Le regole del gioco.
Primo incontro con l'ingegneria strategica

Marco Li Calzi

La teoria dei giochi è una disciplina matematica per costruire modelli che studiano come interagiscono le persone e come rispondono agli incentivi.
L'importanza del suo ruolo nelle scienze sociali è saldamente riconosciuta, come attesta la circostanza che in quattro occasioni il premio Nobel per l'Economia[1] sia stato conferito a studiosi di teoria dei giochi.
Nel 1994 sono stati premiati John C. Harsanyi (1920-2000), John F. Nash Jr. (1928-) e Reinhard Selten (1930-) "per la loro pioneristica analisi degli equilibri nella teoria dei giochi non cooperativi". Nel 2005 è stato il turno di Robert J. Aumann (1930-) e Thomas C. Schelling (1921-) "per aver approfondito la nostra comprensione dei conflitti e della cooperazione attraverso gli strumenti analitici della teoria dei giochi". Nel 2007 il riconoscimento è andato a Leonid Hurwicz (1917-2008), a Eric S. Maskin (1950-) e a Roger B. Myerson (1951-) "per avere costruito i fondamenti della teoria della progettazione dei meccanismi". Infine, almeno fino ad oggi, nel 2012 sono stati premiati Alvin E. Roth (1951-) e Lloyd S. Shapley (1923-) "per la teoria delle allocazioni stabili e per la pratica della progettazione dei mercati".
Anche se il tecnicismo delle definizioni non ne consente una facile decifrazione, il percorso descritto da questi riconoscimenti suggerisce una direzione precisa. Nel 1994 il tema del premio è stata la costruzione e l'analisi di un concetto teorico di estrema importanza. Nel 2005 l'accento si è spostato verso le applicazioni della teoria dei giochi. Nel 2007 sono stati di nuovo premiati risultati teorici, che tuttavia costituiscono il fondamento di una disciplina derivata: la *progettazione dei meccanismi*.
Questa ha per scopo lo studio e la costruzione di sistemi per orientare le decisioni di agenti verso obiettivi socialmente auspicabili. Proprio per sottolineare questo orientamento applicativo, preferiamo chiamare questa disciplina derivata *ingegneria strategica*. Nel 2012, la motivazione del premio richiama in modo chiaro (accanto alla teoria) le ricadute applicative dell'ingegneria strategica, con particolare riferimento alla progettazione dei mercati.
Questo scritto mira a fornire un'introduzione ai temi e agli strumenti dell'ingegneria strategica, attraverso l'uso di esempi tratti dai campi più vari, inclusi fumetti, cinema, sport.

---

[1] Il nome esatto del riconoscimento è "The Bank of Sweden Prize in Economic Sciences in Memory of Alfred Nobel". Il premio per l'Economia non era previsto nelle disposizioni di Nobel (1833-1896) ed è stato istituito nel 1969.

1. Le leve dell'azione

Come racconta Aumann [1], durante un incontro di studenti presso la Yale University, si discuteva a ruota libera. Fu chiesto a James Tobin (1918-2002), che successivamente ricevette nel 1981 il Nobel per l'Economia, se fosse possibile riassumere l'economia in una sola parola. La sua risposta affermativa fu: "*incentivi*". Aumann concorda e rafforza il concetto: "l'economia si occupa essenzialmente di incentivi" [1, p. 95].

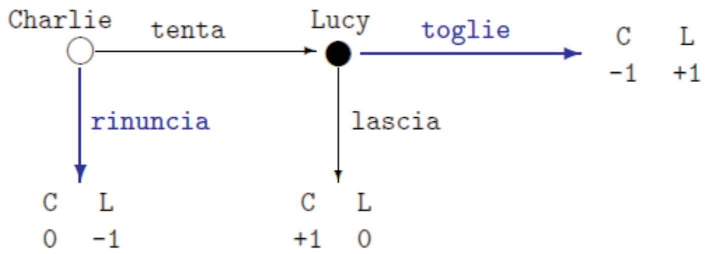
Gli incentivi sono i piani inclinati dell'azione individuale. In assenza di forze contrarie, le persone tendono a scegliere nella direzione indicata dagli incentivi. Ad esempio, se l'azienda promette un bonus a chi vende 1000 unità, il rappresentante di commercio aumenta gli sforzi per raggiungere l'obiettivo di 1000 unità e (probabilmente) li riduce dopo averlo superato. Il bonus costituisce un incentivo a darsi maggiormente da fare finché il numero di unità vendute è inferiore a 1000.

Se si trovano i giusti incentivi, si può influenzare il comportamento delle persone. Si noti bene che non stiamo sostenendo che si possa imporre un comportamento (vale il libero arbitrio), ma che una scelta oculata degli incentivi rende certe scelte meno costose o più appetibili. Ecco perché diciamo che gli incentivi sono i piani inclinati dell'azione individuale: una persona resta libera di camminare in salita, ma una maggiore pendenza lo rende meno probabile. L'*ingegneria strategica* studia come disporre questi piani inclinati (ossia, gli incentivi) per raggiungere un risultato socialmente desiderabile.

