéotypés, numérotés 26 et 32, [Schwartz 1950a,b]. On peut supposer que les textes des exposés ont été distribués directement aux participants comme c'est l'habitude au séminaire Bourbaki. Ils ont ensuite été républiés en 1958, avec ajout de commentaires de l'auteur [Schwartz 1958a,b]. Nous allons tout d'abord préciser en quoi les exposés de Schwartz diffèrent du mémoire de Kodaira en en comparant le contenu à celui du texte original de Kodaira, puis dans un deuxième temps, nous confronterons les deux publications, en 1950 et en 1958, des exposés de Schwartz. Ensuite, afin de saisir en quoi l'exposé publié du séminaire est un instantané de la recherche à un instant précis, nous nous attarderons sur un objet mathématique, les courants, et exploiterons plus avant les deux publications (1950 : [Schwartz 1950a,b], 1958 : [Schwartz 1958a,b]) des exposés de Schwartz.

3.2.1 En quoi les exposés de Schwartz diffèrent-ils du mémoire original de Kodaira ?

À la lecture des deux exposés proposés par Schwartz, deux questions se posent. Pourquoi Schwartz précise-t-il en note au début de son premier exposé qu'il « s'éloigne assez considérablement de KODAIRA » [Schwartz 1950a] ? En quoi

14. Ce que Schwartz appelle espace de Riemann compact et Kodaira « Riemannian manifolds » sont des variétés analytiques complexes.

s'en éloigne-t-il ? Pourquoi Schwartz considère-t-il en 1958, lors de la republication du séminaire Bourbaki, que ses travaux exposés ici, ainsi que l'article de Kodaira, sont « archaïques » ?

Schwartz commence par ajouter une très longue partie préliminaire sur sa théorie des noyaux – qui n'est pas traitée par Kodaira – jusqu'à en faire le cadre principal de son premier exposé [Schwartz 1950a]. Le deuxième exposé [Schwartz 1950b] paraît plus proche des travaux de Kodaira. Il semble donc que Schwartz insère ses propres travaux et réécrite complètement le mémoire de Kodaira. Le contenu même de l'exposé de Schwartz présente donc de nombreux éléments qui n'existent pas chez Kodaira. Schwartz commence, nous l'avons vu, par des « Préliminaires sur la théorie des noyaux », dans lesquels il expose ses « noyaux distributions ». Il continue par définir les « distributions sur un espace de Riemann ». Il précise cependant ici que certains paragraphes « sont donnés pour mémoire, mais inutiles dans la suite » [Schwartz 1950a, 7]. Il définit ensuite ce qu'il appelle une « distribution-forme différentielle¹⁵ ».

Kodaira donne une courte bibliographie à la fin de son article, mentionnant notamment des travaux de Hodge, ainsi que la thèse de de Rham. Il écrit aussi que les personnes qui ont relu son article lui ont indiqué d'autres références, auxquelles il n'avait pas eu accès, notamment un autre article de Hodge, mais surtout les travaux de de Rham sur « les formes différentielles harmoniques ». La bibliographie proposée par Schwartz n'est présente que dans la seconde publication [Schwartz 1958a,b] et ne contient que des références postérieures à 1950.

Schwartz précise aussi dans une note [Schwartz 1958a, 26-01], lors de la deuxième publication du séminaire en juillet 1958, qu'« aussi bien le mémoire de KODAIRA que l'exposé présenté ici sont aujourd'hui devenus "archaïques" et n'ont plus d'intérêt à être consultés, sauf pour des points très particuliers », et il donne des références plus récentes. Il précise ensuite [Schwartz 1958a, 26-04] qu'« On trouvera sur les courants comme sur la théorie des formes harmoniques, développées dans la suite, des exposés modernes et complets dans les ouvrages signalés plus haut [...] »¹⁶.

