

法政大学学術機関リポジトリ

HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

# 局所結合動的バイナリーニューラルネットの動作解析

著者	牧田 和馬
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要. 理工学・工学研究科編
巻	59
ページ	1-5
発行年	2018-03-31
URL	<a href="http://doi.org/10.15002/00021575">http://doi.org/10.15002/00021575</a>

## 局所結合動的バイナリニューラルネットの動作解析

ANALYSIS OF CELLULAR DYNAMIC BINARY NEURAL NETWORKS

牧田 和馬

Kazuma MAKITA

指導教員 斎藤利通

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

This paper studies dynamic binary neural networks characterized by signum activation function, local connection parameters and integer threshold parameters. The DBNN is constructed by applying delayed feedback to the binary neural networks. The network can generate various periodic orbits. The dynamics is simplified into a digital return map on a set of lattice points. We analyze the dynamics by replacing The DBNN with a simple class network in this paper. We consider the relationship between cellular automata and DBNN. Calculating feature quantities, we investigate the relationship between a simple class of CA and DBNN with local connection. Analysis of the DBNN is important not only as fundamental nonlinear problems but also for engineering applications.

**Key Words :** *Dynamic binary neural networks, Feature quantities, Classification*

## 1. はじめに

本論文では、シグナム活性化関数、3 値結合パラメータ、整数しきい値パラメータによって特徴づけられる動的バイナリニューラルネット (DBNN[1]-[5]) の動作について考察する。DBNN は、2 層のバイナリニューラルネット (BNN[10]) に、遅延フィードバックを適用して構成される。本ネットワークは、様々な 2 値周期軌道を生成する。DBNN のダイナミクスは、デジタルリターンマップ (Dmap) で表現できる。本論文では、DBNN を簡素なクラスのネットワークとすることで、ダイナミクスを解析する。

本論文では、セルオートマトン (CA[6]-[8]) と DBNN の関係について考察する。特徴量を計算することで、簡素な CA と局所結合された DBNN の関係について調査する。DBNN の解析は、非線形問題だけではなく工学的応用に対しても重要な分野である。

## 2. 局所結合動的バイナリニューラルネット

局所結合動的バイナリニューラルネット (CDBNN[5]) を導入する。CDBNN はシグナム活性化関数と簡素な結合パラメータによって特徴づけられる。

CDBNN は BNN に遅延フィードバックを適用して構成される。簡単のため、結合を 3 近傍結合の場合に限定して考察する。ネットワーク図の例を図 1 に示す。CDBNN のダイナミクスは次式で記述される。

$$x_i^{t+1} = \text{sgn}(w_1 x_{i-1}^t + w_2 x_i^t + w_3 x_{i+1}^t - T) \quad (1)$$

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} +1 & \text{for } x \geq 0 \\ -1 & \text{for } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{ab. } x^{t+1} = F_D(x^t), x^t \equiv (x_1^t, \dots, x_N^t) \in B^N \quad (3)$$

ただし、 $x^t$  は離散時間  $t$  における 2 値状態ベクトルであり、 $x_i^t \in \{-1, +1\} \equiv B$  は  $i$  番目の要素である。CDBNN は境界条件にリング結合を適用しているため、 $x_0^t = x_N^t$  及び  $x_{N+1}^t = x_1^t$  となる。しきい値パラメータ  $T$  は整数値をとる。結合パラメータを  $w_1, w_2, w_3$  のみであると考慮する。したがって、CDBNN は  $w_1, w_2, w_3, T$  の 4 つのパラメータのみ存在する。これは  $N^2 + N$  個のパラメータが存在する DBNN よりもはるかにパラメータ数が少ない。すなわち、CDBNN を簡素なクラスの DBNN として扱うことができる。

ダイナミクスの解析のため、デジタルリターンマップ (Dmap) を導入する。 $B^N$  は  $2^N$  個の点の集合  $L_{2^N}$  と同値である。

$$x^{t+1} = F_D(x^t), x^t \in \{C_1, \dots, C_{2^N}\} \equiv L_{2^N} \quad (4)$$

$2^N$  個の点  $C_1 \sim C_{2^N}$  はバイナリコードから導出された 10 進数によって説明される。Dmap の例を図 2 に示す。ただし、 $L_{2^6} = \{C_1, \dots, C_{64}\}$ ;  $C_1 = 0 \equiv (-1, -1, -1, -1, -1, -1)$ ,  $\dots$ ,  $C_{64} = 63 \equiv (+1, +1, +1, +1, +1, +1)$ 。

