



Instituto Superior de Ciências Educativas de Felgueiras

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.ºCiclo do
Ensino Básico – 2.ºano

**O CÁLCULO MENTAL NA ADIÇÃO:
UM ESTUDO NO 2.ºANO DE ESCOLARIDADE**

Andreia Filipa Ribeiro Faria

Felgueiras, 12 de março de 2014





Instituto Superior de Ciências Educativas de Felgueiras

O CÁLCULO MENTAL NA ADIÇÃO: UM ESTUDO NO 2.º ANO DE ESCOLARIDADE

Andreia Filipa Ribeiro Faria

Licenciada em Educação Básica (ISCE de Felgueiras)

Relatório Final apresentado para Obtenção do Grau de Mestre em
Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Professora Orientadora:

Mestre Berta Alves

Felgueiras, 12 de março de 2014



Resumo

O ensino da Matemática tem sido alvo de uma preocupação constante por parte de toda a comunidade educativa. As atuais orientações curriculares consideram como finalidades básicas para o ensino da Matemática que os alunos valorizem esta disciplina através da proximidade com conceções e processos indispensáveis desta área do saber e que desenvolvam capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007).

Neste sentido, surge a preocupação pelo ensino da matemática nos primeiros anos do ensino básico. A compreensão do sentido de número é essencial, uma vez que prepara os alunos para a perceção das operações básicas da matemática. O cálculo mental surge como um ensino necessário e fundamental para a aquisição das noções dos números e das operações de adição, subtração, divisão e multiplicação.

Os professores devem preocupar-se em dar a conhecer aos alunos que não existe uma única forma de calcular, como antigamente se fazia entender, através de um ensino centrado nos algoritmos. Existem muitas maneiras de resolver uma operação para além da utilização do algoritmo, sendo, neste sentido, o cálculo mental uma estratégia privilegiada de resolução, que enfatiza as propriedades das operações e centra-se na utilização de números e não apenas algoritmos.

As mais recentes orientações curriculares, nacionais e internacionais, tendem a valorizar o ensino do cálculo mental nos primeiros anos de escolaridade como vantajoso para a compreensão de conceitos matemáticos essenciais. A compreensão e valorização do sentido de número deve ser uma prioridade no ensino nos primeiros anos do ensino básico, uma vez que ajuda os alunos a relacionar o que lhes é ensinado na escola com o que é necessário para enfrentar os desafios do dia-a-dia que envolvem a matemática. É fundamental transmitir aos alunos a distinção entre algoritmo e operação, em que o primeiro se trata meramente de um método mecânico que produz um resultado, muitas vezes incompreensível pelos alunos, ao contrário do segundo que engloba aspetos mais abrangentes do que apenas o cálculo de um resultado, tal como a compreensão das propriedades inerentes a essa operação e a identificação de diferentes significados que esta pode assumir.

O trabalho foi desenvolvido no 2.º ano e pretendeu mostrar a importância do ensino de estratégias de cálculo mental nos primeiros anos de escolaridade, na operação de adição,

como algo essencial para o desenvolvimento do sentido de número e, portanto, determinante que seja introduzido numa fase anterior ao ensino do algoritmo.

Palavras-chave: Cálculo mental; adição; sentido de número; ensino e aprendizagem.



Abstract

The teaching of mathematics has been the subject of constant concern on the part of the whole school community. The current curriculum guidelines consider as basic purposes for mathematics teaching students to value this discipline through conceptions and proximity to essential procedures of this area of knowledge and develop skills of problem solving, reasoning and communication (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Ponte, Serrazina, Guimarães, Breda, Guimarães, Sousa, Menezes, Martins & Oliveira, 2007).

In this sense, appears the concern for teaching mathematics in the early years of basic education. The understanding of number sense is essential, since it prepares students for the perception of the basic operations of mathematics. Mental computation appears as necessary and fundamental to the acquisition of the concepts of numbers and addition, subtraction, division and multiplication operations.

Teachers should be concerned to make clear to the students that there is not a single way to calculate, as it was formerly understood by teaching centered in the algorithm. There are many ways to solve an operation beyond the use of the algorithm, and the mental computation is, in this sense, a privileged resolution strategy, which emphasizes the properties of operations and focuses on the use of numbers and not just digits.

The latest curriculum guidelines, national and international, tend to value the teaching of mental computation in the early years of schooling as beneficial for the understanding of essential mathematical concepts. The understanding and appreciation of number sense should be a priority in education in the early years of basic education, as it helps students relate what is taught in school with what is needed to meet the challenges of day-to-day involving mathematics. It is essential to transmit to students the distinction between algorithm and operation, in which the first is merely a mechanical method that produces a result, often incomprehensible by the students, while the second encompasses broader aspects than just calculating a result, aspects such as understanding the properties inherent to an operation and the identification of different meanings that it may take.

The study was conducted at 2.nd Grade and intended to show the importance of teaching to students strategies for mental computation, in addition operation, as something important for the development of number sense and, therefore and therefore decisive to be introduced at an earlier stage of the algorithm teaching.

Key words: Mental computation; addition; number sense; teaching and learning.

Agradecimentos

À Professora e Mestre Berta Alves, minha orientadora, pelos ensinamentos, sugestões e orientações durante esta trajetória. Pelo apoio na construção de um trabalho final tão importante.

Ao meu marido, pelo amor e por todo o apoio incondicional e paciência, porque esteve sempre presente e acreditou sempre em mim.

À minha mãe, pelo incentivo, motivação e ajuda nesta luta, dando-me sempre ânimo e esperança.

Ao meu pai que, embora não estando presente, sei que se iria orgulhar de mim, por ter conseguido.

À minha entidade patronal, nomeadamente ao Sr. Padre Brito e à Dra. Aurora, pela compreensão e ajuda, por me conceder tempo, tantas vezes escasso.

A todas as pessoas que, direta ou indiretamente, me ajudaram dando-me força e ânimo, nesta luta por um sonho.

Índice geral

Índice de figuras.....	X
Índice de gráficos.....	XIV
Capítulo I – Introdução	1
1.1. Pertinência do estudo	1
1.2. Problema e questões do estudo	2
1.3. Contexto do estudo	2
1.4. Organização geral do estudo	2
Capítulo II - Enquadramento da área temática	4
2.1. O cálculo mental em educação matemática	4
2.2. O cálculo mental no currículo	10
2.3. O cálculo mental nos instrumentos de avaliação externa	14
Capítulo III - Caracterização do Contexto Institucional e da turma	25
3.1. Caraterização do centro escolar	25
3.2. Caraterização global da turma	28
Capítulo IV – Descrição e avaliação do plano de ação	30
4.1. Opções metodológicas	30
4.1.1. Os principais intervenientes	31
4.1.2. Instrumentos e técnicas de recolha de dados	31
4.1.3. Planificação global	32
4.1.4. Recursos	32
4.1.5. Avaliação	33
4.1.6. Cronograma	33
4.2. Implementação do plano de ação	34
4.2.1. Atividades desenvolvidas e avaliação da 1. ^a sessão	34
4.2.2. Atividades desenvolvidas e avaliação da 2. ^a sessão	40

4.2.3. Atividades desenvolvidas e avaliação da 3. ^a sessão	42
Capítulo V - Reflexões Finais	46
Referências Bibliográficas	49
Anexos	53
ANEXO 1 – Apresentação de dados relativos à turma do 2.º ano de escolaridade	54
ANEXO 2 – Planificações das sessões do projeto	60
ANEXO 3 – Grelhas de avaliação dos alunos	64
ANEXO 4 – Material Didático-Pedagógico	70
ANEXO 5 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à primeira ficha de trabalho	88
ANEXO 6 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 1	93
ANEXO 7 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 2	97
ANEXO 8 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 3	103
ANEXO 9 – Resoluções dos alunos e respetiva análise referente à ficha de trabalho da 2. ^a sessão	106
ANEXO 10 – Resoluções dos alunos e respetiva análise referente à ficha de trabalho da 3. ^a sessão	109
ANEXO 11 – Resoluções dos alunos e respetiva análise comparativa entre o início e o fim da abordagem às estratégias de cálculo mental	112
ANEXO 12 – Registo fotográfico das atividades.....	116

Índice de Figuras

Figura 1: Estratégias de cálculo mental	9
Figura 2: Representação vertical da adição	13
Figura 3: Item 6. do teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2011	15
Figura 4: Critérios de avaliação do item 6, referente ao teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2011	15
Figura 5: Item 8. do teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2012	16
Figura 6: Critérios de avaliação do item 8, referente ao teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2012	16
Figura 7: Item 15. do teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2013	17
Figura 8: Critérios de avaliação do item 15, referente ao teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2013	17
Figura 9: Item 13. da Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo de 2012	18
Figura 10: Critérios de avaliação do item 13, referente à prova de aferição de 2012	19
Figura 11: Item 18. da Prova de Final de Matemática do 1.º ciclo de 2013 – 1.ª Fase	21
Figura 12: Critérios de avaliação do item 18, referente à prova final de 1.ºciclo de 2013 – 1.ª Fase	22
Figura 13: Item 17 da Prova de Final de Matemática do 1.º ciclo de 2013 – 2.ª Fase	23
Figura 14: Critérios de avaliação do item 18, referente à prova final de 1.ºciclo de 2013 – 2.ª Fase	24
Figura 15: Novo Centro Escolar de Penafiel inaugurado no ano letivo 2013/2014	25
Figura 16: No centro Escolar de Penafiel existe um campo de futebol para as crianças	26
Figura 17: Um dos corredores com salas de aula dos dois lados	26
Figura 18: A cozinha situa-se perto do refeitório	27
Figura 19: Entrada da biblioteca escolar	27

Figura 20: Biblioteca, um espaço grande e confortável com computadores e muitos livros	27
Figura 21: Entrada principal da escola	28
Figura 22: As carteiras que se usavam antigamente estão à vista, numa das áreas da entrada	28
Figura 23, 24 e 25: Alguns dos cartazes expostos na parede da entrada interior da escola	28
Figura 26: Jogo do Bingo da Joana	40
Figura 27: Resolução de um exercício pela Salomé.	88
Figura 28: Resolução de um exercício pelo Ruben	88
Figura 29: Resolução de um exercício pelo David	89
Figura 30: Resolução de um exercício pelo Gonçalo	89
Figura 31: Resolução de um exercício pela Maria	90
Figura 32: Resolução de um exercício pelo Manuel	90
Figura 33: Resolução de um exercício pelo Fernando	90
Figura 34: Resolução de um exercício pela Sofia	91
Figura 35: Resolução de um exercício pelo Tomás	91
Figura 36: Resolução de um exercício pelo Simão	92
Figura 37: Resolução da Maria à primeira operação “265 + 324”	93
Figura 38: Resolução do Joaquim à primeira operação “265 + 324”	93
Figura 39: Resolução da Mariana à primeira operação “265 + 324”	94
Figura 40: Resolução da Sílvia à primeira operação “265 + 324”	94
Figura 41: Resolução da Salomé à primeira operação “265 + 324”	94
Figura 42: Resolução do Rui à primeira operação “265 + 324”	95
Figura 43: Resolução do Simão à primeira operação “265 + 324”	95
Figuras 44 e 45: Resoluções da Joana à segunda operação “656 + 213” e à terceira operação “378 + 231”	96
Figura 46: Resolução do Miguel à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas	97
Figura 47: Resolução da Tânia à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas	97
Figura 48: Resolução do David à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas	98
Figura 49: Resolução do Fernando à primeira operação de decompor apenas	

uma das parcelas	98
Figura 50: Resolução do Eduardo à segunda operação de decompor apenas	
uma das parcelas	98
Figura 51: Resolução do Rui à segunda operação de decompor apenas	
uma das parcelas.....	99
Figura 52: Resolução do David à terceira operação de decompor apenas	
uma das parcelas	99
Figura 53: Resolução do Simão à terceira operação de decompor apenas uma	
das parcelas	99
Figura 54: Resolução da Luísa à segunda e terceira operação de decompor apenas	
uma das parcelas	100
Figura 55: Resolução da Cláudia à segunda operação de decompor apenas	
uma das parcelas	100
Figura 56: Resolução da Tânia à segunda operação de decompor apenas	
uma das parcelas	101
Figura 57: Resolução da Maria à primeira operação de decompor apenas uma	
das parcelas	102
Figura 58: Resolução da Mariana à segunda e terceira operações de decompor	
apenas uma das parcelas	102
Figura 59: Resolução da Joana	103
Figura 60: Resolução do Joaquim	103
Figura 61: Resolução da Raquel	104
Figura 62: Resolução do Rui	104
Figura 63: Resolução da Tânia	105
Figura 64: Resolução da Luísa	105
Figura 65: Resolução da Salomé	105
Figura 66: Resolução do exercício pela Fernanda	106
Figura 67: Resolução do exercício pela Salomé	106
Figura 68: Resolução do exercício pelo Pedro	106
Figura 69: Resolução do exercício pela Sofia	106
Figura 70: Resolução do exercício pela Rita	107
Figura 71: Resolução do exercício pela Mariana	107
Figura 72: Resolução do exercício pela Maria	107
Figura 73: Resolução do exercício pelo Fernando	107

Figura 74: Resolução do exercício pela Raquel	107
Figura 75: Resolução do exercício pela Raquel	109
Figura 76: Resolução do exercício pela Fernanda	110
Figura 77: Resolução do exercício pela Maria	110
Figura 78: Resolução do exercício pela Mariana	111
Figura 79: Resolução do José na primeira sessão	112
Figura 80: Resolução do José na última sessão	112
Figura 81: Resolução do David na primeira sessão	113
Figura 82: Resolução do David na última sessão	113
Figura 83: Resolução da Tânia na primeira sessão	113
Figura 84: Resolução da Tânia na última sessão	113
Figura 85: Resolução da Fernanda na primeira sessão	114
Figura 86: Resolução da Fernanda na última sessão	114
Figura 87: Resolução da Mariana na primeira sessão	114
Figura 88: Resolução da Mariana na última sessão	114
Figura 89: Resolução do Simão na primeira sessão	115
Figura 90: Resolução do Simão na última sessão	115
Figura 91: Resolução do Rui na primeira sessão	115
Figura 92: Resolução do Rui na primeira sessão	115
Figura 93: Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios que fizeram	116
Figura 94: A docente estagiária regista no quadro a pontuação do jogo de cálculo mental da adição	116
Figura 95: O aluno realiza a ficha de trabalho sobre estratégias de cálculo mental da adição	116
Figura 96: Primeira ficha de diagnóstico, realizada na aula	116
Figuras 97 e 98: A professora estagiária regista as somas do Jogo do Bingo no quadro	117
Figura 99: A professora explica aos alunos outra estratégia de cálculo mental da adição	117
Figura 100: Os alunos jogam ao Jogo do Bingo	117
Figuras 101 e 102: Os alunos realizam uma ficha com quatro problemas matemáticos segundo várias estratégias	118
Figura 103: Última ficha realizada por um aluno	118

Índice de Gráficos

Gráfico 1 – Género dos alunos da turma do 2.º ano	54
Gráfico 2 – Residência dos alunos, em percentagem	54
Gráfico 3 – Local onde os alunos costumam estudar, em percentagem	55
Gráfico 4 – Alunos com subsídio escolar	55
Gráfico 5 – Disciplinas preferidas dos alunos	56
Gráfico 6 – Desportos favoritos dos alunos	56
Gráfico 7 – Expetativas em relação ao futuro profissional	57
Gráfico 8 – Caraterização do núcleo familiar	57
Gráfico 9 – Número de elementos do agregado familiar	58
Gráfico 10 – Habilitações Literárias da Mãe	58
Gráfico 11 – Habitações Literárias do Pai	58

Capítulo I

INTRODUÇÃO

1.1. Pertinência do estudo

A Educação tem vindo a preocupar-se cada vez mais com o desempenho dos alunos em Matemática em particular com as suas competências de cálculo, enfatizando o sentido de número e das operações. Pesquisadores e estudiosos na área da Matemática insistem que é importante que os alunos compreendam o processo do cálculo que estão a efetuar, não pelo processo mecânico da junção de meros algoritmos, sem ter em conta o número e a sua composição, mas percebendo o seu resultado e que para lá chegar existem vários caminhos, várias estratégias diferentes.

Convém referir o significado da palavra compreensão. O termo significa percepção ou entendimento e segundo Vayer & Trudelle (1999, p.33) “o que caracteriza a compreensão e, conseqüentemente, a reflexão sobre o que foi compreendido é que estas são, por definição, a compreensão e a reflexão do sujeito. De certa forma, não é possível compreender em vez do outro, nem mesmo obrigá-lo a compreender”. Com as crianças acontece exatamente isto, uma vez compreendido determinado assunto, estão construídas as pontes para passar para outros temas, se pelo contrário o aluno não compreendeu mas decorou ou memorizou, poderá não estar preparado para os níveis seguintes.

Uma aprendizagem autêntica possibilita o desenvolvimento de aptidões verdadeiras, mas para isso é necessário uma compreensão do que se faz e das razões porque se faz. É essa compreensão que faz da aprendizagem uma atividade propositada, a que traz realmente algo ao sujeito (Vayer & Trudelle, 1999, p.33). Por isso, é muito importante que os alunos entendam o significado dos números e das operações. O cálculo mental ajuda neste processo de compreensão.

O ensino da matemática atribui uma função fundamental ao desenvolvimento do sentido do número. Alguns dos objetivos que constam nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007) são a compreensão dos números e suas relações e a compreensão do significado das operações, estabelecendo relações entre estas e a capacidade de calcular com destreza.

1.2. Problema e questões do estudo

O presente estudo insere-se na área da Educação Matemática, mais concretamente na temática do cálculo mental e foi motivado pelas dificuldades que as crianças manifestam usualmente no cálculo, em particular, na operação de adição. Desta forma, tem por objetivo principal compreender de que forma os alunos do segundo ano compreendem e aplicam as estratégias de cálculo mental, quando resolvem operações que envolvem a adição. No âmbito deste objetivo foram formuladas as seguintes questões de investigação:

- Quais as estratégias de cálculo mental mais utilizadas pelos alunos?
- De que forma os alunos se apropriam de novas estratégias de cálculo mental?

Para investigar estas questões, elaborei uma proposta pedagógica, na qual privilegiei a resolução, pelos alunos, de operações de adição.

1.3. Contexto do estudo

Tendo em conta o objetivo do estudo, segui uma metodologia de natureza qualitativa, no âmbito da investigação-ação.

O trabalho de campo deste estudo foi realizado no ano letivo de 2013/2014, durante o primeiro período, numa turma de 2.º ano de escolaridade, de uma escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico de Penafiel. A turma é constituída por 26 alunos.

Na sala de aula do meu local de estágio, o ambiente era caracterizado pela liberdade de expressão, isto é, a professora permitia a partilha de ideias entre os alunos e entre professora/alunos, as crianças eram motivadas a dar a sua opinião e expor sem constrangimentos as suas dúvidas.

1.4. Organização geral do estudo

O presente trabalho é constituído por oito capítulos, dos quais a introdução é o primeiro.

No segundo capítulo, apresenta-se o enquadramento da área temática, onde se foca, o cálculo mental em educação matemática, seguido pelo cálculo mental no currículo e, finalizando com a presença do cálculo mental nos instrumentos de avaliação externa.

O terceiro capítulo é constituído pela caracterização do contexto institucional e da turma, onde será realizada uma breve descrição de ambas as partes.

No quarto capítulo encontra-se discriminado qual o tipo de metodologia utilizada e fundamentação das opções metodológicas e dos procedimentos relativos à recolha e análise dos dados recolhidos no estágio, junto dos alunos.

No quinto capítulo consta a descrição e avaliação das atividades realizadas em contexto de sala de aula, isto é, durante o tempo de prática pedagógica.

O sexto capítulo refere as reflexões finais, isto é, o que se concluiu com o trabalho de investigação-ação realizado.

Os capítulos sete, oito e nove são os últimos e referem-se respetivamente, às referências bibliográficas, anexos e apêndices.

Capítulo II.

Enquadramento da área temática

2.1. O Cálculo Mental em Educação Matemática

O cálculo mental está usualmente associado à ideia de realização de cálculos apenas “na cabeça”, isto é, sem qualquer recurso a papel e lápis. No entanto, será essa ideia consensual? É um cálculo efetuado unicamente «de cabeça» ou é possível socorrer-se ao registo escrito quando se efetua cálculo mental?

Cadeia (2008) refere que, normalmente, denomina-se como cálculo mental a competência para realizar operações sem recorrer à escrita ou a métodos eletrónicos como a calculadora, apresentando-se somente o resultado final. Já na perspetiva de Gómez (1998, citado por Cadeia, 2008), o cálculo mental é caracterizado por:

ser realizado de cabeça; fazer-se rapidamente; apoiar-se num conjunto limitado de relações numéricas; requerer certas capacidades, como compor, contar, decompor, redistribuir, de forma a procurar substituir ou alterar os dados iniciais para se poder trabalhar com outros mais fáceis ou mais cómodos de calcular (p.93).

Taton (1969) refere que o cálculo mental e escrito são análogos, uma vez que ambos utilizam do mesmo encadeamento de operações mentais primárias. Este autor defende que é errado limitar o cálculo mental a operações realizadas de cabeça, uma vez que na execução de operações através dos algoritmos por cálculo escrito, o cálculo mental também está presente. Ainda realça que o cálculo escrito realizado de memória é uma forma de cálculo mental adaptado.

Para Ponte e Serrazina (2000, citado por Ribeiro, Valério & Gomes, 2009), saber calcular mentalmente usando apenas a “cabeça” constitui uma ferramenta muito importante para a nossa vida, pois torna-nos autónomos e independentes em tarefas básicas da vida diária, já que, “No dia-a-dia, a maioria dos cálculos que fazemos são mentais. Nem sempre se pode usar papel e lápis, nem é necessário. Em muitas situações a resposta não tem que ser exata, mas basta uma aproximação” (ibidem, p.4).

Brocardo e Serrazina (2008) defendem que quando se segue uma definição ampla de algoritmo, como fez Thompson (1999), a maior parte dos procedimentos de cálculo mental são encarados como algoritmos. Se, pelo contrário se adota uma definição mais reduzida, é essencial ter em atenção “a evolução natural dos processos de cálculo mental (...). Neste

processo, os alunos vão desenvolvendo o cálculo mental, ficando o uso do algoritmo reservado para os números grandes” (Brocardo e Serrazina, 2008, p. 105).

Buys (2008) enumera como características do cálculo mental as seguintes: “opera-se sobre os números e não sobre os dígitos; usam-se relações numéricas e propriedades das operações; embora se calcule “de cabeça” é possível recorrer registos em papel” (p.106). Notoriamente se percebe que este autor define o cálculo mental como o trabalho com números e não apenas com algarismos, é “o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números” (Buys, 2008, citado por Morais, 2011, p.12).

Além de Buys, também Noteboom, Boklove e Nelissen (2001, citado por Brocardo e Serrazina, 2008) defendem que o cálculo mental não se deve restringir ao operar “de cabeça” mas que a utilização de papel e lápis pode ser utilizada, caso seja necessário. Assim, apesar da definição de cálculo mental não ser unânime, estes autores referem que existe uma distinção entre «calcular com a cabeça» e «calcular de cabeça», pois o cálculo mental não deve ser um processo mecânico,

Envolve o uso de factos, de propriedades dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça, mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos, se necessário. Neste sentido, não deve ser visto como o oposto ao cálculo escrito (pp. 106-107).

Segundo Taton (1969), o ensino do cálculo mental desenvolve na criança capacidades importantes como a atenção, o raciocínio, a organização, o rigor e a compreensão rápida. Por outro lado, também influencia a vida do adulto, na medida em que “intervém também de forma constante, quer para facilitar os numerosos cálculos que é levado a efetuar diariamente, quer no exercício de profissões muito variadas, comerciais, bancárias, técnicas, etc, inclusive em cálculos científicos” (ibidem, p.7).

Lins e Gimenez, (1997, citado por Cadeia, 2008) referem que os docentes, em geral, não reconhecem o ensino e a utilidade do cálculo mental, porque na sua opinião não ajuda no desenvolvimento do sentido de número e impede o ensino dos métodos gerais mais tradicionais. O que tem acontecido é que muitos professores não têm noção dos procedimentos que utilizam quando calculam mentalmente e, por isso, não os têm organizados no papel de forma a poderem ensiná-los aos seus alunos (Cadeia, 2008). Na perspetiva deste autor, “a criança deve aprender uma quantidade de métodos e estratégias que lhes permita operar, reduzindo a manipulação de símbolos àqueles mais conhecidos e mais fáceis” (ibidem, p. 95).