On remarque que l'exposé de Schwartz est déjà périmé, archaïque, selon ses propres termes, au moment où il est republié (8 ans après). Le séminaire est un lieu vivant, avec un ancrage particulier dans le présent. Qu'on y présente des mémoires anciens pour lesquels on a un regain d'intérêt, ou bien des travaux en cours de recherche sur lesquels on veut l'avis du public, le séminaire présente un instantané, qui révèle les intérêts de l'orateur, et donne une certaine cartographie bibliographique. Il permet en effet de situer un résultat mathématique donné à une échelle spatio-temporelle plus fine qu'en utilisant uniquement des sources publiées usuelles (articles, livres) et de préciser au mieux les échanges entre les différents protagonistes.

15. Ce que de Rham appellera « courant », nous revenons là-dessus plus loin.

16. On peut noter qu'une autre des questions posées par l'exposé est résolue dans la thèse de Malgrange, ce qui est mentionné par Schwartz [Schwartz 1958a, 26-15].

Afin de comprendre la place de cet instantané, nous allons nous intéresser aux courants de Georges de Rham qui sont au cœur de la reformulation de l'article.

3.2.2 L'exposé au séminaire, un instantané : autour des courants de Georges de Rham

De Rham soutient sa thèse en 1931, *Sur l'analysis situs des variétés à n dimensions*¹⁷. On trouve la première définition des courants en 1936, mais l'idée de dualité, qui en est un élément essentiel, est déjà présente dès ses premiers articles [de Rham 1928, 1929] ; et de Rham précise, dans l'introduction de son livre *Variétés différentiables. Formes, courants, formes harmoniques*, publié en 1955, que cela guide ses recherches dès ce moment-là :

Le concept de *courant*, en tant que notion générale comprenant comme cas particuliers les formes différentielles d'une part et les chaînes d'autre part, est la clé qui permet de comprendre comment les propriétés d'homologie d'une variété se manifestent à la fois dans l'étude des formes différentielles et dans celle des chaînes. Cette idée a guidé mes recherches dans ce domaine dès 1928.

[de Rham 1955, v]

De Rham explique d'où lui est venue l'idée et la dénomination de courant¹⁸ :

On voit que, dans l'espace ordinaire, une même entité physique (le courant électrique), est représentée dans un cas par un champ à une dimension (courant linéaire), dans un autre cas par une forme de degré deux (courant de volume). Cela suggère l'idée que dans une variété à n dimensions V , un p -champ et une $(n - p)$ -forme doivent être deux aspects d'une même notion plus générale, que j'appellerai courant à p -dimensions. [de Rham 1936, 220–221]

La définition des courants prend plusieurs formes et leur formulation n'est définitive qu'après la découverte des distributions par Schwartz¹⁹.

De Rham écrit à Schwartz en 1949 pour lui demander s'il peut exposer les distributions. Il doit en effet donner un cours à Harvard en 1949, qu'il

17. [de Rham 1931]. Pour une analyse du contenu de la thèse, voir [Leloup 2009, 218–219].

18. Voici la première définition des courants qu'il donne en 1936 : « **Définition.** Un *p -courant élémentaire* est l'ensemble (c^{p+k}, ω^k) d'un $(p+k)$ -champ et d'une k -forme ω (définie au moins sur c^{p+k}). p est la dimension du courant. Comme $0 \leq p+k \leq n$ et $0 \leq k \leq n$, l'entier k ne peut prendre que les $n - p + 1$ valeurs $0, 1, \dots, (n - p)$; il y a $(n - p + 1)$ types de p -courants élémentaires.

Un *p -courant* est la réunion d'un nombre fini de p -courants élémentaires » [de Rham 1936].