点の集合である  $L_{2^N}$  が有限であるため、定常状態は次で示される周期軌道によって表現することができる。

ある点  $x_p \in L_{2^N}$  は、 $F_D^p(x_p) = x_p$  かつ  $F_D(x_p) \sim F_D^p(x_p)$  の値が全て異なっていることが確認できた時、PEP と呼ぶ。ただし、 $F_D^p$  は  $F_D$  に  $p$  回写像を施したものである。特に、周期 1 の PEP を不動点と呼ぶ。周期点の系列  $\{F_D(x_p), \dots, F_D^p(x_p)\}$  を PEO と呼ぶ。

## 3. 特徴量と特徴量平面

CDBNN の動作を解析するために、2 つの特徴量 [5] を導入する。第 1 の特徴量  $\alpha$  は周期点数の割合である。これは、定常状態の豊富さを特徴付ける。

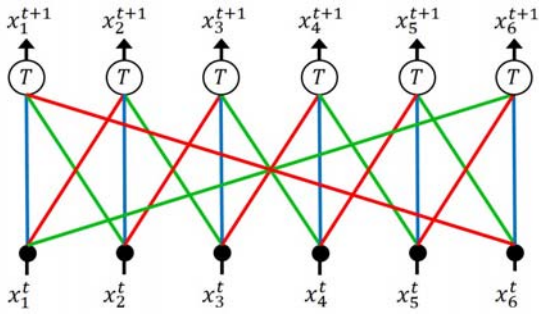


図 1 CDBNN. 赤線は  $w_1$ , 青線は  $w_2$ , 緑線は  $w_3$  をそれぞれ示している. 緑円内の値はしきい値パラメータを示している.

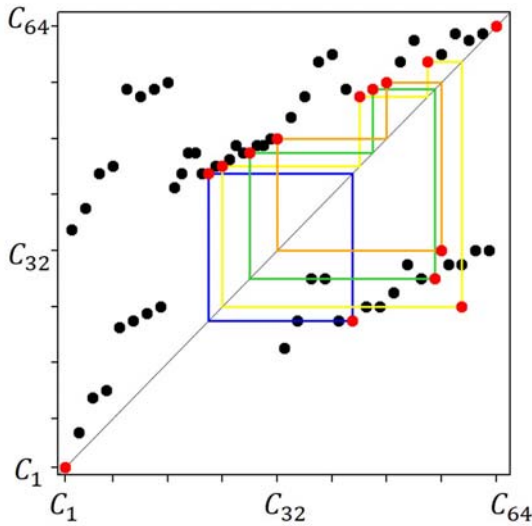


図 2 Dmap. 赤点は周期点 PEP, 軌道は周期軌道 PEO である.

$$\alpha = \frac{\#\text{PEP}}{2^N}, \quad \frac{1}{2^N} \leq \alpha \leq 1 \quad (5)$$

第 2 の特徴量  $\beta$  は, 周期軌道数の割合である. これは, 定常状態の多様性を特徴づける.

$$\beta = \frac{\#\text{PEO}}{2^N}, \quad \frac{1}{2^N} \leq \beta \leq 1 \quad (6)$$

過渡現象が減少すると,  $\alpha$  は 1 に近づく. 不動点が増加すると,  $\beta$  は  $\alpha$  に近づく.

また, DBNN の動作を分類, 考察するために, 2 つの特徴量  $\alpha, \beta$  によって構成された特徴量平面を導入する. 特徴量平面における特徴量  $(\alpha, \beta)$  のプロット可能領域は特徴量平面内の 3 直線に囲まれた領域内 (図 3) である. ただし, 境界線は含む.

平面上の 3 直線についてそれぞれ定義する.

- $l_d : \alpha = \beta$ . 全ての周期軌道が不動点.
- $l_r : \alpha = 1$ . 過渡現象が存在しない.
- $l_b : \beta = 1/2^N$ . 周期軌道が一つのみ存在する.

1 つ目の辺は  $l_d$  である. この辺上のプロットの特徴量は  $\alpha = \beta$  である. つまり全ての周期点が不動点であることを示している.

