

## UN MÉTODO CONTINUO-DISCRETO PARA EL DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO

Patricia N. Dominguez<sup>a</sup>, Víctor H. Cortínez<sup>b,a,c</sup>

<sup>a</sup>*Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar*

<sup>b</sup>*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, Bahía Blanca, Argentina, vcortine@frbb.utn.edu.ar*

<sup>c</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

**Palabras Clave:** Optimización de tráfico, modelo continuo-discreto, contaminación urbana, recocido simulado.

**Resumen.** El diseño de nuevas redes de transporte o la modificación de las existentes es un proceso complejo que involucra aspectos técnicos, económicos y ambientales y debe compatibilizar los objetivos sociales y los particulares de los conductores. En este trabajo, se diseña la modificación de la red urbana de autopistas de una ciudad, para lograr el estado óptimo del sistema de transporte, es decir, minimizar el tiempo empleado por todos los usuarios de la red para llegar a su destino. Se pretende, asimismo que tal diseño verifique el equilibrio de usuario, que garantiza el mínimo tiempo de viaje a cada conductor y que cumpla, simultáneamente, restricciones de costo de construcción y medioambientales. El modelo incluye un programa de optimización no lineal para buscar el estado óptimo del sistema y un modelo continuo-discreto de tráfico urbano, que se expresa mediante un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales y un sistema de ecuaciones algebraicas, para resolver el problema de asignación de viajes a la red. El problema de optimización se resuelve mediante el algoritmo de Recocido Simulado, mientras que para solucionar el problema de asignación y obtener los flujos vehiculares, se recurre al método de Elementos Finitos. La ventaja fundamental de la utilización del modelo continuo-discreto de tráfico es que permite mantener la precisión de los tradicionales modelos discretos con menor tiempo de cálculo. La contaminación atmosférica se estima mediante expresiones adecuadas de emisiones de contaminantes y ecuaciones de transporte, mientras que el ruido urbano se calcula utilizando conocidas fórmulas predictivas.

## 1 INTRODUCCIÓN

El proyecto de modificación o ampliación de la red urbana de transporte parte de la definición de objetivos que atañen a la sociedad en su conjunto. A su vez, el logro de tales objetivos depende de una serie de factores entre los cuales es fundamental el conocimiento y el respeto del comportamiento individual de los usuarios de dicha red, quienes tienen sus propios objetivos. Es decir, se plantea una cuestión donde la toma de decisiones presenta dos intereses, muchas veces contrapuestos, que deben compatibilizarse.

Esto ha llevado a plantear el problema de diseño de redes de transporte urbano de una manera jerárquica que puede resolverse mediante programas de optimización en dos o más niveles. El nivel superior generalmente responde a intereses gubernamentales o sociales, tales como mejorar la circulación en la red, aumentar los ingresos por peaje, minimizar la contaminación ambiental o minimizar los accidentes. Por otra parte, en el nivel inferior se encuentran los intereses de los usuarios que se contemplan adoptando un modelo que cumpla con el primer principio de [Wardrop \(1952\)](#), de minimizar los tiempos de viaje.

Entre los trabajos interesantes en tal sentido cabe mencionar los realizados por [Poorzahedy y Rouhani \(2007\)](#) y [Babazadeh et al. \(2011\)](#) para el diseño de redes con incorporación de nuevos arcos. En estos trabajos se utilizan diferentes técnicas metaheurísticas (algoritmos genéticos, colonias de hormigas, recocido simulado y combinación de éstas) para resolver el nivel superior y los algoritmos clásicos del enfoque discreto para resolver el nivel inferior. Una amplia revisión de la extensa bibliografía de la programación bi-nivel en el diseño de redes de transporte se puede consultar en el trabajo de [Colson et al. \(2007\)](#).

Sin embargo, estos trabajos no tienen en cuenta la relación del tráfico urbano con el medio ambiente, a pesar de que es el mayor responsable del aporte de contaminantes en las ciudades. En efecto, los vehículos emiten al aire diversas sustancias nocivas de acuerdo al tipo de combustible empleado, al modelo, a la velocidad de circulación y a las características de las calles. Asimismo, los vehículos son la principal causa del ruido urbano, que tiene importantes efectos psicofísicos tales como disminución de rendimiento, incomodidad, estrés y trastornos del sueño entre otros. El ruido del tránsito automotor está determinado por una serie de factores: el ruido de los vehículos individuales, el flujo vehicular, la composición del tráfico y el tipo de calle.

Así, cuando se pretende un sistema de tráfico sustentable es imprescindible contar con modelos que puedan predecir, no solo el comportamiento de la red de tráfico, sino también los efectos que la circulación de vehículos provoca en el medio ambiente urbano.

Entre los autores que exploran la programación bi-nivel para el diseño de redes teniendo en cuenta el medio ambiente, [Hizir, A. \(2006\)](#) en su tesis doctoral, propone minimizar emisiones y concentración de contaminantes utilizando el costo de peaje como variable de diseño en el nivel superior. En el nivel inferior, el autor aplica el principio de equilibrio de usuario para obtener los flujos vehiculares. Por su parte, los autores del presente trabajo utilizaron esta técnica para la modificación de redes de transporte considerando restricciones ambientales ([Dominguez et al., 2009](#)).

En todos los trabajos mencionados anteriormente, el modelo de asignación de tráfico utilizado en el nivel inferior, corresponde al tradicional enfoque discreto desarrollado a partir del programa de minimización equivalente propuesto por [Beckmann et al. \(1956\)](#). Este programa cumple con el primer principio de [Wardrop \(1952\)](#) haciendo mínima una cierta función del tiempo de viaje sobre un conjunto de arcos (tramos de la red de tráfico). Para resolver este programa se han utilizado diversos métodos, buscando disminuir el tiempo de cálculo que crece de manera exponencial con la cantidad de nodos y los puntos de origen y

destino de la red, siendo uno de los más conocidos el método propuesto por [Frank y Wolfe \(1956\)](#). Una exposición detallada de esta formulación tanto para problemas de asignación, como para problemas de distribución-modo-asignación y algoritmos de resolución del problema pueden encontrarse en [Sheffi \(1984\)](#).

Una alternativa diferente para solucionar el problema de asignación de tráfico es la formulación continua, donde la idea fundamental es que la variación de las características del tráfico en áreas cercanas es pequeña cuando se la compara con las diferencias del sistema entero y de esta manera se pueden utilizar funciones continuas para representar las características de la red tales como el costo de viaje y el flujo vehicular. El enfoque continuo tiene algunas ventajas en redes densas ([Sasaki et al., 1990](#)) ya que requiere menor cantidad de información, en principio puede aplicarse sin la necesidad de una construcción detallada del grafo de la red, utiliza menos recursos computacionales y aún así, puede brindar una visión rápida del impacto que se produce ante un cambio en la red. Una detallada reseña de la literatura y las posibilidades de aplicación de este enfoque se pueden consultar en [Ho y Wong \(2006\)](#). Los autores del presente artículo, utilizaron una modificación del enfoque continuo propuesto por [Ho et al. \(2003\)](#) para estudiar el impacto ambiental acústico ([Cortínez y Domínguez, 2009](#)) y atmosférico ([Domínguez y Cortínez, 2009](#)) producto de un cambio morfológico en la red de transporte. Posteriormente, dichos autores, desarrollaron un nuevo modelo continuo a partir de la formulación dual del equilibrio de usuario que contempla la anisotropía de la red de tráfico ([Cortínez y Domínguez, 2012](#)) y un modelo mixto continuo-discreto ([Domínguez y Cortínez, 2011b](#)) para capturar diferentes modalidades de circulación tales como las de las calles comunes y las autopistas.

En cuanto a los modelos de ruido de tráfico urbano se puede decir que deben ser capaces de predecir el nivel sonoro continuo equivalente  $L_{eq}$  o algún otro indicador estándar de ruido en relación a parámetros elegidos que se puedan obtener con relativa facilidad. Se han desarrollado diversos modelos de ruido de tráfico, casi se podría decir que cada país, estado o ciudad tiene su propio modelo. Esto se debe fundamentalmente a que existen diferentes maneras de concebir un modelo de ruido y a que tanto las condiciones de circulación y modos de conducir como las características del parque automotor difieren de un lugar a otro. En general, los modelos predictivos semiempíricos desarrollados por varios autores, entre ellos [Gaja Díaz \(1984\)](#), [Azurro \(2003\)](#) y [Cortínez et al. \(2006\)](#) están basados en un modelo teórico general y en un conjunto de mediciones de nivel sonoro que permiten determinar los parámetros que ajustan el modelo. Una revisión de los principales modelos utilizados actualmente en diferentes comunidades se puede consultar en el trabajo de [Campbell \(2001\)](#) y en la tesis doctoral de [González E. \(2000\)](#). Por otra parte, un modelo teórico basado en fuentes de línea ([Rossi et al., 2006](#)) fue utilizado por [Cortínez y Domínguez \(2011\)](#) para calcular el campo directo producido por el tráfico urbano junto a una extensión del modelo de [Davies y Lyon \(1973\)](#) para calcular el campo reverberante.