19. Voir [Cartan 1970, 4–5] ou une lettre de de Rham à Schwartz, 1983. Archives de l'École polytechnique, fonds Laurent Schwartz, B.I.1.1bis.

reproduira ensuite à Princeton en 1950, puis en Suisse dans les universités de Genève et Lausanne :

Je dois faire des cours à Harvard. Je me propose d'y parler des fonctionnelles linéaires et des formes linéaires sur les variétés. Naturellement, il est impossible de le faire maintenant sans parler de distributions. J'espère que vous ne voyez pas d'inconvénient à ce que je le fasse ? Je ne voudrais pas empiéter sur votre domaine réservé. En tout cas je ne toucherai pas à ce qui se rapporte aux transformations de Fourier ou de Laplace et au calcul symbolique, et il va bien sans dire que je n'oublierai pas de citer, chaque fois que l'occasion s'en présentera, non seulement vos travaux publiés, mais aussi nos conversations et le manuscrit que vous m'avez prêté. [Lettre de De Rham à Schwartz, 1949, Archives de l'École polytechnique, Fonds Laurent Schwartz, B.I.1.1bis]

En 1950, de Rham et Kodaira se rencontrent à Princeton. À la suite de leurs exposés (la majorité, 4 sur les 5, étant de de Rham), ils publient [de Rham & Kodaira 1950]. C'est en quelque sorte une « nouvelle » version de l'exposé donné par Schwartz et traduisant son appropriation du travail de Kodaira.

Le cours de de Rham, dans lequel il donne une théorie plus complète des courants, est publié quelques années plus tard, en 1955. Il y attribue une large place aux distributions dans son introduction :

Mais c'est seulement la notion de *distribution*, introduite en 1945 par L. Schwartz, qui a fourni la définition précise adoptée ici. Dans notre terminologie, les distributions sont les courants de degré zéro, et un courant²⁰ peut être considéré comme une forme différentielle dont les coefficients sont des distributions. [de Rham 1955, v]

L'exposé de Schwartz se situe donc entre l'article de Kodaira et le cours de de Rham, publié par de Rham et Kodaira. Il donne donc un instantané de la recherche en train d'être écrite, de la notion en train d'être définie. Il ne parle pas de courants, mais de fonctions-distributions.

On peut distinguer ici deux niveaux de la vie collective des mathématiques et de la nature des échanges mathématiques qui la constituent. Tout

20. Voici la définition des courants qu'il donne alors : « Dans une variété à n dimensions V , un courant est une fonctionnelle $T[\varphi]$, définie sur l'espace vectoriel de toutes les formes φ , C^∞ avec un support compact dans V , qui est linéaire et continue, dans le sens suivant :

Si φ_h ($h = 1, 2, \dots$) est une suite de formes C^∞ dont les supports sont tous contenus dans un même compact intérieur au domaine d'un système de coordonnées locales x^1, \dots, x^n , telle que chaque dérivée de chaque coefficient de la forme φ_h (représentées à l'aide de x^1, \dots, x^n) tende uniformément vers zéro pour $h \rightarrow \infty$, alors $T[\varphi_h] \rightarrow 0$ » [de Rham 1955, chap. III, par. 8]. Nous pouvons ici, ainsi que le fait d'ailleurs de Rham dans son ouvrage, renvoyer au livre de Schwartz [Schwartz 1950c] qui introduit les distributions et cette même notion de continuité nécessaire à leur définition.

d'abord, au niveau du séminaire, l'exposé présente un résultat en cours, une reformulation ou une réappropriation personnelle de certains travaux ; le travail d'exposition est donc aussi un travail de recherche. La réappropriation dans le cadre d'un exposé de séminaire accentue le rôle actif que Schwartz joue dans la diffusion de la théorie des distributions, de ses propres travaux – ici il s'agit des « noyaux-distributions ». L'exposé lui fournit le prétexte d'insérer ses propres recherches dans une reformulation du résultat d'autrui qu'il présente. Puis, l'exposé de séminaire est un instantané de la vie collective des mathématiques. Il donne une image à un instant précis d'un résultat mathématique particulier ; ainsi que nous l'avons perçu en étudiant de près les exposés parlant des travaux de Kodaira, on voit se transformer les textes mathématiques, et les mathématiciens les faire vivre.