O cálculo mental e o desenvolvimento do sentido do número e das operações estão intimamente associados e interligados, conforme o comprova o Programa do Ensino Básico (2007) ao mencionar que o propósito fundamental de ensino no 1.º Ciclo, relativamente ao tema Números e Operações é incrementar nos alunos “o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos” (p.13).

Araújo (2008) afirma que os alunos quando ingressam no 1.º Ciclo já trazem uma bagagem de conhecimentos sobre os números e as suas formas de representação, uma vez que a própria experiência do dia-a-dia e no pré-escolar propicia ocasiões de “contagem simples, identificação de números, comparação e ordenação de números, bem como o estabelecimento de relações simples entre os mesmos” (p. 31). Todo este conhecimento, que o aluno já possui, será a base para outras aquisições de conhecimento sobre o sentido de número.

Sendo assim, é importante perceber o que significa ter o sentido de número. De acordo com Serrazina (2002, p.58, citado por Araújo, 2008, p. 31), “(...) ter o sentido do número implica perceber as diferentes utilizações dos números; na contagem, na ordenação, na localização, na estimação numérica de cálculos, mas também nas medidas e na estimação de medidas”.

Como já foi dito, o desenvolvimento do sentido de número começa muito cedo, antes mesmo da entrada para a escola. Para muitos autores, este facto é muito importante, porque a partir desse conhecimento prévio, os professores devem aprofundar as aprendizagens dos seus alunos, de modo a ampliar o entendimento dos números, porque isso é indispensável para um melhor aperfeiçoamento e aprendizagem das competências matemáticas (Araújo, 2008). Esta mesma autora refere que se o objetivo é trabalhar o sentido de número, não é possível fazê-lo apenas com o ensino dos algoritmos. Segundo Serrazina (2002, citado por Araújo, 2008, p.32),

a introdução dos algoritmos formais logo nos primeiros anos de escolaridade impede o bom desenvolvimento do cálculo mental. Pois, ao ser exigido fazer a “conta” como a professora e os manuais ensinam, muitas crianças deixam de praticar estratégias de cálculo que já tinham adquirido e revelam dificuldades em adquirir outras.

O cálculo mental tem vindo a assumir um papel cada vez maior no ensino. Hoje em dia, existe uma disputa entre a inclusão/exclusão do ensino do algoritmo no início da aprendizagem dos alunos. A distinção entre cálculo mental e algoritmo é simples, enquanto

o primeiro trabalha com números, o segundo é marcado por “deixar de operar sobre o valor posicional dos números e passar a operar sobre dígitos” (Brocardo e Serrazina, 2008, p.103). Por isso, estes autores sustentam a ideia de que a aprendizagem do cálculo mental não impede que também se ensine o algoritmo, no entanto primeiro é importante que as crianças desenvolvam o sentido de número através da utilização de estratégias de cálculo mental. Depois, como resultado e consequência do ensino do cálculo mental, surgirá a necessidade de “aperfeiçoar o seu sentido de número no contexto do cálculo algorítmico (ibidem, p. 106).

Brocardo, Serrazina e Kraemer (2003, citado por Araújo, 2008, p. 32) aconselham que se trabalhem “as operações introduzindo estratégias de cálculo mental, tendo por base a composição e decomposição dos números, utilizando as características de estarmos a lidar com um sistema de numeração de posição (...) antes da introdução dos algoritmos formais”. Desenvolver o sentido de número dos alunos traz muitas vantagens, daí ser muito importante o desenvolvimento do cálculo mental como forma de lhes dar liberdade para criarem as suas estratégias e procedimentos, pensar por si próprios, não os condicionar na forma como resolvem operações, não os fazer pensar que só existe uma única e estandardizada forma (algoritmo) de resolver uma operação, mas que tudo está interligado, existindo, por isso, várias formas de pensar e de agir. (Araújo, 2008).

De acordo com Ribeiro, Valério & Gomes (2009), em geral, o cálculo mental contém três estratégias primárias que dão seguimento umas às outras, estabelecem uma sequência, uma vez que a sua aprendizagem está ligada a um aumento crescente do conhecimento dos números e operações:

- 1.º O cálculo em que os números são primeiramente vistos como objectos sobre uma linha de contagem e em que as operações são movimentos ao longo da linha: para a frente (+), para trás (-), ou repetidamente para a frente (x), ou repetidamente para trás (:).
- 2.º que os números são de preferência vistos como objectos com uma estrutura decimal e em que as operações são realizadas por decomposição de números baseados nesta estrutura.
- 3.º O cálculo baseado em propriedades aritméticas nos quais os números são vistos como objectos que podem ser estruturados de várias maneiras e em que as operações são efectuadas com recurso às propriedades apropriadas (p. 8).

De seguida, serão apresentadas algumas estratégias de cálculo mental da operação da adição, de acordo com Gómez; Cadeia, Oliveira & Carvalho; Vale e Pimentel (citados por Cadeia, 2008, p.96 - 97):

Estratégia	Exemplo
Formar dezenas	$9 + 6 = 9 + (1 + 5) = (9 + 1) + 5 = 10 + 5 = 15$
Formar pares de parcelas iguais	$7 + 9 = 7 + (7 + 2) = (7 + 7) + 2 = 14 + 2 = 16$
Contar para trás	$8 + 49 = 8 + (50 - 1) = (8 + 50) - 1 = 58 - 1 = 57$
Adicionar da esquerda para a direita (decompondo ambas as parcelas)	$36 + 58 = (30 + 6) + (50 + 8) =$ $= (30 + 50) + (6 + 8) =$ $= 80 + 14 = 94$
Decompor uma das parcelas	$74 + 23 = 74 + (20 + 3) =$ $= (74 + 20) + 3 = 94 + 3 = 97$
Compensar para obter a dezena	$(54 + 38) = (54 + 6) + (38 - 6) = 60 + 32 = 92$
Associar para obter múltiplos de 10	$7 + 40 + 6 + 3 + 60 = (40 + 60) + (7 + 3) + 6 =$ $= 100 + 10 + 6 = 116$
Decompor e associar para obter múltiplos de 10	$65 + 39 = 65 + (35 + 4) =$ $= (65 + 35) + 4 = 100 + 4 = 104$

De seguida, serão apresentadas algumas estratégias de cálculo mental da operação da adição, segundo Ribeiro, Valério & Gomes (2009, pp. 33- 34):

<p>Decompor e adicionar ordem a ordem</p> <p>Compor o número com os resultados obtidos</p>	$\begin{array}{r} 235 + 462 \\ \hline 600 + 90 + 7 = 697 \end{array}$	DECOMPOSIÇÃO								
<p>Retirar a uma parcela um número que, adicionado à outra parcela a transforma num número mais cómodo</p>	$\begin{array}{r} 234 + 338 \\ \hline 232 + 340 \\ \hline 500 + 70 + 2 = 572 \end{array}$	COMPENSAÇÃO								
<p>Adicionar um número próximo, mais cómodo, e, ao resultado:</p> <p>— subtrair o que se adicionou a mais ou</p> <p>— adicionar o que se adicionou a menos</p>	$\begin{array}{r} 478 + 98 \\ \hline 478 + 100 - 2 = 578 - 2 = 576 \\ \hline 478 + 102 \\ \hline 478 + 100 + 2 = 578 + 2 = 580 \end{array}$	COMPENSAÇÃO								
<p>Trocar as parcelas, comutar as parcelas, de forma a facilitar o cálculo.</p> <p>Utilização da propriedade comutativa</p>	<table border="1" style="width: 100%;"> <tbody> <tr> <td>$57 + 15 + 3 =$</td> <td>$33 + 14 + 3 =$</td> </tr> <tr> <td>$57 + 3 + 15 =$</td> <td>$33 + 3 + 4 =$</td> </tr> <tr> <td>$60 + 15 =$</td> <td>$36 + 14 =$</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table>	$57 + 15 + 3 =$	$33 + 14 + 3 =$	$57 + 3 + 15 =$	$33 + 3 + 4 =$	$60 + 15 =$	$36 + 14 =$	75	50	PROPRIEDADE DE COMUTATIVA
$57 + 15 + 3 =$	$33 + 14 + 3 =$									
$57 + 3 + 15 =$	$33 + 3 + 4 =$									
$60 + 15 =$	$36 + 14 =$									
75	50									
<p>Mudar a ordem das parcelas, de forma a facilitar o cálculo.</p> <p>Utilização da propriedade associativa.</p>	<table border="1" style="width: 100%;"> <tbody> <tr> <td>$15 + 57 + 3 =$</td> <td>$14 + 33 + 3 =$</td> </tr> <tr> <td>$15 + (57 + 3) =$</td> <td>$14 + (33 + 3) =$</td> </tr> <tr> <td>$15 + 60 =$</td> <td>$14 + 36 =$</td> </tr> <tr> <td>75</td> <td>50</td> </tr> </tbody> </table>	$15 + 57 + 3 =$	$14 + 33 + 3 =$	$15 + (57 + 3) =$	$14 + (33 + 3) =$	$15 + 60 =$	$14 + 36 =$	75	50	PROPRIEDADE DE ASSOCIATIVA
$15 + 57 + 3 =$	$14 + 33 + 3 =$									
$15 + (57 + 3) =$	$14 + (33 + 3) =$									
$15 + 60 =$	$14 + 36 =$									
75	50									
<p>Associar parcelas cujo soma é um múltiplo de 10, 100, 1000, ...</p> <p>Nota: Esta estratégia implica o conhecimento dos "números amigos" como facto numérico.</p> <p>Está subjacente a utilização da propriedade comutativa e/ou associativa</p>	$\begin{array}{r} 15 + 16 + 25 \\ \hline 40 + 16 = 56 \end{array}$ $\begin{array}{r} 27 + 22 + 48 \\ \hline 27 + 70 = 97 \end{array}$ $\begin{array}{r} 145 + 70 + 55 \\ \hline 200 + 70 = 270 \end{array}$	"NÚMEROS AMIGOS" (A ASSOCIATIVA E/OU COMUTATIVA)								

Figura 1: Estratégias de cálculo mental.

2.2. O Cálculo Mental no Currículo

Na vida quotidiana é crucial saber trabalhar com números e a sua relevância reproduz-se nos currículos escolares de todo o mundo. Julie Anghileri (2001, citado por Brocardo e Serrazina, 2008, p. 100) afirmou que

o ensino de estratégias de cálculo mental é bastante recente em Inglaterra começando a haver recomendações para estratégias como contar para a frente e para trás, uso dos “dobros e metade” e dos “quase dobros”. Na Holanda, o ensino de estratégias de cálculo mental é há muito defendido, havendo situações de contexto didáticas estabelecidas propositadamente para desenvolver determinada estratégia.

Portugal não fica de fora, no nosso país o ensino e a aprendizagem da Matemática defrontam novos desafios como se pode depreender pelas várias alterações curriculares que se tem assistido nos últimos anos, nomeadamente, a homologação do Programa de Matemática em 2007 e, recentemente, o novo Programa e as Metas Curriculares de Matemática (2013).

Existem pressupostos de ensino comuns a todo o ensino básico que exigem uma transformação das práticas, como é o caso do desenvolvimento do sentido de número, da compreensão dos números e das operações e da capacidade de cálculo mental e escrito. O cálculo mental ou cálculo numérico é visível nos currículos de Matemática há mais de 70 anos (Brocardo & Serrazina, 2008) e está agora mais evidente nas novas orientações curriculares em Portugal, embora que nem sempre tenha sido assim. Nos anos 90 (e anteriores), apesar do cálculo mental ter estado presente, não havia referências nem especificidades sobre como calcular mentalmente, ou seja, não estava explícito quais as estratégias a desenvolver e em que anos de escolaridade (ibidem).

Buys (2001, citado por Brocardo e Serrazina, 2008) menciona que o cálculo mental é referenciado nos Currículos de Matemática com evidente importância, porque cada vez mais o ser humano se rodeia de situações em que é “obrigado” a pensar e analisar dados rapidamente. Nem sempre há a possibilidade de utilizar a calculadora, pois apesar do seu uso estar muito vulgarizado, existem momentos em que é essencial saber calcular fluentemente. O avanço acelerado da tecnologia tem colaborado para a depreciação de competências básicas de cálculo, no entanto deveria ter sucedido o inverso, pois o aumento e o progresso de estratégias pessoais de cálculo mental possibilitam a solidificação do sentido de número e a melhoria da aptidão crítica e de consideração dos alunos. Bourdenet (2007) referiu que, com a utilização progressiva da calculadora, perdeu-se o hábito de

calcular mentalmente, encaminhando a aprendizagem de competências básicas de cálculo, para segundo plano.

Segundo o Currículo Nacional de Matemática (2001),

Ser matematicamente competente envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática. Esta competência matemática que todos devem desenvolver, no seu percurso ao longo da educação básica, inclui (...) a aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos (p. 57).

No domínio dos números e do cálculo, essa mesma competência matemática que todos devem desenvolver, ao longo de todos os ciclos, envolve alguns aspetos, dentre os quais se destaca: “A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação” (ibidem, p. 60).

Num dos aspetos transversais da aprendizagem da matemática “Prática Compreensiva de Procedimentos”, disposto no Currículo Nacional de Matemática de 2001, está mencionado o cálculo mental, dizendo que “uma prática compreensiva pode promover a aquisição de destrezas utilizáveis com segurança e autonomia” (p.70). O cálculo mental é uma destreza vantajosa, no entanto é preciso praticá-la com vista à sua compreensão.

O Programa de Matemática de 2007 é mais específico e atribui uma maior relevância ao cálculo mental, pois menciona que “tem de ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número” (p. 10). Refere ainda que são muitos os momentos da vida diária na sala de aula que proporcionam trabalhar o cálculo mental, por isso cabe ao professor aproveitar essas situações, como abordar o tema do dinheiro ou do tempo, entre outros, para desenvolver o cálculo mental. Ainda no Programa de Matemática de 2007, pode-se encontrar as características do cálculo mental:

- (i) trabalhar com números e não com algarismos;
- (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números;
- (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares;
- (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação (p.10).

São muitas as vantagens para os alunos do desenvolvimento do cálculo mental, porque possibilita-os de adotarem as suas próprias abordagens, utilizarem as suas próprias referências numéricas e porem em prática o seu próprio grau de simplificação de cálculos, desta forma os alunos estão também a desenvolver a sua habilidade para a estimação de forma a saberem ponderar os resultados dos problemas (ibidem).

O Programa de Matemática (2007) refere que existem diversas estratégias de cálculo mental e que elas devem fazer parte dos objetivos de aprendizagem na aula de Matemática, porque “quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à vontade se sentirá o aluno no uso de estratégias de cálculo mais convencionais como os algoritmos das quatro operações” (p.10).

A partir destas referências ao cálculo mental, pode-se concluir que o Programa de Matemática de 2007 atribuí uma grande importância ao ensino do cálculo mental em sala de aula e das suas estratégias, apoiando ainda a discussão na turma dos diversos tipos de meios adotados pelos alunos, porque os auxilia a traçar um conjunto de estratégias “com os seus próprios limites e flexibilidade e ensina-os, também, a decidir quais são os seus registos mais apropriados e proveitosos” (p.10).

Ainda no Programa de Matemática de 2007 (p.16), convém mencionar quais os objetivos específicos e respetivas notas que se encontram no tópico Operações com Números Naturais, existente no tema matemático Números e Operações, para o 1.º e 2.º anos:

Objetivos específicos	Notas
<ul style="list-style-type: none"> • Adicionar (...) utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito. 	<ul style="list-style-type: none"> • Solicitar aos alunos que digam rapidamente o resultado da adição de dois números menores ou iguais a 10 usando diferentes estratégias, como nos exemplos: <ul style="list-style-type: none"> - $3+3=6$; $4+4=8$; $5+5=10$ (dobro); - $8+9= 8+8+1=17$ (quase dobro); - $6+7=5+1+5+2=10+3=13$ (5 como número de referência); - $6+8=7+7=14$ (compensação); - $6+8=14$, então $7+8=14+1=15$ (relações já conhecidas).

De acordo com o Programa de Matemática de 2007 (p.18), para o 3.º e 4.º anos, indica-se que se deve “promover a aprendizagem gradual dos algoritmos, integrando o trabalho realizado nos dois primeiros anos”, utilizando representações mais detalhadas das operações antes de explorar o algoritmo (por exemplo, no caso da adição, representar numa primeira fase as somas parciais).

As Metas Curriculares de Matemática (2012) vieram aprofundar características e objetivos ao Programa de 2007, sendo depois publicado um novo Programa de Matemática

(2013) no qual “ficam inteiramente harmonizados os conteúdos programáticos com as Metas Curriculares” (Programa de Matemática do Ensino Básico, 2013, p.1). Aí, pode-se encontrar descritores, na operação de adição, para o 1.º ano, claramente relacionados com o cálculo mental:

- Adicionar fluentemente dois números de um algarismo;
- Adicionar mentalmente um número de dois algarismos com um número de um algarismo e um número de dois algarismos com um número de dois algarismos terminado em 0, nos casos em que a soma é inferior a 100 (p.4-5).

Além destes dois descritores, existe também um outro descritor que privilegia a representação vertical do número, através da adição de dois quaisquer números naturais cuja soma seja inferior a 100, que poderá ser concretizado conforme o exemplo seguinte:

$$\begin{array}{r} 27 + 35 = \\ 20 + 7 \\ + 30 + 5 \\ \hline 50 + 12 = 62 \end{array}$$

Figura 2: Representação vertical da adição.

Tal como se depreende através deste exemplo, a representação vertical não é sinónimo de algoritmo. O termo “algoritmo” apenas é referido pela primeira vez, nas Metas Curriculares, no 3.º ano. Embora esta representação faça “lembrar” um algoritmo, na verdade não se está a recorrer a ele, porque o cálculo realizado foi feito sempre com números e não com algarismos. Neste tipo de estratégia, os alunos não utilizam a vulgar expressão “e vai um” como acontece usualmente no algoritmo, pois trabalham sempre com números e não apenas com os algarismos que os representam. Quando os alunos chegam à fase da adição “50 + 12”, já são capazes de a resolver, uma vez que já terão explorado um descritor anterior proposto nas metas que é “adicionar mentalmente um número de dois algarismos” (neste caso 12) “com um número de dois algarismos terminado em 0” (neste caso, o 50).

Os descritores para o 2.º ano que destacam claramente o cálculo mental são:

- Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo;
- Adicionar ou subtrair mentalmente 10 e 100 de um número com três algarismos;
- Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000, privilegiando a representação vertical do cálculo (Metas Curriculares de Matemática, 2012, p.10).

No Programa de Matemática (2013), no domínio dos Números e Operações refere-se que é indispensável que os alunos alcancem fluidez de cálculo e habilidade na aplicação dos quatro algoritmos. No entanto, alerta que esta fluidez “não pode ser conseguida sem uma sólida proficiência no cálculo mental. Os professores são pois fortemente encorajados a trabalhar com os seus alunos essa capacidade, propondo as atividades que considerarem convenientes e apropriadas a esse efeito” (Programa de Matemática, 2013, p. 6).

Apenas no 3.º ano surge pela primeira vez nas Metas Curriculares (2013, p.10) a referência ao algoritmo para as operações de adição e subtração, “Algoritmos da adição e da subtração envolvendo números até um milhão”, não se acrescentando para as operações de adição e subtração mais estratégias de cálculo mental para além das que haviam sido referidas para os anos anteriores.

2.3. O Cálculo Mental nos Instrumentos de Avaliação Externa

A forte presença que o cálculo mental tem tido nos documentos de orientação curricular oficiais tem-se refletido nos instrumentos de avaliação externa utilizados no 1.º ciclo (Testes intermédios do 2.º ano e Provas de 4.º ano), traduzindo assim o reconhecimento da importância do cálculo mental no ensino e aprendizagem da matemática. Como é possível verificar pela análise dos critérios de avaliação dos itens que se referem especificamente ao cálculo mental, há uma grande valorização do conhecimento e aplicação de diferentes estratégias, sendo que nestes itens particulares a resolução através do algoritmo é sobrevalorizada.

Exames intermédios de 2.ºano

Convém referir que os exames intermédios realizados no 2.ºano de escolaridade têm como objetivo fazer “um diagnóstico precoce das dificuldades dos alunos, permitindo uma intervenção pedagógica e didática mais eficaz” (Relatório dos Testes Intermédios, 2012, p.11). Os itens que têm sido utilizados para avaliar o cálculo mental nos testes intermédios do 2.ºano serão apresentados, de seguida, desde o ano letivo 2010/2011.

Exames intermédios de 2.ºano – Ano 2011

6. Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$

Que valor obtiveste?

Resposta: _____

Explica como chegaste à resposta.

Figura 3: Item 6. do teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2011.

Fonte: GAVE

Item 6.	
Responde 52 e apresenta uma explicação adequada	5
Não responde, mas apresenta uma explicação adequada, em que usa a relação já conhecida	4
Responde 52, mas apresenta uma explicação em que não usa a relação já conhecida	3
Exemplo:	
$37 + 15 = 37 + 10 + 5 = 47 + 5 = 52$	
OU	
$\begin{array}{r} 37 \\ +15 \\ \hline 52 \end{array}$	
Responde 52, mas não apresenta uma explicação ou a explicação apresentada é incompreensível ...	2
Apresenta uma resposta diferente das mencionadas	1
Não apresenta qualquer resposta nem qualquer explicação	0

Figura 4: Critérios de avaliação do item 6, referente ao teste intermédio de matemática do 2ºano de escolaridade, do ano 2011.

O relatório referente aos testes intermédios (2011) aconselha que sejam expostas situações aos alunos que lhes possibilitem incrementar estratégias diversificadas de cálculo mental, uma vez que se observou que

no item 6. do Caderno 2, apenas 37% das respostas dos alunos evidenciaram o recurso a uma estratégia de cálculo mental, partindo da relação que era dada no enunciado, e somente em 29,6% das respostas os alunos poderão ter recorrido a uma outra estratégia de cálculo mental (p.18).

Exames intermédios de 2.ºano – Ano 2012

8. Calcula $50 - 19$.

Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Figura 5: Item 8. do teste intermédio de matemática do 2ºano de escolaridade, do ano 2012. Fonte: GAVE

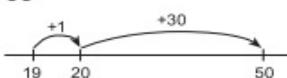
Item 8.	
Responde 31 e apresenta uma explicação adequada e completa	4
Exemplos:	
$50 - 10 = 40$	
$40 - 9 = 31$	
Resposta: 31	
OU	
$50 - 20 = 30$	
$30 + 1 = 31$	
Resposta: 31	
OU	
	
$50 - 19 = 31$	
Resposta: 31	
OU	
$50 - 19 = 51 - 20 = 31$	
Resposta: 31	
Não responde, mas apresenta uma explicação adequada e completa	3
Exemplo:	
<i>Se tirar 20, fico com 30; se tirar 19, fico com mais um.</i>	
Responde 31, mas não apresenta uma explicação ou a explicação apresentada é incompleta ou incompreensível	2
Apresenta uma resposta diferente das mencionadas	1
Não apresenta qualquer resposta nem qualquer explicação	0

Figura 6: Critérios de avaliação do item 8, referente ao teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2012.

O relatório sobre os testes intermédios de 2012 não apontou o item em questão como sendo o de melhor ou pior desempenho, por parte dos alunos. Ao contrário do relatório do ano 2011, no relatório referente ao ano 2012, não foi mencionado o cálculo mental, como proposta de intervenção didática mais necessária, uma vez que esta se direcionou para a área temática Geometria e Medida.

Exames intermédios de 2.ºano – Ano 2013

15. Calcula $377 - 99$.

Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Figura 7: Item 15. do teste intermédio de matemática do 2.ºano de escolaridade, do ano 2013.
 FONTE: GAVE

Item 15.

Apresenta uma explicação adequada e completa e responde corretamente, ou não escreve a resposta, mas esta está implícita na explicação	5
Exemplos:	
$377 - 100 = 277$	
$277 + 1 = 278$	
Resposta: 278.	
OU	
$377 - 99 = 378 - 100 = 278$	
Resposta: 278.	
OU	
$99 = 77 + 22$	
$377 - 77 = 300$	
$300 - 22 = 300 - 20 - 2 = 280 - 2 = 278$	
Resposta: 278.	
Apresenta uma explicação adequada e completa, mas não responde nem a resposta está implícita ...	4
Exemplo:	
<i>Subtraio 100 a 377 e depois adiciono 1.</i>	
Apresenta uma explicação adequada e completa, mas dá uma resposta incorreta	3
Responde corretamente, sem apresentar uma explicação adequada ou sem apresentar uma explicação	2
Apresenta uma resposta diferente das anteriores	1
Não apresenta qualquer resposta nem qualquer explicação	0

Figura 8: Critérios de avaliação do item 15, referente ao teste intermédio de matemática do 2ºano de escolaridade, do ano 2013.