Asimismo, se ha trabajado extensamente en relación a la predicción de la contaminación del aire, tanto en la caracterización de las emisiones como en los modelos de dispersión. En los modelos de emisiones de fuentes móviles se usa en general el enfoque denominado “bottom-up” que consiste en la determinación de las emisiones en pequeñas áreas de manera que las emisiones en áreas mayores pueden obtenerse por la suma de los aportes de las áreas más pequeñas. La determinación de estas emisiones se realiza en forma detallada a partir de modelos de tráfico que brindan el flujo de vehículos y del conocimiento del parque vehicular. En este campo se destacan los trabajos de [Ntziachristos y Samaras \(2000, 2001\)](#) autores además del programa COPERT y [Ntziachristos et al. \(2002, 2004, 2007\)](#) en los que se basa la

redacción de la guía [EMEP/CORINAIR \(2009\)](#) de la agencia europea de medioambiente.

Existe, asimismo, una gran cantidad de investigación en el desarrollo de trabajos teóricos a partir de la ecuación general de transporte de masa, para obtener la concentración de contaminantes en diversos puntos una vez que estos han sido emitidos a la atmósfera. En tal sentido, cabe destacar el aporte de [Venegas y Mazzeo \(2006\)](#), [Puliafito \(2004, 2005\)](#) y [Puliafito y Allende \(2007\)](#).

A partir de lo expuesto resulta claro que la modificación de una red de tráfico debe cumplir con los objetivos propuestos en cuanto a calidad de transporte y contemplar asimismo el comportamiento de los usuarios y las restricciones de tipo económico y ambiental, y que, teniendo en cuenta la magnitud de dichas redes es necesario contar con programas computacionales eficientes para resolver el problema en forma integral.

Por tal motivo, en este trabajo se propone una metodología para evaluar el diseño de nuevos tramos de una red de autopistas mediante un programa de optimización no lineal cuyo objetivo es minimizar el tiempo total utilizado por todos los usuarios de la red de transporte. Simultáneamente, el programa debe cumplir con el primer principio de [Wardrop \(1952\)](#) en la asignación de viajes a la red de tráfico y respetar valores acotados de nivel sonoro y contaminantes atmosféricos. Asimismo, la solución alcanzada debe ajustarse a presupuestos de construcción establecidos. El problema de asignación conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales y a un conjunto de ecuaciones algebraicas, también no lineales, que se resuelven, simultáneamente, por el método de Elementos Finitos con el software [FlexPDE® \(2005\)](#), mientras que para resolver el problema de optimización se utiliza el algoritmo de Recocido Simulado implementado en ambiente [Matlab® \(2007\)](#).

En la siguiente sección se presentan el modelo general y los modelos de tráfico, ruido urbano y contaminación atmosférica, en la sección 3 se detallan los métodos de resolución, en la sección 4 se muestra la aplicación del modelo en un ejemplo numérico y finalmente, en la sección 5 se exponen las conclusiones del trabajo y las futuras líneas de investigación.

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

El problema consiste en lograr el estado óptimo de un sistema de transporte urbano mediante la incorporación de nuevos arcos a una red de autopistas existente. La construcción de los nuevos tramos debe cumplir con restricciones de diseño en cuanto a la cantidad de carriles y está sujeto a un monto máximo de inversión. Asimismo la adición de los nuevos arcos debe asegurar que no se superen límites establecidos de nivel sonoro y concentración de contaminantes atmosféricos. La solución del problema debe contemplar además el cumplimiento del primer principio de [Wardrop \(1952\)](#) en cuanto a la asignación de viajes, que asegura a los usuarios el tiempo mínimo de recorrido entre puntos de origen y destino.

Tal problema se plantea mediante un modelo de optimización con restricciones de diseño, económicas y ambientales que debe cumplir con el equilibrio de usuario. Matemáticamente dicho problema se puede expresar de la siguiente manera:

$$\min F(u^*, Z) = \sum_s \int_{\Omega} u^{*s} q^s d\Omega \quad (1a)$$

s.a.:

$$Z^{min} \leq Z \leq Z^{max} \quad (1b)$$

$$Cc \leq Cc^{max} \quad (1c)$$

$$L_{eq} \leq L_{eq}^{m\acute{a}x} \quad (1d)$$

$$C \leq C^{m\acute{a}x} \quad (1e)$$

donde  $F$  es la función a minimizar, en este caso el tiempo empleado por todos los usuarios de la red de transporte en toda la ciudad,  $u^{*s}(x, y)$  es la solución del problema de equilibrio de usuario que se detalla en la sección 2.1 y corresponde al tiempo mínimo de viaje para que un usuario llegue a su destino  $s$  desde la localización  $(x, y)$ ,  $Z$  es la variable de diseño, en este caso la cantidad de carriles de las autopistas, sujeta a valores máximos y mínimos establecidos en la restricción (1b). La restricción (1c) establece el valor máximo del costo de construcción  $C_c$  de nuevos carriles y las restricciones (1d) y (1e) fijan los valores máximos de nivel sonoro y concentración de contaminantes atmosféricos respectivamente. Las restricciones ambientales pueden aplicarse a determinadas zonas o al dominio completo.

A continuación, en la sección 2.1 se describe el modelo de tráfico urbano que brinda solución al problema de equilibrio de usuario y en las secciones 2.2 y 2.3 se detallan los modelos de contaminación acústica y atmosférica respectivamente, requeridos para verificar las restricciones impuestas.

## 2.1 Modelo de tráfico urbano

El modelo consiste básicamente en la utilización de un enfoque continuo para representar el tráfico en las calles de la ciudad acoplado a una formulación discreta para estudiar el tráfico en las autopistas. Ambos modelos interactúan en los puntos de acceso a las autopistas. En estos puntos, los usuarios pueden optar por realizar sus viajes a través de las calles de la ciudad o acceder a las autopistas, de acuerdo al primer principio de Wardrop (1952), según el cual los usuarios eligen las rutas que minimizan su tiempo (o costo) de viaje. Cuando el sistema está en equilibrio, este costo por cualquiera de las rutas es el mismo.

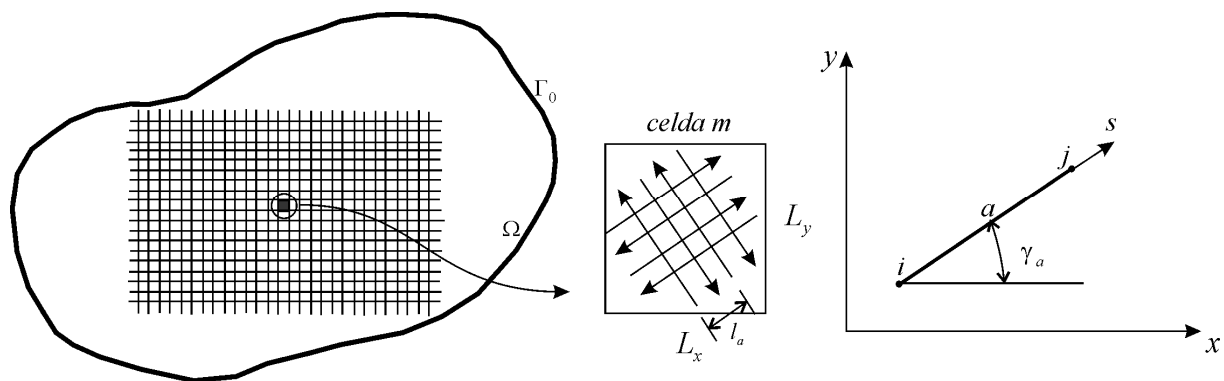


Figura 1. Discretización de la ciudad, sistema de calles en las celdas y tramo de calle entre nodos con dirección y sentido de circulación.

En el modelo continuo-discreto de tráfico urbano desarrollado con anterioridad por los autores (Dominguez y Cortínez, 2011b; Cortínez y Dominguez, 2012), se asume que la ciudad está delimitada por un borde exterior  $\Gamma_0$  a través del cual no ingresan ni egresan vehículos (Figura 1) o donde se conoce el flujo vehicular y que el dominio completo de la ciudad  $\Omega$  se puede dividir en  $M$  celdas de área  $L_x L_y$ , donde las longitudes  $L_x$  y  $L_y$  son pequeñas con respecto

a las dimensiones de la ciudad. Se supone asimismo que, en el área que se examina existe un sistema de calles paralelas de tal manera que para cada calle en una dirección y sentido, existe otra en igual dirección y sentido contrario. De esta manera, las longitudes  $l_a$  de los tramos a tener en cuenta serán las distancias entre dos calles de igual dirección y sentido. Se considera que el sentido de circulación en el arco  $a$ , en la dirección  $s$ , que forma un ángulo  $\gamma_a$  con el eje  $x$ , es desde el nodo  $i$  hacia el nodo  $j$ . En este modelo, el tiempo de viaje desde cualquier localización  $(x, y)$  de la ciudad hasta el punto de destino  $s$ , se puede calcular mediante una función potencial continua  $u^s(x, y)$ . De esta manera, el tiempo de viaje en un determinado arco  $a$  se puede obtener mediante la diferencia entre los valores de dicha función calculados en los extremos del arco, es decir:

$$t_a^s = -\Delta u^s \approx -\frac{\partial u^s}{\partial s} l_a = -l_a \left( \frac{\partial u^s}{\partial x} \cos \gamma + \frac{\partial u^s}{\partial y} \operatorname{sen} \gamma \right) \quad (2)$$

