



Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

21-1 | 2017

Homage to Galileo Galilei 1564-2014

Galilée, de l'Enfer de Dante au purgatoire de la science

Galileo, from Dante's Hell to the Purgatory of Science

Jean-Marc Lévy-Leblond



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1246>

DOI : [10.4000/philosophiascientiae.1246](https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.1246)

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 15 février 2017

Pagination : 111-130

ISBN : 978-2-84174-801-3

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

Jean-Marc Lévy-Leblond, « Galilée, de l'Enfer de Dante au purgatoire de la science », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 21-1 | 2017, mis en ligne le 15 février 2019, consulté le 30 mars 2021. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1246> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.1246>

Tous droits réservés

Galilée, de l'Enfer de Dante au purgatoire de la science

Jean-Marc Lévy-Leblond

Université de Nice (France)

Résumé : En 1587, le jeune Galilée est invité à donner *Due lezioni all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante* (ci-après *Leçons sur l'Enfer*) [Galilei 1587] afin d'éclairer une vive controverse sur l'interprétation de la géographie de l'Enfer dantesque. Ce travail d'exégèse littéraire permet à Galilée de faire reconnaître ses talents mathématiques comme ses qualités pédagogiques. Mais la portée de ces leçons va bien au-delà, car on peut y voir apparaître plusieurs thèmes majeurs de l'œuvre ultérieure de Galilée : au plan mathématique, l'importance de la géométrie d'inspiration archimédienne, au plan physique, l'étude des questions de similitude que pose la résistance des matériaux – sans oublier l'intérêt constant du scientifique pour la langue et pour la culture littéraire.

Abstract: In 1587 the young Galileo was invited to give *Due lezioni all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante* (hereafter *Leçons sur l'Enfer*) [Galilei 1587] aimed at settling an intense controversy regarding the geography of the Dantean Hell. This study in exegetics enabled Galileo to bring his mathematical talents and didactic qualities to the knowledge of the Tuscan scholars. But these lessons have a much greater importance, in that they reveal several of the major themes of Galileo's further work from both mathematical and physical standpoints, such as the question of scale linked to the strength of materials, as well as the scientist's unremitting interest in language and commitment to literary culture.

1 Introduction

Le texte des *Leçons sur l'Enfer* figure parmi les tout premiers travaux de Galilée [Galilei 1587]. Ce travail est fort méconnu sauf des experts, et souvent

considéré au mieux comme un exercice de virtuosité en même temps qu'un travail de circonstance destiné à faire connaître son auteur. La relégation au second plan de ces *Leçons sur l'Enfer* fut d'ailleurs très précoce. Galilée semble n'avoir guère voulu en faire état par la suite et se montrait réticent à en communiquer le texte¹. Viviani, son élève et premier biographe, n'en fait même pas mention. Pourtant, loin de constituer un élément négligeable et latéral de l'œuvre galiléenne, les *Leçons sur l'Enfer* recèlent des éléments préfigurant plusieurs thèmes essentiels des contributions majeures de Galilée à la mécanique [Settle 2002]. Ce texte annonce, d'une façon parfois paradoxale, au moins l'une des « sciences nouvelles » [Galilei 1638], que Galilée rendra publiques à la fin de sa vie, soit plus de quarante ans après les *Leçons sur l'Enfer*, et qui constituent son apport essentiel à la physique moderne.

Le jeune Galilée, après avoir commencé ses études de médecine à Pise en 1580, découvre les mathématiques à partir de 1583 (il n'a pas vingt ans), abandonne l'université où cette discipline n'était pas tenue en haute estime, et se consacre à l'étude personnelle des maîtres anciens, Euclide et Archimède au premier chef [Geymonat 1963]. Il acquiert vite une considérable maîtrise en la matière, ce qui lui permet de l'enseigner à l'occasion pour gagner sa vie. Dès 1586, Galilée fait circuler un petit opuscule, *La bilancetta*, d'inspiration typiquement archimédienne, sur un instrument de pesée capable de mesurer les densités des objets et donc la qualité des alliages – dans la tradition de la fameuse anecdote d'Archimède détectant la fraude du joaillier qui avait fondu la couronne de Hiéron. À la même époque, il rédige quelques théorèmes, toujours dans un style très archimédien, sur les centres de gravité des solides de révolution. Remarqué par des savants de premier plan, tel Guidobaldo del Monte, il est invité par l'Académie florentine à donner ces *Leçons*, afin d'éclairer la controverse qui opposait depuis des décennies deux interprétations de l'Enfer de Dante dues respectivement à Manetti et Vellutello. Ce travail d'exégèse littéraire permet au jeune et ambitieux Galilée de faire reconnaître ses talents mathématiques comme ses qualités pédagogiques, et constitue une fructueuse opération de promotion. Sa réputation croissant, il finit par obtenir en 1589 une chaire de mathématiques à l'université de Pise, poste qui inaugure la carrière institutionnelle de Galilée. Mais quelle est la place de ces *Leçons* dans l'œuvre de Galilée, ou plutôt, dans le projet général qu'il élabore dès ces années de jeunesse ?

2 La pure langue toscane

Certes, il ne s'agissait nullement, ni au début du XVI^e siècle pour Manetti ou Vellutello, ni à la fin de ce même siècle pour Galilée, de prendre au

1. Dans une lettre de 1694 (dix ans après la parution des *Leçons*), un certain Luigi Alamanni se plaint de n'avoir pu en obtenir communication par l'auteur [Galilei 1890-1909, IX, 7].

sérieux la description de Dante du point de vue théologique. Tout simplement, l'importance de la *Divine Comédie* dans la culture toscane rendait évidente la nécessité de la comprendre sous tous ses aspects – y compris topographiques – de façon à en rendre la difficile lecture plus aisée [Agnelli 1891], [Orlando 1993]. Par-delà la démonstration de ses compétences mathématiques personnelles, Galilée a dans ses *Leçons* une ambition culturelle plus haute. Sa formation au sein de l'élite pisane lui avait donné une excellente éducation littéraire, artistique et musicale (son père, Vincenzo Galilei, était l'un des premiers musiciens de son temps, ami de Monteverdi, et son frère sera aussi instrumentiste et compositeur). Aussi Galilée s'engagera profondément dans les débats littéraires et artistiques de son temps : dès les années suivant ses *Leçons sur l'Enfer*, il prend part aux controverses acharnées qui opposaient les partisans de l'Arioste et ceux du Tasse, comme aux discussions fort à la mode sur les mérites comparés de la peinture et de la sculpture [Galilei 1587], [Panofsky 2016], [Raffin 1992]. Mais les Toscans cultivés, tels ceux qui formaient l'Académie florentine, étaient évidemment loin de tous posséder les connaissances scientifiques, mathématiques en particulier, du jeune Galilée. Si la nouvelle science naissait, comme Galilée en offre l'exemple emblématique, du plus profond de la culture de son temps, il s'en fallait que les porteurs de cette culture puissent spontanément reconnaître et assimiler ce surgeon. Et de fait, la suite des siècles connaîtra le divorce progressif entre science et culture dont notre époque est victime [Lévy-Leblond 2004]. Peut-être conscient de ce risque, Galilée veut en tout cas montrer dans ses *Leçons sur l'Enfer* que la physique mathématique n'est pas simplement pourvoyeuse de calculs techniquement efficaces, mais peut apporter sa contribution aux débats culturels les plus nobles, et acquérir ainsi un statut intellectuel comparable à celui des humanités classiques².