Segundo o Relatório dos testes intermédios de 2013, o tema “Números e Operações” foi alvo de avaliação através de vários itens, de tipologias diferentes, no entanto, nestes, os alunos não conquistaram bons resultados.

No item 8. do Caderno 1, em 2012, os alunos tinham de realizar uma subtração, através do recurso a estratégias de cálculo mental e expondo uma explicação apropriada. No item 15. do Caderno 2, em 2013, foi pedido o mesmo aos alunos. Em 2012, 40,1% dos alunos responderam corretamente e expuseram uma explicação adequada e completa, enquanto em 2013, somente 27,1% das respostas foram consideradas corretas.

Estes resultados possibilitam concluir que, em 2012, 50,1% dos alunos não atingiram níveis de desempenho minimamente satisfatórios, mostrando dificuldades na aplicação e no registo escrito de estratégias de cálculo mental com números menores do que 100. Comparativamente ao ano 2012, no ano 2013, 54,5% dos alunos também não atingiram níveis de desempenho minimamente satisfatórios, dando força à ideia de que existem instabilidades na compreensão da operação de subtração.

Provas finais de 4.ºano

Os itens que têm sido utilizados para avaliar o cálculo mental nas provas do 4.ºano vão ser apresentados, de seguida, desde o ano letivo 2011/2012.

Prova de Aferição de Matemática – 1.ºciclo - 2012:

13. Sabendo que $360 \times 10 = 3600$, calcula mentalmente 360×11 .

Que valor obtiveste?

Resposta: _____

Explica como efetuaste o cálculo mental.

Figura 9: Item 13. da Prova de Aferição de Matemática do 1.ºciclo de 2012
Fonte: GAVE — Provas de Aferição de 2012

Item 13

- 22 Responde corretamente 3960, e apresenta uma explicação adequada, em que usa a relação já conhecida.
- 12 Não responde, mas apresenta uma explicação adequada, em que usa a relação já conhecida.
- 11 Responde corretamente, mas apresenta uma explicação em que não usa a relação já conhecida, embora explique recorrendo a uma estratégia de cálculo mental.
- 02 Responde corretamente, mas apresenta uma explicação em que recorre ao algoritmo da multiplicação.
- 01 Responde corretamente, mas não apresenta uma explicação, ou a explicação apresentada é incompreensível.
- 00 Apresenta uma resposta diferente das anteriores.

Exemplos de resposta ao item 13

Código 22

- ❖ **Resposta:** 3960
Se $360 \times 10 = 3600$, então 360×11 vai ser $3600 + 360 = 3960$.

Código 12

- ❖ 360×11 vai ser $3600 + 360$.

Código 02

- ❖ **Resposta:** 3960
$$\begin{array}{r} 360 \\ \times 11 \\ \hline 360 \\ +360 \\ \hline 3960 \end{array}$$

Figura 10: Critérios de avaliação do item 13, referente à prova de aferição de 2012.

Segundo o Relatório das Provas de Aferição de 2012, os resultados nacionais referentes ao item 13 mostram que:

- 0,8 % dos alunos teve o código X, isto é, não respondeu à pergunta;
- 26,3% dos alunos obteve o código 00, ou seja, responderam incorretamente à questão, ou seja, apresentaram uma resposta diferente das referidas nos códigos seguintes;
- 13,5% dos alunos recebeu o código 01, porque responderam corretamente, mas não apresentaram uma explicação, ou apresentaram uma explicação incompreensível;

- 36,9% dos alunos obteve o código 02, isto é, responderam corretamente, mas apresentaram uma explicação em que recorreram ao algoritmo da multiplicação;
- 5,0% dos alunos teve o código 11, isto é, responderam corretamente, mas apresentaram uma explicação em que não usaram a relação já conhecida, embora explicassem recorrendo a uma estratégia de cálculo mental;
- 1,5% dos alunos teve o código 12, ou seja, não responderam, mas apresentaram uma explicação adequada, em que usaram a relação já conhecida;
- 16% dos alunos obtiveram o código 22, isto é, responderam corretamente à pergunta e apresentaram uma explicação adequada, em que usaram a relação já conhecida.

(Relatório Nacional das Provas de Aferição, 2012).

Segundo o Relatório Nacional das provas de aferição de 2012 o item 13 foi um dos itens “em que se registou um desempenho menos satisfatório com percentagens de respostas codificadas com código máximo de 16%. (...) O item 13 avaliava a comunicação matemática no âmbito do cálculo mental” (Relatório Nacional das provas de aferição, 2012, p. 10). O objetivo da questão era “aplicar e explicar estratégias de cálculo mental, usando uma relação dada” (Relatório Nacional das provas de aferição, 2012, p. 13).

Conforme podemos verificar nos resultados nacionais do item 13, atrás mencionados, cerca de 70% dos alunos responderam corretamente, no entanto 37% usou o algoritmo e não uma estratégia de cálculo mental, não indo de encontro à instrução do item, o que reflete que há uma grande percentagem de alunos que conseguiu resolver a operação recorrendo a um algoritmo, mas não a uma estratégia de cálculo mental (sendo que, para além de não cumprir a instrução do item, no contexto apresentado o cálculo mental era, sem dúvida, mais eficaz do que o recurso ao algoritmo).

Sendo assim, conclui-se que o item em questão, foi aquele em que os alunos “obtiveram desempenhos pouco satisfatórios” (Relatório Nacional das provas de aferição, 2012, p. 14), pois apenas 16% recorreram à estratégia de cálculo mental indicada (utilização de uma relação dada).

Estes resultados apontam para a necessidade de os alunos “desenvolverem destrezas no âmbito do cálculo mental e das relações numéricas” (Relatório Nacional das Provas de Aferição, 2012, p. 15).

Prova Final do 1.º ciclo do Ensino Básico 2013- 1.ª Fase:

18. Observa a estratégia utilizada para calcular 53×4 .

Sei que $53 \times 4 = 53 \times 2 \times 2$

$53 \times 2 = 106$

$106 \times 2 = 212$

Então, $53 \times 4 = 212$

Calcula 225×4 , utilizando a mesma estratégia.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Figura 11: Item 18. da Prova de Final de Matemática do 1.º ciclo de 2013 – 1.ª Fase
Fonte: GAVE — Provas 2013

18.	5 pontos
A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:	
Responde corretamente, ou a resposta está implícita, e apresenta uma explicação adequada, em que usa a estratégia dada	5 pontos
Exemplo:	
$\diamond 225 \times 4 = 225 \times 2 \times 2$ $225 \times 2 = 450$ $450 \times 2 = 900$ <i>Resposta: 900</i>	
Não responde, nem a resposta está implícita, mas apresenta uma explicação adequada, em que usa a estratégia dada	4 pontos
Responde corretamente, mas apresenta uma explicação em que não usa a estratégia dada, embora recorra a uma estratégia de cálculo mental	2 pontos
Exemplo:	
$\diamond 225 = 200 + 25$ $200 \times 4 = 800$ $25 \times 4 = 100$ $800 + 100 = 900$ <i>Resposta: 900</i>	
Responde corretamente, sem apresentar uma explicação adequada ou sem apresentar uma explicação	1 ponto
Apresenta uma resposta diferente das anteriores	0 pontos

Figura 12: Critérios de avaliação do item 18, referente à prova final de 1.º ciclo de 2013 – 1.ª Fase.

Prova Final do 1.º ciclo do Ensino Básico 2013- 2.ª Fase

17. Observa a estratégia utilizada para calcular 14×205 .

Sei que $14 = 10 + 4$

$$10 \times 205 = 2050$$

$$4 \times 205 = 820$$

$$2050 + 820 = 2870$$

Então, $14 \times 205 = 2870$

Calcula 13×121 , utilizando a mesma estratégia.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Figura 13: Item 17 da Prova de Final de Matemática do 1.º ciclo de 2013 – 2.ª Fase
Fonte: GAVE — Provas 2013

17.	5 pontos
A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:	
Apresenta uma explicação adequada, em que usa a estratégia dada, e responde corretamente, ou a resposta está implícita	5 pontos
Exemplos:	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ Sei que $13 = 10 + 3$ $10 \times 121 = 1210$ $3 \times 121 = 363$ $1210 + 363 = 1573$ Então, $13 \times 121 = 1573$ Resposta: 1573 	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ $121 = 100 + 20 + 1$ $100 \times 13 = 1300$ $20 \times 13 = 260$ $1 \times 13 = 13$ $1300 + 260 + 13 = 1573$ Resposta: 1573 	
Apresenta uma explicação adequada, em que usa a estratégia dada, mas não responde, nem a resposta está implícita	4 pontos
Apresenta uma explicação adequada, em que usa a estratégia dada, mas dá uma resposta incorreta	3 pontos
Apresenta uma explicação em que não usa a estratégia dada, embora recorra a uma estratégia de cálculo mental, e responde corretamente	2 pontos
Exemplo:	
<ul style="list-style-type: none"> ❖ $13 \times 121 = 13 \times 11 \times 11$ $13 \times 11 = 143$ $143 \times 11 = 1573$ Resposta: 1573 	
Responde corretamente, sem apresentar uma explicação adequada, ou sem apresentar uma explicação	1 ponto
Apresenta uma resposta diferente das anteriores	0 pontos

Figura 14: Critérios de avaliação do item 18, referente à prova final de 1.ºciclo de 2013 – 2.ª Fase.

No ano 2013, foram realizadas as provas finais de 1.ºCiclo do ensino Básico, pela primeira vez. O relatório nacional ainda não se encontra disponível, pelo que ainda não é possível retirar conclusões.

Capítulo III

Caracterização do Contexto Institucional e da Turma

3.1. Caraterização do centro escolar

O centro escolar de Penafiel é muito recente, pois a sua inauguração realizou-se no ano letivo decorrente 2013/2014, no dia 7 de setembro de 2013. Anteriormente, os alunos tinham aulas em várias escolas, com a construção deste Centro Escolar foram encerradas as escolas EB1 de Penafiel n.º 1, EB1 Fonte da Cruz, EB1 Penafiel n.º 3 (P3), JI Penafiel n.º 1 e JI Penafiel n.º 2.

O novo Centro Escolar de Penafiel, é composto por 30 salas, 24 salas de aula para o 1.º ciclo do ensino básico, com capacidade para 624 alunos e 6 salas de atividades para a educação pré-escolar com capacidade para 150 crianças.

O novo Centro Escolar de Penafiel tem também um pavilhão gimnodesportivo, uma biblioteca, uma sala para docentes, campo de jogos, polivalente, parque infantil, cozinha e refeitório com capacidade para servir cerca de 1200 refeições diárias.

As 24 salas de aulas do 1.º ciclo estão equipadas com quadros interativos, assim como computadores com ligação à Internet. O novo Centro Escolar contém, ainda, um parque de estacionamento coberto, para ser utilizado pelos funcionários e professores com 52 lugares. A biblioteca do Centro Escolar já se encontra integrada na Rede de Bibliotecas Escolares (RBE).

O centro escolar de Penafiel possui 562 alunos com idades compreendidas entre os 7 e os 11 anos, 22 professores titulares de turma e vários professores de apoio, educação especial e atividades de enriquecimento curricular e 9 assistentes operacionais.

O edifício contém um bloco único e independente com dois pisos.



Figura 15: Novo Centro Escolar de Penafiel inaugurado no ano letivo 2013/2014.

Existe muito espaço à sua volta, com relva, um campo de futebol e pátios cobertos e descobertos para as crianças poderem brincar e também para os professores de educação física utilizarem, caso o pretendam fazer.

Quanto às condições de segurança, este Centro Escolar é um local onde as crianças e restante comunidade educativa se podem sentir em segurança, uma vez que o recreio está afastado de zonas degradadas, o recreio está afastado de ruídos que dificultam a comunicação; o espaço de recreio tem



Figura 16: No centro Escolar de Penafiel existe um campo de futebol para as crianças.

condições adequadas de drenagem; o recreio permite a acessibilidade de todos; o espaço de recreio encontra-se afastado das zonas de circulação e estacionamento de veículos; tem vedação a toda a volta da escola; tem superfícies do parque de diversão apropriadas; o material e revestimentos são adequados para a circulação, evitando acidentes; possui arrecadação para o material; o telefone público tem os números de emergência assinalados e existe um portão de segurança.

Em caso de incêndio, as escadas de acesso aos andares estão separadas com paredes dos restantes espaços, a cozinha está separada da sala de refeições, dispõem de meios de deteção e extintores em todos os espaços. Os corredores e as escadas têm janelas de abertura fácil para evacuar o fumo e os materiais das paredes e do teto não são de material facilmente inflamável. As instalações de gás e equipamentos elétricos situam-se em locais apropriados. As saídas de emergência são suficientes e devidamente assinaladas. Os caminhos de evacuação (escadas e corredores) são curtos, planos, não escorregadios e livres de obstáculos.



Figura 17: Um dos corredores com salas de aula dos dois lados.

Quanto às condições dos espaços internos, todas as salas de aula têm armários fechados, recipientes para o lixo, mesas e cadeiras, material didático, expositores e quadros, janelas que permitem o contato visual para o exterior, proteção solar, através de

persianas. As paredes têm um bom isolamento térmico, ventilação natural e aquecimento conforme as condições climáticas.

Os espaços de circulação interna consistem em corredores com salas dos dois lados. Quanto às carteiras são para dois alunos.

Relativamente à sala de refeições, esta localiza-se próxima da cozinha, com proteção solar, permite a fixação de expositores e o pavimento é lavável e antiderrapante. É possível o contacto visual através do refeitório até ao exterior através de vidros de grande dimensão e portas. As dimensões da sala de refeições estabelecidas estão de acordo com o



número de alunos, as paredes e teto são de cores claras e a ventilação é natural. **Figura 18: A cozinha situa-se perto do refeitório.**

Existe um grande ginásio com balneários, salas para atividades extracurriculares e para o serviço de prolongamento de horário (serviço de apoio familiar e à comunidade), uma biblioteca com computadores disponíveis para os alunos e uma sala de projeção. Existe uma sala dos professores, instalações sanitárias para crianças, professores e funcionários, uma sala para primeiros socorros, um gabinete de atendimento e uma sala para a Direção.



Figura 20: Biblioteca, um espaço grande e confortável com computadores e muitos livros.



Figura 19: Entrada da biblioteca escolar.

A entrada central da escola está muito bem decorada, tendo em conta os destinatários principais a quem o espaço se dedica: as crianças. Trata-se de uma área aberta, arejada, com sofás, carteiras que se utilizavam nas escolas antigamente, cartazes

expostos com mensagens interessantes para qualquer leitor: crianças, professores, auxiliares e restante comunidade educativa que lá entre e tenha curiosidade em ler.



Figura 21: Entrada principal da escola.



Figura 22: As carteiras que se usavam antigamente estão à vista, numa das áreas da entrada.



Figura 23, 24 e 25: Alguns dos cartazes expostos na parede da entrada interior da escola. As suas mensagens são apelativas e chamativas.

3.2. Caracterização global da Turma

A turma do 2.º ano de escolaridade na qual realizamos a nossa prática pedagógica III é constituída por vinte e seis alunos, dos quais treze são do sexo feminino e treze do sexo masculino. As suas idades variam entre os seis e os sete anos.

Convém mencionar que a maioria dos alunos já integrava a turma desde o 1.º ano, com a professora titular da turma, existindo apenas quatro alunos novos que apenas conheceram a professora e a turma no 2.º ano.

Trata-se de uma turma heterogénea, pois existem níveis de aprendizagem visivelmente diferentes. Existem alunos que são empenhados e interessados, apresentam

uma boa socialização/ interação com os colegas, espírito crítico e iniciativa em todas as atividades propostas, participando de modo organizado e adequado.

Por outro lado, existem alunos que apresentam dificuldades de atenção e concentração, o que se reflete na aprendizagem. Outros necessitam de desenvolver hábitos de estudo, pois é evidente que não possuem. Existem alguns casos que apresentam problemas ao nível do comportamento, das atitudes e dos valores, refletindo na interação em grupo e, por vezes, dentro da sala de aula.

Os Encarregados de Educação são muito interessados no que respeita à educação e acompanhamento dos seus educandos, bem como também são muito participativos nas atividades propostas pelos projetos de escola ou de turma.

Na turma existem três alunos que usufruem do Plano de Acompanhamento Pedagógico Individual (PAPI), que apesar de possuírem capacidades que lhes permitem sucesso educativo, necessitam de um acompanhamento. Esse acompanhamento acontece semanalmente, à sexta-feira, durante todo o dia.

Quanto ao ambiente familiar dos alunos, podemos referir que, ao nível académico, cerca de 50% dos pais dos elementos da turma frequentaram o Ensino Superior e completaram o Ensino Secundário. Esta situação tem reflexo na estrutura profissional dos Encarregados de Educação, onde predominam os professores (as), engenheiro, enfermeira, solicitadora, advogada e bancário. Relativamente aos outros pais, encontram-se profissões variadas como assistente técnico, esteticista, técnico de montagem elétricas, assistente médica veterinária, empresária comercial, empresários (as), operário da construção civil, guia turístico, carpinteiro, restauração e assistente administrativa, entre outros.

No que respeita ao núcleo familiar dos alunos, verificamos que em média os alunos pertencem a uma família estrutura, vivendo com o pai, a mãe e irmãos, existindo alguns alunos que são filhos únicos e/ou que pertencem a famílias monoparentais.

De um modo geral, todos os Encarregados de Educação demonstram atenção pelos seus educandos, demonstrando que se interessam pelo que se passa na escola com os seus filhos e, por isso, tentam acompanhá-los nas suas aprendizagens.

Poderá consultar-se em anexo (Anexo 1) um conjunto de gráficos, que caracterizam os alunos desta turma e o seu meio familiar de modo mais pormenorizado. Esta caracterização teve a colaboração dos Encarregados de Educação, com base num questionário da responsabilidade da unidade orgânica, realizado no início do ano letivo, de onde nos foi possível recolher os dados.

Capítulo IV

Descrição e Avaliação do Plano de Ação

4.1. Opções Metodológicas

Os aspetos básicos que influenciam a escolha de uma metodologia de investigação são a natureza do problema em estudo e também as questões de investigação (Matos e Carreira, 1994, citado por Gonçalves, 2008). Este estudo foi efetuado com o objetivo de compreender de que modo os alunos do 2.º ano desenvolvem e utilizam as estratégias de cálculo mental de adição, antes mesmo de aprenderem o algoritmo (ênfase nos algarismos). Mais especificamente, pretendo dar resposta às seguintes questões:

- a) Quais as estratégias de cálculo mental mais utilizadas pelos alunos?
- b) De que forma os alunos se apropriam de novas estratégias de cálculo mental?

Tendo em conta o objetivo deste estudo, segui uma metodologia de natureza qualitativa que privilegia, essencialmente, a compreensão dos problemas a partir da perspetiva dos sujeitos da investigação. Neste contexto, Bogdan e Biklen (1994, citado por Benites, 2011) consideram que esta metodologia permite descrever um estudo em profundidade através da compreensão de significados e das circunstâncias subjetivas dos indivíduos pois, nestes estudos, existe sempre um esforço em deter e apreender, com pormenor, as perspetivas e os pontos de vista dos sujeitos sobre determinado assunto.

No decorrer da investigação desempenhei, em simultâneo, o papel de professora-estagiária e de investigadora. Como professora elaborei uma proposta pedagógica com várias tarefas relacionadas com o cálculo mental, no sentido do desenvolvimento do sentido de número e preparei e lecionei as aulas em que foram apresentadas essas tarefas. Como investigadora, o meu principal objetivo era compreender, inicialmente, como os alunos resolviam as operações de adição, depois como se apropriavam das estratégias de cálculo mental transmitidas e ensinadas. Procurei conciliar estas duas funções, interessando-me ativamente pelo processo, pelo que, este estudo se enquadra na designação que Ponte (2002) atribui de investigação sobre a própria prática. Segundo o ponto de vista deste autor, a investigação sobre a própria prática emerge da necessidade do

docente perceber quais os problemas da sua prática profissional, no sentido de alcançar uma resposta. Desta forma, de acordo com Ponte (citado por Gonçalves, 2008),

a investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental, de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma actividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem activamente (p. 38).

Sendo assim, utilizei uma metodologia qualitativa do tipo investigação-ação na medida em que esta “alimenta uma relação simbiótica com a educação, que é a que mais se aproxima do meio educativo sendo mesmo apresentada como a metodologia do professor como investigador” (Latorre, citado por Coutinho, Sousa, Dias, Bessa, Ferreira & Vieira, 2009, p. 358).

A opção pela investigação-ação justifica-se assim, porque não pretendia limitar-me apenas ao campo teórico, mas também descrever uma realidade e intervir sobre ela, envolvendo todos os intervenientes no processo. No final, pretendia efetuar uma autoavaliação, no sentido de verificar a produção de novos conhecimentos.

4.1.1. Os Principais Intervenientes

O presente estudo foi realizado numa escola pública, localizada em Penafiel. A turma seleccionada foi o 2.º ano de escolaridade, onde realizei a minha prática pedagógica, durante o primeiro período do presente ano letivo 2013/2014. A turma é constituída por 26 alunos: treze meninas e treze meninos com níveis de aprendizagem diversificados, ao nível da área da matemática.

4.1.2. Instrumentos e Técnicas de Recolha de Dados

De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 149, citado por Gonçalves, 2008, p.40 e 41) “o termo *dados* refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise”. Os dados foram recolhidos através de documentos como literatura, exames e testes. A análise documental foi utilizada, porque constitui uma relevante fonte de dados e também porque segundo Ludke e André (citado por Benites, 2011)

(...) a análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspetos novos de um tema ou problema (p.58)

Além da pesquisa de natureza teórica, sentiu-se necessidade de obter informação junto dos intervenientes através da observação direta dos procedimentos dos alunos e de fichas de tarefas realizadas por eles. De acordo com Minayo (citado por Benites, 2011)

O trabalho de campo permite a aproximação do pesquisador da realidade sobre a qual formulou uma pergunta, mas também esclarecer uma interação com os atores que conformam a realidade e, assim, constrói um conhecimento empírico importantíssimo para quem faz pesquisa social (p.58).

4.1.3. Planificação global

Apresenta-se, de seguida, a planificação global referente ao plano de ação que a estagiária se propôs a incrementar no âmbito do seu projeto, na turma do 2.º ano de escolaridade.

Data	Atividades	Intervenientes*
21 de novembro de 2014	- Ficha de diagnóstico dos conhecimentos dos alunos; - Jogo do cálculo mental da adição; - Ficha de trabalho sobre estratégias de Cálculo Mental.	Professora estagiária; alunos
28 de novembro de 2014	- Jogo do Bingo; - Aprendizagem de novas estratégias de cálculo mental; - Ficha de trabalho sobre estratégias de Cálculo Mental.	Professora estagiária; alunos
5 de dezembro de 2014	- Ficha de trabalho com quatro problemas matemáticos segundo várias estratégias. - Ficha de diagnóstico (igual à da primeira sessão) sobre os conhecimentos dos alunos;	Professora estagiária; alunos

*A professora cooperante esteve sempre presente a apoiar no que fosse necessário.

4.1.4. Recursos

Durante a realização deste projeto, foram utilizados vários recursos, sendo eles de caráter material e humano. Para além dos intervenientes, que constituem os recursos humanos foram utilizados essencialmente materiais que se utilizam nas aulas de

matemática, como materiais de escrita, o caderno, os manuais para consultar, o quadro, as fichas de trabalho e os materiais específicos para os jogos.

Na realidade, os recursos e os materiais são selecionados de acordo com as necessidades dos alunos e dos objetivos de cada atividade. Além disso, são muito importantes, porque contribuem para a motivação dos alunos e, naturalmente, para a concretização dos objetivos propostos. São descritos e apresentados nas grelhas de planificação de cada aula (Anexo 2).

Para avaliação do projeto e, particularmente, para o desempenho dos alunos, foram recolhidas, antes de entregar aos alunos, as fichas de trabalho para analisar o trabalho desenvolvido nas aulas.

4.1.5. Avaliação

Pretendeu-se avaliar os conhecimentos adquiridos pelos alunos, bem como o seu percurso educacional, tal como a participação e empenho nas aulas, durante a realização das propostas da professora estagiária (Anexo 4). Todo o processo de avaliação constitui um proveito para o melhoramento das práticas pedagógicas, uma vez que é através dessa avaliação que é possível criar momentos de reflexão, de forma a poder captar se está a haver desenvolvimento e onde se encontram as dificuldades.

Os métodos de avaliação implementados foram a observação direta, grelhas de avaliação da participação e empenho nas aulas (Anexo 3). No entanto, é importante salientar que todo o trabalho desenvolvido pelos alunos durante este projeto constituiu um objeto de avaliação ainda mais relevante, pois através dele, a professora estagiária pôde retirar muitas conclusões importantes acerca do cálculo mental (Anexos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12).

