Études platoniciennes

2 | 2006
Le Timée de Platon

Les mathématiques dans le *Timée* de Platon : le point de vue d'un historien des sciences

Bernard Vitrac

Édition électronique
URL : http://journals.openedition.org/etudesplatoniciennes/1061
DOI : 10.4000/etudesplatoniciennes.1061
ISSN : 2275-1785

Éditeur
Société d'Études Platoniciennes

Édition imprimée
Date de publication : 16 juin 2006
Pagination : 11-78
ISBN : 978-2-251-44310-2

Référence électronique
Bernard Vitrac, « Les mathématiques dans le *Timée* de Platon : le point de vue d'un historien des sciences », *Études platoniciennes* [En ligne], 2 | 2006, mis en ligne le 11 août 2016, consulté le 30 avril 2019. URL : http://journals.openedition.org/etudesplatoniciennes/1061 ; DOI : 10.4000/etudesplatoniciennes.1061

Les mathématiques dans le *Timée* de Platon : le point de vue d'un historien des sciences[1]

Bernard Vitrac

> « Peut-être mon lecteur manquera-t-il d'arguments contre la doctrine de Platon : je peux lui en fournir bon nombre… Construits à l'image des êtres réels, ils [les paradigmes] répètent les mêmes anomalies qu'ils étaient destinés à résorber. Prenons la Léonité ; comment se passerait-elle de la Superbe, de la Rousseur, de la Crinièrité et de la Pattité griffue ? »[2]

Qu'il le veuille ou non, l'historien des mathématiques grecques anciennes doit se confronter aux écrits de Platon et d'Aristote. La raison en est simple : il n'existe pas de traités mathématiques conservés dont la rédaction remonte au-delà des débuts de l'époque hellénistique. Les plus anciens qui nous soient parvenus sont ceux de l'« encydopédie » mathématique d'Euclide[3] et certains des traités ultérieurement regroupés dans le corpus intitulé « Petite astronomie »[4]

1. Une première version de ce texte a été présentée au cours de la réunion de la Société d'Études Platoniciennes organisée à Nanterre le 10 Mai 2002 par Luc Brisson et Jean-François Pradeau. Je les remercie pour leur invitation ainsi que pour la stimulante discussion qui s'ensuivit. C'est un honneur et un plaisir de m'associer à l'hommage rendu à Luc Brisson par la composition de ce recueil d'études. Dans ses multiples travaux, il a souligné avec force la place considérable que les mathématiques tenaient dans la cosmologie platonicienne. Ceci l'a conduit à dialoguer avec les historiens des mathématiques grecques anciennes. C'est ce dialogue que j'aimerais poursuivre ici.

2. J. L. Borges, *Histoire de l'éternité,* trad. R. Caillois et L. Guille, revue par J.-P. Bernès, dans *Œuvres complètes,* Bibliothèque de la Pléiade, Paris, Gallimard, vol. I, pp. 372-373.

3. *Éléments* (géométrie, arithmétique) ; *Data, Division des figures* (géométrie) ; *Phénomènes* (astronomie) ; *Optiques* ; *Division du canon* (harmonique).

4. *La sphère en mouvement* et *les levers et les couchers héliaques* d'Autolycos, *La grandeur et les distances du*

Études platoniciennes II, p. 11-78, Les Belles Lettres, Paris, 2006

(ceux d'Autolycos de Pitane, d'Aristarque de Samos et… d'Euclide). Il est pourtant indubitable que des activités et des recherches mathématiques originales ont été entreprises au cours de l'époque classique et peut-être même avant. Bien entendu, les théories et résultats consignés dans les premiers ouvrages hellénistiques conservés se rattachent à ces recherches antérieures mais leur modalité de présentation axiomatique — un ensemble de définitions et/ou de principes suivi d'une série de propositions organisée de manière déductive, dépourvue de toute considération métadiscursive — ne permet guère de déterminer précisément cette relation de dépendance. Quoi qu'il en soit, cet état des sources ainsi que le vif intérêt que Platon et Aristote ont porté aux sciences mathématiques rendent très précieux les témoignages qu'ils livrent en ces domaines.

Dans cette perspective, le *Timée* est l'un des dialogues les plus importants. Son rôle dans l'histoire des mathématiques n'est d'ailleurs pas nouveau, car la place qu'il occupait dans l'exégèse des médio-, puis des néo-platoniciens, a maintenu un intérêt, certes limité mais réel, pour les sciences du quadrivium durant toute l'Antiquité et au-delà. L'exposé cosmologique de Platon fait en effet jouer un rôle important aux sciences mathématiques, tout particulièrement à la géométrie et à l'astronomie. Nous lui devons de précieuses informations concernant l'étude du Ciel et le plus ancien témoignage conservé sur la théorie géométrique des polyèdres réguliers.

Les questions concernant leur évaluation n'ont pas manqué dans les commentaires « modernes », y compris à un niveau philosophique ou historique plus général : quel rôle précisément Platon fait-il jouer aux mathématiques dans sa cosmologie ? Comment les articule-t-il avec ses considérations téléologiques[5] ? Quel est exactement son degré d'adhésion à l'égard d'un exposé présenté comme un « εἰκὸς λόγος » (discours vraisemblable) confié à un savant de Grande-Grèce, Timée de Locres, souvent qualifié, par la suite, de « pythagoricien »[6] ? Comme le dit Luc Brisson[7] la question des sources mathématiques du *Timée* est certainement insoluble, mais il semble qu'elle ait surtout donné lieu à deux attitudes extrêmes. Ainsi J. Kepler, à la suite de certains textes de l'Antiquité tardive, croit que Platon, dans ce dialogue, s'était fait le porte-parole de Pythagore[8]. Sans aller jusque-

soleil et de la lune d'Aristarque, les *Phénomènes* d'Euclide; l'*Anaphoricos* d'Hypsiclès; les *Sphériques, Les lieux géographiques, les Jours et des nuits* de Théodose de Bithynie.

5. Cf. par exemple [Brisson, 2000], pp. 302-306. Pour les références complètes des ouvrages cités (ordonnés par auteur(s) et date de publication), cf. la bibliographie en fin d'article.

6. Cf. [Brisson, 2002], p. 34. Précisons cependant qu'Euclide n'attribue rien du tout aux Pythagoriciens. Ce sont les commentateurs, en particulier Proclus de Lycie, qui identifient certaines preuves ou techniques comme « pythagoriciennes » en invoquant parfois l'autorité d'Eudème de Rhodes.

7. Cf. par exemple [Platon/Brisson, 1992], p. 12 ou [Brisson, 2000], n. 1, pp. 295-296.

8. Cf. [Kepler/Segonds, 1993], Ch. II, pp. 68-69 + n. 26, pp. 235-236.

là, A. E. Taylor[9] considère encore que la plupart des connaissances mathématiques mises en œuvre par Platon, son astronomie notamment, remontaient aux Pythagoriciens de la seconde moitié du Ve siècle. Les importants travaux de Eva Sachs sur la théorie des polyèdres réguliers[10] le contraignirent cependant à admettre que Platon, en la matière, tenait aussi compte des résultats récemment acquis (au moment où il rédige le *Timée*) par son ami Théétète[11].

On peut donc penser qu'il y a des distinctions à faire en ces matières. Après tout, Platon utilise également la théorie des médiétés, traditionnellement rapportée aux anciens Pythagoriciens, en particulier à Archytas de Tarente[12]. Toujours dans le même ordre d'idées, on peut s'interroger sur les sources de l'exposé astronomique du *Timée,* et là aussi il y eut et il y a encore débat. J'observe que Luc Brisson a opté pour la position contraire, qui me semble tout aussi extrême. Elle a le mérite de faire l'économie d'hypothèses historiques souvent invérifiables, mais la volonté de distinguer au maximum Platon des Pythagoriciens peut conduire à certaines interprétations peu vraisemblables. Nous en verrons un exemple, précisément, à propos de *Timée* 31b-c.

Je n'ai pas l'intention de reprendre toutes ces questions difficiles et controversées. Pour délimiter mon propos, je commencerai par préciser que les sciences mathématiques interviennent principalement dans cinq passages du dialogue dont l'extension et la thématique sont décrites dans le tableau page suivante avec, on s'en doute, un certain degré d'arbitraire dans le découpage.

Sur quatre d'entre eux (2-5) je me contenterai de quelques remarques générales ou à caractère historiographique. Puis j'analyserai le premier *locus,* en essayant de préciser quel en est le référent mathématique — cela ne va pas entièrement de soi —, et en examinant s'il est ou non pertinent de chercher à le coordonner avec le lieu 5 de manière précise dans la mesure où, dans ces deux passages, Platon discute des quatre constituants physiques simples qui composent le corps du monde. Lui-même fait écho rapidement (en 56 c3-7) à ce qu'il avait dit en 31 b-c, mais Luc Brisson, à la suite de M. Caveing[13], va beaucoup plus loin dans la recherche d'une connexion entre les deux passages[14]. Je crois que cela est vain. J'essaierai d'expliquer en détails pourquoi, dans la mesure où cette problématique permet de rappeler un certain nombre de choses sur les mathématiques grecques anciennes telles qu'elles se développaient à l'époque de Platon.

9. Cf. par exemple [Taylor, 1928], p. 11.
10. [Sachs, 1917].
11. [Taylor, 1928], pp. 101-102.
12. On voit immédiatement l'inconvénient qu'il y a à utiliser une étiquette peu précise comme « ancien Pythagorisme » : elle peut servir à faire référence aussi bien aux très incertaines découvertes que l'on prête à Pythagore, qu'aux travaux d'Archytas, contemporain et ami de Platon.
13. Cf. [Caveing, 1965].
14. Cf. par exemple [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 358-388, brièvement résumé dans [Platon/Brisson, 1992], pp. 45-47.

Les cinq principaux *loci mathematici* du *Timée*

	Extension[15]	Thématique	Connaissances math. impliquées
1	31b5—32 c4	Argument pour établir que 4 constituants physiques simples : Feu, Air, Eau, Terre, sont nécessaires et suffisants pour construire le corps du monde	Proportionnalité (ou médiété ?) géométrique ; Nombres de moyens entre termes plans ou solides
2	33 b1—34 b3	Sphéricité du corps du monde	Propriétés de la sphère
3	35 b4—37 a3	Structure mathématique de l'âme du monde	Théorie des médiétés. Rapports numériques associés aux intervalles de la gamme diatonique
4	38 c3—39e2 + 40 a2-d5	Astronomie : astres et temps La première espèce des vivants (Dieux). Exemples de phénomènes astronomiques complexes. Évocation de maquettes célestes	Distinction entre étoiles fixes et autres astres. Inclinaison de l'écliptique et composition de mouvements circulaires. Périodes et «anomalies»
5	53 c5—55c6	Les corps des 4 constituants physiques simples	Les cinq polyèdres réguliers

I. Généralités

Commençons par quelques truismes. Le *Timée* contient, entre autres choses, un exposé cosmologique (27d—40d, puis 47e—61c) et, comme on le voit dans le tableau, c'est là que se trouvent nos cinq lieux principaux, même si Platon introduit aussi des explications formulées en termes géométriques pour rendre compte, par exemple, de la sensation ou de la constitution de la moelle. Le *Timée* n'est donc pas un ouvrage de mathématiques, même au sens ancien du terme lequel, on le sait, est plus large que le nôtre. Selon Platon, il embrasse les quatre sciences dites (ultérieurement !) du quadrivium : arithmétique, géométrie, astronomie, harmonique. Ainsi, même si elles ne sont pas indépendantes, cosmologie et astronomie ne se

15. Qu'il y ait une part d'arbitraire dans le découpage, c'est évident en ce qui concerne les *loci mathematici* 4 et 5. J'aurais pu diviser le N° 4 en deux. Quant à l'extension (minimale) retenue pour le N° 5, elle tient à ce que j'en retiens ici que la portion strictement géométrique.

confondent pas. Je ne suis pas sûr que le mot même de « cosmologie » soit grec ancien[16], mais il suppose «cosmos», autrement dit il désigne une étude globale de tout ce qui existe. Entre « astronomie » et « cosmologie », il y a donc des différences en termes d'objets, de problèmes et de méthodes.

1. Cosmologie et astronomie

La première, comme le nom l'indique, traite des astres (étoiles, lune, soleil) et de leur repérage : distribution en constellations, observation de leurs levers et couchers. La finalité est d'établir des calendriers et de les coordonner avec des phénomènes atmosphériques importants pour les activités humaines (agriculture, navigation, fêtes…) dans ce que l'on appelle des « parapegmes ». Ce genre littéraire, qui dérive peut-être de la poésie didactique telle qu'on la trouve dans les *Travaux et les Jours* d'Hésiode et/ou de modèles proche-orientaux, est bien attesté au V^{e} siècle avant notre ère (Méton et Euctémon sont les premiers auteurs mentionnés) et il existe encore à l'époque de Claude Ptolémée (II^{e} s.). Les parapegmes s'appuient sur des observations et incluent, parfois, des prévisions assez sures établies en recourant à des schémas calculatoires mais, et c'est important pour notre propos, ils ne nécessitent pas d'introduire un modèle géométrique du cosmos.

Les problèmes cosmologiques tels qu'ils sont soulevés par exemple dans le *Timée* ou dans le traité *Du ciel* d'Aristote sont, à l'évidence, beaucoup plus généraux : le cosmos est-il éternel ou engendré ? Est-il corruptible ou non, et pourquoi ? Y a t-il un ou plusieurs mondes, voire une infinité ? Est-il fini ou infini ? S'il est fini, quelle est sa forme ? De quoi est-il constitué ? Quel est ou quels sont ses mouvements ?… Ces questions rencontrent parfois les mêmes objets que l'astronomie : comment expliquer les phases de la lune ou l'absence des phases pour les planètes, le phénomène des éclipses, la stabilité de la Terre ? Quelle est sa forme et sa position par rapport à l'ensemble du Ciel ? Quelles sont les périodes de révolution des planètes ?… Deux traits importants et solidaires doivent être relevés : la cosmologie est une étiologie générale; elle introduit d'emblée une description géométrique des phénomènes célestes et du cosmos.

Pour plusieurs éminents historiens anglo-saxons de l'astronomie ancienne (Neugebauer, Dicks[17], Goldstein et Bowen[18]…), les spéculations cosmologiques des Présocratiques n'ont rien à voir avec l'astronomie (parapegmatique) développée à la même époque. Et, pour ces auteurs, la constitution d'une véritable astronomie

16. On trouve une occurrence de «κοσμολογικος» comme sujet traité ou titre du poète Ion de Chio (dans les scholies à la *Paix* d'Aristophane) et deux occurrences de «Κοσμογραφίη» comme titre, l'un de Démocrite (*D.L.*, IX, 46), l'autre d'Hermès (Clément, *Stromates*, L. VI, ch. 4, §36).

17. [Dicks, 1970].

18. [Goldstein & Bowen, 1983].

mathématique passe par la coordination de ces différents types de recherche, l'explication causale et géométrique, la prise en compte d'observations minutieuses et une capacité prédictive qui, combinée à l'observation, permettra de confirmer, de falsifier ou d'améliorer les modèles proposés[19].

Par conséquent, la question se pose de savoir quand cette coordination s'est mise en place et grâce à qui. Selon Neugebauer, cela se produisit à l'époque de Théétète et d'Eudoxe de Cnide[20]. Bowen et Goldstein sont plus catégoriques : la première synthèse entre astronomie technique et spéculation cosmologique a été faite par Eudoxe[21], responsable du modèle simple à deux sphères, celle des étoiles Fixes et celle de la Terre. Ce modèle est suffisant pour rendre compte des variations de ce qui se montre dans le ciel en fonction de l'horizon (nous disons «latitude») du lieu : couchers et levers, variabilité de la durée du jour et de la nuit...). Il fournit un cadre pour le développement de la géographie mathématique une fois que les deux sphères ont été coordonnées par l'introduction de cercles correspondants (équateur, tropiques, cercle arctique...). Selon Goldstein et Bowen, il permit à Eudoxe de proposer un nouveau type de cadran solaire. Quant à la date de cette invention, ils pensent pouvoir la déterminer assez précisément[22], en l'occurrence *après* la composition du *Timée* et avant 341, année d'apparition d'une comète décrite par Aristote en termes géométriques dans ses *Météorologiques* (345 a1-8). Ultérieurement le même Eudoxe, développant le principe même de son modèle simple, aurait conçu celui dit des sphères homocentriques, auquel son nom est principalement attaché, pour rendre compte des mouvements planétaires[23].

2. Sauver les phénomènes

Un lecteur familier des textes anciens aura certainement fait le rapprochement entre la reconstruction historique précédente et le célébrissime (double) témoignage de Simplicius, commentant la fin du chapitre II. 12 du traité *Du ciel* (294 a4-11), en particulier quand il introduit un (long) excursus sur les hypothèses successivement adoptées dans l'histoire de l'astronomie mathématique grecque pour « sauver les phénomènes » (σῴζειν τὰ φαινόμενα) :

19. Cette conception «positive» de l'astronomie mathématique s'est pleinement développée en Grèce ancienne à la suite des travaux d'Hipparque (IIe s. avant notre ère), notamment grâce à l'introduction de la «trigonométrie» des cordes dans le cercle. C'est celle que l'on trouve admirablement systématisée dans l'*Almageste* de Ptolémée.

20. [Neugebauer, 1957 (réimpr. 1969)], p. 153.

21. Deux datations ont été proposées pour Eudoxe ; Goldstein & Bowen retiennent la plus basse (*ca* 390-337).

22. [Goldstein & Bowen, 1983], pp. 334-335.

23. [Goldstein & Bowen, 1983], pp. 338-339.

« Platon (je reprends là ce que j'ai déjà dit), en imposant aux mouvements des corps célestes l'obligation d'être circulaires, uniformes et réglés, a proposé aux mathématiciens le problème suivant : quelles sont les hypothèses qui, par des mouvements uniformes, circulaires et réglées, pourront sauver les phénomènes pour les planètes ? Eudoxe de Cnide, le premier, proposa l'hypothèse des sphères dites tournantes »[24].

Simplicius fait ici allusion à une assertion antérieure, importante car elle mentionne ses sources :

> « Et comme Eudème le rapporte dans le deuxième livre des *Histoires astronomiques*, ainsi que Sosigène, qui le reprend à Eudème, on dit qu'Eudoxe de Cnide est le premier à s'être consacré à ce genre d'hypothèses, Platon, comme le dit Sosigène, ayant proposé à ceux qui montraient du zèle en ces matières ce problème : quels mouvements uniformes et réglés doivent être posés pour sauver les phénomènes concernant les mouvements des planètes ? »[25].

La confrontation avec la reconstruction historique de Goldstein et Bowen montre un point d'accord : le premier astronome grec est — en un certain sens — Eudoxe de Cnide. Mais, là où les Anciens mettent l'accent sur les mouvements des planètes en tant que motivation fondamentale du développement de l'astronomie mathématique, nos collègues introduisent une étape en quelque sorte préalable, portant sur des problèmes plus élémentaires et que le modèle simple à deux sphères suffit à résoudre. Surtout, alors que Sosigène-Simplicius[26] se plaisaient à souligner le rôle architectonique joué par Platon, Goldstein et Bowen, sans se prononcer sur une éventuelle collaboration (ou interférence) entre Platon et Eudoxe, préfèrent insister sur la différence qu'il y a, selon eux, entre l'approche astronomique d'Eudoxe et les spéculations « éthico-cosmologiques » de Platon dans le *Timée* :

> « …the construction of the world-soul in his *Timaeus* suggests a multisphere model of the heavenly motions. But these passages, like those in which the other elements of Eudoxus' scheme are found, are not texts in astronomy : they belong to a tradition of cosmological-moral theory »[27].

Que le *Timée* ne soit pas un écrit technique d'astronomie, cela ne fait aucun doute et, d'ailleurs, Platon le reconnaît pour ainsi dire

24. *CAG,* 7. Ed. Heiberg, p. 492, l. 31 — p. 493, l. 5. Trad. fr. dans [Autolycos de Pitane/Aujac, 1979], p. 160.

25. Comm. in *DC,* II. 12, 292 b10-25 = *Ibid.,* p. 488, 18-24.

26. Compte tenu des formulations des citations de Simplicius, il n'est pas si facile de déterminer ce qui l'en était de l'opinion d'Eudème, relativement au rôle de Platon.

27. [Goldstein & Bowen, 1983], pp. 333-334.

lui-même, lorsqu'il évoque la complexité de certains phénomènes (conjonctions et oppositions d'astres, occultations et éclipses, détermination des périodes…) et admet que les expliquer sans quelque maquette céleste est une tâche bien trop ardue. Son exposé actuel se dispensera donc de ces détails (40 c3-d5). Que les considérations cosmologiques aient, tout particulièrement chez un auteur comme Platon, des résonances éthico-politiques, c'est également très vrai.

Cela dit, la dichotomie instituée par Goldstein et Bowen est peut-être un peu positiviste. Nous savons fort peu de choses au sujet d'Eudoxe puisque, dans son cas et à la différence de Platon, nous ne disposons pas de textes. Nous ne connaissons pas la forme de ses écrits. Nos collègues supposent sans doute qu'elle était axiomatico-déductive, comme celles des ouvrages d'Autolycos et d'Euclide. C'est possible, mais nous n'en savons rien. Et nous ne savons rien non plus de ses motivations. Après tout, Ptolémée suit un modèle d'exposé scientifique très strict, mais cela ne l'empêche pas de défendre l'idée, dans sa préface à l'*Almageste,* que l'étude des mathématiques, des cieux et de l'ordre qui s'y manifeste possède une grande valeur morale[28]. Qui plus est, même quand elles existent, nos sources, en particulier les passages mathématiques du *Timée,* sont trop souvent «sous-déterminées».

J'en donnerai deux exemples :

À partir des mêmes données textuelles, Andrew Gregory produit une reconstruction *quasi* opposée, visant à montrer que la cosmologie du *Timée* est, du point de vue scientifique, à prendre très au sérieux. Selon Gregory, le modèle à deux « cercles » qu'on y trouve est l'invention de Platon lui-même. Bien qu'aucun dialogue ne contienne l'expression « sauver les phénomènes », Platon, en particulier dans le *Timée,* proposerait bel et bien aux astronomes de son temps (y compris Eudoxe) un programme de recherches sur les phénomènes célestes, ainsi que le disait Simplicius[29].

Dans une étude historique des développements de l'astronomie planétaire des Grecs avant Ptolémée extrêmement décapante, Alan Bowen lui-même est revenu sur l'exposé astronomique du *Timée*[30] pour montrer qu'on n'y trouve aucune référence explicite aux rétrogradations et aux stations des cinq planètes. Ce faisant, il affaiblit encore un peu plus la valeur du témoignage de Simplicius. Cela dit, il ne creuse pas l'écart entre Platon et Eudoxe puisqu'il défend également la thèse que les Grecs de l'époque classique, y compris Eudoxe et Aristote, n'avaient pas connaissance desdites rétrogradations et stations.

28. Par ailleurs, pour se déprendre de l'idée qu'un grand astronome est nécessairement un auteur très positif, il suffit de jeter un coup d'œil sur les écrits de Képler.

29. [Gregory, 2000], en particulier les chapitres 4-5, en particulier pp. 105-109 ; 124 ; 128-139; 152-158.

30. [Bowen, 2001], en particulier pp. 814-816.

Toutes ces reconstructions sont quelque peu incertaines, notamment la manière dont Grégory veut « sauver » le témoignage de Simplicius[31]. Je crois plutôt que Platon, dans cet exemple comme dans d'autres[32], reprend des travaux mathématiques antérieurs pour les faire servir à ses propres questionnements, par exemple, ici, pour rendre compte du mouvement et du changement dans le monde, en particulier des mouvements célestes effectivement circulaires et réguliers (au moins globalement), grâce à l'âme du monde et à sa structure géométrico-musicale. A qui emprunte-t-il ? Nous ne le savons pas. Peut-être effectivement à Eudoxe[33], encore que la tonalité des *loci mathematici* 3 et 4 — car il faut les considérer de manière solidaire, j'y reviendrai — soit plutôt pythagoricienne. On pourrait donc aussi penser à Archytas qui évoque des travaux antérieurs d'astronomie mathématique[34].

Quoi qu'il en soit, deux points techniques méritent d'être relevés :

La construction de l'âme du monde montre que Platon connaissait l'inclinaison du cercle de l'écliptique (ce qui est une différence essentielle avec la description incluse dans le récit eschatologique du mythe d'Er). Que sa description soit formulée en termes métaphysiques, notamment à l'aide du Même et de l'Autre (36c), n'empêche pas qu'il sait (et mentionne) que le mouvement résultant de la composition de deux mouvements circulaires uniformes d'axes inclinés l'un par rapport à l'autre est un mouvement en spirale (39 a1-b1) ce qui décrit globalement le mouvement de la lune, du soleil et des planètes par rapport au Zodiaque et notamment les tropes ainsi que la variation de la durée du jour et de la nuit en fonction du moment de l'année (sauf à l'Équateur). Certaines sources attribuent

31. Sur la question des rétrogradations et des stations des planètes, il adopte le point de vue traditionnel (Platon y fait allusion en 40 c3-d3) d'une manière optimiste, sans véritablement argumenter sur ce point. Cf. [Gregory, 2000], pp. 131-135.

32. Ainsi, dans la suite du *Timée* en ce qui concerne la théorie des polyèdres réguliers, je crois (avec E. Sachs et malgré quelques divergences de détails) que Platon se réfère aux découvertes récentes de son ami Théétète (Cf. [Euclide/Vitrac, 2001], pp. 95-102). Il en est de même dans le dialogue qui porte le nom de ce dernier, pour le passage consacré aux lignes «irrationnelles» (*Theaet.,* 147d—148b). Cf. *infra,* n. 37.