A su vez, el tiempo de viaje en el arco  $a$  es función del flujo  $x_a$  en el mismo, relación que se expresa mediante fórmulas empíricas ampliamente utilizadas tales como la propuesta en el Manual de Asignación de Tráfico de la [U.S. Bureau of Public Roads \(1964\)](#), conocida como función BPR:

$$t_a = t_{a_0} \left( 1 + \alpha_a (x_a / C_a)^{\varphi_a} \right) \quad (3)$$

La ecuación anterior puede reescribirse de una manera diferente para tener en cuenta los flujos residuales  $x_{Ra}$  que no cumplen el primer principio de [Wardrop \(1952\)](#), tales como los correspondientes al transporte público y la diferenciación entre los flujos que van hacia el destino especificado  $s$  y los que se dirigen hacia otros puntos de la ciudad  $\sum_{i \neq s} x_a^i$ , obteniéndose la siguiente expresión:

$$t_a^s = t_{a_0}^s \left( 1 + \frac{\alpha_a}{C_a^{\varphi_a}} \left( x_a^s + \left( \sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \right)^{\varphi_a} \right) \quad (4)$$

a partir de la cual es posible expresar el flujo en el arco  $a$  que se dirige hacia el centro  $s$ :

$$x_a^s = \left( \frac{t_a^s - t_{a_0}}{t_{a_0}} \frac{C_a^{\varphi_a}}{\alpha_a} \right)^{\frac{1}{\varphi_a}} - \left( \sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \quad (5)$$

En el modelo propuesto, se parte de la formulación dual del equilibrio de usuario ([Dominguez y Cortínez, 2011b](#); [Cortínez y Dominguez, 2012](#)) y luego, aplicando cálculo variacional y tomando el límite cuando el área de las celdas  $L_x L_y$  tiende a un diferencial de área  $d\Omega$ , se llega al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas que rigen el problema:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + q^s - \sum_{r=1}^N Q_r^s \delta(x - x_r^s) = 0 \quad \begin{matrix} \forall r \in R \\ \forall (x, y) \in \Omega \\ s = 1, 2, \dots, S \end{matrix} \quad (6)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_x^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{L_x L_y} & k_y^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \sin^2 \gamma_a}{L_x L_y} \\ k_{xy}^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \cos \gamma_a \sin \gamma_a}{L_x L_y} & p_a^s &= \frac{x_a^s}{t_a^s} \end{aligned} \quad (7)$$

$x_a^s$  viene dada por (5),  $t_a^s$  por (2),  $q^s$  corresponde a la demanda de viajes por unidad de área,  $\delta(x - x_r^s)$  es la distribución delta de Dirac y  $Q_r^s$  es la cantidad de viajes que, en el acceso  $r$  ingresan a la autopista con destino  $s$ . Una vez resuelto el problema se verifica que  $t_a = t_a^s \forall s$ .

La condición a cumplir en el borde de la ciudad es:

$$f_x^s n_x + f_y^s n_y = 0 \quad \forall (x, y) \in \Gamma_0 \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (8)$$

donde

$$f_x^s = - \left( k_x \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy} \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad f_y^s = - \left( k_{xy} \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad (9)$$

mientras que  $n_x$  y  $n_y$  son las componentes del versor normal a la curva que define el contorno de la misma. Asimismo, en el punto de destino  $(x_s, y_s)$ , el tiempo de viaje debe ser nulo, y entonces,

$$u^s(x_s, y_s) = 0 \quad (10)$$

Por otra parte, en todos los nodos de la red discreta de autopistas se debe verificar la ecuación de continuidad y si, para distinguirlos de los arcos de las calles que forman el sistema continuo, se denominan  $l$  los arcos correspondientes a las mismas entre los nodos  $I$  y  $J$ , se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones algebraicas:

$$\sum_I x_I^s \lambda_{IJ} + Q_J^s = 0 \quad J = 1, 2, \dots, R, s = 1, 2, \dots, S \quad (11)$$

donde  $\lambda_{IJ}$  vale 1 si el flujo va desde  $I$  hacia  $J$ , vale -1 si va desde  $J$  hacia  $I$  y 0 en cualquier otro caso y  $x_I^s$  se calcula con la expresión (5) aplicada a los arcos de las autopistas, donde además, de acuerdo a (2), el tiempo de recorrido del arco  $l$  se calcula como:  $t_l^s = -(U_J^s - U_I^s)$ . Los valores de  $U^s$  se calculan teniendo en cuenta que cuando la red está en equilibrio, el tiempo mínimo de viaje desde cualquier punto de la ciudad hacia cada destino  $s$  es único, entonces, particularmente, en los puntos de intercambio entre ambos sistemas el tiempo de viaje a través de cualquiera de ellos es el mismo y en consecuencia se debe cumplir:

$$U_J^s = u^s(x_J, y_J) \quad (12)$$

En los puntos que no se generan viajes (puntos de paso), igualmente se debe cumplir la ecuación (11), siendo  $Q_j^s = 0$ . En este caso,  $U_j^s$  es independiente del sistema continuo, es decir no cumple la condición (12).

En definitiva, el problema continuo-discreto consiste en resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (6) con sus correspondientes condiciones de contorno (8), (9) y (10), conjuntamente con el sistema de ecuaciones algebraicas (11).

## 2.2 Modelo de ruido urbano

Un modelo de ruido de tráfico urbano debe relacionar algún indicador medible de ruido con las características de las calles y la cantidad y tipos de vehículos que transitan en la ciudad. Debido a las características disímiles de la circulación en las calles de la ciudad y en las autopistas, en este trabajo se adoptan diferentes modelos para cada caso.

Para evaluar el ruido originado por el tráfico en las calles, uno de los parámetros más utilizados es el nivel sonoro continuo equivalente  $L_{eq}$ . En este trabajo se utiliza, la expresión obtenida por Cortínez et al. (2006) para la ciudad de Bahía Blanca.

$$L_{eq} = 10 \log \left( A 10^{(L_{pA} + \Delta)/10} + P 10^{(L_{pP} + \Delta)/10} + M 10^{(L_{pM} + \Delta)/10} \right) - 35,61 \quad (13)$$

donde  $A$ ,  $P$  y  $M$  son respectivamente la cantidad de automóviles, vehículos pesados y motos que circulan por hora.  $L_{pA}=74,5$  dBA,  $L_{pP}=81,5$  dBA y  $L_{pM}=85,5$  dBA, son los niveles de presión sonora correspondientes a cada una de las categorías vehiculares anteriores y  $\Delta = 3,3099$  es un factor de atenuación que tiene en cuenta, entre otros aspectos, el tipo de piso. La fórmula fue obtenida para calles semiabiertas, flujos entre 200 y 3000 veh/h y distancias entre fuente y observador de 3,5 metros. Dicha expresión fue obtenida a partir de la formulación teórica que corresponde al ruido emitido por una sucesión de fuentes puntuales (vehículos) en movimiento en un intervalo de tiempo dado teniendo en cuenta la composición vehicular. La ecuación obtenida se calibró luego, utilizando el método de mínimos cuadrados y un conjunto de valores de nivel sonoro continuo equivalente medidos en diferentes puntos de la ciudad.

Por otra parte, para determinar el ruido originado por el tránsito en las autopistas se adopta el “FHWA Traffic Noise Model” desarrollado por los organismos estatales de autopistas de Estados Unidos. El modelo considera también diferentes tipos de vehículos: automóviles (a), vehículos medianos (m) y vehículos pesados (p). La expresión del nivel sonoro equivalente en el punto de inmisión  $L_{eqi}$  es la siguiente:

$$L_{eqi} = 10 \log \left( 10^{L_{eqi\_a}/10} + 10^{L_{eqi\_m}/10} + 10^{L_{eqi\_p}/10} \right) \quad (14)$$

donde, para cada categoría vehicular  $n$ :

$$L_{eqi\_n} = L_{eqe\_n} + (10 \log(x_l / v_l) - 13,2) + 10 \log \left( \frac{d_0}{d} \frac{\alpha}{180} \right) + \Delta s_n \quad (15)$$

$x_l$  y  $v_l$  corresponden al flujo vehicular (veh/h) y a la velocidad de circulación (km/h) en el tramo  $l$  de autopistas respectivamente,  $d_0$  es la distancia de referencia (15 m),  $d$  es la distancia al centro del carril y  $\alpha$  es el ángulo sustentado por el segmento de vía que se estudia. Los niveles de emisión  $L_{eqe\_n}$  se calculan mediante las expresiones (16) a (18). La corrección por efecto de barreras y tipo de terreno  $\Delta s_n$  puede consultarse en la referencia citada.



Los niveles de emisión  $L_{eqe_n}$  se calculan de la siguiente manera:

$$\text{automóviles:} \quad L_{eqe_a} = 38,1 \log(v_l) - 2,4 \text{ dB} \quad (16)$$

$$\text{vehículos medianos:} \quad L_{eqe_m} = 33,9 \log(v_l) + 16,4 \text{ dB} \quad (17)$$

$$\text{vehículos pesados:} \quad L_{eqe_p} = 24,6 \log(v_l) + 38,5 \text{ dB} \quad (18)$$

### 2.3 Modelo de contaminación atmosférica

La estimación de las emisiones debidas al tráfico vehicular es compleja ya que en la misma intervienen una serie de características propias de los vehículos tales como peso, diseño, antigüedad, estado y tipo de combustible, entre otros y características de los conductores, de las calles y del flujo vehicular. Siguiendo el enfoque “bottom-up”, la emisión de un determinado tipo de contaminante  $E$  por unidad de longitud y de tiempo se puede calcular de la siguiente manera:

$$E = \sum_{i=1}^M FE_i \cdot x \cdot pm \quad (19)$$

donde  $i$  corresponde a las distintas categorías vehiculares siendo  $M$  la cantidad de las mismas,  $FE_i$  es el factor de emisión de un vehículo de determinado tipo o categoría para un contaminante específico,  $x$  es la cantidad de vehículos que transitan en la unidad de tiempo ( $x_a$  y  $x_l$  respectivamente para las calles comunes y para los tramos de autopistas) y  $pm$  es el porcentaje de vehículos de la categoría  $i$  en el flujo total. En la guía [EMEP/CORINAIR \(2009\)](#) se publican funciones que permiten obtener el factor de emisión de fuentes móviles en función de tipo y modelo de vehículo, el tipo de combustible y la velocidad de circulación.