4.1.6. Cronograma

De seguida, será apresentado o cronograma com as atividades desenvolvidas durante o desenvolvimento do presente estudo.

Mês de novembro:

Observação					
Data	4	5	6	7	8
Levantamento da Problemática					
Data	11	12	13	14	15
Início da Prática Pedagógica com implementação das atividades					
Data	18	19	20	21	22
Data	25	26	27	28	29

Mês de dezembro:

Finalização do Projeto/Análise de Dados					
Data	2	3	4	5	6

Meses de janeiro/fevereiro/março:

Análise de Dados/ Realização do Relatório Final

4.2. Implementação do Plano de Ação

4.2.1. Atividades desenvolvidas e avaliação da 1.^a sessão:

Na primeira aula dedicada ao cálculo mental, foi proposto aos alunos a realização de uma ficha com operações de adição, com o objetivo de fazer um diagnóstico geral sobre quais as estratégias que os alunos conheciam e utilizavam nos seus cálculos. A ficha era constituída por quatro operações de adição, em que em cada uma, os alunos tinham de incrementar duas estratégias de cálculo diferentes à sua escolha. Nesta primeira ficha, responderam vinte e cinco alunos, pois um dos alunos faltou nesse dia, por isso o total de respostas de cada questão é de 50 respostas, tendo em atenção que cada aluno tinha de elaborar duas resoluções diferentes. A tabela seguinte mostra as estratégias utilizadas pelos alunos em cada adição da ficha n.º1. Convém mencionar que alguns alunos não fizeram as duas estratégias como era pedido, mas apenas uma, deixando um espaço em branco, ou

então o que realizaram foi incompreensível, não podendo ser considerado estratégia, por isso estão contabilizados na última coluna designada “Nenhuma estratégia”

Estratégias / Formas de resolução utilizadas	Decompor ambas as parcelas	Representação o horizontal (ênfase em algarismos)	Representação o vertical (ênfase em algarismos)	Nenhuma estratégia	Respostas corretas
128 + 451	22	23	2	3	35
25 + 34	15	24	6	5	44
63 + 99	13	20	5	12	4
Sabendo que $35+15=50$, calcula mentalmente $37+15$	5	20	6	19	26*

*nenhum dos alunos respondeu, usando a relação dada.

Conforme se pode comprovar pela tabela, os alunos apenas utilizaram três formas de resolução diferentes: decompor ambas as parcelas, a representação horizontal (com ênfase em algarismos) e a representação vertical (com ênfase em algarismos), sendo que apenas a primeira forma pode ser encarada claramente como a aplicação de uma estratégia de cálculo mental, pois as outras duas representações parecem remeter apenas para o trabalho com algarismos. Convém mencionar que não foi feito nenhum exemplo no quadro de como poderiam realizar a ficha. Cada aluno, respondeu como quis, ou melhor, como sabia.

A única estratégia de cálculo mental garantidamente utilizada, isto é, a decomposição de ambas as parcelas da adição, foi também a única que até à data tinha sido trabalhada na sala de aula pela professora titular da turma. Apesar do algoritmo não constar nos programas do 2.º ano de escolaridade, na verdade o trabalho da professora titular nas aulas, parece ter motivado a apropriação do mesmo por parte dos alunos.

Através da tabela anterior pode-se concluir que a estratégia mais utilizada por praticamente todos os alunos foi a representação horizontal na qual se destacam iconicamente os algarismos, não sendo assim claro pelos registos dos alunos garantir se estes terão ou não considerado o número ou apenas os algarismos que os formam. A segunda estratégia mais adoptada, pelo menos nas três primeiras questões foi a

decomposição de ambas as parcelas, através da adição ou da multiplicação, ao passo que a representação vertical foi pouco escolhida.

Curiosamente, à última questão, foram mais os alunos a utilizarem a estratégia da representação vertical (6) do que a da decomposição de ambas as parcelas (5). Esta questão foi também a menos respondida, isto é, a que teve mais respostas em branco (19), mas convém salientar que das 31 resoluções dos alunos, 26 estavam totalmente corretas, o que corresponde a um grande número de respostas certas. Trata-se de uma curiosidade interessante: a questão à qual os alunos sentiram mais dificuldades foi a terceira “ $63 + 99$ ”, conforme se pode comprovar pelo número de respostas totalmente corretas (4), no entanto, a última questão cuja resposta também envolvia “transporte”, tal como a anterior (e que os alunos ainda não tinham aprendido), obteve 26 respostas corretas. Como conseguiram, quase todos os alunos, chegar ao resultado? Poderá deduzir-se que tenham “mentalmente” realizado a operação, segundo a relação dada, no entanto não a conseguindo transpor para o papel, decidiram utilizar as estratégias que sabiam? No Anexo 5 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos¹.

Após a conclusão das fichas, a professora estagiária recolheu-as e realizou um jogo com os alunos cuja finalidade era trabalhar um dos descritores propostos nas Metas Curriculares para o 2.º ano “Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo”. A turma foi dividida em dois grupos e cada elemento do grupo tinha de questionar um elemento do outro grupo, à sua escolha. As questões eram simples e estavam impressas em pequenas tiras de papel, ou seja, eram operações de adição de dois números de um algarismo: $2 + 3$; $4 + 6$; $9 + 8$; etc. A professora estagiária pretendia que a turma se interessasse por saber estes simples mas importantes factos numéricos, uma vez que, como referiu aos alunos, “saber de memória estas pequenas continhas, irá ser muito útil para o vosso futuro, quer na escola, quer no dia-a-dia”.

De seguida, apresentou-se aos alunos uma nova forma de representação da estratégia que estes já conheciam (decomposição de ambas as parcelas), mas na forma vertical e de modo que garanta que os alunos não estarão apenas a considerar algarismos. Note-se que nas Metas Curriculares (2012, p. 9) refere que no 2.º ano os alunos devem “Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000, privilegiando a

¹ NOTA: De modo a garantir o anonimato e confidencialidade dos intervenientes, os nomes dos alunos que constam neste trabalho são fictícios.

representação vertical do cálculo”. Sendo assim, a professora estagiária iniciou a explicação através de exemplos no quadro.

$$\begin{array}{r} \text{Ex: } 252 + 325 = \\ 200 + 50 + 2 \\ \underline{300 + 20 + 5} \\ 500 + 70 + 7 = 577 \end{array}$$

De seguida, foi apresentada uma nova estratégia que os alunos aprenderam: decompor apenas uma das parcelas. Inicialmente, a professora estagiária fez alguns exemplos no quadro, depois os próprios alunos realizaram os cálculos.

$$\text{Ex.1: } 50 + 25 = 50 + 20 + 5 = 70 + 5 = 75$$

$$\text{Ex.2: } 42 + 35 = 42 + 30 + 5 = 72 + 5 = 77$$

Depois dos alunos resolverem vários exemplos que envolviam estas ideias, procederam à realização de uma ficha de consolidação. A primeira questão da ficha consistia em calcular três operações da adição, aplicando em cada uma delas, a decomposição de ambas as parcelas com a utilização da representação horizontal e da representação vertical (que tinha sido introduzida nesta aula).

A segunda questão era composta por três adições e era pedido para que os alunos utilizassem como estratégia a decomposição de apenas uma das parcelas.

A terceira questão, constituída apenas por duas adições, pedia aos alunos para utilizarem as duas estratégias.

Resultados verificados na ficha - questão 1:

N.º de alunos na sala: 25 (um aluno faltou nesse dia)

Operação	N.º de Respostas corretas		N.º de Respostas erradas	
	Processo adequado	Processo desadequado	Processo adequado	Processo desadequado
265 + 324	44	-	6	-
656 + 213	43	1	6	-
378 + 321	44	1	5	-

Através desta tabela, pode-se concluir que a aplicação das duas estratégias de cálculo mental em cada uma das operações pedidas foi um sucesso, pois a avaliar pelo número de respostas corretas, em geral os resultados foram muito positivos. Os alunos já conheciam a decomposição de ambas as parcelas na representação horizontal, por isso o resultado não foi tão surpreendente como foi o da representação vertical. Apesar disso, ambas as estratégias eram de simples execução, pois não constituíam grandes diferenças ao nível da sua realização. Das 50 resoluções esperadas pelos 25 alunos, verificaram-se 44 respostas corretas nas primeiras duas operações, e 45 na última operação de adição. O número de respostas erradas em cada adição não ultrapassou as seis, no entanto todas foram realizadas pelo processo adequado, o que também constitui um aspeto positivo.

No Anexo 6 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos.

Resultados verificados na ficha - questão 2:

Operação	N.º de Respostas corretas		N.º de Respostas erradas	
	Processo adequado	Processo desadequado	Processo adequado	Processo desadequado
$46 + 13$	21	3	-	1
$260 + 335$	17	7	-	1
$650 + 125$	17	7	-	1

Através desta tabela, pode-se concluir que a primeira operação foi a que registou um maior número de respostas corretas pelo processo adequado, isto é, segundo a estratégia pedida (21) em comparação com as outras duas operações (17).

Embora as duas últimas operações de adição sejam um pouco mais complexas, porque já envolvem centenas, os resultados foram muito positivos, pois todas as operações registaram 24 respostas corretas e apenas 1 errada.

No Anexo 7 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos.

Resultados verificados na ficha - questão 3:

Operação	N.º de Respostas corretas		N.º de Respostas erradas	
	Processo adequado	Processo desadequado	Processo adequado	Processo desadequado
226 + 422	29	20	1	-
460 + 221	29	19	1	1

Através desta tabela, pode-se concluir que a última questão da ficha foi bem elaborada por parte dos alunos, uma vez que quase todos os alunos, isto é, 24 alunos responderam corretamente, uma vez que houve apenas 1 resposta errada na primeira operação e duas na segunda operação. Na primeira operação, 29 resoluções foram realizadas segundo a estratégia pedida, sendo registadas como respostas corretas segundo um processo adequado. Por outro lado, 20 resoluções foram elaboradas pelos alunos de acordo com estratégias diferentes da que era pedida, por isso, apesar de estarem corretas, os processos utilizados foram desadequados.

Na segunda operação, os dados não variaram muito, 29 resoluções foram realizadas segundo a estratégia pedida, sendo registadas como respostas corretas segundo um processo adequado. Por outro lado, 19 resoluções foram elaboradas pelos alunos de acordo com estratégias diferentes da pedida, por isso, apesar de estarem corretas, os processos utilizados foram desadequados.

Através dos dados da tabela, pode-se concluir que os resultados são satisfatórios, uma vez que apenas um aluno em cada operação respondeu incorretamente à operação de adição (na segunda operação, a mesma aluna respondeu de forma errada nas duas estratégias pedidas).

Depois de refletir, a professora estagiária considerou que poderia ter especificado melhor no enunciado quais eram as estratégias que os alunos tinham de utilizar. Embora o tivesse dito oralmente na aula, na ficha apenas dizia “Calcula, utilizando as duas estratégias que aprendeste”, não mencionando “estratégia da decomposição de apenas uma das parcelas e da decomposição de ambas as parcelas na representação vertical”, que eram as duas únicas estratégias ensinadas nesse dia aos alunos.

No Anexo 8 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos.

4.2.2. Atividades desenvolvidas e avaliação da 2.^a sessão:

Na segunda aula dedicada ao cálculo mental, os alunos jogaram ao “Jogo do Bingo da adição”. A professora estagiária distribuiu um cartão por cada um dos alunos que continha doze números menores do que 1000. As adições do jogo pretendiam explorar um dos descritores propostos nas Metas Curriculares (2012, p. 9) que diz o seguinte “Adicionar ou subtrair mentalmente 10 e 100 de um número

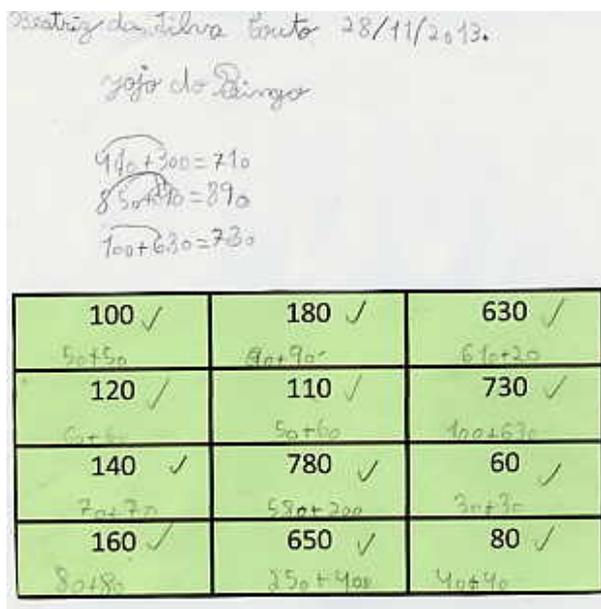


Figura 26: Jogo do Bingo da Joana.

com três algarismos”. Neste caso, as somas foram alargadas, contendo adições

de 10, 20, 30 (...) e 100, 200 (...) com números de três algarismos. O cartão distribuído a cada aluno continha os resultados destas operações. A professora retirou, aleatoriamente, uma tira de papel que continha uma adição. Uma vez lida em voz alta, a adição era registada no quadro, enquanto os alunos realizavam a operação numa folha branca, segundo a estratégia que quisessem. Foi verificado que algumas das operações foram realizadas mentalmente, sem recurso ao papel. A estratégia mais utilizada no papel foi o “algoritmo” na forma horizontal, talvez por ser “a mais rápida”. Quando verificassem que o resultado da operação, era um dos números do cartão, rodeavam-no. O vencedor seria o aluno que tivesse todos os seus números rodeados. Como o jogo foi totalmente planeado e pensado pela professora estagiária, aconteceu um imprevisto: existiram muitos primeiros, segundos e terceiros lugares. Foi uma atividade divertida e, ao mesmo tempo, “obrigou” os alunos a efetuarem cálculos, com a ânsia de poderem rodear mais um número, pois todos queriam ganhar. As operações tinham vários níveis de dificuldade, existiam algumas muito fáceis e outras mais difíceis, no entanto todos conseguiram realizar o jogo. Os alunos estavam muito motivados durante a realização do jogo, segundo Bock (1999, p.121), “ao sentir-se motivado o aluno tem vontade de fazer alguma coisa e se torna capaz de manter o esforço necessário durante o tempo, para atingir o objectivo proposto” e também afirma

que a preocupação do ensino tem sido a de criar condições para que o aluno esteja interessado em aprender.

Esta atividade serviu de introdução ao tema do cálculo mental. Por isso, em seguimento desta atividade, a professora estagiária explicou duas novas estratégias de cálculo mental diferente, tendo em conta aquilo que estava proposto no manual de matemática do 2.º ano. A primeira consistia em adicionar os números que dão “uma dezena certa”, porque depois torna-se mais fácil adicionar números “redondos”, isto é, números inteiros terminados em 0. A segunda estratégia baseava-se em subtrair um número numa parcela e compensar na outra de modo a poder obter-se uma parcela com 0 no algarismo das unidades. Inicialmente, a professora estagiária realizou vários exemplos no quadro, depois os alunos exercitam no caderno e no quadro.

A primeira estratégia foi a seguinte:

$$12 + \underline{6} + 23 + \underline{4} = 12 + \underline{10} + 23 = 22 + 23 = 45$$

└─→ 6 + 4 = 10

A segunda estratégia foi a seguinte:

$$\begin{array}{r} 35 + 12 = 37 + 10 = 47 \\ +2 \quad -2 \end{array}$$

Depois dos alunos exercitarem estas duas estratégias, procederam à realização de uma ficha de trabalho com o objetivo de consolidar os seus conhecimentos adquiridos nesse dia. A ficha de trabalho consistia em duas questões com várias operações de adição, nas quais eram dados exemplos para auxiliar os alunos na sua resolução. Os alunos demonstraram muitas dificuldades, não tanto devido às estratégias novas em si, mas aos números colocados na ficha que eram muito grandes (iam até às centenas) e à complexidade das operações de adição, que acabaram por confundir os alunos. Com números simples, eles perceberam as estratégias, no entanto, com números maiores, não foram capazes de as aplicar, sem ajuda.

Os alunos tiveram muitas dificuldades, por isso toda a ficha foi analisada e discutida com toda a turma sendo feitos os necessários registos no quadro. Sendo assim, não é possível analisar, com a devida imparcialidade, as resoluções individuais dos alunos, no entanto, no Anexo 9 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos.

4.2.3. Atividades desenvolvidas e avaliação da 3.^a sessão:

Na terceira sessão dedicada ao cálculo mental, os alunos realizaram uma ficha com quatro problemas, cujo objetivo era que os alunos os resolvessem utilizando estratégias de cálculo mental já conhecidas.

Inicialmente, os alunos realizaram estas tarefas sozinhos, sem ajuda. Depois, foram apresentar ao quadro as suas resoluções, no entanto como havia muitas estratégias diferentes, todas as possibilidades realizadas pelos alunos no seu lugar foram registadas no quadro e analisadas por toda a turma.

No Anexo 10 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos.

Através da elaboração destes quatro problemas, os alunos puderam verificar que é possível realizar operações, que surgem no nosso dia-a-dia, de muitas e variadas maneiras. Mesmo as operações que envolviam “transporte” e que, à partida, indicavam complexidade e dificuldade para os alunos, foram realizadas com facilidade, estando sempre presente o trabalho com números e não com algarismos. Os alunos demonstraram-se muito atentos e interessados, querendo ir ao quadro só para mostrar a sua estratégia diferente das outras. Esta experiência refletiu que, quando os alunos se sentem confiantes na prática de procedimentos, apresentam melhores desempenhos em tarefas de nível superior (como a resolução de problemas).

Para terminar a sessão, após aulas dedicadas ao cálculo mental, a professora estagiária voltou a distribuir a ficha de diagnóstico, realizada pelos alunos na primeira sessão, a fim de avaliar até que ponto os alunos já detinham uma “bagagem” mais diversificada, isto é, já eram capazes de realizar as operações de adição propostas utilizando algumas das estratégias de cálculo mental que aprenderam.

De seguida, serão apresentados os resultados em tabela:

N.º de alunos na sala: 24 (dois alunos faltaram nesse dia)

Estratégias utilizadas	128 + 451	25 + 34	63 + 99	Sabendo que 35+15=50, calcula mentalmente 37+15
Decompor ambas as parcelas (representação horizontal)	18	14	14	13
Decompor ambas as parcelas (representação vertical)	17	10	14	12
Decompor ambas as parcelas (representação em árvore)	7	8	9	8
Decompor ambas as parcelas através da multiplicação (representação horizontal)	4	10	4	2
Decompor apenas uma das parcelas	1	3	2	2
Retirar numa parcela e adicionar na outra o mesmo número	1	3	2	1
Algoritmo (representação vertical)	-	-	-	-
Utilizou a relação dada (no caso da 4.ª operação pedida)	-	-	-	3
Total	48	48	45*	41**

*Um dos alunos não fez uma das estratégias e outros dois alunos realizaram algo não identificável com nenhuma estratégia.

**Quatro alunos não responderam e três não utilizaram estratégias identificáveis.

Conforme se pode comprovar pela tabela, os alunos utilizaram sete formas de representação diferentes, ainda que algumas delas reflitam a mesma estratégia de cálculo:

Decompor ambas as parcelas (representação horizontal)
Decompor ambas as parcelas (representação vertical)
Decompor ambas as parcelas (representação em árvore)
Decompor ambas as parcelas através da multiplicação (representação horizontal)
Decompor apenas uma das parcelas
Retirar numa parcela e adicionar na outra o mesmo número
Utilizou a relação dada (no caso da 4.ª operação pedida)

Os resultados foram satisfatórios, uma vez que os alunos foram capazes de realizar as operações recorrendo a estratégias de cálculo mental e representações variadas. Nenhum aluno utilizou o algoritmo, apesar de serem alertados para não o fazerem, por não ser considerado uma estratégia de cálculo mental, o que aconteceu é que os alunos também não sentiram necessidade, pois já sabiam resolver de outras maneiras.

As estratégias mais utilizadas pelos alunos foram a decomposição de ambas as parcelas, na representação horizontal e vertical, seguidas da representação em árvore e da decomposição através da multiplicação. As estratégias menos utilizadas foram a decomposição de apenas uma das parcelas e a que consistia em retirar numa parcela e adicionar na outra o mesmo número. Positivamente, se verificou que três dos alunos, na quarta operação de adição, utilizou a relação dada.

Análise comparativa das duas fichas (iguais) realizadas pelos alunos, uma na primeira sessão e outra na última sessão:

Estratégias / Formas de resolução utilizadas	Ficha da primeira sessão (25 alunos presentes)			Ficha da última sessão (24 alunos presentes)		
	Resultado correto	Resultado errado	Resulta do em Branco	Resultado correto	Resultado errado	Resulta do em Branco
128 + 451	35	12	3	42	6	-
25 + 34	44	1	5	46	2	-
63 + 99	4	34	12	30	17	1
Sabendo que 35+15=50, calcula mentalmente 37+15	26	5	19	30	13	5

Através dos resultados da tabela pode-se observar uma evolução não só do número de respostas corretas e erradas como do número de tentativas de resposta. Todas as operações de adição obtiveram um aumento do número de respostas corretas e uma diminuição substancial do número de respostas erradas. As maiores evidências verificadas foram ao nível da terceira operação em que de 4 respostas corretas, inicialmente, passou para 30, em vez de 34 respostas erradas se verificaram 17, o que se torna um facto muito positivo considerando que nenhum dos alunos utilizou o algoritmo (que ainda não tinha

sido abordado nas aulas) e a operação envolvia transporte; e ao nível da última operação que na última sessão registou 5 respostas em branco em vez das 19 da primeira sessão, o que demonstra que um maior número de alunos tentou resolver a operação, no entanto muitas dessas tentativas, segundo várias estratégias, acabaram por se mostrar erradas, apesar de esforço e empenho dos alunos. Ainda nesta operação, ao longo das 43 resoluções dos alunos, 3 tiveram em conta a relação dada.

No anexo 11 poderá consultar-se com mais pormenor a análise descritiva e reflexiva que foi feita às produções dos alunos no início e fim da abordagem às estratégias de cálculo mental.

Após a análise das fichas realizadas na primeira sessão e das mesmas fichas realizadas na última sessão, verifica-se uma evolução positiva das estratégias utilizadas. Pode-se concluir que:

- os alunos diversificaram o modo como realizam as operações de adição, na primeira execução da ficha utilizaram apenas três formas diferentes, enquanto que na última realização, usaram sete formas de representação, incluindo diferentes estratégias;

- na primeira vez que os alunos realizaram a ficha, utilizaram principalmente a representação horizontal (com evidência de que haveria uma ênfase nos algarismos e não nos números), no entanto na segunda resolução da mesma ficha, nenhum dos alunos sentiu necessidade de a utilizar, perante um leque tão variado de representações e estratégias adquiridas em aulas anteriores.

- na segunda vez que realizaram a ficha, alguns alunos puderam optar por escolher qual a estratégia que queriam utilizar para determinada situação, uma vez que conheciam várias estratégias.

- verificou-se uma evolução nos registos dos alunos, uma maior facilidade em representar os seus raciocínios na forma escrita, uma das provas mais evidentes dessa evolução foram as respostas obtidas à última operação, na última resolução da ficha. Pelo menos três respostas foram realizadas tendo em conta a relação dada, tendo esses três alunos conseguido representar por escrito essa relação. Apenas 5 resoluções ficaram em branco, ao contrário do que se passou na primeira sessão, em que 19 estratégias ficaram por preencher, isto significa que nesta última sessão, 22 alunos conseguiram “passar para o papel” o seu raciocínio de duas maneiras diferentes.

Capítulo V

Reflexões Finais

A investigação que desenvolvi fez-me crescer enquanto futura profissional de educação. Na verdade, ter observado os alunos na realização das operações de adição e ter analisado as suas resoluções foi importante para perceber a forma como os alunos pensam, quais as estratégias de cálculo mental mais utilizadas e de que forma os alunos se apropriam de novas estratégias de cálculo mental.

O ensino no 1.º Ciclo motiva-me particularmente, por isso ter tido oportunidade de desenvolver uma investigação no 2.º ano de escolaridade no âmbito da matemática constituiu um desafio muito grande e incentivador. Confesso que traduzir a matemática para a escrita nem sempre foi fácil, mas percebi que foi através dessas conclusões escritas e da análise das resoluções dos alunos que foi possível perceber pormenores específicos da aprendizagem dos alunos, refletir e daí retirar informação que me permitiu adequar o processo de ensino com vista à melhoria das suas aprendizagens. Muitas dessas conclusões não teriam sido possíveis de observar, sem toda esta análise pormenorizada das suas produções.