33. C'est la possibilité suggérée avec prudence par L. Brisson dans [Platon/Brisson, 1992], p. 39. Précisons toutefois que le modèle simple à deux sphères ne suffit pas pour rendre compte du mouvement complexe des planètes, y compris leurs rétrogradations et stations. Pour ce faire, il faut utiliser le système complet des sphères homocentriques (plus de vingt sphères), qu'Eudoxe l'ait conçu pour cela ou non, comme le pense Bowen.

34. Cf. le fragment DK 47 B 1 qui mentionne la détermination des levers et couchers des astres, ainsi que leurs «vitesses». Dans la version éditée par Diels-Kranz (en fait celle de Nicomaque de Gérase) on trouve à la suite une énumération des sciences du quadrivium [t. I, p. 432, l. 6-7 : « …au sujet de la géométrie, et des nombres et de la sphérique, et, non le moindre, au sujet de la musique »]. La mention de la Sphérique impliquerait un modèle géométrique, mais elle est très suspecte. La désignation paraît anachronique. Surtout, dans la version de Porphyre (*In Ptol. Harm.,* ed. Düring, p. 56, l. 9-10), elle n'existe pas.

la découverte de l'écliptique à Œnopide de Chio (donc vers le milieu du V^e siècle, bien avant Eudoxe) mais nous ne savons pas si celui-ci avait conçu un modèle géométrique (et sphérique) du cosmos.

Comme l'a souligné Bowen — je crois qu'il a raison sur ce point — le *Timée* ne mentionne pas *explicitement* les rétrogradations et stations des planètes. Le problème est que l'exposé platonicien est fondé sur la distinction entre les astres qui ne connaissent pas l'errance — c'est-à-dire les étoiles fixes (les unes par rapport aux autres, qui ne connaissent que la révolution diurne commandée par le Même) — et les autres (ἀπλανῆ/πλάνην, 40 b4-6), c'est-à-dire la lune, le soleil et ce que l'astronomie ultérieure appellera les (cinq) « planètes »[35]. Mais Platon, ni dans le *Timée,* ni dans les *Lois,* ne précise clairement les différences de mouvement entre d'une part la lune et le soleil, d'autre part les planètes[36]. Ceci aurait pu nous valoir une explicitation des rétrogradations et stations dont la lune et le soleil sont dépourvus.

Comme je l'ai dit en commençant, le *Timée* n'est pas un ouvrage de mathématiques. Celles-ci sont donc évoquées et employées de manière allusive, parfois même ironique. Il se peut fort bien que Platon connaissait le système complet d'Eudoxe et qu'il se contente ici — comme dans le cas du *Théétète* pour les lignes irrationnelles[37] —, de faire allusion à ce qui en constitue le principe même : la combinaison de mouvements circulaires uniformes d'axes inclinés l'un par rapport à l'autre. Il n'est pas possible de trancher entre ces différentes hypothèses historiques. Elles me donnent cependant l'opportunité d'enchaîner avec ma deuxième série de remarques générales qui concernent justement la manière dont Platon fait intervenir les mathématiques dans le *Timée* et la façon dont il s'exprime à leur sujet.

---

35. L'opposition est utilisée de manière métaphorique pour distinguer ensuite les mouvements du cosmos et ceux qui se trouvent dans nos âmes (ἀπλανεῖς / πεπλανημένας, 47 c3-4). Auparavant (en 19 e4) Socrate (ce philosophe qui n'avait guère quitté Athènes) récuse les sophistes errants (πλανητὸν) de cité en cité, au profit de ces philosophes-politiques que sont Critias et Timée.

36. Par conséquent je ne suis pas sûr qu'il faille parler des sept «planètes» connues des Grecs ([Platon/Brisson, 1992], p. 284 ; Voir aussi le tableau de l'annexe 4, pp. 292-293).

37. Dans ce cas, on peut montrer que Platon se contentait d'esquisser ce qu'était la contribution de son ami, sans entrer dans les détails techniques (ce qui a égaré bon nombre de commentateurs). Établir correctement ce point réclamerait un autre exposé. Toutefois il est facile de comprendre pourquoi cet exemple est moins «sous-déterminé» que celui, astronomique, du *Timée* : (i) la cohérence interne de la géométrie est bien plus forte, et donc bien plus contraignante vis-à-vis des reconstructions, que celle de l'astronomie. (ii) Surtout, nous disposons, grâce à Pappus, d'un témoignage important d'Eudème (N°141 I dans l'édition Wehrli) qui permet de déterminer la contribution de Théétète, indépendamment de ce qu'en dit Platon.

3. De l'analogie aux modèles

La question est importante car elle conditionne partiellement le sérieux que l'on reconnaît à la « mathématisation » du monde proposée ici par Platon. Certains, sceptiques, jouent sur l'identité du personnage principal pour désolidariser Platon de plusieurs des thèses présentées dans le dialogue. D'autres perçoivent une distanciation ironique dans la façon même de présenter certains arguments de type mathématique. Il n'est donc pas étonnant que ceux qui, à l'inverse, considèrent le rôle des mathématiques dans la cosmologie de Platon, comme important et original, puissent se trouver embarrassés par certaines manières de présenter les choses et soient enclins à des reformulations quelque peu drastiques.

Il en va ainsi lorsque Luc Brisson présente le *Timée* comme un exposé axiomatique[38]. Certes, ce faisant, on le rapproche du style déductif cher aux mathématiciens grecs et qui était peut-être celui d'Eudoxe. On peut aussi plus facilement comparer la cosmologie de Platon et celles d'aujourd'hui[39]. Mais je ne crois pas que l'on restitue ainsi très fidèlement, sinon l'esprit, du moins la manière selon laquelle Platon fait intervenir les mathématiques. Bien entendu je ne conteste pas que l'on puisse distinguer des principes cosmologiques dans le récit de Timée. Mais si l'on tient absolument à rapprocher ledit récit de la démarche des mathématiciens anciens, je dirais plutôt qu'il suit une voie analytique. Celle-ci permet de dégager les principes qui seront nécessaires, les liens (éventuellement déductifs) qu'ils entretiennent. Cette démarche, en quelque sorte heuristique, est également très importante en science et en mathématiques, y compris en Grèce ancienne. Elle est normalement suivie par un exposé déductif et synthétique, où ce qui s'avère véritablement «principe» est posé, le reste en étant déduit, et que l'on décrit souvent comme l'inverse de l'analyse. A partir du récit de Timée on peut sans doute produire une synthèse de type axiomatique — c'est d'ailleurs ce que tente Brisson — mais Platon lui-même ne s'y astreint pas.

Deuxième élément à prendre en compte, que Platon reconnaisse l'intérêt des sciences mathématiques et leur accorde une place importante dans son système philosophique et éducatif me paraît indéniable. Mais cela n'exclut pas toute critique et toute distance, loin s'en faut. La manière de s'exprimer des géomètres est ridicule et, lorsqu'il les pastiche, l'auteur de la *République* n'hésite pas à forcer le trait. Même réformées, les disciplines de l'arithmétique et de la géométrie sont incapables de rendre compte de leurs

38. Cf. [Brisson & Meyerstein, 1991], en particulier pp. 24-33 et 50-53.

39. L'un des objectifs de l'ouvrage cité à la note précédente est précisément d'amorcer une telle comparaison avec les théories cosmologiques contemporaines de type Big Bang. Mais la même description «axiomatique» est suggérée dans [Platon/Brisson, 1992], p. 13 par exemple.

hypothèses premières et doivent donc être soumises à l'enquête dialectique. Enfin, et cela est plus important pour notre propos actuel, les méthodes employées par certains savants en astronomie et en harmonique — dans ce contexte les Pythagoriciens sont explicitement nommés (530 d8) — sont totalement inadéquates. Les mathématiques seront donc essentielles à la formation des philosophes — tout particulièrement celle des futurs gardiens de la cité idéale —, mais à condition d'être profondément réformées. J'ai tendance à penser que la partie cosmologique du *Timée* montre précisément, sur un exemple mais un exemple cardinal, comment cela doit se faire.

C'est pourquoi la coloration pythagoricienne me paraît assurée dans la conjonction des lieux 3 et 4, la mise en place de la structure mathématique de l'âme du monde et la description d'un modèle astronomique. Non pas, comme le pensait Taylor, parce que Platon, ici, « pythagorise », mais parce qu'il reprend certaines de leurs thématiques — par exemple la théorie des médiétés ou leur « élégante » thèse de l'harmonie des sphères (pour parler comme Aristote[40]) —, pour les réarticuler autrement, dans une démarche que je qualifierai, faute de mieux, de « modélisation mathématique ». La désignation peut paraître anachronique : « modélisation » et « simulation » sont aujourd'hui deux démarches fondamentales et complémentaires dans l'application des mathématiques aux réalités physiques ou sociales. Bien entendu, il n'est pas question de suggérer que des méthodes mobilisant dans leur mise en œuvre effective des outils mathématiques sophistiqués comme la théorie des équations différentielles, des méthodes de résolution par approximation et des moyens de calcul très puissants, aient existé à l'époque de Platon[41] ! Dans leurs manières d'utiliser les mathématiques pour décrire et expliquer les réalités sensibles, les Anciens n'ont fait qu'esquisser, tout au plus, ce genre de démarche que l'on peut toutefois concevoir comme une forme récente et incroyablement sophistiquée de comparaison ou d'analogie (ἀναλογία) en tant que mises en correspondance de deux registres, par exemple l'un mathématique et l'autre physique.

Des métaphores «mathématiques» existent dès les premières spéculations cosmologiques des Présocratiques et même avant, chez Hésiode par exemple[42]. Elles mobilisent l'idée que le nombre, au-delà de son évident usage instrumental dans le dénombrement et la métrologie, est aussi un principe d'ordre et d'ordonnancement.

40. *De cælo,* II. 9, 290 b12-29.

41. Voir l'encadré de la page 24.

42. Cf. *Théogonie,* v. 720-725 : « …une enclume d'airain tomberait du ciel durant neuf jours et neuf nuits, avant d'atteindre le dixième jour à la terre; et de même une enclume d'airain tomberait de la terre durant neuf jours et neuf nuits, avant d'atteindre le dixième jour au Tartare ».

On les retrouve non seulement en cosmologie mais aussi en médecine (théorie des jours critiques, notion de crise, conception de la santé comme égalité ou proportion). On associe souvent cette conception des choses avec l'ancien Pythagorisme, mais je crois qu'il s'agit plutôt d'un fonds commun et antérieur. Le mérite des Pythagoriciens — si c'en est un — réside dans la systématisation parfois exagérée de ces associations[43]. La géométrisation du cosmos participe à la même idée, notamment grâce à ces « figures d'égalité » que sont le cercle et la sphère, d'abord au sens quelque peu trivial où tous les rayons issus du centre sont égaux et, surtout, parce qu'elles manifestent la régularité, l'uniformité de la forme : il s'agit d'une « égalité qualitative » ou plutôt d'une non-difformité qualitative et la « similitude à soi-même », l'ὁμοιοτής, paraît être le terme approprié.

L'analogie, qu'elle soit de l'ordre de la métaphore poétique ou de type mathématique, possède une capacité d'explication *a priori*. L'égalité numérique n'est pas le résultat de mesures produites par un dispositif expérimental mais le moyen d'exprimer l'ordre et la régularité du cosmos.

Alcméon n'a certainement pas les moyens de mesurer l'égalité des puissances ou la bonne proportion des constituants qui caractérise la santé. En fait ces notions constituent des sortes de définitions ou de postulations dans l'étiologie des maladies[44]. Elles ne sont pas sans conséquence pratique notamment dans la façon de dégager certains grands principes thérapeutiques comme «soigner le même par le même» ou «combattre le mal par son contraire».

Dans cette optique le *Timée* va encore plus loin, en particulier avec la «géométrisation» des constituants physiques simples (Feu, Air, Eau, Terre) à l'aide des polyèdres réguliers. En outre, le recours à un modèle mathématique paraît homogène aux thèses philosophiques principales de Platon, notamment à la position de formes intelligibles auxquelles participent les choses sensibles qui en reçoivent leur part de cohérence[45]. Pour simplifier outrageusement, le recours à un modèle mathématique apparaît comme une sorte de cas particulier du recours à un paradigme, dont le domaine de pertinence est bien plus large puisqu'il inclut notamment les domaines éthico-politique et linguistique.

43. Cf. Aristote, *Métaphysique,* A, 5, 985 b23—986 a12.

44. Cf. Fragment DK 24 B 4 : «Alcméon dit que ce qui maintient la santé c'est l'égalité des puissances (τὴν ἰσονομίαν τῶν δυνάμεων), humide, sec, froid, chaud, amer, sucré et les autres, la domination d'une seule d'entre elles (ἐν αὐτοῖς μοναρχίαν) produisant la maladie; car la domination d'un seul est corruptrice… La santé est le mélange des qualités en bonne proportion (τὴν σύμμετρον τῶν ποιῶν κρᾶσιν) ».

45. Sur ce point, je me range donc à l'interprétation de Luc Brisson. Pour un exposé récent et très clair, Cf. [Brisson, 2001].

Modélisation et simulation mathématiques

La modélisation mathématique suppose deux registres dont l'un, par définition, est mathématique, l'autre, pour ce qui nous intéresse ici, phénoménal ou au moins «sensible». C'est ce second registre, plus immédiatement connu de nous grâce aux sensations, qu'il faut décrire autrement (c'est-à-dire mathématiquement) et expliquer, totalement ou partiellement, grâce à cette mathématisation. Les valeurs de la modélisation mathématique sont donc semblables à celles de la comparaison, mais son fonctionnement est nettement plus sophistiqué. On peut le schématiser sous forme d'un aller-retour entre les deux registres :

« Phénomènes » ou « observables »

←

Phase 1 de la modélisation :

- Traduction mathématique (nombres, figures...)
- Détermination des paramètres pertinents
- Simplifications
- Une règle mathématique (proportion, équations...) décrit le comportement du système modélisé

↓

Phase 2 de la modélisation :

Travail mathématique.

L'analyse du modèle permet :

a. d'expliquer d'autres caractéristiques du modélisé (il met donc en évidence sa cohérence interne)

b. il permet d'en prévoir de nouvelles non encore observées

↓

Phase 3 : Prédictions, Simulations

Si le modélisé dépend du temps (par ex. en astronomie) et si le modèle est quantitatif, il sera prédictif, ce qui suppose de disposer de techniques de calcul. (par ex. chez les Anciens, la trigonométrie des cordes ; chez les Modernes, la simulation sur ordinateur).

→

Phase 4 : vérification (observation et/ou expérimentation)

Le modèle peut être « confirmé » ou « réfuté ». Le plus souvent il exige un perfectionnement :

- nouveau paramètre du modélisé à prendre en compte,
- exigence d'une meilleure analyse mathématique du modèle,
- précision accrue des calculs…

L'utilisation du modèle est alors itérative

La modélisation mathématique telle qu'elle est décrite ci-dessus a été pratiquée par les Anciens dans les domaines de l'astronomie (depuis Hipparque, puis chez Ptolémée) et de l'optique (Ptolémée). Les historiens des sciences «positifs» en font donc leur norme d'évaluation. Tout ce qui ne s'y conforme pas est jugé «non scientifique». Quand il s'agit de cosmologie, les auteurs grecs se contentent des phases 1 et 2, sans trop se soucier des phases 3-4 : le recours à un modèle mathématique n'est alors pas très différent d'une simple métaphore.

4. La structure mathématique de l'âme du monde et l'harmonie des sphères

Le caractère partiellement *a priori* de la modélisation a semble-t-il parfois gêné les commentateurs. Ainsi la constitution mathématique de l'âme du monde (35 a—36d) est présentée avant la création du temps astronomique et donc la création des astres et leur mise en mouvement (37d-40d). Pourtant, dans sa traduction, A. Rivaud insère des intertitres comme « mouvements des Cieux » (36c), « les planètes » (36d) alors que l'astronomie n'intervient *explicitement* qu'en 37a[46]. Dans le même ordre d'idées, Luc Brisson, dans son désir de distinguer Platon des Pythagoriciens, consacre un long développement de son commentaire pour soutenir l'idée qu'il n'y a ni musique, ni harmonie des sphères dans la description de l'âme du monde[47]. Je trouve l'assertion quelque peu exagérée ou, du moins, à nuancer.

Dans le lieu N°3 il n'est pas fait mention *explicite* de musique « sensible » car il s'agit de décrire un modèle mathématique, mais précisément il s'agit d'un modèle harmonique (au sens de la science mathématique pour laquelle Platon se réfère aux Pythagoriciens et les critique en *République,* VII, 530d8 et 531 b-c), celui de la gamme diatonique, ce que ne pouvaient ignorer les lecteurs du *Timée.* Et les portions prélevées dans le mélange selon des rapports numériques associés aux intervalles fondamentaux de la gamme (35 b-c) sont ensuite mises en mouvement (36 c-d) d'une manière d'abord «désincarnée», mais il n'y a aucun doute qu'il s'agira ensuite (dans le lieu N°4) des « modèles » des mouvements célestes (d'où les anticipations de Rivaud).

Peut-on dire que la science harmonique n'intervient pas dans cette affaire ? Si tel est le cas pourquoi remplir chaque intervalle double ou triple à l'aide de deux médiétés, puis chaque intervalle épitrite à l'aide de l'intervalle épogde (36 b1), associé au rapport de 9 à 8, sinon parce que le monde, en particulier le domaine des astres, possède une structure musicale. Si l'on en croit Aristote[48] (et pas seulement les Néo-pythagoriciens[49]), les anciens Pythagoriciens disaient la même chose. Mais sans doute n'en donnaient-ils aucune explication valable et se contentaient-ils de relever, ou de postuler, des correspondances numériques entre phénomènes musicaux et célestes.

Le lecteur du *Timée,* lui, sait désormais pourquoi il en est ainsi. Une structure musicale a été introduite dans le cosmos grâce à l'action bienveillante du Démiurge. Grâce à elle, le cosmos, par le biais de

46. [Platon/Rivaud, 1925], p. 149.

47. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 328-332.

48. Cf. les références données *supra,* nn. 40 et 43.

49. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], p. 329.

l'âme du monde, principe des mouvements célestes, pourra participer « au calcul et à l'harmonie » (37 a1)[50]. Pour que cette participation soit accessible à l'homme, le Démiurge ne s'arrêtera pas là :

— il « incarnera » cette structure mathématique en créant le temps, c'est-à-dire les astres en mouvement, divinités visibles.

— Les hommes seront dotés d'une âme ayant la même structure (quoiqu'altérée par son insertion dans le corps) et des organes sensitifs dont les plus importants sont les yeux. La vue est le sens le plus important puisqu'elle permet la contemplation des astres et donc, à partir de là, de saisir intellectuellement cette structure numérique qui gouverne le cosmos et de cultiver la science des nombres (47 a).

Pour percevoir la différence avec les explications qu'offrent les mathématiciens, reportons-nous à l'introduction insérée au début de la *Division du canon* attribuée à Euclide[51]. Ce texte cherche à expliquer pourquoi certains intervalles musicaux sont consonants et d'autres non. C'est d'ailleurs la question que ne se posaient pas les Pythagoriciens (ou qu'ils résolvaient mal) si l'on en croit Platon[52].

« …et parmi les nombres certains sont dits en rapport multiple, d'autres en rapport épimore, d'autres en rapport épimère, de sorte qu'il est nécessaire que les notes aussi soient dites dans ces rapports, les unes par rapport aux autres. Parmi ceux-ci, les multiples et les épimores sont désignés les uns par rapport aux autres en un seul nom. Parmi les sons, nous savons aussi que certains sont consonants, d'autres dissonants, et que les sons consonants produisent un seul mélange à partir de deux, les dissonants non. S'il en est bien ainsi, il est vraisemblable (εἰκός) que les sons consonants — puisqu'ils produisent un seul mélange des sons de la voix à partir de deux — soient désignés, l'un par rapport à l'autre, par des nombres en un seul nom, qu'ils soient multiples ou épimores »[53].

---

50. On dit parfois que Platon utilise les trois médiétés fondamentales dans sa construction de l'âme du monde. Ce n'est pas absolument vrai. Il fait *explicitement* intervenir les seules médiétés arithmétique et harmonique. Le partage du mélange selon des intervalles doubles et triples n'est pas décrit en terme de médiété géométrique. On peut dire que cela revient mathématiquement au même, mais la différence de formulation a peut-être son importance. La proportion géométrique n'est explicitement utilisée par Platon qu'au sujet du corps du monde (31b-32b), évoquée à nouveau en 53 e4-5 et en 56 c7. Par conséquent l'inexprimabilité numérique — l'irrationalité selon Platon (mais pas Euclide) — peut éventuellement se manifester dans le corps du monde (par le biais de la moyenne géométrique et des triangles «élémentaires»), mais pas dans son âme ! Dans le même ordre d'idées, toutes les périodes des astres sont supposées commensurables (39 d).

51. L'authenticité de l'ouvrage (et *a fortiori* celle de la «préface») est contestée. Les Anciens attribuent des *Éléments de musique* à Euclide. Les historiens les plus optimistes considèrent que la *Division du canon* dépend, d'une manière que l'on ne peut pas préciser, d'un écrit musical euclidien authentique.

52. *Resp.* VII, 531 c3-4.

53. [Euclide/Heiberg-Menge, 1916], p. 158, l. 21—p. 160, l. 4.

Trois domaines sont mis en relation analogique : les sons, les nombres et leurs rapports, les noms. La consonance (réalité acoustique) est rapportée aux rapports de nombres et ceux-ci sont divisés en deux classes selon la simplicité ou non de leurs désignations. La langue grecque a vocation à dire l'harmonie du monde ! L'explication est bien courte car la condition n'est pas suffisante : le rapport de 9 à 8 est épimore — il est donc désigné par un nom unique, « épogde » —, mais les Anciens ne considéraient pas l'intervalle de ton (qui lui est associé) comme consonant.

Il est assez tentant de rapporter cette douteuse explication à quelque néo-pythagoricien, ne serait-ce qu'à cause de la mention des trois catégories de rapports numériques (multiple, épimore, épimère) que Nicomaque de Gérase qualifie de «simples», mais il faut tout de même relever que la première partie de l'introduction à la *Division du canon,* qui donne une explication de la nature du son, est proche du Fragment DK 47 B1 d'Archytas et que la Proposition 3 du même traité établit un résultat mathématique très significatif : « dans un rapport épimore, ne tombe aucun nombre moyen proportionnel, ni un, ni plusieurs »[54] attribué au même géomètre par Boèce. Celui-ci prétend lire encore et pouvoir critiquer la preuve du Tarentin[55].

Quoi qu'il en soit, il me paraît assuré que les savants pythagoriciens ont étudié la structure mathématique de la gamme musicale (en particulier la gamme diatonique du *Timée*). Qu'ils n'étaient cependant pas capables de justifier le rôle qu'ils faisaient jouer aux rapports multiples et épimores me paraît impliqué par la critique de Platon. Dans l'hypothèse — au demeurant peu probable — où Archytas aurait proposé l'explication pseudo-euclidienne de la consonance, celle-ci ne l'aurait certainement pas convaincu. Outre son inadéquation mathématique déjà relevée, je ne crois pas qu'elle s'accorde avec la conception du langage présentée dans le *Cratyle.* En revanche, sans tomber dans un travers formaliste qui réduit les mathématiques à un jeu de langage, Platon pouvait être sensible à un trait formel commun au langage et à la géométrie axiomatisée. Dans les deux cas, les constituants ultimes (phonèmes et syllabes d'un côté, hypothèses de l'autre) ne peuvent pas rendre compte d'eux-mêmes[56].

Quels que soient ses mérites, la méthode de réduction en « éléments » (στοιχεῖα dans les deux cas) ne fournit pas d'explication

54. Résultat significatif puisqu'il généralise l'irrationalité de ce que les Modernes appellent 2.

55. Cf. DK 47 A 19. J'ajoute que le témoignage de Ptolémée (*Harmoniques,* I, 13 = DK 47 A 16) confirme le rôle privilégié qu'Archytas faisait jouer aux rapports épimores dans la manière dont il divise le tétracorde selon les différents genres. Ces divisions ne correspondent certainement pas à une pratique musicale.

56. Cf. *Theaet.,* 206 e6—208 b9 et *Resp.* VI, 510 c6-7; 511 a3-5; VII, 533 c1-5.

ultime. Cela vaut également pour la théorie des constituants physiques fondamentaux que certains appellent aussi « éléments » (mais pas Platon[57]). La «solution» que celui-ci propose dans le *Timée* peut paraître assez paradoxale aux yeux d'un moderne. Elle consiste à combiner une modélisation mathématique « traditionnelle » (ou, du moins, peu originale dans le cas de la structure musicale de l'âme du monde) et une explication téléologique, à savoir la bonté du Démiurge qui le conduit à faire le maximum pour que la création (le cosmos) ressemble le plus possible à son modèle intelligible. Mathématiques et téléologie ne sont pas incompatibles, elles se complètent.

5. Les arguments de sphéricité

J'ai cité l'explication (pseudo-)euclidienne de la consonance pour une autre raison. Elle possède une caractéristique commune avec l'un (au moins) des arguments de type mathématique que donne Platon. Il y a une sorte de « convenance probable » entre deux ordres de choses : le langage et la réalité sonore dans le cas des intervalles musicaux, la forme géométrique et le cosmos dans ce que j'ai décrit comme le deuxième lieu mathématique (33 b1—34 b3). Après avoir expliqué pourquoi le Démiurge, dans la perspective de perfection qui est la sienne, a constitué un monde unique sans extériorité et donc, exempt de vieillesse et de maladies (32 c5-33a), Platon enchaîne :

« Comme figure (σχῆμα), il lui donna celle qui lui convenait et qui lui était apparentée »[58].

La « convenance » (τὸ πρέπον) est explicitée comme suit : au Vivant qui devra contenir tous les vivants convient la figure qui comprend toutes les figures, donc la forme sphérique ! L'explication est un peu mystérieuse car on ne voit pas en quoi la sphère aurait une vocation particulière à contenir toutes les figures. A moins que Platon n'anticipe (sans le dire) sur les polyèdres réguliers qui, tous, peuvent être circonscrits par une (même) sphère[59].

