



**Roberto Carlos Ribeiro Carvalho**

Licenciado em Ciências da Engenharia Civil

## **Estudo numérico do comportamento de ancoragens de pré-esforço por aderência**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil Estruturas

Orientador: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão,  
Professora Auxiliar, FCT/UNL

Co-orientador: Professor Doutor Válder José da Guia Lúcio,  
Professor Associado, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Professor Doutor Corneliu Cismasiu, FCT/UNL

Arguente: Professor Doutor António Manuel Pinho Ramos, FCT/UNL

Vogal: Professora Doutora Carla Alexandra da Cruz Marchão, FCT/UNL



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Maio de 2019**



Copyright © Roberto Carlos Ribeiro Carvalho, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

Começo por agradecer a todos os que de alguma forma contribuíram para o meu desenvolvimento pessoal e académico no seio da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa. Instituição que graças ao seu corpo docente, não docente e associados, me permitiu adquirir capacidades e competências para um eficaz ingresso no mercado laboral.

À professora Carla Marchão, pela orientação prestada nesta fase do meu percurso académico, pela disponibilidade, compreensão, apoio e incentivo, deixo aqui o meu profundo agradecimento. Ao professor Válder Lúcio, fico grato pelo apoio, pelos esclarecimentos e pela boa disposição contagiante. À engenheira Helisa Muhaj, o meu agradecimento pela ajuda no tratamento de informação, no auxílio prestado no esclarecimento de dúvidas do *software* e pela pronta disponibilidade para ajudar a resolver qualquer problema. Ainda aos restantes docentes do DEC, deixo o meu obrigado pela ajuda prestada na resolução de problemas pontuais.

À minha família, que me acompanhou desde sempre nesta minha demanda pelo conhecimento, que me proporcionaram força em momentos de fragilidade, que me incentivaram de todas as maneiras possíveis, deixo sob forma de agradecimento o meu enorme apreço. À minha mãe em particular, fico grato por todo o apoio incondicional.

Quero ainda agradecer aos meus colegas e amigos que acompanharam todo o meu percurso académico, em especial ao Tiago Paiva, André Saraiva, Daniel Madeira, ao Rafael Serra, ao Nuno Ribeiro, à Catarina Fonseca, ao Bruno Jorge, à Magda Sá e Ana Elias, mais presentes durante a realização desta dissertação. Ao Gabriel Alves, por todos os momentos de companheirismo, pelos momentos de diversão e também pelas discussões infundáveis sobre tudo e mais alguma coisa, exprimo o meu sincero agradecimento. Ao Bruno Fernandes, pelas três vezes que me cumprimentou em todo o meu percurso académico, por me ter atormentado em várias ocasiões, por ser o mais inconveniente possível, por todos os “vamos só tomar café”, pelos fins de semana de trabalho “fais atencion avec la tete”, por toda uma panóplia de ocasiões de boa disposição, um enorme obrigado e um até já.

A todos os outros, amigos e familiares, que por não serem mencionados deixam de ser menos importantes, agradeço o vosso contributo para o meu enriquecimento pessoal e profissional.



# Resumo

Com a procura crescente na área da reabilitação de edifícios surge a necessidade de desenvolver métodos e técnicas de reforço que permitam soluções integradas nas construções existentes, conferindo desempenho e segurança. Neste contexto pretende-se desenvolver um estudo sobre a utilização de um sistema de pré-esforço por pós-tensão com ancoragens por aderência. Uma das técnicas associadas a este sistema de pré-esforço tem vindo a ser desenvolvida na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, à qual se pretende dar continuidade.

Este trabalho tem como objetivo principal analisar o desenvolvimento de tensões no betão, mediante a utilização de ancoragens de pré-esforço por aderência. Este estudo é conseguido através de análises numéricas elaboradas no *software*, ATENA 3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis Three-Dimensional*), que considera o comportamento não linear dos materiais.

Foram considerados 3 modelos diferentes com recurso a uma lei de aderência uniforme elaborada a partir dos resultados da campanha experimental, tendo sido calibrados de forma a obter um afastamento inferior a 10 % entre resultados experimentais e numéricos. Na parametrização foram consideradas as especificações de cada modelo, analisando a variação do comprimento aderente num cordão sem introdução de força de pré-esforço, a variação do comprimento aderente para uma força de pré-esforço constante e a variação da força de pré-esforço para um comprimento aderente constante.

Do estudo desenvolvido foi possível verificar que o comprimento aderente é responsável pelo aumento da força última e que a introdução de uma força de pré-esforço permite uma melhor distribuição das tensões no betão.

## Palavras Chave:

pós-tensão, aderência, comprimento aderente, análise numérica, reforço de estruturas





# Abstract

With the growing demand in the area of building rehabilitation, it is necessary to develop methods and techniques for reinforcement that allow integrated solutions to existing buildings, conferring performance and safety. In this context, a study on the use of prestressing in a post-tensioning system with adhesion anchors, is developed. One of the techniques associated with this prestressing system has been developed at the Faculty of Science and Technology of the New University of Lisbon.

This work has as a main objective, to analyze the development of stresses in concrete, through the use of prestress anchors are by adhesion. This study is achieved by using numerical analyzes made in the software, ATENA 3D (Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis Three-Dimensional), which considers the non-linear behavior of the materials.

Diferent models were considered, using an uniform adhesion law elaborated from the results of the experimental campaign, which were calibrated and being further adjusted so as to obtain a variation of less than 10% between experimental and numerical results. In the parameterization, the specifications of each model was considered, analyzing the variation of the adherent length in a strand without the introduction of a prestressed force, the variation of the adhering length for a constant prestressed force and the variation of the prestress force for a constant adherent length.

From the developed study, it was possible to verify that the adherent length is responsible for the increase of the las force and that the introduction of a prestressed force allows a better distribution of the stresses in the concrete.

## Key Words:

post-tension, adhesion, adhering length, numerical analysis, reinforcement of structures



# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	Enquadramento teórico .....	1
1.2	Objetivos.....	1
1.3	Organização da dissertação.....	2
<b>2</b>	<b>Estado da Arte .....</b>	<b>3</b>
2.1	Introdução .....	3
2.2	Sistemas de Ancoragem.....	3
2.3	Aderência.....	4
2.3.1	Adesão .....	5
2.3.2	Atrito e efeito de Hoyer .....	6
2.3.3	Ação mecânica.....	7
2.4	Comprimentos de Referência.....	8
2.4.1	Comprimento de transmissão, <i>l<sub>pt</sub></i> .....	9
2.4.2	Comprimento de regularização, <i>l<sub>disp</sub></i> .....	10
2.4.3	Comprimento de amarração, <i>l<sub>bpd</sub></i> .....	10
2.4.4	Eurocódigo 2.....	11
2.5	Tensões de Aderência .....	13
2.5.1	Modelos de aderência .....	15
2.5.2	Fendas geradas por tensões transversais .....	17
<b>3</b>	<b>Princípios da Análise Não-Linear .....</b>	<b>21</b>
3.1	Introdução .....	21
3.2	Caracterização dos Elementos Finitos .....	21
3.3	Betão .....	22
3.3.1	Relação Tensão-Deformação .....	23
3.3.2	Critério de Rotura de Tensões Biaxiais no Betão .....	24
3.3.3	Tração pré e pós fendilhação .....	25
3.3.4	Fendilhação.....	26
3.3.5	Compressão pré e pós fendilhação.....	27
3.3.6	Modelos de fendilhação .....	29
3.3.7	Resistência do betão fendilhado.....	30
3.4	Aço.....	31
3.4.1	Leis de tensão-deformação .....	31
3.4.2	Aderência Aço-Betão.....	32
<b>4</b>	<b>Calibração dos Modelos Numéricos .....</b>	<b>33</b>
4.1	Introdução .....	33
4.2	Caracterização dos Ensaios Experimentais.....	33
4.2.1	Ensaio realizado por Lage.....	33
4.2.2	Ensaios realizados por Vilhena e Ribeiro .....	35
4.3	Propriedades Mecânicas dos Materiais .....	37
4.3.1	Betão .....	37
4.3.2	Aço.....	38
4.4	Resultados Experimentais.....	39
4.4.1	Resultados Lage .....	39
4.4.2	Resultados Vilhena .....	40
4.4.3	Resultados Ribeiro.....	41

4.5	Modelos Numéricos .....	43
4.5.1	Lage .....	43
4.5.2	Vilhena e Ribeiro .....	44
4.6	Caracterização do Material de Interface Através do Diagrama Tensão de Aderência- escorregamento.....	46
4.6.1	Lei de aderência-escorregamento Lage.....	46
4.6.2	Lei de aderência-escorregamento Vilhena .....	47
4.6.3	Lei de aderência-escorregamento Ribeiro.....	48
4.7	Resultados dos Modelos Numéricos .....	49
4.7.1	Lage .....	50
4.7.2	Vilhena.....	51
4.7.3	Ribeiro .....	54
<b>5</b>	<b>Estudo Paramétrico .....</b>	<b>57</b>
5.1	Introdução .....	57
5.2	Alterações Construtivas dos Modelos e Considerações Gerais .....	57
5.2.1	Variação do comprimento aderente sem pré-esforço, NL_“h <sub>ef</sub> ”_0.....	57
5.2.2	Variação do comprimento aderente com pré-esforço constante, TV_“h <sub>ef</sub> ”_100.....	58
5.2.3	Variação da força de pré-esforço com comprimento aderente constante, NR_500_“F <sub>p</sub> ” .....	60
5.3	Estudo da Influência do Comprimento Aderente num Ensaio de Arrancamento sem Força Inicial de Pré-esforço .....	61
5.3.1	Variação das tensões de aderência .....	62
5.3.2	Evolução das tensões no betão para o modelo NL_350_0.....	63
5.3.3	Comparação das tensões no betão para os vários comprimentos aderentes quando solicitada a força máxima.....	65
5.4	Estudo da Influência do Comprimento Aderente num Ensaio de Transferência e Arrancamento com Pré-esforço Constante .....	66
5.4.1	Variação das tensões de aderência .....	67
5.4.2	Evolução das tensões no betão para o modelo TV_400_100.....	69
5.4.3	Comparação das tensões no betão para os vários comprimentos aderentes para a força máxima.....	70
5.5	Estudo da Influência da Força de Pré-esforço .....	72
5.5.1	Variação das tensões de aderência .....	73
<b>6</b>	<b>Conclusões e Desenvolvimentos Futuros .....</b>	<b>75</b>
6.1	Conclusões .....	75
6.2	Desenvolvimentos Futuros.....	77

# Índice de Figuras

Figura 2.1 - Tipos de ancoragem .....	4
Figura 2.2 - Contribuição dos três componentes na definição do mecanismo resistente .....	5
Figura 2.3 - Comportamento rígido da adesão .....	6
Figura 2.4 - Efeito de Hoyer e representação das forças de atrito.....	7
Figura 2.5 - Forças normais desenvolvidas pela ação mecânica .....	8
Figura 2.6 - Diferença da tensão de aderência entre fios e cordões .....	8
Figura 2.7 - Variação da tensão desde a extremidade livre do cordão .....	9
Figura 2.8 - Força de pré-esforço no comprimento de transmissão .....	10
Figura 2.9 - Comprimentos de referência segundo o EC2 .....	12
Figura 2.10 - Tensões na zona de amarração em elementos pré-tensionados; (1) na libertação das armaduras, (2) no estado limite último .....	13
Figura 2.11 - Relação qualitativa entre a tensão de aderência e a tensão no cordão de pré-esforço ..	14
Figura 2.12 - Variação das tensões de aderência ao longo do comprimento de transmissão.....	15
Figura 2.13 - Modelos de tensão de aderência.....	15
Figura 2.14 - Tensões fragmentares, explosivas e de separação na zona de ancoragem .....	17
Figura 2.15 - Esquematização das tensões explosivas .....	18
Figura 3.1 - Elementos finitos disponibilizados pelo ATENA 3D.....	22
Figura 3.2 - Modelo Constitutivo equivalente tensão-deformação .....	23
Figura 3.3 - Esquematização do critério de rotura biaxial do betão .....	24
Figura 3.4 - Correspondência das fases de fendilhação à relação constitutiva tensão-deformação ..	27
Figura 3.5 - Diagrama tensão-deformação do betão quando solicitado à compressão .....	27
Figura 3.6 - Modelo de fendas fixas.....	29
Figura 3.7 - Modelo de fendas rotativas .....	30
Figura 3.8 - Esquematização do fator de redução no betão fendilhado.....	30
Figura 3.9 - Relações tensão-deformação para o aço .....	31
Figura 3.10 - Lei Multilinear tensão-deformação do aço.....	32
Figura 4.1 - Geometria do modelo experimental .....	34
Figura 4.2 - Sistema de Ensaio, Lage.....	34
Figura 4.3 - Geometria do modelo experimental.....	35
Figura 4.4 - Esquema de ensaio .....	36
Figura 4.5 - Relação força-deslocamento dos ensaios realizados por Lage .....	40
Figura 4.6 - Relações força-deslocamento para comprimento aderente de 400 mm; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento .....	41
Figura 4.7 - Relações força-deslocamento para comprimento aderente de 500mm; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento .....	41

Figura 4.8 - Relações força-deslocamento para 125 kN de força de pré-esforço; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento.....	42
Figura 4.9 - Relações força-deslocamento para 150 kN de força de pré-esforço; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento.....	42
Figura 4.10 - Modelo numérico do ensaio de Lage; (a) Macroelementos de betão, (b) Armaduras ordinárias, de pré-esforço e macroelemento central, (c) discretização da malha.....	44
Figura 4.11 - Modelo numérico de Vilhena e Ribeiro; (a) Macroelementos de betão, (b) Armaduras ordinária e de pré-esforço. ....	45
Figura 4.12 - Discretização da malha.....	45
Figura 4.13 - Critério de cálculo das tensões de aderência para Lage; (a) relação força-deslocamento e (b) lei de aderência-escorregamento .....	47
Figura 4.14 - Curvas de referência para o cálculo das tensões de aderência consideradas para Vilhena; (a) relação força-deslocamento e (b) lei média de aderência-escorregamento .....	48
Figura 4.15 - Curvas de referência para o cálculo das tensões de aderência consideradas para Ribeiro; (a) relação força-deslocamento e (b) leis de aderência-escorregamento .....	49
Figura 4.16 - Relação força-deslocamento da curva RC_350_0_A_Inf_Med. e o correspondente modelo numérico. ....	50
Figura 4.17 - Relação Tensão de aderência-escorregamento nos nós localizados a 50 mm, 250 mm e 400 mm. ....	50
Figura 4.18 - Desenvolvimento das tensões de aderência ao longo do comprimento aderente nos diferentes troços do diagrama força-deslocamento.....	51
Figura 4.19 - Gráfico comparativo força-deslocamento das curvas TV_400_100_A_Inf_Exa_2, TV_500_100_A_Inf_Corr_2 e os correspondentes modelos numéricos .....	52
Figura 4.20 - Comparativo das tensões de aderência ao longo dos comprimentos aderentes de 400 mm e 500 mm, mediante a mesma força de arrancamento.....	53
Figura 4.21 - Paridade de deslocamentos superiores e inferiores entre modelos experimentais e numéricos, (a) ensaio TV_400_100_A. e (b) ensaio TV_500_100_A.....	53
Figura 4.22 - Gráficos comparativos força-deslocamento das curvas RC_500_125_A_Inf_Corr_3, NR_500_150_A_Inf_Exa_1 e os correspondentes modelos numéricos.....	54
Figura 4.23 - Tensões de aderência ao longo do comprimento aderente para o modelo RC_500_125 .....	55
Figura 4.24 - Tensões de aderência ao longo do comprimento aderente para o modelo NR_500_125 .....	55
Figura 4.25 - Relação entre deslocamentos superiores e inferiores dos modelos experimentais e numéricos, (a) ensaio NR_500_125_A e (b) ensaio NR_500_150_A.....	56
Figura 5.1 - Esquematização dos comprimentos aderentes e respetiva nomenclatura para arrancamento do cordão sem pré-esforço .....	58
Figura 5.2 - Esquematização dos comprimentos aderentes e respetiva nomenclatura para os ensaios de arrancamento com transferência de pré-esforço no valor de 100 kN .....	59
Figura 5.3 - Esquematização da variação da força de transferência de pré-esforço e respetiva nomenclatura para arrancamento do cordão .....	60
Figura 5.4 - Leis de aderência para modelos com variação da força de pré-esforço.....	61