Una vez emitidos a la atmósfera, los contaminantes se dispersan de acuerdo a las condiciones meteorológicas, principalmente temperatura y velocidad y dirección del viento. Aplicando modelos de dispersión, es posible obtener la concentración de dichos contaminantes en cualquier lugar de la ciudad. Así, la concentración  $C$  de un contaminante específico se puede calcular a partir de la ecuación diferencial de transporte de masa, que para un estado estacionario y considerando que no hay pérdida ni generación de contaminante por reacciones químicas tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial(V_x C)}{\partial x} + \frac{\partial(V_y C)}{\partial y} + \frac{\partial(V_z C)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( H_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( H_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( H_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (20)$$

En la ecuación (20)  $V_x$ ,  $V_y$  y  $V_z$  son las componentes de la velocidad media del viento y,  $H_x$ ,  $H_y$  y  $H_z$  son los coeficientes de dispersión turbulenta según las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  respectivamente. Las condiciones de borde que se aplican a dicha ecuación diferencial son las siguientes:

$$H_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = -D, \quad H_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0, \quad C \rightarrow 0 \quad x, y \rightarrow \pm\infty, \quad (21)$$

donde  $D$  es la emisión de la fuente en unidades de masa de contaminante por unidad de superficie, es decir, para las calles comunes de la ciudad, la emisión  $E$  calculada anteriormente (19) dividida por la distancia entre calles y para las autopistas la correspondiente emisión dividida por el ancho de las mismas.

### 3 SOLUCIÓN COMPUTACIONAL DEL PROBLEMA

Debido a que el modelo propuesto define un problema de optimización donde la función objetivo (1a) es no convexa y en consecuencia puede presentar varios mínimos locales, para obtener el valor mínimo global, se utiliza el algoritmo de búsqueda meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) o Recocido Simulado. El objetivo fundamental de este algoritmo es encontrar el valor óptimo de la función objetivo evitando la convergencia local en problemas de gran escala. El nombre de este método deriva de un proceso termodinámico de recocido, en el cual se somete un metal a una temperatura elevada que hace que los átomos aumenten su energía y puedan desplazarse de sus posiciones iniciales (un mínimo local de energía). Luego se va disminuyendo la temperatura lentamente de manera que el metal tienda a solidificarse hasta alcanzar un equilibrio térmico caracterizado por una energía mínima. Un esquema controlado de disminución de la temperatura evita defectos en el metal. Análogamente, en el problema de optimización el algoritmo comienza con una solución factible inicial de las variables de diseño y genera sucesivamente, a partir de ella y en forma aleatoria, nuevas soluciones que son aceptadas como soluciones actuales de acuerdo a un cierto criterio probabilístico. La aceptación o no de una nueva solución se rige por el criterio de [Metropolis et al. \(1953\)](#), es decir, si la nueva configuración disminuye el valor de la función objetivo (1a), se acepta y se adopta como nueva solución, si no todavía puede ser aceptada con una probabilidad  $e^{-\Delta F/T}$ , donde  $F$  es la función objetivo y  $T$  es el parámetro conocido como temperatura. A medida que el algoritmo avanza se va disminuyendo  $T$  de manera tal de disminuir la probabilidad de aceptar soluciones factibles que no produzcan una mejora en la función objetivo.

El esquema completo de solución del problema es el que se muestra en la Figura 2. El algoritmo de Recocido Simulado que resuelve la optimización del sistema se implementa en ambiente [Matlab®\(2007\)](#), desde donde se invoca al software de Elementos Finitos [FlexPDE®\(2005\)](#) para resolver las ecuaciones diferenciales del problema de asignación y los conjuntos de ecuaciones que permiten evaluar la contaminación ambiental (Figura 2, cuadro A).

Entonces, para este problema (Figura 2, cuadros A, C y C'), el descriptor deberá contener las definiciones de las características de la red tales como velocidad máxima de circulación, capacidad de las calles, orientación, etc. y las expresiones de los coeficientes de permeabilidad de tráfico (7), como así también las ecuaciones algebraicas de continuidad (11) para todos los nodos de la red discreta.

A partir de estos datos pueden implementarse las ecuaciones diferenciales (6) que rigen el problema. Asimismo deben definirse la geometría, las correspondientes condiciones de borde, y las particularidades del post-proceso deseado.

Por otra parte deben seleccionarse las alternativas algorítmicas adecuadas. Para el caso de un solo centro, a partir de una solución inicial, el problema se puede resolver aplicando el método de Newton-Raphson. En el caso de dos o más centros, como el ejemplo que se presenta en la sección 4, se implementa un procedimiento iterativo en el cual se trabaja sobre un centro y se mantienen constantes los valores de los flujos correspondientes a los otros centros, alternándose el centro activo, cada vez (Figura 2, cuadro C'). Para evitar singularidades, los puntos de acceso se definen como áreas pequeñas.

Una vez resuelto el problema de tráfico se reportan directamente los valores de tiempo de recorrido de cada arco y flujo en el mismo, tanto de los tramos de autopistas como de las calles comunes. Se ejecutan, a continuación, los programas de ruido urbano y de contaminación atmosférica, ambos implementados también en [FlexPDE®\(2005\)](#), para verificar luego el cumplimiento de las restricciones ambientales.

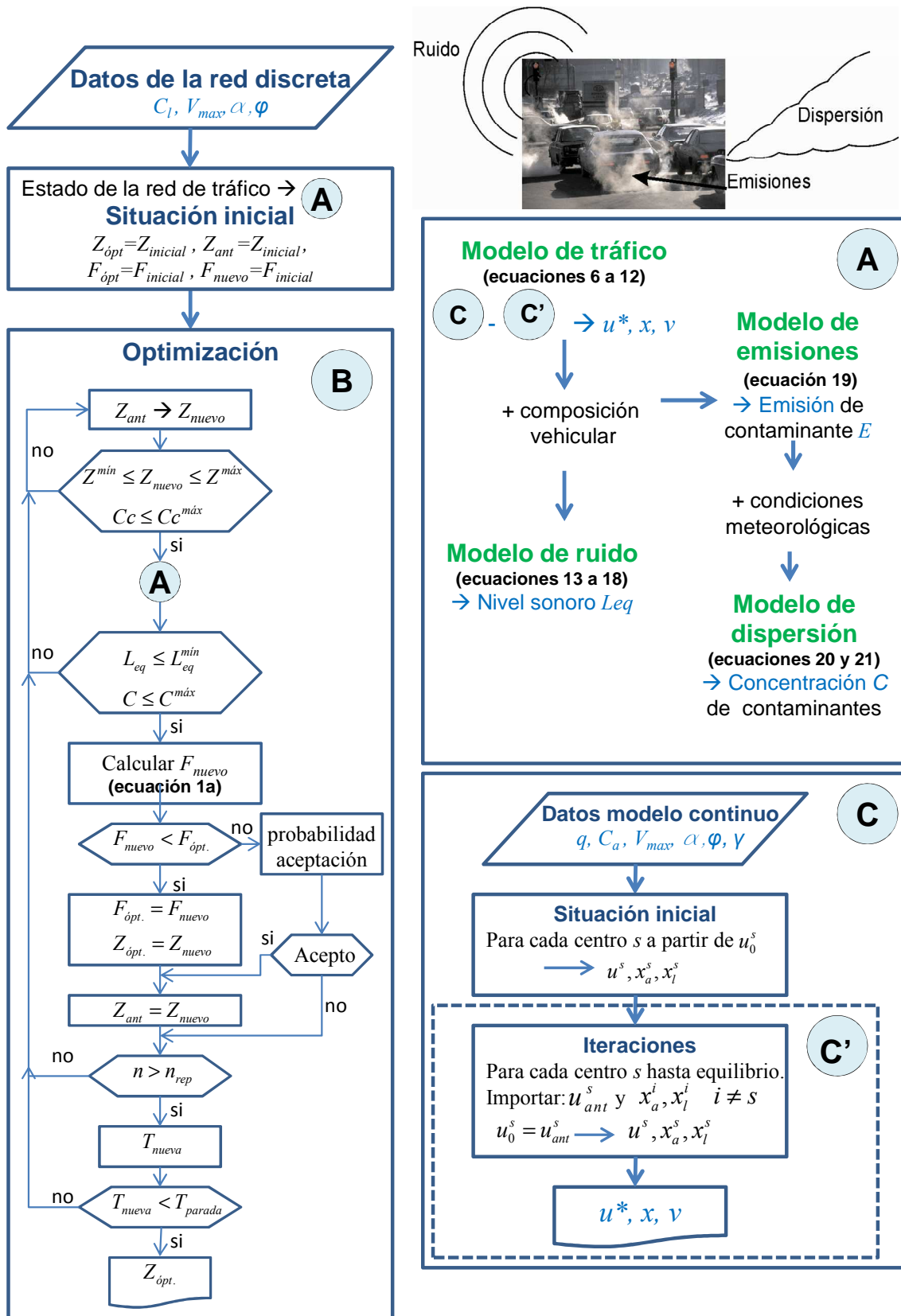


Figura 2: Solución del modelo general.