La suite de l'argument enchaîne autrement, suggérant que la sphère est une figure parfaite, en fait la plus «achevée», en jouant sur

57. J'ai relevé sept occurrences de «στοιχεῖον»: 48 b8, 54 d6, 55 a8; 55 b4; 56 b5; 57 c9; 61 a7. Sauf en 48 b8, il s'agit de références à des entités géométriques, soit l'un des deux triangles «élémentaires» (54 d6, 55 a8; 55 b4), soit les deux (57 c9), soit l'un des polyèdres (56 b5). Moins déterminée (il peut s'agir soit des triangles «élémentaires», soit de triangles équilatéraux, voire des polyèdres), l'occurrence de 61 a7 n'en reste pas moins géométrique. En 48 b8 il est fait référence aux constituants physiques (Feu, Air, Eau, Terre) désignés comme «éléments» du Tout. Il s'agit d'éclairer ce que pouvait être le statut de ces constituants avant l'action du Démiurge. J'y vois donc une concession lexicale aux cosmologies antérieures et non une adhésion platonicienne à cette terminologie. En 31b-32c ces mêmes constituants ne sont pas désignés comme des στοιχεῖα.

58. *Tim.*, 33 b1, [Platon/Brisson, 1992], p. 122.

59. Cf. *infra* l'explication différente donnée par Cléomède.

les sens multiples de «τέλειον», comme le monde est le plus «achevé» des vivants : il vit en effet en totale autarcie et sans extériorité, ce qu'il le dispense des organes ou des fonctions que possèdent les autres vivants : sensation, alimentation, respiration, préhension, déplacement local… Les symétries ou dissymétries, chez les vivants, notamment la distinction des directions (haut/bas; avant/arrière; droite/gauche) s'inscrivent dans les corps pour traduire leur manque de perfection. Par conséquent, à l'inverse, la surface du monde sera parfaitement polie. Celui-ci n'aura pas besoin de se déplacer (pour se nourrir ou se reproduire) et s'il doit être doté d'un mouvement pour être un vivant complet, la révolution sur soi-même, apparentée au mouvement de l'intelligence, seule lui sera accordée, à l'exclusion de tout autre espèce de mouvement.

La forme sphérique lui convient donc car cette figure est la plus «parfaite», quantitativement (égalité des rayons) et qualitativement (la figure la plus semblable à elle-même). Car le Démiurge, dit Platon, était convaincu « qu'il y a mille fois plus de beauté dans le semblable que dans le dissemblable » (33 b7).

Ce genre d'argument peut faire douter qu'il faille prendre une telle modélisation géométrique très au sérieux et on pourrait n'y voir qu'une pure spéculation éthico-cosmologique teintée de finalisme. En caricaturant un peu, le monde possède la forme sphérique car c'est la forme qui lui convient (= que le Démiurge a voulu pour lui) ! Au demeurant il n'est pas exclu qu'il y ait là quelques clins d'œil de Platon à son lecteur, sous forme d'allusions pittoresques aux cosmologies antérieures, notamment à celle d'Empédocle[60].

Mais il faut surtout souligner la postérité extraordinaire de cet argument de « convenance vraisemblable », non seulement chez les philosophes qui se piquent de cosmologie : Aristote en premier lieu, Adraste d'Aphrodise (qui commenta le *Timée*), le stoïcien Cléomède (*ca* 200), mais aussi chez les scientifiques comme Claude Ptolémée, puis, cela va de soi, dans les commentaires de l'Antiquité tardive (Théon d'Alexandrie, Proclus, Simplicius, Jean Philopon…). Ainsi Cléomède reprend l'argument d'une manière un tout petit peu plus précise :

> Il est en outre des plus vraisemblable que le plus parfait des corps soit doté de la figure la plus parfaite. Or le monde est le plus parfait de tous les corps et la sphère est la plus parfaite de toutes les figures; cette dernière est en effet capable d'englober toutes les figures qui sont

60. Les fragments DK 31 B 28-29 évoquent Sphairos «κυκλοτερές» (cf. *Timée,* 33 b 5), partout égal à lui-même (πάντοθεν ἶσος ἐὼν) mais *illimité* (πάμπαν ἀπείρων), sans rameaux sur son dos, sans pieds, ni genoux rapides, ni sexe… N'oublions pas que cet argument suit immédiatement le *locus* N°1 qui vient de montrer la nécessité des quatre constituants physiques fondamentaux (Feu, Air, Eau, Feu) que l'on associait sans doute facilement à l'Agrigentin.

> dotées du même diamètre qu'elle; par contre aucune autre figure n'est capable d'englober la sphère dotée du même diamètre qu'elle. Il est donc des plus nécessaire que le monde soit une sphère[61].

Pour comprendre la manière dont la sphère peut contenir «toutes» les figures, il faut donc se rappeler que le diamètre d'une figure est la droite qui la «mesure» selon la plus grande distance, par exemple la grande diagonale dans un parallélogramme.

Mais les cas les plus frappants sont Aristote et Ptolémée, le premier parce qu'il néglige rarement une occasion de se démarquer de son maître, le second parce que c'est le savant grec qui a poussé le plus loin la démarche de modélisation mathématique au sens *quasi* actuel du terme (v. le schéma *supra*) et qui, malgré cela, dans les Prolégomènes du premier Livre de l'*Almageste,* s'abandonne aux délices des arguments de « convenance vraisemblable ».

Dans le chapitre 4 du deuxième Livre de son traité *Du ciel,* Aristote, pour établir la sphéricité du cosmos, propose 4 arguments. Le dernier (287 a30—b21) procède par contiguïté : l'eau qui entoure la Terre est sphérique[62]; le feu, qui lui est contigu, a donc la même forme, de même que le ciel, car ce qui est en contact avec le sphérique est aussi sphérique. Ici «sphérique» s'applique à des «couronnes» comprises entre deux sphères. L'argument deviendra (ou était déjà) un classique. Il sera repris par Cléomède et Adraste.

Le deuxième argument aristotélicien (287 a11-22) repose sur le fait qu'il n'y a pas de lieu ni de vide hors du dernier orbe. Or, si le ciel avait des arêtes, il faudrait qu'il existe un lieu et un vide pour permettre son mouvement. Selon Aristote, ceci vaut non seulement pour les polyèdres mais pour les formes ovoïdes. L'argument est insuffisant car certains solides de révolution (cône, cylindre, ellipsoïde) en mouvement autour de leur axe n'exigent aucun autre lieu pour leur mouvement que celui qu'ils occupent. Le texte du troisième argument paraît avoir souffert mais est plus intéressant. Après avoir établi de manière quasi syllogistique que le mouvement (diurne) du Ciel, seul mouvement continu, uniforme et éternel est mesure de tous les mouvements et donc le plus rapide (287 a23-26), Aristote affirme :

> Mais des lignes qui vont d'un même point à lui-même, la ligne du cercle est la plus petite. Or le mouvement le plus rapide est celui selon la ligne la plus courte; de sorte que si le ciel est mû en cercle et du mouvement le plus rapide, il est nécessaire qu'il soit de forme sphérique (a27-30).

---

61. [Cléomède/Todd, 1990], p. 31, l. 139—p. 32, l. 145. Trad. franç. [Cléomède/Goulet, 1980], p. 119.

62. Ce qu'Aristote justifie mathématiquement à partir du fait que l'eau s'écoule toujours vers le lieu le plus creux *i.e* le plus proche du centre, Cf. 287 a4 - 14.

Le Stagirite semble donc mobiliser une propriété extrémale du cercle en tant que ligne fermée, mais une précision fait défaut. Sans doute faut-il ajouter que les lignes en question contiennent une aire donnée, sinon il n'y a pas de ligne minimale.

Si c'est le cas, Aristote connaissait donc une propriété en quelque sorte duale de la célèbre propriété isopérimétrique du cercle que nous allons d'ailleurs retrouver chez Ptolémée :

> …des différentes figures ayant un périmètre égal, les plus polygonales sont les plus grandes [en aire], donc le cercle, parmi les figures planes, est la plus grande, (et parmi les solides, la sphère)[63].

Je dois confesser un certain doute d'abord à cause de l'absence de précision concernant l'aire puis, parce que l'argument tel qu'il est énoncé (le passage de « être mû en cercle » à « forme sphérique » n'exclut pas, me semble-t-il, que le cosmos puisse être de forme cylindrique). En outre, la propriété isopérimétrique est traditionnellement rattachée aux noms de Zénodore et d'Archimède et exige, pour être établie de manière rigoureuse, des développements mathématiques qu'on croirait volontiers propres à l'époque hellénistique. Enfin la confrontation entre les textes aristotélicien et ptoléméen permet d'envisager une autre solution : ce que nous trouvons dans le traité *Du ciel* pourrait être le résultat d'une restauration éditoriale[64].

Quoi qu'il en soit, le plus long et le plus remarquable des arguments aristotéliciens de sphéricité est le premier (286 b10—287 a5) car, comme celui du *Timée,* c'est un argument de convenance mettant en parallèle la hiérarchie des figures géométriques. Plusieurs critères : l'antériorité de l'unité sur le multiple, du simple sur les composés, du parfait sur l'imparfait, permettent d'établir que le cercle est la première des figures planes et, de la même manière, la sphère l'est parmi les figures solides. Et Aristote de conclure[65] :

> Or puisque la première figure est celle du premier corps, que le premier corps est celui qui est dans l'ultime révolution, le corps qui possède la révolution circulaire sera de forme sphérique.

63. [Ptolémée/Heiberg, 1898], p. 13, l. 16-20.

64. Le troisième argument de Ptolémée, précédant immédiatement l'argument isopérimétrique, correspond en effet au début de notre passage aristotélicien (287 a23-26) sur la célérité du mouvement du ciel, mais il enchaîne autrement : « or la figure la plus apte au mouvement, c'est, parmi les figures planes, le cercle, parmi les solides, la sphère… ». Aristote raisonnait peut-être de la même manière. La fin de l'argument ayant été altérée ou devenue difficilement lisible, un éditeur, s'inspirant des propriétés extrémales du cercle et voyant qu'elles étaient déjà mobilisées dans les arguments de sphéricité chez Ptolémée (ou chez l'un de ses prédécesseurs), a reconstruit l'argument que nous trouvons ici.

65. 287 a2-5. Je considère la séquence 286 b33—287 a2 (Ἔστι δέ καὶ κατὰ τὸν ἀριθμὸν… σχῆμα) comme une glose interpolée

L'inspiration du *Timée* est si évidente que le Stagirite s'y réfère très clairement, sinon explicitement. Ceux qui engendrent les corps à partir de surfaces planes (286 b27-28) témoignent dans le même sens que lui !

Le premier Livre de l'*Almageste* traite cinq préalables fondamentaux pour la compréhension du système géocentrique : **I**. Le ciel se meut comme une forme sphérique; **II**. La terre est sensiblement sphérique dans toutes ses parties; **III**. Elle se trouve au milieu des cieux; **IV**. Elle a un rapport de point relativement aux cieux; **V**. Elle ne produit pas non plus de mouvement local. Sur le premier point Ptolémée avance cinq arguments dont le développement est très variable : **1**. Le premier argument, proprement astronomique, est le plus long (il représente à lui seul les trois quarts du chapitre). Il s'appuie sur le mouvement apparent des Fixes. Des considérations du même genre étaient déjà développées dans les *Phénomènes* d'Euclide et chez Adraste. **2**. Le second est gnomonique, fondé sur le fonctionnement des instruments pour indiquer l'heure. **3**. Nous avons déjà évoqué le troisième, «cinématique», reposant sur la rapidité du mouvement des Fixes[66]. **4**. Même chose pour le quatrième, géométrique, énonçant la propriété isopérimétrique (resp. isépiphane) du cercle (resp. de la sphère). Ces trois arguments sont très brièvement exposés (10 lignes en tout). **5**. Le dernier (une vingtaine de lignes) est qualifié par Ptolémée lui-même de «physique» et de «vraisemblable» (εὔλογον). Il est basé sur une comparaison des différents éléments, en particulier l'éther, et son homogénéité supposée, avec les surfaces simples et homéomères. Dans ce dernier argument, on a une sorte d'écho du discours de Timée sur la similitude à soi de la surface de la sphère mais quelque peu contaminé par la théorie aristotélicienne de l'éther.

Les arguments **3-4-5** relèvent donc de ce que j'ai appelé « argument de convenance vraisemblable », et ils sont fondés sur une analogie dont l'un des termes est une figure géométrique, l'autre une partie du Ciel ou l'une de ses caractéristiques; l'analogie suppose une hiérarchie des figures par rapport à des critères formulés en terme de «maxima-minima»; en termes modernes on parlerait d'optimisation. Le cercle, parmi les figures planes, la sphère, parmi les solides, constituent le sommet de cette hiérarchie des figures :

	Les registres de l'analogie	**Critères de comparaison**
Arg. 3	Mouvements et figures	« ce qui est le plus facile à mouvoir »
Arg. 4	Objets cosmiques et figures : Ciel / sphère	« être le plus grand ou ce qui contient le plus »
Arg. 5	Éléments et figures : Éther / sphère	« être le plus homogène ou le plus homéomère »

66. Cf. *supra,* n. 64.

On devine la perplexité des interprètes modernes face aux prolégomènes ptoléméens. Tannery, par exemple, préférait y voir des hypothèses astronomiques dont on ne peut (doit) pas fournir une démonstration scientifique, mais qu'on accompagne de justifications pour rendre compte de leur introduction et pour réfuter des objections qu'on a pu leur adresser par le passé. Antérieure à l'exposé scientifique lui-même, la justification des «postulats» astronomiques, dans l'optique de Tannery, n'est qu'une concession aux lois du genre et à la rhétorique[67]. C'est possible, mais la démarche réductionniste de la science ancienne croise nécessairement des questionnements philosophiques, en particulier quand elle entreprend de poser ses premiers principes. Cela vaut également pour les premières Définitions en géométrie. On peut éviter le problème en recourant à la postulation simple comme le font, par exemple, les *Éléments* d'Euclide ou le court traité d'Aristarque de Samos. A l'époque de Ptolémée les mathématiques font désormais partie des pratiques lettrées et savantes. Il n'est pas possible de passer sous silence la riche tradition cosmologico-philosophique inaugurée par Platon et Aristote.

Luc Brisson souligne le rejet aristotélicien de la mathématisation de la physique proposée par Platon dans le *Timée*[68]. Je suppose qu'il pense à la modélisation des constituants physiques simples et de leurs transformations mutuelles par le biais des polyèdres. Ce rejet ne fait pas le moindre doute. Mais je ne dirais pas, sans nuances, qu'Aristote est hostile à la mathématisation du sensible. La cosmologie astrale du traité *Du ciel,* Livres I-II, mobilise elle aussi des arguments de type mathématique, en particulier quand il s'agit de discuter de la forme du cosmos, des astres et de la terre[69]. Pour évaluer l'attitude du Stagirite, il faut nécessairement prendre en compte la distinction supralunaire / sublunaire qui ne vaut manifestement pas dans le *Timée,* puisque les mêmes éléments composent les corps terrestres et célestes.

Cela dit, il y a aussi une dissymétrie esquissée dans le *Timée,* car le Ciel et l'astronomie sont régis principalement par l'âme du monde, entièrement rationnelle. De plus, le corps des astres est composé du feu le plus pur, tandis que les éléments terrestres sont manifestement soumis à une grande hétérogénéité et participent fortement à la cause «nécessaire» dont l'action semble minimale en ce qui concerne les astres. On pourrait souligner la différence avec Aristote en disant que, dans le *Timée,* l'ordre astronomique

67. Cf. [Tannery, 1893 (réimpr. 1976)], pp. 87-102 en particulier p. 87-90 et 94-95.

68. Cf. par exemple [Brisson, 2000], p. 302.

69. Le Stagirite développe même quelques arguments de type mathématique dans sa *Physique,* dans le cadre de l'analyse du mouvement local (L. VI) et il s'intéresse aux phénomènes explicables en termes d'optique géométrique (en particulier d'ἀνάκλασις) dans ses *Météorologiques.*

est garanti par la structure mathématique de l'âme du monde tandis que chez Aristote cela découle des propriétés de la matière des cieux, la célèbre cinquième essence, doté d'un mouvement circulaire naturel (non forcé), éternel et uniforme. Quand bien même, il ne faudrait pas perdre de vue les arguments métagéométriques grâce auxquels le Stagirite a établi l'existence et les propriétés d'un tel élément. En termes de style, ceux-ci ne sont pas très différents des arguments de convenance vraisemblable utilisés par Platon[70].

6. Polyèdres réguliers et constituants physiques

Mais revenons au *Timée* et à son cinquième *locus mathematicus* (53 c5—55c6). Sur ce passage si souvent commenté, considéré pour lui-même, j'ai peu de choses à dire. Je me contenterai de deux remarques :

a. D'abord je justifierai mon découpage, autrement dit le fait qu'il existe bel et bien une partie «géométrique» dans ce *locus,* suivie d'une partie que j'appelle, faute de mieux, «mixte». Dans celle-ci Platon articule les propriétés géométriques du modèle et les propriétés physiques des modélisés, les constituants physiques simples. C'est une évidence, mais cela permet de maintenir l'interprétation en termes de modélisation que nous avons cru pouvoir dégager des autres *loci.* Bien entendu la coupure n'est pas stricte car Platon procède à des rappels et à des anticipations. Le *Timée* reste un texte littéraire; ce n'est pas un traité de géométrie. La distinction me paraît cependant utile[71]. Je propose pour le passage le plan suivant :

Portion géométrique (53 c5-55 c6) avec deux apartés mixtes :

— 53 c5-d7 : nécessité (mathématique) d'introduire des triangles élémentaires

— 53 e1-8 : aparté mixte = rappel (4 corps, les plus beaux, mis en proportion (32b))

— 54 a1-b3 ou b6 : les deux triangles élémentaires, l'un isocèle, l'autre promèque

— 54b3 ou b6-d5 : aparté mixte = raison d'être du modèle (justifier les transformations mutuelles de trois des quatre constituants physiques. En écarter la Terre).

---

70. Par exemple : il y a une distinction entre mouvements simple et composé, parce qu'il y a une distinction entre lignes simples et composées. Et il n'y a que deux lignes simples, la droite et la circulaire. Donc il n'y a que deux mouvements simples : le rectiligne et le circulaire. Or le circulaire l'emporte en perfection sur le rectiligne (car le cercle l'emporte sur la droite) et il existe des corps simples qui se meuvent de manière rectiligne. Et les corps simples ont des mouvements naturels simples. Donc il existe un corps simple qui se meut naturellement en cercle. Cf. *De cælo,* I, 2, 268 b14—269 a7.

71. Il me semble que c'est aussi l'opinion de [Cornford, 1937], p. 210.

— 54 d5-55 c6 : «constructions» à partir des deux triangles élémentaires[72]

54 d5-e3 : le triangle équilatéral

54 e3—55 b3 : trois solides réguliers (non nommés) à faces triangulaires

55 b3-7 : le carré

55 b7-c4 : la figure cubique

— 55 c4-6 : allusion à une cinquième construction (non nommée).

Portion mixte (55 c7-61 c3).

Je n'entre pas dans les détails. La transition est d'autant plus nette qu'elle s'opère par une discussion surprenante sur le nombre des mondes (55 c7-d6). Pourquoi penser qu'il puisse y avoir cinq mondes, alorsqu'il n'y a que quatre éléments ? Parce qu'il y a cinq polyèdres ? Même si c'est un crime de lèse-majesté platonicienne, je me demande si ce passage est authentique[73]. Faut-il penser que d'autres positions avaient été soutenues au sein de l'Académie qui faisaient intervenir un cinquième élément et qui seraient évoquées ici ? Quoi qu'il en soit, même si l'on ne tient pas compte de cette discussion, la transition est claire puisque Platon enchaîne ensuite avec l'appariement entre solides mathématiques et constituants physiques.

Le fait qu'il s'agisse d'une modélisation mathématique se voit dans la manière de parler des triangles élémentaires dans la portion géométrique. Ils y sont considérés comme des principes. Aussi Platon en parle-t-il au singulier (ἐξ οὗ, 54 a7 ; ἐκ τοῦ, 54 c3, τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον, 55 b4-5) ou au duel, si je puis dire, quand il les envisage ensemble (ἐκ δυοῖν, 53 d1 ; δύο τρίγωνα ἐξ ὧν, 54 b3). De même la stabilité plus ou moins grande des solides réguliers ne provient pas, comme on s'y attend assez naturellement, de leurs bases (triangle équilatéral ou carré), mais du triangle élémentaire qui les compose (55 e4). Puisqu'il s'agit de principes, on peut donc envisager qu'il n'y a qu'un seul triangle de chaque espèce à considérer dans cette

72. En réalité Platon ne construit pas les quatre polyèdres réguliers qu'il va associer aux constituants physiques. Ce serait d'ailleurs très fastidieux et très technique. Pour s'en convaincre il suffit de lire les Propositions XIII. 13-17 des *Éléments* d'Euclide. Il se contente donc de décrire l'angle solide caractéristique de chacun d'eux — c'est important car, dans la partie mixte, l'»énergie de pénétration» d'un constituant paraît liée à l'acuité ou, à l'inverse, à l'obtusité de l'angle solide du polyèdre associé — et d'indiquer le nombre desdits angles. Cette discussion en termes d'angles solides, outre sa concision, a l'intérêt de suggérer que Platon savait qu'il n'existe que cinq polyèdres réguliers (Cf. [Euclide/Vitrac, 2001], pp. 95-96). Pour l'octaèdre, l'icosaèdre et le cube, il précise aussi le nombre de bases. Pour l'icosaèdre, il donne en outre le nombre de triangles élémentaires : deux fois soixante (et non pas cent vingt comme le disent la plupart des traducteurs !)

73. Il pourrait bien s'agir d'une glose, ultérieurement insérée dans le texte, inspirée par l'idée qu'il y a cinq éléments et non pas quatre. Aristote et l'auteur de l'*Épinomis* ont soutenu cette thèse. [Platon/Brisson, 1992], n. 423, p. 254 fait remarquer que le texte grec pose certains problèmes. Sa note 422 ne plaide pas non plus pour l'authenticité. Cf. aussi la discussion dans [Cornford, 1937], pp. 220-221.

portion. Aucune considération de module n'est de mise à ce niveau. Il s'agit de formes, d'« εἴδη ». Même si Platon brouille parfois un peu le jeu[74], pour suivre l'interprétation en termes de modélisation on devrait, en toute rigueur, distinguer les triangles et solides mathématiques et le résultat de leur participation dans les corps physiques simples. C'est à ce second niveau que devraient s'introduire les considérations sur les espèces variées d'un même corps en termes de tailles de triangles « participés »[75]. Mais Platon, là encore, préfère s'exprimer directement en langage mathématique (57 c8-d6), d'où l'embarras des commentateurs[76].

b. Ma seconde remarque portera sur le début de la portion géométrique. Elle illustre ce que j'ai déjà dit concernant la démarche « analytique » de Platon dans ses arguments mathématiques. Il est bien clair qu'il a décidé d'associer les quatre constituants physiques du corps du monde à quatre des cinq polyèdres. Son exposé ne commence pas de cette manière mais il est commandé par ce projet. Dès lors qu'il s'agit de corps, on leur associera des figures mathématiques solides, c'est-à-dire qui ont profondeur et, comme chez Euclide, ces solides sont délimités par une ou des surfaces[77]. Platon exclut (implicitement) les cônes et les cylindres, la sphère ayant déjà été retenue pour la figure du cosmos dans son ensemble, et choisit donc des polyèdres réguliers.

Les surfaces limitantes seront donc des figures planes rectilignes. Or toute figure de ce genre se laisse décomposer en triangles. De fait, on sait même à l'avance que lesdites faces seront soit des triangles équilatéraux, soit des carrés, soit des pentagones réguliers. L'analyse ne s'arrête pas à ces trois figures, certes régulières, mais d'espèces différentes. Si le carré ou le pentagone régulier se divisait en triangles équilatéraux, Platon aurait pu le choisir comme unique principe. C'est une figure d'égalité parfaite qui ne le cède qu'au cercle (limité

74. Ainsi en 56 d5, il invoque à bon droit la particularité de l'εἶδος de la terre pour justifier qu'elle ne participe pas aux transformations mutuelles des trois autres corps. Pour expliquer ces dernières l'«élément» n'est pas pertinent (c'est le même pour les trois) et l'explication devra donc être physique. C'est presque le cas : le triangle (y compris le triangle équilatéral) n'apparaît pas en 56 d—57c; on y trouve surtout des corps (σώματα) et leurs parties (μέρη). Mais en 56 e5 deux σώματα de feu se reconstruisent en un εἶδος d'air ! Et, en 57 a1, pour décrire la puissance du feu, Timée invoque ses angles et ses arêtes.

75. Cf. la célèbre thèse «modulaire» de [Cornford, 1937], p. 233-239. Sur l'utilité d'une telle hypothèse, voir l'exposé très clair de [O'Brien, 1984], pp. 83-87 et sa note 4, pp. 341-358. L'objection de [Platon/Brisson, 1992], p. 304 selon laquelle des «lois mathématiques» de transformation, autres que celles exposées dans 56 d-57 b, sont alors à prendre en compte ne me paraît pas décisive. Ces règles restent vraies et sont paradigmatiques.

76. Mais si l'on introduit cette variation modulaire des tailles au niveau des figures mathématiques, il ne sera plus vrai qu'un icosaèdre est toujours construit à partir de 120 triangles élémentaires (Cf. *supra,* n. 72). Tandis qu'il se peut que deux icosaèdres d'eau soient composés, l'un, par exemple, de 120 «triangles» élémentaires, l'autre de 360.