C'est dans ce contexte que l'on doit comprendre le recours de Galilée à la langue italienne, et non au latin, pour la plupart de ses œuvres majeures – c'est le cas du *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* (ci-après *Dialogue*) [Galilei 1632] et des *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali* (ci-après *Discours*) [Galilei 1638] sans parler du *Saggiatore* (ci-après *L'Essayeur*) [Galilei 1623]. On a souvent et justement souligné l'importance de cette décision. Mais il ne s'agit pas, comme on le dit habituellement, d'un choix essentiellement politique par lequel Galilée viserait un lectorat plus vaste que celui des seuls érudits afin d'obtenir un plus large appui dans ses batailles intellectuelles. En vérité, Galilée ne considère nullement l'italien (qui, à l'époque, est en fait le toscan) comme la langue vulgaire, qu'il serait nécessaire, bon gré, mal gré, d'utiliser pour être

2. C'est pourquoi on ne saurait souscrire au sévère jugement du poète et écrivain allemand Durs Grünbein [Grünbein 1999] quand il affirme qu'en ne s'intéressant qu'aux dimensions de l'Enfer – ce qui, d'ailleurs, lui était demandé dans ses *Leçons* –, Galilée « congédie » le contenu sensible, poétique et métaphysique du poème de Dante, ouvrant ainsi la voie à l'actuel (et certes bien réel) « divorce entre les sciences naturelles et les arts ».

entendu de tous. C'est, pour lui, la langue même de la haute culture de son temps, celle qui à la fois exige et permet la plus grande clarté et la plus grande subtilité dans l'expression. Et c'est le latin, au contraire, qu'il considère sans complaisance comme un jargon technique, sans doute souvent utile entre gens du métier, mais impropre à une élucidation du sens. Les *Leçons sur l'Enfer* sont à cet égard parfaitement révélatrices et inaugurales. Contraint d'employer, dans ses explications scientifiques, certains termes savants (géométriques en particulier), Galilée s'en justifie et même s'en excuse auprès des membres de l'Académie florentine :

[...] espérons que vos oreilles, accoutumées à entendre ce lieu résonner toujours des paroles choisies et distinguées que la pure langue toscane nous offre, puissent nous pardonner lorsque parfois elles se sentiront offusquées par quelque mot ou terme propre au domaine dont nous traitons, et tiré de la langue grecque ou latine, puisque le sujet que nous abordons nous oblige à faire ainsi.
[Galilée 1587, 32]

On comprend mieux alors que, même dans ses grandes œuvres scientifiques, la décision de Galilée d'écrire en italien est bien plus qu'une manœuvre tactique de « communication », comme on dirait aujourd'hui, mais exprime la ferme volonté d'inscrire son travail dans la culture de sa société et de son temps. Galilée n'est pas ici un cas isolé. Contrairement à une conception répandue mais simpliste, la révolution scientifique du dix-septième siècle n'est nullement liée à l'existence en Europe d'une langue de communication scientifique unique qui aurait été le latin. Bien au contraire, elle coïncide avec le développement, au sein des activités intellectuelles les plus exigeantes, des langues nationales, désormais considérées comme vecteurs de la culture moderne. En Italie déjà, Guidobaldo del Monte, cité plus haut, avait en 1585, deux ans à peine avant les *Leçons sur l'Enfer*, publié un ouvrage de mécanique à la fois en latin et en toscan. Pendant la première moitié du dix-septième siècle qui voit l'accomplissement de la révolution scientifique, Descartes pour le français, Harvey pour l'anglais, et jusqu'à Leeuwenhoek pour le néerlandais, offrent des exemples probants de cette légitimation des langues nationales [Lévy-Leblond 1996].

3 Les intervalles entre les ciels

Il n'est pas question de faire de ces modestes *Leçons sur l'Enfer* les prolégomènes de toute l'œuvre ultérieure de Galilée. Ce n'est pas le futur astronome et cosmologue, l'auteur du *Dialogue* [Galilée 1632], que l'on peut entrevoir dans ces *Leçons*. Au contraire même, puisqu'elles s'ouvrent sur une apologie de la cosmologie archaïque, faisant l'éloge des résultats obtenus dans la mesure des « intervalles entre les ciels » et de leurs mouvements, ce qui renvoie clairement à la représentation antique et médiévale d'un univers composé de plusieurs

sphères célestes géocentriques. Galilée est loin d'être à l'époque le copernicien militant qu'il deviendra. Depuis sa chaire de Pise, il enseigne sans réserves le système ptoléméen des sphères. Ce n'est qu'en 1597, donc dix ans après les *Leçons sur l'Enfer*, qu'il fera état, en privé (dans une lettre à Kepler), de son ralliement à la théorie copernicienne, et bien plus tard encore, après 1610, qu'il commencera à la défendre publiquement [Galilei 2004].

Il faudra sans doute qu'il prenne ses distances avec une épistémologie quelque peu naïve qui lui fait écrire, au début des *Leçons*, que cet arpentage céleste qu'il célèbre, aussi « difficile et admirable » soit-il, concerne des « choses qui, totalement ou en grande partie, tombent sous le sens ». C'est en abandonnant l'illusion commune d'un monde immédiatement donné à l'observation que Galilée pourra fonder en raison une nouvelle vision du cosmos : que ce soit par l'instrumentation (la lunette) ou par la théorisation (les mathématiques), la science ne comprend le monde que de façon médiate.

Notons cependant, dans ce début des *Leçons*, un exemple typique de l'une des ressources rhétoriques constantes de Galilée, dont il fera grand usage dans ses œuvres majeures – l'ironie. C'est dans cette veine qu'il se permet d'expliquer la difficulté d'évaluer les dimensions de l'Enfer, puisque « ce lieu où il est si facile de descendre et dont il est pourtant si difficile de sortir » est « enseveli dans les entrailles de la Terre, caché à tous nos sens » – au contraire des « ciels » qui « tombent sous le sens » –, et que « la difficulté d'une telle description est considérablement accrue par l'absence de toute étude venant d'autres personnes ».