4 L'organisation de séminaires

4.1 Créer, organiser un séminaire : Schwartz organisateur de séminaires

Définir et comprendre le rôle de créateur de séminaire suppose de disposer de discussions en amont de la création du séminaire qui annoncent et justifient celle-ci. Ces discussions, ou ces réflexions, nous n'y avons pas accès en général ; ne subsistent que les discours *a posteriori*, avec ce que cela implique de réflexivité et de jugement de la part des narrateurs. Nous verrons néanmoins un exemple pour lequel nous possédons plusieurs échanges avant la création, à savoir celle des séminaires Cartan et Bourbaki. Le créateur lègue parfois son nom au séminaire – même si cela peut n'être le cas que quelques années plus tard ; l'organisateur peut lui aussi accoler son nom au séminaire : les pratiques en termes de dénomination sont assez variées, ainsi que nous le verrons dans les exemples traités.

Organiser un séminaire regroupe de nombreux aspects, comme le choix du thème (propre au séminaire, ou bien annuel, ou ponctuel), ainsi que les modalités propres et les codes qui le régissent. L'organisateur, ainsi éventuellement que l'institution dont il dépend, est plus ou moins présent et impliqué à chaque niveau du séminaire. Il peut être responsable du choix des orateurs et définir le public potentiel (le séminaire pouvant être plus ou moins ouvert).

Présentons rapidement les séminaires créés et organisés par Schwartz. Lorsqu'il est à Nancy, son séminaire attire des jeunes normaliens qui s'y rendent chaque semaine. Entre 1953 et 1961, il organise son premier séminaire parisien, qui est un séminaire thématique dans lequel il expose notamment la première année la thèse de son élève Grothendieck. À l'École polytechnique, où il est professeur à partir de 1959, Schwartz organise plusieurs séminaires. Le « séminaire rouge », qui doit son nom à la couleur de sa couverture, est le premier séminaire de recherche en mathématiques au sein de l'École polytechnique

qui est ouvert à d'autres chercheurs parisiens, confirmant ainsi l'importance et le dynamisme du Centre de Mathématiques qu'il vient de créer en son sein. Ce premier séminaire est suivi du séminaire d'équations aux dérivées partielles, et du Séminaire d'analyse fonctionnelle, dit « Maurey-Schwartz ». Il crée aussi un séminaire pour ses étudiants de l'École polytechnique, indispensable, selon lui, à la formation par et pour la recherche qu'il souhaite leur procurer.

L'absence de sources ne nous permet pas de détailler les buts poursuivis par Schwartz ni d'en étudier les modalités. Comment alors étudier les séminaires mentionnés de manière globale, afin de les insérer de manière plus large dans le paysage mathématique et comprendre ensuite quelle vie collective des mathématiques est souhaitée et recherchée par l'organisateur ? Cette situation, ainsi que le choix d'aborder les différents rôles en acte dans un séminaire de mathématiques avant tout par la voix des acteurs eux-mêmes, nous conduisent à nous éloigner momentanément de Schwartz²¹ pour présenter un autre exemple de création de séminaires pour laquelle nous possédons des discussions préliminaires.

4.2 Conceptions simultanées des séminaires Cartan et Bourbaki, retour sur des discussions fondatrices

Séminaire Bourbaki préhistorique Le séminaire Bourbaki est publié à partir de 1948. Néanmoins, dans la réédition de 1966 par W.A. Benjamin, on peut lire la préface suivante :

The Séminaire Bourbaki were presented first at the École normale supérieure and more recently at the Institut Henri Poincaré. Publication of each year's seminars did not begin until 1948, when the lecture notes were prepared for distribution by the secretary of N. Bourbaki. The secretarial staff at the Institut Henri Poincaré has been responsible for the typing and reproduction of the notes for the past several years.

There are three seminars presented in Paris during each academic year ; each seminar is given by an invited group of six mathematicians who are asked to report on a particular paper or papers from the current literature, or, in some cases, on their own work. In these lectures, which usually last for an hour or more, the speakers stress the main ideas in the papers rather than the technical details. The notes on each lectures are prepared in advance and distributed at the seminar to all participants. They include a bibliography of related work. [Bourbaki 1966]

21. On peut néanmoins en dire plus sur le rôle de Schwartz comme créateur et organisateur de séminaires, voir [Paumier 2014, chap. 5].