Naturalmente, selezionare le leve migliori per indirizzare l'azione degli individui richiede di avere idee chiare sulle loro preferenze. In generale, queste non sono facili da decifrare; ma ci sono molte situazioni dove risultano evidenti. Un esempio particolarmente felice, tratto da Dixit e Nalebuff [3], fa riferimento al tormentone della palla da football nelle strisce dei *Peanuts* di Charles M. Schultz (1922-2000). Negli anni, Schultz ha riproposto la *gag* fondamentale in 43 versioni differenti: la prima è apparsa il 14 novembre 1951 e l'ultima il 24 ottobre 1999. Si veda http://peanuts.wikia.com/wiki/Football_gag per una dettagliata cronologia e alcune piccole curiosità.

La struttura di base è la seguente. Lucy promette a Charlie Brown che gli terrà fermo il pallone in modo che questi possa calciarlo al termine di una lunga rincorsa. Charlie Brown può tentare il calcio o rinunciare; se inizia la rincorsa, ad un certo punto non può più fermarsi e la decisione di tentare il calcio diventa irreversibile. Lucy può mantenere la promessa e tenere fermo il pallone, oppure tirarlo via all'ultimo istante affinché Charlie Brown calci a vuoto e finisca per terra (con maligno piacere di Lucy). La *gag* ruota intorno ai modi fantasiosi con cui Lucy riesce ogni volta a convincere Charlie Brown a tentare, nonostante l'esito finale si risolva inevitabilmente con la caduta di Charlie Brown. (Una parziale eccezione è la striscia del 2 agosto 1979.)

Possiamo dare una rappresentazione formale della struttura dell'interazione mediante un albero che esprime la successione delle azioni. Charlie sceglie per primo fra due azioni: tentare il calcio o rinunciare. Successivamente, se Charlie Brown decide di tentare il calcio, Lucy può scegliere fra lasciar fermo il pallone o tirarlo via.



Gli esiti possibili sono tre: Charlie rinuncia a calciare; Charlie tenta il calcio e Lucy collabora tenendo ferma la palla; Charlie tenta ma Lucy sottrae la palla. Ciascuno dei due agenti valuta diversamente gli esiti. Per rappresentare in modo conciso le preferenze degli attori, scriviamo rispettivamente +1, 0, –1 per l’esito migliore, per quello intermedio e per il peggiore dal punto di vista di un agente. A ciascuno dei tre esiti corrispondono due numeri: il primo denota la valutazione di Charlie Brown ed il secondo quella di Lucy. Ad esempio, se Charlie rinuncia a calciare, scriviamo 0 per lui e –1 per Lucy.
Ad ogni turno, ciascun agente sceglie l’azione che conduce all’esito migliore fra quelli ancora possibili. Per risolvere il gioco, si applica l’*induzione retrograda* e si comincia da chi gioca per ultimo, perché deve risolvere un problema più semplice. In particolare, supponete di essere Lucy e collocatevi sul pallino nero. Se giocate “lascia” ottenete 0, se giocate “toglie” ottenere +1. Giacché preferite il secondo esito, giocherete “toglie” (e farete andare le gambe di Charlie per aria). Abbiamo marcato in grassetto la scelta di Lucy.
Se Charlie Brown fosse meno ingenuo, comprenderebbe che questo è quanto lo aspetta se tenta di calciare. Pertanto, le sue scelte sono due: rinunciare, oppure tentare il calcio (e subire “toglie”). Giacché Charlie preferisce la prima alla seconda, la raccomandazione della teoria dei giochi è di rinunciare. Molto dell’effetto umoristico della *gag* discende dalla nostra abilità innata di leggere correttamente la situazione, che ci fa apparire Charlie come uno sprovveduto.

2. Il giudizio di Re Salomone

Per introdurre gli obiettivi ed i limiti dell'ingegneria strategica facciamo ricorso al giudizio di Salomone (*Libro dei Re*, 3:16-27); si veda [2]. Due donne, che chiameremo Anna e Beth (anche se la Bibbia non ne riporta il nome), si contendono un bambino. Entrambe sostengono di esserne la vera madre e invocano il giudizio di Salomone per stabilire a chi delle due vada assegnato l'infante. Salomone afferra una spada e propone di dare a ciascuna donna metà del bambino, dopo averlo tagliato in due. Anna accetta l'offerta, mentre Beth preferisce lasciare l'infante alla rivale. Salomone riconosce nella scelta di Beth il segno dell'amore materno e le assegna il bambino.

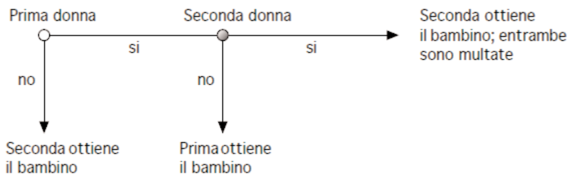
In termini generali, l'ingegneria strategica studia problemi analoghi, caratterizzati da quattro elementi. Il primo è l'esistenza di un obiettivo socialmente desiderabile che specifica quale risultato vorremmo ottenere; nel caso specifico, dare il bimbo alla vera madre. Il secondo è il contrasto (magari parziale) fra i fini individuali e l'obiettivo sociale; ad esempio, sia Anna sia Beth desiderano il bambino, anche se questi dovrebbe essere affidato soltanto alla vera madre. Il terzo è l'interazione fra gli agenti, che possono manipolare l'informazione mentendo a loro vantaggio, come fa una delle due donne. Il quarto è la costruzione di un gioco (inteso come sistema di incentivi) all'interno del quale le scelte razionali degli agenti li conducano verso l'obiettivo sociale.