4 Par quelques raisons qui nous sont propres

Les *Leçons sur l'Enfer* de Galilée sont avant tout un exercice de géométrie. C'est à décrire et évaluer les structures spatiales sous-jacentes chez Dante qu'il s'attelle d'abord. La mathématisation de la physique dont Galilée est à juste titre considéré comme l'un des initiateurs se fera toujours chez lui sous l'égide de la géométrie, dans une filiation directement archimédienne. Rien encore, chez Galilée, de l'algébrisation que Descartes, si peu de temps après lui, commencera à mettre en œuvre. Et dans la très fameuse citation de Galilée, selon laquelle le grand livre de la Nature « est écrit en langage mathématique » [Galilei 1623], il faut prendre garde de ne pas oublier la suite, à savoir que « les caractères [dans lesquels ce livre est écrit] sont des triangles, des cercles, et d'autres figures géométriques », car il ne s'agit nullement des formules littérales de l'algèbre et de l'analyse modernes. En tout cas, Galilée, dès sa jeunesse, est un géomètre accompli comme le démontrent d'emblée les *Leçons*.

Choisissant avec soin et commentant les vers adéquats de *La Divine Comédie*, Galilée commence par confirmer la description de Manetti : l'Enfer

est une cavité approximativement conique dont le sommet est au centre de la Terre, et dont l'axe perce la surface de la Terre à Jérusalem (évidemment...). La base du cône infernal, à la surface de la Terre, est un cercle de un diamètre égal au rayon du globe ; en coupe, la corde correspondant à un diamètre de ce cercle est donc la base d'un triangle équilatéral ayant le centre de la Terre pour sommet, ce qui revient à dire que l'angle au sommet du cône est de 60° . Et c'est là que Galilée met en œuvre son savoir mathématique, d'abord pour invalider une opinion erronée :

Si l'on veut connaître [la] grandeur [de l'Enfer] par rapport à tout l'agrégat d'eau et de terre, nous ne devons pas suivre l'opinion de ceux qui ont écrit sur l'Enfer, estimant qu'il occupait la sixième partie de l'agrégat. [Galilée 1587, 34]

Sur une coupe centrale de la Terre passant par l'axe du cône, le secteur infernal occupe en effet un sixième de l'aire du disque – en négligeant provisoirement la voûte de l'Enfer. D'aucuns, profanes en géométrie à trois dimensions, pourraient donc penser que la même proportion vaut pour les volumes. Mais, poursuit Galilée,

si nous faisons nos calculs selon ce que démontre Archimède dans ses livres *De la sphère et du cylindre*, nous trouverons que l'espace de l'Enfer occupe un peu moins de la quatorzième partie du [volume] de l'agrégat. Je dis cela même si cet espace arrivait jusqu'à la surface de la Terre, ce qu'il ne fait pas ; car son embouchure reste couverte par une très grande voûte de Terre, au sommet de laquelle se trouve Jérusalem, et qui a pour épaisseur la huitième partie du demi-diamètre. [Galilée 1587, 34]

Les traités d'Archimède faisaient alors partie des mathématiques les plus érudites, que les commentateurs précédents de Dante, littéraires purs, ne maîtrisaient certainement pas [Archimède 2003, I]. L'apport de Galilée fait appel à une expertise toute particulière, dont il peut légitimement se targuer. C'est sans doute ainsi qu'il faut comprendre sa prétention à éclairer la controverse « par quelques raisons qui nous sont propres ». Il n'est pas sans intérêt de vérifier les estimations de Galilée à l'aide tant des formulations archimédiennes que des expressions algébriques aujourd'hui usuelles (mais qui restent du niveau universitaire – voir Annexe 1). Notons que si l'on rétablit la voûte de l'Enfer, avec son épaisseur d'un huitième du rayon terrestre, le volume total de l'Enfer en est considérablement diminué, puisqu'il n'est plus que légèrement inférieur à $1/22$ du volume terrestre (au lieu de $1/14$).

5 Une ligne qui conduit naturellement vers le centre ?

Galilée, dans son commentaire, ne se veut pas seulement mathématicien, et convoque également son expertise de physicien débutant. C'est à ce titre qu'il va émettre une critique sévère contre les commentaires de Vellutello. Ce dernier, en effet, concevait les gradins successifs de l'Enfer comme des portions de cylindre aux parois parallèles à leur axe commun, à l'instar des gradins d'un amphithéâtre antique. Galilée conteste cette interprétation, en arguant que de telles parois ne seraient nullement verticales, puisqu'elles devraient avoir pour génératrices des rayons tirés depuis le centre de la Terre, car en deux points distants, les directions des verticales ne sont pas parallèles, mais convergentes. Ainsi, selon Galilée, les falaises qui borneraient de tels gradins cylindriques seraient-elles en fait obliques par rapport à la (ou plutôt aux) verticale(s) locale(s) ; les arêtes externes de ces gradins seraient en surplomb prononcé, donc absolument instables :

Si [Vellutello] suppose que le ravin se dresse entre des berges équidistantes entre elles, on aura des parties supérieures sans supports pour les maintenir, et de ce fait, inmanquablement, elles s'effondreront. On sait en effet que les corps pesants suivent en tombant une ligne qui les conduit directement vers le centre, et si sur cette ligne ils ne trouvent rien qui les arrête et les soutienne, ils continuent à descendre et à tomber. [Galilei 1587, 52]

Dans l'architecture de Manetti, en revanche, les parois des gradins sont tronconiques, segments de cônes emboîtés ayant le centre de la Terre pour sommet, de sorte que ces parois, obliques par rapport à l'axe de l'Enfer, sont dirigées vers le centre géométrique du globe terrestre, considéré par Galilée comme déterminant la direction de l'attraction terrestre. De très peu postérieure aux *Leçons* de Galilée, l'édition de la Crusca offre une représentation sans doute fondée sur ces *Leçons*, ou en tout cas confortée par elles, parfaitement claire à cet égard. La caution apportée par Galilée à ce point de vue semble de prime abord fondée sur un convaincant raisonnement physicien qui conforte la pertinence scientifique de son discours.