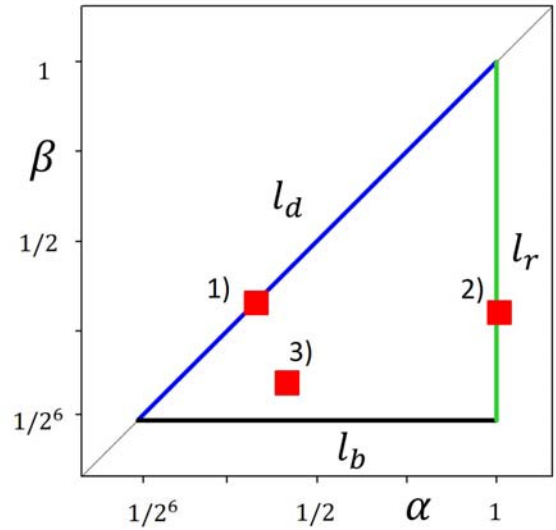


図 3 特徴量平面例.  $l_d : \alpha = \beta$ ,  $l_r : \alpha = 1$ ,  $l_b : \beta = 1/2^6$ . Dmap 典型例 1~3 の特徴量をプロット

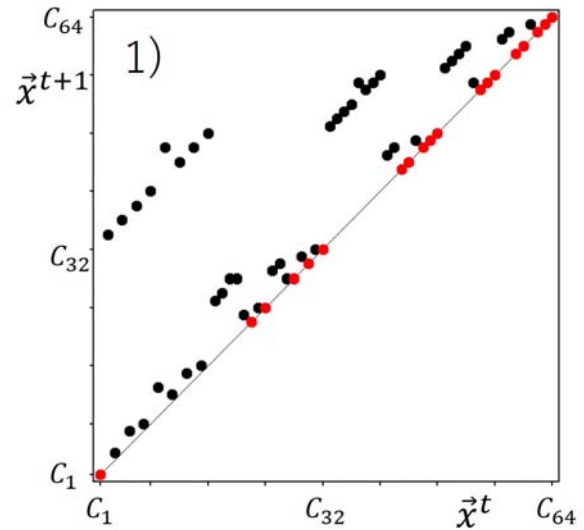


図 4 Dmap 典型例 1(RN220).  $\alpha = 19/64, \beta = 19/64$ .  $\alpha = \beta$ .

2 つ目の辺は  $l_r$  である. この辺上のプロットの特徴量は  $\alpha = 1$  である. つまり過渡現象が存在しないことを示している.

3 つ目の辺は  $l_b$  である. この辺上のプロットの特徴量は  $\beta = 1/2^N$  である. つまり周期軌道が一つのみ存在していることを示している.

この 3 直線を含んだ特徴量平面を用いることで, DBNN の動作の分類を行う. 特徴量平面の例を図 3 に示す. また, Dmap の例を図 4-6 に示す. その中で, 図 5 の Dmap は DC/AC コンバータのスイッチング信号 [1]-[3] に対応している周期 6 の周期軌道を含んでおり, さらに過渡現象を呈さない. また, 図 4 の Dmap は周期軌道の種類が不動点のみである.