77. Cf. *Éléments,* Df. XI. 1-2 (Cf. [Euclide/Vitrac, 2001], pp. 73-76).

par une seule ligne) et Euclide en fait l'objet de sa première Proposition. Mais cette division est impossible.

Ayant décidé de reprendre les quatre racines d'Empédocle, Platon n'a que deux possibilités rationnelles de choisir quatre solides réguliers parmi cinq : prendre les trois dont les faces sont des triangles équilatéraux et leur adjoindre soit le cube, soit le dodécaèdre. Il faut donc diviser soit le carré, soit le pentagone régulier en triangles. Il choisit le cube, sans doute parce qu'il est le plus simple des deux[78], et doit résoudre le carré en triangles. C'est immédiat si l'on joint une diagonale : le carré se divise en deux triangles rectangles isocèles. Mais pourquoi privilégier une diagonale plutôt que l'autre ? D'autant que, si l'on joint les deux diagonales, les quatre triangles produits seront de la même espèce, le rectangle isocèle. Dans cette division, deux choses sont à retenir : elle se fait en triangles rectangles; elle met en évidence le centre de symétrie du carré. On pourrait s'arrêter là et garder comme principes le triangle équilatéral et le rectangle isocèle mais on a deux propriétés pour le second, une seulement pour le premier, et donc l'auteur du *Timée* entreprend de diviser le triangle équilatéral en triangles rectangles.

Dans ce cas aussi il y a un procédé naturel : mener la hauteur issue d'un sommet sur le côté opposé. On fait apparaître deux triangles rectangles congruents assez particuliers, car le petit côté de l'angle droit est dairement la moitié de l'hypoténuse. Par conséquent ce triangle rectangle n'est pas isocèle. Il est en effet facile de vérifier que le grand côté de l'angle droit est, en puissance, triple de ce petit côté[79]. On obtient un nouveau point d'arrêt possible mais, comme pour le carré, pourquoi privilégier telle hauteur plutôt que telle autre. Or, si l'on mène les trois hauteurs, on fait apparaître six triangles rectangles et, comme dans le cas du carré, on voit qu'ils sont de la même espèce que le demi-triangle équilatéral dont on vient de parler et qu'ils mettent en évidence le centre de symétrie du triangle équilatéral.

Au terme de cette « analyse », Platon obtient deux triangles rectangles, l'un isocèle, l'autre non, à partir desquels il pourra, dans son exposé « synthétique », construire les faces des polyèdres : six pour le triangle équilatéral, quatre pour le carré. Leur distinction est gouvernée par l'opposition de l'Égal et de l'Inégal, ce qui justifie aussi, *a posteriori,* le choix du cube. En effet, s'il avait retenu le dodécaèdre, en divisant sa face pentagonale en triangles rectangles[80],

78. Cf. aussi *infra,* n. 80.

79. En termes modernisés leur rapport vaut 3.

80. Contrairement à ce que dit ([Taylor, 1928], p. 377, n. 1, il est possible de diviser le pentagone en paires de triangles rectangles placés κατὰ διάμετρον, en menant ses cinq hauteurs, comme pour le triangle équilatéral, (et non ses cinq diagonales, comme pour le carré, car on obtiendrait alors dix triangles isocèles non rectangles, de deux espèces différentes (cinq de chaque), et un pentagone central !).

Platon obtenait un autre triangle promèque. Il aurait peut-être fallu discuter pour savoir lequel était le plus beau des deux[81]. Et, de toute façon, on perdait le patronage de la Dyade Égal / Inégal. La démarche régressive que je viens de décrire justifie donc les choix platoniciens. Quand on raisonne ainsi par réduction, ils sont, me semble-t-il, assez naturels et je trouve que les interrogations concernant le choix du plus beau des triangles rectangles scalènes[82], ou le fait d'en prendre six pour constituer le triangle équilatéral[83], sont plutôt oiseuses.

Ainsi, voulant rattacher l'exposé du *Timée* à l'ancien Pythagorisme, Taylor cite un célèbre fragment de Speusippe[84] qui énumère une hiérarchie supposée pythagoricienne des triangles laquelle procède ainsi : triangle équilatéral, demi carré, demi triangle équilatéral… Or, à supposer que cette dassification soit effectivement celle des Pythagoriciens, ce n'est précisément pas la même que celle qui se met en place dans notre passage du *Timée,* à savoir le *quart* de carré, le *sixième* du triangle équilatéral, et comme le texte le précise, en troisième lieu (ἐκ τρίτου, 54 b1) — et non en premier (!) —, le triangle équilatéral.

S'il fallait vraiment rattacher les triangles élémentaires du *Timée* à l'ancien Pythagorisme, j'aurais tendance à penser, à l'inverse de Taylor[85], que Platon a tout fait pour se démarquer de, ou pour parodier, une classification du genre de celle rapportée par Speusippe. Ainsi, si l'on adopte une hypothèse « modulaire » à la Cornford pour rendre compte de l'existence d'espèces, tout en maintenant la possibilité de transformations mutuelles, il faudra la modifier en conséquences pour respecter les règles de construction indiquées par Platon :

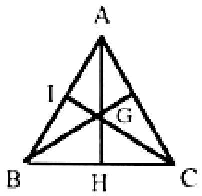
81. Aux yeux d'un «pythagoricien» actuel, le triangle rectangle mis en évidence dans le pentagone possède d'autres atouts pour prétendre au titre de « plus beau » des triangles promèques : le rapport entre le grand côté de l'angle droit et l'hypoténuse y vaut $\phi/2$, ϕ désignant ce qu'on appelle communément le nombre d'or. J'ignore si Platon avait connaissance de quelque chose de ce genre (ce que les Anciens appelaient la « section en extrême et moyenne raison »), mais il a préféré retenir le cube pour les raisons que je viens d'exposer.

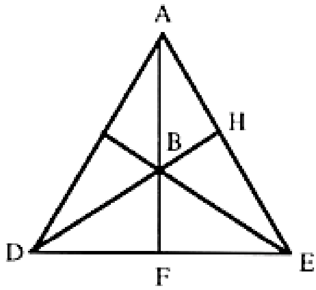
82. [Taylor, 1928], pp. 370-371, s'inspirant de Proclus, en cherche la raison dans les rapports entre angles.

83. Cornford croit que Platon a ainsi suggéré l'existence de deux tailles possibles de triangles équilatéraux, construits à partir d'un même «module» en prenant respectivement 2 et 6 demi-triangles; Cf. [Cornford, 1937], p. 234. Même si l'existence d'espèces pour les corps physiques implique de se rallier à une solution « modulaire » à la Cornford, la présentation qu'il en fait me paraît inadéquate. Cf. *Infra.*

84. Transmis dans les *Theologoumena Arithmeticæ,* [{Jamblique}/ De Falco, 1922 (réimpr. 1975)] p. 82, l. 10—p. 85, l. 23, en particulier, p. 85, l. 1-7.

85. [Cornford, 1937], p. 237, n. 1, cite également Speusippe sans voir la différence. C'est pourquoi sa description des triangles du *Timée* (*ibid.,* p. 211 et 234-237) en termes de demi-équilatéral, demi-carré est inadéquate. Il insiste sur le fait que Platon a dit que deux éléments suffisent à faire un triangle équilatéral, mais il oublie de remarquer que c'est seulement en troisième lieu. L'assertion est au demeurant une évidence mathématique. Cela n'oblige pas Platon à construire les faces de ses solides de cette manière.





La description de Platon ne montre pas deux tailles de triangles équilatéraux, mais deux tailles d'« éléments » : AIG et AHC, dans le rapport de 3 à 1. Le triangle équilatéral construit avec AHC, soit ADE sera donc 3 fois plus grand en aire. Si l'on veut poursuivre, on prendra AFE comme « élément ». Il faut procéder de même avec les quarts de carré. On obtient deux séries de figures (triangles équilatéraux et de carrés) qui, à la différence de celles de Cornford, exhibent des proportions constantes simples :

- pour les triangles, les aires sont dans le rapport de 3 à 1, les côtés dans le rapport AH : HC (notre 3).
- pour les carrés, les aires sont dans le rapport de 2 à 1, les côtés dans le rapport « diagonale : côté » (2).

II. L'argument des quatre «éléments»

Revenons en arrière et considérons notre premier *locus mathematicus* (31 b4—32c4). Les discussions précédentes n'y sont pas totalement étrangères. Je crois qu'il s'agit encore d'un argument de convenance vraisemblable et qu'il y a là, comme dans le *locus* N°2 qui s'enchaîne immédiatement, une référence ironique aux cosmologies antérieures, notamment, cela va de soi, à celle d'Empédocle et à ses quatre « racines ». Ce lieu est certainement le plus problématique des cinq. Il s'agit d'établir que le Démiurge a utilisé les quatre constituants physiques simples « traditionnels » : Feu, Air, Eau, Terre, et que ceci était nécessaire (et suffisant) à partir d'un argument de type mathématique. Les modalités de l'argument soulèvent plusieurs questions. Le contenu de la partie mathématique est sous-déterminé et il semble contenir une assertion fausse (32 b2-3). L'enjeu de la discussion me paraît plutôt mince car la finalité de l'argument, rappelée à l'instant, est très claire et son caractère ironique probable. Mais, dans la mesure où les remèdes proposés ont été parfois pires que le mal, mieux vaut tenter à nouveau d'en cerner les difficultés. Commençons donc par décrire la structure du passage.

On y distingue clairement trois parties :

(**a**) 31 b4—c2 (argument logico-physique) :

— le cosmos est corporel donc visible et tangible. Il fallait donc utiliser du feu et de la terre pour construire son corps. Voilà déjà deux éléments nécessaires, représentant chacun un extrême, l'un dans le registre de la visibilité (τὸ ὁρατόν), l'autre dans celui de la tangibilité (τὸ ἁπτόν).

— Mais il est impossible de réaliser une construction (qui implique une harmonisation) avec deux termes aux propriétés si contraires. Il faut donc un troisième terme, intermédiaire entre eux (ἐν μέσῳ) qui serve de lien (δεσμός) et produise une unité. Il faudra donc au moins trois entités simples.

(**b**) 31 c2—32 b3, correspond à la « modélisation » mathématique, en trois temps.

— Platon précise d'abord la nature de ce lien qui doit être le plus fort et le plus beau. Ce sera l'ἀναλογία.

— Il justifie la prééminence de l'ἀναλογία en tant que capacité d'unification (31 c4—32 a6).

— Suit la discussion du nombre de termes moyens ou médiétés (μεσότητες) nécessaires, autrement dit le travail sur le modèle de l'ἀναλογία (32 a7-b3). La conclusion est qu'il faut deux médiétés.

(**c**) 32 b3-c4 marque l'application (le retour) au registre physique. Le Démiurge utilisera donc quatre corps simples, deux moyens insérés entre deux extrêmes, et les unira dans une proportion continue :

Feu : Air :: Air : Eau :: Eau : Terre[86]

pour construire le corps du monde. Les quatre corps s'accordent ainsi et apportent l'amitié (φιλία) au tout qu'est le cosmos.

Les problèmes que soulève la partie (**b**) sont les suivants :

1. Quel est le référent visé par «ἀναλογία» ? Ce terme possède, on le sait, des significations très larges. Même dans ses usages mathématiques, il n'est pas sans ambiguïté. Il réapparaît en 32 c1-2.

2. Dans le même ordre d'idées, que signifient ici « ὄγκος » et « δύναμις » ? Ou pour le dire autrement, comment construit-on la proposition : « ὁπόταν γὰρ ἀριθμῶν τριῶν εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων ὡντινωνοῦν ᾖ τὸ μέσον… » ? La séquence « εἴτε ὄγκων εἴτε

86. Les notations (A : B), (A : B :: C : D) désignent respectivement le rapport de A à B et la proportionnalité de (A, B, C, D), c'est-à-dire le fait que le rapport de A à B soit le même que celui de C à D. En toute généralité le rapport est une relation et la proportionnalité une identité de relations (Cf. les Df. V. 3 et 5 dans [Eudide/Vitrac, 1994], pp. 36-38 et 41-46; voir aussi pp. 58-61). Si A et B sont des grandeurs géométriques, ce rapport peut-être celui d'un nombre à un nombre ou non. On dit alors que A et B sont commensurables (resp. incommensurables). Dans le premier (resp. second) cas, leur rapport correspond à ce que *nous,* Modernes, appelons un nombre rationnel (resp. irrationnel) positif. La terminologie ancienne est géométrique et relationnelle.

δυνάμεων » représente-t-elle une alternative rapportée à « ἀριθμῶν » ? Auquel cas « ὄγκος » et « δύναμις » désignent des espèces de nombres. Ou bien faut-il reconnaître une conjonction de trois termes, comme si nous avions un « εἴτε » sous-entendu : « (εἴτε) ἀριθμῶν ... εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων » ? Les significations de « ὄγκος » et « δύναμις » ne sont plus alors subordonnées à «ἀριθμῶν».

3. Quel le référent de l'opposition « ἐπίπεδον »/« στερεόν » = « plan »/« solide » (32 a7, b2) ? En un sens il n'y a guère de doutes qu'il s'agisse du corps du Tout (τὸ τοῦ παντὸς σῶμα, 32 a8), ceci dans le registre physique, ce qui justifie l'usage du neutre pour les adjectifs. Mais du côté du modèle, faut-il penser en termes de nombres ou en termes de grandeurs géométriques ? Ou faut-il se placer d'un point de vue plus général, au-delà de la distinction arithmétique / géométrie ? La question se pose pour comprendre la discussion du nombre de médiétés (μεσότητες) requises. Quel en est le référent mathématique ? arithmétique ? géométrique ? général ? La difficulté tient à ce que l'opposition « plan »/« solide » est utilisée par les mathématiciens grecs (Euclide en particulier) aussi bien pour les nombres que pour les figures.

4. L'assertion « τὰ δὲ στερεὰ μιά μὲν οὐδέποτε, δύο δὲ ἀεὶ μεσότητες συναρμόττουσιν » paraît fausse, à cause des marqueurs temporels « οὐδέποτε »/« ἀεὶ » utilisés comme expression d'une condition nécessaire. Or, entre certains solides, qu'il s'agisse de nombres ou de figures d'ailleurs, il est possible de trouver un seul moyen proportionnel.

Il faut y ajouter un problème connexe soulevé par la partie (**c**) :

5. Comment comprendre le lien établi par le démiurge en intercalant l'eau et l'air entre le feu et la terre « ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον » pour construire une proportion continue en quatre termes ? Selon quel(s) critère(s) les 4 corps simples sont-ils comparés ? Platon ne le dit pas à cet endroit (ni ailleurs), mais introduit cependant une restriction : le Démiurge le fit seulement autant que cela se pouvait (καθ' ὅσον ἦν δυνατὸν, 32 b4-5). S'il faut comprendre qu'il y avait une difficulté, dans quel registre (physique, mathématique…) se trouvait-t-elle ? A moins que cela ne soit dans la conjonction des deux.

Certains de ces problèmes (**3**-**5**) avaient déjà été soulevés par l'exégèse antique. Quant aux questions de lexique (**1**-**2**) elles sont inévitables dès qu'on se propose de traduire. Reprenons chacun d'eux.

1. « ἀναλογία »

Le terme appartient au vocabulaire technique des mathématiciens grecs qui l'utilisent selon deux, voire trois, acceptions. Celles-ci sont les unes par rapport aux autres dans une relation de général à particulier :

• le sens le plus général est celui de « médiété », appliquée en particulier aux trois médiétés classiques : arithmétique, géométrique, harmonique. Le noyau de signification est l'analogie de relation que l'on peut instituer entre plusieurs termes, au moins 3, en intercalant un moyen terme (ou médiété), M, entre deux termes donnés (A, B). Il faut que la relation de A à M soit la même que celle de M à B. On peut itérer la procédure et vouloir insérer plusieurs termes médians, soit selon la même modalité, soit selon des modalités différentes. Car il y a différentes manières de caractériser la relation de A à M : dans la médiété arithmétique, il s'agit de la différence A — M, dans la géométrique du rapport A : M, dans l'harmonique de la portion de A que représente la différence A — M. Pour désigner le médian M, on utilise le mot « moyen » (μέση) ou « médiété » (μεσότης). Il y a quelques flottements et, chez certains auteurs, « μεσότης » désigne parfois le(s) seul(s) terme(s) médian(s), parfois l'ensemble des termes.

• Un sens plus précis d'« ἀναλογία » est celui de « proportion », au sens de l'identité de rapports, ce qui, dans le contexte précédent, revient à privilégier la médiété géométrique (A : M :: M : B) et à considérer qu'elle seule est véritablement « ἀναλογία ».

• Le sens le plus particulier recoupe la distinction précédente et il est déterminé par l'opposition de l'« ἀναλογία » et du « τὸ ἀνάλογον » comme celle de la proportionnalité continue et de la proportionnalité disjointe. Il s'agit donc, toujours dans le registre de l'identité de rapports, de distinguer les situations telles que A : B :: B : C et A : B :: C : D, avec B   C.

Il vaut la peine de comparer les usages platoniciens avec ce que l'on trouve dans le fragment 47 DK B2 d'Archytas. Si on en accepte l'authenticité, ce que je fais, il s'agira certainement du plus ancien témoignage conservé à propos de la théorie des médiétés. Il est transmis par Porphyre, dans son *Commentaire aux* Harmoniques *de Ptolémée* :

> « Il y a trois moyennes (μέσαι) dans la musique : la première est l'arithmétique, la deuxième la géométrique, la troisième la sous-contraire, que l'on appelle harmonique.
>
> [Il y a moyenne] arithmétique quand trois termes (ὅροι) sont en proportion quant à leur excès (κατὰ τὰν τοίαν ὑπεροχὰν ἀνὰ λόγον) : de ce dont le premier dépasse le deuxième, le deuxième dépasse le troisième. Et dans cette médiété (ἀναλογίᾳ) il arrive que l'intervalle (διάστημα) des termes les plus grands est plus petit, celui des plus petits [est] plus grand.
>
> [Il y a moyenne] géométrique quand [les trois termes] sont tels que le premier est relativement au deuxième comme le deuxième relativement au troisième. Dans ce cas, l'intervalle produit par les plus grands [termes] est égal à [celui produit] par les plus petits.

> [Il y a moyenne] subcontraire, que nous appelons harmonique, quand ils sont tels que le premier dépasse le deuxième par une même partie de lui-même que la partie du troisième par laquelle le moyen dépasse le troisième. Dans cette médiété, il se produit que l'intervalle des plus grands termes est plus grand, et celui des plus petits, plus petit »[87].

Quelques particularités lexicales méritent d'être relevées :

• Le fragment donne le nom des trois médiétés, ce que ne fait pas Platon. Archytas les appelle des « moyennes » et, pour deux d'entre elles, l'arithmétique et l'harmonique, des ἀναλογίαι, mais pas la médiété géométrique ! Il n'emploie pas le substantif « μεσότης ».

• Les trois termes de la médiété arithmétique sont dites « ἀνὰ λόγον » quant à leur excès (*i.e.* A — M = M — B), et donc « λόγος » a ici un sens plus général que le sens mathématique ultérieur de « rapport » (A : M).

• Pour désigner le rapport Archytas utilise « διάστημα » (intervalle) ce qui suggère que le contexte originel de la théorie était musical et c'est d'ailleurs le registre dans lequel se place ledit fragment.

La spécialisation de « ἀναλογία » à la seule proportionnalité géométrique est peut-être liée au choix du mot « λόγος », plutôt que « διάστημα » pour désigner la notion de « rapport » à moins que cela ne soit l'inverse. Platon conserve le terme d'intervalle dans le *locus* N°3, en relation avec les médiétés arithmétique et harmonique (il utilise alors le terme « μεσότης »), mais il réserve « ἀναλογία », ainsi que son équivalent « ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον », à la médiété géométrique. C'est visible si l'on rapproche 32 b5 et 32 c2[88]. Pour garantir un minimum de cohérence à l'argument, il faut donc supposer qu'en 31 c3 il s'agit aussi de la proportionnalité géométrique, ce que confirme la section 31 c4—32 a6 qui décrit clairement une médiété géométrique en trois termes[89]. Ce qu'y dit Platon se résume ainsi : si on a A : M :: M : B, on a aussi B : M :: M : A (ou le dernier sera le premier et le premier, le dernier !) et donc aussi M : A :: B : M (et le moyen sera extrêmes et les extrêmes, moyens). Toutes les positions sont interchangeables et si l'on pensait qu'initialement la série : « premier, moyen, dernier » impliquait une hiérarchie, alors chaque élément d'une médiété géométrique peut les occuper tour à tour.

Il n'y a pas grand chose à dire des définitions d'Archytas pour les deux premières médiétés, sinon que l'on aurait aimé qu'il nous explique comment juger l'identité de rapports. Celle de la médiété

87. [Diels & Kranz, 1985], t. I, pp. 435, l. 19 - 436, l. 13.

88. De même, en *Resp.* VII, 534 a6, « ἀναλογία » reprend, au sujet de la division des segments de la Ligne, l'expression « ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον » de VI, 509 d8-9.

89. La troisième occurrence du terme dans le *Timée,* 56 c3, ne nous apprend pas grand chose car il s'agit très clairement d'un renvoi à l'ἀναλογία dont nous discutons ici.

harmonique est intéressante car elle ne coïncide pas avec celle que l'on trouve chez les différents auteurs néo-pythagoriciens (Nicomaque, Théon de Smyrne, Jamblique…) et que l'on peut transcrire symboliquement : « A — M : M — B ::A : B ». En revanche, la manière dont Platon décrit cette même médiété en 36 a3-4 est très proche de ce que l'on trouve ici[90]. Sur la question des médiétés, nous observons donc une certaine convergence entre Platon et Archytas, mais aussi certaines variations lexicales puisque, finalement, Platon n'utilise pas «ἀναλογία» au sens (plus général) de «médiété», ce que fait encore Aristote[91] ! Au demeurant le Tarentin n'avait pas le monopole de la théorie des (trois) médiétés. Le témoignage d'Eudème[92] concernant Théétète évoqué précédemment montre que celui-ci utilisait ladite théorie dans son traitement de l'irrationalité.

2. «ὄγκος» et «δύναμις»

Pour la proposition : « ὁπόταν γὰρ ἀριθμῶν τριῶν εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων ὡντινωνοῦν ᾖ τὸ μέσον… », trois constructions grammaticales (au moins) ont été envisagées[93], lesquelles, pour notre propos, se répartissent en deux catégories : celles qui considèrent la disjonction « εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων » comme apposée à « ἀριθμῶν » et qui interprètent donc « ὄγκος » et « δύναμις » comme des espèces de nombres, et celles qui y voient la disjonction de trois termes, suppléant en quelque sorte un premier « εἴτε » sous-entendu. C'est la lecture des commentateurs anciens, notamment de Proclus. Dans son étude récente, Nicolas Vinel montre qu'il y a, chez Platon, d'autres exemples de disjonctions de trois termes coordonnés par deux « εἴτε » seulement, et son analyse confirme que cette lecture est grammaticalement correcte en grec classique.

Si donc la correction grammaticale ne permet pas de trancher entre le choix de l'apposition et celui de la triple disjonction, reste la signification. Le *Commentaire* de Proclus a certainement joué ici un rôle négatif, car il comprend que Platon parle ici de « trois nombres, volumes et valeurs musicales ». La raison en est claire : contrairement à ce que je crois avoir établi précédemment, Proclus considère que l'ἀναλογία de 31 c3 signifie « la proportion selon les 3 médiétés »[94] et non la seule proportionnalité géométrique. Et il croit les retrouver ici, en associant les nombres à la médiété

90. Pour sa part l'*Epinomis* (991 a7-8) reproduit, quasiment à l'identique, la formule du *Timée.*

91. Cf. *Éthique à Nicomaque,* V, 4, 1132 a30. Sur ces usages de «ἀναλογία», en particulier dans les *Éléments* d'Euclide, je me permets de renvoyer à une étude antérieure, [Vitrac, 1996].

92. [Eudème/Wehrli, 1969], Frgt 141 I, p. 67.

93. Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, n. 4, pp. 43-44 à compléter par les références données dans [Vinel, 2003], nn. 2-4, pp. 51-52, article qui, selon moi, règle définitivement la question.

94. Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, p. 41.

arithmétique, les volumes (ὄγκοι) à la médiété géométrique et les valeurs musicales (δυνάμεις), on s'en doute, à la médiété harmonique. Cette interprétation est tellement improbable[95] qu'elle a certainement joué un rôle dans l'admission, tacite ou argumentée, de la lecture en termes d'apposition. D'où diverses tentatives pour déterminer quelles espèces de nombres pourraient désigner « εἴτε ὄγκων εἴτε δυνάμεων ».

Les deux termes ainsi corrélés n'appartiennent pas aux désignations habituelles des espèces du nombre que nous font connaître les auteurs anciens. Cela dit, ce que nous connaissons des oppositions polaires de l'arithmétique grecque fait qu'un choix pour l'un des termes implique presque nécessairement un certain choix pour l'autre. Par exemple, si comme Mugler, inspiré par les auteurs tardifs, on croit que « δύναμις » signifie «nombre carré», alors «ὄγκος» sera nécessairement le nombre cubique[96] ; si on veut être moins spécifique et poser que « δύναμις » désigne le nombre «plan», alors « ὄγκος » pourra être soit le nombre « linéaire » (c'est le choix de Rivaud), soit le nombre solide. Mais aucun de ces choix n'est satisfaisant, du moins si l'on admet que Platon se réfère aux notions habituelles de l'arithmétique grecque. Ainsi le nombre «carré» est « τετράγωνος », le cubique « κύβος », le nombre plan est « ἐπίπεδος », le solide « στερεος » et Platon connaît toutes ces désignations[97].