La versione del giudizio di Salomone riportata nel *Libro dei Re* soddisfa i primi tre requisiti, ma non il quarto. In realtà, la minaccia di tagliare in due il bambino risolve il problema soltanto perché una delle due donne non si comporta razionalmente imitando l'ovvia reazione istintiva che anima il gesto di rinuncia della vera madre. Che cosa avrebbe deciso Salomone se entrambe le donne avessero offerto di cedere il bambino alla rivale pur di salvargli la vita?

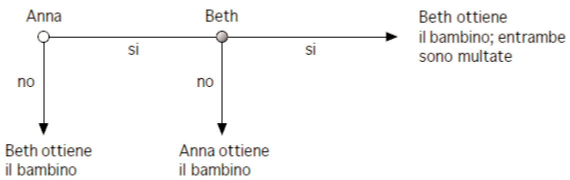
Un modo diverso per controllare se gli incentivi siano posti correttamente è verificare che la procedura non sia "usa-e-getta". Supponiamo che si ripresenti un caso simile e che le due contendenti siano a conoscenza di come Salomone ha risolto la precedente disputa. Al secondo giro saprebbero entrambe quale risposta dare per non rischiare che l'infante sia affidato all'altra. Entrambe proporrebbero di cedere il bambino e Salomone sarebbe posto nell'impossibilità di determinare chi sia la vera madre.

Per risolvere il problema di determinare la vera madre, bisogna costruire un opportuno gioco. Fra le molteplici possibili soluzioni, ne scegliamo una particolarmente semplice sotto l'ipotesi che Salomone ricorra alla sua saggezza per scegliere una multa che soltanto la vera madre tollererebbe, qualora fosse necessario ricorrere ad una punizione. Tanto per fissare le idee, supponiamo che la vera madre sia Beth. Naturalmente, Salomone non ha questa informazione e quindi deve escogitare un gioco che riveli la vera madre indipendentemente dal fatto che a giocare per prima sia Anna o Beth.

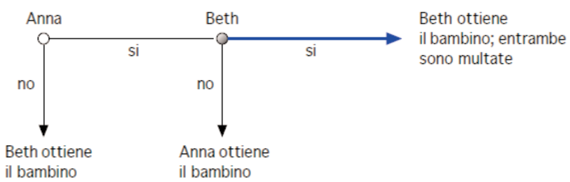
Immaginiamo che Salomone chieda a turno alle due donne: *Sei tu la madre di questo bambino?* Se la prima donna risponde no, l'infante è affidato alla seconda. Se la prima donna risponde sì e la seconda no, il bambino va alla prima. Se entrambe rispondono sì, allora l'infante è assegnato alla seconda donna ma entrambe sono multate. Questo schema corrisponde al seguente albero.



Per dimostrare che lo schema funziona, dobbiamo far vedere che, se le due donne agiscono razionalmente, esso riesce a rivelare che la vera madre è Beth sia che Salomone interpelli per prima l'una sia che si rivolga all'altra donna.
Supponiamo che la prima donna a parlare sia Anna. Sostituiamo rispettivamente Anna e Beth al posto della prima e della seconda donna ed otteniamo il gioco rappresentato qui sotto.

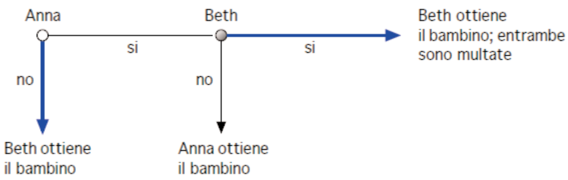


Con lo stesso procedimento di induzione retrograda illustrato nel caso di Lucy e Charlie Brown, esaminiamo la situazione cominciando dall'ultimo nodo, in cui parla Beth. Se Beth risponde no, il bambino va ad Anna; se invece risponde sì, Beth ottiene l'infante ma paga la multa. Dal momento che Beth è la vera madre, pur di avere il bambino preferisce pagare la multa e quindi risponde sì.
Anticipando ciò, Anna si rende conto (se è razionale) che il gioco appare come nella seguente figura, dove abbiamo marcato in grassetto la scelta di Beth. Se Anna risponde no, non ottiene il bambino; ma se risponde sì, l'esito non cambia e per soprammercato sarà multata.

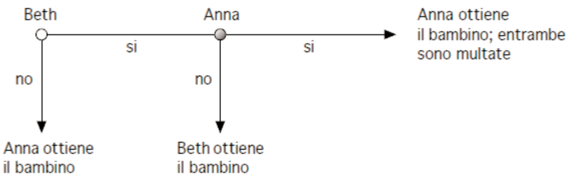


Dunque, possiamo prevedere che Anna preferisce rispondere no ed evitare la multa.