この結果より, CDBNN は 4 つのパラメータしか持っていないが, 多種多様な動作を呈することができることが分か

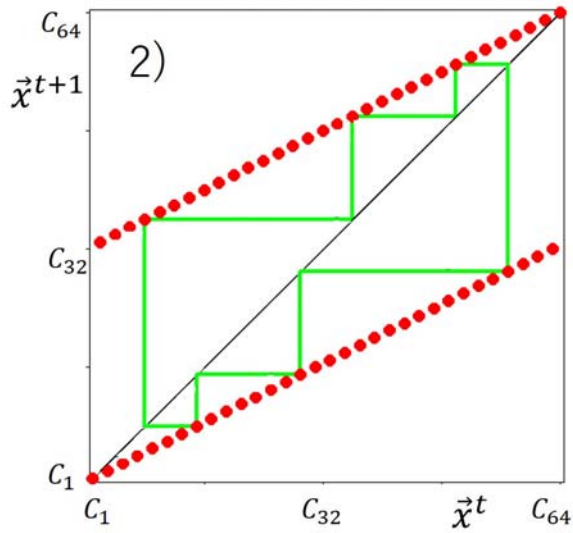


図 5 Dmap 典型例 2(RN240).  $\alpha = 64/64, \beta = 14/64$ .  $\alpha = 1$

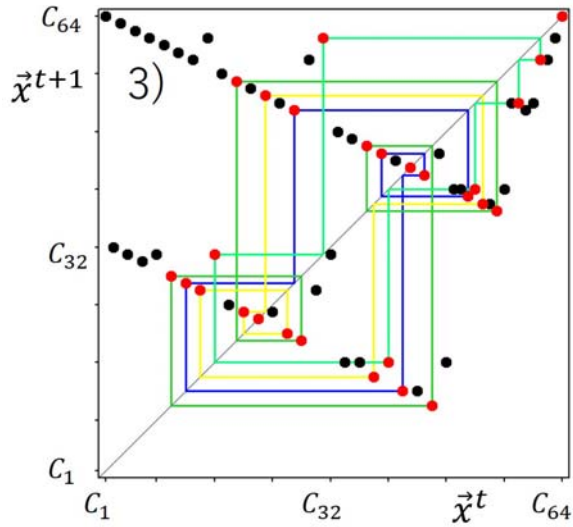


図 6 Dmap 典型例 3(RN143).  $\alpha = 27/64, \beta = 7/64$ .

る。CDBNN は次で述べる基本セルオートマトンと深く関係している。

#### 4. 基本セルオートマトン

セルオートマトン (CA[6]-[8]) は時間, 状態, 空間が全て離散的なデジタル力学系である。セルの位置を  $i \in \{1, \dots, N\}$ , 時刻を  $t$  と定義する。  $N$  個のセルをリング状に結合して構成される空間上の離散時刻  $t$  における CA の動作は式 (7) で記述される。

$$x_i^{t+1} = F(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t) \quad (7)$$

ただし,  $x_i^t \in \{0, +1\} \equiv B$  は離散時刻  $t$  における  $N$  次元 2 値状態である。また 2 値状態ベクトル  $x^t \equiv (x_1^t, \dots, x_N^t)$  は, 離散時刻  $t$  における  $N$  個のセルの状態を示している。本論ではセルをリング状に結合しているため,  $i + N = i$  となる。

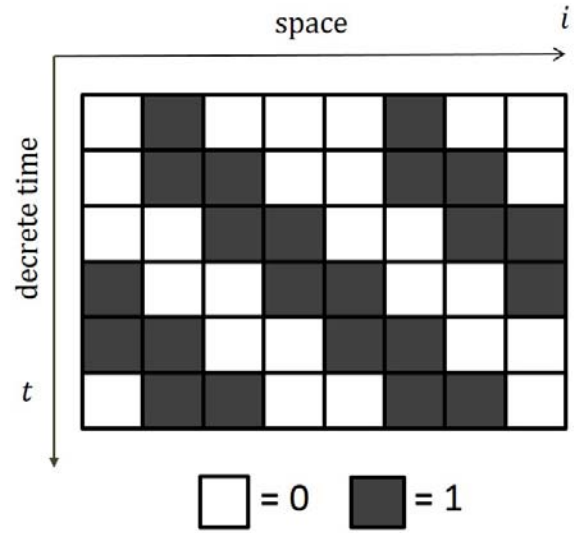


図 7 基本セルオートマトンの時空間パターン例 ( $N = 8$ ). 横軸  $i$ :セルの位置, 縦軸  $t$ :離散時間

現在の時刻のセルと, その近傍のセルの状態で次の時刻のセルの状態が決定され, 式 (7) で示される 1 次元 2 状態 3 近傍 CA を特に基本セルオートマトン (Elementary Cellular Automata:ECA) と呼ぶ。 ECA 特有のルール番号は  $F$  によって割り当てられている。

$$f_0 = F(0, 0, 0), \dots, f_7 = F(1, 1, 1) \quad (8)$$

上式を用いると, 2 進数  $R = (f_7, \dots, f_0)$  が得られる。これの 10 進表示値をルール番号 (RN) とする。 CA の動作はルール番号及び初期状態のみに依存する。ルール番号の総数は近傍数  $M$  に依存し, その数は  $2^{2^M}$  個である。本論で扱う基本セルオートマトンは 3 近傍 CA であるため, ルール番号は  $2^{2^3} = 256$  個存在する。図 7 にセル数  $N = 8$  の CA の時空間パターンの例を示す。