Relativamente à proposta pedagógica penso que se mostrou apropriada aos objetivos definidos e parece ter colaborado para o desenvolvimento do sentido do número. Por outro lado, a escolha das tarefas para a proposta pedagógica deu-me a possibilidade de realizar uma melhor reflexão sobre aspetos considerados essenciais por alguns autores que investigam sobre este tema.

Uma das maiores dificuldades sentidas no decorrer desta investigação foi gestão do tempo, devido ao desempenho simultâneo dos papéis de estudante, professora estagiária investigadora e trabalhadora. Esta tentativa constante de conciliar tudo isso, fez com que ficasse sempre a sensação de que poderia sempre melhorar cada um dos aspetos que constituem este trabalho.

Outra dificuldade sentida foi a gestão do tempo na realização das primeiras tarefas, uma vez que planifiquei uma grande variedade de propostas que se mostraram muito mais demoradas do que o previsto. Percebi que, afinal, os alunos necessitavam de mais tempo do que aquele que eu estava a estipular.

Sendo assim, a gestão do tempo constituiu uma limitação ao estudo, assim como o facto de não ter conseguido colocar algumas operações de adição mais adequadas, sugeridas pela professora orientadora (envolvendo necessariamente a transformação de 10 unidades em dezenas utilizando estratégias de resolução que não o algoritmo com “transporte”), mais especificamente na elaboração da primeira ficha, devido ao facto de a professora titular da turma ter sugerido a sua alteração, justificando que os seus alunos ainda não sabiam realizar esse tipo de operações. O objetivo dessa ficha era apresentar aos alunos operações gradualmente mais exigentes, no sentido de avaliar as suas capacidades de resolução, no entanto a segunda operação “ $25 + 34$ “, deveria ter sido “ $25 + 37$ “, antecipando e preparando a operação seguinte “ $63 + 99$ “, ainda mais complexa. Neste momento em que a investigação terminou, reconheço a importância desta alteração para o relatório final e a sua influência nas conclusões realizadas às produções dos alunos. Com a experiência que vivenciei ao longo de todo este trabalho, concluo que se fosse hoje tentaria não efetuar essa alteração, usando argumentos mais convincentes, tendo a certeza que com eles, conseguiria manter as operações de adição orientadas pela professora orientadora.

Reconheço que aprendi muito com a investigação que realizei, sendo que tenho a certeza que se fosse executar outro estudo desta natureza, já não cometeria muitos erros nem teria tantas dúvidas, pois como diz o provérbio “do trabalho e da experiência aprendeu o Homem a ciência”.

Quando procedi à análise das reproduções dos alunos, tive uma melhor perceção sobre quais os alunos com maior ou menor dificuldade em calcular.

Considero que o desenvolvimento desta investigação se cobriu de aspetos propícios e enriquecedores para a minha prática pedagógica. Foi bastante interessante estabelecer a comparação entre a ficha realizada pela primeira vez, antes da abordagem ao cálculo mental, onde o tipo de respostas era muito parecida e apenas variava em três tipos; e na última sessão, onde existia uma diversidade de estratégias apresentadas pelos alunos.

Ao concluir este trabalho considero que seria importante que todas estas investigações fossem analisadas com alguma intenção por parte dos que se encontram no terreno (professores) pois são estes que têm o “poder” da mudança nas práticas e, consequentemente, na aprendizagem.

Aproveito também para referir que a opção de remeter para anexo algumas análises específicas das produções dos alunos, isto é, uma parte tão significativa do trabalho, teve a ver com questões relacionadas com o limite de páginas, e não por se considerar que esta informação não seja relevante. As resoluções dos alunos permitiram observar de que modo

se apropriaram de novas estratégias. Através dessa observação concluiu-se que essa apropriação não constituiu um processo complexo, pelo contrário, mostrou-se ser um modo viável e com vantagens, uma vez que através dessa aprendizagem, os alunos desenvolveram o seu sentido de número e a sua capacidade de resposta, mentalmente, até mesmo de operações que “supostamente” não estavam preparados para resolver. A aprendizagem de novas estratégias veio dotar os alunos de ferramentas úteis para a resolução de operações que podem ocorrer no dia-a-dia, permitindo que eles percebessem que existem várias formas de resolver operações de adição, isto é, que não existe um único método, basta pensar um bocadinho, isto é, basta tentar calcular mentalmente.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica. Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico*. Lisboa: ME-DEB.
- Araújo, F. (2008). O Cálculo mental e estimação. In E. Mamede (Ed.), *Matemática ao encontro das práticas 1.ºCiclo* (pp. 93 - 114). Braga: Universidade do Minho – Instituto de Estudos da Criança.
- Benites, M. C. P (2011). *Cálculo Mental nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativas*. Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente-SP: Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Mestrado em Educação.
- Bock, A. M. (1999). *Uma introdução ao estudo de Psicologia*: São Paulo: Saraiva.
- Bourdenet, G. (2007). *Le calcul mental. Activités mathématiques et scientifiques* (n.º 61, pp. 5–32.). Strasbourg: IREM
- Brocardo, J. & Serrazina, L. (2008). O sentido do número no currículo de Matemática. In J. Brocardo, L. Serrazina e I. Rocha (Eds.), *Sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (p. 97–115). Lisboa: Escolar Editora.
- Buys, K. (2001). *Mental arithmetic*. In M. Heuvel-Panhuizen (Ed), *Children learn mathematics* (p. 121-146). Utrecht: Freudenthal Institute (FI), Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO).
- Buys, K. (2008). Mental Arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School* (pp. 121-146) Netherlands: Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001).
- Cadeia, C. (2008). O Cálculo mental e estimação. In E. Mamede (Ed.), *Matemática ao encontro das práticas 1.ºCiclo* (pp. 93 - 114). Braga: Universidade do Minho – Instituto de Estudos da Criança.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J. & Vieira, S. (2009). *Investigação-Ação: Metodologia Preferencial nas Práticas Educativas*. Braga: Universidade do Minho.
- Gonçalves, A. C. J. (2008). *Desenvolvimento do sentido do número num contexto de resolução de problemas em alunos do 1.º ciclo do Ensino Básico*. Universidade de Lisboa: Faculdade de Ciências, Departamento de Educação.
- ME-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

- ME-DEB (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- ME-DEB (2012). *Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- ME-DEB (2013). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- ME-GAVE (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo de Ensino Básico – Caderno 2*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo Ensino Básico – Caderno 2*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2013). *Prova Final de Matemática do Ensino Básico: 4.º ano – Caderno 2*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico – Critérios de Codificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico – Critérios de Codificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2013). *Prova Final de Matemática do Ensino Básico: 4.º ano – Critérios de Classificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2011). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico – Relatório Nacional de 2011*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Prova de Aferição de Matemática do 1.º ciclo do Ensino Básico – Relatório Nacional de 2012*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014

- ME-GAVE (2011). *Teste Intermédio de Matemática – Caderno 2*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Teste Intermédio de Matemática – Caderno 1*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2013). *Teste Intermédio de Matemática – Caderno 2*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2011). *Teste Intermédio de Matemática – Critérios de Classificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Teste Intermédio de Matemática – Critérios de Classificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2013). *Teste Intermédio de Matemática – Critérios de Classificação*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2011). *Teste Intermédio de Matemática – Relatório 2011*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- ME-GAVE (2012). *Teste Intermédio de Matemática – Relatório 2012*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- ME-GAVE (2013). *Teste Intermédio de Matemática – Relatório 2013*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica. Disponível em <http://www.gave.min-edu.pt/np3/430.html> acedido em 25 de fevereiro de 2014
- Morais, C. M. S. (2011). *O CÁLCULO MENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UM ESTUDO NO 1.º ANO DE ESCOLARIDADE*. Dissertação de Mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa – Escola Superior de Educação de Lisboa, Portugal.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: Gabinete de Edição da APM.
- Ponte, J. P. (2002). *Investigar a nossa prática. Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-27). Grupo de Trabalho sobre Investigação. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Susa, H., Menezes, L., Martins, M. L. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.

Ribeiro, D., Valério, N. & Gomes, J. T., (2009). *Cálculo Mental – Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º e 2.º Ciclos*. Escola Superior de Educação de Lisboa.

Taton, R. (1969). *O cálculo mental* (Tradução M. A. Videira). Lisboa: Arcádia.

Vayer, P. & Trudelle, D. (1999). *Como aprende a Criança*. Lisboa: Instituto Piaget.

Anexos

ANEXO 1 – Apresentação de dados relativos à turma do 2.º ano de escolaridade

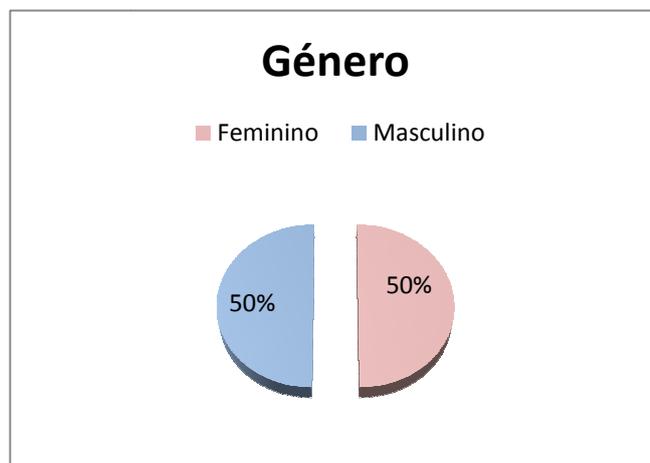


Gráfico 1 – Género dos alunos da turma do 2.º ano

Através deste gráfico 1, verificamos que a variável Género é equilibrada, ou seja, não predomina nenhum género, uma vez que o sexo feminino representa 50%, (13 meninas da turma) e os outros 50% referem-se ao sexo masculino (13 meninos existentes na turma), não existindo diferença entre géneros.

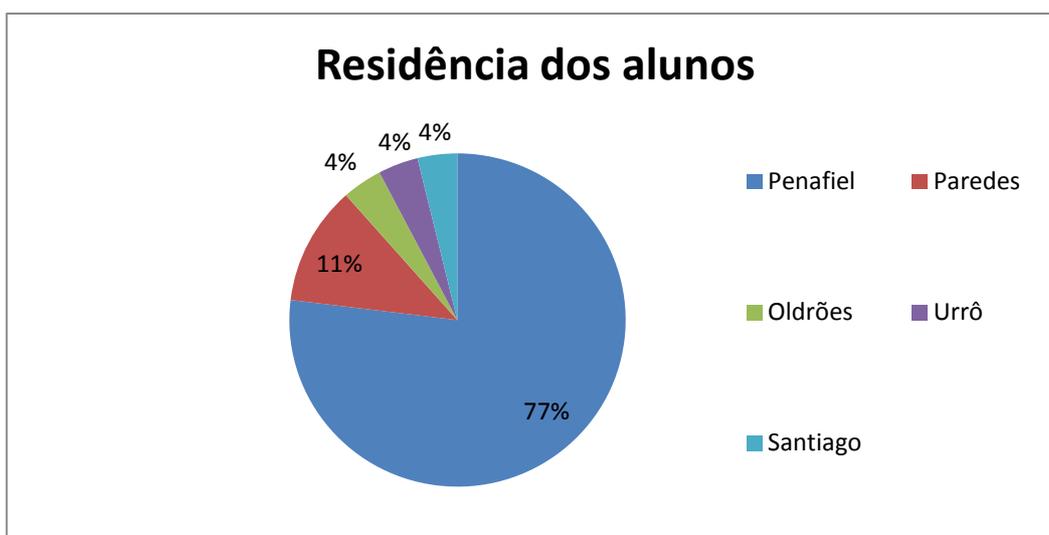


Gráfico 2 – Residência dos alunos, em percentagem

Face à observação do gráfico 2, podemos concluir que a maioria, correspondendo a 77% dos alunos, vive em Penafiel, 11% vive em Paredes, 4% em Oldrões, 4% em Santiago de Subarrifana e 4% em Urrô.

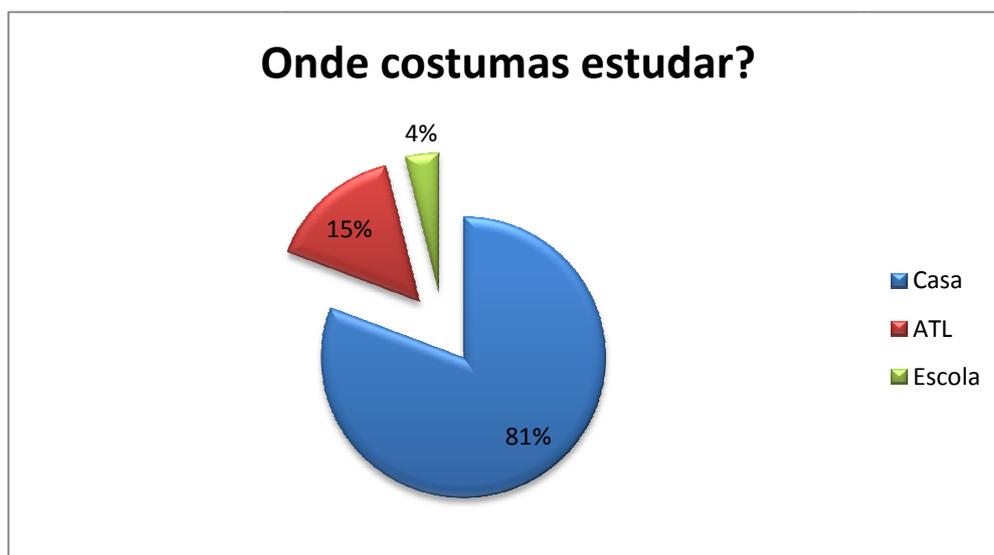


Gráfico 3 – Local onde os alunos costumam estudar, em percentagem.

Ao examinarmos o gráfico 3, averiguamos que a maioria dos alunos costuma estudar em casa, correspondendo a um total de 81%, enquanto alguns alunos, habitualmente, estudam no ATL, ou seja, 15%. Os restantes 4% dos alunos estudam na escola, durante o horário de prolongamento.

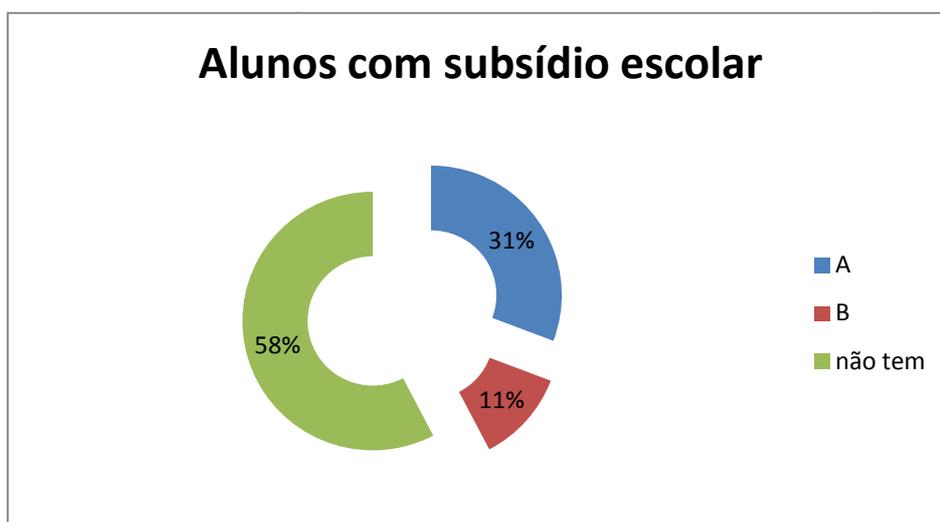


Gráfico 4 – Alunos com subsídio escolar.

Ao analisarmos o gráfico 4, verificamos que 58% dos alunos não beneficiam do subsídio escolar, enquanto 31% possui escalão A e 11% tem escalão B.

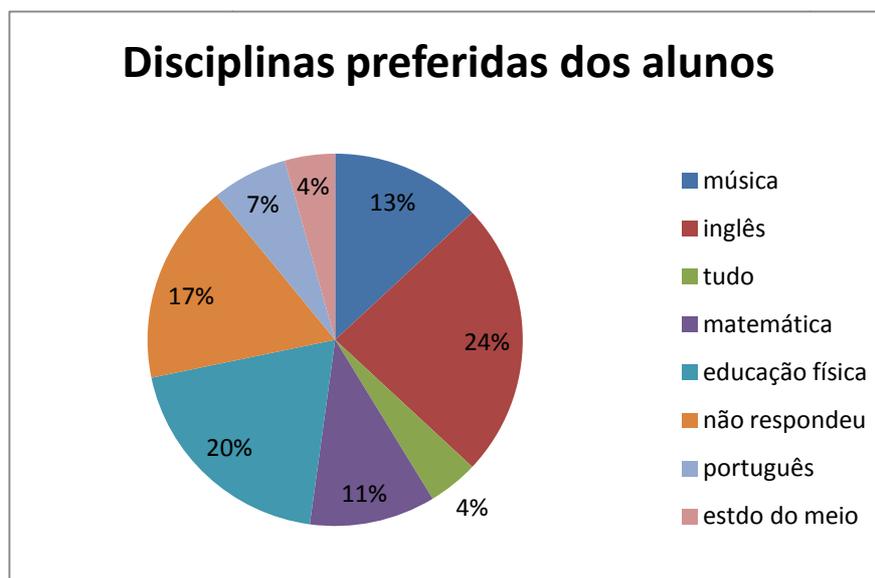


Gráfico 5 – Disciplinas preferidas dos alunos.

Quanto às disciplinas preferidas dos alunos, poderemos verificar que 24% prefere o inglês, 20% educação física, 17% não respondeu, 13% música, 11% matemática, 7% português, 4% estudo do meio e os restantes 4% referiu que gosta de tudo.

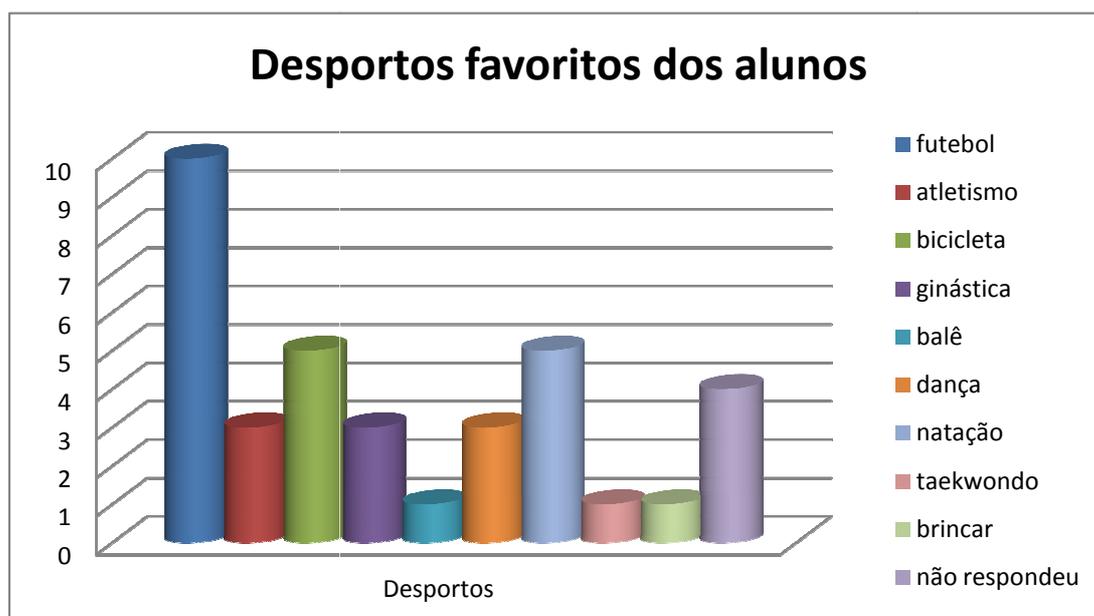


Gráfico 6 – Desportos favoritos dos alunos.

Relativamente ao gráfico 6, podemos observar que o desporto favorito dos alunos da turma em questão é o futebol, seguindo-se a modalidade da bicicleta e a natação, depois o atletismo, ginástica e dança, e por último o balê e o taekwondo.



Gráfico 7 – Expetativas em relação ao futuro profissional.

Através da leitura do gráfico 7, podemos concluir que, apesar dos alunos ainda não terem muito a noção do que querem ser no futuro, os que responderam mostraram preferência por profissões como médico, polícia, veterinário, futebolista, bailarina, bancário, investigador, professor (a), construtor e instrutor.

✚ Caraterização geral das famílias

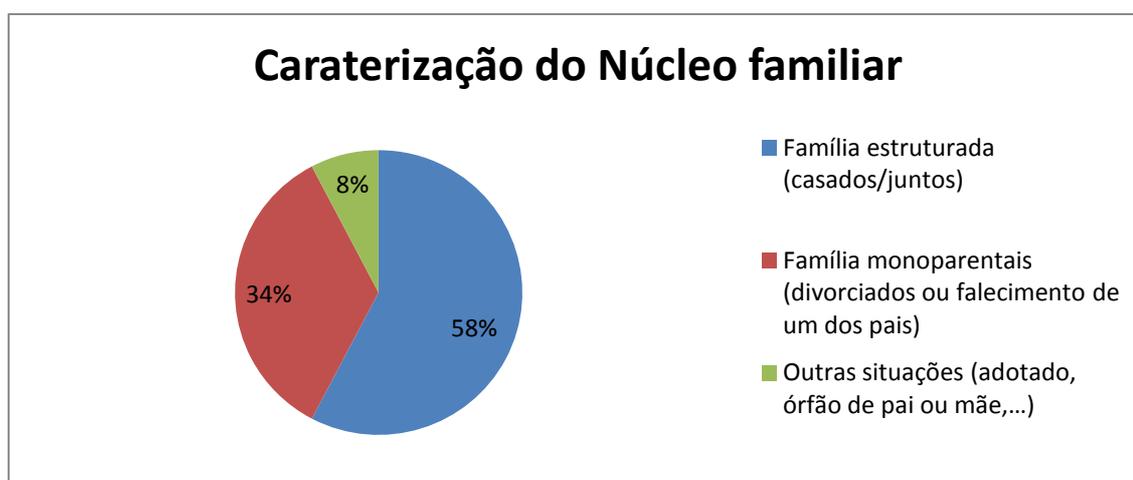


Gráfico 8 – Caraterização do núcleo familiar.

Ao analisarmos o gráfico 8, podemos averiguar que 61% dos alunos do 2.ºano, pertencem a uma família estruturada, ou seja, vivem com os pais que se encontram casados ou juntos. Contudo, 24% dos alunos pertencem a famílias monoparentais, isto é, os pais encontram-se divorciados ou um deles já faleceu. Os restantes 15% fazem parte de outras situações (adotado, órfão de pai ou mãe).

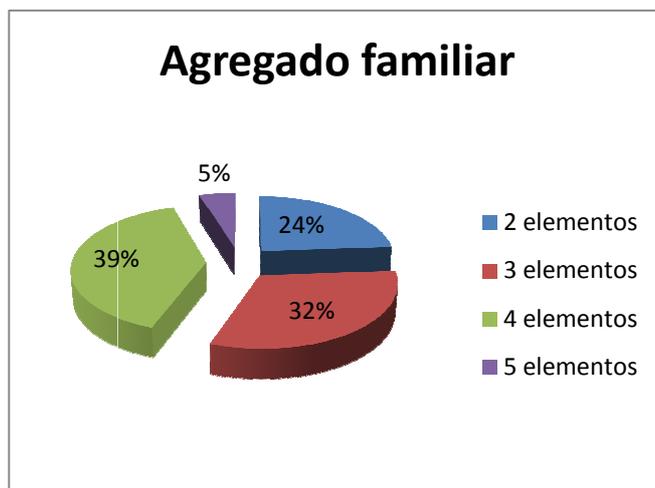


Gráfico 9 – Número de elementos do agregado familiar.

Quanto ao número do agregado familiar dos alunos, averiguamos que 39% das famílias é constituída por quatro elementos, 32% três elementos, 24% por dois elementos e 5% por cinco elementos.