L'éditeur mentionne ici des séances du séminaire Bourbaki qui ont lieu avant 1948. Ceci est noté et commenté par Audin [Audin 2011, note 135.4, note 220.3] qui fait le point sur les documents connus sur ce séminaire Bourbaki préhistorique, ainsi qu'elle le nomme²².

La préface de Benjamin est intéressante de par les aspects qu'elle mentionne : le mode de publication, la nécessaire inscription du séminaire dans une institution, les dates et la fréquence, le choix des sujets, ainsi que le mode d'exposé.

Discussions pendant l'été 1947 Le séminaire Bourbaki publié commencera en décembre 1948. Pendant l'été 1947 a lieu une série de discussions entre Henri Cartan (1904-2008) et André Weil (1906-1998), dans lesquelles Pierre Samuel (1921-2009) et Jean Dieudonné (1906-1992) semblent être impliqués. Les lettres concernant cette discussion, et qui ont été publiées dans la correspondance Cartan-Weil éditée par Michèle Audin montrent qu'il y a eu débat concernant la (re-)création de ce séminaire [Audin 2011] : quelle forme doit-il prendre ? Sur quoi doit-on travailler ? Quelles leçons tirer des séminaires Hadamard et Julia ? Je n'ai pas trouvé de discussions concernant la durée et la fréquence des exposés. Le séminaire Bourbaki a néanmoins la particularité d'avoir lieu sur trois jours, et ce deux ou trois fois par an. Cela semble avoir été le cas dès le « séminaire préhistorique », pour reprendre l'expression de Michèle Audin [Audin 2011, 570, note 220.3]. Celle-ci précise que

Le séminaire Bourbaki commença sans doute, en tout cas se tint les 19, 20 et 21 janvier 1946 (avec des exposés de Pauc, Ehresmann, Dieudonné et Schützenberger) et les 9, 10 et 11 mars (avec Colmez, Choquet, Lichnérowicz et Hervé) – comme nous l'apprend un des cahiers d'Henri Cartan. [Audin 2011, 526, note 107.1]

Cette faible fréquence et longue durée, ce regroupement de plusieurs exposés permettent aux mathématiciens qui sont en province de venir y assister.

À l'été 1947, donc après deux années de ce séminaire, les avis sont toujours partagés sur la forme qu'il doit prendre. Les acteurs trouvent tout d'abord nécessaire de se positionner par rapport aux acquis – intérêts et défauts – des séminaires Hadamard et Julia, dont on a rappelé les principales caractéristiques en introduction. Cartan écrit²³ ainsi à Weil le 15 juin 1947 :

J'ai oublié, dans ma lettre précédente, de répondre à Dieudonné (et à toi aussi je suppose) au sujet du séminaire Bourbaki de l'an prochain. Il faut s'entendre : entre le séminaire Hadamard et le séminaire Julia il y a toute une gamme intermédiaire ; c'est une

22. On peut citer notamment deux documents issus des Archives Bourbaki, hcsb_001 et hcsb_002.

23. Toutes ces lettres sont issues de [Audin 2011] qui les présente par ordre chronologique.

question de nuances. [Audin 2011, Lettre de Cartan à Weil, 15 juin 1947, 238]

Ce à quoi lui répondent Weil le 14 juillet 1947 et Dieudonné le 15 juillet 1947²⁴

Bref, il me semble que votre choix même des sujets prouve abondamment que vous vous condamnez à un échec complet, alors que la formule « séminaire Hadamard » représente quelque chose de nécessaire et de viable. [Audin 2011, Lettre de Weil à Cartan, 14 juillet 1947, 242–243]

La critique que faisait Cartan à cette formule concernait le choix des mémoires. Ainsi qu'il l'écrit le 15 juin 1947 :

Ce que nous voulons éviter, ce sont les exposés de mémoires américains sans intérêt choisis par X^* ou autres, à qui on ne peut pas faire confiance pour nous dire : c'est sans intérêt et je n'en parle pas. Ce que nous voudrions au contraire, c'est par exemple comprendre quelque chose à la série des mémoires de Siegel ; ceci ne peut se faire que dans le cadre d'exposés qui se suivent avec un minimum de cohérence. Si vous avez des suggestions à faire pour atteindre ce but, elles seront les bienvenues. [Audin 2011, Lettre de Cartan à Weil, 15 juin 1947, 238]

Dieudonné reproche à Cartan d'être trop bourbakiste. Weil donne des suggestions, qui seront ensuite suivies comme on peut le voir.