#### 5. 標準形

式 1 で示されるように, 2 値出力である  $x_i^{t+1}$  は 3 つの 2 値入力  $x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t$  によって決定される。これは, 3 ビットの線形分離可能なブーリアン関数 (3-bits Linear Separable Boolean Function:LSBF) と等価である。LSBF の総数は 104 個である。したがって, CDBNN は 4 つの整数パラメータを持っているにも関わらず, 104 通りしか異なる出力の組み合わせがないといえる。この事実は非常に重要である。そこで, 全ての CDBNN の動作を示す 104 個の標準形を導入する。

ここで, 104 個の標準形を用いると異なる動作を呈することを明確にするために, ECA のルール番号 (RN) の概念を導入する。ただし, CDBNN は  $-1, +1$  の 2 値出力であるため, ルール番号に変換する際,  $-1$  を 0 に置き換えて考える。例として, 式 8 より  $R = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$  とすると  $RN = 168$  となる。また, 標準形は次式のようになる。

$$x_i^{t+1} = \text{sgn}(x_{i-1}^t + x_i^t + 2x_{i+1}^t - 1.5) \quad (9)$$

表 1 標準形 ( $p = 3, 5$ ) 及び対応するルール番号

$p = 3$				$p = 5$			
$w_1$	$w_2$	$w_3$	$RN$	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$RN$
-2	-1	-1	7	+2	+1	+1	248
-2	-1	+1	11	+2	+1	-1	244
-2	+1	-1	13	+2	-1	+1	242
-2	+1	+1	14	+2	-1	-1	241
-1	-2	-1	19	+1	+2	+1	236
-1	-1	-2	21	+1	+1	+2	234
-1	-2	+1	49	+1	+2	-1	206
-1	-1	+2	42	+1	+1	-2	213
+1	-2	-1	35	-1	+2	+1	220
+1	-2	+1	50	-1	+2	-1	205
-1	+1	-2	81	+1	-1	+2	174
-1	+2	-1	76	+1	-2	+1	179
+1	-1	-2	69	-1	+1	+2	186
+1	+1	-2	84	-1	-1	+2	171
+2	-1	-1	112	-2	+1	+1	143
-1	+1	+2	138	+1	-1	-2	117
-1	+2	+1	140	+1	-2	-1	115
+1	-1	+2	162	-1	+1	-2	93
+1	+1	+2	168	-1	-1	-2	87
+2	-1	+1	208	-2	+1	-1	47
+1	+2	-1	196	-1	-2	+1	59
+1	+2	+1	200	-1	-2	-1	55
+2	+1	-1	176	-2	-1	+1	79
+2	+1	+1	224	-2	-1	-1	31

標準形の決定にはブーリアンキューブを用いている。ブーリアンキューブの例を図 8-9 に示す。ブーリアンキューブの頂点の +1 の数を  $p$  とする。図 8 と図 9 はそれぞれ  $p = 1 \sim 4$  の時のブーリアンキューブを示している。 $p = 5 \sim 7$  の場合は、 $p = 1 \sim 4$  のブーリアンキューブを符号反転させると再現できる。

104 個の LSBF と 104 個のブーリアンキューブが対応している。ブーリアンキューブを元にして、104 個の標準形を求めることができる。表 1 に  $p = 3, 5$  の場合の概要を示す。

また、特徴量平面を用いて、同じデジタル力学系である ECA とダイナミクスを比較する。ここで、3 ビットの LSBF は ECA の一部である。したがって、104 個の CDBNN は全て ECA に等価なものが存在する。すなわち、DBNN と CA を関連付けて解析することが可能である。

104 個の CDBNN の特徴量を図 10 のように特徴量平面にプロットする。また、ECA もデジタル力学系であり、Dmap で動作を記述することができる。したがって、特徴量も導出可能である。

全 256 個の ECA の特徴量をプロットした特徴量平面を図 11 に示す。図 10 と図 11 より、プロットの総数は ECA の

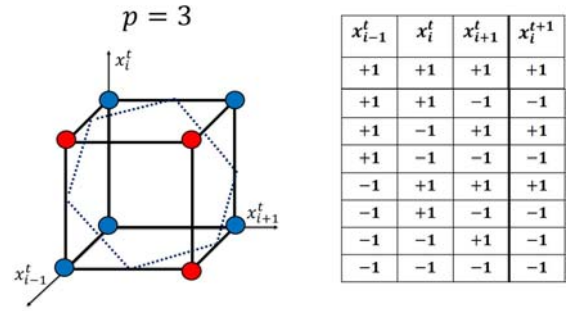


図 8 ブーリアンキューブ ( $p = 3$ ) と真理値表。 $R = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0)$ 。RN = 168。ブーリアンキューブ内の赤点は +1、青点は -1。