Tanto los modelos continuo como continuo-discreto de tráfico fueron validados con anterioridad por los autores. La validación del modelo continuo fue realizada comparándolo con un enfoque discreto tradicional y se puede consultar en el artículo de Cortínez y Domínguez (2012) y el modelo mixto fue validado contra un modelo de Wong et al. (2002) en el cual el sistema discreto se resuelve por el tradicional método de Frank-Wolfe (Domínguez y Cortínez, 2011a)

## 4 EJEMPLO NUMÉRICO

### 4.1 Descripción de la red original

Se presenta una ciudad de aproximadamente 710 km<sup>2</sup> tal como la de la Figura 3 dividida en 5 zonas de diferentes características viales y de generación de viajes, que se detallan en la Tabla 1. En la ciudad existe una red de autopistas, marcadas con trazo lleno, cuya función, fundamentalmente, es mantener el tráfico fluido hacia el centro de la misma (nodo 5).

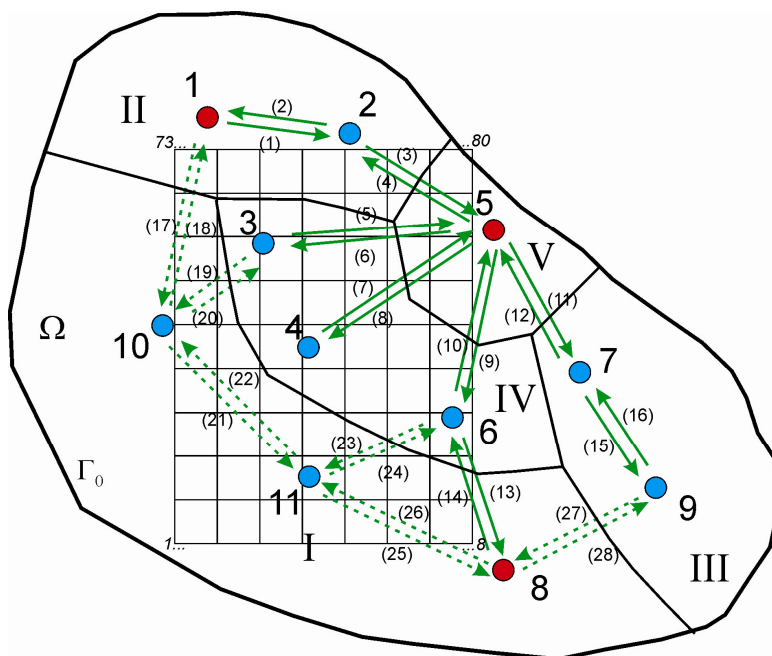


Figura 3: Zonas de la ciudad, puntos de destino y red de autopistas.

Zona	$Q_1$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$Q_5$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$Q_8$ (viajes/km <sup>2</sup> )	$C_1-C_2$ (veh/h)	$V_1-V_2$ (km/h)	$\gamma_1-\gamma_2$
I	100	120	100	600-600	50-50	0-90
II	80	100	80	500-500	50-50	0-90
III	80	100	80	500-500	50-50	0-90
IV	60	80	60	500-500	40-40	45-135
V	80	50	80	450-450	40-40	45-135

Tabla 1: Características de las zonas de la ciudad.

Se estudia el comportamiento de la red en una hora pico de la mañana cuando el flujo

vehicular originado en los hogares se dirige hacia los centros 1, 5 y 8. Se considera además, un flujo de 10000 vehículos/hora que ingresan desde el norte por el nodo 1 y se dirigen hacia el nodo 8 en el sur. La misma cantidad de vehículos cruzan la ciudad de sur a norte ingresando por el nodo 8 con destino al nodo 1. Se asume asimismo que existe un flujo residual que no se dirige hacia ninguno de estos destinos equivalente a un tercio de la capacidad de las calles. Para el cálculo en el sistema continuo se adoptan celdas de  $0,8 \times 0,8 \text{ km}^2$ , con una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación. En la determinación de los coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  y  $k_{xy}$  (7) se suman 16 arcos en cada dirección en cada celda en todas las zonas.

Para el cálculo del tiempo de recorrido del arco en las calles de la ciudad se adoptan  $\alpha_a = 0,15$  y  $\varphi_a = 4$  y para las autopistas  $\alpha_l = 0,85$  y  $\varphi_l = 5$ . La velocidad máxima permitida en las autopistas es de 120 km/h, la capacidad de los tramos 1 a 12 es de 7500 vehículos/hora y la de los tramos 13 a 16 es de 5000 vehículos/hora. Se asume que el 70% de los vehículos que transitan por la ciudad son autos nafteros, el 20% son automóviles gasoleros y el 10% restante son vehículos pesados gasoleros. Los factores de emisión de monóxido de carbono (CO) de cada categoría en función de la velocidad de circulación  $V$ , se muestran en la Tabla 2.

Categoría vehicular	Factor de Emisión de CO (g/veh/km)
<b>Euro 1 naftero</b>	$\frac{11,2-0,102V+0,000677V^2}{1+0,129V-0,000947V^2}$
<b>Euro 1 gasolero</b>	$0,996-0,0188V+0,000109V^2$
<b>Buses y camiones &lt; 15 T</b>	$\frac{1}{0,00094+0,00017V-0,000001V^2}$

Tabla 2: Factores de emisión de las distintas categorías de vehículos.

Para el cálculo de la concentración de CO mediante la ecuación (20) se asume estabilidad atmosférica clase C, con viento en la dirección NO-SE a 3 m/s medido a 10 m de altura. Se adopta una capa de mezcla de 1 km de altura y un perfil logarítmico de velocidad de acuerdo a la siguiente expresión  $V = (\tilde{u}/0,4)(\ln(z/z_0) + (1 - (1 - 22z/(L_m))^{1/4}))$  donde la velocidad de corte  $\tilde{u} = 1,106 \text{ m/s}$ , el coeficiente de rugosidad  $z_0 = 2 \text{ m}$  y la longitud de Monin-Obukov  $L_m = -50 \text{ m}$ . El coeficiente de dispersión turbulenta en la dirección vertical se calcula con la expresión  $H_z = 0,4\tilde{u}(z+z_0)/(1 - (1 - 22z/(L_m))^{-1/4})$  y para los correspondientes coeficientes en la dirección del viento y la dirección perpendicular al mismo se adopta el doble del valor anterior. Con estos datos se determina la situación original de la red de transporte y para comparar este estado con los correspondientes a diferentes modificaciones que se detallan a continuación se establecen 80 puntos de control dentro de la ciudad, formando una grilla de 8 por 10 puntos (Figura 3).

#### 4.2 Problemas de diseño considerados

Para evitar el tráfico pasante de norte a sur y viceversa en las calles de la ciudad y fundamentalmente disminuir el tiempo de viaje entre los nodos 1 y 8 se prevé la construcción de nuevos tramos de autopistas (líneas discontinuas en la Figura 3) y dos accesos principales (10 y 11). La capacidad de cada carril a construir es de 2500 veh/h y se estima que el costo de

construcción es de un millón de pesos por carril y kilómetro. Se analizan los siguientes 4 casos.

**Caso 1:** se busca el estado óptimo del sistema (1a) y se establecen solamente restricciones de diseño (1b). Se fija la capacidad de los nuevos tramos entre 0 y 10000 veh/h.

**Caso 2:** al Caso 1 se le agregan restricciones ambientales. Se requiere que el nivel sonoro, debido al tráfico en las calles (sin considerar autopistas), no supere 76 dB (1c) en los puntos de control y la concentración de CO no supere  $1 \text{ mg/m}^3$  (1d) en los mismos puntos.

**Caso 3:** al Caso 2 se le agregan restricciones de costo y se suavizan las restricciones ambientales. Se fija como límite máximo de costo de construcción \$ 357 millones, aproximadamente el 87,5% del costo que tendría construir la totalidad de los tramos proyectados con 4 carriles cada uno. Se pide que el nivel sonoro no supere 78 dB (1c) debido al tráfico en las calles, en los puntos de control y que la concentración de CO no supere  $1 \text{ mg/m}^3$  (1d) en los mismos puntos.

**Caso 4:** igual al Caso 3 con mayor restricción de costo: \$290 millones, aproximadamente 70% del costo máximo.

### 4.3 Análisis y resultados

El Caso 2 no tuvo solución debido a la restricción en el nivel sonoro y para los casos restantes, las diferentes soluciones, los valores de la función objetivo (1a) y los costos de construcción se muestran en la Tabla 3.

Tramos	Cantidad de Carriles								Función Objetivo	Costo de Construc. (millones \$)
	1 - 12	13 - 16	17-18	19-20	21-22	23-24	25-26	27-28		
<b>Original</b>	3	2	0	0	0	0	0	0	164020	0
<b>Caso 1</b>	3	2	4	3	4	3	4	4	127470	381
<b>Caso 3</b>	3	2	4	3	2	4	4	4	128942	356
<b>Caso 4</b>	3	2	4	1	4	1	4	1	135672	279

Tabla 3: Resultados de la optimización.