Figura 5.5 - Diagramas força-deslocamento para os vários comprimentos aderentes (NL_“h <sub>ef</sub> ”_0), (a) escala padrão e (b) ampliação do trecho inicial .....	61
Figura 5.6 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 15 kN e 30 kN .....	62
Figura 5.7 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 45 kN e 60 kN.....	62
Figura 5.8 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 75 kN e 90 kN.....	63
Figura 5.9 - Tensões principais no betão para o modelo NL_350_0 para vários estados da força de arrancamento .....	64
Figura 5.10 - Tensões principais no betão para os vários comprimentos aderentes quando no cordão se encontra instalada a força máxima .....	65
Figura 5.11 - Diagramas força-deslocamento para os vários comprimentos aderentes (TV_“h <sub>ef</sub> ”_100), (a) escala padrão e (b) ampliação do trecho inicial.....	66
Figura 5.12 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV_“h <sub>ef</sub> ”_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (a) 90 kN e (b) 105 kN.....	68
Figura 5.13 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV_“h <sub>ef</sub> ”_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (c) 120 kN e (d) 135 kN.....	68
Figura 5.14 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV_“h <sub>ef</sub> ”_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (e) 150 kN e (f) 165 kN.....	68
Figura 5.15 - Evolução das tensões principais no betão para o modelo TV_400_100 .....	69
Figura 5.16 - Tensões principais no betão para os vários comprimentos aderentes quando no cordão se encontra instalada a força máxima, TV_“ h <sub>ef</sub> ”_100 .....	71
Figura 5.17 - Diagramas força-deslocamento para as várias forças de pré-esforço ( NR_500_“F <sub>p</sub> ”), (a) escala padrão e (b) ampliação do trecho inicial .....	72
Figura 5.18 – Gráfico da tensão de aderência ao longo do comprimento aderente do cordão para os modelos NR_500_“F <sub>p</sub> ” no instante imediatamente após a transferência de pré-esforço .....	73
Figura 5.19 - Tensões no betão imediatamente após transferência de pré-esforço para os modelos NR_500_“F <sub>p</sub> ” .....	74





# Índice de Tabelas

Tabela 4.1 - Pré-esforço e comprimento de embhecimento utilizado pelos diferentes autores.....	36
Tabela 4.2 - Propriedades do betão .....	37
Tabela 4.3 - Outros parâmetros utilizados para calibração .....	38
Tabela 4.4 - Propriedades das armaduras ordinárias.....	38
Tabela 4.5 - Propriedades das armaduras de pré-esforço .....	39
Tabela 4.6 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência.....	47
Tabela 4.7 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência média de Vilhena.....	47
Tabela 4.8 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência média de Ribeiro .....	49
Tabela 4.9 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Lage .....	51
Tabela 4.10 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Vilhena.....	52
Tabela 4.11 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Ribeiro.....	54
Tabela 5.1 - Valor do pré-esforço após perdas instantâneas.....	60
Tabela 5.2 - Afastamento da força máxima para os modelos NL_“h <sub>ef</sub> ”_0, relativamente à obtida pela expressão (2.8) a partir da lei de aderência introduzida, medido em %.....	62
Tabela 5.3 - Afastamento da força máxima para os modelos TV_“h <sub>ef</sub> ”_100, relativamente à obtida pela expressão (2.8) a partir da lei de aderência introduzida, medida em %.....	67
Tabela 5.4 – Comparação da força máxima obtida entre os modelos NL_“h <sub>ef</sub> ”_0 e TV_“h <sub>ef</sub> ”_100.	67
Tabela 5.5 – Variação entre a força obtida e a expectável no instante após a transferência de pré-esforço dos modelos (NR_500_“F <sub>p</sub> ”), medido em %.....	72



# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Minúsculas Latinas

$a$	relação entre as tensões principais instaladas no betão
$b_{bs}$	largura do elemento de betão
$d$	altura útil
$d_0$	diâmetro do furo
$d_{em}$	diâmetro do varão
$f_{bpt}$	tensão de aderência desenvolvida no comprimento de transmissão
$f_{ctd}$	valor de cálculo da resistência do betão à tração
$f_{ctk 0,05}$	valor característico da resistência à tração do betão não excedido em 5%
$f_{bpd}$	tensão de rotura por aderência nos estados limites últimos
$f_{cm}$	tensão média de resistência do betão à compressão
$f_{ctm}$	tensão média da resistência do betão à tração
$f_c$	resistência à compressão do betão do elemento ensaiado
$f_{c,low}$	tensão de referência do betão ensaiado em provetes cilíndricos
$f_t^{'ef}$	tensão efetiva de resistência do betão à tração
$f_c^{'ef}$	tensão efetiva da resistência do betão à compressão
$f_c'$	tensão resistente uniaxial do betão
$f_y$	tensão de cedência do aço
$f_{p,0,1k}$	valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1 % do aço de pré-esforço
$f_{pk}$	valor característico da tensão de rotura à tração do aço de pré-esforço
$l_{disp}$	comprimento de regularização
$l_{bpd}$	comprimento de amarração
$l_{pt}$	comprimento de transmissão
$l_{pt1}$	comprimento de transmissão após perdas instantâneas
$l_{pt2}$	comprimento de transmissão nos estados limites últimos
$l_{bs}$	dimensão longitudinal até onde se fazem sentir as tensões
$h$	altura
$h_{ef}$	comprimento aderente

$w$	abertura de fendas
$w_c$	abertura de fendas quando $f_t^{'ef}$ toma o valor nulo
$w_d$	deslocamento plástico
$x$	extensão normalizada

## Maiúsculas Latinas

$A$	área
$A_b$	área de contacto entre o betão e a resina
$A_p$	área da secção transversal do cordão de pré-esforço
$E_c$	módulo de elasticidade secante do betão
$E_0$	módulo de elasticidade inicial do betão
$E_{cm}$	valor médio do módulo de elasticidade do betão calculado pelo EC2
$E_s$	módulo de elasticidade do aço
$E_p$	módulo de elasticidade do aço de pré-esforço
$E_{ci}$	módulo de elasticidade do betão na direção $i$
$F$	força
$F_a$	força de atrito
$F_p$	força de pré-esforço
$F_{pi}$	força de pré-esforço após perdas instantâneas
$P_c$	perímetro circular do cordão de pré-esforço
$P_r$	perímetro real do cordão de pré-esforço
$G_f$	energia de fratura
$L_d$	dimensão do elemento finito quando a fenda se propaga na direção paralela a este
$L'_d$	dimensão corrigida de um elemento finito quando a fenda se propaga na direção diferente da paralela a este (compressão)
$L'_t$	dimensão corrigida de um elemento finito quando a fenda se propaga na direção diferente da paralela a este (tração)
$N_a$	força perpendicular ao movimento
$N_{bs}$	força de tensão explosiva ( <i>bursting</i> )

## Minúsculas gregas

$\mu$	coeficiente de atrito
$\lambda$	rigidez característica do agente aderente
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\phi$	valor nominal do diâmetro da armadura
$\gamma_c$	coeficiente parcial de segurança do betão
$\varepsilon_c$	extensão de rotura do betão à compressão
$\varepsilon_t$	extensão de rotura do betão à tração
$\varepsilon_u$	extensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1 %
$\varepsilon^{eq}$	deformação equivalente
$\varepsilon_{cr}$	extensão para a abertura de fenda quando $f_t^{'ef}$ é nula
$\tau$	tensão de aderência
$\tau_{máx}$	tensão de aderência máxima
$\tau_{méd}$	tensão de aderência média
$\sigma_{pi}$	tensão nas armaduras de pré-esforço após perdas imediatas
$\sigma_{pd}$	tensão de dimensionamento de pré-esforço considerando a secção fendilhada
$\sigma_{p\infty}$	tensão do aço de pré-esforço após perdas diferidas
$\sigma_{bs}$	tensão explosiva ( <i>bursting</i> )
$\sigma_c^{ef}$	tensão efetiva do betão
$\sigma_{ci}$	tensão do betão associada à direção i



# 1 Introdução

## 1.1 Enquadramento teórico

Ao longo dos anos tem-se vindo a verificar uma mudança no sector da construção, que se traduz por um aumento no segmento da reabilitação urbana e uma diminuição do edificado novo. Esta alteração deve-se ao crescimento populacional nas áreas urbanas, às exigências funcionais necessárias ao sector terciário e ainda à consciencialização da sustentabilidade. A reabilitação estrutural toma assim um papel preponderante na garantia de desempenho e segurança do edificado antigo, que por meio de técnicas e processos inovadores vai dando resposta às diversas necessidades.

É neste contexto que o desenvolvimento de sistemas de reforço, nomeadamente utilizando armaduras de pré-esforço, têm sido alvo de inúmeros estudos, com o intuito de potencializar as suas propriedades. A utilização de pré-esforço permite reduzir deformações, aumentar a capacidade de carga e aumentar vãos.

Esta dissertação tem por objetivo o estudo de um sistema de ancoragem de cordões de pré-esforço com o intuito de perceber e analisar a distribuição espacial das tensões no betão, assim como verificar o comportamento das tensões de aderência, recorrendo para o efeito a ensaios de transferência de pré-esforço e/ou arrancamento. O sistema de ancoragem foi inicialmente proposto por Faria [1] no reforço de lajes de betão armado e, mais recentemente, em vigas no trabalho de doutoramento da Engenheira Helisa Muhaj.

O trabalho desenvolvido tem por base análises numéricas não-lineares de modelos elaborados a partir das campanhas experimentais realizadas por Lage [2], Vilhena [3] e Ribeiro [4], que averiguam a influência da força de pré-esforço e do comprimento aderente no sistema de ancoragem em estudo.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho pretende estudar a influência do comprimento aderente e da força de pré-esforço no sistema de ancoragem proposto na patente PT 103785 A [5], tendo-se recorrido, para o efeito, a um estudo paramétrico. Este estudo pretende também avaliar de que modo se desenvolvem as tensões de aderência junto ao cordão de pré-esforço, assim como analisar o desenvolvimento espacial de tensões no betão. O que não seria possível, caso se recorresse apenas a ensaios experimentais. Nesse âmbito, é realizada inicialmente uma calibração dos modelos numéricos a partir dos programas experimentais de Lage [2], Vilhena [3] e Ribeiro [4], aproximando o comportamento dos modelos numéricos aos modelos experimentais. Posteriormente é elaborado um estudo paramétrico, comparando os resultados deste estudo com os desenvolvidos na calibração. Por último pretende-se averiguar a viabilidade das soluções parametrizadas no reforço de estruturas.

## 1.3 Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se estruturada em 6 capítulos, sendo o primeiro destinado ao enquadramento e estruturação do tema a desenvolver:

- Capítulo 2 – Estado da Arte  
Fornece uma breve explicação sobre a definição de ancoragem por aderência, os componentes que a constituem, assim como os mecanismos que lhes estão associados na perspetiva de diversos autores. É ainda feita referência a recomendações presentes no *CEB-FIB Model code 2010* [6] e [7], e apresentada alguma regulamentação sobre o tema EC2 [8].
- Capítulo 3 – Princípios da Análise Não-Linear  
Síntese da abordagem de cálculo que o programa ATENA 3D emprega na elaboração de análises numéricas, discretização dos modelos constitutivos dos materiais (aço e betão) e pressuposto inerentes ao bom funcionamento do *software*.
- Capítulo 4 - Calibração dos Modelos Numéricos  
Breve descrição das campanhas experimentais de Lage [2], Vilhena [3] e Ribeiro [4], síntese dos resultados e considerações. Caracterização dos materiais utilizados nos modelos numéricos, apresentação dos parâmetros utilizados na calibração e comparação de resultados.
- Capítulo 5 – Estudo Paramétrico  
Exposição das considerações tomadas para a realização do estudo paramétrico, apresentação dos resultados e discussão da influência dos parâmetros considerados.
- Capítulo 6 – Conclusões e Desenvolvimentos Futuros  
Apresentam-se as conclusões relativamente ao tema em estudo e são apresentadas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.



## **2 Estado da Arte**

### **2.1 Introdução**

Atualmente na construção moderna a otimização e racionalização do espaço é uma necessidade pelas mais diversas razões de carácter social e económico. O pré-esforço com as suas múltiplas vantagens permite entre outros, atingir vãos maiores, reduzir espessuras de vigas e lajes, melhorar o comportamento em serviço e reforçar estruturas pré-existentes de forma rápida e económica.

Para o bom funcionamento desta técnica é necessário analisar e compreender de que modo se transferem as tensões entre o aço e o betão, como se propagam as tensões no betão e por último verificar se a resistência aos estados limites últimos não é ultrapassada. Todos os aspetos anteriormente mencionados estão naturalmente associados ao conceito de ancoragem, seja pela utilização de dispositivos mecânicos que prendem nas extremidades dos cordões ou pelo mecanismo de aderência onde a transferência é realizada ao longo do comprimento embebido.

Neste capítulo serão abordados e explicados os sistemas de ancoragem usualmente utilizados, o mecanismo de aderência e suas componentes, e os comprimentos de referência da aderência referidos na literatura.

### **2.2 Sistemas de Ancoragem**

A utilização de pré-esforço visa introduzir um estado de tensões numa determinada peça com o intuito de contrariar a curto ou a longo prazo solicitações externas que possam ocorrer na mesma, mitigando desta forma cargas ou deformações excessivas. A aplicação desta técnica consiste na introdução de uma força de tração em armaduras de aço de alta resistência sendo posteriormente transferida para o elemento de betão através da ancoragem.

A ancoragem pode ser caracterizada consoante o sistema de pré-esforço, pré-tensão e pós-tensão [9]. A pré-tensão é um sistema normalmente associado à pré-fabricação e salvo exceções de carácter técnico a ancoragem é sempre realizada por aderência, a pós-tensão é um método muito utilizado no reforço de estruturas e em obras betonadas “in situ”, sendo a ancoragem realizada por dispositivos mecânicos nas extremidades dos cordões ou com recurso a um agente aderente [10]. Cook et al [11] descreve o comportamento de alguns tipos de ancoragem, Figura 2.1. Entre os demais destaca-se a ancoragem com agente adesivo por ser muito similar ao método que se pretende estudar e que foi utilizado nos trabalhos de Faria [1], Fernandes [12] e mais recentemente de Muhaj [13].

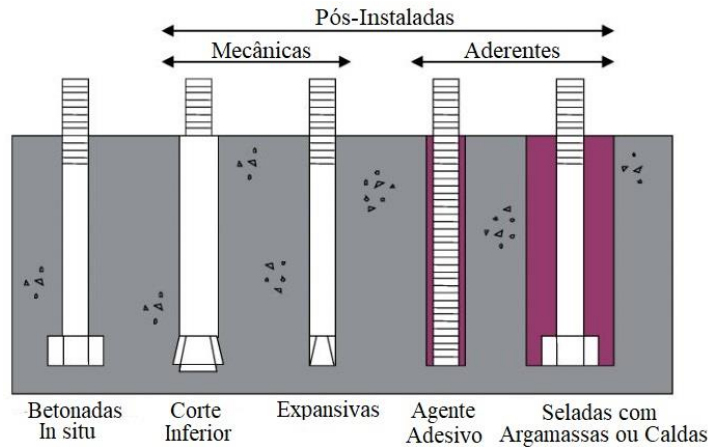


Figura 2.1 - Tipos de ancoragem, (adaptado de [11])

## 2.3 Aderência

A aderência é um termo normalmente associado à ligação entre duas ou mais substâncias fazendo com que as mesmas partilhem ou transmitam fenômenos que potencializem a sua ação conjunta, por norma é conseguida através de ligações físicas e químicas dos materiais em contato, perdendo-se quando uma ação mecânica desfaz a ligação.

Na engenharia, a aderência tem um papel preponderante na medida em que permite que dois ou mais materiais trabalhem em conjunto. Num dos sistemas estruturais mais utilizados na construção, betão armado, a aderência é o mecanismo que permite a transferência de tensões entre o aço e o betão [10], fazendo com que estes dois materiais trabalhem em conjunto. A reciprocidade das ações entre os agentes envolvidos na transferência de tensões já foi abordada por diversos autores, sendo que vários concordam na existência de três componentes principais que contribuem para a definição inequívoca do mecanismo resistente, sendo estes:

- Adesão
- Atrito e efeito de Hoyer
- Ação mecânica

Entre os autores que abordaram este tema destacam-se os trabalhos de Gross e Burns [10], Burns et al [14] e ainda Laldji [15] que define a contribuição de cada um destes componentes em função do deslizamento.

Na Figura 2.2 é possível verificar que a adesão é o primeiro componente a ser mobilizado e que a sua contribuição perde-se após se iniciar o deslizamento, o atrito e a ação mecânica estão presentes no mecanismo resistente enquanto houver ação das forças externas, contudo, o seu contributo mais expressivo inicia-se após o término da adesão. Dos três constituintes, verifica-se que a ação mecânica é o mais representativo.