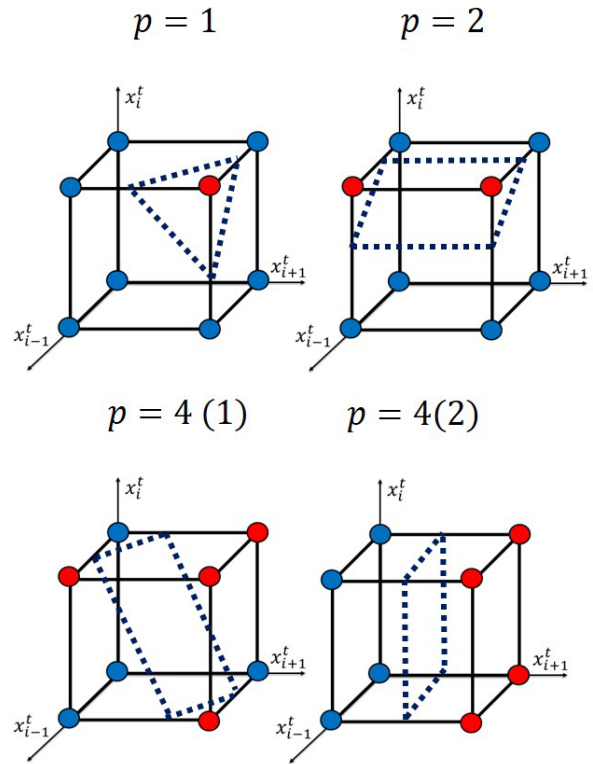


図 9 ブーリアンキューブ ( $p = 1, 2, 4(1), 4(2)$ )

方が多かったが、プロットがカバーする平面内の領域に大きな差は見られなかった。

CA と DBNN という異なるデジタル力学系を性質や特徴量の観点から比較しながら解析を行うことで、CA の動作解析に構造が簡素な DBNN を使用することの有用性を確認した。

## 6. まとめ

動的バイナリニューラルネットワーク (DBNN) は従来のニューラルネットワークと比較して構造も非常に簡素だが、多種多様な動作を呈する。そのため、一般解析は非常に困難である。本論文では、結合パラメータの組み合わせを限定することによって生成された、局所結合動的バイナリニューラルネットワーク (CDBNN) 等の簡素なクラスの DBNN に注目して解析を

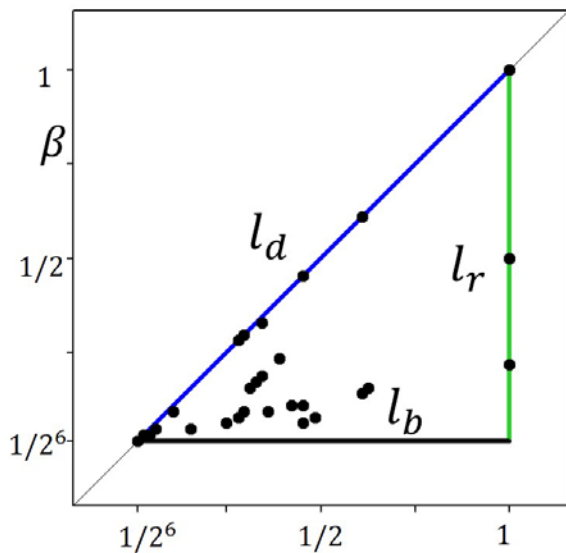


図 10 特徴量平面. 104 個の CDBNN の特徴量をプロット.

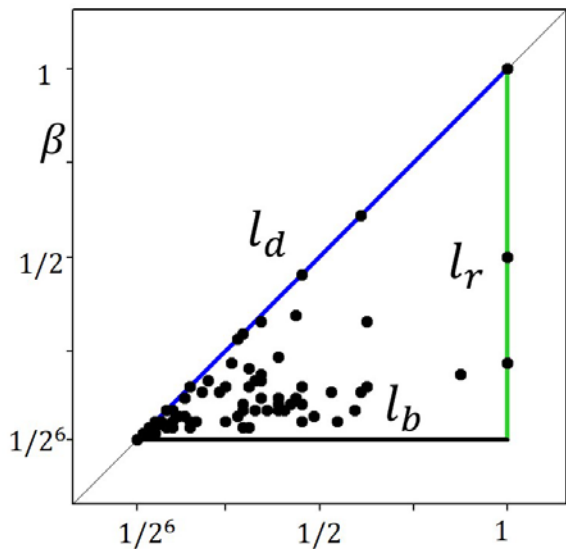


図 11 特徴量平面. 256 個の ECA の特徴量をプロット.