Mais Cartan va lui aussi lancer son séminaire, qui sera sur un thème suivi, et dont l'extrême rigueur en fera le succès, ainsi qu'en témoignent les nombreux récits enthousiastes des acteurs : Serre notamment, comme en témoigne la citation présentée en première partie.

Deux séminaires au lieu d'un En effet, à la rentrée 1948, il y a en fait deux séminaires. Celui de Bourbaki, qui recommence en décembre 1948 – c'est à partir de ce moment là que les exposés vont être numérotés et publiés – et celui de Cartan. Le séminaire Bourbaki a lieu sur trois jours, trois fois par an (décembre 1948, mars et mai 1949), alors que le séminaire Cartan a lieu plus fréquemment : dix-sept exposés la première année, une vingtaine les années suivantes. Ils ont lieu tous les deux à l'École normale supérieure. Le séminaire Bourbaki se déplacera ensuite à l'Institut Henri Poincaré²⁵.

24. [Audin 2011, note 243.4, Lettre de Dieudonné à Cartan, 15 juillet 1947, 582]

25. Il est intéressant alors de noter que, dans leurs récits, les mathématiciens accordent une grande importance au Secrétariat Mathématique chargé de l'impression des séminaires ([Bourbaki 1966] notamment).

5 Conclusion

La période pendant laquelle s'impose le séminaire de mathématiques en France comme lieu incontournable de sociabilité des mathématiciens et d'échanges mathématiques fait de Schwartz un témoin et un acteur important, à tous les niveaux, aussi bien en tant que participant, auditeur, orateur ou organisateur de séminaires. Ainsi, il a été amené à créer son séminaire très tôt, dès le début des années cinquante, profitant notamment de la reconnaissance que lui a accordée la communauté internationale des mathématiciens. Par ailleurs, quelques années plus tard, lorsqu'il tourne ses recherches vers les probabilités, l'assistance au séminaire de Strasbourg contribue à son intégration dans le domaine.

L'exposé au séminaire s'étudie par des sources de nature variée – publication sous forme de ronéotypé du séminaire, notes, republication, article – qui permettent de le considérer comme un instantané d'un point de recherche précis, c'est-à-dire comme donnant une image fixe à un instant donné d'un résultat mathématique spécifique. Cet instantané se place dans un processus de recherche plus long tout en fixant un état de la recherche à la date du séminaire, quitte à ce que certains résultats exposés deviennent obsolètes par la suite. Il fait apparaître de manière significative la réappropriation par les orateurs d'un sujet précis qu'ils interprètent à la lumière d'une conception à la fois personnelle et collective des mathématiques qui est propre au groupe qui se constitue autour d'un séminaire particulier.

Les échanges que permet un séminaire sont de plusieurs types. Les échanges directs entre participants ont une dimension sociale indéniable et témoignent de l'existence, autour du séminaire, d'une communauté particulière. Ils ont ainsi un effet structurant pour la communauté des mathématiciens. De plus, les rencontres régulières et les échanges autour de résultats, présentés au sein du petit groupe ainsi constitué et connus de tous ses membres, font émerger des pistes de recherche partagées. Les publications ultérieures, de l'exposé ou d'articles liés, peuvent alors être l'occasion d'échanges indirects. Ces derniers consistent en des discussions, des réécritures, des corrections, et ont lieu sur une durée qui dépasse celle de l'exposé de séminaire. Elles révèlent alors en quoi le séminaire structure aussi la pratique mathématique, en quoi il fait avancer les mathématiques dans une direction particulière.