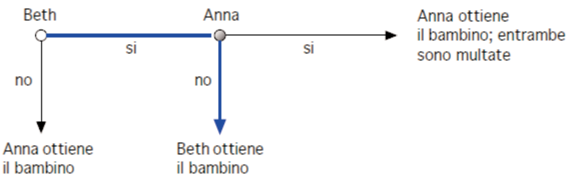
Se Salomone interroga per prima Anna, il bambino sarà correttamente assegnato a Beth. La struttura delle mosse razionali è la stessa del gioco di Lucy e Charlie Brown, come si può cogliere nella figura seguente.



Adesso supponiamo che la prima donna a parlare sia Beth. Sostituiamo rispettivamente Beth e Anna al posto della prima e della seconda donna ed otteniamo il gioco seguente. Ripetiamo l'analisi per induzione retrograda.



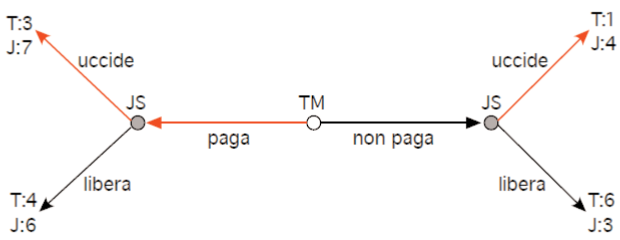
Consideriamo la decisione di Anna, che può rinunciare al bambino oppure ottenerlo subendo una punizione. Giacché la multa è troppo severa da tollerare per una donna che non sia la vera madre, Anna preferisce rinunciare e risponde no. Risulta immediato che Beth preferisce rispondere sì e dunque la struttura delle mosse razionali si presenta come segue. Se Salomone interroga per prima Beth, il bambino sarà correttamente assegnato a lei.



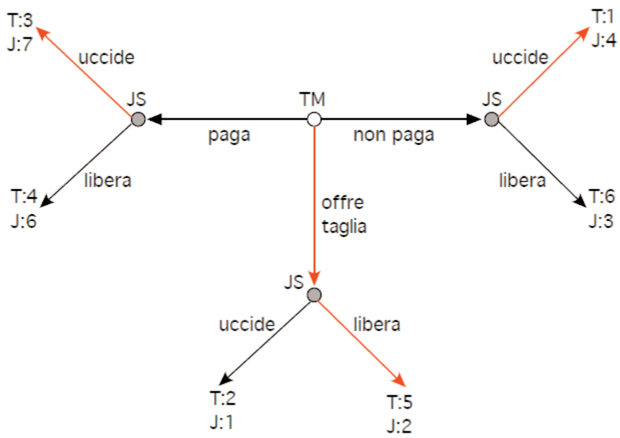
3. Cambiare le regole del gioco

In molti casi, cambiare le regole del gioco costituisce una forma (talvolta spregiudicata) di ingegneria strategica. L'esempio più semplice consiste nel "legarsi le mani" quando si teme di non saper resistere ad una tentazione. Nel Canto XII dell'*Odissea*, Ulisse tappa le orecchie ai compagni e si fa legare all'albero della nave per poter ascoltare il canto delle sirene. In questo caso, il gioco ha una sola persona (Ulisse) che vorrebbe ascoltare il canto meraviglioso ma teme che la sua

malìa potrebbe rapirlo e condurlo in disgrazia. Facendosi legare all'albero, l'Ulisse lungimirante sceglie (adesso) di sottrarre all'Ulisse che più tardi sarà sotto l'influsso del canto l'opzione di seguirne la fonte. Riducendo il numero delle scelte, ovvero "potando" opportunamente l'albero che descrive il problema di decisione, Ulisse può assicurarsi il risultato migliore: ascoltare il canto delle sirene senza patire conseguenze avverse.
Un altro esempio meno ovvio si trova nel film *Ransom - Il riscatto* (1996), dove il figlio di Tom Mullen (interpretato da Mel Gibson) è stato rapito da poliziotto corrotto di nome Jimmy Shaker (Gary Sinise), che ha chiesto un riscatto di due milioni di dollari. Tom Mullen ha correttamente intuito che Jimmy non desidera liberare il bambino dopo il pagamento del riscatto. Dato che Jimmy intende uccidere il bambino, il gioco si presenta come segue. Se Tom paga, Jimmy incassa il denaro ed uccide il bambino.



Se Tom non paga, Jimmy non incassa il denaro ma comunque uccide il bambino.
Fra le due opzioni, Tom sceglierebbe comunque la prima per non avere il rimorso di aver lasciato qualcosa di intentato. Tuttavia, entrambe le scelte possibili conducono ad un esito disastroso.
Il colpo d'ingegno di Tom è modificare il gioco. In una scena molto intensa, Tom si rivolge all'ignoto rapitore in televisione. Davanti a sé ha i soldi del riscatto e tutto lascia pensare che stia per cedere al ricatto. Invece, con un colpo di scena, Tom annuncia che questi soldi non sono destinati a pagare il riscatto ma per offrire una taglia sul rapitore! In questo modo, Tom cerca di trasformare il rapitore in un ostaggio, costretto a diffidare dei suoi complici e a temere per la sua vita. Questa mossa introduce un nuovo ramo modificando il gioco come mostrato nello schema qui a fianco.