À mieux y réfléchir cependant, le physicien d'aujourd'hui est obligé de prendre quelques distances par rapport à l'argumentation de Galilée. Tout d'abord, l'Enfer selon Vellutello est très petit : sa profondeur comme son diamètre maximal ne dépassent pas le dixième des valeurs que prennent ces dimensions dans la version de Manetti (son fond se situe aux environs du dixième du rayon terrestre à partir de la surface, bien loin du centre de la Terre), et son volume est donc mille fois plus petit. Dans ces conditions, la variation de la direction de la pesanteur d'un point à l'autre de l'Enfer est faible, de quelques degrés au maximum, et peut être pratiquement assimilée à la direction de l'axe de l'Enfer. C'est alors une approximation tout à fait

raisonnable que de considérer les gradins comme des portions de cylindres, à parois parallèles donc, comme le propose Vellutello. Mais si l'on veut être plus précis, ce qui est nécessaire dès lors que l'Enfer, selon Manetti appuyé par Galilée, a des dimensions de l'ordre du rayon terrestre, le raisonnement de Galilée se heurte à une sérieuse objection. C'est que les verticales (entendez : les directions de la force de pesanteur) en chaque point ne sont dirigées vers le centre du globe terrestre que si celui-ci est une sphère complète, uniformément pleine. Or, dès lors que l'on évide le globe en lui retirant le vaste espace conique qu'exige l'Enfer, le champ de gravité intérieur de cette sphère incomplète est affecté et les directions des verticales locales perturbées. Galilée n'avait certes pas les moyens d'évaluer ces modifications que seule la théorie de la gravitation newtonienne permettra de calculer. Il est alors quelque peu ironique de constater que, d'après cette théorie, la situation se rapproche plutôt de celle décrite par Vellutello ! En effet, l'attraction due à la partie évidée étant supprimée, la force de pesanteur en un lieu quelconque des bords de l'Enfer serait dirigée non vers le centre géométrique de la sphère, mais vers un point situé plus bas sur l'axe du cône infernal. Ainsi les parois verticales des gradins ne devraient-elles pas être des troncs de cône ayant le centre de la Terre pour sommet commun, mais des troncs de cône nettement plus fermés, plus proches de segments cylindriques. Vues depuis le centre de la Terre, les parois des gradins apparaîtraient donc en surplomb plus ou moins prononcé. De fait, le calcul selon la théorie newtonienne de la gravitation montre que, dans l'Enfer selon Manetti, la direction de la pesanteur serait en fait partout presque parallèle à l'axe de l'Enfer (Annexe 2). Ainsi, et fort curieusement, au regard de la physique moderne, la situation serait finalement intermédiaire entre celle que décrit Manetti, et celle, retoquée par Galilée, que proposait Vellutello, et manifestement plus proche de cette dernière – y compris dans la géographie de Manetti ! La critique de Galilée est donc beaucoup moins dévastatrice qu'il ne le pensait et qu'une première lecture ne le laisse croire.

Le point nodal de l'argumentation développée ci-dessus consiste à distinguer le centre géométrique du globe terrestre du centre gravitationnel attractif. Dans une perspective aristotélicienne, où le géocentrisme est absolu et où le centre de la Terre est le centre intrinsèque de l'Univers, lieu naturel des graves, cette distinction est évidemment impensable. Galilée, dans ses *Leçons sur l'Enfer*, passe à côté du problème, mais on peut légitimement se demander si une réflexion ultérieure sur la situation n'a pas compté parmi les sources de sa remarquable discussion anti-aristotélicienne de la première Journée du *Dialogue*. On pense ici au passage où, bien avant le développement de la théorie newtonienne, la forme sphérique de la Terre (et des autres astres) est expliquée, non par le pouvoir attractif du centre de la Terre pensé comme une propriété intrinsèque d'un point privilégié de l'univers, mais comme la résultante des forces d'attraction mutuelles des parties du globe :

[...] les parties de la Terre se meuvent non parce qu'elles tendent vers le centre du monde, mais pour se réunir avec leur tout, et

c'est pour cela qu'elles ont une inclination naturelle vers le centre du globe terrestre, en vertu de laquelle elles conspirent à former et à conserver ce globe. [Galilei 1632, 57–58]

Nul doute en tout cas que le Galilée de 1632, s'il eût repris la question de la verticalité des gradins de l'Enfer, aurait compris que sur et dans une Terre privée d'un important volume, les corps pesants ne suivraient *pas* en tombant « une ligne qui les conduit directement vers le centre » du globe.

6 À la recherche de la grandeur d'un géant

Le géomètre Galilée convoque enfin la théorie des proportions pour préciser certains aspects de la description de Dante. Il s'agit d'abord de connaître, au fond de l'Enfer, la profondeur du puits de glace où Lucifer est enfoncé jusqu'à mi-poitrine, son nombril coïncidant pile avec le centre du monde. Galilée commence par évaluer la taille des « géants » décrits par Dante comme ayant une face aussi haute que la fameuse énorme « pigne » en terre cuite qui décore une cour du Vatican (où elle est encore aujourd'hui visible, avec ses trois mètres et quelques de hauteur). Considérant que le rapport de la tête au corps est le même chez les géants que chez les humains (soit de 1 à 8), Galilée, par une simple règle de trois, attribue aux premiers une taille d'environ 25 mètres. Quant à Lucifer, il est si grand, d'après Dante, que le rapport entre la longueur de l'un de ses bras et la taille d'un géant est supérieur au rapport entre la taille d'un géant et celle d'un humain. D'où, par deux nouvelles règles de trois, la longueur du bras de Lucifer, environ 340 mètres au moins, et la taille de Lucifer lui-même, pas loin de 1200 mètres.

Mais le problème est que Galilée raisonne ici en pur géomètre, ne s'intéressant qu'aux formes des objets et des êtres, et pas du tout à leur constitution physique. Or, la résistance des matériaux suit des lois d'échelle qui ne sont pas celles des simples proportions géométriques. C'est là un phénomène empiriquement bien connu dans la pratique artisanale : si, partant d'un objet de modestes dimensions, barque, charpente, chariot, on en augmente toutes les cotes dans un même rapport pour fabriquer un objet semblable mais plus grand, on se rend compte que sa fragilité augmente rapidement avec le facteur d'agrandissement. Le premier à avoir attiré l'attention des physiciens sur ce point capital, jetant les bases de la théorie moderne de la résistance des matériaux, n'est autre que Galilée lui-même ! C'est le résultat essentiel de l'une des deux « sciences nouvelles » qu'il développe dans les *Discours*. Le tout début de l'ouvrage annonce avec force cette conception :