En las Figuras 4 a 6 se muestra el tiempo de viaje para los diferentes casos desde los puntos de acceso hasta los puntos de destino 1, 5 y 8 respectivamente. Como se puede observar, el tiempo para llegar hasta el centro 5 prácticamente no experimenta variación en ninguno de los casos con respecto al estado original. Este es un resultado esperado debido a que no se modifican las capacidades de los tramos existentes, que son los que llevan a los usuarios hacia dicho centro y ya se encuentran funcionando por encima de su capacidad, tal como se puede ver en la Figura 7. Por el contrario el tiempo de viaje hacia los centros 1 y 8 disminuye significativamente. Hacia el Centro 1 no se evidencia variación para los diferentes casos analizados, siendo la disminución con respecto a la situación original de 29% en promedio. Hacia el Centro 8 la disminución para los casos 1 y 3 es de 47,5%, mientras que para el Caso 4 es de 34,8%. Para este centro, la existencia de dos tramos llegando al nodo 8 proporciona más capacidad a la red y por lo tanto mejoran las condiciones de circulación por las autopistas con ese destino. En la Figura 7 se muestran las relaciones flujo/capacidad para los tramos nuevos y existentes en los diferentes casos.

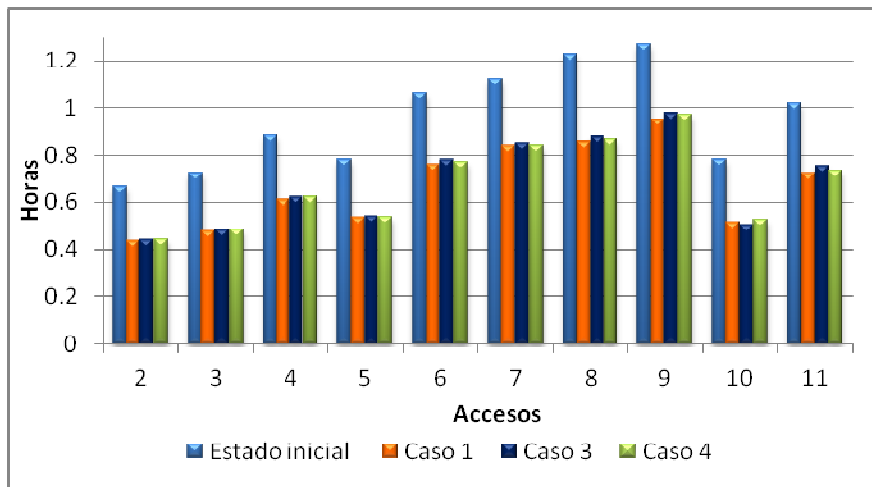


Figura 4: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 1

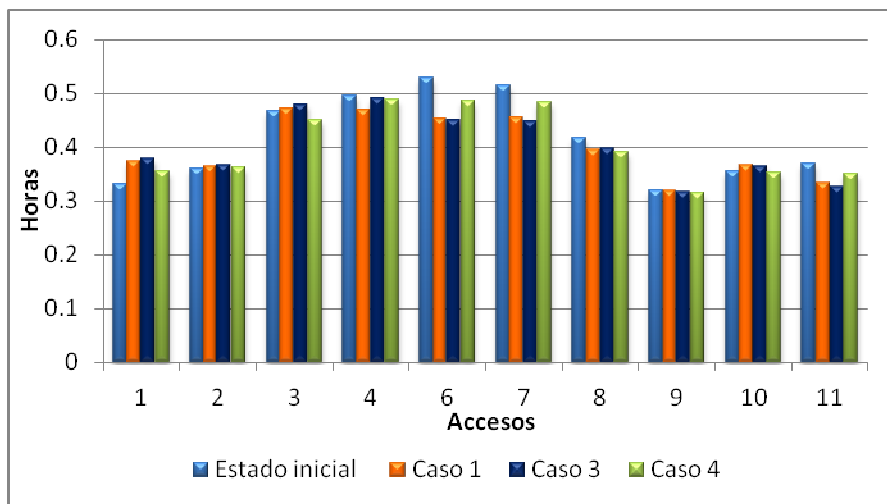


Figura 5: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 5

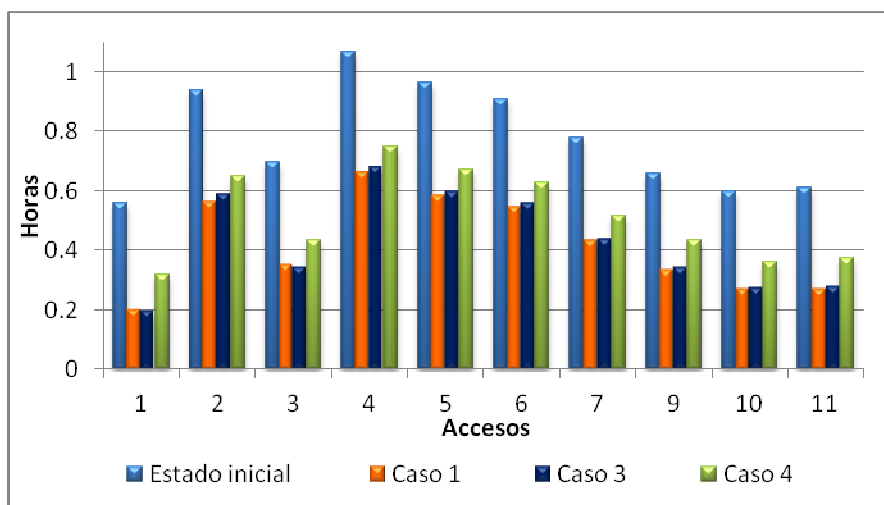


Figura 6: Tiempo de viaje desde los puntos de acceso hasta el Centro 8

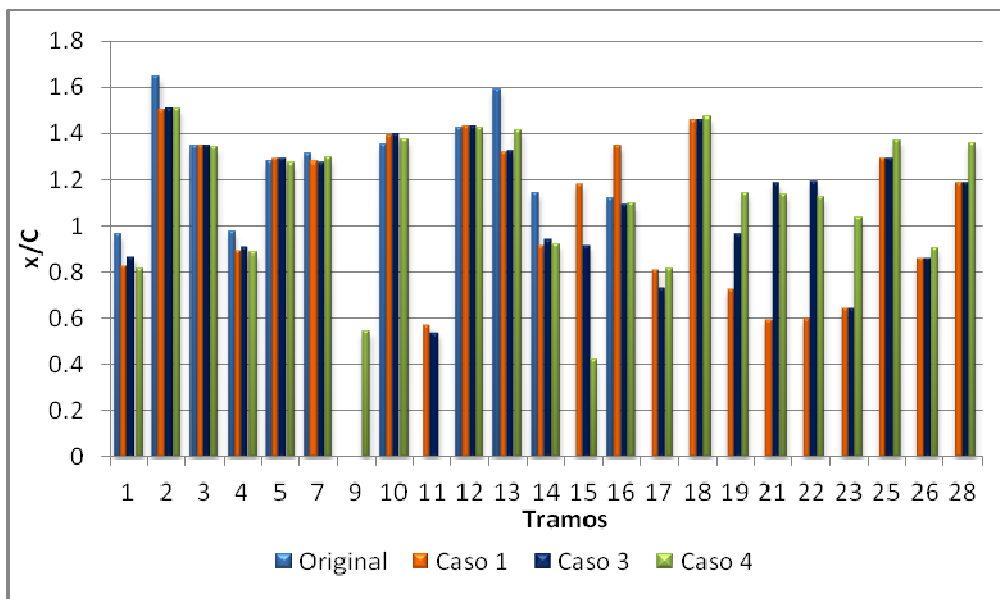


Figura 7: Relación flujo/capacidad en los tramos de red de autopistas.

En las figuras 8, 9 y 10 se muestran valores de flujo de vehículos, nivel sonoro y concentración de CO en algunos de los puntos más afectados por el tráfico urbano. Como se puede ver en la Figura 8, salvo en el punto 41 que se encuentra muy cerca del nuevo acceso 10, el flujo se reduce aproximadamente 15% en promedio. Esta disminución de flujo produce una leve disminución del nivel de ruido y de concentración de CO.