Il film prosegue con numerosi altri colpi di scena, ma qui non possiamo raccontarne il finale per non rovinare

la sorpresa a chi non l'avesse ancora visto. Suggeriamo invece di leggere il breve racconto "The Ransom of Red Chief" (1910) di William Sydney Porter (1862-1910), in arte O. Henry, per una gustosa variante umoristica sulla confusione di ruoli fra ostaggio e rapitore.
Come è naturale, per alzare la tensione, il film esaspera le situazioni.
Tuttavia, l'idea di modificare il classico dilemma posto da una richiesta di riscatto per rapimento è piuttosto comune. Ecco ad esempio quanto suggerisce Thomas Schelling (Nobel per l'Economia nel 2005) nel caso in cui il rapito conosca l'identità del rapitore. La vittima dovrebbe rivelare un suo oscuro segreto al rapitore per rassicurarlo: se dopo la sua liberazione la vittima ne dovesse svelare l'identità, il rapitore si vendicherebbe rivelando l'oscuro segreto e danneggiando la reputazione della vittima; vedi [6]. Anche se i dettagli sono diversi, l'idea di fondo è la stessa: prendere in ostaggio il rapitore stesso chiedendo come riscatto che rispetti la promessa di liberare la vittima.

4. Errori ed impossibilità

Naturalmente, l'ingegneria strategica non può risolvere tutti i problemi.
Anzi, ci sono precisi risultati di impossibilità che fissano condizioni necessarie (o sufficienti) affinché si possa risolvere un problema di ingegneria strategica. Proviamo ad esaminare un paio di celebri fallimenti.
L'esempio più sorprendente è probabilmente il seguente. Nel 1958, sei paesi firmarono il trattato di Roma con cui prese vita la Comunità Economica Europea, antesignana dell'Unione Europea. Il primo allargamento sarebbe arrivato solo 15 anni dopo, nel 1973, con l'ingresso di Danimarca, Irlanda e Regno Unito. Pertanto, il trattato firmato nel 1958 dai sei paesi fondatori (Francia, Germania, Italia, Belgio, Olanda e Lussemburgo) rimase in vigore 15 anni.
Il trattato specificò che il quorum necessario per prendere una decisione fosse di 12 voti su 17, richiedendo una maggioranza qualificata. Inoltre, allo scopo di tenere conto della diversa importanza politica ed economica dei paesi firmatari, fu stabilito di attribuire loro un numero di voti diversi. A Francia, Germania e Italia furono dati 4 voti; al Belgio ed all'Olanda 2; al Lussemburgo 1.
Dopo che il trattato fu firmato ed entrò in vigore, fu notato un fatto elementare con conseguenze importanti. A tutti i paesi, tranne il Lussemburgo, era stato attribuito un numero pari di voti. Il quorum stesso richiedeva un numero pari di voti per essere raggiunto. Questo rendeva il voto del Lussemburgo del tutto ininfluente per il raggiungimento del quorum. Infatti, giacché la somma del voto dispari del Lussemburgo con un numero pari di voti (provenienti dagli altri paesi) è sempre dispari, in nessun caso il raggiungimento del quorum richiedeva il suo voto favorevole. In altre parole, il Lussemburgo aveva firmato e si era impegnato ad onorare un trattato che di fatto lo escludeva completamente dall'avere un ruolo formal-