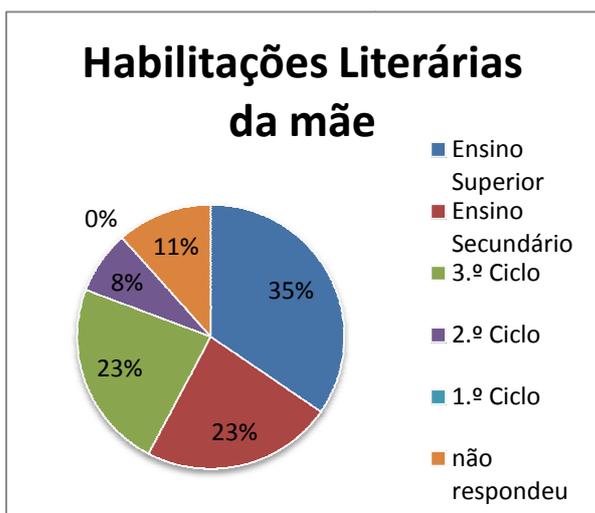


Gráfico 10 – Habilitações Literárias da Mãe.



Gráfico 11 – Habilitações Literárias do Pai.

Face à leitura do gráfico 10, podemos verificar que 35% das mães dos alunos frequentou o Ensino Superior, 23% completou o Ensino Secundário, 23% terminou o 3.º Ciclo e 8% das mães finalizaram o 2.º Ciclo. Contudo, 11% não respondeu.

Relativamente às habilitações dos pais, constatámos, através do gráfico 11 que 19% terminou o Ensino Superior, 23% completou o Ensino Secundário, 15% frequentou o 3.º Ciclo e os restantes 4% finalizaram o 2.º Ciclo. Contudo, 31% não respondeu.

ANEXO 2 – Planificações das sessões do projeto

Planificação da primeira sessão - 21-11-2013

Área	Domínio/ Subdomínio	Objetivo	Descritor de empenho	Atividades/Methodologias/Estratégias	Tempo	Recursos/ Materiais	Avaliação	
Matemática	Números e Operações NO3	Adição e Subtração	-Adicionar e subtrair números naturais;	<p>- Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000;</p> <p>- Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo;</p>	• Diálogo com a professora/alunos sobre as atividades a realizar na aula;	<p>-Voz;</p> <p>-Quadro;</p> <p>-Marcadores;</p> <p>-Lápis;</p> <p>-Borracha;</p> <p>-Esferográfica;</p> <p>-Caderno de Matemática;</p> <p>- Duas Fichas de trabalho sobre o cálculo mental;</p> <p>-Tiras de papel com a soma de dois algarismos;</p>	Participação (Grelha de avaliação de participação)	
					• A professora pede aos alunos para abrir o caderno de Matemática e escrever data e nome;			9h00m
					• A professora escreve uma operação de adição no quadro (252+325) e solicita aos alunos para irem ao quadro escreverem uma estratégia de cálculo que conheçam;			9h05m
					• Realização de uma ficha de trabalho sobre estratégias de cálculo mental na adição com o objetivo de fazer um diagnóstico sobre as estratégias de cálculo mental conhecidas;			9h10m
				• Realização de um jogo de cálculo mental da adição. A turma é dividida em dois grupos e cada grupo escolhe um	9h30m		Empenho/Autonomia (Grelha de avaliação de empenho/Autonomia)	
					11h00m			

			<p>-Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000, privilegiando a representação vertical do cálculo e o algoritmo da adição;</p>	<p>nome para a equipa. A professora distribui papéis com várias somas de dois algarismos e, posteriormente uma equipa terá que escolher um elemento da outra equipa e dizer-lhe a conta que está no papel, ao que este terá que responder. Têm 10 segundos para responder. Ganha a equipa que tiver mais pontos;</p> <ul style="list-style-type: none"> • A professora explica duas novas estratégias de cálculo mental da adição (vertical e decomposição). Realização de exercícios no caderno e correção no quadro; • Realização de uma ficha de trabalho sobre as estratégias de cálculo mental da adição; • Correção da ficha de trabalho; 	<p>11h35m</p> <p>12h15m</p>		
--	--	--	--	--	-----------------------------	--	--

Planificação da segunda sessão - 28-11-2013

Área	Domínio/ Subdomínio	Objetivo	Descritor de empenho	Atividades/ Metodologias/ Estratégias	Tempo	Recursos/ Materiais	Avaliação
Matemática	Números e Operações NO3 Adição e subtração	-Adicionar e subtrair números naturais	-Adicionar ou subtrair mentalmente e de um número com três algarismos; -Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000;	• Diálogo com a professora/alunos sobre as atividades a realizar na aula;	9h00m	-Voz; -Quadro; -Marcadores; -Lápis; -Borracha; -Esferográfica; -Cartões bingo; -Cesta; -Papéis com operações de adição; -Caderno de matemática; -Ficha de trabalho de matemática;	Participação (Grelha de avaliação de participação)
				• Realização do jogo do bingo sobre o cálculo mental;	9h10m		
				• A professora dá um prémio aos vencedores e aos outros dá outro prémio de participação;	10h25m		
				• A professora pede aos alunos para abrirem o caderno de matemática e escreve data e nome;	11h00m		
				• A professora explica aos alunos outra estratégia de cálculo mental da adição. Realização de exercícios no quadro;	11h10m		
				• Realização de uma ficha de trabalho;	14h00m		
				• Correção da ficha;	14h35m 14h45m 15h05m		

Planificação da terceira sessão - 05-12-2013

Área	Domínio/ Subdomínio	Objetivo	Descritor de empenho	Atividades/Metodologias/Estratégias	Tempo	Recursos/ Materiais	Avaliação
Matemática	Números e Operações NO3 Adição e subtração	-Adicionar e subtrair números naturais	-Adicionar ou subtrair mentalmente e de um número com três algarismos; -Adicionar dois ou mais números naturais cuja soma seja inferior a 1000;	• Diálogo com os alunos sobre as atividades a realizar na aula.	9h00m	-Voz; -Quadro; -Marcadores; -Lápis; -Borracha; -Esferográfica;	Participação (Grelha de avaliação de participação)
				• Os alunos realizam uma ficha com quatro problemas matemáticos segundo várias estratégias.	9h55m		
				• Correção no quadro. • Realização da ficha com as mesmas operações de adição realizadas em semanas anteriores, com o objetivo de apurar conhecimentos já adquiridos.	11h00m		

ANEXO 3 – Grelhas de avaliação dos alunos

Grelha de Avaliação do Empenho e Autonomia - Data: 21 de novembro de 2013

Parâmetros	Alunos																									
	Salomé*	Maria	Sofia	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José	Pedro
Demonstra autonomia na realização das tarefas.	-	S	MB	B	MB	MB	S	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	MB	S	S	B	S	S	MB	B	B	B	MB	B
Demonstra bom ritmo de trabalho.	-	S	B	B	B	MB	S	MB	B	MB	NS	MB	MB	MB	B	S	NS	MB	B	B	MB	B	B	B	MB	B
Demonstra interesse pela investigação.	-	S	B	B	B	B	S	B	B	B	S	MB	B	B	B	B	S	B	S	S	B	S	B	S	MB	S
Revela espírito crítico.	-	S	S	B	B	NS	S	B	B	MB	S	MB	MB	MB	B	NS	B	S	S	S	MB	S	B	S	MB	S
Demonstra capacidade de organização.	-	S	B	MB	S	MB	B	MB	MB	MB	MB	MB	B	B	MB	MB	MB	MB	S	S	B	B	B	MB	MB	S
Demonstra capacidade de pesquisar informação.	-	S	S	S	B	B	S	B	B	MB	NS	MB	B	B	B	S	S	S	NS	NS	B	S	S	S	B	S
Aplica-se na realização das atividades propostas.	-	S	B	MB	S	MB	B	MB	MB	MB	NS	MB	MB	MB	MB	S	B	MB	NS	B	MB	MB	B	B	MB	NS

*A aluna não este presente.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

Grelha de Avaliação Da Participação - Data: 21 de novembro de 2013

Parâmetros	Alunos																									
	Salomé*	Maria	Sofia	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José	Pedro
Capacidade de concentração.	-	B	S	B	NS	B	S	MB	MB	MB	NS	MB	B	MB	MB	NS	S	B	NS	S	B	S	S	S	B	NS
Capacidade de atenção.	-	S	S	B	S	B	S	B	B	B	NS	MB	B	B	MB	NS	S	B	S	S	B	S	S	S	B	S
Capacidade de compreensão/ interpretação de ideias.	-	B	B	B	B	MB	S	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	B	S	S	B	S	S	B	S	B	B	MB	S
Participa oralmente e com correção.	-	B	B	NS	S	NS	NS	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	B	S	B	S	NS	S	MB	S	S	S	MB	NS
Respeita as normas de participação.	-	MB	MB	MB	NS	MB	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	B	MB	MB	B	MB	B	B	B	B	B	MB	B	B
Demonstra empenho.	-	S	B	B	NS	MB	S	B	B	MB	NS	MB	B	MB	MB	S	B	B	S	S	MB	B	S	B	B	NS
Respeita as ideias de outros.	-	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB

*A aluna não este presente.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

Grelha de Avaliação Do Empenho e Autonomia - Data: 28 de novembro de 2013

Parâmetros	ALUNOS																									
	Salomé	Maria	Sofia*	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José	Pedro
Demonstra autonomia na realização das tarefas.	S	B	-	B	MB	B	S	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	S	S	B	S	B	MB	B	B	B	MB	B
Demonstra bom ritmo de trabalho.	S	MB	-	B	B	B	B	MB	B	MB	MB	MB	MB	MB	B	S	S	MB	B	B	MB	B	B	B	MB	B
Demonstra interesse pela investigação.	B	B	-	B	B	B	S	B	B	B	S	MB	B	MB	B	B	S	B	S	S	B	S	B	S	MB	B
Revela espírito crítico.	S	S	-	B	B	S	S	B	B	MB	S	MB	MB	MB	B	S	B	S	S	S	MB	S	B	S	MB	S
Demonstra capacidade de organização.	B	MB	-	MB	S	S	B	MB	MB	MB	MB	MB	B	B	MB	MB	MB	MB	S	S	B	B	B	MB	MB	S
Demonstra capacidade de pesquisar informação.	S	B	-	S	B	S	S	B	B	MB	S	MB	B	B	B	B	S	S	S	S	B	S	S	S	B	S
Aplica-se na realização das atividades propostas.	B	S	-	MB	B	MB	B	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	MB	S	B	MB	S	B	MB	MB	B	B	MB	B

*A aluna não esteve presente.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

Grelha de Avaliação Da Participação - Data: 28 de novembro de 2013

Parâmetros	Salomé	Maria	Sofia*	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José	Pedro
Capacidade de concentração.	B	S	-	B	NS	B	S	MB	MB	MB	MB	B	B	B	MB	S	S	B	S	S	B	S	S	S	B	S
Capacidade de atenção.	B	S	-	B	S	B	S	B	B	MB	MB	B	B	B	MB	S	S	B	S	S	B	S	S	S	B	S
Capacidade de compreensão/ interpretação de ideias.	S	S	-	B	B	B	S	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	B	S	S	B	S	S	B	S	B	B	MB	S
Participa oralmente e com correção.	S	S	-	NS	S	NS	NS	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	B	S	NS	NS	S	S	MB	NS	S	S	MB	S
Respeita as normas de participação.	MB	MB	-	MB	NS	MB	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	B	MB	MB	B	MB	B	B	B	B	B	MB	B	B
Demonstra empenho.	B	B	-	B	NS	MB	S	B	B	MB	MB	MB	B	MB	MB	S	B	B	S	S	MB	B	S	B	B	S
Respeita as ideias de outros.	MB	MB	-	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB

*A aluna não esteve presente.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

Grelha de Avaliação da Participação - Data: 5 de dezembro de 2013

Parâmetros	Salomé	Maria	Sofia	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão*	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José*	Pedro
Capacidade de concentração.	S	B	S	B	S	B	S	B	B	B	B	MB	B	B	B	S	S	B	-	S	B	S	S	S	-	S
Capacidade de atenção.	S	B	S	B	S	B	S	B	B	B	B	MB	B	MB	MB	S	S	B	-	S	B	S	S	S	-	S
Capacidade de compreensão/ interpretação de ideias.	NS	B	B	B	B	B	S	MB	B	MB	S	MB	MB	MB	B	S	S	B	-	S	B	S	B	B	-	S
Participa oralmente e com correção.	NS	S	NS	NS	S	NS	NS	B	B	MB	S	MB	B	B	B	S	B	S	-	S	MB	S	S	S	-	S
Respeita as normas de participação.	MB	B	MB	MB	S	MB	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	B	B	MB	B	MB	-	B	B	B	S	MB	-	S
Demonstra empenho.	S	S	B	B	S	B	S	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	B	S	B	B	-	S	MB	B	S	B	-	S
Respeita as ideias de outros.	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	MB	MB	B	MB	MB	MB	-	MB	MB	MB	MB	MB	-	MB

*Os alunos não estiveram presentes.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

Grelha de Avaliação do Empenho e da Autonomia - Data: 5 de dezembro de 2013

Parâmetros	ALUNOS																									
	Salomé	Maria	Sofia	Mariana	Ruben	Sílvia	Joana	Tânia	David	Gonçalo	Luísa	Manuel	Fernando	Tomás	Cláudia	Fernanda	Rita	Raquel	Simão*	Joaquim	Rui	Miguel	Eduardo	Andreia	José*	Pedro
Demonstra autonomia na realização das tarefas.	NS	MB	M B	MB	MB	MB	S	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	MB	S	S	B	-	B	MB	B	B	B	-	B
Demonstra bom ritmo de trabalho.	NS	MB	M B	MB	MB	MB	M B	MB	B	MB	MB	MB	MB	MB	B	S	S	MB	-	B	MB	B	B	B	-	B
Demonstra interesse pela investigação.	B	B	S	B	B	B	S	MB	MB	B	S	MB	B	MB	B	B	S	B	-	S	B	S	B	S	-	B
Revela espírito crítico.	S	S	S	B	B	S	S	B	S	MB	S	B	B	B	B	S	B	S	-	S	S	S	B	S	-	S
Demonstra capacidade de organização.	B	MB	S	MB	S	S	B	MB	MB	MB	MB	MB	B	B	MB	MB	MB	MB	-	S	B	B	B	MB	-	S
Demonstra capacidade de pesquisar informação.	S	B	S	S	B	S	S	B	B	B	S	MB	B	B	B	B	S	S	-	S	B	S	S	S	-	S
Aplica-se na realização das atividades propostas.	B	S	B	MB	B	MB	B	MB	MB	MB	B	MB	MB	MB	MB	S	B	MB	-	B	MB	MB	B	B	-	B

*Os alunos não estiveram presentes.

Avaliação			
NS – Não Satisfaz	S – Suficiente	B – Bom	MB – Muito Bom

ANEXO 4 – Material Didático-Pedagógico

Ficha N.º1

Nome _____ Data ____/____/____



Calcula, se quiseres podes utilizar duas estratégias diferentes.

128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2

25 + 34	
Estratégia 1	Estratégia 2

63 + 99

Estratégia 1

Estratégia 2

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$

Estratégia 1

Estratégia 2



Bom Trabalho!

Jogo com o objetivo de:

“Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo”

$2+9$

$3+5$

$3+6$

$3+7$

$3+8$

$3+9$

$4+6$

$4+7$

$4+8$

$4+9$

$5+4$

$5+7$

$5+8$

$5+9$

$6+5$

$6+6$

$6+7$

$6+8$

$6+9$

$7+4$

$7+7$

$7+8$

$7+9$

$8+8$

$8+9$

$9+9$

$260 + 335$

$650 + 125$

3. Calcula, utilizando as duas estratégias que aprendeste:

$226 + 422$

Estratégia 1

Estratégia 2

$460 + 221$

Estratégia 1

Estratégia 2

Nome _____ Data ____/____/____

1. Calcula, aplicando uma das estratégias que aprendeste hoje, como no exemplo:

$$45 + 17 + 5 + 3 = 50 + 20 = 70$$

$32 + 45 + 5 + 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$248 + 50 + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$199 + 59 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$

$273 + 44 + 7 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$

Calcula, aplicando a mesma estratégia. Presta atenção ao exemplo:

$$66 + \underline{33} + \underline{37} = 66 + 30 + 40$$

$45 + 15 + 80 = \underline{\hspace{2cm}}$

$256 + 128 + 112 = \underline{\hspace{2cm}}$

$466 + 144 + 200 = \underline{\hspace{2cm}}$

$134 + 99 + 101 + 556 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Calcula, aplicando a outra estratégia que aprendeste hoje, como no exemplo:

$$\begin{array}{r} 17 + 56 = \\ \downarrow +3 \quad \downarrow -3 \\ 20 + 53 \end{array}$$

$38 + 45 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 69 + 21 = \underline{\hspace{2cm}}$

$355 + 412 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 699 + 63 = \underline{\hspace{2cm}}$

$803 + 95 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 405 + 75 = \underline{\hspace{2cm}}$

Cartões do jogo do Bingo

810	620	870
820	630	880
830	640	890
840	860	570

1

590	620	870
770	630	880
830	640	890
840	860	570

2

590	620	870
770	630	880
750	640	890
520	860	570

3

590	710	870
770	690	880
750	640	890
520	860	570

4

590	710	870
770	690	880
750	780	890
520	650	570

5

590	710	899
770	690	730
750	780	890
520	650	570

6

590	710	899
770	690	730
750	780	60
520	650	80

7

100	710	899
120	690	730
750	780	60
520	650	80

8

100	710	899
120	690	730
140	780	60
160	650	80

9

100	180	899
120	110	730
140	780	60
160	650	80

10

110	620	870
820	630	880
830	640	890
840	860	570

11

590	620	870
770	630	880
180	640	890
840	860	570

12

590	160	870
770	630	880
750	640	890
520	860	570

13

590	710	870
770	690	880
750	140	890
520	860	570

14

590	710	120
770	690	880
750	780	890
520	650	570

15

590	710	899
770	690	730
750	780	100
520	650	570

16

810	710	899
770	690	730
750	780	60
520	650	80

17

100	710	899
120	690	730
820	780	60
520	650	80

18

100	830	899
120	690	730
140	780	60
160	650	80

19

100	180	630
120	110	730
140	780	60
160	650	80

20

590	710	120
770	690	880
750	780	890
520	110	570

21

590	710	899
770	690	730
750	780	180
520	650	570

22

160	710	899
770	690	730
750	780	60
520	650	80

23

100	710	899
120	690	730
140	780	60
520	650	80

24

100	120	899
120	690	730
140	780	60
160	650	80

25

100	180	810
120	110	730
140	780	60
160	650	80

26

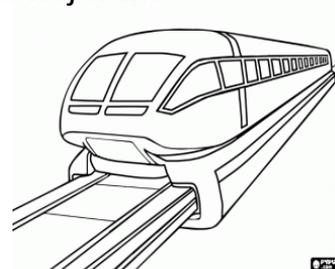
Operações de adição para o jogo do Bingo

800 + 10	610 + 20	850 + 40	320 + 200
800 + 20	610 + 30	560 + 10	410 + 300
800 + 30	850 + 10	570 + 20	590 + 100
800 + 40	850 + 20	670 + 100	580 + 200
610 + 10	850 + 30	650 + 100	250 + 400
199 + 700	100 + 630	30 + 30	40 + 40
50 + 50	60 + 60	70 + 70	80 + 80
90 + 90	50 + 60		

Nome _____ Data ____/____/____

1. A prima da Catarina foi de comboio até ao Porto, onde viajavam 55 homens, 62 mulheres e 32 crianças.

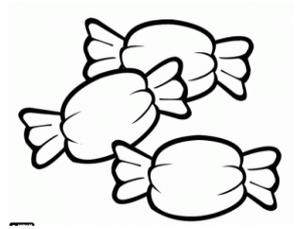
Quantos adultos iam no comboio?



R: _____

2. O Rui distribuiu os seus rebuçados por 3 amigos: meia dúzia ao Tomás, 6 dezenas à Maria, 52 dezenas ao Francisco e 4 rebuçados à Carolina.

Quantos rebuçados distribuiu o Rui aos seus amigos?



R: _____

3. A Ana tem 15 dezenas de cromos azuis, 31 cromos brancos, 9 cromos vermelhos e 3 centenas de cromos verdes. Quantos cromos tem a Ana no total?



R: _____

4. O João jogou futebol com alguns amigos. A sua equipa conseguiu 67 pontos e a outra equipa fez 34 pontos no 1.º tempo e 29 pontos no 2.º tempo.



4.1. Quem ganhou o jogo?

R: _____

4.1. Quantos pontos conseguiram as duas equipas juntas?

R: _____

ANEXO 5 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à primeira ficha de trabalho.

De seguida, serão apresentados alguns exemplos de formas de resolução dos alunos à primeira adição $128 + 451$:

128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2
$128 + 451 = 579$	$128 + 451 =$ $(100 + 20 + 8) + (400 + 50 + 1) =$ $100 + 400 + (20 + 50) + (8 + 1) =$ $500 + 70 + 9 = 579$

Figura 27: Resolução de um exercício pela Salomé.

Na segunda estratégia o aluno usa claramente a decomposição de ambas as parcelas, não perdendo nunca o sentido dos números envolvidos. A primeira estratégia reflete uma representação horizontal que parece indiciar o trabalho com algarismos. Ainda que tal tenha acontecido, a estratégia 2 permite aferir que o aluno terá uma compreensão efetiva do cálculo que está a realizar.

128 + 451																			
Estratégia 1	Estratégia 2																		
$128 + 451 = 579$	$128 + 451 =$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>1</td> <td>2</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>7</td> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	1	2	8	4	5	1	0	0	0	0	0	0	5	7	9			
1	2	8	4	5	1														
0	0	0	0	0	0														
5	7	9																	

Figura 28: Resolução de um exercício pelo Ruben.

Este aluno utilizou a representação na horizontal e na vertical, com destaque de algarismos, evidenciando que poderá não estar a considerar como números ambas as parcelas.

De seguida, serão apresentados alguns exemplos de formas de resolução dos alunos à segunda adição $25 + 34$:

25 + 34	
Estratégia 1	Estratégia 2
$25 + 34 = 59$ $(2 + 10) + (5 + 1)$ $63 + 10 + (7 + 1) =$ $25 + 34 = 59$	$25 + 34 = 59$

Figura 29: Resolução de um exercício pelo David.

Este aluno iniciou a resolução desta operação com a decomposição de ambas as parcelas recorrendo à multiplicação, no entanto não terminou a representação do seu raciocínio, evidenciando apenas a indicação do trabalho com algarismos da estratégia 2.

25 + 34	
Estratégia 1	Estratégia 2
$25 + 34 = 59$ ✓	$25 + 34 =$ $(20 + 5) + (30 + 4) =$ $(20 + 30) + (5 + 4) =$ $50 + 09 = 59$

Figura 30: Resolução de um exercício pelo Gonçalo.

Na segunda estratégia o aluno usa claramente a decomposição de ambas as parcelas, não perdendo nunca o sentido dos números envolvidos. A primeira estratégia reflete uma representação horizontal que parece indiciar o trabalho com algarismos. Ainda que tal tenha acontecido, a estratégia 2 permite aferir que o aluno terá uma compreensão efetiva do cálculo que está a realizar.

De seguida, serão apresentados alguns exemplos de formas de resolução dos alunos à terceira adição $63 + 99$:

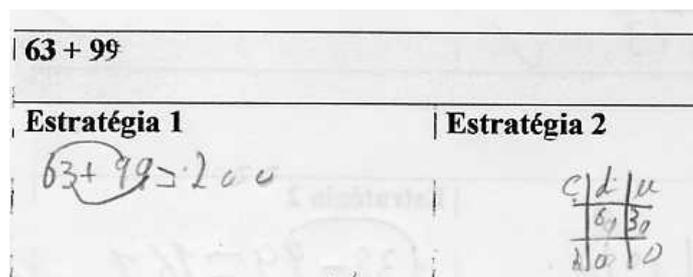


Figura 31: Resolução de um exercício pela Maria.

Esta aluna revela, claramente, que tem dificuldades no sentido do número, pois para que a soma fosse 200, sendo uma parcela 99, a outra nunca poderia ser menor do que 100.

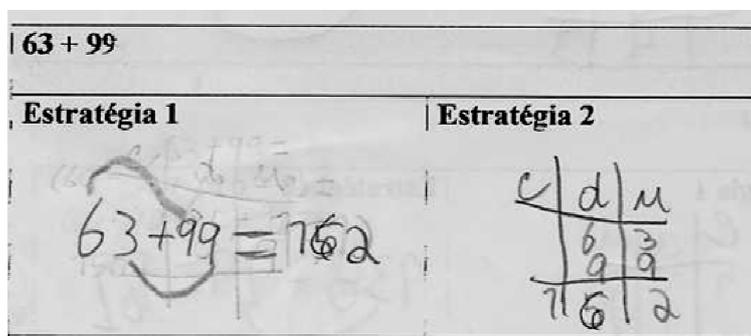


Figura 32: Resolução de um exercício pelo Manuel.