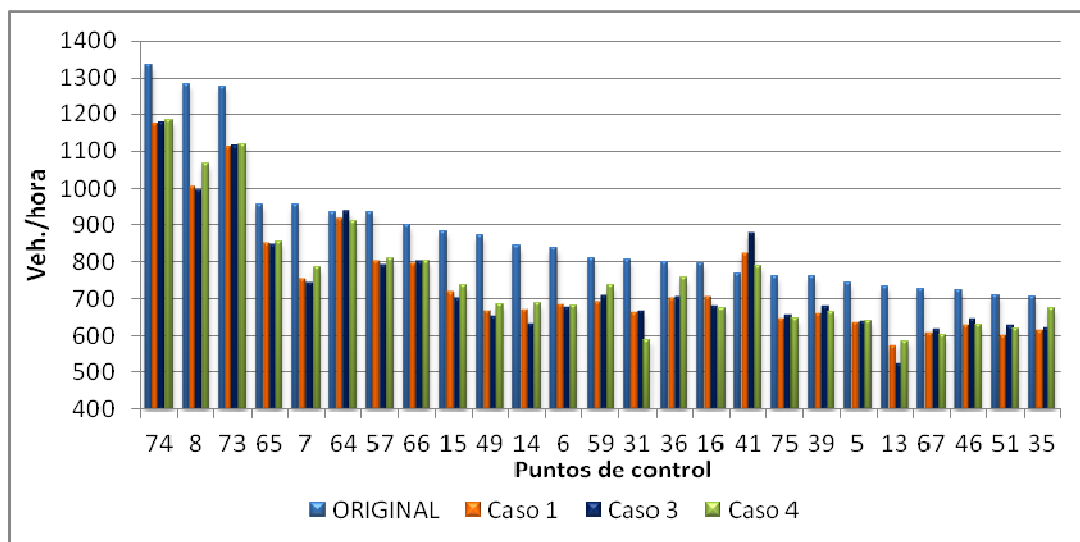


Figura 8: Flujo vehicular en puntos de control significativos de la ciudad.

Cabe recordar que para lograr una disminución de 3 dB en el nivel sonoro es necesario reducir el flujo de vehículos a la mitad, razón por la cual si éste fuera el requerimiento en alguna zona, es necesario cambiar las condiciones de circulación en dicha zona desalentando el paso de vehículos.



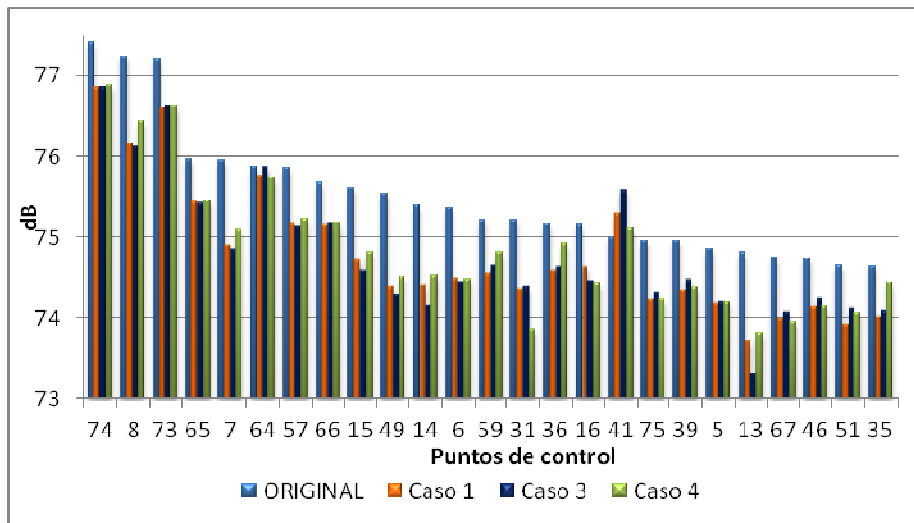


Figura 9: Nivel sonoro debido al tráfico en las calles en puntos de control significativos de la ciudad.

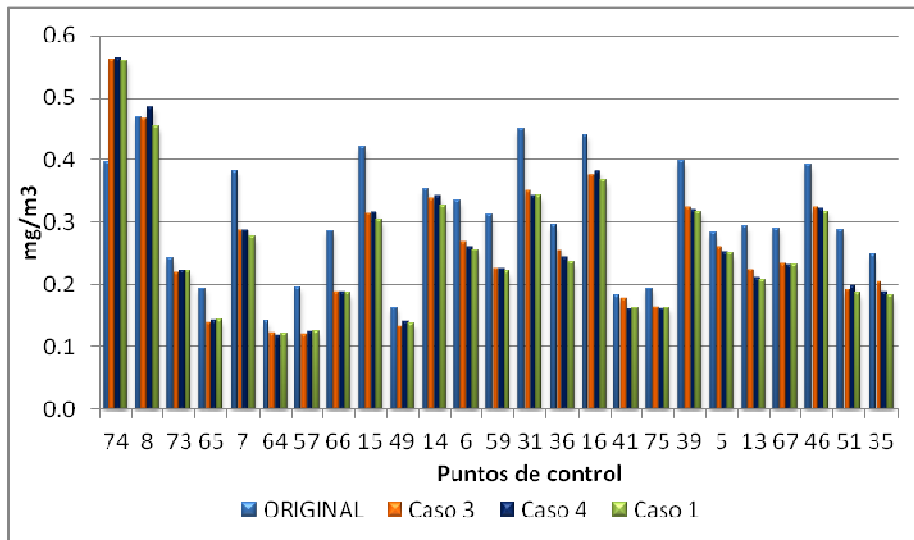


Figura 10: Concentración de CO en puntos de control significativos de la ciudad.

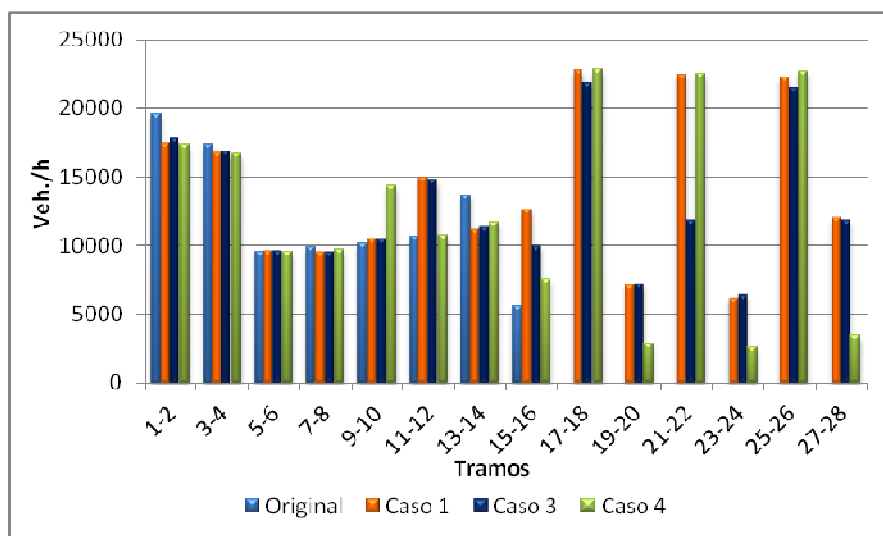


Figura 11: Flujo vehicular en ambos sentidos en las autopistas.

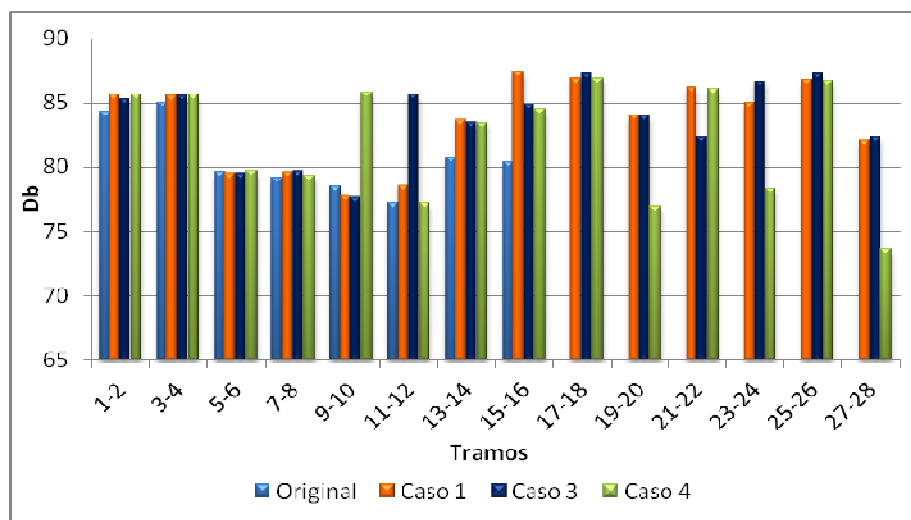


Figura 12: Nivel sonoro debido al flujo en las autopistas.

En la Figura 11 se muestra el flujo vehicular en los tramos de autopistas, como la suma de los flujos en ambos sentidos de circulación, y finalmente en la Figura 12 el nivel sonoro a 15 metros de las mismas. Dicho nivel sonoro disminuye rápidamente con la distancia y puede ser disminuido con pantallas adecuadas para tal fin.

## 5 CONCLUSIONES

Se ha presentado un modelo para el diseño óptimo de la modificación de una red de tráfico urbano sujeta a restricciones de diseño, de costo y medioambientales y que debe cumplir simultáneamente con el equilibrio de usuario de Wardrop. El problema de optimización no lineal se resuelve utilizando el algoritmo de Recocido Simulado y el problema de asignación de tráfico mediante un modelo mixto continuo-discreto que permite representar adecuadamente la anisotropía de las calles comunes de la ciudad interactuando con una red de autopistas. El modelo de tráfico se formula mediante un sistema de ecuaciones diferenciales de difusión anisótropa no lineal y un conjunto de ecuaciones algebraicas que se resuelven adecuadamente, en forma simultánea, mediante el método de Elementos Finitos. El modelo permite obtener en forma detallada el flujo vehicular, la velocidad de circulación y el tiempo de recorrido de cada tramo de las autopistas y de las calles de la ciudad. Con estos valores, mediante modelos de contaminación urbana, acústica y atmosférica, se estiman los niveles de ruido y concentración de contaminantes en cualquier punto de la ciudad para evaluar el cumplimiento de las restricciones medioambientales.