mente decisivo.
Abbiamo discusso in [4] un esempio più complesso tratto dal mondo politico, in riferimento ad un’esperienza da Presidente del Senato Romano raccontata da Plinio il Giovane nel suo *Epistolario* (libro 8, lettera 14). L’esempio è stato originariamente proposto all’attenzione degli studiosi di teoria dei giochi in [5].
La regola del *golden goal* nel calcio costituisce un caso di studio esemplare di ingegneria strategica inefficace. Introdotto dalla FIFA nel 1993, il *golden goal* si applica quando, in caso di parità al termine della partita, si va ai tempi supplementari e prevede che, se una delle due squadre segna una rete, la partita termini immediatamente e sia dichiarata vincente la squadra in vantaggio.
L’intenzione sottostante alla sua introduzione era di offrire un incentivo affinché le squadre praticassero maggiormente il gioco d’attacco e si facesse meno ricorso ai rigori per decidere l’esito di una partita. In realtà, questa regola finì per incoraggiare le squadre ad un gioco maggiormente difensivo allo scopo di ridurre il rischio di subire un *golden goal*. Nel linguaggio della nostra introduzione, il piano è inclinato nella direzione sbagliata.
Alimentata da alcuni episodi ampiamente discussi, la consapevolezza di questa inefficacia condusse la UEFA a introdurre nel 2002 un correttivo che fu chiamato *silver goal*: invece di interrompere la partita subito dopo la prima rete, si porta a termine il tempo supplementare prima di decidere la vittoria, offrendo alla squadra in svantaggio l’opportunità di rimontare. L’unico evento sportivo di rilievo deciso da un *silver goal* fu la semifinale di *Euro 2004*, quando la Grecia sconfisse la Repubblica Ceca segnando due secondi prima del termine del primo tempo supplementare. Questo episodio rese evidente l’inefficacia del correttivo e nel febbraio 2004 l’International Football Association Board decise di cassare entrambe le opzioni dal regolamento ufficiale del gioco del calcio.
Il più bizzarro fra tutti gli episodi collegati al *golden goal* si è verificato nella partita fra Barbados e Grenada giocata durante la prima fase della Shell Caribbean Cup del 1994. Dato che la sua applicazione determina l’immediata conclusione della partita, l’uso del *golden goal* non consente ad una squadra di vincere con più di una rete di scarto. Allo scopo di riconoscere maggior peso al *golden goal*, gli organizzatori del torneo avevano stabilito, in caso di applicazione, di riconoscere alla squadra vincente uno scarto di due reti.
Ecco che cosa accadde. Barbados aveva bisogno di vincere con due reti di scarto per poter accedere alla fase successiva. Durante la partita regolare, Barbados andò rapidamente in vantaggio 2-0 e sembrava destinata a superare il turno. A sette minuti dalla fine, Grenada segnò una rete portando il punteggio a 2-1. A questo punto, per qualificarsi Barbados avrebbe avuto bisogno di segnare una terza volta, ma questo sembrava improbabile a pochissimi minuti dalla fine. Barbados avrebbe preferito che la partita finisse in pareggio, in modo da poter andare ai tempi supplementari e tentare di segnare il *golden goal*. Detto, fatto: Barbados segnò consapevolmente un autogol a tre minuti dalla fine, in modo da pareggiare 2-2.

A questo punto, però, a Grenada sarebbe bastata una rete (in una qualsiasi delle due porte!) per passare il turno: vincere 3-2 o perdere 2-3 avrebbe eliminato Barbados per certo. Nei tre minuti restanti, Grenada tentò di segnare una rete nella porta avversaria o un autogol nella propria porta, entrambe difese da Barbados che cercava di evitare di passare in vantaggio o in svantaggio! Per la cronaca, i tempi regolamentari si chiusero in pareggio e successivamente, al quarto minuto dei supplementari, Barbados segnò un *golden goal* e passò il turno.

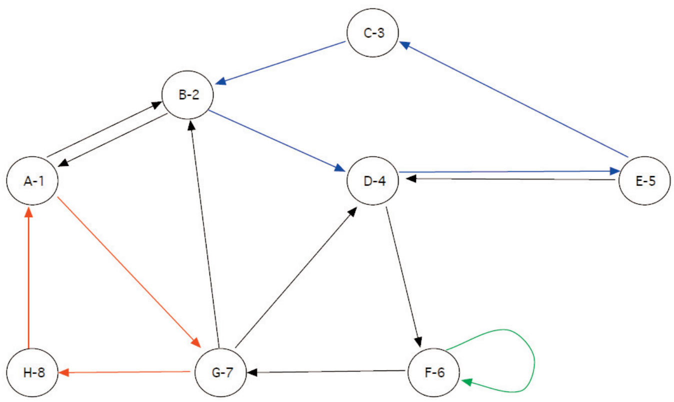
5. Un'applicazione pratica

Come abbiamo menzionato nell'introduzione, nel 2012 il premio Nobel per l'Economia è stato conferito "per la teoria delle allocazioni stabili e per la pratica della progettazione dei mercati". L'ultimo tema che vogliamo trattare riguarda una di queste applicazioni pratiche.
Alvin Roth ed i suoi collaboratori hanno utilizzato alcune idee di ingegneria strategica per introdurre importanti innovazioni nel mercato dei trapianti di rene. Attenzione alla terminologia: abbiamo scritto mercato, ma solo nel senso tecnico di luogo in cui bisogna incrociare l'offerta (da parte dei donatori) con la domanda (da parte dei pazienti). Né Roth né noi intendiamo suggerire l'acquisto o la vendita dei reni; in generale, anche se non ovunque, questo non è considerato eticamente accettabile. Come vedremo, in questo caso gli scambi sono riconducibili a donazioni o a baratti.
Per concretezza, facciamo riferimento ad alcuni dati forniti dallo stesso Roth. Negli U.S.A. ci sono 70.000 pazienti in lista d'attesa per un trapianto di rene. Nel 2006 sono state eseguite meno di 11.000 operazioni e 5.000 pazienti sono morti o si sono talmente aggravati da diventare inoperabili. È del tutto evidente l'importanza e l'utilità sociale di accrescere il numero di trapianti.
Un modo molto naturale per aumentare l'offerta di reni trapiantabili è cercare un donatore fra parenti o amici. Purtroppo, spesso non è sufficiente che un paziente trovi un potenziale donatore: bisogna accertare la compatibilità fra donatore e ricevente, che dipende dal gruppo sanguigno e dal profilo antigenico. Fino al 2004, l'unico espediente per valorizzare un donatore non compatibile consisteva nell'organizzare uno scambio di donatori fra due coppie di pazienti-donatori incompatibili.
Più precisamente, supponiamo che un paziente A abbia trovato un donatore 1 incompatibile; analogamente, il paziente B abbia rintracciato un donatore 2 incompatibile. (Indichiamo i pazienti con lettere ed i donatori con numeri.) Se 1 è compatibile con B e 2 è compatibile con A, i due pazienti possono "scambiarsi" i donatori e dar corso ad un trapianto incrociato. La ricerca manuale di coppie compatibili, tuttavia, è molto inefficiente; al termine del 2004, in tutti i 14 centri specializzati del New England erano stati eseguiti solo 5 trapianti incrociati.