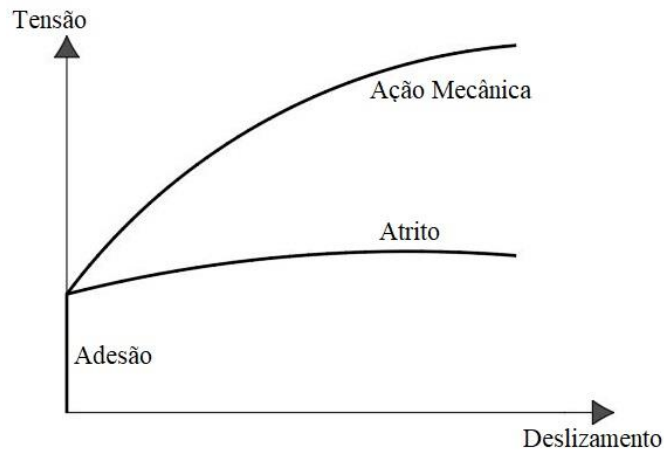


Figura 2.2 - Contribuição dos três componentes na definição do mecanismo resistente, (adaptado de [15])

A aderência entre o aço e o betão por vezes é conseguida através de um agente adesivo, nestes casos e mediante as características do agente adesivo pode existir dois locais passíveis de ocorrer a rotura, o primeiro fica na interface aço-(agente adesivo) e o segundo entre o (agente adesivo)-betão. O trabalho desenvolvido por Faria [1], revela que em condições ideais de execução a rotura seja na interface aço-(agente adesivo). A principal razão para esta conclusão prende-se no facto do betão apresentar na superfície de contacto uma maior porosidade que o aço, permitindo que o agente adesivo penetre nos poros do betão aumentando o mecanismo resistente quando comparado com a interface aço-(agente adesivo).

### 2.3.1 Adesão

A adesão é definida como a ligação física e química entre o betão e o aço, ou seja, é caracterizada pela complementarização microscópica das superfícies dos materiais bem como alguma afinidade química. Esta fase é muitas vezes designada na literatura como a componente elástica linear, pois permite que o agente aderente se deforme sem que introduza deformações ou deslocamentos permanentes em todo o mecanismo. Dos três constituintes é o único que não atua até ao desligamento total do sistema aço-betão e perde-se irreversivelmente após se dar o primeiro deslocamento relativo entre os dois materiais. Por esta razão, alguns autores desprezam esta componente.

Burns et al. [16] refere num dos seus artigos que a adesão deve ser caracterizada pelo seu comportamento rígido e que existe uma tensão de aderência crítica que define o término desta componente bem como o início do deslizamento relativo entre o aço e o betão. Na Figura 2.3 é visível que antes de se atingir a tensão crítica, o deslizamento é nulo.

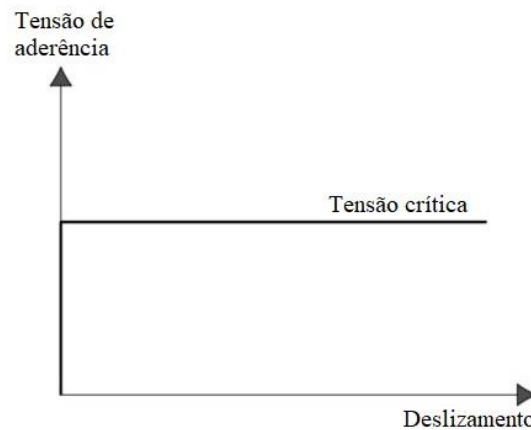


Figura 2.3 - Comportamento rígido da adesão, (adaptado de [16])

### 2.3.2 Atrito e efeito de Hoyer

Nesta componente a literatura diverge quanto à nomenclatura, alguns autores mencionam o atrito como responsável pela ação resistente [14] e [15], outros consideram o efeito de Hoyer [10], no entanto, a maioria descreve o mesmo fenómeno para justificar esta componente.

Após a perda da adesão, as forças de corte passam a ser unicamente absorvidas pelo atrito e ação mecânica. O atrito ou força de fricção é segundo Laldji [15] dada pela expressão (2.1). Esta força é caracterizada por se desenvolver no sentido contrário ao deslizamento da armadura e é conseguida através da pressão criada por uma força perpendicular ao movimento, sendo este processo algo similar ao movimento de um veículo. Um veículo só se move num determinado pavimento se o mesmo oferecer uma força de atrito contrária à direção em que se desloca. Para ser conseguido o contacto e se desenvolver a força de atrito existe uma outra força, nomeadamente o peso próprio do veículo que o impele contra a superfície, criando assim as condições necessárias para a formação da força de fricção. No sistema aderente que tem vindo a ser descrito a força perpendicular ao movimento é obtida através do efeito de Hoyer.

$$F_a = \mu N_a \quad (2.1)$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito e  $N_a$  é a quantificação da força normal que se desenvolve em torno do eixo do cordão. Laldji [15] refere ainda que o deslizamento progressivo do cordão cria um polimento na superfície aderente fazendo decrescer a força de atrito até se tornar aproximadamente constante.

## Efeito de Hoyer

A utilização de ancoragens por aderência pressupõe a existência de três etapas fundamentais, na primeira são amarradas as extremidades dos cordões e tensionado o cordão de pré-esforço, na segunda é executada a betonagem ou injeção do agente aderente e por fim são libertadas as amarrações provisórias dos cordões para se efetuar a transferência de pré-esforço para o betão. No ato de tensionamento do cordão este tende a diminuir o seu diâmetro devido ao efeito de poisson, posteriormente, na libertação das ancoragens provisórias o cordão tende a voltar ao seu estado original. Contudo, devido à restrição imposta pelo molde do betão sobre o diâmetro do cordão tensionado irão originar-se compressões radiais impedindo a sua expansão, como é possível de ser observado na Figura 2.4.

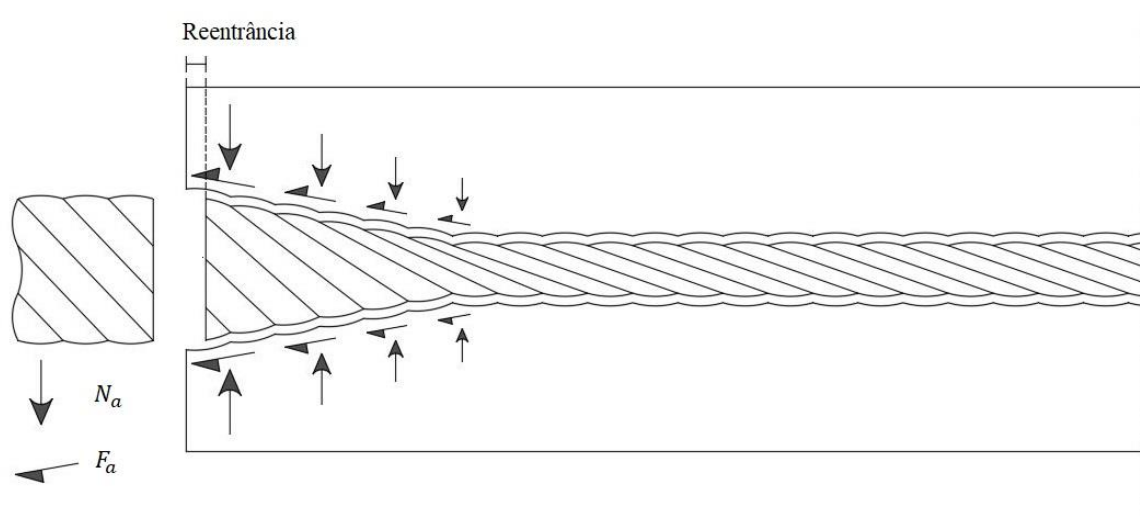


Figura 2.4 - Efeito de Hoyer e representação das forças de atrito, (adaptado de [16])

Briere et al. [17] define como efeito de Hoyer o processo que permite a transferência linear das forças de pré-esforço para o betão junto da extremidade do elemento devido à ancoragem por forças radiais.

### 2.3.3 Ação mecânica

Como já foi possível verificar anteriormente a ação mecânica é das três componentes a mais significativa e tem maior expressão em armaduras indentadas ou em cordões de pré-esforço. No momento de solidarização, o betão aplicado sobre o aço no seu estado mais fluido tende a moldar-se em torno do cordão. Após a cura do betão o mesmo apresenta uma forma helicoidal contínua que acompanha o andamento dos vários fios. Este molde obriga a que após a perda de adesão o cordão tenha tendência a rodar sobre o seu próprio eixo. O movimento proporcionado por todo este mecanismo introduz uma força de resistência normal à superfície dos fios exteriores com direção contrária ao deslizamento, como é ilustrado na Figura 2.5.

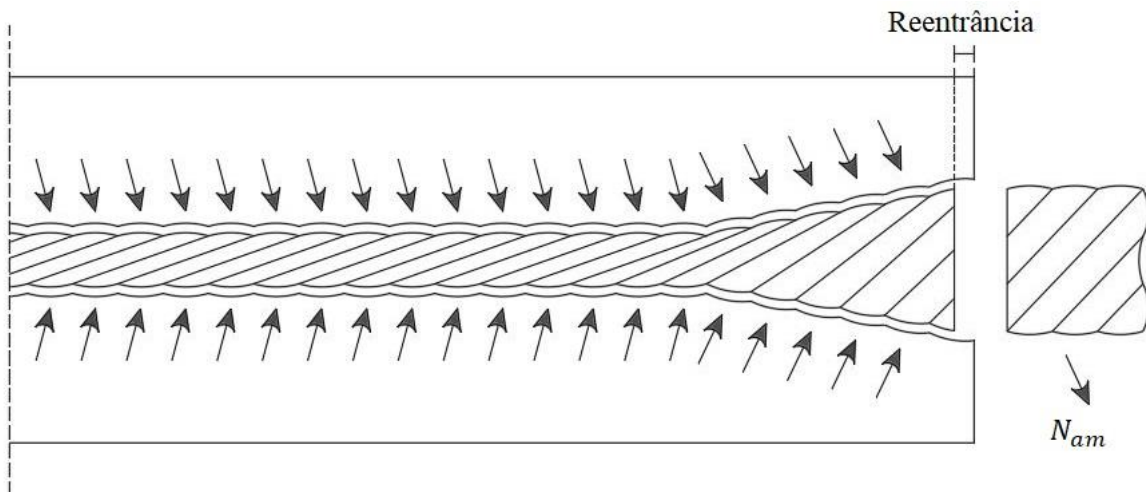


Figura 2.5 - Forças normais desenvolvidas pela ação mecânica

Na Figura 2.5 é possível observar que as forças normais geradas têm uma ligeira inclinação relativamente às forças geradas pela componente de atrito. Burns et al. [16] afirma que a inclinação difere consoante o fabricante do aço, sendo nove graus o valor mais comum.

Esta componente tem ainda a particularidade de ser fortemente afetada pelo tipo de armadura escolhida. Até ao momento foi descrito todo o processo em torno da utilização de cordões de pré-esforço. Caso se utilizem fios, o contributo da ação mecânica decresce. Esta presunção é justificada pela falta de saliências, reentrâncias ou no caso dos cordões pelo andamento helicoidal dos mesmos. A Figura 2.6 mostra qualitativamente esta evidência.

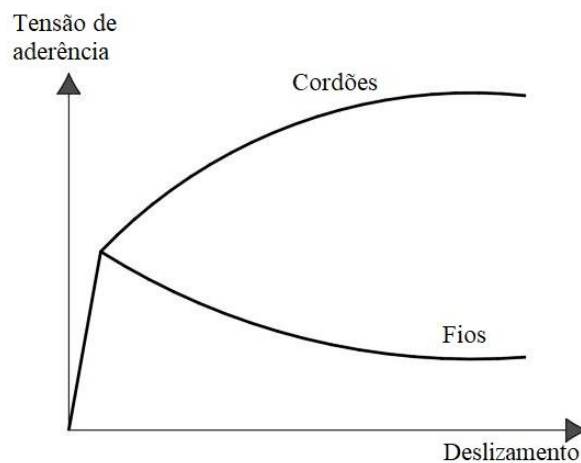


Figura 2.6 - Diferença da tensão de aderência entre fios e cordões, (adaptado de [12])

## 2.4 Comprimentos de Referência

Na secção 2.3 foram descritos os componentes que contribuem diretamente para a definição do mecanismo resistente. No presente subcapítulo serão abordados os diferentes tipos de comprimentos necessários para garantir uma boa ancoragem do pré-esforço por aderência. Os comprimentos de referência são distâncias necessárias para se assegurar a transmissão das tensões entre o pré-esforço

e o betão, permitindo ao projetista a possibilidade de prever com alguma certeza os esforços instalados ao longo do elemento e redefinir a sua utilização em função dos mesmos.

Genericamente existem três comprimentos necessários para assegurar a ancoragem do aço de pré-esforço, sendo os mesmos designados por:

- Comprimento de transmissão ( $l_{pt}$ ) – distância necessária para que as tensões de pré-esforço se instalem eficazmente no elemento de betão;
- Comprimento de regularização ( $l_{disp}$ ) – distância até onde se faz sentir a difusão tridimensional das tensões;
- Comprimento de amarração ( $l_{bpd}$ ) – distância necessária para que seja realizada a transmissão dos esforços do aço para o betão quando o elemento se encontra sujeito aos estados limites últimos.

Na literatura por vezes são referenciados outros comprimentos de menor relevo que se podem englobar nos anteriormente mencionados. Burns et. al [10] refere por exemplo a existência de um comprimento de flexão que corresponde à diferença entre o comprimento de amarração e o comprimento de transmissão, sendo designado o comprimento necessário para resistir aos incrementos de tensões provocados pela ação externa, como é possível observar na Figura 2.7.

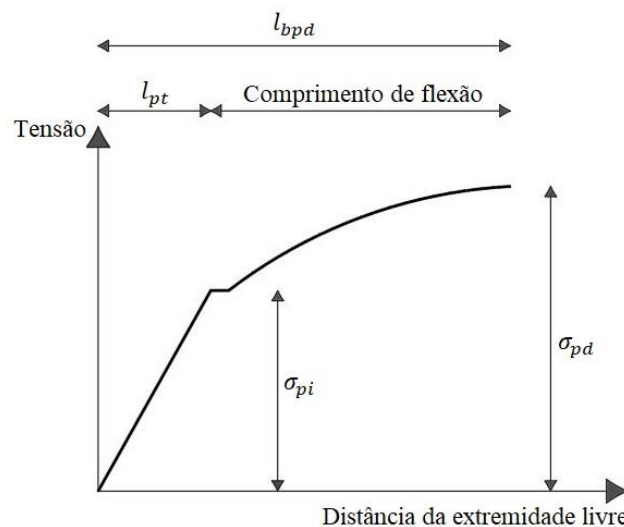


Figura 2.7 - Variação da tensão desde a extremidade livre do cordão, (adaptado de [10])

### 2.4.1 Comprimento de transmissão, $l_{pt}$

O comprimento de transmissão é a distância a partir da extremidade livre do elemento até ao local onde passa a ser constante o valor da força de pré-esforço no cordão. Este comprimento deve-se em parte ao efeito de Hoyer explicado na secção 2.3.2. O desenvolvimento da força de pré-esforço neste comprimento não é consensual nos diversos documentos que abordam este tema. Ainda assim, existe

concordância na assunção linear da mesma por não diferir significativamente nas suas extremidades, como é possível de verificar na Figura 2.8.

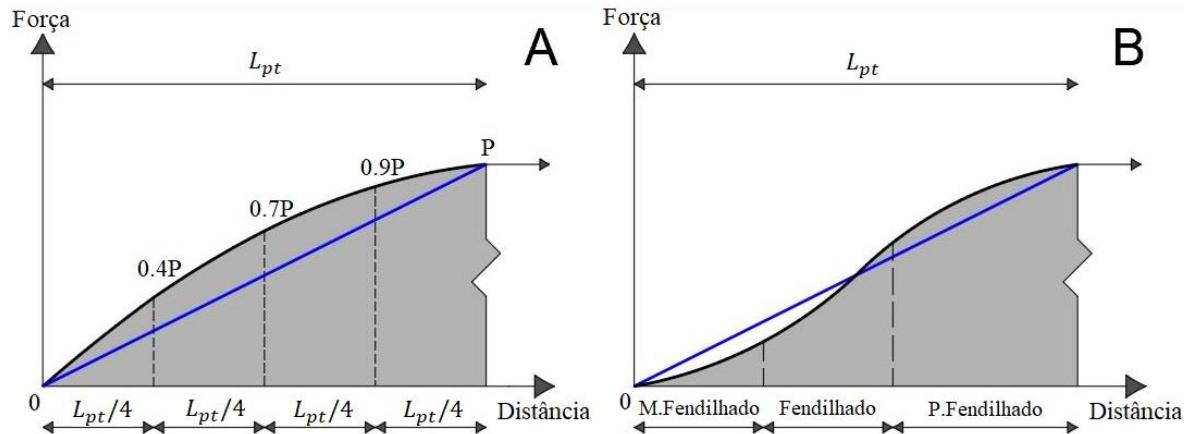


Figura 2.8 - Força de pré-esforço no comprimento de transmissão, (adaptado de Raju [18] e Briere [17])

Na Figura 2.8 é possível observar a evolução da força de pré-esforço proposta por Raju [18] e Briere [17], A e B respectivamente. O modelo B apresenta uma escala horizontal definida em função do estado de fendilhação, (Muito Fendilhado, Fendilhado, Pouco Fendilhado).