C'est pourquoi M. Caveing, conscient de ces difficultés[98], a proposé une autre lecture qui prétend s'inspirer du *Théétète* : «δύναμις» signifierait «nombre en puissance», c'est-à-dire un nombre irrationnel quadratique tel 2, 3… Et, en vertu du principe de lecture exposé ci-dessus ; « ὄγκος » désignera le nombre « entier », lequel, en principe, comme le reconnaît Caveing lui-même, est déjà signifié par « ἀριθμός ». Suit toute une série de considérations, parfois astucieuses, dont la finalité, au-delà de la volonté de procurer une signification mathématique à nos deux termes, est claire : distinguer Platon des Pythagoriciens[99].

Il lui faut toutefois admettre que Platon emprunterait le terme « ὄγκος », déjà vieilli, à ces mêmes Pythagoriciens. Et pour cause, « ὄγκος » n'est pas utilisé en arithmétique[100] ! Mais il y a pire :

95. Outre l'analyse précédente de « ἀναλογία » in 31 c3, pourquoi la médiété géométrique serait-elle spécifiquement associée aux volumes alors que la théorie des (trois) médiétés est appliquée aux nombres et, pour ce qui est de la géométrie, essentiellement aux lignes droites !

96. C'est aussi le choix de [Cornford, 1937], pp. 46-47 qui suit Heath.

97. L'opposition « ἐπίπεδος »/ « στερεός » se trouve précisément quelques lignes plus bas ! Pour « τετράγωνος », Cf. *Theaet.,* 147 e6; pour « κύβος », Cf. *Resp.* VIII, 546 c6.

98. Cf. [Caveing, 1965], p. 2.

99. [Caveing, 1965], p. 4 et p. 6.

100. J'ai trouvé un seul exemple d'un tel usage, chez Jamblique (*in Nic.,* p. 83, l. 6), un auteur, on en conviendra, de peu d'autorité en ce qui concerne la terminologie de l'arithmétique à l'époque classique. Cf. aussi l'analyse détaillé de [Vinel, 2003], pp. 61-65.

« δύναμις », dans le *Théétète* auquel se réfère Caveing, ne désigne pas une espèce du nombre, fut-il en puissance, mais une espèce de *droite,* et plus précisément la première espèce des irrationnelles dont Théétète faisait la classification. Soyons clair. Contrairement à ce qu'on affirme parfois, l'arithmétique grecque ne reconnaît pas les nombres que nous appelons irrationnels et, quel que soit son génie et ses capacités d'innovation et d'anticipation, Platon ne se distingue pas des autres Grecs sur ce point[101].

Il n'y a donc aucune raison de suivre Caveing comme le fait Brisson[102], sans doute content de trouver un auteur qui fournit des arguments pour désolidariser le *Timée* d'une lecture pythagorisante. Abandonnant cette suggestion, on admettra que Platon, en 31 c5, présente la disjonction de trois termes ne relevant pas du même registre : des nombres, des masses et des puissances, entités qui peuvent — c'est le sens de l'argument qui suit — entrer dans des proportions. Ou, pour le dire autrement, trois points de vue que le Démiurge pourra prendre en considération pour lier les quatre constituants physiques simples dans une proportion continue. Il se peut d'ailleurs bien qu'il y en ait d'autres. Ainsi, en 56 c3, lorsque Platon fait très clairement référence à ladite proportion, il mentionne cette fois les πλήθη, les κινήσεις et les δυνάμεις, soit les multitudes, les mouvements et les puissances, entendues clairement comme les propriétés physiques des constituants simples, par exemple leur mobilité, leur subtilité ou leur « acuité »[103]. Il y a là une confirmation de ce que les δυνάμεις de 31 c5 ne sont pas des nombres et, en même temps une piste à suivre pour notre problème **5**[104]. Le choix retenu pour « ὄγκος » et « δύναμις » n'est pas un simple problème de traduction. Il engage la signification et la portée de l'ensemble de l'argument.

3-4. Le domaine de la modélisation : arithmétique ou géométrique ?

Je regroupe la discussion des problèmes 3 et 4 même si, *a priori,* il s'agit de deux questions distinctes. Car la tradition exégétique antique l'a fait et cela se comprend facilement. Le point important, pour les Anciens, est celui de la fausseté, au moins apparente, de la phrase « τὰ δὲ στερεὰ μιά μὲν οὐδέποτε, δύο δὲ ἀεὶ μεσότητες συναρμόττουσιν » (4). En levant l'indétermination qui pèse sur le

101. Ainsi Taylor, bien qu'il se range à la position de Proclus en ce qui concerne la séquence que nous discutons ici (Cf. [Taylor, 1928], p. 99), affirme que Platon, à la différence des arithméticiens grecs, acceptait les irrationnels (surds) parmi les nombres (*Ibid.,* p. 97). La seule référence qu'il donne est *Épinomis,* 990 d, d'où deux objections : ce texte n'est pas de Platon; il ne mentionne pas de *nombres irrationnels* !

102. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 368-374; [Platon/Brisson, 1992], n. 134, pp. 231-232.

103. Cf. l'analyse détaillé de [Vinel, 2003], pp. 65-69.

104. Cf. *infra,* Partie III.

contexte de la discussion du nombre des moyens (3), on ne peut certainement pas espérer annuler la difficulté car, comme je l'ai déjà fait remarquer, l'assertion paraît fausse qu'il s'agisse de nombres ou de figures géométriques. Mais en identifiant une situation arithmétique ou, au contraire, géométrique, qui pourrait constituer un modèle plausible, on argumentera pour montrer que la «faute» de Platon n'est qu'un abus de langage ou une manière particulièrement brachylogique de s'exprimer. Bénéfice secondaire de l'opération, on déterminera de quoi Platon parle exactement dans la portion 32 a7-b3, ce qui n'est pas rien ! Précisons d'abord le sens de la phrase et pourquoi elle semble fausse.

Littéralement elle dit : « jamais une seule [médiété], mais toujours deux médiétés, combinent harmonieusement les solides ». Le verbe « συναρμόζω », que j'ai rendu par « combiner harmonieusement », n'est pas un terme technique des mathématiques grecques, mais le cadre général de la discussion suggère fortement qu'il s'agit de produire une proportion continue entre deux termes, en intercalant un ou des moyens (μεσότητες) proportionnels. Et, en 32 a8-b1, Platon a dit que si les termes étaient plans (ἐπίπεδα), une médiété *suffirait* (ἐξήρκει) — même s'il se peut, dans certains cas, qu'il en ait davantage — pour qu'il y ait lien (συνδεῖν), tandis qu'ici il prétend qu'avec des solides, ce n'est jamais le cas et qu'il en faut toujours deux. Or, si nous supposons que nous ayons une médiété géométrique en trois termes, A : M :: M : B, dans laquelle — cela n'a aucune importance —, (A, M, B) désigne soit trois nombres, soit trois droites, on établit alors facilement que l'on aura aussi[105] :

$$A^3 : M^3 :: M^3 : B^3 \text{ ou Cube (A) : Cube (M) :: Cube (M): Cube (B),}$$

autrement dit, entre les nombres cubes (A^3, B^3), ou entre les figures cubiques décrites sur les droites (A, B), il existe une médiété qui les lie, le nombre M^3 ou le cube décrit sur M selon le contexte dans lequel on se place[106]. La qualification «οὐδέποτε» est donc excessive.

Cela dit, l'idée qu'une médiété suffit dans le cas des plans (deux dans le cas des solides) n'est pas non plus très assurée sans autre qualification. Si on suppose que l'on a affaire à des nombres, il n'est pas universellement vrai qu'entre deux nombres plans (resp. solides) il tombe toujours un (resp. deux) moyens proportionnels : pour cela il faut (et il suffit) qu'ils soient semblables[107]. Si ce n'est pas le cas,

105. Je note A^3, le cube du nombre A et Cube (A), la figure cubique décrite sur le segment A selon le contexte.

106. Des résultats correspondants, mais nettement plus généraux, sont établis respectivement dans les Propositions VIII. 13 (pour une multitude quelconque de nombres en proportion continue) et XI. 37 (en termes de parallélépipèdes semblables) des *Éléments* d'Euclide.

107. Ceci est établi dans les Propositions VIII. 18 à 21 des *Éléments* d'Euclide.

par exemple entre les nombres plans 8 = 2 x 4 et 9 = 3 x 3, il n'existe pas de moyen proportionnel[108] ! Si l'on croit que le contexte est géométrique, la sous-détermination est plus grande encore car les géomètres anciens ne se posent pas le problème d'intercaler des médiétés entre deux figures, planes ou solides, quelconques. Pour eux, cela n'a guère de sens. La question se pose primairement pour des lignes droites (mais ce n'est apparemment pas ce dont parle Platon) et, secondairement, pour des figures d'une espèce donnée (triangles, parallélogrammes, polygones, parallélépipèdes...) que l'on suppose, sans doute par analogie avec les nombres, semblables. Comme cette condition est absente, il faudrait être plus spécifique encore et se limiter à des carrés et à des cubes (la condition étant trivialement satisfaite). Bref, il ne fait guère de doutes que Platon soit allusif. La stratégie des commentateurs va consister à expliciter et donc à délimiter ce qu'il voulait dire. Examinons quelques-unes des solutions proposées.

• Nicomaque de Gérase choisit une interprétation arithmétique[109]. Et donc Platon mentionne des *nombres* «plans» et «solides». Mais si cela était vraiment le cas, il aurait dû préciser qu'ils étaient semblables, ce qu'il n'a pas fait. Nicomaque, sans doute à partir d'une analyse comparable à celle qui précède, croit donc qu'il faut plutôt comprendre «carrés» et «cubes»[110]. Mais nous avons vu qu'entre deux cubes on peut insérer un seul moyen proportionnel. Nicomaque impose donc une condition supplémentaire très forte : il s'agit de carrés ou des cubes *consécutifs.* Les seules références possibles des assertions platoniciennes sont donc les deux proportions continues suivantes :

$$A^2 : A(A+1) :: A(A+1) : (A+1)^2 \qquad \text{(cas «plan»)}$$
$$A^3 : A^2(A+1) :: A^2(A+1) : A(A+1)^2 :: A(A+1)^2 : (A+1)^3 \qquad \text{(cas « solide »)}$$

C'est l'interprétation la plus restrictive de l'assertion platonicienne[111].

• Grâce à l'abondant commentaire de Proclus, nous savons que d'autres grilles de lecture avaient été proposées. Outre la sienne propre, le Diadoque mentionne un certain Démocrite (platonicien du III^e s.) et son maître Syrianus. Celui-ci, comme son disciple,

108. Dans l'exemple (8, 9) on retrouve un cas particulier du théorème attribué à Archytas : dans un rapport épimore, on ne peut intercaler un moyen proportionnel. Musicalement cela reviendrait à dichotomiser le ton !

109. [Nicomaque/Hoche, 1866], p. 129, l. 14—p. 130, l. 7.

110. Et donc, si l'on suit cette ligne d'interprétation, le théorème platonicien auquel il fait allusion ne correspond plus aux Prop. VIII. 18-21 des *Éléments,* mais à VIII. 11-12. C'est également la position de [Cornford, 1937], p. 47, reprise à Heath. Cela résulte de leurs choix de traduction (inadéquats) pour «ὄγκος» et «δύναμις».

111. Cf. aussi [Euclide/Vitrac, 1994], pp. 388-389, sans doute trop prudent vis-à-vis de Platon.

maintenait une interprétation arithmétique. Autant qu'on puisse en juger, celle du maître s'apparentait à celle de Nicomaque (non nommé)[112], et la restriction qu'il imposait aux médiétés procurait une solution *quasi tautologique* [113].

• Proclus, quant à lui, s'exprime comme si Platon avait précisé que les nombres étaient semblables et il ne dit rien de plus à ce sujet. Analysant deux (contre-)exemples de cubes qui sont, en même temps, soit des carrés (64, 729), soit des nombres plans semblables (8, 512), il affirme que lorsqu'on exhibe, entre eux, une seule médiété (resp. 216 et 64), c'est parce qu'on les considère non « en tant que cubes » (*i.e.* solides), mais « en tant que carrés ou plans semblables »[114]. Pour le Diadoque, il ne fait aucun doute que Platon exigeait que l'on considère des solides « en tant que solides ». Plus intéressant : cette possibilité de « sauver » Platon, en jouant sur la non-unicité de la décomposition d'un nombre en produit de facteurs, justifie que l'on se place dans un cadre arithmétique. Personne n'admettrait qu'une même figure puisse être à la fois plane et solide !

• Mais des interprétations géométriques avaient pourtant été proposées. C'est ce qui ressort de ce que Proclus rapporte au sujet de Démocrite le platonicien. Certains avaient évoqué, à tort selon celui-ci, le problème de la duplication du cube. Le cadre interprétatif qu'il propose, autant qu'on puisse le restituer à partir de ce qu'en dit Proclus, n'est ni strictement arithmétique, ni purement géométrique, mais un mixte des deux : Platon évoquerait des figures semblables, planes ou solides dont les côtés sont numériquement exprimables[115]. Une double interprétation, arithmétique ou géométrique, est alors possible, ce qui est une façon assez habile d'utiliser la sous-détermination du texte platonicien et de résoudre le problème 3. De surcroît, cela est compatible avec la pratique des mathématiciens grecs qui utilisaient le même vocabulaire [« plan », « solide », « carré », « cube » mais aussi « côté » (πλευρά)] au sujet des figures et des nombres. Cette grille de lecture prétend-elle résoudre le problème 4 ? Ce que Proclus nous en dit ne permet pas vraiment de trancher.

• L'interprétation semble avoir été reprise et précisée par Chalcidius[116]. Celui-ci introduit des configurations géométriques particulières — pour l'essentiel, celles des Propositions VI. 24 (parallélogrammes semblables) et XI. 33 (parallélépipèdes semblables) des *Éléments* d'Euclide — peut-être pour circonscrire (et valider)

112. Le seul exemple mentionné traite de cubes (cf. note suivante).

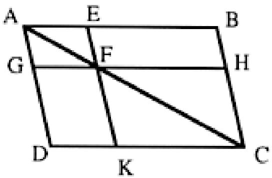
113. Syrianus considérait qu'entre deux cubes (A^3, B^3), les médiétés intercalées doivent l'être dans le rapport de A à B. Dès lors, il ne peut donc s'agir que de (A^2B, AB^2) ! Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, p. 62.

114. Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, respectivement p. 59 et p. 61.

115. Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, pp. 59-60.

116. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 374-376.

ce qu'avait dit Platon. C'est la lecture qu'en feront, parmi les Modernes, Boeckh et Rivaud[117]. Resterait à expliquer pourquoi Platon, dans cette lecture, se limite à confronter deux situations géométriques plutôt particulières[118].



Euclide, *Éléments,* VI. 24

Les parallélogrammes AEFG et FHCK sont semblables. D'où, par définition :

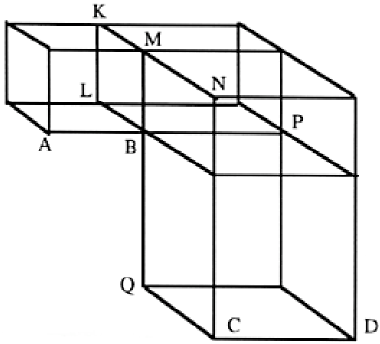
AE : FH :: AG : FK.

Le parallélogramme FGDK est moyen géométrique entre AEFG et FHCK puisque :

AEFG : FGDK :: AG : GD :: AG : FK

FGDK : FHCK :: GF : FH :: AE : FH.

Et donc AEFG : FGDK :: FGDK : FHCK



Euclide, *Éléments,* XI. 33

Les parallélépipèdes AK (arête AB) et BD (arête CD) — ici décrits comme des cubes — sont semblables.

Par un raisonnement strictement similaire à celui de la figure ci-dessus, on montre que les parallélépipèdes PK et PN sont deux moyennes géométriques intercalées entre AK et BD :

AK : KP :: KP : PN :: PN : BD.

Si l'on veut une interprétation arithmétique, on supposera que les parallélogrammes et les parallélépipèdes sont, non plus quelconques, mais rectangles, et que leurs côtés sont commensurables.

117. Cf. [Platon/Rivaud, 1925], pp. 73-74.

118. Pour Chalcidius (ou sa source), cela se conçoit à cause de la familiarité que nos commentateurs entretenaient avec les *Éléments* d'Euclide. Les critiques qu'en fait [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 376-377, sont un peu à l'emporte-pièce car elles mettent, sur le même plan, Théodore, Chalcidius, Boeckh et Rivaud. On peut penser que l'introduction des parallélogrammes et parallélépipèdes semblables se trouvait déjà chez Démocrite, mais le témoignage de Proclus ne l'affirme pas explicitement (il mentionne simplement des figures semblables). Quand bien même ce serait le cas, ce n'était pas nécessairement pour valider le propos de Platon, mais peut-être simplement pour l'illustrer. Ce sont

• Dans ses célèbres *Études sur le Timée,* Théodore-Henri Martin propose une solution qui n'est ni vraiment arithmétique, ni vraiment géométrique, mais «calculatoire»[119]. Il rejette la position de Chalcidius et Boeckh qui mobilise l'idée de figures semblables puisque, dit Th.-H. Martin, les constituants physiques sont associés à quatre des polyèdres réguliers qui sont chacun d'une espèce différente. Il faut donc établir une proportion, non pas entre les figures solides elles-mêmes, mais entre leurs volumes exprimés en nombres et pour traduire cela en langage géométrique il faut considérer le tétraèdre, l'octaèdre et l'icosaèdre comme équivalant (en volume) à des parallélépipèdes rectangles (pour le cube c'est déjà le cas). Afin de maintenir une interprétation calculatoire qui paraissait compromise, Th.-H. Martin ajoute une hypothèse supplémentaire : Platon a tacitement admis que les nombres exprimant ces volumes étaient des nombres solides « proprement dits », c'est-à-dire des nombres dont les côtés sont des nombres premiers. Il ajoute que les notions de « nombres plans (resp. solides) proprement dits » [produits de deux (resp. trois) nombres premiers, distincts ou non] sont bien attestées dans l'arithmétique ancienne. Première nouvelle !

En fait la primarité lui permet de court-circuiter la notion de similitude car on démontre assez facilement[120] que si A et B sont deux nombres semblables, plans ou solides « proprement dits », alors, ou bien ils sont égaux, ou bien il s'agit de deux carrés (resp. de deux cubes). En revenant aux parallélépipèdes que Th.-H. Martin associe

---

les Modernes qui y voient une solution à l'«erreur» de Platon. Par ailleurs d'autres éléments de cette critique ne sont pas complètement adéquats : (i) comme je l'ai déjà dit, les Anciens ne posaient pas le problème de l'insertion de moyennes entre des figures quelconques; (ii) Les propositions euclidiennes citées montrent qu'il n'y a pas à calculer des volumes pour établir des proportions entre eux (j'y reviendrai); (iii) en revanche, il est vrai qu'en procédant ainsi, Démocrite se limitait au cas de figures ayant des côtés commensurables. Il a peut-être tort, mais c'est un moyen habile de contourner le choix entre arithmétique et géométrie que la sous-détermination du texte de Platon laisse ouvert.

119. Cf. [Martin, 1841], note XX (vol. I, pp. 337-345).

120. Mais Th.-H. Martin ne le fait pas et se trompe dans son maniement du cas «solide» (*op. cit.,* p. 340).

Soient S et S' deux nombres solides « proprement dits » : S = pqr; S' = p'q'r', avec (p, q, r) et (p', q', r') premiers, distincts ou non. Si S et S' sont semblables, on a, par définition : p : p' :: q : q' :: r : r', d'où, en permutant dans deux de ces identités de rapports : p : q :: p' : q' (i) et p : r :: p' :: r' (ii).

On raisonne par élimination de cas de figure :

• 1^e cas : si p = q, alors p' = q' grâce à (i) et on a soit p = r (1^e sous-cas), soit p r (2 ^{e} sous-cas).

— Mais si p = r, alors avec (ii) on en déduit p' = r'. Donc S = p^3 et S' = $(p')^3$ sont des cubes.

— Si p r, on déduit, par (ii), p' r' et p.r' = p'r, avec p, p', r, r' premiers. Donc p, premier, divise p'r en étant différent de r, premier. D'où p = p' et r = r'. On en déduit que q = q' et donc S = S'.

• 2^e cas : si p q, par (i), on déduit p' q' et pq' = p'q avec, comme ci-dessus p, p', q, q' premiers. Donc p = p' et q = q'. On en déduit r = r' et S = S'. Donc deux nombres solides « proprement dit » semblables sont soit égaux, soit deux cubes.

aux polyèdres, cela revient à dire que l'on peut transformer les trois solides réguliers à faces triangulaires en des parallélépipèdes dont on exprimera, à l'aide d'une unité commune, les arêtes avec des nombres premiers ! Et la proportion continue en quatre termes de 32b sera une proportion numérique entre quatre nombres solides (« proprement dits ») dont les côtés sont lesdits nombres premiers. Th.-H. Martin résout simultanément les problèmes 3, 4, et 5, mais ne dit pas un mot sur la possibilité même des transformations entre solides qu'il suppose[121] !

• Caveing opte pour une interprétation résolument géométrique[122]. Il rapproche l'insertion d'une moyenne proportionnelle entre deux plans du problème de la duplication du carré que les lecteurs du *Ménon* connaissent bien. Il fait également le rapprochement avec l'opération dite d'application (παραβολή) d'une aire puis, insensible à la critique anticipée de Démocrite le platonicien, il affirme que l'insertion de deux moyennes à laquelle il est fait allusion en 32a se rapporte au problème de la duplication du cube. On sait en effet que le géomètre Hippocrate de Chio (*ca* 440ª) avait réduit cette question à l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux droites données, quoiqu'il n'ait pas su lui-même résoudre ce nouveau problème. Cette question, affirme Caveing, n'était pas résolue à l'époque de Platon et ne le sera d'ailleurs jamais vraiment durant toute l'histoire de la géométrie grecque, laquelle faisait un « usage exclusif de la règle et du compas ». Il se livre à une critique, rapide mais cinglante, des interprétations arithmétiques (ou arithmétisantes). Selon lui, elles font de Platon un pythagoricien.

Considérant que la difficulté relative à la proportion entre constituants physiques simples à laquelle il est fait allusion en 32 b4-5 (reprise en 56 c5; cf. Problème 5) réside dans le registre mathématique — précisément dans le fait que le problème de la duplication du cube n'était pas encore résolu[123] —, il interprète les transformations entre polyèdres décrites en 56d-57b comme la proposition, par Platon, d'une solution arithmétique approchée, pis-aller dicté par la situation des connaissances mathématiques de l'époque. Comme Th.-H. Martin il établit donc un lien mathématique entre les *loci* N°1 et 5. Mais là où son prédécesseur ne voyait apparemment pas de problème à cette conjonction, Caveing veut exploiter les difficultés qu'elle implique.

Avant d'en venir à notre dernier problème, je ferai quelques remarques critiques au sujet des lectures calculatoires ou géométriques proposées par les Modernes.

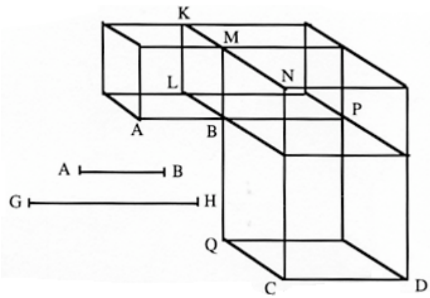
---

121. [Taylor, 1928], p. 98 accepte la restriction arithmétique proposée par Th.-H. Martin, refuse l'interprétation géométrique de Boeckh (*ibid.*, n. 2), mais ne dit rien de l'ébouriffante association avec les polyèdres.

122. Cf. [Caveing, 1965], pp. 5-6.

123. A plusieurs reprises, la formulation de Caveing (le calcul de $^{3}2$) est moderne et anachronique.

(i). D'abord, l'interprétation géométrique de Boeckh et Rivaud en termes de parallélogrammes et parallélépipèdes semblables n'est pas si particulière, ni si injustifiée, que Brisson paraît le croire[124], certainement pas davantage que celle de Caveing, en termes de duplication du carré et du cube, à laquelle il se rallie. De fait elles sont liées, mais, pour le voir, il faut particulariser davantage encore que ne le font Boeckh et Rivaud. Sur les figures des Propositions VI. 24 et XI. 33 on supposera que les figures semblables sont en fait des carrés (VI. 24) ou des cubes (XI. 33). Le cas «plan» (VI. 24) n'a peut-être que peu d'importance et est mentionné pour servir de contraste avec le cas solide, essentiel dans la discussion de Platon. Quant à la Proposition XI. 33 telle que je l'ai particularisée sur le diagramme (avec des cubes), elle dit que « le rapport des deux cubes (AK, BD) est le rapport triplé du rapport des arêtes (AB, CD) »[125].



Par conséquent, si l'on veut que le cube BD soit le double du cube AK, il faudra que le rapport triplé du rapport des arêtes, AB : CD soit le rapport de 2 à 1.

En introduisant la droite GH, double de AB, on voit que le rapport triplé du rapport AB : CD sera le rapport de AB : GH.

Et donc, pour déterminer le rapport AB : CD, il faudra insérer deux moyennes proportionnelles entre AB et GH !

Autrement dit, XI. 33 est un des éléments qu'utilisait probablement Hippocrate, non pas pour résoudre le problème de la duplication du cube, mais pour le réduire à l'insertion des deux

124. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 376-377. Je ne suis d'ailleurs pas certain que Boeckh et Rivaud y voyaient une interprétation arithmétisante, comme semble le leur reprocher [Caveing, 1965], p. 6, sous prétexte qu'ils supposent leurs figures «comparables». Dans sa notice, Rivaud associe apparemment des quantités aux côtés des figures, dénotées par des lettres minuscules (a, b, α, β), (f, a, e, t) (Cf. [Rivaud, 1925], p. 73). Mais on peut craindre qu'il envisage des nombres irrationnels. Bien entendu c'est totalement anachronique, mais c'était une pratique courante à l'époque (Caveing commet encore ce même anachronisme dans ses notations). Ainsi, un peu plus loin (p. 75), Rivaud n'hésite pas à décrire le demi-triangle équilatéral (soit un triangle dont les côtés sont proportionnels à (1, 3 , 2)) comme « un triangle en nombres rationnels » (*sic*). Pire encore, il a trouvé ça dans le second Livre des *Éléments*.