Remerciements

Je remercie ici Jeanne Peiffer d'avoir pris le temps de m'aider à mettre en forme cet article, ainsi que le rapporteur anonyme pour ses utiles commentaires.

Bibliographie

- ANNÉ, C., BOURGUIGNON, J.-P., & VITERBO, C. (éd.) [2003], *Laurent Schwartz (1915-2002)*, Paris : Société mathématique de France, supplément au n° 98 de la Gazette des Mathématiciens.
- ATTAL, Stéphane [2003], Disparition de Paul-André Meyer, *Gazette des Mathématiciens*, 96, 7–14.
- AUDIN, Michèle [2011], *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil (1928-1991)*, Paris : Société mathématique de France.
- AZÉMA, J. *et al.* [2006], Témoignages, dans *In Memoriam Paul-André Meyer : Séminaire de Probabilités XXXIX*, édité par M. Émery & M. Yor, Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 35–46.
- BARANY, Michael J. [2010], *Mathematical Research in Context*, Mémoire de master, University of Edinburgh, URL www.princeton.edu/~mbarany/EdinburghDissertation.pdf (09/09/2013).
- BARANY, Michael J. & MACKENZIE, Donald [2014], Chalk : Materials and concepts in mathematics research, dans *Representation in Scientific Practice Revisited*, édité par C. Coopmans, M. Lynch, J. Vertesi & S. Woolgar, Cambridge, MA : MIT Press, 107–130.
- BEAULIEU, Liliane [1989], *Bourbaki : une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934-1944)*, Thèse de doctorat, Université de Montréal.
- BOREL, Armand [1998], Twenty-five years with Nicolas Bourbaki, 1949-1973, *Notices of the American Mathematical Society*, 45(3), 373–380.
- BOURBAKI, Séminaire (éd.) [1966], *Séminaire Bourbaki. vol. 1948-1949, 1949-1950 exposés 1–32*, New York : W. A. Benjamin.
- BUSTAMANTE, Martha Cecilia [s.d.], Cours de Paul Langevin au Collège de France, « Les difficultés de la théorie du rayonnement », 1912-1913. Notes prises par Emile Borel, à paraître.
- CARTAN, Henri [1970], Les travaux de Georges de Rham sur les variétés différentiables, dans *Essays on Topology and Related Topics – Mémoires dédiés à Georges de Rham*, édité par A. Haefliger & R. Narasimhan, Berlin ; Heidelberg : Springer, 1–11, doi :10.1007/978-3-642-49197-9_1.
- CHABERT, Jean-Luc & GILAIN, Christian [s.d.], Sans amour et sans haine : le difficile principe de Jacques Hadamard, à paraître.

- DE RHAM, Georges [1928], Sur la dualité en *Analysis situs*, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 186, 670–672, séance du 12 mars 1928.
- [1929], Intégrales multiples et *Analysis situs*, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 188, 1651–1652, séance du 24 juin 1929.
- [1931], Sur l'*Analysis situs* des variétés à n dimensions, *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 9(10), 115–200.
- [1936], Relations entre la topologie et la théorie des intégrales multiples, *L'Enseignement mathématique*, 35, 213–228.
- [1955], *Variétés différentiables. Formes, courants, formes harmoniques*, *Actualités scientifiques et industrielles. Publications de l'Institut Mathématique de l'Université de Nancago*, t. III, Paris : Hermann & Cie.
- DE RHAM, Georges & KODAIRA, Kunihiko [1950], *Harmonic Integrals*, Princeton : Institute for Advanced Studies.
- ÉMERY, Michel [2011], Laurent Schwartz probabiliste, dans *Œuvres scientifiques*, édité par L. Schwartz, Paris : Société mathématique de France, *Documents Mathématiques*, t. III, 249–254.
- ÉMERY, Michel & YOR, Marc (éd.) [2006], *In Memoriam Paul-André Meyer : Séminaire de Probabilités XXXIX*, Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag.
- GIRIN, Jacques & GOFFMAN, Erving [1987], *Façons de parler*, Paris : Éditions de Minuit.
- GREIFFENHAGEN, Christian [2008], Video analysis of mathematical practice? Different attempts to “open up” mathematics for sociological investigation, *Forum Qualitative Sozialforschung/ Forum : Qualitative Social Research*, 9(3), Art. 32, URL <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs0803323>.
- GROTHENDIECK, Alexandre [1986], Récoltes et semailles.
- KODAIRA, Kunihiko [1949], Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory), *Annals of Mathematics*, 50, 587–665.
- LELOUP, Juliette [2009], *L'entre-deux-guerres mathématique à travers les thèses soutenues en France*, Thèse de doctorat, Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris 6.
- LORIGA, Sabina [2010], *Le Petit x. De la biographie à l'histoire*, La Librairie du XXI^e siècle, Paris : Seuil.