### 2.4.2 Comprimento de regularização, $l_{disp}$

A dispersão das tensões na zona de ancoragem no ato da transferência é um fenómeno muito complexo de analisar devido à dispersão tridimensional das tensões. O comprimento de regularização é definido como a distância necessária para distribuição linear das tensões na secção de betão, até ser possível a análise do elemento segundo a teoria das peças lineares.

Este comprimento depende essencialmente das tensões instaladas nas armaduras, da geometria do elemento e das condições de aderência na interface aço-betão.

### 2.4.3 Comprimento de amarração, $l_{bpd}$

Num elemento pré-tensionado o comprimento de transmissão refere-se à distância necessária para resistir à transmissão das forças de pré-esforço para o betão na libertação das ancoragens provisórias. Posteriormente quando sobre o elemento forem submetidas cargas externas, deve ser contemplado um acréscimo de comprimento necessário para resistir ao incremento de tensões provocado por essas mesmas cargas. A soma desses dois comprimentos designa-se por comprimento de amarração.

Buckner [19] refere-se ao comprimento de amarração como a distância essencial para prevenir o deslizamento das armaduras quando forem atingidos os estados limites últimos. Deve-se, no entanto, não confundir este deslizamento com os mencionados em 2.3, isto porque, após a perda da componente da adesão existe sempre um deslizamento. O deslizamento definido por Buckner [19] refere-se ao deslizamento limite ao qual está associado a tensão de dimensionamento.



## 2.4.4 Eurocódigo 2 [8]

### 2.4.4.1 Comprimento de Transmissão

Simplificadamente, o EC2 permite que no ato de transferência das tensões entre o pré-esforço e o betão, possa considerar-se para o comprimento de transmissão uma tensão de aderência constante  $f_{bpt}$ , podendo o valor do referido comprimento ser obtido pela equação (2.2):

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \phi \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpt}} \quad (2.2)$$

em que  $\alpha_1$  depende do tipo de libertação a que o pré-esforço é submetido, tomando o valor de 1,00 ou 1,25 caso se processe de uma transferência gradual ou súbita;  $\alpha_2$  refere-se ao tipo de armadura utilizada, sendo 0,25 para armaduras circulares e 0,19 para cordões de três ou sete fios;  $\phi$  expressa o valor nominal do diâmetro da armadura e  $\sigma_{pi}$  quantifica a tensão instalada na armadura imediatamente após a libertação da armadura. A tensão de aderência é obtida pela expressão (2.3):

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \eta_1 f_{ctd} \quad (2.3)$$

sendo  $\eta_{p1}$  um coeficiente que toma os valores de 2,70 ou 3,20 perante a utilização de armaduras de pré-esforço em formato de fios indentados ou cordões de três e sete fios. Atente-se que estes valores para além de terem em conta o tipo de armadura consideram também as condições de aderência de cada uma das soluções na libertação das armaduras;  $\eta_1$  toma os valores de 1,00 para condições de boa aderência e 0,7 noutras situações;  $f_{ctd}$  representa o valor de cálculo da resistência à tração do betão obtido no momento da libertação através da expressão (2.4):

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} f_{ctk 0,05}}{\gamma_c} \quad (2.4)$$

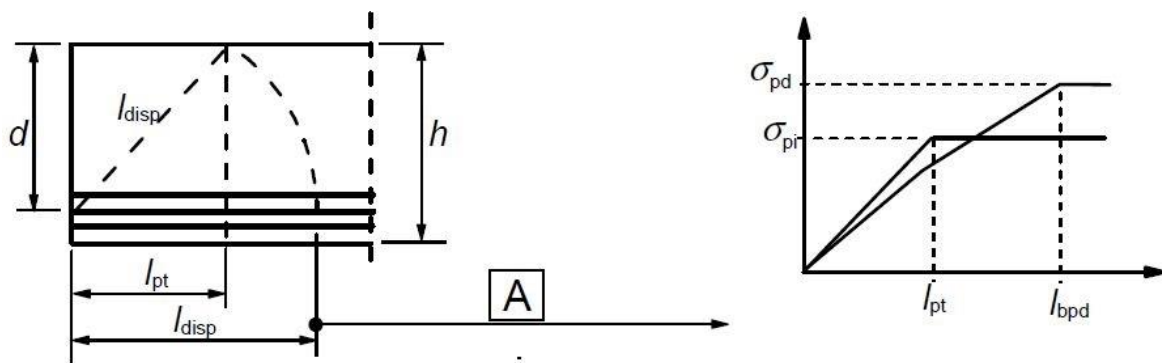
em que  $\alpha_{ct}$  traduz os efeitos a longo prazo na resistência à tração do betão e eventuais efeitos desfavoráveis resultantes do modo como se processa a aplicação da carga, o valor deste coeficiente é função do país onde se realiza o procedimento, sendo recomendado a utilização unitária;  $f_{ctk 0,05}$  pode ser consultado no quadro 3.1 do EC2 e representa um valor de resistência à tração do betão não excedido em 5% das vezes;  $\gamma_c$  é o valor do coeficiente parcial de segurança do betão quantificado em 1,50.

Ao valor de cálculo do coeficiente de transmissão  $l_{pt}$ , deve ser aplicado um coeficiente de minoração ou majoração mediante a situação de projeto em que se encontre, sendo recomendado a utilização de 0,8 para situações no espaço temporal próximo ao momento da libertação e 1,2 caso se esteja a considerar estados limites últimos. O seu valor final fica assim definido como  $l_{pt1}$  ou  $l_{pt2}$ .

Note-se que a quantificação do coeficiente de transmissão segundo o EC2 têm em conta essencialmente quatro parâmetros, a geometria das armaduras, a velocidade com que se processa a transferência de tensões entre o aço e o betão, as condições de aderência e a resistência à tração do betão.

### 2.4.4.2 Comprimento de regularização

O comprimento de regularização refere-se à distância onde se processa a difusão tridimensional de tensões até se atingir a estabilização e o seu desenvolvimento constante, na Figura 2.1 é possível observar este comprimento identificado como  $l_{disp}$ .



A - Distribuição linear de tensões na secção do elemento

Figura 2.9 - Comprimentos de referência segundo o EC2

A quantificação do valor proposto pelo EC2 poderá ser obtida através da expressão (2.5).

$$l_{disp} = \sqrt{l_{pt}^2 + d^2} \quad (2.5)$$

onde  $d$  representa a altura útil entre o centro das armaduras e a face superior da peça.

### 2.4.4.3 Comprimento de amarração

Nesta secção irá ser abordado o comprimento necessário para que as tensões transmitidas sejam as requeridas na verificação aos estados limites últimos. Para obter o comprimento de amarração o EC2 contempla a expressão (2.6):

$$l_{bpd} = l_{pt2} + \alpha_2 \phi \frac{(\sigma_{pd} - \sigma_{p\infty})}{f_{bpd}} \quad (2.6)$$

A expressão (2.6) é composta pela soma de duas parcelas, a primeira onde consta  $l_{pt2}$  é referente ao comprimento de transmissão afetado pelo coeficiente 1,2 e a segunda diz respeito ao incremento de tensões nas armaduras provocado pela ação das forças externas. Os valores referentes a  $\alpha_2$  e  $\phi$  estão definidos na expressão (2.2);  $\sigma_{pd}$  é a tensão nas armaduras quando o valor de  $f_{ctk 0,05}$  é excedido e considerando que a secção se encontra fendilhada;  $\sigma_{p\infty}$  representa a tensão na armadura de

pré-esforço após perdas diferidas e  $f_{bpd}$  a tensão de rotura por aderência no estado limite último, sendo a mesma obtida pela expressão (2.7).

$$f_{bpd} = \eta_{p2} \eta_1 f_{ctd} \quad (2.7)$$

em que  $\eta_{p2}$  toma o valor de 1,4 caso se utilizem fios indentados e 1,2 para cordões de sete fios;  $\eta_1$  e  $f_{ctd}$  são obtidos de forma análoga ao descrito na expressão (2.3).

Na Figura 2.10 é possível observar as tensões na armadura de pré-esforço nas diferentes fases de projeto, bem como os comprimentos de transmissão e amarração que lhe estão associados. Repare-se que a representação gráfica da curva identificada por (1) diz respeito à fase de libertação de pré-esforço e (2) ao incremento provocado pelas cargas exteriores.

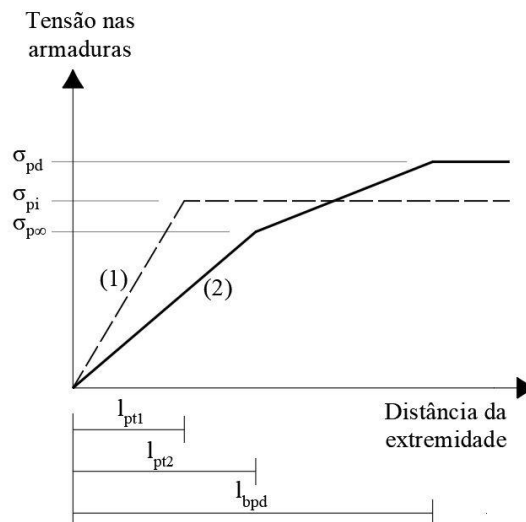


Figura 2.10 - Tensões na zona de amarração em elementos pré-tensionados; (1) na libertação das armaduras, (2) no estado limite último, (adaptado de [8])

## 2.5 Tensões de Aderência

A utilização de ancoragens de pré-esforço por aderência apresenta duas grandes vantagens relativamente à utilização de dispositivos mecânicos. A primeira incide na otimização de espaço, não sendo necessário a utilização de mecanismos que naturalmente devem ser incorporados nos elementos de forma a garantir a ancoragem, a segunda, e mais importante, é referente à transmissão gradual de tensões ao longo do elemento, evitando compressões elevadas e consequentemente o esmagamento do betão. Apesar das vantagens, é necessário compreender de que forma se desenvolvem as tensões na interface entre os materiais de ligação, garantindo a sua funcionalidade estrutural ao longo do tempo de vida útil do elemento.

Nas secções 2.3 e 2.4 foram apresentados os fenómenos que garantem a ancoragem por aderência e os comprimentos que definem o mecanismo resistente. A presente secção visa perceber de que forma

as tensões são transferidas entre os materiais, os fatores que possam influenciar o seu desenvolvimento e o inter-relacionamento com os componentes da aderência.

Em 2.4 foi descrito a existência de um comprimento de transmissão, necessário para instalar as tensões de pré-esforço até ao seu valor efetivo, após perdas instantâneas. É neste comprimento que surgem as tensões de aderência responsáveis por garantir a eficaz ligação entre os materiais. Por outras palavras, as tensões de aderência só surgem mediante uma variação significativa nas tensões de pré-esforço. Deve-se, no entanto, ter em atenção que não é vinculativa a relação entre o comprimento de transferência e as tensões de pré-esforço, pois quando o elemento for sujeito a ações externas o gradiente das tensões será realizado até ao comprimento de amarração. Na Figura 2.11 é ilustrado uma relação qualitativa entre a tensão de aderência e a tensão no pré-esforço segundo Liong [20].

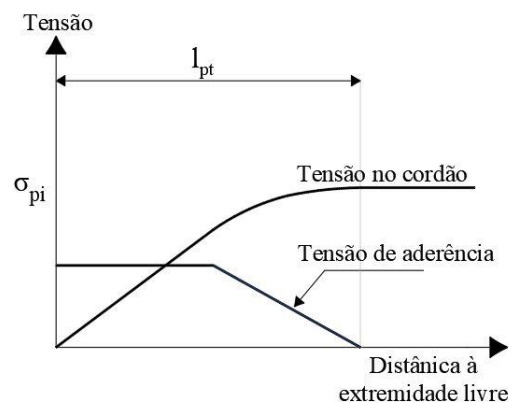


Figura 2.11 - Relação qualitativa entre a tensão de aderência e a tensão no cordão de pré-esforço, (adaptado de [20])

Na literatura a dispersão das tensões de aderência no comprimento de transmissão não é consensual. Raju [18] explica no seu trabalho que a tensão de aderência na zona de transferência é proporcionada essencialmente pelo atrito e resistência ao corte. Já na zona intermédia a existência de tensões de aderência é na sua maioria atribuída à componente da adesão. O andamento das tensões de aderência é ilustrado, segundo o autor, pela Figura 2.12. Onde é possível verificar que o valor máximo de tensão está localizado ligeiramente à frente da extremidade livre, sendo a zona de compressão transversal máxima devido ao efeito de Hoyer. Este valor diminui à medida que a tensão nos fios de pré-esforço aumenta até se atingir um valor próximo de zero, localizado a uma distância igual ao comprimento de transmissão. Mais recentemente, Dang et al [21] explica que o cálculo das tensões de aderência para uso computacional é demasiado complexo, sendo aceitável a assunção de uma distribuição uniforme.

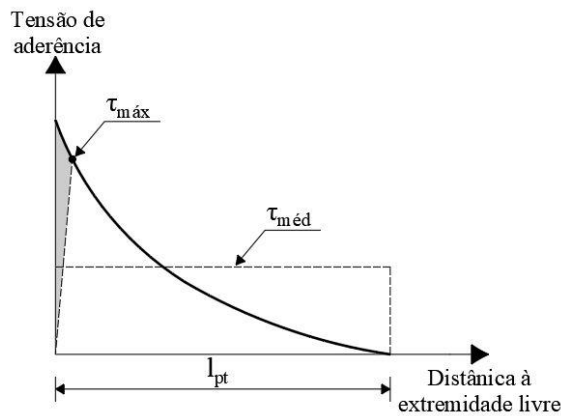


Figura 2.12 - Variação das tensões de aderência ao longo do comprimento de transmissão, (adaptado de [18])

### 2.5.1 Modelos de aderência

O conteúdo descrito até à presente secção, salvo quando devidamente assinalado, descreve o comportamento da ancoragem de pré-esforço por aderência em condições normais de aplicação. Contudo, o que se pretende analisar é o comportamento das tensões que se desenvolvem no betão em torno do cordão quando este é solicitado. Neste contexto, é necessário perceber como se deve quantificar as tensões de aderência, assim como perceber o seu desenvolvimento ao longo do comprimento aderente do cordão.

Embora não tenham sido encontrados modelos de aderência para cordões de pré-esforço em ensaios de arrancamento, ir-se-á apresentar os modelos de aderência para arrancamento de varões mais difundidos na literatura. A manifestação de tensões de aderência na ancoragem é realizada de duas formas distintas. Cook *et al.* [22], [23] e [24] analisaram o comportamento de ancoragens por aderência e conduziram campanhas experimentais descritas em [22] e [23] para averiguar a influência de alguns parâmetros nas tensões de aderência, tais como; tipos de agentes aderentes, secções de varões, diâmetros de furos e comprimentos aderentes. Com esta análise o autor pretendia avaliar a diferença entre o modelo uniforme de tensões e o modelo elástico de tensões, Figura 2.13.