Neste exemplo, o aluno não perde completamente o sentido do número, mas evidencia uma estratégia com alguma ênfase em algarismos. Este aluno adicionou os algarismos das unidades $9 + 3 = 12$ (colocou o 2) e o algarismo das dezenas $9 + 6 = 15$ (colocou 15, a professora estagiária ao corrigir é que emendou e colocou o número seis por cima do número cinco, quer na estratégia 1 quer na estratégia 2).

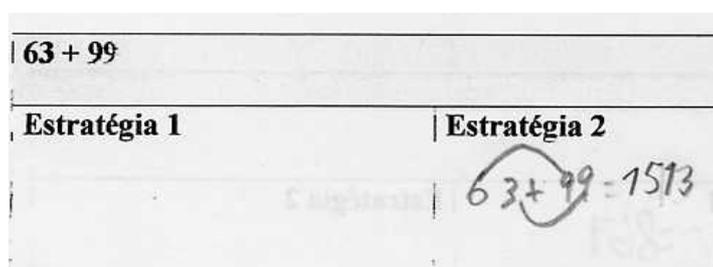


Figura 33: Resolução de um exercício pelo Fernando.

Percebe-se qual foi o raciocínio deste aluno: adicionou primeiro $6 + 9 = 15$, depois $3 + 9 =$ em vez de 12 colocou 13. Não foi capaz de realizar duas estratégias

diferentes. Também neste caso fica evidente o trabalho com algarismos e não com números, assim como a dificuldade existente quanto ao sentido de número, pois o aluno aceita que a soma de duas parcelas menores do que 100 podem produzir um resultado com uma grandeza cerca de 10 vezes maiores do que a soma correta.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
$63 + 99 = 1512$	$400 + 99 = 199$

Figura 34: Resolução de um exercício pela Sofia.

Esta aluna apresenta uma resolução semelhante à do aluno anterior: $9 + 6 = 15$ e $9 + 3 = 12$, ou seja, colocou incorretamente no total: 1512. A estratégia 2 que a aluna utilizou está muito confusa, o que demonstra que não sabia como fazer.

Esta aluna e o aluno anterior refletem graves dificuldades no que se refere ao sentido do número ao apresentar um resultado de tal grandeza, sem refletirem que nunca poderia dar um resultado tão elevado que nem sequer tinham aprendido.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
$63 + 99 =$ $(60 + 3) + (90 + 9)$ $(80 + 90) + (3 + 9)$ $150 + 3 + 9 = 162$	$63 + 99 = 162$

Figura 35: Resolução de um exercício pelo Tomás.

Na estratégia 1, este aluno decompôs ambas as parcelas de uma forma correta, tendo obtido a soma pretendida. Na segunda estratégia, não fica claro o seu raciocínio pois, embora haja indicação de trabalho com algarismos, o resultado está correto. O aluno poderá ter apenas apresentado esta representação mas utilizando o resultado que havia obtido na estratégia 1.

De seguida, serão apresentados alguns exemplos de formas de resolução dos alunos à quarta adição “Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$ ”. Aqui

pretendia-se que o aluno utilizasse como estratégia de cálculo uma relação já conhecida ($35 + 10 = 50$), concluindo pela análise das parcelas que a soma pretendida deveria ter mais 2 unidades do que a que foi dada na relação. No entanto, nenhum aluno respondeu desta maneira, todos optaram pela representação horizontal com indicação dos algarismos e pela decomposição das parcelas.

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$	
<p>Estratégia 1</p> $\cancel{37} + 15 = 52$ <p style="text-align: right;">✓</p>	<p>Estratégia 2</p> $\cancel{37} + 15$ $(30 + 7) + (10 + 5)$ $(30 + 10) + (7 + 5) =$ $40 + 7 + 5 = 52$

Figura 36: Resolução de um exercício pelo Simão.

Este aluno respondeu corretamente, mas apresentou uma explicação em que não usa a relação já conhecida. A resolução deste aluno parece dar a entender que na primeira estratégia o resultado obtido foi 42, no entanto após elaborar a estratégia 2 de cálculo mental, apercebeu-se que o resultado correto era 52 e, por isso, tratou de proceder à sua correção. É importante mencionar que o aluno, quando trabalhou apenas com algarismos (estratégia 1) não pôde ter a noção de que estava errado, ao contrário do que se passou com o cálculo com números (estratégia 2), onde o aluno não perdeu o sentido do número e verificou que afinal o resultado correto não era 42, mas sim de facto 52. É esta a vantagem e o que se pretende com o desenvolvimento do cálculo mental nos alunos.

ANEXO 6 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 1.

De seguida, serão apresentadas resoluções corretas, seguindo o processo adequado:

1. Calcula, aplicando a primeira estratégia que aprendeste: decompor ambas as parcelas, de acordo com o pedido.

265 + 324	
Representação horizontal	Representação vertical
$265 + 324$ $(200 + 60 + 5) + (300 + 20 + 4) =$ $(200 + 300) + (60 + 20) + (5 + 4) =$ $500 + 80 + 9 = 589$	$\begin{array}{r} 200 + 60 + 5 \\ + 300 + 20 + 4 \\ \hline 500 + 80 + 9 = 589 \end{array}$

Figura 37: Resolução da Maria à primeira operação “265 + 324”.

1. Calcula, aplicando a primeira estratégia que aprendeste: decompor ambas as parcelas, de acordo com o pedido.

265 + 324	
Representação horizontal	Representação vertical
$265 + 324$ $(200) + (60) + (5) + (300 + 20 + 4) =$ $(200 + 300) + (60 + 20) + (4 + 5) =$ $500 + 80 + 9 = 589$	$265 + 324$ $\begin{array}{r} 200 + 60 + 5 \\ 300 + 20 + 4 \\ \hline 500 + 80 + 9 = 589 \end{array}$

Figura 38: Resolução do Joaquim à primeira operação “265 + 324”.

Este aluno, na representação horizontal, omitiu um passo, que foi a decomposição do número 324 (300 + 20 + 4), no entanto, utilizou a estratégia pedida, tudo apontando que o seu resultado seria correto (apesar de se ter esquecido de o escrever).

De seguida, serão apresentadas algumas das resoluções consideradas erradas, no entanto realizadas segundo um processo adequado:

265 + 324	
	Representação vertical
	200 + 60 + 5
	+ 300 + 20 + 4
	<hr/>
	500 + 80 + 9 = 589

Figura 39: Resolução da Mariana à primeira operação "265 + 324".

Nesta resolução, a aluna realizou corretamente a decomposição de ambas as parcelas na representação vertical, no entanto o mesmo não se passou com o resultado, onde se limitou a apresentar os algarismos e não os números. A docente não poderia considerar a resposta correta, apesar de a aluna ter estruturado e efetuado conforme foi pedido, porque não corresponde à realidade o que escreveu no final: $5 + 8 + 9 = 589$, no entanto ao que parece a aluna deve ter feito confusão, uma vez que todo o processo está correto.

265 + 324	
Representação horizontal	Repr
265 + 324 = (200 + 60 + 5) + (300 + 20 + 4)	26
20 + 4	200
(200 + 300) + (60 + 20) + (5 + 4)	+ 30
500 + 80 + 9 = 589 ✓	50

Figura 40: Resolução da Sílvia à primeira operação "265 + 324".

Esta aluna errou nos números que faziam parte da decomposição de cada parcela da operação, acabando por errar também no resultado que escreveu 588.

265 + 324	
	Representação vertical
	265 + 324
	200 + 60 + 5
	+ 300 + 20 + 4
	<hr/>
	500 + 7 + 80 + 9 = 589

Figura 41: Resolução da Salomé à primeira operação "265 + 324".

Esta aluna realizou corretamente o processo de decomposição de ambas as parcelas, na representação vertical, no entanto errou na operação de adição e no resultado final apresentado que escreveu 579.

265 + 324	
Representação horizontal	Representação vertical
$265 + 324 = (200 + 60 + 5) + (300 + 20 + 4) =$ $200 + 300 + (60 + 20) + (5 + 4) =$ $500 + 80 + 9 = 589$	$265 + 324 =$ $200 + 60 + 5$ $300 + 20 + 4$ <hr/> $500 + 80 + 9 = 579$

Figura 42: Resolução do Rui à primeira operação "265 + 324".

O aluno realizou corretamente o processo de decomposição de ambas as parcelas, na representação horizontal e na representação vertical, no entanto errou na operação de adição das dezenas, errando também no resultado final apresentado que escreveu 599, nas duas estratégias.

265 + 324	
Representação horizontal	Representação vertical
$265 + 324 = (200 + 60 + 5) + (300 + 20 + 4) =$ $200 + 300 + (60 + 20) + (5 + 4) =$ $500 + 80 + 9 = 599$	$265 + 324 =$ $200 + 60 + 5$ $300 + 20 + 4$ <hr/> $500 + 80 + 9 = 589$

Figura 43: Resolução do Simão à primeira operação "265 + 324".

Este aluno realizou corretamente o processo de decomposição de ambas as parcelas, nas duas representações, no entanto errou na representação horizontal ao adicionar as unidades, consequentemente colocou o resultado errado (586). O aluno não refletiu que ambos os resultados deviam ser iguais, pois se isso acontecesse daria conta do erro.

De seguida, será apresentada a única resolução considerada correta, no entanto realizada segundo um processo desadequado, pelo facto de se ter solicitado especificamente aos alunos que não apresentassem este tipo de registo com ênfase nos algarismos (pois, num outro contexto esta resolução teria de ser considerada adequada).

656 + 213	
Representação vertical	
$\begin{array}{r} 656 \\ + 213 \\ \hline 869 \end{array}$	$\begin{array}{l} 600+50+6 \\ 200+10+3 \\ \hline 800+60+9=869 \end{array}$
$\begin{array}{l} 1) \\ 2) \\ 3) \end{array}$	

378 + 321	
Representação vertical	
$\begin{array}{r} 378 \\ + 321 \\ \hline 699 \end{array}$	
$\begin{array}{l} 1) \\ 2) \end{array}$	

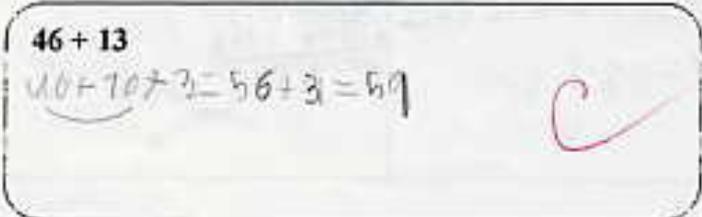
Figuras 44 e 45 : Resoluções da Joana à segunda operação “656 + 213” e à terceira operação “378 + 231”.

A aluna resolveu as operações corretamente, no entanto não utilizou a forma de representação detalhada que havia sido solicitada. Provavelmente não percebeu muito bem a diferença entre a representação vertical ensinada através da decomposição de ambas as parcelas e o algoritmo, ainda não abordado nas aulas, mas que alguns alunos evidenciam já utilizar. Foi a única aluna que respondeu corretamente, mas utilizando um processo desadequado a estas duas operações.

ANEXO 7 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 2.

De seguida, serão apresentadas algumas resoluções consideradas corretas, pelo processo adequado:

2. Calcula, utilizando a estratégia: decompor apenas uma das parcelas:



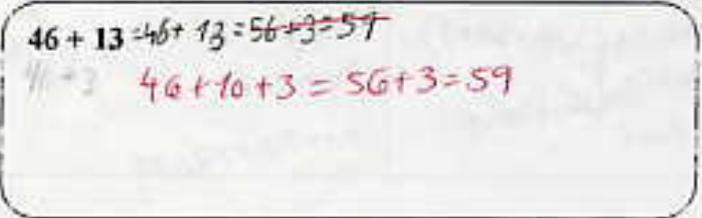
$46 + 13$
 $46 + 10 + 3 = 56 + 3 = 59$

A red checkmark is visible to the right of the work.

Figura 46: Resolução do Miguel à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Esta resolução foi muito simples de executar, aliás foi realizada com sucesso por 24 alunos (21 dos quais pelo processo pedido), apenas 1 respondeu incorretamente. Este aluno resolveu da forma mais simples que foi ensinada nas aulas: decompôs um dos números, neste caso o 13, escrevendo então $46 + 10 + 3$; depois foi adicionando dois números de cada vez pela ordem da esquerda para a direita ($46 + 10 = 56$), ficando então $56 + 3 = 59$.

2. Calcula, utilizando a estratégia: decompor apenas uma das parcelas:



$46 + 13 = 46 + 13 = 56 + 3 = 59$
 $46 + 10 + 3 = 56 + 3 = 59$

Figura 47: Resolução da Tânia à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Esta aluna omitiu o passo “ $46 + 10 + 3$ ”, no entanto parece ter seguido um raciocínio de decomposição de apenas uma das parcelas, por isso a sua resposta está correta pelo processo adequado.

2. Calcula, utilizando a estratégia: decompor apenas uma das parcelas

$$46 + 13 = 46 + 10 + 3 = 56 + 3 = 59$$

Figura 48: Resolução do David à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Curiosamente, este aluno realizou esta operação de uma maneira diferente. Após decompor uma das parcelas, adicionou ao número 46, 3 unidades e mais 1 unidade que retirou do número 10, logo o aluno adicionou 4 unidades ao número 46 e, como consequência, ficou com 50 unidades ao qual adicionou as 9 unidades que sobraram (do $10 - 1$), cujo resultado deu 59.

2. Calcula, utilizando a estratégia: decompor apenas uma das parcelas:

$$46 + 13$$

$$(40 + 6) + 13 =$$

$$53 + 6 = 59$$

Figura 49: Resolução do Fernando à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Este aluno optou por decompor o primeiro número ($(40 + 6) + 13$), depois adicionou 13 ao 40, cujo resultado deu 53, ao qual adicionou o número que restava, o 6, para dar 59. Verificou-se assim, outra forma diferente de realizar a operação, segundo a mesma estratégia, mas com a aplicação implícita das propriedades comutativa e associativa.

$$260 + 335$$

$$260 + (300 + 30 + 5)$$

$$560 + 30 + 5 =$$

$$590 + 5 = 595$$

Figura 50: Resolução do Eduardo à segunda operação de decompor apenas uma das parcelas.

Este aluno optou por decompor o segundo número, depois foi adicionando os números pela ordem da esquerda para a direita.

$$260 + 335 = 260 + 300 + 30 + 5 = 500 + 90 + 5 = 595$$

Figura 51: Resolução do Rui à segunda operação de decompor apenas uma das parcelas.

Este aluno optou por decompor o segundo número, mas efetuou a soma de forma diferente da do aluno anterior. Adicionou $300 + 200$, cujo resultado deu 500; As 60 unidades que sobraram do número 200, adicionou-as às 30 unidades, ficando 90; sendo assim o segundo passo após a decomposição de apenas uma das parcelas ficou diferente da do aluno anterior $500 + 90 + 5 = 595$. Trata-se de uma resolução que revela um pouco mais de astúcia e perspicácia, pois mentalmente o aluno decidiu adicionar dois números, cujo objetivo era dar o número 500, no entanto não se esqueceu que sobravam 60 unidades, que mentalmente adicionou ao número 30.

$$650 + 125$$

$$650 + (100 + 20 + 5)$$

$$250 + 20 + 5$$

$$770 + 5 = 775$$

Figura 52: Resolução do David à terceira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Este aluno optou por decompor o segundo número, depois foi somando os números pela ordem da esquerda para a direita.

$$650 + 125$$

$$650 + 100 + 20 + 5 = 700 + 20 + 5 = 775$$

Figura 53: Resolução do Simão à terceira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Este aluno optou por decompor o segundo número, mas efetuou a soma de forma diferente da do aluno anterior. Adicionou mentalmente $650 + 50$, cujo resultado obtido foi 700. Às restantes 50 unidades que sobraram do número 100, o aluno adicionou mentalmente ao número 20, obtendo 70. Ficando com uma expressão “ $700 + 70 + 5$ ” diferente da anterior, mas igualmente correta.

De seguida, serão apresentadas algumas resoluções consideradas corretas, mas pelo processo desadequado:

$260 + 335 = (200 + 50) + (300 + 30 + 5)$
 $= (200 + 100) + (60 + 30) + 5$
 $= 500 + 90 + 5$
 $= 595$

$260 + 300 + 30 + 5 =$
 $560 + 30 + 5 =$

$650 + 125 = (600 + 50) + (100 + 20 + 5)$
 $= (600 + 100) + (50 + 20) + 5$
 $= 700 + 70 + 5$
 $= 775$

Figura 54: Resolução da Luísa à segunda e terceira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Nesta resolução verifica-se que a aluna em questão conseguiu chegar ao resultado correto através da estratégia da decomposição de ambas as parcelas, por isso a sua resposta está correta, no entanto não utilizou o processo adequado e pedido na ficha.

$260 + 335$
 ~~$260 + 335 = 595$~~

$260 + 300 + 30 + 5 =$
 $560 + 30 + 5 = 590 + 5 = 595$

Figura 55: Resolução da Cláudia à segunda operação de decompor apenas uma das parcelas.

Através das linhas coloridas que desenhou, percebe-se que esta aluna resolveu esta operação enfatizando os algarismos e não os números. Apesar do resultado estar correto, a aluna não registou a representação da estratégia pedida.

Nos dois casos anteriores (figuras 67 e 68), embora se tenha colocado um X nas suas resoluções, a professora estagiária explicou aos alunos a razão de tal procedimento: as respostas estavam corretas, no entanto os alunos não utilizaram o processo adequado.

$260 + 335$ $260 + 300 + 30 + 5 = 500 + 30 + 5 = 590 + 5 = 595$
 $(200 + 60 + 0) + (300 + 30 + 5) =$
 $(200 + 300) + (60 + 30) + (0 + 5) =$
 $500 + 90 + 5 = 595$

$650 + 125$ $650 + 100 + 20 + 5 = 750 + 20 + 5 = 770 + 5 = 775$
 $(600 + 50 + 0) + (100 + 20 + 5) =$
 $(600 + 100) + (50 + 20) + (0 + 5) =$
 $700 + 70 + 5 = 775$

Figura 56: Resolução da Tânia à segunda operação de decompor apenas uma das parcelas.

Através da figura pode-se verificar que esta aluna resolveu ambas as operações de acordo com a estratégia da decomposição de ambas as parcelas, a sua resposta está correta, mas o processo utilizado foi desadequado.

De seguida, serão apresentados os únicos três casos considerados errados e utilizando o processo desadequado:

2. Calcula, utilizando a estratégia: decompor apenas uma das parcelas:

$$46 + 13$$
$$46 + 3 = 46 + 6 + 3 = 463 \quad \times$$

Figura 57: Resolução da Maria à primeira operação de decompor apenas uma das parcelas.

Esta resolução está errada, porque o aluno não conseguiu decompor uma das parcelas corretamente, apesar de parecer que o ia. Além disso demonstra não ter a noção e o sentido de número, pois não verificou que o resultado de $46 + 13$ nunca poderia ser 463, conforme colocou no resultado da operação.

$$260 + 335$$
$$260 + 335 = 200 + 60 + 300 + 33 + 5 = 500 + 20 + 60 \quad \times$$
$$650 + 125$$
$$650 + 125 = 600 + 50 + 100 + 20 + 5 = 500 + 60 + 30 \quad \times$$

Figura 58: Resolução da Mariana à segunda e terceira operações de decompor apenas uma das parcelas.

Esta aluna tentou resolver as duas operações utilizando a mesma estratégia: decomposição de ambas as parcelas, no entanto não conseguiu terminar o raciocínio, nem obter algum resultado, por isso estas respostas foram consideradas erradas segundo um processo desadequado.

ANEXO 8 – Resoluções dos alunos e respetiva análise, referente à segunda ficha de trabalho, questão 3.

De seguida, serão apresentadas algumas resoluções dos alunos consideradas corretas, segundo um processo adequado:

3. Calcula, utilizando as duas estratégias que aprendeste:

226 + 422	
Estratégia 1 $226 + 422$ $200 + 20 + 6$ $+ 400 + 20 + 2$ <hr/> $600 + 40 + 8 = 648$	Estratégia 2 $226 + 422 = 226 + 400 +$ $20 + 2 = 648$ $626 + 20 + 2 =$ $646 + 2 = 648$

Figura 59: Resolução da Joana.

Esta aluna realizou corretamente a estratégia da decomposição de ambas as parcelas na representação vertical, no entanto na estratégia de decomposição de apenas uma das parcelas, colocou o resultado cedo demais, omitindo alguns passos (que a professora estagiária corrigiu a vermelho).

3. Calcula, utilizando as duas estratégias que aprendeste:

226 + 422	
Estratégia 1 $226 + 422 =$ $200 + 20 + 6$ $+ 400 + 20 + 2$ <hr/> $600 + 40 + 8 = 648$	Estratégia 2 $226 + 422 = 226 + 400 +$ $20 + 2 = 600 + 40 + 8 = 648$
460 + 221	
Estratégia 1 $460 + 221 = 460 + 200 +$ $20 + 1 = 600 + 80 + 1 = 681$	Estratégia 2 $460 + 221 =$ $400 + 60 + 0$ $+ 200 + 20 + 1$ <hr/> $600 + 80 + 1 = 681$

Figura 60: Resolução do Joaquim.

Este aluno efetuou as duas operações corretamente, através das duas estratégias pedidas. Note-se que na estratégia da decomposição de apenas uma das parcelas, o aluno, mentalmente, decidiu adicionar dois números, cujo objetivo era dar o número 600, no entanto não se esqueceu das unidades que sobravam (20 e 60), que mentalmente adicionou ao número 20.

De seguida, serão apresentadas algumas resoluções dos alunos consideradas corretas, mas de acordo com um processo desadequado. Convém salientar, mais uma vez, que apenas se considera desadequado tendo em conta a instrução específica dada na questão pois, caso contrário, seriam consideradas corretas:

3. Calcula, utilizando as duas estratégias que aprendeste:

226 + 422	
<p>Estratégia 1</p> $\begin{array}{r} 226 \\ + 422 \\ \hline 648 \end{array}$	<p>Estratégia 2</p> $\begin{array}{r} 226 \\ 422 \\ \hline 648 \end{array}$

Figura 61: Resolução da Raquel.

Esta aluna utilizou a representação vertical com ênfase nos algarismos, nas duas situações, como não era o pedido, as respostas foram consideradas corretas, no entanto segundo um processo desadequado de acordo com as instruções.

460 + 221	
<p>Estratégia 1</p> $\begin{aligned} 460 + 221 &= \\ (400 + 60) + (200 + 20 + 1) &= \\ (400 + 200) + (60 + 20) + (0 + 1) &= \\ 600 + 80 + 1 &= 681 \end{aligned}$	<p>Estratégia 2</p> $460 + 221 = 681$

Figura 62: Resolução do Rui.

Este aluno utilizou a decomposição de ambas as parcelas e a representação vertical com ênfase nos algarismos, como não era o pedido, as respostas foram consideradas corretas, no entanto segundo um processo desadequado de acordo com as instruções.

De seguida, serão apresentadas as duas resoluções consideradas erradas de acordo com um processo adequado:

Estratégia 2

$$\begin{array}{r} 400 + 6000 \\ 200 + 2000 \\ 100 + 1000 \\ \hline 681 \end{array}$$

Figura 63: Resolução da Tânia.

Estratégia 2

$$\begin{array}{r} 220 + 420 = 226 + 400 + 20 \\ 626 + 20 + 2 = \\ 646 + 2 = 648 \end{array}$$

Figura 64: Resolução da Luísa.

Estas alunas tentaram resolver as operações de adição segundo a estratégia pedida, no primeiro caso a aluna não escreveu o resultado e manifesta uma certa confusão na resolução da fase final da representação vertical. No segundo caso, a aluna manifesta interesse em resolver a adição através da decomposição de uma das parcelas, no entanto, não conclui a operação e erra o resultado final.

De seguida, será apresentada a resolução considerada errada de acordo com um processo desadequado:

460 + 221

Estratégia 1

$$\begin{array}{r} (400 + 200) + (200 + 200) + (200) \\ (400 + 600) + (200 + 200) + (200) \\ 600 + 700 + 1 = 621 \end{array}$$

Figura 65: Resolução da Salomé.

Este caso trata-se de um exemplo de resposta errada, através de um processo desadequado. A aluna tentou decompor ambas as parcelas (cuja estratégia não era pedida) sem sucesso, pois as dezenas e as unidades não foram bem especificadas e o próprio resultado não condiz com os passos anteriores e está errado.

ANEXO 9 – Resoluções dos alunos e respetiva análise referente à ficha de trabalho da 2.ª sessão.