- PAUMIER, Anne-Sandrine [2014], *Laurent Schwartz et la vie collective des mathématiciens*, Thèse de doctorat, Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris 6.
- REVEL, Jacques (éd.) [1996], *Jeux d'échelles. La micro-analyse à l'expérience*, Paris : Gallimard ; Le Seuil.
- ROUBAUD, Jacques [2011], Esquisse d'un portrait de Jean Bénabou, catégoricien, *Images des Mathématiques, CNRS*, URL <http://images.math.cnrs.fr/Esquisse-d-un-portrait-de-Jean.html>.
- SCHUBRING, Gert [1990], Zur strukturellen Entwicklung der Mathematik an den deutschen Hochschulen 1800-1945, dans *Mathematische Institute in Deutschland 1800-1945*, édité par W. Scharlau, Braunschweig : Vieweg, 264-278.
- [2000], Kabinett – Seminar – Institut : Raum und Rahmen des forschenden Lernens, *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte*, 23, 269-285.
- SCHWARTZ, Laurent [1950a], Sur un mémoire de Kodaira : « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) », I. Exposé n° 26, *Séminaire Bourbaki*.
- [1950b], Sur un mémoire de Kodaira : « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) », II. , Exposé n° 32, *Séminaire Bourbaki*.
- [1950c], *Théorie des distributions*, t. I, Paris : Hermann & Cie.
- [1958a], Sur un mémoire de Kodaira : « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) », I. Exposé n° 26, *Séminaire Bourbaki*.
- [1958b], Sur un mémoire de Kodaira : « Harmonic fields in Riemannian manifolds (generalized potential theory) », II. , Exposé n° 32, *Séminaire Bourbaki*.
- [1973], Surmartingales régulières à valeurs mesures et désintégrations régulières d'une mesure, *Journal d'Analyse Mathématique*, 26, 1-168.
- [1977], Processus de Markov et désintégrations régulières, *Annales de l'Institut Fourier*, 27(3), xi, 211-277.
- [1997], *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, Paris : Éditions Odile Jacob.
- [2011], *Œuvres scientifiques, Documents Mathématiques*, t. I-III, Paris : Société mathématique de France.
- WAQUET, Françoise [2003], *Parler comme un livre. L'oralité et le savoir (XVI^e-XX^e siècle)*, Paris : Albin Michel.

WEYL, Hermann [1954-1957], Address of the President of the Fields Medal Committee 1954, dans *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Amsterdam, t. 1, 161–174.

YOR, Marc [2003], Deux maîtres es-probabilités, dans *Laurent Schwartz (1915-2002)*, édité par C. Anné, J.-P. Bourguignon & C. Viterbo, Paris : Société mathématique de France, 119–122, supplément au n° 98 de la Gazette des Mathématiciens.

— [2006], The Life and Scientific Work of Paul André Meyer (August 21st, 1934 – January 30th, 2003) ‘Un modèle pour nous tous’, dans *In Memoriam Paul-André Meyer : Séminaire de Probabilités XXXIX*, édité par M. Émery & M. Yor, Berlin ; Heidelberg : Springer-Verlag, 13–26.