125. En écritures modernisées : $(AB^3) : (CD^3) = (AB : CD)^3$.

moyennes[126]. Or c'est ce à quoi ferait allusion Platon si l'on suit Caveing !

(ii). La «solution» de Th.-H. Martin a le grave inconvénient de postuler la possibilité de transformer les quatre polyèdres réguliers associés par Platon aux corps physiques en des parallélépipèdes rectangles dont les arêtes, mesurées à l'aide d'une même unité linéaire, s'exprimeraient en nombres entiers premiers et les volumes, par conséquent, en nombres solides « proprement dits ». Pour obtenir la proportion stipulée en 32 b il faudra donc que les extrêmes soient des nombres cubes[127], (A^3, B^3), égaux aux volumes du tétraèdre et du cube respectivement, et les médians seront nécessairement les nombres (A^2B, AB^2), exprimant les volumes de l'octaèdre et de l'icosaèdre. Mais est-ce que cela se peut ? En fait deux démarches sont possibles selon que l'on tient compte ou non des transformations entre polyèdres que Platon décrit en 56d-57b.

Si c'est le cas, on doit introduire une contrainte supplémentaire, à savoir que les trois arêtes (a_4), (a_8), (a_{20}) sont égales entre elles. Dans cette hypothèse, les opérations suggérées par Th.-H. Martin sont totalement impossibles puisque les volumes des trois solides correspondants ne sont même pas des grandeurs commensurables[128]. Ou bien on n'en tient pas compte, et les arêtes sont astreintes à deux conditions seulement : (i) être petites pour que les solides restent invisibles; (ii) être telles que les volumes des polyèdres soient dans une proportion continue du type ($A^3 : A^2B :: A^2B : AB^2 :: AB^2 : B^3$), par exemple 8 : 12 :: 12 : 18 : 18 : 27. Si l'on dispose de formules exprimant le volume de chacun des polyèdres en fonction de son arête, il n'y a pas de difficultés. On trouvera des valeurs de leurs arêtes respectives a_4, a_8, a_{20}, a_6 mesurées avec une même unité de longueur U, afin que les solides correspondants aient des volumes respectivement égaux à A^3U^3, A^2BU^3, AB^2U^3, B^3U^3. Il n'échappe à personne qu'une telle solution[129] est complètement *ad hoc* et qu'elle n'a aucun fondement dans le texte de Platon.

(iii). L'interprétation de Caveing pèche elle aussi sur plusieurs points. Le rapprochement avec la parabole d'une aire n'est pas très heureux car si la médiété géométrique A : M :: M : B équivaut bien à $AB = M^2$, dans l'application des aires on se donne une aire égale à un carré (ici ce ne pourrait donc être que «M^2») et on l'applique à

126. Je ne suis pas le premier à faire cette hypothèse. Dans le texte des *Éléments,* un Porisme inauthentique a été ajouté à la Proposition XI. 33, manifestement pour éclairer ce lien. Celui-ci est totalement explicité par une scholie (anonyme) contenue dans le plus ancien des manuscrits conservés. Cf. [Euclide/Vitrac, 2001], p. 205.

127. Cf. *supra,* n. 120.

128. Cf. le tableau que donne Brisson par exemple dans [Platon/Brisson, 1992], p. 302 ou *infra,* Partie III, § 2.

129. Par exemple en choisissant la proportion (8, 12, 18, 27), on trouve : $a_4 = 22 \; {}^{3}3 .U$; $a_8 = 2(\; {}^{3}3) \; {}^{2} .U$; $a_{20} = 6^3 \; \frac{3\text{-}5}{20} .U$; $a_6 = 3.U$.

On pourrait aussi choisir $U = a_6$ et tout exprimer en fonction de l'arête du cube.

une droite, par exemple A, et l'on cherche la largeur produite, B. C'est donc une recherche de troisième proportionnelle et non pas l'insertion d'une moyenne dans laquelle ce sont A et B qui sont données et M qui est cherchée ! Il est également fort peu probable que la géométrie grecque à l'époque de Platon ait fait un usage exclusif de la règle et du compas. Cela n'a d'ailleurs pas grand sens en ce qui concerne la stéréométrie. C'est très clairement faux dès l'époque d'Eudoxe et de Ménechme qui inaugure l'étude des coniques. Surtout, la première solution au problème de l'insertion de deux moyennes proportionnelles entre deux droites données a été conçue par Archytas de Tarente[130], toujours lui ! Affirmer que la question n'était pas résolue du temps de Platon est donc très imprudent. Pour défendre cette thèse, il faudrait montrer que ladite solution fut découverte par le Tarentin après la rédaction du *Timée.*

Quoi qu'il en soit, cette magnifique solution stéréométrique[131] montre qu'il n'y a besoin d'aucun calcul sur les volumes pour résoudre ce problème. D'une manière générale, les problèmes de quadrature et de cubature des anciens Grecs ne sont pas des questions pratiques de calcul (quand bien même celles-ci en sont l'origine lointaine), mais des formulations théoriques réclamant des solutions géométriques au moyen de constructions effectives et des comparaisons de figures à l'aide de la théorie des proportions. Même si l'on admet que Platon fait allusion au problème délien (autre nom de la duplication du cube), toute considération sur les difficultés à exprimer les racines cubiques et à calculer les volumes est hors de propos.

(iv). Il reste encore un point à expliquer. Les problèmes de la duplication du carré et du cube se ramènent bien à l'insertion d'une ou deux moyennes proportionnelles, mais entre deux droites, précisément une droite et son double, tandis que Platon parle, apparemment, d'insertion entre des plans ou des solides. Pour ramener l'insertion de moyennes entre « plans » et « solides » à l'insertion de moyennes entre segments de droites — ce qui est la norme dans la pratique des géomètres anciens —, il faudrait supposer que Platon se limitait à des figures dont on peut faire la quadrature,

130. Cf. [Diels-Kranz, 1985], DK 47 A 14, t. I, p. 425, l. 21—p. 426, l. 21. La solution est transmise par Eutocius qui se réfère à Eudème de Rhodes (Frgt Wehrli 141).

131. Soit deux droites données, AD et C, AD étant la plus grande. On décrit un demi-cercle de diamètre AD dans lequel on inscrit une droite AB égale à C. Archytas considère alors deux solides : un demi-cylindre élevé sur le demi-cercle ABD et un demi-tore engendré par la rotation autour de A d'un autre demi-cercle, également de diamètre AD mais perpendiculaire au premier. Ces deux solides se coupent selon une courbe (gauche, qui, sur la surface latérale du demi-cylindre, va de D à A). Il introduit alors le cône de sommet A et d'axe AD admettant AB comme l'une de ses génératrices. Ce cône coupe la courbe en un point K qui se projette sur le plan ABD en I. Archytas montre que les droites AK, AI sont les deux moyennes proportionnelles cherchées.

quand elles sont planes, ou la cubature s'il s'agit de solides. Et ce, soit parce qu'il admettait (imprudemment) que ces opérations sont toujours possibles, soit parce qu'il restreignait tacitement son propos à cette catégorie des figures quarrables et cubables, au demeurant très large. Nous ne pouvons bien évidemment pas trancher entre ces deux possibilités.

Faut-il donc supposer que Platon, dans la clause quelque peu énigmatique « jamais une seule [médiété], mais toujours deux médiétés, combinent harmonieusement les solides », faisait allusion aux opérations requises (en termes d'insertion de moyenne(s)) pour la quadrature de certaines figures planes et la cubature de certains solides ? Est-ce plausible ? Cette clause présuppose, de la part de Platon, une manière de s'exprimer singulièrement allusive, mais ce ne serait pas le seul exemple[132]. Un texte d'Aristote constitue un argument (partiel) en faveur de cette lecture. Il s'agit de la quadrature d'une aire, manifestement rectangulaire, appelée ici «barlong (ἑτερομήκης) par opposition au rectangle équilatéral (autrement dit au carré) :

> Il ne faut pas se contenter, dans l'énoncé d'une définition, d'exprimer un fait comme c'est le cas dans la plupart des définitions : il faut aussi que la cause y soit présente et rendue manifeste; en réalité les énoncés de définitions se présentent comme des condusions. Un exemple : « qu'est-ce qu'une quadrature? », on répondra : « c'est trouver le rectangle équilatéral égal à un barlong ». Or une telle définition est l'énoncé d'une conclusion. En disant que la quadrature est la découverte d'une moyenne (μέση), on exprime la cause de la chose[133].

Ainsi, pour le Stagirite, faire la quadrature d'une rectangle, c'est trouver la moyenne (géométrique) entre longueur et largeur.

Nous ne possédons malheureusement pas l'équivalent pour les solides : « faire la cubature d'un solide parallélépipédique, c'est trouver deux moyennes ». Toutefois, on peut démontrer que si l'on dispose des résultats stéréométriques consignés dans les Livres XI à XIII des *Éléments* d'Euclide et si, de surcroît, on sait trouver deux moyennes proportionnelles entre deux droites données, alors il est possible de faire la cubature d'un parallélépipède[134]. A partir de là, on pourra même faire celle d'un prisme ou d'une pyramide

---

132. Je pense évidemment au célébrissime passage du nombre nuptial en *Resp.* VIII, 546 b4-d3.

133. *De anima*, II, 2, 413 a13-20. Trad. [Aristote/Jannone & Barbotin, 1966], p. 32, légèrement modifiée.

134. Grâce à Eucl. *Él.* XI. 29-30, on voit que l'on ne restreint pas la généralité du problème en supposant que ce parallélépipède est rectangle. Soit donc P un parallélépipède rectangle d'arêtes (AB, AC, AD). Appliquons le rectangle (AB, AC) à la droite AD, et soit GH la largeur produite. On a donc AB.AC = AD.GH, d'où volume (P) = AB.AC.AD = AD^2.GH = volume (P'), où P' est un parallélépipède rectangle à base carrée (de côté AD) et de hauteur GH. Comparons-le alors au

quelconques[135], et donc de tout solide à faces planes susceptible d'être décomposé en un certain nombre de pyramides, en particulier les cinq polyèdres réguliers[136]. Évidemment nous ignorons totalement si Platon possédait ces connaissances ou non.

(v). Y a-t-il quelque bénéfice à les lui attribuer ? Ce n'est même pas nécessaire car l'assertion « faire la cubature d'un solide parallélépipédique, c'est trouver deux moyennes », pouvait être une conjecture étendant la réduction du problème de la duplication du cube, de la même manière que l'affirmation du Stagirite généralise la duplication du carré, problèmes particuliers, quoique fondamentaux, voire fondationnels[137]. Si tel était le cas, il faudrait en conclure que Platon, en 32 a7-b2, appliquait l'opposition « plane »/« solide » à ladite classe des figures (σχήματα) quarrables et cubables. D'où deux avantages : 1. cette interprétation justifie l'usage des neutres, alors que s'il s'agissait de nombres, nous devrions avoir des masculins; 2. dans la mesure où l'on se restreint à une telle classe, la mise en proportion de figures, en aire ou en volume, est de fait ramenée à deux cas paradigmatiques : comparer des carrés entre eux ou des cubes. Il ne sera donc pas nécessaire de mentionner la similitude qu'exigent aussi bien les solutions arithmétiques de Syrianus et Proclus que celle, géométrique de A. Boeckh. Le coût me paraît moins élevé que dans les restrictions *ad hoc* imposées par Nicomaque ou Th.-H. Martin.

Cela dit, nous ne pourrons pas prouver que Platon se plaçait dans un cadre strictement géométrique. Les neutres « ἐπίπεδον », « στερεόν » peuvent aussi s'expliquer s'il envisageait un point de vue général, englobant nombres et figures sous une étiquette commune comme

---

cube décrit sur AD, noté « cube (AD) ». On a P' : cube (AD) :: GH :AD (car ils sont sur la même base, le carré de côté AD).

Prenons deux moyennes proportionnelles, IJ, KL, entre AD et GH. On a donc AD : IJ :: IJ : KL :: KL : GH. Alors GH : AD est le rapport triplé de IJ :AD. Donc le rapport P' : cube (AD) est le rapport triplé de IJ : AD. Mais Cube (IJ) : Cube (AD) est aussi le rapport triplé de IJ :AD (XI. 33). D'où P' : cube (AD) :: Cube (IJ) : Cube (AD), donc P = P' = Cube (IJ) et nous avons réalisé la cubature de notre parallélépipède !

135. Par XII. 7, on sait qu'une pyramide est le tiers d'un prisme qui, lui-même, est la moitié d'un parallélépipède. Donc la pyramide et le prisme sont cubables car si l'on sait intercaler deux moyennes proportionnelles entre deux droites données, non seulement on peut prendre le double d'un cube, mais aussi la moitié ou le sixième !

136. Comme les polyèdres se divisent évidemment en autant de pyramides qu'ils ont de faces, il suffit de démontrer que la réunion disjointe de plusieurs solides cubables est cubable. Or, par XI. 34, on voit qu'étant donnés deux parallélépipèdes rectangles, on peut en construire un troisième qui aura la même base que le premier et sera égal en volume au deuxième. Mais alors la réunion du premier et du troisième constitue par recollement un seul parallélépipède rectangle, égal à la somme des deux parallélépipèdes rectangles donnés. De proche en proche, on sait donc transformer une somme finie de parallélépipèdes quelconques en un seul parallélépipède rectangle. Et nous savons faire la cubature d'un parallélépipède rectangle. CQFD.

137. Comme le montrent les démonstrations esquissées *supra,* dans les nn. 134-135.

«termes» (ὅροι)[138]. Après tout la théorie des médiétés, à partir de Théétète et peut-être avant, s'appliquait, de manière transversale, à la fois aux nombres et aux lignes droites. La lecture de Démocrite le platonicien suggère elle aussi un point de vue englobant, mais elle a le tort d'imposer une limitation en se restreignant à des figures dont les côtés sont commensurables. Rien n'y contraint vraiment et on pourrait interpréter charitablement Platon en considérant qu'il s'exprime d'une manière allusive, précisément pour permettre d'envisager le cadre le plus large possible. S'il avait voulu restreindre son propos à la seule géométrie, il lui suffisait de faire mention de quelque σχῆμα. Ce n'était pas difficile !

Pour Caveing et Brisson il y a deux bonnes (mauvaises ?) raisons de privilégier la lecture géométrique :

1. Cela distinguerait Platon des Pythagoriciens. L'inférence est incertaine. Nous avons vu, en particulier à propos d'Archytas, que «pythagoricien» n'impliquait pas d'« être étranger à la géométrie ».

2. Nos deux collègues pensent que Platon concevait la proportion continue entre constituants physiques en relation avec les polyèdres qui leur sont associés et ils croient donc que la difficulté à laquelle il est fait allusion en 32 b4-5 et 56 c3-7 est d'ordre mathématique[139]. Cette manière de concevoir ladite proportion est bien improbable.

III. Proportion et polyèdres

1. Une solution minimale au problème 5

Qu'il y ait un lien thématique entre les *loci* N°1 et 5 est tout à fait évident. Dans les deux passages il y est question des constituants du corps du monde. Qui plus est, Platon lui-même rappelle, à deux reprises (au moins)[140], que leur construction aboutit à une mise en proportion (continue) du Feu, de l'Air, de l'Eau et de la Terre, ce qui était précisément la conclusion du *locus* N°1. On doit cependant remarquer deux choses : (i) en 31-32 il n'est aucunement fait mention des polyèdres, ce qui est d'ailleurs normal, car il serait bien difficile d'anticiper sur un discours présenté ensuite comme «insolite» (53 c1). (ii) Surtout, dans le *locus* N°5 où les solides réguliers sont désormais disponibles, le thème de la proportion n'apparaît qu'en relation avec les constituants

138. En revanche il me semble que ces neutres excluent une interprétation purement arithmétique.

139. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], pp. 381-388.

140. En 53 e3-4 : « Si nous y parvenons, nous tenons la vérité sur la génération de la terre et du feu et sur celle des éléments qui se trouvent entre eux comme moyennes proportionnelles » (τούτου γὰρ τυχόντες ἔχομεν τὴν ἀλήθειαν γενέσεως πέρι γῆς τε καὶ πυρος τῶν τε ἀνὰ λόγον ἐν μέσῳ), [Platon/Brisson, 1992], p. 155 et en 56 c3-7 discuté *infra.* On pourrait, avec Brisson, ajouter 53 e6-8, à cause du verbe «συναρμόσασθαι» utilisé aussi en 32 b3.

physiques et sans préciser en quoi cela pourrait s'expliquer grâce aux figures associées. En 56 c3-7, en particulier, Platon explique :

> Et pour ce qui est des proportions dans leurs multitudes, leurs mouvements et leurs autres propriétés (τὸ τῶν ἀναλογιῶν περί τε τὰ πλήθη καὶ τὰς κινήσεις καὶ τας ἄλλας δυνάμεις), à tous égards le Dieu, pour autant que la nécessité, d'un consentement docile y prêtait sa nature (ὅπηπερ ἡ τῆς ἀνάγκης ἑκοῦσα πεισθεῖσά τε φύσις ὑπεῖκεν), pour autant en tous points, il les a réalisées avec exactitude, et c'est ainsi qu'il a construit ces corps avec proportion (συνηρμόσθαι ταῦτα ἀνὰ λόγον)[141].

Trois points me paraissent clairs :

• « πλήθη » et « δυνάμεις » renvoient à 31 b5, autrement dit « πλήθη » a été substitué à « ἀριθμός »[142]. Cela désigne sans doute les quantités totales des quatre corps simples[143], leur masse globale si l'on veut (« ὄγκοι » apparaît juste avant en 56 c2), car, dans une perspective d'« atomisme » géométrique, préciser le nombre des constituants ou le volume total revient à peu près au même. En tout cas, cela ne saurait désigner certains nombres attachés aux caractéristiques géométriques des polyèdres associés. La substitution même de « πλήθη » à « ἀριθμος » signifie qu'il est très peu probable qu'on puisse connaître ces quantités.

• Les « δυνάμεις » désignent les propriétés «physiques» de chacun des corps et leurs degrés de mobilité sont d'ailleurs évoqués avec « κινήσεις ». Autres exemples, dans la séquence Feu, Air, Eau, Terre, la visibilité est décroissante tandis que la tangibilité varie en sens inverse[144]. Là aussi il est très difficile de préciser comment ceci pourrait être quantifié exactement.

---

141. [Platon/Robin&Moreau, 1950], II, p. 477, traduction très légèrement modifiée. Je rends « πλήθη » par «multitudes» et non par « dimensions ». La traduction de [Platon/Brisson, 1992], p. 160 me paraît trop éloignée du texte.

142. En arithmétique « πλῆθος » et « ἀριθμός » désigne des entités de même « genre » (des quantités discrètes). Ils se distinguent selon la modalité de l'indéterminé et du déterminé. Cf. [Eudide/Vitrac, 1994], pp. 249-250.

143. C'est également l'opinion de [Cornford, 1937], p. 51.

144. Dans son commentaire, Proclus propose une interprétation plutôt astucieuse de la proportion en termes de propriétés et loue Timée d'être le seul à en avoir attribué trois à chacun des corps. Elles se décrivent par oppositions polaires : subtilité / densité; acuité / obtusité; grande mobilité / immobilité. De cette manière, chaque corps possède en effet deux propriétés communes avec le corps adjacent dans la proportion (par exemple la subtilité et la mobilité pour le Feu et l'Air). Il fait explicitement le rapprochement avec la situation décrite pour les solides mathématiques (Cf. [Produs/Festugière, 1967], t. III, pp. 67-70). Il donne même un exemple numérique (8, 12, 18, 27) : chaque terme a deux facteurs communs avec un terme contigu. On peut aisément y lire une allusion à la configuration de XI. 33 dont j'ai donné le schéma *supra* (chaque parallélépipède ou cube ayant deux côtés égaux en commun avec son voisin). Le texte de Proclus n'est pas si explicite que l'on puisse lui attribuer fermement une telle lecture géométrique — un jeu de mots sur « δύναμις » (*Ibid.*, p. 69, l. 1) le suggère cependant — mais en tout cas, elle a facilement pu inspirer la lecture « à la Boeckh ».

• La séquence « ὅπηπερ ... ὑπεῖκεν » est un écho de 32 b4-5. Si le Démiurge ne peut réussir qu'une harmonisation partielle, cela tient à la « résistance » de la nécessité et la difficulté réside dans le registre physique, ou plutôt dans son articulation avec le mathématique[145]. Il ne s'agit pas d'une nécessité logico-mathématique à rapporter aux polyèdres.

Notre réponse au problème **5** peut paraître un peu décevante. Nous ne sommes pas capables, nous Mortels, d'expliciter numériquement (ou géométriquement) la proportion continue entre les corps physiques simples, qu'il s'agisse de leurs quantités, mobilités ou autres propriétés. Pour Platon, il n'y a pas de doutes qu'il y ait des proportions. C'est un argument de « convenance probable », une sorte de postulation d'harmonie du cosmos. Et là où Empédocle posait quatre racines sans en offrir de justification, la proportion géométrique a permis à l'auteur du *Timée* d'expliquer pourquoi il y a quatre corps simples.

2. La recherche d'une solution par les polyèdres

La plupart des exégètes ont renoncé à trouver la proportion continue entre corps physiques simples dans les polyèdres[146]. Ainsi Rivaud, après avoir introduit un tableau contenant les nombres associés aux quatre solides utilisés par Platon (nombres de faces, d'angles solides, d'angles plans de chacune des faces et des triangles élémentaires), constate qu'on n'y trouve pas de proportion géométrique[147] ! Cornford va un petit peu plus loin en affirmant que la proportion continue de 32 b ne se trouve pas dans les polyèdres

145. C'est aussi l'explication que Proclus donne pour la restriction platonicienne de 32 b4-5. Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, pp. 81-83.

146. Je n'ai pas fait de recherches systématiques en ce qui concerne les Anciens. Dans son commentaire à 35 b4-7, Proclus rapporte une tentative partielle et incongrue d'associer polyèdres et nombres qu'il attribue à Théodore (d'Asiné). Cf. [Proclus/Festugière, 1967], t. III, pp. 262-263. Celui-ci assignait les nombres 7, 9, 11, 13 respectivement à la Terre, à l'Eau, au Feu et à l'Air. Eux-mêmes résultaient d'un appariement entre corps et médiétés par sommations : (1, 2, 4), géométrique, pour la Terre (Γῆ = la Terre !) et 1 + 2 + 4 = 7; (2, 3, 4), arithmétique, pour l'Eau et 2 + 3 + 4 = 9; (3, 4, 6), (2, 3, 6), harmoniques, de raison 2 et 3 entre les extrêmes, respectivement pour l'Air et le Feu)… Dans trois cas, il mentionnait aussi les polyèdres pour justifier l'association corps-médiétés : (3, 4, 6) correspond à l'octaèdre car celui-ci a 6 angles solides, des faces triangulaires (3) et se divise en deux pyramides à base carrée (4) ! Le tétraèdre possède 6 arêtes, des faces triangulaires (3) et on y trouve 2 fois (!) la tétrade (faces, angles). D'où (6, 3, 2). Pour l'eau, il se contentait de dire qu'elle est le corps le plus enclin à se multiplier et qu'elle est construite à partir de l'élément qui comporte le plus de multiplicité, l'icosaèdre, ce qui ne justifie pas vraiment (2, 3, 4). Il ne disait rien du cube (sans doute gêné par l'assertion selon laquelle le cube est une médiété harmonique [6 (faces), 8 (sommets), 12 (arêtes)]. Cf. [Nicomaque/Hoche, 1866], p. 135, l. 10-16, citant Philolaos ! Cf. n. 164. Le seul mérite de ces arbitraires associations théodoriennes est de mettre en évidence une progression continue entre nombres impairs associés aux corps simples, mais une progression arithmétique qui, de surcroît, ne respecte pas l'ordre indiqué en 32 b. Elle inverse le Feu et l'Air !

parce que c'est impossible[148] ! Ce n'est pas exact. C'est impossible si on la cherche dans un tableau « à la Rivaud »[149], ou, pour le dire autrement, dans des comparaisons surfaciques entre polyèdres. Et nos commentateurs privilégient tout naturellement ce critère, parce que c'est celui qu'utilise Platon lorsqu'il décrit les transformations mutuelles de 3 des 4 corps physiques en 56d-57b. Il est donc tout à fait clair que pour harmoniser nos quatre polyèdres réguliers par une proportion géométrique continue, la question cruciale concernera la *taille* de leurs arêtes :

— Ou bien on veut rester fidèle à Platon et, compte tenu de la manière dont il traite les formes des trois premiers corps, il faudra nécessairement supposer que l'on a : $a_4 = a_8 = a_{20}$.

— Ou bien, tout en faisant le lien entre les arguments dans les *loci* N°1 et 5, on admettra qu'aucune contrainte ne leur est imposée autre que celle de fournir quatre solides dont les volumes soient en proportion continue.

La première attitude est la plus commune. La seconde est celle qu'offre la «solution» que j'ai mise en évidence en discutant l'interprétation de Th.-H. Martin[150]. Or, si l'on fait le premier choix ($a_4 = a_8 = a_{20}$), il est impossible de trouver une proportion géométrique continue non triviale entre nos quatre solides. Pour s'en convaincre, il suffit de consulter un tableau consignant les données essentielles concernant les quatre polyèdres :

Polyèdres[151]	Arête	Surface	Volume
Tétraèdre	a	$S_4 = a^2\ 3$	$V_4 = \frac{2}{12}\ a^3$
Octaèdre	a	$S_8 = 2a^2\ 3$	$V_8 = \frac{2}{3}\ a^3$
Icosaèdre	a	$S_{20} = 5a^2\ 3$	$V_{20} = \frac{5(3+5)}{12}\ a^3$
Cube	b	$S_6 = 6b^2$	$V_6 = b^3$

147. Cf. [Platon/Rivaud, 1925], pp. 77-78. Cf. aussi p. 74.

148. [Cornford, 1937], p. 51.