行うことにより, DBNN の解析を行った.

DBNN のダイナミクスを調査するため, デジタルリターンマップ及び特徴量を導入した. 特徴量を用いることで, 小規模なデジタル力学系でも多種多様な動作を呈することを確認した. また, 標準形を用いることで, CDBNN の呈する現象数が 104 個に限定されることを確認した.

さらに CDBNN と簡素なセルオートマトン (CA) を特徴量を用いて考察した. DBNN と CA を関連付けたことは, 双方の基礎研究及び工学的応用に関係がある.

本論文の成果は, DBNN を含むデジタル力学系の今後の発展の手掛かりになる可能性がある.

今後の課題として, より広いクラスでの CDBNN と ECA の動作比較, 解析のための新たな的の絞りの考案, 工学的応用等が挙げられる.

## 参考文献

- 1) R. Kouzuki and T. Saito: Learning of simple dynamic binary neural networks, IEICE Trans. Fundamentals, E96-A, 8, pp. 1775-1782, 2013.
- 2) J. Moriyasu and T. Saito: Sparsification and Stability of Simple Dynamic Binary Neural Networks, IEICE Trans. Fundamentals, E97-A, 4, pp. 985-988, 2014.
- 3) R. Sato, K. Makita and T. Saito: Analysis of various periodic orbits in simple dynamic binary neural networks, Proc. IJCNN, pp. 2031-2038, 2016.
- 4) K. Makita, R. Sato and T. Saito: Stability of periodic orbits in dynamic binary neural networks with ternary connection. (A. Hirose et al. (Eds.): ICONIP 2016, Part 1), LNCS 9947, pp. 421-429, 2016.
- 5) K. Makita, T. Ozawa and T. Saito: Basic analysis of cellular dynamic binary neural networks. (A. Hirose et al. (Eds.): ICONIP 2017, Part 3), LNCS 10636, pp. 779-786, 2017.
- 6) L. O. Chua: A nonlinear dynamical perspective of Wolfram's new kind of science, 1, 2, World Scientific, 2005.
- 7) P. L. Rosin: Training cellular automata for image processing, IEEE Trans. Image Process., 15, 7, pp. 2076-2087, 2006.
- 8) W. Wada, J. Kuroiwa, S. Nara: Completely reproducible description of digital sound data with cellular automata, Physics Letters A 306, pp. 110-115, 2002.
- 9) D. E. Rumelhart, G. E. Hinton and R. J. Williams, Learning internal representations by error propagation. Parallel distributed processing: explorations in the microstructure of cognition, vol. 1, pp. 318-362, 1986.
- 10) D. L. Gray and A. N. Michel, A training algorithm for binary feed forward neural networks. IEEE Trans. Neural Networks, 3, 2, pp. 176-194, 1992.
- 11) J. H. Kim and S. K. Park, The geometrical learning of binary neural networks. IEEE Trans. Neural Networks, 6, 1, pp. 237-247, 1995.
- 12) F. Chen, G. Chen, Q. He, X. Xu, Universal Perceptron and DNA-like Learning Algorithm for Binary Neural Networks: Non-LSBF Implementation, IEEE Trans. Neural Networks, 20, 8, pp. 1293-1301, 2009.
- 13) J. Vithayathil: Power electronics, McGraw-Hill, 1992.
- 14) N. F. Rulkov: M. M. Sushchik, L. S. Tsimring and A. R. Volkovskii: Digital communication using chaotic-pulse-position modulation, IEEE Trans. Circuits Syst. 1, 48, 12, pp. 1436-1444, 2001.
- 15) T. Iguchi, A. Hirata, and H. Torikai, Theoretical and Heuristic Synthesis of Digital Spiking Neurons for Spike-Pattern-Division Multiplexing, IEICE Trans. Fundamentals, vol. E93-A, no.8, pp. 1486-1496, 2010.