SALVIATI : [...] Ne croyez donc plus, seigneur Sagredo [...] que des machines et des constructions faites des mêmes matériaux, reproduisant scrupuleusement les mêmes proportions entre leurs

parties, doivent être également ou, pour mieux dire, proportionnellement aptes à résister ou à céder aux chocs venus de l'extérieur, car on peut démontrer géométriquement que les plus grandes sont toujours moins résistantes que les plus petites ; de sorte qu'en fin de compte toutes les machines et constructions, qu'elles soient artificielles ou naturelles, ont une limite nécessaire et prescrite que ni l'art ni la nature ne peuvent dépasser, – étant bien sûr entendu que les proportions et les matériaux demeurent toujours identiques. [Galilei 1638, 51]

Galilée applique ces idées au cas des êtres vivants, en démontrant clairement qu'une homothétie spatiale ne respecte pas les contraintes physiques, et qu'un grand animal a besoin de membres plus épais par rapport à sa taille qu'un petit pour soutenir son poids (que l'on compare, à titre d'exemple, un éléphant, un chien et une souris) :

SALVIATI : [...] il serait impossible, aussi bien en ce qui concerne les hommes que les chevaux ou les autres animaux, de fabriquer des squelettes capables de durer et remplir régulièrement leurs fonctions, en même temps que ces animaux croîtraient immensément en hauteur – à moins bien entendu d'utiliser une matière beaucoup plus dure et résistante que la matière habituelle, et de déformer leurs os en les agrandissant démesurément, ce qui aboutirait à les rendre monstrueux par la forme et par l'aspect. [Galilei 1638, 169]

Écho peut-être et en tout cas rectification de ses considérations dans les *Leçons sur l'Enfer*, il envisage dans les *Discorsi* le cas des géants :

SALVIATI : [...] si l'on voulait conserver chez un géant particulièrement grand la même proportion qu'ont les membres chez un homme ordinaire, il faudrait ou trouver une matière bien plus dure et plus résistante pour en constituer les os, ou bien admettre que sa robustesse serait proportionnellement beaucoup plus faible que celle des hommes de taille médiocre ; sinon, à augmenter sans mesure sa hauteur, on le verrait plier sous son propre poids et s'écrouler. [Galilei 1638, 169–170]

À plus forte raison, Lucifer ne saurait-il avoir les proportions d'un être humain, avec des dimensions simplement multipliées par un facteur d'échelle unique. Ou bien il doit être singulièrement disproportionné, avec des membres d'une épaisseur relative monstrueuse, ou bien il est d'une grande fragilité. Cette dernière conclusion pourrait d'ailleurs se défendre puisqu'aussi bien Lucifer est apparemment immobile et dans une zone de gravité pratiquement nulle, ne risquant donc guère de chute fatale. À quelques décennies près, c'est la thèse que Galilée aurait pu défendre...

Dans les *Leçons*, Galilée reprend encore le raisonnement de proportionnalité géométrique pour développer un argument bien plus crucial encore que

celui touchant à la taille de Lucifer, puisqu'il s'agit tout bonnement de la résistance de la calotte terrestre servant de voûte à l'Enfer. Il écrit :

[Selon certains], il ne semble pas possible que la voûte qui recouvre l'Enfer, aussi mince qu'elle doit être avec un Enfer aussi haut, puisse tenir sans s'écrouler et tomber au fond du gouffre infernal [...] si elle n'est pas plus épaisse que le huitième du demi-diamètre [...]. On peut facilement répondre à cela que cette taille est tout à fait suffisante : en effet, si l'on considère une petite voûte, fabriquée selon ce raisonnement, qui aurait un arc de 30 brasses, il lui resterait comme épaisseur 4 brasses environ [...] ; [mais si] on avait ne serait-ce qu'une brasse, ou $\frac{1}{2}$, au lieu de 4, elle pourrait déjà se maintenir. [Galilei 1587, 54-55]

La comparaison utilisée par Galilée entre la calotte de l'Enfer et une voûte maçonnée renvoie sans aucun doute aux rapports entre la structure de l'Enfer de Dante et l'architecture de la célèbre coupole du Dôme de Florence conçue par Brunelleschi, et qui joua un rôle emblématique dans la Renaissance italienne³ [Toussaint 1997]. Mais si cette analogie possède un sens culturel profond, sa valeur scientifique est nulle, pour les raisons mêmes que Galilée développe dans les *Discorsi* : une voûte aussi gigantesque que celle de l'Enfer, si elle avait les mêmes proportions géométriques qu'une petite voûte maçonnée, n'aurait certainement pas la même solidité. Au regard des conceptions modernes sur la pesanteur et la résistance des matériaux, le couvercle de l'Enfer serait inéluctablement appelé à s'effondrer, selon les arguments mêmes que Galilée a initiés. En effet, la résistance d'une voûte, comme celle d'une poutre ou d'un os, croît comme l'aire de sa section alors que son poids varie comme son volume. Si toutes les dimensions sont multipliées par un même facteur d'échelle, 10 par exemple, le poids sera multiplié par 1000 mais la résistance à l'effondrement par 100 seulement ; elle sera proportionnellement 10 fois plus fragile. Il y a donc nécessairement une limite à la solidité d'une structure obtenue par simple changement d'échelle à partir d'une structure solide plus petite. Et dans le cas de la voûte de l'Enfer comparée à la petite voûte maçonnée envisagée par Galilée, où le facteur d'échelle est de plusieurs centaines de milliers, cette limite est plus qu'évidemment dépassée et de beaucoup.

Nous touchons ici à un point crucial concernant les *Leçons* et leur rôle dans le développement de la pensée de Galilée. Il est en effet très vraisemblable qu'il ait rapidement compris son erreur de raisonnement, découlant d'une conception purement géométrique, ne tenant pas compte des lois d'échelle concernant les propriétés physiques de la matière. Et c'est la prise de conscience de cette méprise qui aurait été à l'origine de ses travaux sur la résistance des matériaux, qu'exposent les *Discorsi*. Cette thèse, avancée par Mark Peterson [Peterson 2002, 575], s'appuie sur de sérieux arguments. Que Galilée ait vite

3. Notons que Manetti, dont Galilée prend la défense dans ses *Leçons sur l'Enfer*, fut aussi le biographe de Brunelleschi.

réalisé le caractère fallacieux des changements d'échelle mis en œuvre dans ses *Leçons sur l'Enfer* expliquerait en particulier la discrétion, voire la réticence, dont il a fait preuve presque immédiatement à l'égard de ce travail, ainsi que nous l'avons rappelé. Il a certainement consacré à ces questions d'intenses réflexions dans les années 1590 et 1600. On peut même conjecturer que Galilée, en comprenant son erreur, subit un véritable choc psychologique, dont on trouve écho dans les *Discorsi*, lorsque immédiatement après l'énoncé fondateur de Salviati rappelé ci-dessus, son interlocuteur réagit avec une émotivité surprenante :