149. De tels tableaux sont également proposés dans [Caveing, 1965], p. 8 et [Platon/Brisson, 1992], p. 301.

150. Cf. *supra,* Partie II, §§ 3-4, Remarque (ii).

151. Je reprends le tableau donné dans [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], p. 383 (ou [Platon/Brisson, 1992], p. 302), en le modifiant sur certains points : je ne vois pas l'intérêt (souci de complétude ?) de faire apparaître le dodécaèdre dans cette histoire. Il n'est pas concerné. En outre, dans le tableau de Brisson la lettre «a» désigne le module (cf. [Platon/Brisson, 1992], p. 297), ce qui est dépourvu de sens pour le dodécaèdre qui ne se décompose pas en l'un ou l'autre des deux triangles élémentaires. C'est un détail. Plus important est le fait que si l'on veut coller au texte de Platon, rien n'indique qu'il faille supposer que le module du cube soit le même que celui des trois autres solides. D'où ma colonne «arête» et la distinction (a, b). Par ailleurs Brisson fait apparaître des valeurs décimales approchées dans la colonne des volumes. C'est anachronique et parfois trompeur.

(i) Considérons d'abord les surfaces (S_4, S_8, S_{20}, S_6). Elles ne peuvent pas former une proportion continue, car ce n'est déjà pas le cas de (S_4, S_8, S_{20}). On a :

$$S_8 : S_4 :: 2 : 1, \text{ mais } S_{20} : S_4 :: 5 : 2.$$

Et il est certain que Platon le sait. Ces relations très élémentaires sont en effet à la base de ses règles de transformations entre corps simples.

(ii) Prenons les volumes. Là encore, il n'est pas utile d'utiliser le cube : (V_4, V_8, V_{20}) ne forment pas une proportion continue. On a $V_8 : V_4 :: 4 : 1$ mais $V_{20} : V_4$ n'est pas numériquement exprimable.

La situation n'est pas exactement la même que précédemment car il n'y a aucun indice textuel dans le *Timée* de ce que Platon connaissait ces relations entre nos 3 volumes. Le fait que la proportion continue soit impossible ne tient pas à l'état de la science mathématique à l'époque de Platon. C'est une donnée mathématique incontournable. Aussi, quand Caveing affirme que Platon pouvait croire que la résolution du problème délien permettrait de trouver quatre grandeurs « qui exprimeraient des caractéristiques géométriques *essentielles* des quatre polyèdres »[152], il suggère donc que Platon se faisait des illusions.

Nous ne saurons bien évidemment jamais si c'était le cas et la question est donc assez vaine. Mais nos collègues croient que Platon, à cause du développement limité des mathématiques à cette époque[153], ne pouvait rien savoir des volumes des polyèdres. Pourtant l'un et l'autre — comme la plupart des interprètes récents — considèrent que Platon s'inspirait des travaux de Théétète et que ceux-ci furent repris dans les Livres X et XIII des *Éléments* d'Euclide. C'est, en substance la thèse d'Eva Sachs. Pour ma part, je n'en suis pas si sûr. Mais, pour faire bonne mesure et surtout, pour montrer quelles étaient les démarches des Anciens, j'ai établi qu'avec les connaissances contenues dans ces deux Livres on peut assez facilement démontrer que (V_4,V_8,V_{20}) ne forment pas une proportion continue[154] !

(iii) Restent les arêtes. Personne n'y prête attention et pour cause. Puisqu'on se place dans l'hypothèse $a_4 = a_8 = a_{20}$, ces arêtes forment une proportion continue, l'égalité ! Si l'on veut quatre termes, comme cela est prescrit en 32b, il suffira d'adapter le module du cube (c'est-

152. [Caveing, 1965], p. 9.

153. Cf. [Caveing, 1965], p. 10 : « la considération des propriétés métriques des polyèdres exigerait le maniement préalable des racines cubiques »; [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], p. 384 : « l'évaluation du volume des cinq solides réguliers, qui aurait permis leur mise en proportion véritable, échappait à toute tentative de calcul ».

154. Ceux que cela intéresse trouveront la preuve *infra*, dans l'Annexe mathématique. L'introduire ici, avec tous les rappels des résultats des Livres X et XIII que cela suppose pour ceux qui n'en sont pas familiers, aurait interrompu le fil du raisonnement.

à-dire l'hypoténuse de son triangle élémentaire) pour que son arête, a_6, soit égale à celle des trois autres[155]. On obtient bien une proportion géométrique continue entre (a_4, a_8, a_{20}, a_6) : elle est triviale, c'est l'égalité. Seul avantage : permettre de composer ultérieurement des polyèdres semi-réguliers construits à partir de carrés et de triangles équilatéraux pour ceux qui croient que cela est requis dans la suite de l'exposé de Timée.

Le second choix — dans la discussion qui suit, je l'appellerai « solution *ad hoc* » — suppose que l'on sache faire la cubature des polyèdres. Si tel est le cas, nous avons vu que l'on pouvait établir, par un choix particulier des arêtes des polyèdres, une proportionnalité continue exprimable par des nombres solides, entre polyèdres comparés, non pas en surface, mais en volume. Dans sa formulation moderne, cette «solution» fait intervenir des expressions algébriques plutôt complexes, en termes de racines carrées et cubiques, étrangères aux mathématiques anciennes. En écritures modernisées, si l'on choisit la proportion $A^3 : A^2B :: A^2B : AB^2 :: AB^2 : B^3$, avec A et B entiers, on trouve :

$$a_4 = A.\,2\,{}^{3}3.U;\quad a_8 = {}^{3}3.\ {}^{3}\overline{\frac{2}{2}.A^2.B}.U;\quad a_{20} = {}^{3}3.\ {}^{3}\overline{\frac{3\text{-}5}{2}.A.B^2}.U;$$

$$a_6 = B.U.$$

Cela dit, comme cela ressort de nos précédentes discussions des problèmes de duplication et de cubature, un Ancien qui se livrerait à ce genre d'investigations s'exprimerait autrement, en termes géométriques et à l'aide de la théorie des proportions. Et l'on voit clairement, à partir de ces formules, qu'une détermination géométrique des arêtes des polyèdres en fonction d'un module U suppose que l'on sache insérer deux moyennes proportionnelles entre deux droites données.

Le lecteur, perplexe, se demandera peut-être : n'est-ce pas là la solution à laquelle aspirait Platon selon Caveing et Brisson ? Cette discussion ne revient-elle pas à adopter leur explication, quitte à en modifier l'expression dans un souci quelque peu pointilleux du détail historique, tout en en conservant la substance ? Il n'en est rien, et il y a (au moins) deux sortes de raisons à cela :

• Cette solution ne répond pas du tout aux attentes que Caveing et Brisson prêtent à Platon dans la recherche d'une proportion entre corps simples.

• Ce que propose Platon en 56 d—57b ne correspond en rien à une « approximation » de ladite solution, alors que, selon l'interprétation de nos deux collègues, Platon n'a, comme seul recours, qu'à :

155. On vérifie facilement que l'hypoténuse du triangle élémentaire du cube doit être, en puissance, triple de celle du triangle élémentaire des trois autres solides (rapport 3 : 1).

proposer une solution plausible, et approchée, en nombres entiers, pour les rapports entre les Éléments, après s'être contenté de poser théoriquement le principe que le dieu n'a pas manquer de suivre[156].

3. La solution ad hoc et les attentes de Platon

Cette solution *ad hoc* permet bien, par le biais des cubatures, de trouver quatre grandeurs en proportion continue associées aux polyèdres, à savoir leurs volumes. Mais cette association est sous-déterminée : il n'y a aucune justification intrinsèque au choix de la proportion géométrique continue (liant quatre nombres solides) que l'on choisit. Dans mon exemple, il s'agissait de (8, 12, 18, 27) parce que c'est la plus petite proportion de ce genre, mais on peut prendre n'importe quelle autre et trouver d'autres valeurs correspondantes pour (a_4, a_8, a_{20}, a_6). En outre cette « solution » n'est pas seulement indépendante de la comparaison surfacique telle que la pratique Platon, elle est incompatible avec elle. En effet, lesdites arêtes des tétraèdre, octaèdre et icosaèdre sont différentes, non commensurables entre elles dans leur ensemble, même en puissance. On peut considérer qu'il n'y a pas là une objection puisqu'on doit, dans cette hypothèse, raisonner sur les volumes. Mais il faut en tirer les conséquences. Ainsi, dans notre exemple construit à partir de (8 : 12 :: 12 : 18 :: 18 : 27), on aura :

$$V_4 : V_8 :: 8 : 12 ; V_8 : V_{20} :: 12 : 18 ; V_{20} : V_6 :: 18 : 27,$$

et l'on en déduira que 3 parties de Feu = 2 parties d'Air, 9 parties de Feu = 4 parties d'Eau, 3 parties d'Air = 2 parties d'Eau…, mais aussi que 3 parties d'Eau = 2 parties de Terre, 9 parties d'Air = 4 parties de Terre, 27 parties de Feu = 8 parties de Terre…, bref tous les corps peuvent se transformer les uns dans les autres et, puisqu'on peut changer la proportion numérique continue de référence d'une infinité de manières, on aura une sextuple infinité de « lois » de transformation.

Cela me paraît en totale contradiction avec la démarche cosmologique que Platon adopte dans le *Timée*. Il ne cherche pas à multiplier indéfiniment le nombre des principes comme le faisaient, à leur manière, les Atomistes. Au contraire, il veut montrer qu'à partir d'un choix restreint de certains d'entre eux, on peut, par leurs combinaisons, expliquer la grande variété qui se manifeste dans les sensibles.

Autre insuffisance, si on n'y ajoute pas un critère supplémentaire de stricte limitation pour les valeurs des arêtes — et aucun ne

156. [Caveing, 1965], p. 7, cité par [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], p. 382.

s'impose —, les volumes ne caractériseront pas les polyèdres en tant que figures. On peut en trouver d'une infinie variété de tailles. La solution *ad hoc* se limite à l'aspect purement quantitatif que les Anciens désignent selon la modalité du « être donné de (ou en) grandeur »[157]. Les mêmes rapports pourraient être trouvés entre quatre figures, planes ou solides, régulières ou non, pourvu qu'elles soient quarrables ou cubables !

A l'inverse, le critère surfacique platonicien présuppose et tient compte de la forme (εἶδος) et, comme cela est d'ailleurs explicitement rappelé au début du *locus* N°5, pour une figure solide cette forme est déterminée par la ou les surfaces limitantes. Cela est particulièrement important pour les figures régulières : chacune est un représentant d'une classe de similitude. Tous les icosaèdres, par exemple, sont semblables entre eux. Et le lien avec des formules arithmétiques se fait très simplement. La limite sera caractérisée par le nombre et la nature des éléments congruents qui la constituent (nombre de côtés pour un polygone régulier, nombre et nature des faces pour les polyèdres). Et donc pour les trois solides réguliers à faces triangulaires Platon pourra se contenter d'un triplet de nombres, ceux des triangles équilatéraux (4, 8, 20) ou ceux des triangles élémentaires (24, 48, 120), peu importe ici.

4. Le degré de développement des mathématiques à l'époque de Platon

A plusieurs reprises Brisson souligne les limitations des mathématiques grecques anciennes : « …les mathématiques au temps de Platon se trouvaient dans un état particulièrement primitif… »[158]. Si la comparaison porte avec la situation actuelle dans les pays dits développés, on peut probablement accepter ce jugement. Encore faut-il ne pas se méprendre sur ce que l'on entend par là. Selon Brisson, les capacités de calcul des mathématiciens anciens, sont très limitées, ce qui se traduit par l'absence du zéro, l'usage d'un système alphabétique de notation des nombres et la pauvreté des systèmes métrologiques. L'absence d'instruments de mesure exclut toute expérimentation quantifiée, vérificatrice ou réfutative. Ces limitations techniques justifieraient le primat de la géométrie chez les Grecs et la manière dont Platon mobilise les sciences mathématiques. Elles expliqueraient donc certaines caractéristiques de l'exposé de Timée, par exemple le fait qu'il différencie les éléments et explique leurs transformations mutuelles en termes des surfaces limitantes des polyèdres associés plutôt qu'en fonction de leurs volumes,

157. Une figure est entièrement déterminée si elle est donnée : de forme, de grandeur et de position. Beaucoup de problèmes géométriques combinent des contraintes de forme et de grandeur.

158. [Brisson & Meyerstein, 1991], p. 70.

impossibles à comparer, à cause des difficultés de calcul sur les solides.

Les limitations instrumentales que souligne Brisson concernant l'expérimentation[159] sont certainement plus pertinentes que celles qu'il croit voir à propos du calcul et leur relation avec les choix de Platon. Les problèmes de notation des nombres peuvent avoir partie liée avec la complexité de certaines opérations, mais il ne faut pas perdre de vue qu'on peut les réaliser à l'aide d'accessoires (abaque, table à compter) dont l'utilisation revient parfois à disposer d'un système de position. Une fois effectuées de cette manière, la notation des résultats n'est plus qu'un simple problème d'écriture. Quant au zéro, il n'a guère d'importance pour le calcul. Il faut au demeurant être prudent avec les explications par manque de quelque chose car on pourra toujours se demander pourquoi les mathématiciens anciens — il y en eut de forts brillants — n'ont pas inventé ou mis au point les instruments et les concepts mathématiques dont ils avaient besoin. En ce qui concerne les systèmes de numération dans l'Antiquité grecque, c'est d'ailleurs plus ou moins ce qui s'est passé. Lorsque la quantification des modèles astronomiques est devenue une question centrale, les géomètres grecs ont adopté le système sexagésimal de position d'origine babylonienne. Comme l'explique Ptolémée, il est bien mieux adapté aux nombreux calculs qu'exige l'établissement des tables de cordes. Si les géomètres de l'époque classique ne disposaient pas d'un tel système de notations, c'est probablement qu'ils n'avaient pas éprouvé le besoin d'en concevoir ou d'en emprunter un.

Au demeurant, ces systèmes de notations ne résolvent pas tout. Brisson semble souvent confondre opérations *compliquées* à effectuer et opérations *impossibles* à effectuer, valeurs numériques *exactes* et approximations[160]. Encore aujourd'hui — et jusqu'à la fin des temps — personne ne peut exprimer 2 ou « racine cubique de 2 » sous forme de développement décimal du genre 7/5 = 1,4. Écrire 2 = 1,414, en toute rigueur, est faux; ce n'est qu'une (bonne) approximation. Si l'on s'intéresse à des expressions exactes il n'y a pas tant de différence entre l'écriture moderne « 2 » et les expressions anciennes « le côté de 2 » ou « être, en puissance (δυνάμει) égal à 2 ». Ce qui est essentiel à chaque fois, c'est de savoir qu'en considérant les carrés, on obtient 2. Si la question est «pratique» (métrologique), il faut, dans l'Antiquité comme aujourd'hui, recourir

159. *Ibid.,* pp. 70-76.

160. Ainsi, dans le tableau déjà mentionné plus haut (cf. *supra,* n. 151), Brisson insère des approximations décimales des volumes de polyèdres comme s'il s'agissait de valeurs exactes. Que cela soit trompeur se voit quand il donne pour les volumes du tétraèdre et de l'octaèdre de même arête a, respectivement $0{,}1178a^3$ et $0{,}4714a^3$. Ceci dissimule le fait que le volume de l'octaèdre est simplement le quadruple de celui du tétraèdre — rapport bien facile à exprimer dans la langue naturelle et la théorie des proportions des Anciens, alors que 4 x 0,1178 = 0,4712 !

à des approximations. Et là où nous utilisons 2 1,414, les Anciens pouvaient dire que le rapport « diagonale : côté » dans un carré est approximativement celui[161] de 17 à 12. L'écriture moderne est symbolique, celle des Anciens appartient à la langue naturelle et est formulée géométriquement car c'est le contexte dans lequel ils pouvaient rencontrer et manipuler de telles quantités. Cela n'a rien de «métaphorique». Si les possibilités opératoires des systèmes symboliques sont indéniablement plus grandes, celles des formulations anciennes ne sont pas nulles, loin s'en faut.

C'est une erreur de croire que Platon explique les transformations mutuelles de trois des quatre corps physiques selon un critère surfacique à cause d'un insuffisant degré de développement des mathématiques, parce qu'il ne peut rien dire de leurs volumes. Les considérations que Brisson reprend à Heath au sujet de Théétète, d'Aristée et d'Hypsiclès ou ses remarques sur Héron témoignent d'un louable souci historique[162]. Malheureusement, le problème n'est pas là où Brisson le voit. A sa décharge il faut reconnaître que, pendant des décennies, les historiens des mathématiques n'ont pas hésité à utiliser des notions et des notations, notamment algébriques, totalement étrangères aux sciences anciennes. Ils ont pu ainsi induire en erreur leurs lecteurs sur la nature réelle des problèmes rencontrés par les Anciens.

Comme je l'ai expliqué dans le paragraphe précédent, la comparaison des polyèdres par le biais de leurs surfaces est mathématiquement pertinente, davantage que celle qui procéderait en volume. Au passage remarquons qu'il aurait aussi pu caractériser ses quatre solides réguliers par leurs nombres de sommets puisqu'ils sont tous différents et donc caractéristiques. Il pouvait même de cette manière succomber aux attraits de la Muse «pythagoricienne» (entendez numérologique) quitte à considérer ses solides dans un ordre différent : tétraèdre (4), octaèdre (6), cube (8), icosaèdre (12). La séquence (4, 6, 8, 12) est en effet remarquable; c'est ce qu'on pourrait, à la suite de Nicomaque[163], appeler une médiété parfaite entre des extrêmes dans le rapport triple : 12 est le triple de 4; 8 est leur médiété arithmétique et 6 leur médiété harmonique ! Ce

161. En notations décimales de position, ce rapport vaut approximativement 1,416 !

162. Cf. [Brisson, 1974 (rééd. 1998)], p. 384.

163. Cf. [Nicomaque/Hoche, 1866], p. 144, l. 20—p. 146, l. 23. Nicomaque s'intéresse à une séquence du même genre, mais dont les extrêmes sont dans le rapport double : (6, 8, 9, 12) dont le grand mérite est de mettre en évidence les rapports associés aux quatre intervalles musicaux fondamentaux (octave, quinte, quarte, ton), respectivement : 12 : 6; 12 : 8 ou 9 : 6; 12 : 9 ou 8 : 6; 9 : 8).

164. Simplicius, dans son commentaire au *De anima,* rapporte qu'Empédocle, conformément à la tradition pythagoricienne, considérait la terre comme un cube parce que c'est une harmonie (6, 8, 12) produisant la médiété harmonique ! Cf. [Diels-Kranz, 1985], DK 31 B 96c, t. I, p. 345, l. 20-23. Cf. *supra,* n. 146.

qui aurait pu séduire un Néo (?)[164]-pythagoricien n'était cependant pas adapté au projet de Platon. Celui-ci, dans son argument, même s'il est de simple « convenance probable », veut tenir compte des propriétés physiques des corps simples, la visibilité et la tangibilité dont les extrêmes sont le Feu et la Terre. Associer le cube à l'Eau et l'icosaèdre à la Terre maintenait le bon ordre, mais revenait à exclure l'eau des transformations de phase : gaz-liquide, liquide-solide — un comble —, à lui associer la stabilité du cube et, en outre, de permettre à l'inverse des transformations entre Feu et Terre. Voilà qui n'était pas probablement pas convenable.

Conclusion

Les arguments de type mathématique dans le *Timée* sont des analogies, peut-être des modèles dans les meilleurs des cas. Tout le monde s'accorde, me semble-t-il, sur ce point. En revanche les divergences commencent quand on s'interroge sur le degré de sérieux que l'on veut bien leur accorder. A cet égard il y a deux tentations auxquelles il ne faut pas succomber :

• Considérer ces analogies comme des « fantaisies » mathématiques[165], austères quant à la forme mais ludiques ou divertissantes quant au contenu et à l'intention. Elles ne seraient que l'envers des mythes, eux aussi mélange de sérieux et de plaisant (μετά τε παιδιᾶς καὶ μετὰ σπουδῆς)[166], dont Platon fait aussi un usage abondant. On pourrait aussi considérer que l'intervention des mathématiques se limite à un habillage qui se justifie par le caractère agonistique de la vie intellectuelle des anciens Grecs, en particulier des philosophes, et, solidairement, par la position exceptionnelle des sciences mathématiques, notamment la géométrie, incarnant un idéal d'irréfutabilité. Certains traits d'expression conduisent d'ailleurs à penser que Platon n'était probablement pas insensible à cet aspect de la question. Le caractère apodictique des arguments géométriques, y compris (et peut-être surtout) quand ils sont problématiques, est souligné par différents « marqueurs » de nécessité[167]. Mais à supposer que le contenu compte moins que la forme, on risque de s'abandonner à la paresse exégétique.

• L'autre risque, c'est évidemment de prendre ces mêmes

165. [Taylor, 1925], p. 98 considère que l'argument sur les moyennes dans ce que j'ai appelé le *locus* N°1 n'est pas une démonstration, mais « a play of mathematical fancy ».

166. *Lois,* X, 887 d4-5.

167. Dans le *locus* N°1 : δεῖ (31 b4; 31 c1); οὐ δυνατόν (31 c1); ἐξ ἀνάγκης (32 a5); οὐδέποτε / ἀεὶ (32 b2-3); dans le *locus* N°5 : ἀνάγκῃ (53 c6); προαιρετέον, τιθέμεθα (54 a2, a5 : deux impératifs, mode fréquent en mathématiques). A noter aussi dans le passage où Platon apparie polyèdres et corps, la différence entre ce qui se rapporte aux propriétés des solides ἀνάγκῃ (55 e2; 56 a7), ἐξ ἀνάγκης (55 e7) et la qualification vraisemblable (εἰκός) de l'association (56 a1; 56 b4).

arguments trop au sérieux, ou trop au pied de la lettre, y compris lorsqu'ils sont irréductiblement sous-déterminés ou incompatibles entre eux, ou plus simplement, quand ils ne sont pas mis en corrélation par Platon lui-même comme on s'y attendrait s'il s'agit de quelque chose de crucial. On en cherche alors l'explication dans d'incertaines reconstructions relevant de l'histoire des sciences, incertaines soit par manque de sources, soit par une interprétation anachronique ou par une démarche *quasi* hagiographique à l'égard de Platon[168].

J'ai essayé de prendre au sérieux les utilisations des mathématiques dans le *Timée,* en examinant les différentes possibilités d'interprétation, leurs présupposés, leurs avantages et leurs limites et en soumettant leur cohérence mathématique à la critique. J'espère ainsi avoir évité les deux écueils que je viens de décrire. Ma conclusion sera donc médiane et très modeste : la mobilisation des mathématiques par Platon dans son exposé cosmologique me semble être une entreprise sérieuse qui a cependant ses limites, surtout pour nous, Modernes. L'indétermination des *loci mathematici* 1 (« quel est le contexte d'interprétation pour l'intercalation des moyennes ? ») et 4 (« quels sont les phénomènes astronomiques pris en charge par le modèle astronomique platonicien ? ») me paraît non résoluble. J'espère aussi avoir convaincu le lecteur qu'il ne faut pas chercher un lien entre les *loci* N°1 et 5 par le biais des polyèdres mis, d'une manière ou d'une autre, en proportion.

Certaines difficultés seraient certainement aplanies si nous connaissions mieux le contexte intellectuel dans lequel s'insère la cosmologie du *Timée,* les prédécesseurs utilisés comme sources — y compris mathématiques — et/ou, peut-être et surtout, comme cibles. Pour les sources mathématiques, la question est certainement insoluble, surtout si l'on exige d'entrer dans le détail. En tout état de cause je crois que le recours à d'hypothétiques Pythagoriciens des VI^{e}-V^{e} siècles est aussi inutile qu'incertain. L'historiographie récente des mathématiques grecques conduit plutôt à privilégier des sources proches de Platon et, comme beaucoup d'autres, j'ai mentionné Archytas, Théétète et Eudoxe — on pourrait leur adjoindre Théodore de Cyrène —, autrement dit des mathématiciens que Platon a certainement connus. Il est cependant difficile d'aller très loin dans cette voie. Comme j'ai essayé de le montrer dans le cas précis de la célèbre théorie des médiétés, même si l'on est optimiste, il est impossible de déterminer qu'elle a été la source immédiate de Platon : Archytas, Théétète, voire Eudoxe[169] puisque

168. Nous avons vu plusieurs exemples de tels défauts dans ce qui précède. Pour ce qui est de l'«hagiographie» ou sauvetage à tout prix, je pense à [Gregory, 2000].

169. Pour Archytas et Théétète, cf. *supra,* Partie II, § 1. Pour Eudoxe, les sources sont plus tardives (Jamblique, Proclus) mais, comme il se doit, plus précises ! Cf. [Euclide/Vitrac, 1994], pp. 498-499.

nous savons, de manière indépendante, que ces trois géomètres ont développé ladite théorie !