En este trabajo se propuso como objetivo alcanzar el funcionamiento óptimo del sistema, es decir minimizar el tiempo total de viaje utilizado por todos los usuarios de la red para llegar a su destino, utilizando la capacidad de los tramos como variables de diseño. Sin embargo, un modelo integrado de tránsito y contaminación permite fijar distintos objetivos y manejar diferentes variables a fin de explorar configuraciones eficientes a la hora de tomar decisiones en cuanto a modificar o ampliar una red de tráfico existente. Tales objetivos pueden ser por ejemplo, minimizar la concentración de contaminantes o el ruido en determinadas áreas, maximizar el ingreso por peaje, optimizar la ubicación de nuevos emprendimientos, etc. Asimismo, es posible trabajar sobre diferentes variables, tales como la velocidad máxima de circulación o el tiempo de verde de los semáforos. El modelo mixto continuo-discreto presentado permite utilizar funciones de demanda variable y se puede aplicar, siguiendo la

misma metodología, para contemplar el comportamiento de diferentes clases de usuarios. Futuros trabajos están orientados en este sentido, como así también a la exploración de nuevos modelos de tráfico que permitan reducir los tiempos de cálculo en grandes redes y la consideración de aspectos no estacionarios del tráfico urbano.

## 6 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental: Problemas Directos e Inversos” (Director: Dr. Víctor H. Cortínez, Universidad Tecnológica Nacional). Asimismo forma parte del trabajo de tesis desarrollado por Patricia N. Dominguez, bajo la dirección de V. H. Cortínez, para obtener el título de Dr. en Ingeniería en el Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur.

## REFERENCIAS

- Azurro. A. P., *Dos modelos predictivos de ruido urbano para la ciudad de Bahía Blanca*, Tesis Magíster en Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, 2003.
- Babazadeh, A., Poorzahedy, H., Nikoosokhan S., Application of particle swarm optimization to transportation network design problem, *Journal of King Saud University Science*, 23:293-300, 2011.
- Beckmann, M. J., Mc Guire, C. B. y Weinstein C. B., *Studies in Economics of Transportation* Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1956.
- Campbell, S., A critical review of some traffic noise prediction models, *Applied acoustics* 62, 271-287, 2000.
- Colson B., Marcotte P. and Savard G., An overview of bilevel optimization, *Ann Oper Res*, 153:235–256, 2007.
- Cortínez, V., Stoklas, C., Girón, P., Azzurro, A., Ercoli L., Modelos de predicción de ruido de tránsito para la ciudad de Bahía Blanca, Argentina Proc. V Congreso Iberoamericano de Acústica, Santiago de Chile, 2006.
- Cortínez, V., Domínguez, P., Un modelo continuo de asignación de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Primeras Jornadas Regionales de Acústica Aadaa 2009*, Rosario. ISBN 978-987-22880-8-2, 2009.
- Cortínez, V., Domínguez, P., Un modelo continuo-discreto de tráfico para el estudio de ruido urbano. *Reunión Regional de Acústica AUA 2011*, Montevideo, Uruguay. ISBN 978-9974-0-0786-4, 2011.
- Cortínez, V., Dominguez, P., Un Modelo de Difusión Anisótropa para el Estudio del Tráfico Urbano, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, Vol.28-4, 2012.
- Davies, H., Lyon, R. Noise propagation in cellular urban and industrial spaces. *The Journal of the Acoustical Society of America* 54, 1565-1570, 1973.
- Domínguez, P., Vidal, M. y Cortínez, V. Diseño óptimo de redes de transporte urbano considerando aspectos medioambientales. *Mecánica Computacional* Vol. XXVIII, 2599-2624, 2009.
- Domínguez, P., Cortínez, V., Aplicación de un modelo continuo de distribución-asignación de tráfico urbano: Impacto ambiental. *II Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, MACI (2)2009, p. 277-280, 2009.
- Domínguez, P., Cortínez, V., Un modelo combinado continuo-discreto para el diseño de autopistas. Impacto ambiental. *III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial*, MACI (3)2011, p. 347-350, 2011a.

- Dominguez, P. y Cortinez, V., Un nuevo modelo continuo-discreto para el estudio del tráfico urbano con autopistas. *Mecánica Computacional*, Vol. XXX, págs. 3543-3560, 2011b.
- EMEP/CORINAIR (2009), <http://www.eea.europa.eu/publications/emep-eea-emission-inventory-guidebook-2009>.
- Federal Highway Administration's Traffic Noise Model (FHWA TNM®), Version 1.0 - Technical Manual. Internet: [http://www.fhwa.dot.gov/environment/noise/traffic\\_noise\\_model/old\\_versions/tnm\\_version\\_10/tech\\_manual/tnm01.cfm](http://www.fhwa.dot.gov/environment/noise/traffic_noise_model/old_versions/tnm_version_10/tech_manual/tnm01.cfm).
- FlexPDE® V.5.0.8 <http://www.pdesolutions.com>, 2005.
- Frank, M., y Wolfe, P., An algorithm for Quadratic Programming, *Naval Research Logistics Quarterly*, 3:95-110, 1956.
- Gaja Díaz, E., *Contribución al estudio de un modelo matemático sobre el ruido emitido por el tráfico urbano y los niveles de molestia en el municipio de Valencia*. Tesis doctoral ETS11-UPV, España, 1984.
- González, A., *Contaminación sonora en ambiente urbano: optimización del tiempo de muestreo en Montevideo y desarrollo de un modelo predictivo en un entorno atípico*. Tesis doctoral, Montevideo, Uruguay, (2000).
- Hizir, A. E., Using emission functions in mathematical programming models for sustainable urban transportation: an application in bilevel optimization, Tesis of Master of Science, Subanci University, Agosto 2006.
- Ho, H.; Wong, S.; Loo, B. A continuous traffic equilibrium model with multiple user classes. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* 5, 2003.
- Ho, H.; Wong, S., Two dimensional continuum modeling approach to transportation problems. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology* 6, 53-72, 2006.
- Matlab® 7.5.0 (R2007b). *The Mathworks Inc.*, 2007.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M., Teller, A. H. and Teller, E. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.* 21: 1087-1092, 1953.
- Ntziachristos, L. and Samaras, Z., Speed Dependent Representative Emission Factors of Catalyst Passenger Cars and Influencing Parameters. *Atmospheric Environment*, 34:4611–4619, 2000.
- Ntziachristos, L. and Samaras, Z., An empirical method for predicting exhaust emissions of regulated pollutants from future vehicle technologies. *Atmospheric Environment*, 35:1985–1999, 2001.
- Ntziachristos, L., Turlou, P. M., Samaras, Z., Geivanidis, S., Andrias, A. National and central estimates for air emissions from road transport. Technical Report 74:60, European Environment Agency, Copenhagen, Denmark, 2002.
- Ntziachristos, L., Mamakos, A., Xanthopoulos, A., Iakovou, E., Samaras, Z., Impact assessment/Package of new requirements relating to the emissions from two and three-wheel motor vehicles. Aristotle University, Thessaloniki, Greece. [http://ec.europa.eu/enterprise/automotive/mveg\\_meetings/motos/meeting7/index.htm](http://ec.europa.eu/enterprise/automotive/mveg_meetings/motos/meeting7/index.htm), 2004.
- Ntziachristos, L., Mellios, G., Fontaras, G., Gkeivanidis, S., Kousoulidou, M., Gkatzoflias, D., Papageorgiou, Th., Kouridis, Ch. Updates of the Guidebook Chapter on Road Transport. LAT Report No 0706:63, 2007.
- Poorzahedy, H., Rouhani, O., “Hybrid meta-heuristic algorithms for solving network design problem”. *European Journal of Operational Research* 182:578-596, 2007.
- Puliafito, S. E., A GIS model for urban quality analysis. *Mecánica Computacional*, XXIII:1787-1806, 2004.
- Puliafito S. E., Emissions and air concentrations of pollutant for urban area sources. *Mecánica*

- Computacional*, 24:1389-1408, 2005.
- Puliafito, E., Allende, D. Emission patterns of urban air pollution. *Rev. Facultad de Ingeniería, Univ. Antioquía*, 42:36-56, 2007.
- Rossi, F., Di Mateo, U., Simoni, S. An original method for urban traffic noise prediction. *Euronoise 2006*. Tampere, Finland, 2006.
- Sasaki, T.; Iida, Y.; Yang, H., User equilibrium traffic assignment by continuum approximation of network flow. *11th International Symposium of Transportation and Traffic Theory*, Yokohama, Japan, 233-252, 1990.
- Sheffi, Y., Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods, *Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs*, New Jersey 07632, 1984.
- U.S. Bureau of Public Roads. *Traffic assignment Manual*. U.S. Department of Commerce, Washington D.C., 1964.
- Venegas, L. E., Mazzeo, N. A., Modelling of urban background pollution in Buenos Aires city (Argentina). *Environmental Modelling & Software*, 21:577-586, 2006.
- Wardrop, J. G., Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. *Proceeding, Institution of Civil Engineers II* (1):325-378, 1952.
- Wong, S., Du, Y., Ho, H., Sun, L., A simultaneous optimization formulation of a discrete/continuous transportation system. *Workshop on Theory and Practice of Transportation Science*, China, 2002.