Presentiamo due contributi di natura matematica, che hanno aumentato il numero dei trapianti possibili. Queste idee sono state incorporate nello schema utilizzato dall'*Alliance for Paired Donation*, organizzazione no-profit riconosciuta dal governo americano, che negli U.S.A. ha un ruolo primario nell'organizzazione del mercato nazionale dei trapianti di rene.

È ovvia l'importanza di organizzare un database centrale per raccogliere tutte le informazioni possibili. Tuttavia, il vero problema è trovare un algoritmo efficace che setacci il database e rintracci le opportunità di organizzare trapianti incrociati.

Rappresentiamo ogni coppia paziente-donatore come un nodo in un grafo diretto. Ad esempio, un immaginario database con otto coppie paziente-donatore potrebbe corrispondere alla figura seguente. (Ignorate i colori per il momento.)



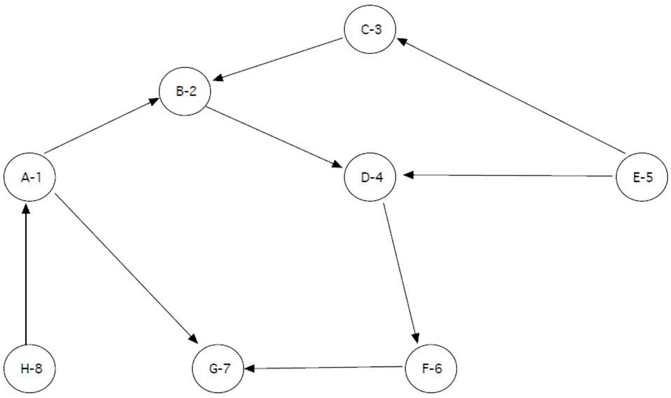
La presenza di un arco dal nodo A-1 al nodo B-2 indica che 1 può donare a B. Si noti l'arco che dal nodo F-6 punta a sé stesso. In questo caso, il paziente F è compatibile con il donatore 6 e quindi il trapianto si può fare direttamente fra i due.

Uno scambio di donatori fra due coppie è possibile se i due nodi corrispondenti formano un ciclo. Ad esempio, nella figura sopra, si considerino i nodi A-1 e B-2: gli archi orientati dicono che 1 può donare a B e 2 può donare ad A. Quindi le due coppie donatore-paziente possono concordare un trapianto incrociato. In generale, se un algoritmo rintraccia un ciclo di 2 nodi nel database, e possibile organizzare due trapianti scambiando i donatori.

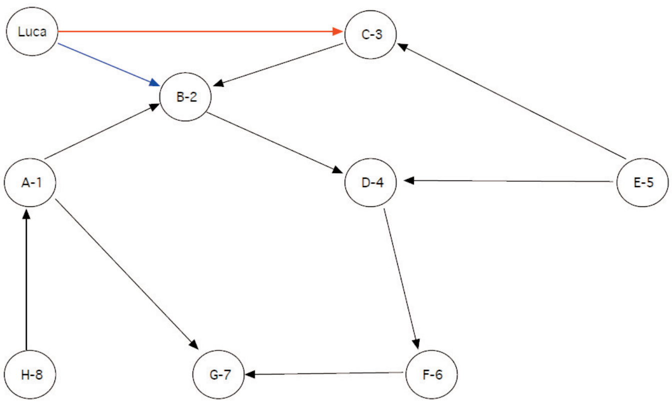
Ecco la prima idea: per aumentare il numero di trapianti possibili, basta cercare cicli di qualsiasi lunghezza all'interno del database. Se un algoritmo trova un ciclo di lunghezza *n*, si possono organizzare *n* trapianti in cui ciascuno degli *n* donatori cede il rene al paziente della coppia successiva seguendo il ciclo che è stato individuato. Ad esempio, nel nostro database immaginario, ci sono tre cicli di lunghezza massima: A1-G7-H8 (in rosso); B2-D4-E5-C3 (in blu); F6 (in verde).

La seconda idea sfrutta l'algoritmo per creare nuovi incentivi per una categoria speciale di donatori (detti *buoni samaritani*), che offrono un rene per mero altruismo

senza riferimento ad un paziente specifico.
Laddove in generale i donatori si presentano dietro sollecitazione specifica per aiutare un parente o un amico, i buoni samaritani non sono associati a nessuno.
Supponiamo che il nostro database immaginario sia quello seguente.