Certaines formules, approximatives, allusive ou outrancières s'expliquent peut-être en tant qu'exagérations polémiques ou caricatures de l'adversaire. J'ai signalé au passage certaines ressemblances entre la description globale du corps du monde (33 b1-34 b3) et ce que nous rapportent divers fragments ou témoignages à propos du Sphairos d'Empédocle[170]. J'ai cru aussi discerner certaines critiques à l'égard des Pythagoriciens, de leur harmonique certainement, dans le *locus* N°3, peut-être de leur classification des triangles dans le *locus* N°5. La proportion géométrique continue entre constituants physiques simples, sur laquelle nous avons passé tant de temps, était peut-être elle aussi une façon de faire écho à certaines formules d'Empédocle. Ses racines étaient semble-t-il décrites comme égales, d'aussi antique naissance, même si, comme les magistrats des cités démocratiques, elles exerçaient leur hégémonie tour à tour. L'Amitié se trouvait en eux à l'image d'un carré (?), « ἴση μῆκός τε πλάτος »[171]. Aristote suggère que certains composés étaient caractérisés par un rapport entre ses constituants et Simplicius, à la suite des doxographes, donne la «formule» de l'os[172]. Et le Stagirite souligne que si Empédocle était reconnu comme le premier à avoir posé quatre «éléments», il raisonnait comme s'il n'y en avait que deux, le Feu étant mis à part des autres[173].

Platon préfère que les corps simples, et donc le cosmos, soient soumis à la proportion (l'égalité) géométrique qui prend en compte les mérites de chacun[174]. Un Tout uni par l'égalité géométrique est, pour cette raison, inaltérable. D'ailleurs n'est-elle pas toute puissante dans les cieux et sur la terre, parmi les hommes comme parmi les Dieux[175] ? Ceux qui l'ignorent, tel Calliclès, négligent la géométrie et l'enseignement des savants. Détail amusant, avec la géométrisation dans le *locus* N°5, les constituants physiques ne sont certes plus des éléments ni des principes, mais on peut dire que cette fois c'est la Terre — l'extrême opposé du Feu — qui est mise à part. Finalement le caractère ironique ou fantaisiste que certains perçoivent dans nos deux premiers *loci mathematici* (qui s'enchaînent dans le texte,

170. Cf. Partie I, § 5, n. 60.

171. Cf. DK 31 B 17, vers 20, 27, 29; DK 31 B 98 vers 1-3.

172. Cf. DK 31 B 96. Dans l'os entrent 4 parts de Feu et 2 parts d'Eau pour un total de huit.

173. Cf. DK 31 A 36-37 (= *De Gen. Corr.,* II, 330 b19-21; *Met.,* A, 4, 985 a33-b3).

174. En philosophie politique on distingue deux types d'égalités, l'une dite «égalité arithmétique» ou encore «égalité selon le nombre» (ou la quantité), l'autre «égalité géométrique» ou «égalité selon le mérite» (ou la qualité). Cf. Platon, *Lois,* 757 b-c; Aristote, *Éthique à Nicomaque,* V, 1130 b30—1133 b28. Cette théorie (plus ou moins anti-démocratique) a été soumise à une modélisation mathématique à l'aide de la théorie des médiétés. On l'attribue (évidemment !) à Archytas. Cf. [Vitrac, 1996], pp. 104-106.

175. Cf. *Gorgias,* 507 e6—508 a8.

176. Cf. *Sophiste,* 242 d7—243 a1, qui montre que Platon pouvait être assez féroce à l'égard d'Empédocle.

ne l'oublions pas), pourrait bien s'exercer aux dépens de la Muse de Sicile[176]. Il est au demeurant probable qu'Empédocle ait inspiré beaucoup d'imitateurs. Un certain nombre d'arguments et de formulations à prétention savante étaient sans doute devenus des lieux communs dans le petit cercle des amateurs de cosmologie et de médecine philosophique.

Exercer son ironie à leurs dépens n'implique pas que l'on disqualifie du même coup la cosmologie, les mathématiques et l'utilisation de celles-ci dans celle-là. Simplement le lecteur du *Timée* ne doit pas tout prendre au pied de la lettre et comprendre que l'intérêt des arguments de type mathématique, y compris ceux que j'ai appelés de « convenance vraisemblable », est d'abord méthodologique et philosophique. La cosmologie est un terrain de choix pour exercer la dialectique, pour expliquer comment les sensibles peuvent par le biais des mathématiques (c'est-à-dire du nombre, de l'ordre, de la proportion et de la figure) participer à la rationalité des formes intelligibles. Platon privilégie l'égalité géométrique sur l'égalité arithmétique, substitue une modélisation partielle des sensibles par le biais de la géométrie en lieu et place de certaines considérations numérologiques des Pythagoriciens. Il préfère un argument de convenance, fondé en dernier ressort sur une cause finale, que la position arbitraire de postulats (selon un mode purement axiomatique) ou de principes issus d'inductions incertaines à partir des sensibles (harmonique pythagoricienne ; quatre racines d'Empédocle ?). Enfin, et c'est peut-être le plus important, il veut utiliser le plus petit nombre possible de principes (et non pas une infinité comme les cosmologies « mécanistes ») pour réduire l'indéfinie variété du sensible, ce que les taxinomies d'objets mathématiques, le modèle simple à deux sphères et surtout la sensationnelle et récente découverte de Théétète sur les solides réguliers permettaient.

Annexe mathématique

Nos collègues Caveing et Brisson sont trop pessimistes quant aux connaissances stéréométriques qu'ils prêtent à Platon et aux mathématiciens de son temps comme à leurs possibilités. Je voudrais montrer ici que les résultats contenus dans les *Éléments* d'Euclide permettent de montrer que les volumes des trois polyèdres à faces triangulaires, quand on les suppose d'arêtes égales (ce que j'ai appelé plus haut le premier choix), ne forment pas une proportion géométrique continue. En écritures modernisées, si l'on sait que :

$$V_4 = \frac{2}{12} a^3 ;\ V_8 = \frac{2}{3} a^3 ;\ V_{20} = \frac{5(3+2)}{12} a^3 ,$$

on voit immédiatement que $V_8 = 4V_4$ et que le rapport $V_{20} : V_8$ est un nombre irrationnel. Grâce aux résultats contenus dans les Livres X et XIII des *Éléments,* que la critique attribue (un peu imprudemment) à Théétète, je me propose de montrer :

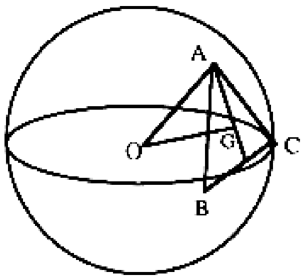
1. Que les rapports entre les volumes de l'octaèdre et du tétraèdre d'une part, de l'icosaèdre et de l'octaèdre d'autre part, sont les mêmes que des rapports de droites, que je noterai $d_8 : d_4$ et $d_{20} : d_8$ respectivement, droites associées aux polyèdres.

2. Que le rapport $d_8 : d_4$ est le rapport quadruple.

3. Que le rapport $d_{20} : d_8$ est le rapport de deux droites incommensurables en puissance qui ne saurait donc s'exprimer numériquement.

En combinant ces trois points il en résulte que le rapport d_{20} : d8 ne peut pas être celui de 4 à 1 et donc que (V_4, V_8, V_{20}), et *a fortiori* (V_4, V_8, V_{20}, V_6), ne peuvent pas constituer une proportion géométrique continue.

Pour démontrer le premier point, rappelons d'abord que chacun de nos polyèdres se divise en autant de pyramides droites qu'il a de faces triangulaires équilatérales. Les bases de ces pyramides sont précisément les faces des solides, toutes égales entre elles, le sommet en est le point O, centre de la sphère circonscrite à chacun des polyèdres, et la hauteur est la droite qui joint ce point O au centre de symétrie G de chacune des faces. Je noterai Pyr_4, Pyr_8, Pyr_{20} lesdites pyramides et h_4, h_8, h_{20} leurs hauteurs.



Par souci de concision nous raisonnerons sur une seule figure.

Le triangle équilatéral ABC sera considéré successivement comme l'un des faces de trois de nos polyèdres réguliers. Ses sommets sont sur la surface de la sphère de centre O et les droites OA, OB, OC sont égales entre elles (et au rayon de la sphère). Je noterai R_4, R_8, R_{20} ce rayon qui dépend du polyèdre considéré. Par hypothèse : $AB = a_4 = a_8 = a_{20}$.

G est le centre de symétrie de ABC, point de concours des hauteurs du triangle ABC. On voit que GA est le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC. Par Eucl., *Él.,* XIII. 12, on sait donc que AB est, en puissance, triple de GA, *i.e* $AB^2 = 3GA^2$.

Les droites notées h_4, h_8, h_{20} correspondent à OG. Il ne faut pas perdre de vue que leurs longueurs dépendent du rayon $R_i = OA$ et donc varient en fonction du polyèdre.

Rappelons ensuite que le volume d'une pyramide à base triangulaire est égal au tiers du prisme droit qui a même base et même hauteur que la pyramide; ceci est démontré dans la Proposition XII. 7 des *Éléments* [177] et que des pyramides qui ont des bases égales sont l'une à l'autre comme leurs hauteurs[178]. Or, ici, puisque nous avons supposé $a_4 = a_8 = a_{20}$, les triangles équilatéraux, bases de nos trois solides et donc bases de ces pyramides telle OABC, sont égaux entre eux. On a donc :

$Pyr_8 : Pyr_4 :: h_8 : h_4$ et $Pyr_{20} : Pyr_8 :: h_{20} : h_8$.

Mais :

$V_4 = 4\ Pyr_4; V_8 = 8\ Pyr8; V_{20} = 20\ Pyr_{20}$.

D'où :

$V_8 : V_4 :: 8\ Pyr_8 : 4\ Pyr_4 :: 2\ Pyr_8 : Pyr_4 :: 2\ h_8 : h_4$ et, semblablement, $V_{20} : V_8 :: 5\ h_{20} : 2\ h_8$.

Nous avons donc démontré le premier point avec $d_4 = h_4$, $d_8 = 2\ h_8$, $d_{20} = 5\ h_{20}$. On voit donc facilement pourquoi les considérations sur les difficultés à exprimer les volumes sont non pertinentes : grâce à la théorie des proportions, on peut se ramener à des droites !

Passons au deuxième point[179]. Le point O est équidistant de A, B, C. C'est un pôle du cercle circonscrit au triangle ABC, donc la droite OG est perpendiculaire au plan dudit triangle et donc à la droite AG. On peut donc appliquer le théorème de l'hypoténuse au triangle rectangle OGA (Eucl., *Él.,* I. 47). On établit ainsi la relation essentielle pour ce qui nous concerne ici :

$$OA^2 = OG^2 + GA^2,\ \textit{i.e.}\ (R_i)^2 = (h_i)^2 + \frac{1}{3}\ (a_i)^2,\ \text{pour } i = 4, 8, 20\ (*)$$

Et donc pour comparer par exemple h_4 et h_8, il faut connaître les relations qui lient R_4 et a_4 d'une part, R_8 et a_8 d'autre part. Mais

177. La démonstration précise de ce résultat est attribuée par Archimède à Eudoxe de Cnide. Il indique également que Démocrite connaissait l'énoncé de ce résultat. Sur la littérature considérable que ces témoignages ont suscitée, je me permets de renvoyer à une étude antérieure, [Vitrac, 2001].

178. Ce résultat n'est pas démontré par Euclide qui n'en avait pas l'utilité dans son traité. Il n'y a cependant aucun doute qu'il était accessible à l'auteur du Livre XII. Pour l'établir il suffit de le déduire du résultat analogue pour les parallélépipèdes (car toute pyramide est la sixième partie d'un parallélépipède de même base et hauteur). J'ai déjà utilisé ce résultat *supra* dans la note 134. Pour le cas «parallélépipède», il suffit de combiner XI. 25 et 32 comme cela est fait dans XII. 14 (à partir de XII. 11 et 13) dans le cas «cylindre». C'est très élémentaire.

179. J'utilise ici des notations symboliques modernes que j'ai pourtant critiquées chez les autres. C'est par seul souci de concision. Mais le lecteur peut être assuré que la démonstration esquissée ici se rédigerait sans problème dans le langage du Livre XIII.

celles-ci sont connues de l'auteur du Livre XIII. D'après les Propositions 13 et 14 respectivement, on a :

$8\ (R_4)^2 = 3\ (a_4)^2$ (**) et $2\ (R_8)^2 = (a_8)^2$ (***).

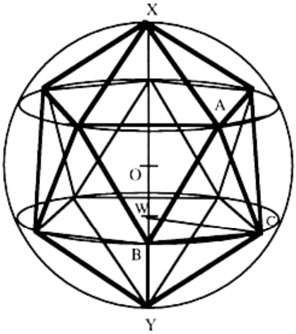
Reprenons l'égalité (*) pour i = 4 et, comme le faisaient souvent les Anciens, multiplions tout par 24 pour éviter les parts. Nous obtiendrons :

$24\ (R_4)^2 = 24\ (h_4)^2 + 8(a_4)^2 = 9\ (a_4)^2$ d'après (**);
d'où : $(a_4)^2 = 24\ (h_4)^2$.

En procédant de même pour l'octaèdre à partir de (*) et (***) nous aurons : $(a_8)^2 = 6\ (h_8)_2$.
Mais puisque par hypothèse $a_4 = a_8$, nous en déduisons $(h_8)^2 = 4\ (h_4)^2$.
Mais $d_4 = h_4$, $d_8 = 2\ h_8$, d'où : $(d_8)^2 = 16\ (d_4)^2 = (4\ d_4)^2$. Donc $d_8 = 4\ d_4$. Nous avons donc démontré le deuxième point, $V_8 : V_4 :: 4 : 1$.
Le troisième point est un peu plus délicat, pas du tout à cause de la mesure des volumes ou du calcul des racines cubiques, mais parce que l'icosaèdre fait intervenir des irrationnelles quadratiques et biquadratiques plus complexes que celles associées au tétraèdre et à l'octaèdre. Ces irrationnelles sont étudiées par Euclide dans son Livre X.
Dans une démarche algébrique moderne, on procéderait comme précédemment à partir de la relation :

$$(R_{20})^2 = (h_{20})^2 + \frac{1}{3}\ (a_{20})^2,$$

et pour comparer h_{20} et h_8, il faudrait connaître les relations plutôt complexes qui lient R_{20} et a_{20}. Le corollaire à la Proposition XIII. 16 nous dit en effet que « le diamètre de la sphère est, en puissance, quintuple du rayon du cercle sur lequel l'icosaèdre a été décrit… ». Pour bien voir de quoi il retourne, il faut se reporter à la construction de l'icosaèdre. Celle-ci se fait à partir de deux pentagones dont le côté, BC, est égal à l'arête de l'icosaèdre, placés tête-bêche, comme on le voit sur la figure ci-dessous. Ce qu'Euclide appelle le cercle sur lequel est construit l'icosaèdre est le cercle circonscrit à ce pentagone. Sur le schéma ci-dessous, son rayon est donc la droite WC.



Le diamètre de la sphère est XY et nous avons donc une relation simple entre son rayon OA et WC, mais pas entre OA et BC (= BA) :

$OA^2 : WC^2 :: 5 : 4$

Il faudrait donc trouver une autre relation entre BC et CW, c'est-à-dire entre le côté d'un pentagone régulier et le rayon de son cercle circonscrit.

Grâce au calcul algébrique, c'est assez facile. On trouve :

$$WC^2 = \frac{5+5}{10}.BC^2.$$

D'où l'on déduit :

$$(R_{20})^2 = \frac{5+5}{8}.AB^2 \text{ et } (h_{20})^2 = \frac{7+35}{24}.AB^2.$$

Au bout du compte on obtient $V_{20} : V_8 :: 5 \; \overline{7+35} : 4$ qui, n'étant pas un rapport numériquement exprimable, ne peut pas être le même que $V_8 : V_4 :: 4 : 1$.

Le nombre irrationnel ainsi obtenu est assez complexe[180] et on peut donc douter que Théétète, Euclide ou quelqu'autre Ancien se soit lancé dans un calcul de ce type.

N'avaient-ils aucun moyen de prouver qu'il n'y a pas proportion continue entre V_4, V_8, et V_{20} ? En fait si, et je ne résiste pas à la tentation d'indiquer une telle démonstration, rédigée dans les termes des Livres X et XIII, afin que le lecteur comprenne bien que la question n'a pas grand chose à voir avec des calculs. On peut raisonner comme suit :

si on suppose que $V_{20} : V_8 :: V_8 : V_4 :: 4 : 1$, puisque $V_{20} : V_8 :: 5 h_{20} : 2 h_8$, alors les hauteurs ($h_{20}$, h_8) sont commensurables (en longueur). Par ailleurs on a vu que $(a_8)^2 = 6 (h_8)^2$. Donc les droites (a_8, h_8) sont commensurables (en puissance seulement). Donc les droites (h_{20}, a_8) sont commensurables en puissance. Et par hypothèse $a_8 = a_{20}$, donc les droites (h_{20}, a_{20}) sont commensurables en puissance. Or on avait aussi établi :

$$(R_{20})^2 = (h_{20})^2 + (a_{20})^2 \quad (*),$$

par conséquent les droites (R_{20}, a_{20}) sont commensurables (en puissance seulement).

180. On peut le simplifier un peu en l'écrivant sous la forme d'une binomiale d'Euclide : $\frac{5}{8}$. (32+10).

Et R_{20} n'est rien d'autre que le rayon de la sphère circonscrite à l'icosaèdre, la moitié du diamètre. Récapitulons : si les volumes de nos trois polyèdres vérifient $V_{20} : V_8 :: V_8 : V_4 :: 4 : 1$, alors l'arête de l'icosaèdre et le diamètre de la sphère qui lui est circonscrite sont commensurables en puissance seulement. Par conséquent, si le diamètre de la sphère est posé comme exprimable, l'arête de l'icosaèdre sera exprimable (Df. X. 4). Mais quand le diamètre de la sphère est posé comme exprimable, l'arête de l'icosaèdre est une irrationnelle, celle appelée «mineure» d'après la Proposition XIII. 16 ! Conclusion : il est donc impossible qu'il y ait une proportion continue, exprimable en nombres, entre V_4, V_8, et V_{20}.

J'ai outrageusement détaillé les raisonnements de commensurabilité (en longueur ou en puissance) alors qu'ils sont évidents pour qui est familier avec cette terminologie. Si on confronte cette preuve à la démarche algébrique moderne, tant qu'il s'agit seulement d'établir qu'il ne peut y avoir proportion entre les volumes des trois polyèdres, il me semble que l'élégance est plutôt du côté des Anciens[181] ! Pour qu'il n'y ait pas de malentendu, j'ajoute que je ne prétends pas attribuer un tel raisonnement à Platon ou à l'un de ses amis géomètres. Contrairement à Eva Sachs je ne crois pas que les Livres X et XIII des *Éléments* se contentent de reproduire les résultats de Théétète (et d'Eudoxe). Je ne suis même pas sûr que Platon connaissait le résultat sur le volume de la pyramide. Mais j'ai repris cette thèse traditionnelle, acceptée par Caveing et Brisson, pour expliquer comment *aurait pu* raisonner un Ancien. Que l'icosaèdre introduise des complications à cause des irrationnelles que sa construction implique, c'est une évidence. Que cela ait à voir avec les calculs de volumes est hors sujet. D'ailleurs le pentagone régulier, figure plane, soulève déjà ces mêmes difficultés !

Références bibliographiques

Textes

Aristote, *Du Ciel.* Ed. et trad. franç. P. Moraux. CUF, Paris, Belles-Lettres, 1965.

Aristote, *De l'âme*. Texte par A. Jannone et traduction par E. Barbotin. CUF, Paris, Belles-Lettres, 1966.

Cleomedes Caelestia. Ed. R. B. Todd. Leipzig, Teubner, 1990.

Cléomède, *Théorie élémentaire,* Trad. R. Goulet. Paris, Vrin, 1980.

Euclidis Opera omnia, ed. I. L. Heiberg & H. Menge, Leipzig, Teubner. Vol. VIII. Phaenomena, Scripta musica, Fragmenta (1916).

181. Le traitement algébrique permet évidemment de résoudre bien d'autres problèmes au sujet des polyèdres.

Eudide, *Les Eléments.* Trad. et comm. par B. Vitrac. Collection Bibliothèque d'histoire des sciences. Paris, P. U. F. En quatre volumes (Vol. 1 : Introduction générale par M. Caveing et L. I à IV, 1990; Vol. 2 : Livres V à IX, 1994; Vol. 3 : Livre X, 1998; Vol. 4 : Livres XI-XIII, 2001).

J. Képler, *Le secret du monde,* Tübingen, 1596. Trad. franç A. Segonds, Paris, les Belles-Lettres, 1984. Réimpr. Gallimard, coll. Tel, 1993.

{Iamblichus}, *Theologumena Arithmeticae.* Ed. V. de Falco. Leipzig, Teubner, 1922. Réimpr., Stuttgart, Teubner, 1975.

Nicomachi Gerasini Introductionis Arithmeticæ Libri II. Ed. R. Hoche. Leipzig, Teubner, 1866.

Platon, *Œuvres complètes.* Tome X : Timée — Critias. Texte établi et traduit par A. Rivaud. CUF, Paris, Les Belles Lettres, 1925 (réimpr. 1985).

Platon, *Œuvres complètes.* Trad. franç. L. Robin et J. Moreau. Bibliothèque de la Pléiade. 2 vol. Paris Gallimard, 1950.

Platon, *Timée/Critias,* trad. franç. L. Brisson. Paris, GF-Flammarion, 1992 (5e édition avec corrections, 2001).

Produs, *Commentaire sur le Timée.* Trad. franç. et notes A. J. Festugière. 5 vol. Paris, Vrin. 1966-1968.

Claudii Ptolemaei opera quae exstant omnia, ed. I. L. Heiberg, Volumen I, Pars I. : Syntaxis Mathematica, Lib. I-VI, Leipzig, Teubner, 1898 ; Pars II. : Syntaxis Mathematica, Lib.VII-XIII, Leipzig, Teubner, 1903.

Simplicius, *In Aristotelis* de Caelo *Commentaria,* (*CAG,* 7). Ed. I. L. Heiberg. Berlin, G. Reimer, 1894.

Die Fragmente der Vorsokratiker, Ed. et trad. all. H. Diels et W. Kranz. Rév. W. Kranz. 3 vol. 1903. Zürich, Weidmann. Réimpr. Hildesheim, 1985.

Wehrli, F., *Die Schule des Aristoteles, Texte und Kommentar.* VIII. : Eudemos von Rhodos. Schwabe & Co. Basel/Stuttgart, 1969.

Études

Bowen, A. C., « La Scienza del Cielo nel Periodo Pretolemaico ». *Storia della Scienza.* Vol. I : La scienza antica. Instituti della Enciclopedia Italiana, 2001.

Brisson, L. & Meyerstein, F. W., *Inventer l'univers.* Le problème de la connaissance et les modèles cosmologiques. Paris, Les Belles Lettres, 1991.

Brisson, L., *Le Même et l'Autre dans la structure ontologique du* Timée *de Platon.* Paris, Klincksiek, 1974. Rééddité (avec corrections, ajouts et bibliographie mise à jour) sous le même titre, comme vol. 2 des « International Plato Studies ». Sankt Augustin, Academia Verlag, 1998.

Brisson, L., « Le rôle des mathématiques dans le *Timée* selon les interprétations contemporaines » dans *Le* Timée *de Platon.*

Contributions à l'histoire de sa réception. Ed. A. Neschke-Hentschke. Louvain-Paris, Ed. Peeters, 2000, pp. 295-315.
Brisson, L., « Comment rendre compte de la participation du sensible à l'intelligible chez Platon ? » *in* J.-F. Pradeau (coord.), *Platon : les formes intelligibles.* Paris, PUF, 2001, pp. 55-85.
Brisson, L., « Platon, Pythagore et les Pythagoriciens » dans M. Dixsaut & A. Brancacci (eds), *Platon, source des Présocratiques. Exploration.* Paris, Vrin, 2002, pp. 21-46.
Caveing, M., « Quelques remarques sur le TIMÉE et les mathématiques ». *Revue de l'Enseignement Philosophique,* 15e Année, n°6, 1965, pp. 1-10.
Cornford, F. M., *Plato's Cosmology.* Londres et New York, 1937.
Dicks, D. R., *Early Greek Astronomy to Aristotle.* Ithaca, Cornell University Press, 1970.
Goldstein, B. R. & Bowen A. C., « A New View of Early Greek Astronomy », *Isis,* 74, 1983, pp. 330-340.
Gregory, A., *Plato's Philosophy of Science.* Londres, Duckworth & Co, 2000.
Martin, Th.-H., *Etudes sur le* Timée *de Platon.* Paris, Ladrange, 1841.
Neugebauer, O., *The Exact Sciences in Antiquity,* Brown University Press, 1957. Réed. New York, Dover, 1969.
O'Brien, D., *Theories of Weight in the ancient Worls. Four essays on Democritus, Plato and Aristotle. A Study in the Development of Ideas.* Paris / Leiden, Les Belles Lettres / E. J. Brill, Vol. 1, 1981; vol. 2 : 1984.
Sachs, E., *Die fünf platonischen Körper.* Zur Geschichte der Mathematik und der Elementenlehre Platons und der Pythagoreer. Berlin, Weidmann, 1917.
Tannery P., *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne.* Paris, Gauthier-Villars, 1893, Réimpr. New York, Arno Press, 1976.
Taylor, A. E., *A Commentary on Plato's* Timaeus. Oxford, Clarendon Press, 1928. Réimpr. 1962.
Vinel « Sur les ΟΓΚΟΙ et les ΔΥΝΑΜΕΙΣ du *Timée* 31 c5. Contre les interprétations modernes ». *Les Études classiques,* 71, 2003, pp. 51-70.
Vitrac, B., « La Définition V. 8 des *Éléments* d'Euclide ». *Centaurus,* 38.2-3, 1996, pp. 97-121.
Vitrac, B., « L'interprétation mathématique du dilemme du cône (DK 68 B 155). Démocrite était-il mathématicien ? » dans *Les anciens savants. Études sur les philosophies préplatoniciennes* réunies par P.-M. Morel et J.-F. Pradeau. *Les Cahiers Philosophiques de Strasbourg,* Tome 12, Automne 2001, pp. 89-129.