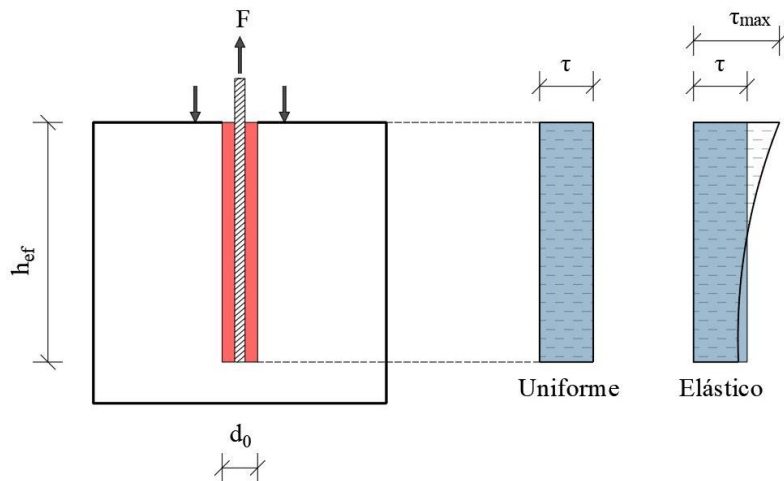


Figura 2.13 - Modelos de tensão de aderência, (adaptado de [24])

Cook *et al.* [22] concluíram nos seus estudos que a utilização do modelo uniforme de tensões dado pela expressão (2.8), em detrimento do modelo elástico, não apresenta divergências significativas desde que sejam garantidas as restrições impostas pelas equações (2.9), (2.10) e (2.11).

$$F = \tau \pi d_{em} h_{ef} \quad (2.8)$$

$$4,5 \leq h_{ef} / d_{em} \leq 25 \quad (2.9)$$

$$13 \leq f_{cm} \leq 68 \quad (2.10)$$

$$1250 \leq A_b \leq 60000 \quad (2.11)$$

onde  $F$  é a força de puxe;  $\tau$  é a tensão de aderência;  $d_{em}$  é o diâmetro do varão e  $h_{ef}$  representa o comprimento de embebimento. Nas expressões (2.10) e (2.11);  $f_{cm}$  é a tensão de rotura à compressão do betão em MPa e  $A_b$  a área de contacto entre a resina e o varão em mm<sup>2</sup>.

Se as condições anteriormente mencionadas não forem garantidas deve-se utilizar um modelo de distribuição elástica de tensões dado pela expressão (2.12). Este modelo é o que mais se aproxima da distribuição real.

$$F = \tau \pi d_{em} \left[ \frac{\tanh(\lambda h_{ef})}{\lambda} \right] \quad (2.12)$$

O parâmetro  $\lambda$  representa a rigidez característica do agente aderente. O último termo da expressão (2.12) que se encontra entre parênteses, refere-se a um valor sempre inferior ao comprimento aderente  $h_{ef}$ , tomando valores próximos de  $h_{ef}$  quando o comprimento aderente é mais curto.

Através da análise das expressões anteriores é possível concluir que o modelo uniforme se adequa melhor a comprimentos aderentes curtos e conseqüentemente menores forças de puxe. O modelo elástico é mais conveniente em comprimentos de aderência maiores. Todo o procedimento descrito anteriormente só é válido caso a rotura seja na interface resina-varão. Se a rotura surgir na interface resina-betão o modelo uniforme calcula-se de forma análoga à expressão (2.8) e o modelo elástico é dado pela expressão (2.13).

$$F = \tau \pi d_{em} h_{ef} \sqrt{\frac{f_c}{f_{c,low}}} \quad (2.13)$$

em que  $f_c$  é a tensão característica do betão no elemento quando se realiza o ensaio e  $f_{c,low}$  representa a tensão característica de referência do betão previamente ensaiado em provetes cilíndricos.

É ainda referido em [22] um modelo de aderência baseado na expressão (2.8). Este modelo foi elaborado a partir de resultados experimentais, considerando a resistência do betão e área de aderência como fatores de influência direta sobre a tensão de aderência. A expressão (2.14) resulta destas alterações e considera sempre um modelo de tensões uniformes.

$$F = \tau \pi d_{em} h_{ef} \Psi_c \Psi_b \quad (2.14)$$

$$\Psi_c = \sqrt[n]{\frac{f_c}{f_{c,low}}} \quad (2.15)$$

$$\Psi_b = \frac{5}{3} A_b^{-0.06} \quad (2.16)$$

O coeficiente  $\Psi_c$  identificado na expressão (2.15) é similar ao descrito na expressão (2.13), sendo a única diferença a quantificação do índice “n”, variando entre 3 e 5 consoante a base de dados utilizada pelo autor. Segundo os ensaios realizados pelo autor, o coeficiente  $\Psi_c$  toma o valor de 1 quando a resistência do betão não é condicionante, sendo este valor alterado pela expressão (2.15) caso exista influência. O segundo coeficiente  $\Psi_b$ , é designado como efeito de área e serve para aproximar o andamento elástico das tensões.

### 2.5.2 Fendas geradas por tensões transversais

No caso particular de elementos pré-tensionados as tensões de aderência podem ser afetadas por fendas que surjam na interface aço-betão. Estas fendas surgem devido a forças provocadas pelos componentes do mecanismo resistente já abordado na secção 2.3, sendo que, se forem geradas tensões demasiado elevadas pode ocorrer rotura do betão. Deste modo, o Model Code 2010 [7] prevê a possibilidade de ocorrer fissuração devido às tensões explosivas (*bursting*), fragmentares (*spalling*) e de separação (*splitting*), esquematizadas na Figura 2.14.

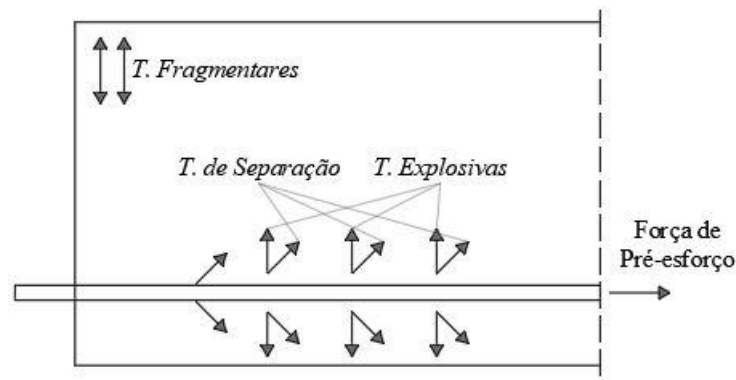


Figura 2.14 - Tensões fragmentares, explosivas e de separação na zona de ancoragem, (adaptado de [7])

## Tensões explosivas

Tensões geradas perpendicularmente ao eixo das armaduras devidas ao aumento da tensão radial no betão pelo efeito de Hoyer. A tensão máxima deve ser obtida através da expressão (2.17).

$$\sigma_{bs} = \frac{N_{bs}}{b_{bs} \times l_{bs}} \quad (2.17)$$

em que  $N_{bs}$  é a força da tensão explosiva;  $b_{bs}$  é a largura do elemento de betão e  $l_{bs}$  é o comprimento longitudinal até onde se fazem sentir as tensões. Para a determinação da força da tensão explosiva deve ser idealizado um elemento prismático como ilustrado na Figura 2.15.

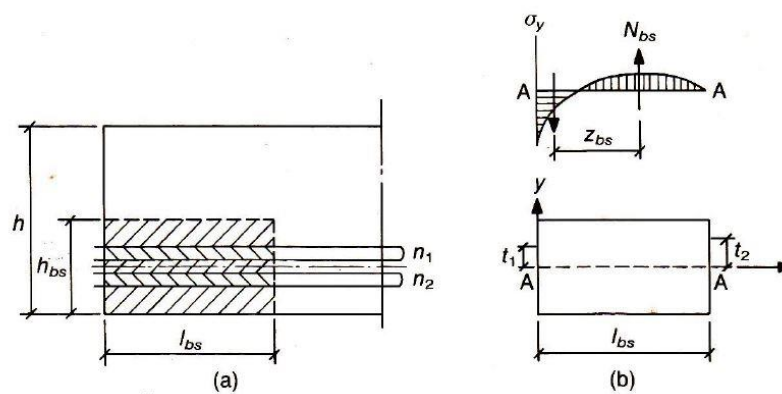


Figura 2.15 - Esquemática das tensões explosivas [7]

O comprimento  $l_{bs}$  é quantificado através da expressão (2.18),  $h_{bs}$  é o dobro da distância entre a armadura e a face do elemento mais próximo e  $l_{pt}$  o comprimento de transmissão.

$$l_{bs} = \sqrt{h_{bs}^2 + (0.6l_{pt})^2} \quad (2.18)$$

A força de tensão explosiva  $N_{bs}$  é obtida através da expressão (2.19).

$$N_{bs} = \frac{(n_1 + n_2)t_2 - 2n_1t_1}{2 \times z_{bs}} \gamma_1 F_{sd} \quad (2.19)$$

em que  $n_1$  e  $n_2$  são o número de cordões de pré-esforço acima e abaixo do centroide do elemento prismático;  $t_1$  é a distância entre o centro das armaduras e o centro do prisma quando as mesmas se localizam acima da secção A-A;  $t_2$  a distância entre o centro do prisma e o centroide das tensões acima da secção A-A;  $z_{bs}$  é metade do comprimento  $l_{bs}$ ;  $\gamma_1$  é um coeficiente adicional de segurança que toma o valor de 1,1 e  $F_{sd}$  é a força de dimensionamento instalada em cada armadura.

A previsão das tensões explosivas é útil na medida em que permite averiguar a necessidade de armaduras de confinamento para o betão caso seja ultrapassado o valor resistente do betão à tração.



### **Tensões de fragmentação**

Por norma as forças geradas por fragmentação localizam-se nas extremidades dos elementos não estando diretamente relacionadas com a interface aço-betão. Ainda assim, o seu cálculo deve ser tido em consideração para averiguar a necessidade de aplicar armadura de confinamento.

### **Tensões de separação**

As tensões de separação ocorrem no comprimento de transmissão e têm proveniência na transferência de tensões entre as armaduras e o betão, estando diretamente relacionadas com todo o mecanismo resistente. Dado que as tensões de separação só dependem da interação entre os materiais, o Model Code 2010 dispensa a utilização de armaduras para reforço caso sejam respeitadas as distâncias mínimas de recobrimento e espaçamento.



## 3 Princípios da Análise Não-Linear

### 3.1 Introdução

Na presente dissertação pretende-se estudar o comportamento mecânico de um sistema que contempla a utilização de armaduras pós-tensionadas por aderência, nomeadamente no que se refere às tensões no betão e às tensões de aderência, tendo-se recorrido a análises não lineares. Para o efeito utilizou-se um programa de análise não linear, denominado ATENA 3D (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*) [25]. Este *software* permite obter análises estáticas e dinâmicas de estruturas de betão com e sem reforço, recorrendo ao método dos elementos finitos. Deste modo o *software* utiliza equações diferenciais de elevada complexidade para analisar elementos finitos tridimensionais.

A grande vantagem deste programa relativamente a outros semelhantes assenta essencialmente na especificidade do programa em considerar a não linearidade do comportamento dos materiais, nomeadamente no caso do betão, onde é possível simular os efeitos do esmagamento, fissuração e a consequente redução de resistência.

Neste programa os elementos de betão são simulados por elementos de volume e as armaduras ordinárias ou de reforço por elementos de barra. No caso dos macroelementos é possível atribuir malhas com grande grau de refinamento bem como forçar a compatibilização de malhas. Existe ainda a possibilidade de considerar uma lei multilinear de tensão-deslizamento para simular o comportamento de ligação entre os materiais de reforço.

Para a resolução de equações não lineares o programa tem predefinidas duas metodologias distintas, designadas por: método de *Newton-Raphson* ou *Arc-Lenght*.

### 3.2 Caracterização dos Elementos Finitos

A geometria dos modelos a utilizar no *software* ATENA 3D [25] é realizada através da definição de macroelementos. Estes representam partes do modelo diferenciados pelas suas características mecânicas. A elaboração tridimensional do modelo não é restringida pelo programa, podendo ser criadas geometrias complexas que incluam por exemplo, aberturas ou arestas curvilíneas.

A discretização da malha pode ser obtida recorrendo a três tipos de elementos isoparamétricos previamente disponibilizados pelo programa, sendo que, a sua utilização deve ser devidamente ponderada consoante a geometria e o rigor da análise a realizar. Os elementos finitos disponíveis encontram-se ilustrados na Figura 3.1 e são nomeados consoante o número de faces por; *tetra* (quatro faces), *wedge* (cinco faces) e *brick* (seis faces).

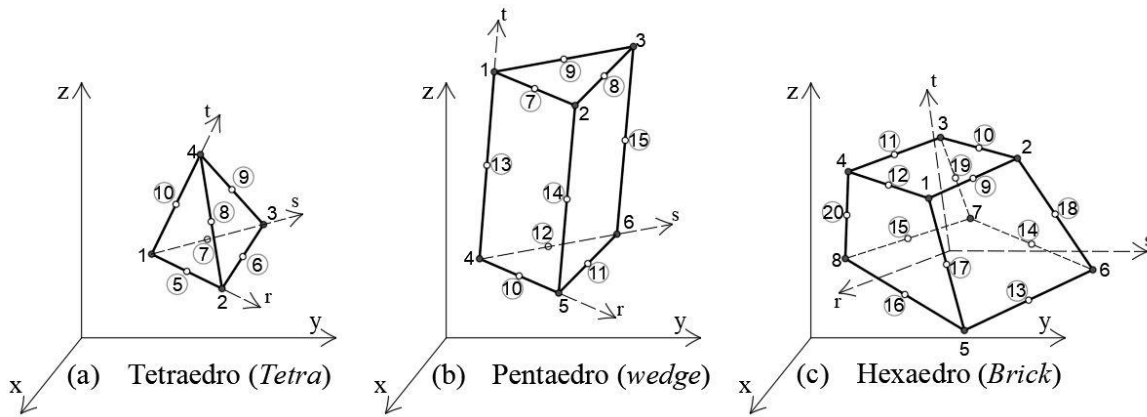


Figura 3.1 - Elementos finitos disponibilizados pelo ATENA 3D

Os elementos descritos anteriormente são integrados através do integral de Gauss por funções apresentadas na secção 3.5 do *ATENA Program Documentation Part 1* [25].

A solução numérica é tanto mais exata quanto mais pontos de integração forem utilizados. Nesta vertente o programa permite a escolha da função de interpolação do tipo linear ou quadrática. Na solução linear os pontos de integração estão localizados nos vértices dos elementos enquanto na quadrática são adicionados nós intermédios nas arestas. As funções do tipo quadrático podem considerar-se melhores por oferecerem uma solução com maior grau de precisão, contudo exigem um maior esforço computacional.

No presente estudo foram utilizados elementos finitos do tipo *brick* devido à regularidade da estrutura. Ocasionalmente foram utilizados elementos do tipo *tetra* para fazer face às geometrias criadas pela introdução de aberturas. Em alguns casos as malhas geradas nos diferentes macroelementos podem não ser compatíveis, nestes casos e sempre que exista um contacto total entre faces recorreu-se ao método *Master-Slave*. Este método permite que se efetue a análise mesmo não existindo compatibilidade da malha na ligação entre macroelementos.

### 3.3 Betão

Para simular o comportamento do betão foi utilizado o modelo constitutivo *cc3DNonLinCementitious2* que combina dois modelos constitutivos diferentes consoante um estado de tração (fratura) ou compressão (comportamento plástico). O manual do utilizador [25], refere que o algoritmo desenvolvido para combinar os dois modelos diferentes é capaz de lidar com a falha simultânea de ambos, sendo útil para simular problemas de fissuração do betão e esmagamento sob elevado confinamento.

### 3.3.1 Relação Tensão-Deformação

A não linearidade do comportamento do betão num estado biaxial de tensões é descrito em [25] por uma lei uniaxial equivalente. Esta lei é assegurada considerando uma deformação equivalente  $\varepsilon^{eq}$ , de forma a anular o efeito de *Poisson* num estado plano de tensões e por uma tensão efetiva  $\sigma_c^{ef}$ , considerada na maioria dos casos uma tensão principal.

$$\varepsilon^{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_{ci}} \quad (3.1)$$

A deformação equivalente  $\varepsilon^{eq}$  é dada pelo quociente entre a tensão  $\sigma_{ci}$  e o módulo de elasticidade  $E_{ci}$ , admitindo um estado uniaxial associado a uma direção *i*.

O modelo constitutivo utilizado para ilustrar esta simplificação é representado na Figura 3.2, onde o eixo das abcissas diz respeito à extensão equivalente dada pela expressão (3.1) e o eixo das ordenadas à tensão efetiva. Admitindo o plano cartesiano representado, o primeiro quadrante refere-se a tensões positivas (trações) e o terceiro quadrante a tensões negativas (compressões). A escala numérica apresentada na zona inferior da figura refere-se ao estado de dano do betão, correspondendo os estados 1 e 3 ao betão não fendilhado e os restantes ao estado fendilhado.