SAGREDO : Déjà la tête me tourne, et mon esprit, comme un nuage qu'un éclair déchire brusquement, se remplit pour un instant d'une lumière inhabituelle qui de loin me laisse entrevoir, pour les estomper et les cacher aussitôt, des idées étranges et désordonnées. Car de vos propos il me semble que l'on devrait conclure à l'impossibilité d'exécuter à l'aide d'un même matériau deux constructions, à la fois semblables et inégales, et dont les résistances seraient proportionnellement identiques. [Galilée 1638, 51–52]

Ces lignes constituent une réfutation explicite de l'argument des *Leçons* assimilant la coupole de l'Enfer à une petite voûte maçonnée. On a tout lieu de croire que Galilée ait rapidement compris son erreur. De fait, si les *Discorsi* n'ont été publiés qu'en 1638, le matériau en était prêt dès avant 1610, époque à laquelle Galilée se consacre aux observations astronomiques et publie son premier ouvrage majeur, le *Sidereus Nuncius* [Galilée 1610]. Ainsi, dans une lettre de 1609 à Antonio de Medici, il énonce ce qui est, avec près de trente ans d'avance, un résumé explicite des *Discorsi*, tout au moins de leur première Journée :

J'ai récemment réussi à obtenir tous les résultats, avec leurs démonstrations, concernant les forces et les résistances de morceaux de bois de diverses longueurs, tailles et formes [...], laquelle science est absolument nécessaire pour fabriquer des machines et toutes sortes de constructions, et qui n'a jamais auparavant été traitée par quiconque. [Peterson 2002, note 15]

Il est donc loisible de considérer les *Leçons sur l'Enfer* comme le creuset où s'est initié le travail fondamental de Galilée dans les *Discorsi*.

On peut encore mettre en évidence une autre difficulté physique de la description de Dante, liée comme la précédente à la rupture de symétrie que la cavité infernale imposerait à la distribution des masses terrestres. Galilée, s'il s'était, quelques décennies plus tard, reposé la question de la cohérence physique du modèle dantesque, n'aurait pas manqué de percevoir le problème. C'est qu'une Terre largement évidée par l'Enfer conique, verrait son centre d'inertie déplacé : il ne coïnciderait plus avec le centre géométrique du globe, mais se trouverait décalé sur l'axe du cône, dans la direction opposée à celle

de Jérusalem. Un calcul rapide montre que ce décalage serait de l'ordre de 3 % du rayon terrestre, soit environ 200 km. La Terre tournerait sur elle-même autour de ce centre d'inertie ; la distribution des masses n'étant plus isotrope (à symétrie sphérique), mais à symétrie axiale, elle se comporterait comme une toupie. Puisque son axe de symétrie (passant par Jérusalem) ne coïnciderait pas avec l'axe des pôles, le mouvement de rotation diurne de la Terre sur elle-même serait considérablement perturbé par une précession simultanée de l'axe hiérosolomitain, ce qui est contraire à l'observation la plus banale. Ainsi donc, la mécanique suffirait à elle seule à invalider l'idée d'une cavité infernale au sein de la Terre. Mais, bien entendu, placer l'apex de l'Enfer, demeure de Lucifer, au centre de la Terre, n'a de sens que si ce lieu est aussi le centre du monde, ce qui suppose la validité du géocentrisme (que le jeune Galilée, rappelons-le, ne récusait pas encore). Dans le système du monde copernicien, il serait plus naturel de transporter l'Enfer dans le Soleil – ce qui assurerait au demeurant le fonctionnement de ses fournaises. Une telle théorie a d'ailleurs été fort sérieusement avancée en 1727 par Tobias Swinden [Swinden 1733].

7 En l'invitant à presser le pas

Reste une énigme dans le commentaire galiléen de l'Enfer de Dante. C'est qu'il n'y est guère question de la temporalité du voyage de Dante et de Virgile. Or, étant donné les distances si précisément établies par Galilée, on voit que ce sont des milliers de kilomètres que le poète et son guide sont amenés à parcourir – à pied, et même au prix de marches et d'escalades assez pénibles. Mais le parcours entier des deux hommes dans l'Enfer dure moins de trois jours – de la nuit du jeudi saint 7 avril 1300 au soir du samedi saint ! Notons que dans le petit Enfer de Vellutello, où les distances se chiffrent en centaines de kilomètres plutôt qu'en milliers, la difficulté serait (un peu) moins sérieuse... Le paradoxe est d'autant plus grand qu'on trouve quand même dans le texte de Galilée une allusion au temps du voyage, précisément utilisée comme argument contre la géométrie de Vellutello. Virgile, ayant amené Dante au premier cercle, le presse : « Poursuivons, car un long chemin nous pousse. » Galilée en conclut que la distance qu'il leur reste à parcourir est bien plus longue que celle déjà franchie, et que par conséquent l'Enfer est certainement bien plus profond que le dixième du rayon terrestre proposé par Vellutello. Comment donc comprendre que Galilée, si précis sur les mesures numériques des distances, n'ait pas procédé à une estimation quantitative des temps de parcours ? Cela est d'autant plus étrange que Galilée s'occupait déjà à l'époque du mouvement des corps. Le plus probable est qu'il a bien effectué ces calculs, et s'étant rendu compte de leur incompatibilité avec une interprétation réaliste de la narration dantesque, a décidé de les passer sous silence – sans pouvoir s'empêcher pour autant d'en tirer un argument qualitatif, fort douteux au demeurant, contre Vellutello. Sans doute faut-il nous résigner, avec Galilée, à admettre que la

description de Dante, si elle permet une interprétation géographique cohérente de l'Enfer, ne laisse la chronologie du voyage relever que de la licence poétique.

8 Donner à d'autres l'occasion de s'ingénier tant et plus

Il ne saurait pour autant être question de faire des *Leçons sur l'Enfer* la clé de toute l'œuvre de Galilée. On a tenté par exemple de voir dans le passage de *L'Enfer* où le monstre Géryon emporte dans les airs le poète et son guide, sans qu'ils perçoivent le mouvement autrement que par la caresse de l'air au passage, une prémonition du principe de relativité, dont Galilée aurait pu s'inspirer [Ricci 2005, 717]. Une idée semblable a été avancée par Primo Levi dans l'un de ses tout derniers textes, où il interprète ce même passage comme une prémonition de la sensation d'apesanteur éprouvée par les astronautes en orbite inertielle [Levi 1987]. Mais ces suggestions ne résistent pas vraiment à l'examen, ni du texte du poème de Dante, ni de son éventuelle signification scientifique.