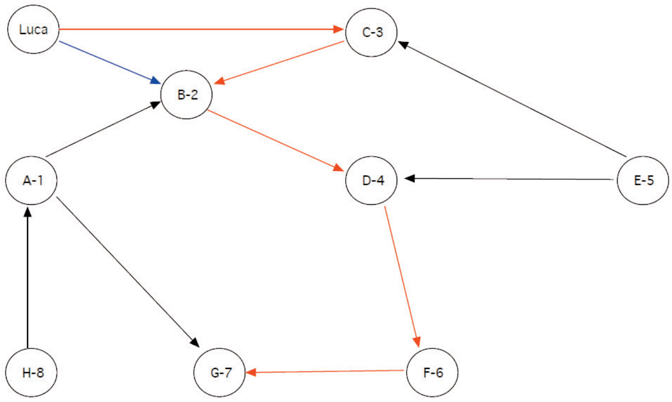


Questo database non contiene cicli e quindi non consente nessun trapianto.
Immaginiamo che il database sia arricchito dall'arrivo di un buon samaritano che chiameremo Luca, perché la nota parabola è narrata nel *Vangelo secondo Luca* 10, 25-37.
Rappresentiamo Luca introducendo un nodo iniziale eponimo che punta verso un altro nodo se c'è compatibilita fra Luca ed il paziente associato al secondo nodo. Supponendo che Luca sia compatibile solo con B e con C, otteniamo la seguente rappresentazione del database.



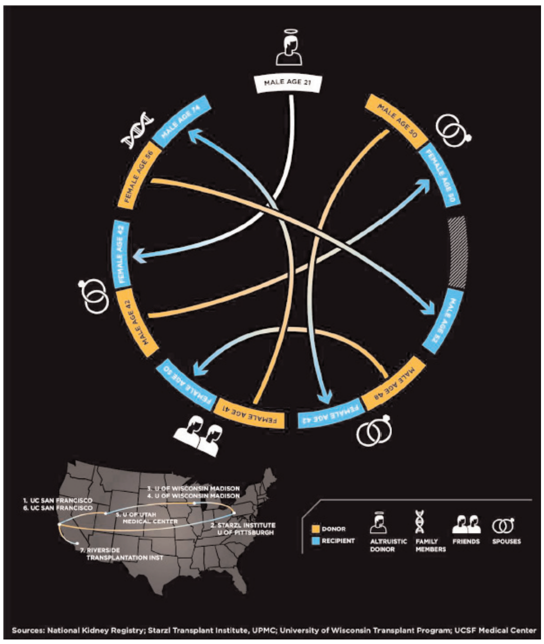
È evidente che la generosità di Luca consente una donazione. (Altro problema è scegliere fra B e C a chi vada destinato il rene donato.) Ma si può fare di meglio.

Il numero di nodi della catena di massima lunghezza originata da Luca rappresenta il numero massimo di trapianti che il suo arrivo può innescare.



Nel nostro esempio, questo corrisponde alla catena evidenziata in rosso nel grafo seguente: Luca-C3-B2-D4-F6-G7. Possiamo quindi spiegare a Luca che il suo atto di generosità consente di attivare non uno ma ben cinque trapianti, che senza di lui non sarebbero stati possibili. Non possiamo pagare la sua generosità, ma possiamo valorizzarla al meglio! (È del tutto accidentale, invece, che nel nostro esempio sia B sia C - tutti i pazienti direttamente compatibili con Luca - riescano ad ottenere un rene.)

Nel Marzo 2009, l'Alliance for Paired Donation ha annunciato di aver completato una catena di dieci trapianti iniziata da un buon samaritano di nome Matt. La catena più lunga finora nota ha coinvolto 60 pazienti attraverso 11 stati diversi degli U.S.A. Per ragioni estetiche, riportiamo qui a fianco il diagramma apparso sul numero di *Stanford Magazine* del primo bimestre 2013 che documenta la catena di sei trapianti iniziata con la donazione, nel dicembre 2011, dal buon samaritano Alexander Berger presso l'UCSF Medical Center.



Riferimenti bibliografici

[1] R.J. Aumann (2006), "War and peace", *Proceedings of the National Academy of Sciences* **103**, 17075-17078. Traduzione italiana: "Guerra e pace", *La matematica nella societa e nella cultura* **1**, 2008, 93-105.

[2] K. Binmore (2007), *Game theory: A very short introduction.* Traduzione italiana: *Teoria dei giochi*, Codice Edizioni, 2008.

[3] A.K. Dixit e B.J. Nalebuff (2008), *The art of strategy*, Norton. Edizione precedente: *Thinking Strategically: The Competitive Edge in Business, Politics, and Everyday Life*, Norton, 1991. Traduzione italiana dell'edizione del 1991: *Io vinco, tu perdi. Strategie di successo nel business e nella vita*, Il Sole 24 Ore Libri, 1998.

[4] M. Li Calzi (2009), "Giochi da senatori", *Alice & Bob* **10**, 17-20.

[5] W.H. Riker (1986), *The art of political manipulation*. Traduzione italiana del capitolo 7 in: G.E. Rusconi (a cura di), *Giochi e paradossi in politica*, Einaudi, 1989.

[6] T.C. Schelling (1960), *The strategy of conflict*. Traduzione italiana: *La strategia del conflitto*, Bruno Mondadori, 2006.