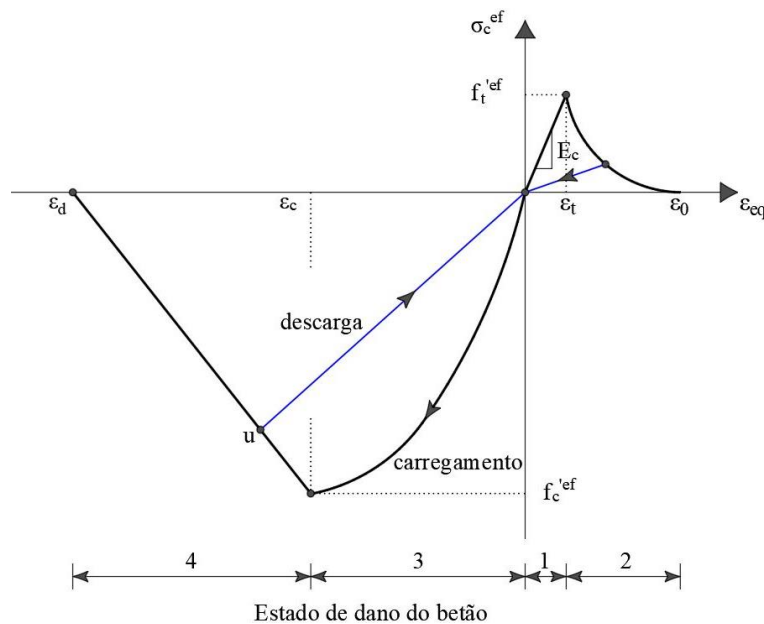


Figura 3.2 - Modelo Constitutivo equivalente tensão-deformação [25]

Admitindo que existe um estado de tensões de compressão e que o elemento sujeito ao carregamento não se encontra fendilhado (estado de dano 3), a descarga será efetuada pela trajetória utilizada no carregamento. Caso o betão se encontre fendilhado (estado de dano 4) o processo de descarga é realizado de forma linear, como está representado no troço identificado com a cor azul que liga o ponto “u” à origem. Se o processo for cíclico, caso surja um novo carregamento, a trajetória tomada

será também ela linear até ao ponto “u”, sendo que posteriormente tomará o andamento definido no diagrama. O procedimento no caso das tensões de tração é análogo ao descrito anteriormente.

Os valores extremos do diagrama apresentado na Figura 3.2 correspondem às tensões efetivas de tração  $f_t'^{ef}$  e compressão  $f_c'^{ef}$ , às quais estão associadas as extensões de rotura  $\varepsilon_t$  e  $\varepsilon_c$  respetivamente. A sua quantificação é obtida de acordo com o estado biaxial de tensões descrito em 3.3.2.

### 3.3.2 Critério de Rotura de Tensões Biaxiais no Betão

O critério de rotura de tensão biaxial encontra-se ilustrado simplificadaamente na Figura 3.3. Este critério contempla a existência de 3 tipos de estados de tensão que podem levar à rotura, sendo eles: compressão-compressão, tração-compressão e tração-tração.

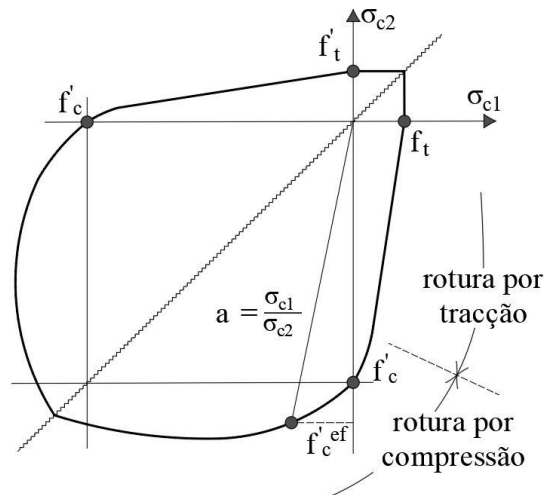


Figura 3.3 - Esquemática do critério de rotura biaxial do betão [25]

- **Compressão-Compressão**

No estado de tensões compressão-compressão a tensão efetiva de compressão  $f_c'^{ef}$  é dada pela expressão (3.2), em que  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  são as tensões principais no betão e  $f_c'$  a tensão resistente uniaxial em provetes cilíndricos.

$$f_c'^{ef} = \frac{1 + 3,65a}{(1 + a)^2} f_c' \quad (3.2)$$

O valor do parâmetro “a” é obtido pela expressão (3.3).

$$a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (3.3)$$

- **Tração-Compressão**

Caso ocorra rotura por compressão num estado de tensões tração-compressão, a função da tensão efetiva é reduzida linearmente relativamente à tensão resistente de compressão nos provetes cilíndricos  $f'_c$ . Este efeito é considerado tendo em conta um fator de redução  $r_{ec}$ , para a tensão de compressão na direção principal 2, provocada pela tração na direção principal 1. Neste caso o valor da tensão efetiva à compressão  $f_c'^{ef}$  é obtida através da expressão (3.4).

$$f_c'^{ef} = f'_c r_{ec} \quad (3.4)$$

A determinação do fator de redução é equacionada através da expressão (3.5).

$$r_{ec} = \left( 1 + 5,3278 \frac{\sigma_{c1}}{f'_c} \right); 1,0 \geq r_{ec} \geq 0,9 \quad (3.5)$$

Se a rotura para o mesmo estado de tensões for de tração, deve ser considerado o valor resistente do betão à tração  $f'_t$ , afetado de um coeficiente de redução  $r_{et}$ . De forma análoga ao descrito no caso de rotura por compressão,  $r_{et}$  é um fator que mitiga a tensão de tração na direção principal 1, provocada pela tensão de compressão na direção principal 2. A quantificação deste valor é determinada pela expressão (3.6).

$$f_t'^{ef} = f'_t r_{et} \quad (3.6)$$

O coeficiente de redução  $r_{et}$  é obtido segundo a expressão (3.7).

$$r_{et} = 1 - 0,95 \frac{\sigma_{c2}}{f'_c} \quad (3.7)$$

- **Tração-Tração**

Num estado de tensões tração-tração a rotura ocorre naturalmente por tração sendo o valor da tensão constante e igual ao valor da resistência do betão à tração  $f'_t$ , no estado uniaxial.

### 3.3.3 Tração pré e pós fendilhação

Como já foi visto na secção 3.3.1 o modelo constitutivo tensão-deformação difere consoante o estado de dano do betão. No caso da tração é possível verificar na Figura 3.2 a existência de um pico referente à tensão resistente efetiva  $f_t'^{ef}$ , que separa o comportamento não fendilhado do fendilhado. O estado não fendilhado é caracterizado pelo comportamento elástico-linear do betão baseado na Lei de Hooke e expresso pela equação (3.8).

$$\sigma_c^{ef} = E_c \varepsilon^{eq} ; 0 \leq \sigma_c \leq f_t'^{ef} \quad (3.8)$$

em que  $E_c$  é o módulo de elasticidade inicial do betão e  $\varepsilon^{eq}$  a extensão equivalente definida pela expressão (3.1).

Após ocorrer fendilhação o comportamento do betão depende de dois tipos de formulação para descrever a abertura de fendas. A primeira é baseada na lei de abertura de fendas e na energia de fratura. A segunda baseia-se na relação tensão-deformação de um ponto no material, não sendo o mais adequado para a propagação de fendas.

Dos cinco modelos disponíveis para descrever o amolecimento do betão após atingida a tensão resistente efetiva, foi utilizado o que refere a função exponencial de abertura de fendas obtida experimentalmente por Hordijk [26] e dada pela expressão (3.9).

$$\frac{\sigma}{f_t'^{ef}} = \left\{ 1 + \left( c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (3.9)$$

onde  $\sigma$  é a tensão normal;  $w$  é a abertura da fenda;  $w_c$  é a abertura da fenda obtida através da expressão (3.10) quando são libertadas as tensões efetivas à tração na sua totalidade,  $c_1$  e  $c_2$  são constantes que tomam os valores de 3,00 e 6,93 respetivamente.

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t'^{ef}} \quad (3.10)$$

O termo  $G_f$  presente na equação (3.10) expressa a energia de fratura necessária para criar uma unidade de área de fenda [27], sendo descrito em [25] pela expressão (3.11).

$$G_f = 0,000025 f_{ctm} \quad (3.11)$$

### 3.3.4 Fendilhação

A formação de fendas no programa ATENA 3D [25] pode ser dividida em três fases devidamente associadas ao modelo constitutivo adotado, como se pode observar na Figura 3.4. Deste modo, a zona correspondente ao betão não fendilhado está localizada antes de se atingir a tensão resistente efetiva à tração  $f_t'^{ef}$ . Atingida a tensão resistente inicia-se a formação de fendas e a respetiva abertura que contribuem para uma diminuição da resistência do betão até se atingir o valor nulo. Posteriormente e após completa perda de tensão no betão a fenda continua a abrir sem que o material ofereça qualquer tipo de resistência. Das três fases enunciadas só as primeiras duas (não fendilhado e formação de



fenda) apresentam capacidade para fechar a fenda caso exista uma diminuição de tensões instaladas. Este processo é evidenciado pela linha de retorno assinalada a azul na Figura 3.4.

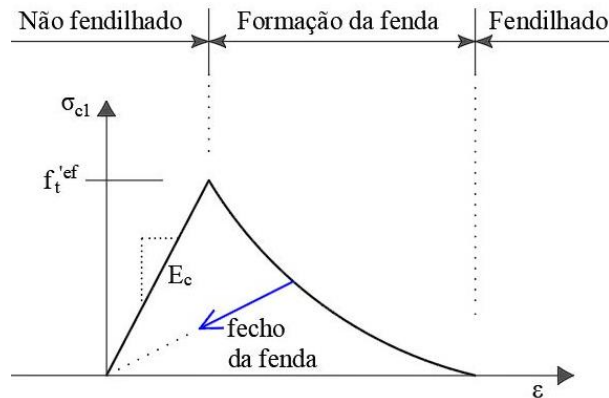


Figura 3.4 - Correspondência das fases de fendilhação à relação constitutiva tensão-deformação [25]

A abertura de fendas  $w$  é calculada através da expressão (3.12).

$$w = \varepsilon_{cr} L'_t \quad (3.12)$$

onde  $\varepsilon_{cr}$  é a extensão de abertura da fenda e  $L'_t$  o comprimento de banda.

Caso na outra direção a tensão resistente à tração  $f_t'^{ef}$  seja excedida e iniciada a fase de fendilhação, o programa considera a formação de outra fenda ortogonal à primeira recorrendo ao modelo de amolecimento da primeira.

### 3.3.5 Compressão pré e pós fendilhação

Assim como no caso da tração, quando o betão é solicitado à compressão apresenta dois comportamentos distintos mediante o estado de fendilhação. A diferenciação do seu comportamento é assegurada pelo valor da tensão resistente efetiva  $f_c'^{ef}$ , sendo não-fendilhado entre zero e o valor da tensão resistente efetiva e fendilhado após este valor. O diagrama de tensão-deformação com as características referidas anteriormente é qualitativamente apresentado na Figura 3.5, correspondendo a parte do modelo constitutivo expresso na Figura 3.2.

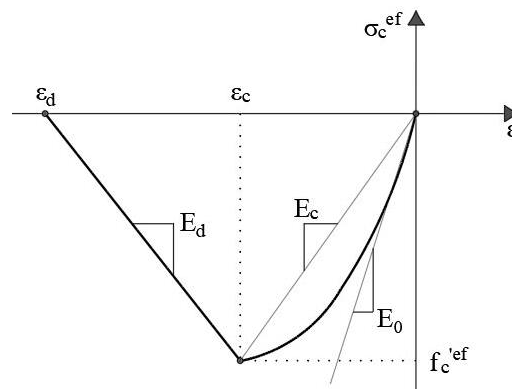


Figura 3.5 - Diagrama tensão-deformação do betão quando solicitado à compressão

As tensões efetivas de compressão  $\sigma_c^{ef}$ , no estado não-fendilhado são dadas pela expressão (3.13) e representam o troço curvilíneo da Figura 3.5. Esta equação apesar de estar associada ao comportamento não-fendilhado, considera danos distribuídos no betão antes de ser atingida a tensão resistente efetiva  $f_c'^{ef}$ .

$$\sigma_c^{ef} = \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}; \quad (3.13)$$

onde  $x$  é dado pela expressão (3.14) e representa a extensão normalizada obtida pelo quociente entre a extensão  $\varepsilon$  e a extensão de pico  $\varepsilon_c$ ;  $k$  é um parâmetro de forma dado pela expressão (3.15), sendo  $E_0$  o módulo de elasticidade inicial e  $E_c$  o módulo de elasticidade secante.

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \quad (3.14)$$

$$k = \frac{E_0}{E_c} \quad (3.15)$$

A caracterização pós-fendilhada do betão é descrita por uma lei de amolecimento linearmente descendente. Este comportamento inicia-se após ser atingido o valor resistente efetivo de compressão  $f_c'^{ef}$  e termina quando a tensão no betão for nula. Ao término do troço linear está associada a extensão limite de compressão  $\varepsilon_d$ , expressa por (3.16) e baseada no deslocamento plástico  $w_d$ .

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L'_d} \quad (3.16)$$

O deslocamento plástico  $w_d$  encontra-se predefinido no programa como 0,5 mm, valor definido a partir dos estudos conduzidos por Van Mier [28] sobre a relação extensão-amolecimento do betão quando sujeito a um carregamento multiaxial. O coeficiente  $L'_d$  é obtido através da expressão (3.17) e representa a dimensão corrigida de um elemento finito quando a fenda se propaga numa direção diferente à do elemento.

$$L'_d = L_d \gamma \quad (3.17)$$

onde  $L_d$  é comprimento entre as extremidades de um elemento finito medido na direção paralela à propagação da fenda e  $\gamma$  é um fator de correção que varia entre 1,0 e 1,5 mediante a orientação da fenda (1,0 para uma fenda paralela ao elemento e 1,5 quando perfaz um ângulo de 45°).

### 3.3.6 Modelos de fendilhação

Para modelar fendas o *software* ATENA 3D [25] recorre ao modelo de fendilhação distribuída denominado *smearred crack approach*. Neste modelo existem duas abordagens disponíveis, o modelo de fendas fixas e o modelo de fendas rotativas. Em ambas as abordagens, só ocorre formação de fendas quando a tensão principal excede a tensão de rotura à tração. É ainda assumido que as fendas se encontram uniformemente distribuídas pelo volume do material e que o comportamento do betão passa de isotrópico para ortotrópico após ocorrência de fendilhação.

- **Modelo de fenda fixa**

No modelo de fenda fixa, a direção da fenda é dada pela direção da tensão principal, mantendo-se inalterada enquanto o material estiver sujeito ao carregamento.

A direção da tensão principal e deformação no estado não fendilhado é coincidente devido ao comportamento isotrópico do material. Após ocorrer fendilhação, e como já foi dito anteriormente, o material passa a comportar-se como ortotrópico. Neste estado o material passa a apresentar um eixo fraco  $m_1$  e um eixo forte  $m_2$ , sendo  $m_1$  a direção perpendicular à fenda e  $m_2$  paralela à mesma. As deformações principais  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  apresentam na sua generalidade uma rotação face aos eixos de ortotropia, produzindo tensões de corte. As considerações descritas anteriormente estão devidamente ilustradas na Figura 3.6.

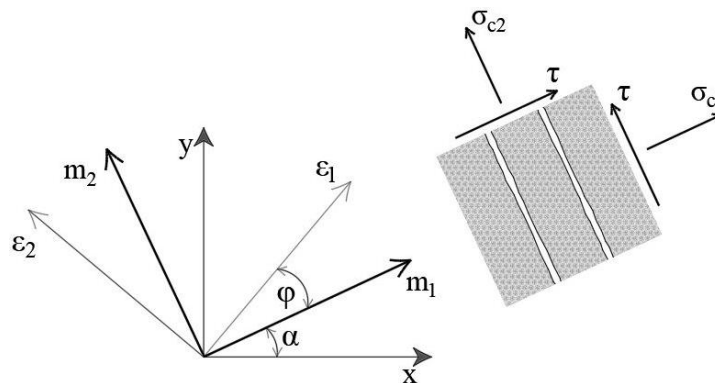


Figura 3.6 - Modelo de fendas fixas [25]

- **Modelo de fenda rotativa**

O modelo de fenda rotativa é ilustrado na Figura 3.7, onde é possível identificar a sobreposição de direções entre as tensões principais e as extensões, não sendo produzidas tensões de corte. Neste modelo, caso ocorra rotação das extensões devido ao carregamento, também se proporcionará uma rotação igual nas fendas.