1. Calcula, aplicando uma das estratégias que aprendeste hoje, como no exemplo:

$$45 + 17 + 5 + 3 = 50 + 20 = 70$$

$$32 + 45 + 5 + 8 = 40 + 50 = 90$$

$$248 + 50 + 2 = 250 + 50 = 300$$

$$199 + 59 + 1 = 200 + 59 = 259$$

$$273 + 44 + 7 + 6 = 50 + 280 = 330$$

Figura 66: Resolução do exercício pela Fernanda.

Este exercício era muito simples: os alunos adicionavam os números constituídos por um algarismo a um número com dois ou três algarismos, de forma a dar um número redondo, isto é, terminado em zero. Desta forma, conseguiam chegar mais fácil e rapidamente ao resultado.

Calcula, aplicando a mesma estratégia. Presta atenção ao exemplo:

$$66 + 33 + 37 = 66 + 30 + 40$$

$$45 + 15 + 80 = 45 + 10 + 5 + 80 + 5 = 50 + 80 + 5 = 130 + 5 = 135$$

Figura 67: Resolução do exercício pela Salomé.

$$45 + 15 + 80 = 40 + 15 + 80 = 60 + 80 = 140$$

Figura 68: Resolução do exercício pelo Pedro.

$$45 + 15 + 80 = 45 + 10 + 5 + 80 = 55 + 80 = 50 + 15 + 80 + 5 = 140$$

Figura 69: Resolução do exercício pela Sofia.

Este exercício já era mais complexo que o anterior, uma vez que os alunos tinham de identificar o número, cujo algarismo das unidades poderiam adicionar a um

número composto por dois ou três algarismos, de forma a obter um número terminado em zero. No entanto, este tipo de estratégia já exigia maior destreza, uma vez que o aluno não se podia esquecer que ao retirar unidades a um número, estava a modificar esse número e o outro ao qual ia juntar essas unidades. É interessante observar que as resoluções foram variando um pouco, apesar de obedecerem todas à mesma regra e darem todo o mesmo resultado, conforme se pode comprovar pelas figuras.

$$466 + 144 + 200 = 470 + 140 + 200 = 470 + 340 = 810$$

Figura 70: Resolução do exercício pela Rita.

$$466 + 144 + 200 = 470 + 140 + 200 = 470 + 340 = 810$$

Figura 71: Resolução do exercício pela Mariana.

$$466 + 144 + 200 = 466 + 144 + 200 = 466 + 140 + 204 = 810$$

Figura 72: Resolução do exercício pela Maria.

Conforme se pode comprovar pelas figuras, os alunos foram resolvendo as operações, no entanto verifica-se alguma variedade nas resoluções.

2. Calcula, aplicando a outra estratégia que aprendeste hoje, como no exemplo:

$$\begin{array}{|l} 17 + 56 = \\ \hline \downarrow +3 \quad \downarrow -3 \\ 20 + 53 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 38 + 45 = 43 + 40 = 83 \\ \begin{array}{l} +5 \\ -5 \end{array} \\ 69 + 21 = 60 + 30 = 90 \\ \begin{array}{l} -9 \\ +9 \end{array} \\ 355 + 412 = 350 + 417 = 767 \\ \begin{array}{l} -5 \\ +5 \end{array} \\ 699 + 63 = 700 + 60 = 760 \\ \begin{array}{l} -1 \\ +3 \end{array} \\ 803 + 95 = 800 + 98 = 898 \\ \begin{array}{l} -3 \\ +3 \end{array} \\ 405 + 75 = 400 + 80 = 480 \\ \begin{array}{l} -5 \\ +5 \end{array} \end{array}$$

Figura 73: Resolução do exercício pelo Fernando.

2. Calcula, aplicando a outra estratégia que aprendeste hoje, como no exemplo:

$$\begin{array}{|l} 17 + 56 = \\ \hline \downarrow +3 \quad \downarrow -3 \\ 20 + 53 \end{array}$$

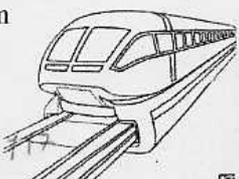
$$\begin{array}{l} -8 \quad +8 \\ 38 + 45 = 20 + 53 = 83 \\ \begin{array}{l} -9 \quad +9 \\ 69 + 21 = 60 + 30 = 90 \end{array} \\ \begin{array}{l} +5 \\ -5 \\ 355 + 412 = 350 + 417 = 767 \\ \begin{array}{l} -9 \quad +9 \\ 699 + 63 = 700 + 60 = 760 \end{array} \\ \begin{array}{l} -3 \quad +3 \\ 803 + 95 = 800 + 98 = 898 \\ \begin{array}{l} -5 \quad +5 \\ 405 + 75 = 400 + 80 = 480 \end{array} \end{array}$$

Figura 74: Resolução do exercício pela Raquel.

O último exercício da ficha, apesar do exemplo parecer simples, os alunos manifestaram muitas dificuldades, pedindo ajuda para a sua resolução, em alguns casos, principalmente nos casos dos números com centenas. Conforme se pode comprovar pelas figuras, os alunos foram resolvendo as operações, no entanto verifica-se alguma variedade nas resoluções.

ANEXO 10 – Resoluções dos alunos e respetiva análise referente à ficha de trabalho da 3.ª sessão.

1. A prima da Catarina foi de comboio até ao Porto, onde viajavam 55 homens, 62 mulheres e 32 crianças.
Quantos adultos iam no comboio?



Handwritten solutions for the problem:

① $(50+5) + (60+2) = 55+62 = 117$

② $(50+60) + (2+5) = 110+7 = 117$

③ $55+62 = 50+67 = 117$

④ $(5 \times 10) + (5 \times 1) + (6 \times 10) + (2 \times 1) = 110+7 = 117$

⑤ $55+62 = 55+60+2 = 110+7 = 117$

⑥ A tree diagram showing the decomposition of 55 and 62 into 50+5 and 60+2, which are then added to get 110+7, resulting in 117.

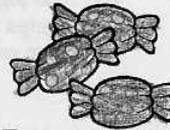
R: Na comboio viajavam 117 pessoas.

Figura 75: Resolução do exercício pela Raquel.

Através da observação da figura, conclui-se que este aluno utilizou 6 formas diferentes de resolver o problema segundo a operação $55 + 62$:

- Decomposição de apenas uma das parcelas;
- Decomposição de ambas as parcelas, na representação vertical;
- Decomposição de ambas as parcelas, na representação horizontal;
- Decomposição de ambas as parcelas, na representação em árvore;
- Retirar numa parcela e adicionar na outra o mesmo número;
- Decompor através da multiplicação.

2. O Rui distribuiu os seus rebuçados por 3 amigos: meia dúzia ao Tomás, 6 dezenas à Maria, 52 dezenas ao Francisco e 4 rebuçados à Carolina. Quantos rebuçados distribuiu o Rui aos seus amigos?



$$6 + 60 + 520 + 4 = 10 + 60 + 520 = 590$$

$$6 + 60 + 520 + 4 = 10 + 60 + 520 = 70 + 520$$

$$= 70 + 500 + 20 = 570 + 20 = 590$$

R: O Rui distribuiu 590 rebuçados aos seus amigos.

Figura 76: Resolução do exercício pela Fernanda.

Através da figura, verifica-se que o aluno utilizou as propriedades associativa e comutativa para obter uma soma parcial igual a 10 ($6 + 4$). No segundo registo, apresenta o registo mais completo do seu raciocínio no qual adiciona primeiro as parcelas menores do que 100 ($10 + 60$) e decompõe o 520 em duas parcelas, ainda que depois não opte por adicionar as parcelas menores do que 100 (70 e 20).

3. A Ana tem 15 dezenas de cromos azuis, 31 cromos brancos, 9 cromos vermelhos e 3 centenas de cromos verdes. Quantos cromos tem a Ana no total?



150 azuis / 31 brancos / 9 vermelhos / 300 verdes

$$(150) + (300) + (31) + (9) = 40 + 150 + 300 = 40 + 450 = 490$$

$$150 + 50$$

$$000 + 30 + 1$$

$$300 + 9$$

$$400 + 50$$

$$0 + 30 + 1$$

$$300 + 0 + 9 =$$

$$400 + 80 + 10 = 490$$

R: A Ana tem 490 cromos.

Figura 77: Resolução do exercício pela Maria.

Esta resolução exigiu conhecimentos sobre as expressões “dezenas e centenas” por parte dos alunos para poder representar esses números, antes mesmo de escrever a operação de adição. Depois, a estratégia utilizada foi idêntica à anterior, a adição de dois números, neste caso $31 + 9$, cujo resultado obtido foi um “número redondo”, isto é, 40. Depois, na primeira estratégia, o aluno foi adicionando duas parcelas de cada vez até chegar ao resultado. A segunda estratégia foi a decomposição de ambas as parcelas da operação “ $150 + 31 + 309$ ”.

4. O João jogou futebol com alguns amigos. A sua equipa conseguiu 67 pontos e a outra equipa fez 34 pontos no 1.º tempo e 29 pontos no 2.º tempo.
4.1. Quem ganhou o jogo?

67 - ponto - João
34 + 29 outro
 $(30 + 4) + (20 + 9)$
 $(30 + 20) + (4 + 9)$
 $50 + 13 = 63$

34 + 29
 $\begin{array}{r} 34 \\ + 29 \\ \hline 50 + 13 = 63 \end{array}$

João ganhou o jogo foi a equipa do João

4.2. Quantos pontos conseguiram as duas equipas juntas?

$67 + 63$
 $60 + 7$
 $60 + 3$
 $120 + 10 = 130$

$67 + 63$
 $(60 + 7) + (60 + 3) =$
 $(60 + 60) + (7 + 3) =$
 $120 + 10 = 130$

Tree diagram showing the addition of 67 and 63 to reach 130:

```

    graph TD
      A((67)) --- B((60))
      A --- C((7))
      B --- D((120))
      C --- E((7))
      E --- F((10))
      D --- G((130))
      F --- G
  
```

Figura 78: Resolução do exercício pela Mariana.

Esta resolução do último problema que, em 4.1. gerou a operação “ $34 + 29$ ” foi realizada segundo a estratégia da decomposição de ambas as parcelas na representação horizontal e na representação vertical. Em 4.2. a operação “ $63 + 67$ ” foi efetuada, além destas duas representações, também segundo a representação em árvore.

ANEXO 11 – Resoluções dos alunos e respetiva análise comparativa entre o início e o fim da abordagem às estratégias de cálculo mental.

De seguida, serão apresentadas algumas resoluções que evidenciam evolução nas resoluções. Na tentativa de realizar uma comparação mais eficaz e equitativa entre o início e o fim da abordagem às estratégias de cálculo mental, coloco resoluções dos mesmos alunos, a par uma da outra, relativas à ficha realizada na primeira sessão e na última sessão.

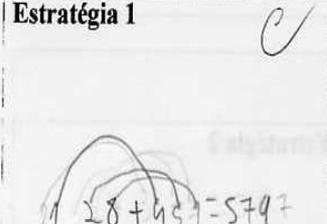
128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2
	$128 + 451 = 579$

Figura 79: Resolução do José na primeira sessão.

128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2
$128 + 451$ $100 + 20 + 8$ $400 + 50 + 1$ $500 + 70 + 9 = 579$	$(100 + 400) + (20 + 50) + (8 + 1) = 500 + 70 + 9 = 579$

Figura nº80: Resolução do José na última sessão.

Através destas resoluções pode-se observar que o aluno, inicialmente não conseguiu realizar a operação segundo nenhuma estratégia de cálculo que tivesse em conta os números, pois apenas trabalhou com algarismos, através do algoritmo. Na figura n.º80 o aluno já conseguiu utilizar a estratégia da decomposição de ambas as parcelas, quer na horizontal, quer na vertical. Apesar das quatro resoluções estarem corretas, a evolução maior decorreu no facto do aluno já conseguir transpor para o papel duas formas diferentes de calcular a mesma operação, dando ênfase aos números.

128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2
$128 + 451 = 579$	$128 + 451 =$ $\begin{array}{r} 128 \\ + 451 \\ \hline 579 \end{array}$

Figura 81: Resolução do David na primeira sessão.

128 + 451	
Estratégia 1	Estratégia 2
$128 + 451 =$ $(100 + 20 + 8) + (400 + 50 + 1) =$ $(100 + 400) + (20 + 50) + (8 + 1) =$ $500 + 70 + 9 = 579$	$128 + 451 =$ $100 + 400$ $20 + 50$ $8 + 1$ $= 500 + 70 + 9 = 579$

Figura 82: Resolução do David na última sessão.

Este caso é idêntico ao anterior, na medida em que se observa, na primeira resolução da ficha (figura n.º82) empenho em tentar encontrar uma resposta de duas maneiras diferentes, que foram a representação horizontal e a representação vertical com ênfase em algarismos, embora que com um erro no algarismo das centenas, em ambos os casos (a professora estagiária ao corrigir colocou o 5 em cima do 6 que o aluno tinha escrito). Já na última realização da ficha, o aluno utilizou as duas estratégias de decomposição de ambas as parcelas na representação horizontal e vertical (embora na vertical tenha feito de maneira diferente), conseguindo obter o resultado correto.

25 + 34	
Estratégia 1	Estratégia 2
$(200 + 5) + (300 + 4) =$ $(200 + 500) + (300 + 400) = 775$	$252 + 325 = 775$

Figura 83: Resolução da Tânia na primeira sessão.

25 + 34	
Estratégia 1	Estratégia 2
$(20 + 5) + (30 + 4) =$ $(20 + 30) + (5 + 4) =$ $50 + 9 = 59$	$25 + 34 =$ $\begin{array}{r} 25 \\ + 34 \\ \hline 59 \end{array}$

Figura 84: Resolução da Tânia na última sessão.

Na primeira resolução da ficha, esta aluna, provavelmente, deve-se ter confundido, pois tentou utilizar estratégias (as únicas que sabia) com números que não contavam no enunciado da operação, curiosamente tratando-se de números muito parecidos com esses (ao decompor o número 25, a aluna colocou $200 + 5$; ao decompor o número 34, a aluna colocou $300 + 4$). Mesmo após a decomposição, a aluna não conseguiu realizar corretamente os passos seguintes. Na segunda estratégia, a aluna voltou a não copiar os números da operação de adição corretos e também não conseguiu, com esses números que escreveu, chegar ao resultado correto. Se a aluna

tivesse um bom sentido do número, teria-se apercebido que $252 + 325$ não poderia dar um número maior que 700, como foi o caso (775). Na última realização da ficha, a aluna conseguiu realizar a operação segundo as duas estratégias que escolheu, com sucesso e de uma forma organizada.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
$63 + 99 = 200$	$\begin{array}{r l} 63 & 99 \\ \hline 60 & 90 \\ \hline 150 & 90 \end{array}$

Figura 85: Resolução da Fernanda na primeira sessão.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
$63 + 99 =$ $(60 + 3) + (90 + 9) =$ $(60 + 90) + (3 + 9)$ $\rightarrow 60 + 12 = 172$	

Figura 86: Resolução da Fernanda na última sessão.

É evidente que esta aluna, na primeira sessão, ao tentar realizar a operação segundo o algoritmo não obteve sucesso, porque envolvia transporte e não conseguiu responder de outra maneira. Na última sessão, já se observa uma evolução, pois usa duas estratégias com representações diferentes. Apesar de não ter conseguido chegar ao resultado correto, uma vez que errou numa operação (colocou $60 + 90 = 160$), o resultado não estava muito longe do correto, porque a operação foi realizada com ênfase aos números e não aos algarismos.

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$	
Estratégia 1	Estratégia 2
$37 + 15 = 52$	

Figura 87: Resolução da Mariana na primeira sessão.

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15 = 52$	
Estratégia 1	Estratégia 2
$\begin{array}{r} 30 + 7 \\ 20 + 5 \\ \hline 52 \end{array}$	$37 + 15$ $\rightarrow 7 + 15 = 22$ $30 + 22 = 52$

Figura 88: Resolução da Mariana na última sessão.

Esta aluna demonstra uma evolução acentuada na capacidade de raciocínio ao responder a esta questão. Se na primeira resolução apenas consegue representar uma estratégia que enfatiza o trabalho com algarismos, na última ficha, utiliza duas estratégias diferentes: a decomposição de ambas as parcelas (embora tenha omitido passos) e a de retirar numa parcela e adicionar noutra o mesmo número.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
$\begin{array}{r} 063 \\ + 099 \\ \hline \end{array} =$	$\begin{array}{r} 063 + 099 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 \\ + 10 + 1 + 1 + 1 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 \\ + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 \\ + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \hline (6 \times 10) + (3 \times 1) + (9 \times 10) + (9 \times 1) \end{array}$

Figura 89: Resolução do Simão na primeira sessão.

63 + 99	
Estratégia 1	Estratégia 2
	$\begin{array}{l} 63 + 99 = \\ (60 + 3) + (90 + 9) \\ (60 + 90) + (3 + 9) \\ 100 + 60 + 2 = 162 \end{array}$

Figura 90: Resolução do Simão na última sessão.

Este aluno demonstra uma certa confusão e algumas dificuldades na primeira resolução (figura 89), no entanto na última sessão, consegue estruturar o seu pensamento de forma organizada e correta (figura 90).

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$	
Estratégia 1	Estratégia 2
$\begin{array}{r} 37 + 15 = 52 \end{array}$	

Figura 91: Resolução do Rui na primeira sessão.

Sabendo que $35 + 15 = 50$, calcula mentalmente $37 + 15$	
Estratégia 1	Estratégia 2
$\begin{array}{r} 37 + 15 \\ 30 + 7 \\ 10 + 5 \\ \hline 50 + 2 = 52 \end{array}$	$\begin{array}{l} 37 + 15 \\ (30 + 7) + (10 + 5) = \\ (30 + 10) + (7 + 5) = \\ 50 + 2 = 52 \end{array}$

Figura 92: Resolução do Rui na primeira sessão.

Através destas resoluções verifica-se que este aluno revela evolução, pois se na primeira ficha só conseguiu operar com base no algoritmo, na última realização da ficha, ele utiliza a relação dada. Ao iniciar a estratégia da decomposição de ambas as parcelas segundo a representação vertical e horizontal, ele não as conclui segundo as operações de adição o exigem, mas escreve “ $50 + 2 = 52$ ”.

ANEXO 12 – Registo fotográfico das atividades

1.ª sessão

21 de novembro
de 2014



Figura 94: A docente estagiária regista no quadro a pontuação do jogo de cálculo mental da adição.



Figura 93: Os alunos vão ao quadro corrigir os exercícios que fizeram.

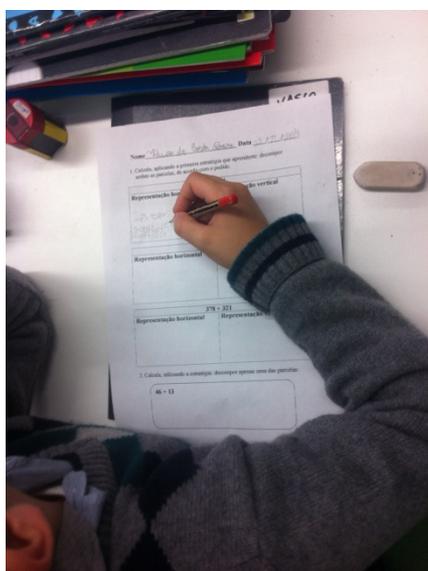


Figura 95: O aluno realiza a ficha de trabalho sobre estratégias de cálculo mental da adição.

EB1 Renápolis
Nome Fonseca Data 21/11/2014

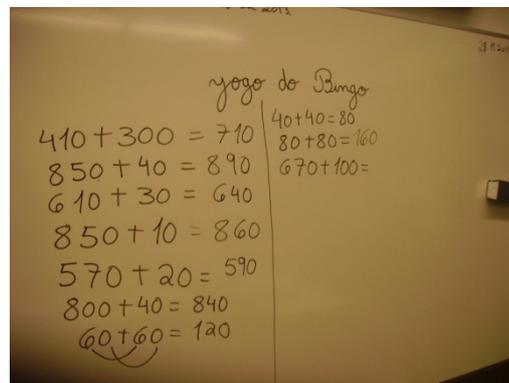
Calcula, se quiseres podes utilizar duas estratégias diferentes.

128 + 451	
Estratégia 1 $128 + 451 = 579$	Estratégia 2 $72 + 457 = 529$ $(10 \times 100) + (2 \times 10) + (9 \times 1) + (4 \times 100) + (5 \times 10) + (1 \times 1) = 579$
25 + 34	
Estratégia 1 $25 + 34 = 59$	Estratégia 2 $25 + 34 =$ $(20 + 5) + (30 + 4) =$ $(20 + 30) + (5 + 4) =$ $50 + 9 = 59$
63 + 99	
Estratégia 1 $63 + 99 = 162$	Estratégia 2 $63 + 99 =$ $(60 + 10) + (30 + 1) + (90 + 1) + (1 \times 1) = 162$

Figura 96: Primeira ficha de diagnóstico, realizada na aula.

2.^a sessão

28 de novembro
de 2014



Figuras 97 e 98: A professora estagiária regista as somas do Jogo do Bingo no quadro.

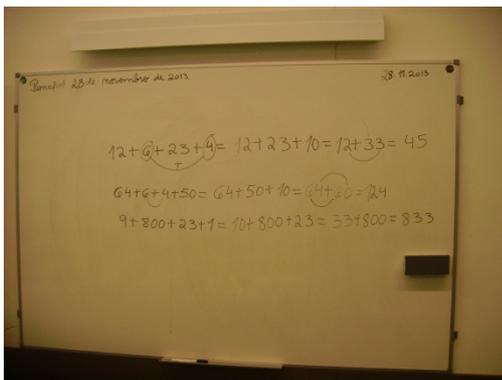


Figura 99: A professora explica aos alunos outra estratégia de cálculo mental da adição.

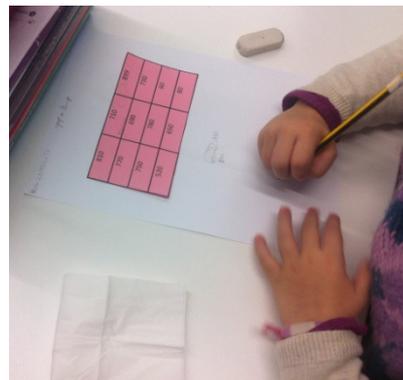
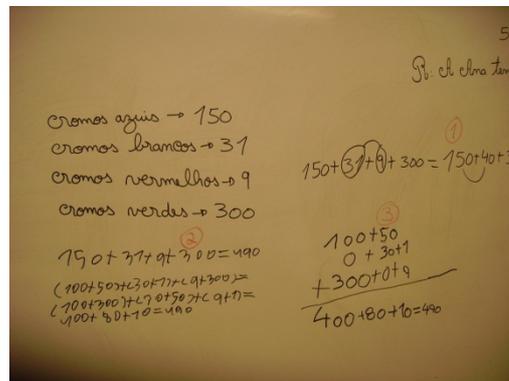
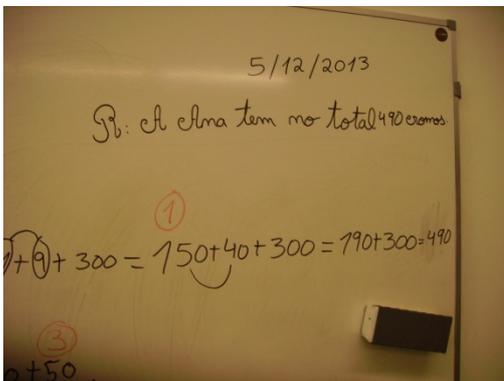


Figura 100: Os alunos jogam ao Jogo do Bingo.

3.^a sessão



Figuras 101 e 102: Os alunos realizam uma ficha com quatro problemas matemáticos segundo várias estratégias.

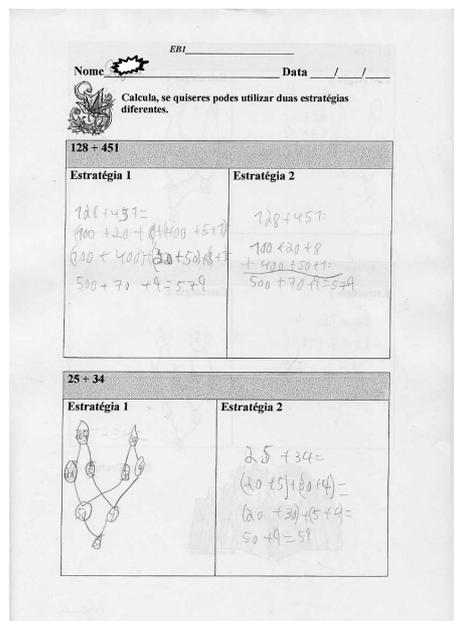


Figura 103: Última ficha realizada por um aluno.