Dans le registre littéraire, il serait peut-être plus intéressant d'évoquer la visite que le jeune Milton dit avoir rendue en 1638 au vieux Galilée alors reclus dans sa résidence forcée d'Arcetri – rencontre non attestée au demeurant, mais immortalisée par un groupe statuaire représentant le poète penché sur l'épaule du physicien, que l'on peut voir au rez-de-chaussée du département de physique de l'université « La Sapienza » de Rome. En tout cas, dans son grand poème *Paradise Lost* [Milton 1667], Milton mentionne explicitement Galilée à plusieurs reprises [Henderson 2001]. On ne peut que rêver au dialogue qu'ont peut-être eu les deux hommes sur l'œuvre de Dante, une hypothétique source de la vision miltonienne de l'Enfer [Steggle 2001].

On s'en voudrait de passer sous silence un intéressant travail récent, d'une inspiration fort proche de celle des *Leçons sur l'Enfer* de Galilée, dans lequel est proposée une subtile interprétation géométrique moderne de la description assez obscure que donne Dante du Paradis, et plus généralement de son univers spatial entier. Le physicien Mark A. Peterson, déjà cité, y montre qu'il est tout à fait cohérent de comprendre l'univers dantesque comme intrinsèquement courbe et fermé, présentant la topologie d'une sphère tridimensionnelle (évidemment irréprésentable au sein d'un espace tridimensionnel euclidien infini et plat) [Peterson 1979]. On aimerait connaître le sentiment de Galilée sur cette analyse!

9 Conclusion

Ces commentaires trop rapides sur un épisode peu connu de l'histoire des débuts de la science moderne semblent permettre de renouveler quelque peu

le vieux débat sur les critères de scientificité que nous appliquons à tel ou tel énoncé afin de lui attribuer ou de lui refuser le label « qualité science ». Ni la logique de l'argumentation – contradictoire, selon les bonnes règles méthodologiques –, ni la rigueur des calculs ou l'exactitude des faits d'observation ne font défaut aux *Leçons sur l'Enfer* de Galilée, pas plus qu'aux sérieuses études infernales de la théologie naturelle ou aux canulars (plus ou moins drôles...) de la physique moderne sur le même sujet⁴. Où l'on voit que ce qui caractérise l'admissibilité d'un énoncé dans le corpus scientifique relève moins d'une appréciation de sa validité que d'un jugement sur sa pertinence. La contre-épreuve est d'ailleurs aisée, puisque nombre des assertions de la science telle qu'elle se fait – la majorité, sans doute – se révèlent erronées sans pour autant disqualifier les recherches qui les ont produites, du moment que leur intérêt est reconnu par la collectivité savante. De ce point de vue, l'opposition classique entre une histoire des sciences internaliste, privilégiant les dynamiques intrinsèques aux travaux disciplinaires, et une histoire externaliste, mettant en avant les effets de leur environnement social, perd beaucoup de sa vigueur. Car la question de la pertinence reconnue à tel ou tel programme de recherche permet justement de faire lien entre l'organisation conceptuelle d'un champ de recherches et ses déterminations culturelles, idéologiques, économiques ou politiques.

Ainsi, la question classique de la validation ou de la réfutation des idées scientifiques le cède-t-elle en importance aux considérations sur leur qualification ou leur disqualification. De fait, bien des travaux sont abandonnés sans jamais être tombés sous le coup d'une critique explicite et rédhitoire ; le plus souvent, c'est insidieusement que les voies de la recherche prennent une autre orientation, laissant en jachère au bord de la route abandonnée des terrains à moitié explorés. Si peu de travaux scientifiques accèdent au Paradis de la reconnaissance définitive, peu aussi sont condamnés à l'Enfer de l'oubli ou du rejet absolu. La plupart se retrouvent au Purgatoire – comme les *Leçons sur l'Enfer* de Galilée, justement.

Remerciements

C'est avec plaisir que je remercie Françoise Balibar, Lucette Degryse et Jean-Paul Marmorat pour leurs apports à ce travail, ainsi que Raffaele Pisano pour sa précieuse aide à sa mise en forme.

4. On trouvera une étude de divers traitements scientifiques de l'Enfer in [Lévy-Leblond 2006, 70–93].

Annexe 1. Le volume de l'Enfer

Selon Dante lu par Galilée, l'Enfer est un gouffre conique dont le sommet est au centre de la Terre, le demi-angle au sommet valant $\theta = 30^\circ$, borné par une calotte sphérique et recouvert par une voûte dont l'épaisseur d vaut $1/8$ du rayon terrestre (voir la Figure 1 pour les notations). Si l'Enfer « arrivait jusqu'à la surface de la Terre », et que l'on ne tienne pas compte du volume de la voûte qui le recouvre, le volume de la cavité (délimitée en coupe par la ligne OAJBO) serait :

$$v = \frac{2}{3}\pi R^3(1 - \cos\theta)$$

à comparer au volume total de la Terre :

$$V_{Terre} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

soit, en proportion :

$$v/V_{Terre} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$$

numériquement, ici

$$v/V_{Terre} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{4} = \frac{1}{14,92\dots}$$

un peu moins que la quatorzième partie, comme l'écrivit Galilée. Mais en tenant compte de la voûte, la hauteur de l'Enfer est réduite par un facteur $7/8$, et son volume par un facteur $(7/8)^3$, d'où maintenant :

$$\frac{V_{Enfer}}{V_{Terre}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \left(\frac{7}{8}\right)^3 = \frac{1}{22,3\dots}$$

Galilée ne disposait certes pas des notations modernes, et encore moins des ressources du calcul intégral sur quoi se fondent les expressions ci-dessus. Mais les résultats d'Archimède, dans son *Traité de la sphère et du cylindre*, lui permettaient d'aboutir aux mêmes conclusions sans difficultés.