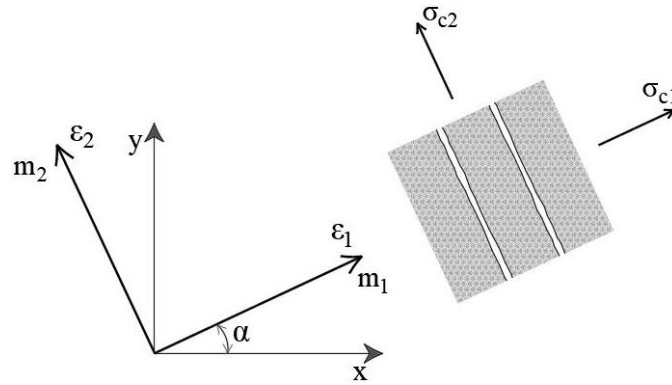


Figura 3.7 - Modelo de fendas rotativas [25]

Para o presente trabalho foi utilizado o modelo de fendas fixas em detrimento do modelo de fendas rotativas por este último ser mais aconselhável para elementos finitos de grandes dimensões [29].

### 3.3.7 Resistência do betão fendilhado

Quando o betão apresenta fendilhação a sua resistência à compressão, tração e corte é reduzida. Para o caso do corte e assumindo um modelo de fendas fixas, a redução da resistência deve-se ao aumento da extensão com direção normal à abertura da fenda [25].

No caso da compressão a diminuição do seu valor resistente é descrita pela expressão (3.18):

$$f_c'^{ef} = r_c f_c' \tag{3.18}$$

em que  $r_c$  é um fator de redução dado pela expressão (3.19).

$$r_c = c + (1 - c)e^{-(128\varepsilon_u)^2} \tag{3.19}$$

onde  $\varepsilon_u$  é o valor de extensão de rotura do aço e “c” representa a redução máxima de tensão quando o material fica sujeito a grandes deformações. O valor utilizado foi o sugerido no manual de utilizador [25]  $c = 0,8$ , sendo desaconselhada a utilização de um valor inferior. O diagrama qualitativo da função proposta para o fator de redução é ilustrado na Figura 3.8, onde é possível observar a redução do seu valor à medida que aumenta a extensão na direção normal à fenda.

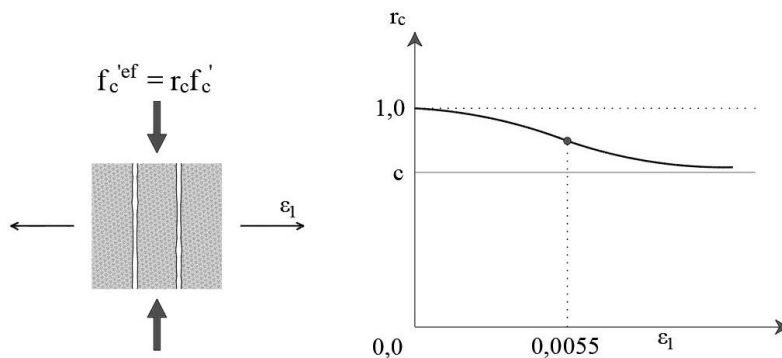


Figura 3.8 - Esquemática do fator de redução no betão fendilhado [25]

## 3.4 Aço

Para a modelação de armaduras o *software* ATENA 3D [25] permite considerar duas formas distintas, armaduras discretas (*discrete reinforcement*) e armaduras distribuídas (*smearred reinforcement*). A armadura discreta é modelada recorrendo a elementos de barra embebidos no betão e colocados na posição do eixo longitudinal da armadura a simular. A armadura distribuída é definida como uma componente do material compósito, introduzida através de uma percentagem. Em ambos os casos é assumido um estado de tensões uniaxiais, assim como a mesma formulação para as leis de tensão-deformação.

### 3.4.1 Leis de tensão-deformação

Após a materialização do aço no betão, é necessário caracterizá-lo quanto ao seu comportamento. Assim, o software prevê quatros tipos distintos de leis para definir a relação tensão-deformação, identificados como; linear, bilinear, bilinear com endurecimento e multilinear. A Figura 3.9 ilustra três desses possíveis modelos.

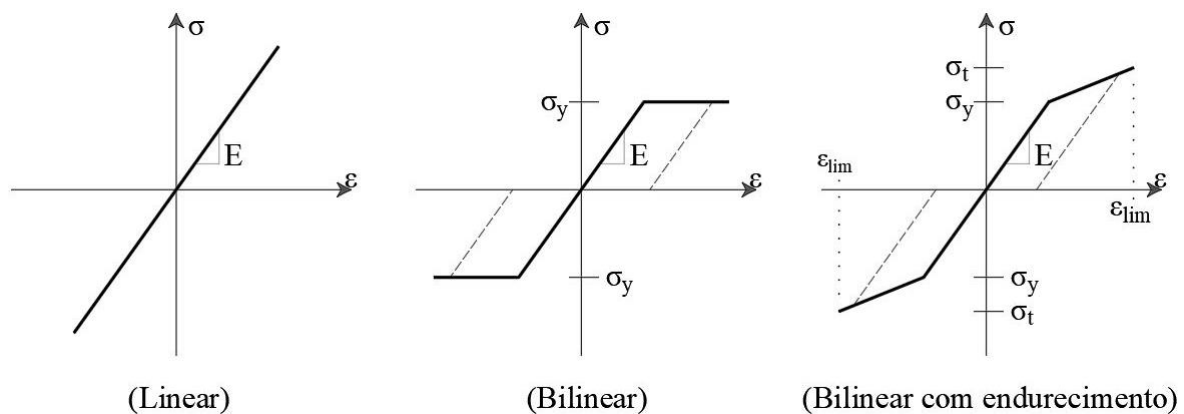


Figura 3.9 - Relações tensão-deformação para o aço [25]

- **Lei Linear**

Esta lei caracteriza-se pelo seu comportamento elástico-linear com ausência de tensão de cedência, para a sua definição apenas é necessário introduzir o módulo de elasticidade do aço. Neste modelo não ocorre rotura.

- **Lei Bilinear**

A lei bilinear é composta por duas fases, a primeira é definida de maneira similar à lei linear e a segunda por um patamar de cedência reconhecido como comportamento plástico. Neste modelo apesar de ser introduzido um valor para a tensão de cedência continua a não existir rotura por não ser definida uma extensão limite à ductilidade do aço.

- **Lei Bilinear com endurecimento**

A esquematização da lei bilinear com endurecimento é muito semelhante à bilinear (Figura 3.9), a diferença é atribuída ao endurecimento que se traduz por um ligeiro declive assinalado à segunda fase da lei bilinear. Ao contrário dos modelos anteriores, neste já é possível ocorrer rotura. Sendo para esse efeito necessário que seja atingida a tensão máxima  $\sigma_t$  associada à extensão limite de rotura  $\epsilon_{lim}$ .

- **Lei Multilinear**

A lei multilinear é constituída por quatro troços representativos das fases comportamentais do aço, elástico-linear, patamar de cedência, endurecimento e fratura, como ilustrado na Figura 3.10. Por norma este modelo só é utilizado quando é conhecido o comportamento do aço a partir de ensaios experimentais.

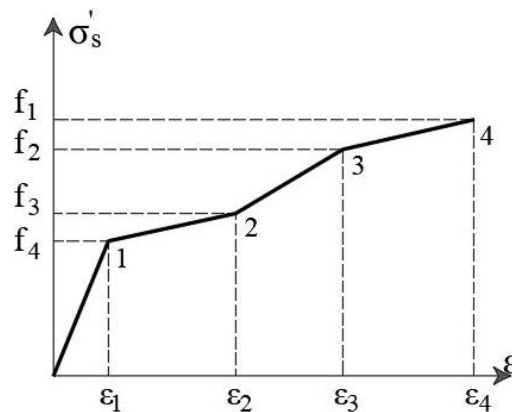


Figura 3.10 - Lei Multilinear tensão-deformação do aço [25]

No presente trabalho foi utilizada a lei linear para simular elementos de ligação com rigidez infinita e ao aço de pré-esforço foi atribuída a lei bilinear com endurecimento.

### 3.4.2 Aderência Aço-Betão

Apesar do presente trabalho averiguar o comportamento de ancoragens pós-instaladas por aderência, a simulação do agente aderente é realizada através de um modelo aderência-escorregamento entre o aço e o betão, não sendo necessário a sua materialização. Assim, o *software* permite ao utilizador criar um modelo de aderência entre o aço e o betão através das tensões de aderência instaladas e o escorregamento dos cordões de pré-esforço. Estes parâmetros foram obtidos através dos ensaios experimentais realizados no âmbito das dissertações de mestrado de Lage [2], Vilhena [3] e Ribeiro [4].

A curva tensão de aderência-escorregamento a inserir no *software* depende essencialmente da área de contacto entre o aço e o agente adesivo, da força aplicada e do correspondente valor de escorregamento.

## 4 Calibração dos Modelos Numéricos

### 4.1 Introdução

Serão apresentados neste capítulo os modelos experimentais desenvolvidos por Lage [2], Vilhena [3] e Ribeiro [4], e os correspondentes modelos numéricos que servirão de base ao estudo paramétrico que se pretende realizar.

Os trabalhos enunciados anteriormente servem para estudar a patente desenvolvida por Lúcio [5] que descreve um sistema de pós-tensão com ancoragens por aderência, utilizado em aplicações distintas por Faria [1] e Muhaj [13].

Neste capítulo serão apresentadas as propriedades dos materiais, discretização geométrica dos modelos, metodologias dos ensaios de transferência de pré-esforço (*push-in*) e arrancamento (*pull-out*) e uma breve caracterização dos parâmetros que permitem a calibração dos modelos. Serão apresentados dois modelos numéricos distintos, o primeiro referente aos resultados dos ensaios realizados por Lage [2] e o segundo referente aos trabalhos de Vilhena [3] e Ribeiro [4].

A metodologia adotada servirá o propósito de facilitar a compreensão das tensões nos materiais, da aderência e ainda de fenômenos que advenham da interação entre os diversos componentes.

### 4.2 Caracterização dos Ensaios Experimentais

Este trabalho incide sobre três campanhas experimentais realizadas com o mesmo objetivo, mas ensaiadas em condições diferentes. Lage [2] realizou um ensaio de arrancamento de um cordão de pré-esforço aderente ao betão através de uma resina epóxi vulgarmente utilizada na fixação de pequenos elementos metálicos. Vilhena [3] e Ribeiro [4] realizaram um ensaio idêntico a Lage [2] aplicando previamente uma força de pré-esforço ao cordão, realizando desta forma os ensaios transferência de pré-esforço e arrancamento posterior.

Todos os sistemas de ensaio podem ser designados como ancoragens pós-instaladas por aderência já descritas nas secções 2.2 e 2.3.

#### 4.2.1 Ensaio realizado por Lage [2]

O bloco de betão utilizado no ensaio apresenta uma forma paralelepipedal, com uma secção transversal de 300 mm de comprimento por 215 mm de largura e uma altura de 450 mm. As armaduras do modelo são constituídas por 4 varões de 12 mm e seis estribos de 8 mm, espaçados equitativamente de 75 mm. No centro do bloco e no sentido do seu lado maior foi realizado um furo com 18 mm de diâmetro de modo a inserir no seu interior um cordão de pré-esforço com 15,7 mm de diâmetro. As armaduras descritas anteriormente encontram-se ilustradas na Figura 4.1. O cordão

de alta resistência encontra-se embebido em apenas 350 mm, ficando as suas extremidades livres para evitar rotura por arrancamento do betão (cone de betão), como descreveu Klingner *et al.* [30] nos seus trabalhos.

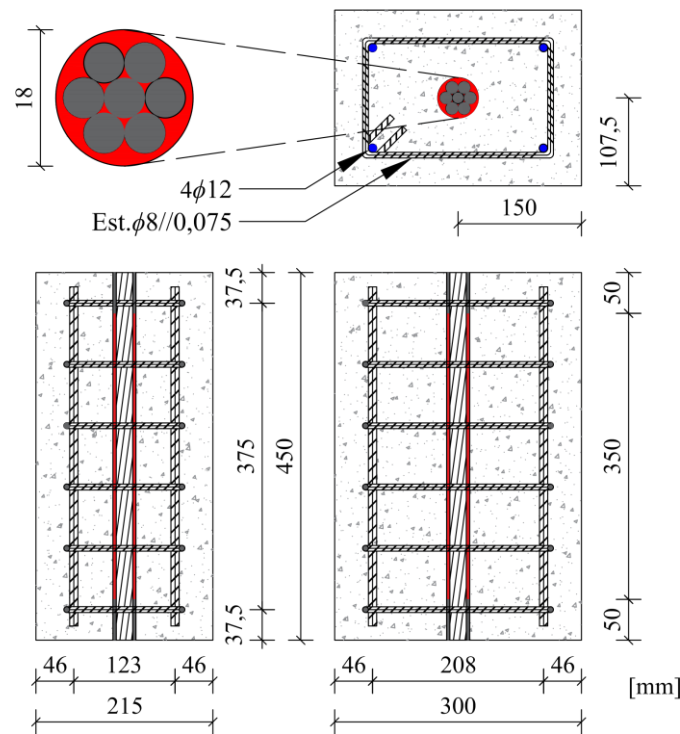


Figura 4.1 - Geometria do modelo experimental, (adaptado de [2])

As extremidades livres foram envoltas em fita-cola para permitir o deslizamento do cordão. A resina utilizada foi HILTI HIT-RE 500 [31], de modo a solidarizar o cordão de pré-esforço ao betão.

Após a cura da resina o modelo experimental é colocado numa máquina de ensaio, restringido o movimento ao longo do eixo vertical do bloco de betão e solicitada a extremidade superior do cordão através de incrementos de deslocamento. O sistema de ensaio pode ser observado na Figura 4.2.

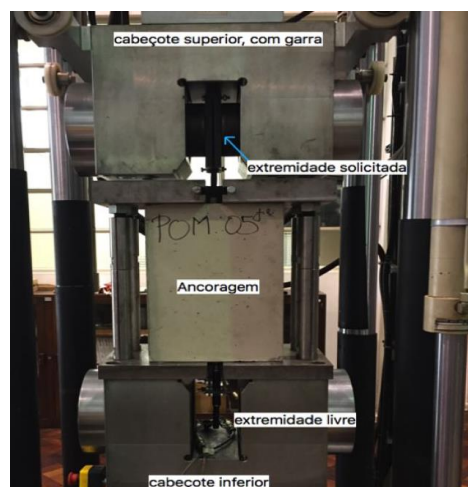


Figura 4.2 - Sistema de Ensaio, Lage [2]



O objetivo deste ensaio é analisar o escorregamento do cordão ao longo do comprimento aderente quando o mesmo é submetido a uma determinada força. Para o efeito, foi realizado um ensaio de arrancamento. A força terá sido obtida através da máquina de ensaio na extremidade superior do cordão e o deslocamento medido na extremidade livre inferior através de transdutores de deslocamento.

#### 4.2.2 Ensaio realizados por Vilhena [3] e Ribeiro [4]

Os ensaios realizados por Vilhena [3] e Ribeiro [4] foram executados em duas vigas com características idênticas e apresentam semelhanças quanto à sua execução, por este motivo ir-se-á apenas descrever um modelo experimental assumindo que os dois partilham generalizadamente as mesmas propriedades físicas e mecânicas. A viga apresenta um comprimento de 1900 mm e secção transversal com 400 mm de base por 600 mm de altura. A armadura longitudinal superior e inferior é constituída por 4 varões de 20 mm cada. Cada face lateral contém 6 varões de 12 mm, os estribos são de 8 mm de diâmetro espaçados a 100 mm. Sobre esta viga foram realizados vários furos de 18 mm de diâmetro, onde foram inseridos sequencialmente cordões de 15,7 mm. Posteriormente os furos foram preenchidos com resina pelo processo já descrito na secção 4.2.1. Vilhena [3] realizou ensaios com comprimentos de aderência de 400 mm e 500 mm, enquanto Ribeiro [4] apenas utilizou comprimentos de 500 mm. Os ensaios foram realizados individualmente e materializados de forma idêntica ao apresentado na Figura 4.3.