Annexe 2. La pesanteur en Enfer

Lorsque l'on évide le globe terrestre pour faire sa place à l'Enfer sur le mode proposé par Dante et commenté par Galilée, la distribution des masses perd sa symétrie sphérique. Or c'est cette symétrie, comme l'a montré plus tard Newton, qui entraîne que les forces attractives exercées sur un objet quelconque par les différentes parties de la Terre se combinent en une force totale dirigée vers le centre de la Terre et d'une intensité égale à celle qu'exercerait une masse située en ce point égale à la somme des masses des parties de la Terre plus proche du centre que l'objet considéré. Ce résultat dépend crucialement

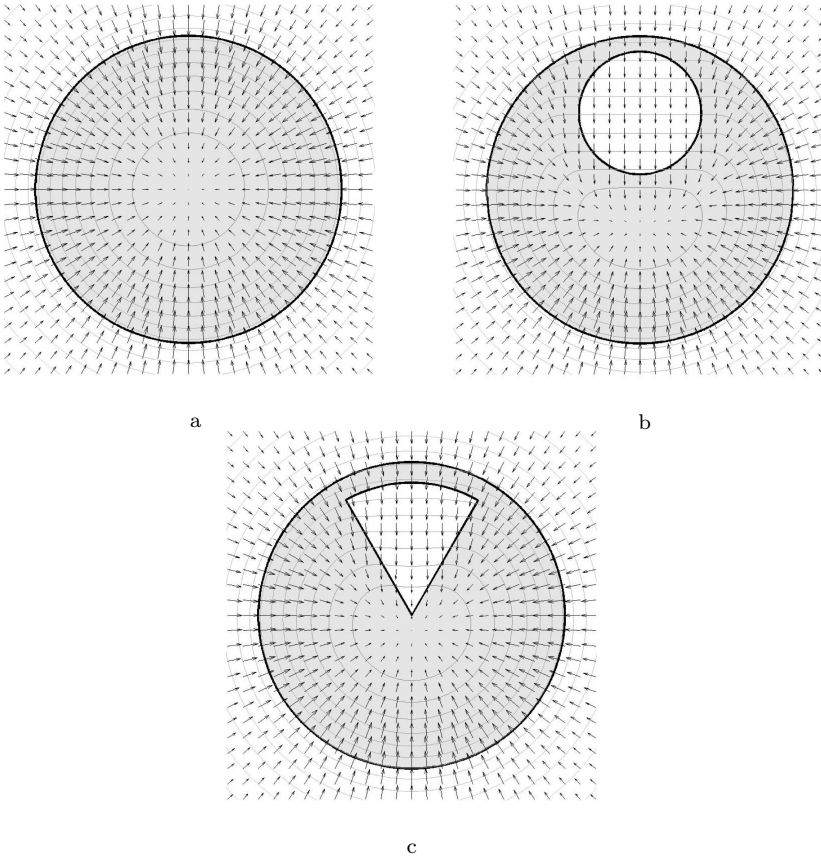


FIGURE 2. La pesanteur en Enfer

Les flèches indiquent la direction et la valeur (relative) du champ de pesanteur a) dans une Terre pleine; b) dans une Terre creusée d'un Enfer sphérique; c) dans une Terre creusée d'un Enfer conique. On constate que le champ de pesanteur montre, pour les deux formes de l'Enfer une direction constante – exactement en b), approximativement en c). [Calculs et graphisme par Jean-Paul Marmorat, communication privée]

Bibliographie

- AGNELLI, Giovanni [1891], *Topo-cronografia del Viaggio Dantesco*, Milan : Hoepli.
- ARCHIMÈDE [2003], De la sphère et du cylindre, dans *Œuvres*, édité par Ch. Mugler, Paris : Les Belles Lettres, t. I.
- GALILEI, Galileo [1587], *Due lezioni all'Accademia Fiorentina circa la figura, sito e grandezza dell'Inferno di Dante*, Paris : Fayard, en français, 2008.
- [1610], *Sidereus Nuncius*, Paris : Seuil, en français, 1992.
- [1623], *Il Saggiatore*, Paris : Les Belles Lettres, en français, 1979.
- [1632], *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, Paris : Seuil, en français, 1992.
- [1638], *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali*, Paris : PUF, en français, 1995, [Galilei 1890-1909, VIII, 39–318].
- [1890-1909], *Le opere di Galileo Galilei. Edizione Nazionale sotto gli auspici di Sua Maestà il Re d'Italia. Esposizione e disegno di Antonio Favaro*, Firenze : Tipografia di G. Barbèra.
- [2004], *Écrits coperniciens*, Paris : Librairie générale française.
- GEYMONAT, Ludovico [1963], *Galileo Galilei*, Turin : Einaudi, en français, 2009, Seuil.
- GRÜNBEIN, Durs [1999], *Galilée arpente l'Enfer de Dante*, Paris : L'Arche.
- HENDERSON, Hugh [2001], A dialogue in paradise : John Milton's visit with Galileo, *The Physics Teacher*, 39(3), 179–183, doi :10.1119/1.1364066.
- LEVI, Primo M. [1987], Weightless, *Granta*, 21, online.
- LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc [1996], *La Pierre de touche*, Paris : Gallimard, chap. « La langue tire la science », 228–251.
- [2004], *La Science en mal de culture*, Paris : Futuribles.
- [2006], *La Vitesse de l'ombre*, Paris : Seuil, chap. « Science de l'enfer et envers de la science », 70–93.
- MILTON, John [1667], *Paradise Lost, A Poem in Twelve Books*, Londres : Peter Parker.

- ORLANDO, Sandro [1993], Geografia dell'oltretomba dantesco, dans *Guida alla Commedia*, édité par Collectif, Milan : Bompiani, 27–44.
- PANOFSKY, Erwin [2016], *Galilée, critique d'art*, Paris : Nou.
- PETERSON, Mark A. [1979], Dante and the 3-sphere, *American Journal of Physics*, 47(12), 1031–1035, doi :10.1119/1.11968.
- [2002], Galileo's discovery of scaling laws, *American Journal of Physics*, 70(6), 575–580, doi :10.1119/1.1475329.
- RAFFIN, Françoise [1992], Vision métaphorique et conception mathématique de la nature : Galilée lecteur du Tasse, *Chroniques italiennes*, 29(1), 1–13.
- RICCI, Leonardo [2005], Dante's insight into Galilean invariance, *Nature*, 434, 717, doi :10.1038/434717a.
- SETTLE, Thomas B. [2002], Experimental sense in Galileo's early works and its likely sources, dans *Largo campo di filosofare. Eurosymposium Galileo 2001, Tenerife*, édité par J. Montesinos & S. C. Santos, La Orotava : Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia, 831–850.
- STEGGLE, Matthew [2001], *Paradise Lost* and the acoustics of Hell, *Early Modern Literary Studies*, Special Issue 8(9), 1–17.
- SWINDEN, Tobias [1733], *Recherches sur la nature du feu de l'Enfer et du lieu où il est situé*, Amsterdam : Imprimé pour l'auteur, trad. de l'anglais par M. Bion, A. Bonte.
- TOUSSAINT, Stéphane [1997], *De l'Enfer à la coupole. Dante, Brunelleschi et Ficin. À propos de Codici Caetani di Dante*, Roma : L'Erma.