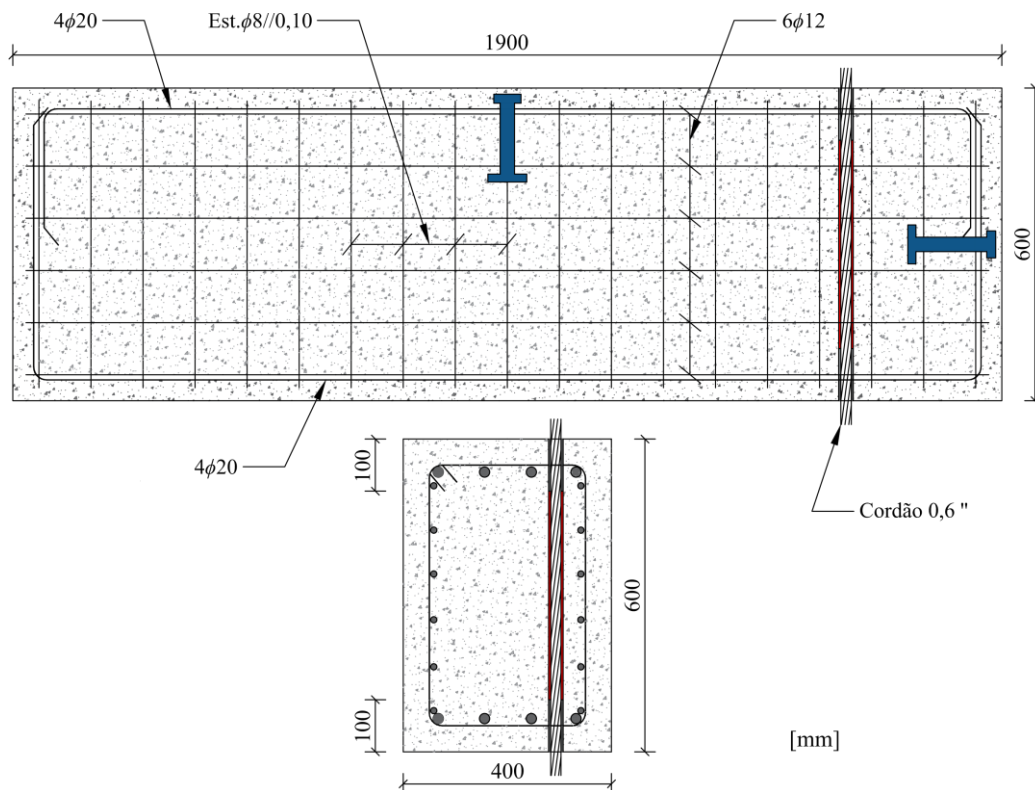


Figura 4.3 - Geometria do modelo experimental

Após a colocação do cordão no furo, foi montado o sistema de ensaio como ilustrado na Figura 4.4. Ao contrário do ensaio realizado por Lage [2] este foi executado em duas etapas. A primeira diz respeito à aplicação de pré-esforço e injeção da resina, a segunda é referente à transferência de pré-esforço e posterior arrancamento do cordão. Na primeira fase é aplicada tensão ao cordão de pré-esforço com recurso a um macaco mecânico na zona inferior da viga, é injetada a resina e deixada a curar durante 24 h. Em seguida inicia-se a segunda fase onde é transferido para o betão as tensões de pré-esforço devido à libertação gradual do macaco mecânico, garantindo assim a ancoragem do cordão. Após este processo, solicita-se o cordão com um macaco hidráulico localizado no topo da viga. Os valores utilizados para a força de pré-esforço e comprimento aderente encontram-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Pré-esforço e comprimento de embebiamento utilizado pelos diferentes autores

Autor	h [mm]	h <sub>ef</sub> [mm]	F <sub>p</sub> [kN]
Lage	450	350	-
Vilhena	600	400	100
Ribeiro	600	500	125
			150

onde h é a altura do elemento de betão; h<sub>ef</sub> é o comprimento aderente e F<sub>p</sub> a força de pré-esforço aplicada ao cordão. Com este ensaio pretende-se avaliar o comportamento da ancoragem mediante a introdução de uma força de pré-esforço inicial, registando-se nas células de carga a força a que o cordão está sujeito e medindo-se o deslocamento junto às extremidades superior e inferior do furo.

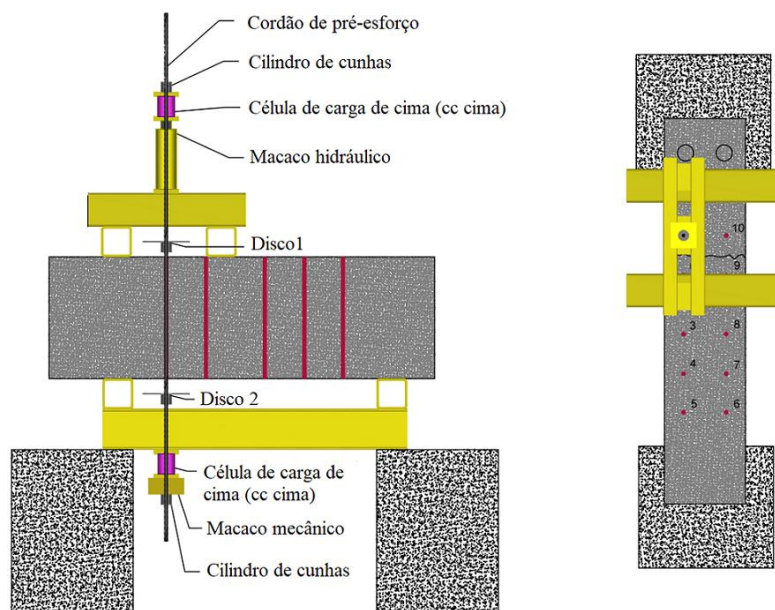


Figura 4.4 - Esquema de ensaio, (adaptado de [3])

## 4.3 Propriedades Mecânicas dos Materiais

### 4.3.1 Betão

Os valores referentes às propriedades do betão encontram-se expressos na Tabela 4.2 e foram obtidos experimentalmente ou inferidos através do EC2 [8]. No caso de Lage [2], o betão foi caracterizado experimentalmente numa idade igual à altura do ensaio, 62 dias. O betão das vigas utilizadas por Vilhena [3] e Ribeiro [4] foi caracterizado numa idade diferente dos ensaios experimentais, por terem as vigas sido reaproveitadas do ensaio realizado por Moreira [32]. A idade estimada para o betão nos ensaios de Vilhena [3] é de 763 dias, e para Ribeiro [4] de 943 dias. Contudo, admite-se que os valores quantificados para Vilhena [3] se aplicam a Ribeiro [4] por já não divergirem significativamente.

Tabela 4.2 - Propriedades do betão

	28 dias			Ensaio		
	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_{cm}$ [GPa]	$f_{cm}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$E_{cm}$ [GPa]
<b>Lage</b>	37,64	2,70	32,71	40,79	2,87	33,54
<b>Vilhena</b>	57,48	4,04	37,18	67,57	4,50	39,03
<b>Ribeiro</b>						

Na Tabela 4.2,  $f_{cm}$  é o valor médio de resistência à compressão,  $f_{ctm}$  o valor médio de resistência à tração e  $E_{cm}$  o módulo de elasticidade. Para determinar  $f_{cm}$  numa idade qualquer, ou seja,  $f_{cm}(t)$  recorreu-se à expressão (4.1), preconizada no EC2[8].

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm} \quad (4.1)$$

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right]} \quad (4.2)$$

onde  $\beta_{cc}(t)$  é um coeficiente dado em função da idade do betão; “s” depende do tipo de betão utilizado e  $f_{cm}$  é o valor médio da resistência à compressão aos 28 dias.

De acordo com o EC2 [8], o valor médio da resistência à tração numa idade qualquer  $f_{ctm}(t)$ , é quantificado através da expressão (4.3).

$$f_{ctm}(t) = \beta_{cc}(t)^\alpha f_{ctm} \quad (4.3)$$

em que “ $\alpha$ ” toma o valor de 0,67 e  $f_{ctm}$  representa o valor médio da tensão de rotura à tração simples.

Segundo o EC2 [8] é ainda possível determinar o módulo de elasticidade através da resistência à compressão, pela expressão (4.4).

$$E_{cm} = 22 \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (4.4)$$

Caso seja necessário corrigir o módulo de elasticidade para uma idade diferente dos 28 dias deve ser utilizada a expressão (4.5).

$$E_{cm}(t) = \left( \frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right)^{0,3} E_{cm} \quad (4.5)$$

O *software* ATENA 3D necessita ainda de alguns parâmetros para a completa definição do betão, sendo apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Outros parâmetros utilizados para calibração

	$G_f$ [MN/m]	$\nu$ [-]
<b>Lage</b>	7,2E-05	
<b>Vilhena</b>		0,2
<b>Ribeiro</b>	11,3E-05	

Os valores da energia de fratura  $G_f$  foram obtidos pela expressão (3.11) e “ $\nu$ ” corresponde ao coeficiente de Poisson.

### 4.3.2 Aço

As armaduras presentes nos ensaios podem dividir-se em dois grupos, ordinárias e de pré-esforço. As armaduras ordinárias são constituídas por varões utilizados na construção dos elementos de betão e as de pré-esforço são as utilizadas nos ensaios de transferência e arrancamento. Os varões utilizados eram de classe A500NR [32] e os cordões constituídos por um aço Y1860 S7 0,6” S. Todas as propriedades mecânicas e geométricas necessárias à completa definição dos varões encontram-se sintetizadas na Tabela 4.4 e dos cordões na Tabela 4.5.

Tabela 4.4 - Propriedades das armaduras ordinárias

	$\phi$ [mm]	P [mm]	A [mm <sup>2</sup> ]	$f_y$ [MPa]	E [GPa]
Armadura Ordinária	8	25,13	50	550	200
	10	31,42	79	550	200
	12	37,70	113	550	200

Tabela 4.5 - Propriedades das armaduras de pré-esforço

$\phi_{nominal}$ [mm]	$P_c$ [mm]	$P_r$ [mm]	$A_p$ [mm <sup>2</sup> ]	$f_{p0,1k}$ [MPa]	$f_{pk}$ [MPa]	$E_p$ [GPa]	$\epsilon_u$ [-]
15,7	49,32	66,40	150	1600	1860	195	0,02

Os parâmetros apresentados nas tabelas anteriores identificam; o perímetro circular do cordão  $P_c$ ; o perímetro real do cordão  $P_r$ ; a área transversal do cordão  $A_p$ ; o valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,1 % à tração do aço das armaduras de pré-esforço  $f_{p0,1k}$ ; o valor característico da tensão de rotura à tração do aço das armaduras de pré-esforço  $f_{pk}$ ; o módulo de elasticidade  $E_p$  e a extensão quando no cordão está a tensão máxima  $\epsilon_u$ .

## 4.4 Resultados Experimentais

Dedica-se a presente secção à apresentação de resultados dos autores sobre o qual recai o presente trabalho, por os mesmos serem necessários à correta calibração do modelo. Devido à existência de vários parâmetros díspares entre os ensaios, foi criada uma nomenclatura para facilitar a identificação das curvas força-deslocamento. A identificação é composta por sete parcelas separadas por um *underscore*, a primeira refere-se às iniciais do autor, a segunda ao comprimento aderente, a terceira ao valor de pré-esforço introduzido no cordão, a quarta ao tipo de ensaio (transferência de pré-esforço “T” ou arrancamento “A”), a quinta revela onde foi feita a leitura do deslocamento (Inferior “Inf.” ou superior “Sup”), a sexta revela se os dados sofreram alguma manipulação relativamente aos valores originais (sem alteração “Exa.”, média “Med.” ou corrigidos para o *software* “Corr.”), a última parcela é facultativa e refere-se ao número do ensaio realizado pelo autor. A título de exemplo apresenta-se a curva “NL\_350\_0\_A\_Inf.Exa\_3”, onde se refere, o autor Nuno Lage [2], um comprimento aderente de 350 mm, um ensaio de arrancamento sem pré-esforço, leituras de deslocamento realizadas na zona inferior, sendo os valores exatos do ensaio número 3.

Optou-se por limitar o deslocamento apresentado a 30 mm, devido à discrepância de resultados entre ensaios e a resultados anómalos que sugerem a influência de fatores externos que não os fenómenos de aderência.

### 4.4.1 Resultados Lage [2]

Lage [2] realizou seis ensaios de arrancamento em regime monotónico, onde dois apresentaram uma dispersão demasiado elevada relativamente aos restantes e um terceiro foi realizado em controlo de força. Devido às razões enunciadas só se consideram os ensaios 2,3 e 5 apresentados no gráfico da Figura 4.5.

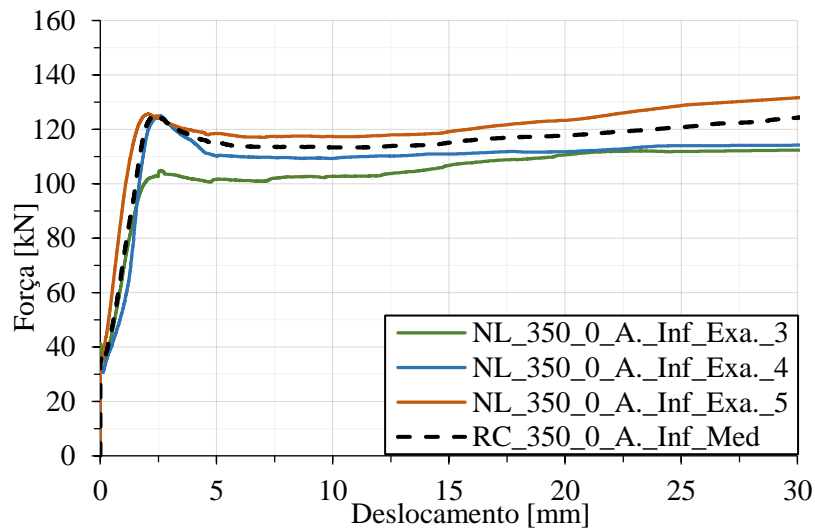


Figura 4.5 - Relação força-deslocamento dos ensaios realizados por Lage [2]

A partir das curvas 2, 3 e 5 foi estimada uma curva média para calibração, identificada no gráfico a tracejado.

#### 4.4.2 Resultados Vilhena [3]

Os ensaios monotônicos realizados por Vilhena [3] dividem-se em dois grupos, o primeiro considera um comprimento aderente de 400 mm e o segundo de 500 mm. Ao todo foram realizados 6 ensaios, 3 para cada comprimento aderente, admitindo como fator comum uma força de pré-esforço de 100 kN. Nos ensaios de transferência de pré-esforço existe uma perda de pré-esforço aproximada de 15 % para os comprimentos de 400 mm e de 10% para os comprimentos de 500 mm. A componente de adesão é sensivelmente perdida aos 45 kN para os comprimentos aderentes de 400 mm e aos 57 kN para os comprimentos aderentes de 500 mm.

Relativamente aos ensaios de 400 mm só foram utilizados os resultados do segundo ensaio. O primeiro apresentava bolhas de ar na resina, fator que conduziu a uma redução substancial da força e possivelmente à rotura na fase elástica. O terceiro revelou leituras nas células de carga bastante irregulares. A Figura 4.6 ilustra dois gráficos força-deslocamento relativos ao segundo ensaio, sendo (a) a transferência de pré-esforço e (b) o arrancamento do cordão.

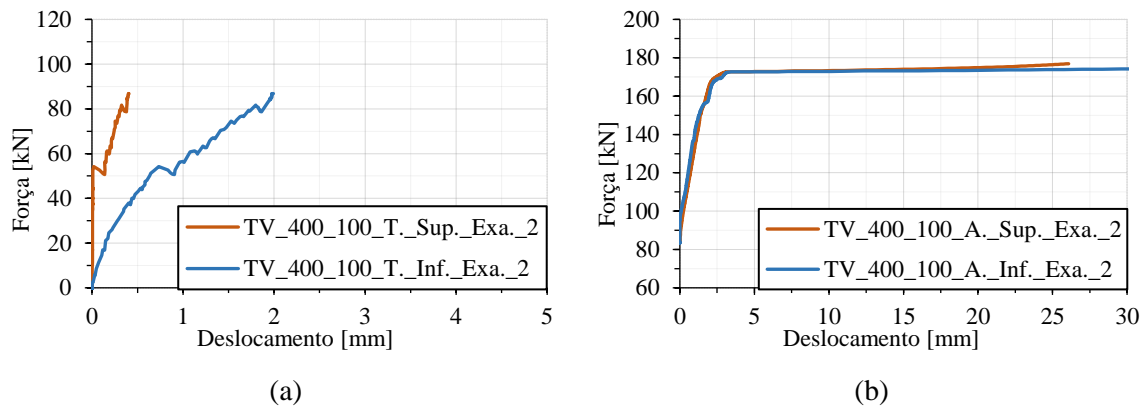


Figura 4.6 - Relações força-deslocamento para comprimento aderente de 400 mm; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento

No ensaio ilustrado a força de pré-esforço após transferência era de 86 kN e a força última de arrancamento 175 kN.

Os ensaios de 500 mm também apresentaram alguns problemas, o primeiro ensaio teve rotura na fase elástica, o terceiro apresentou uma descida abrupta de força na fase plástica, optando-se assim pelo segundo ensaio. Este ensaio embora tenha rotura na fase intermédia entre elástico e plástico apresenta bons resultados que serviram para a calibração do modelo de 500 mm. Na Figura 4.7 é possível observar em (a) o ensaio de transferência de pré-esforço e (b) o ensaio de arrancamento.

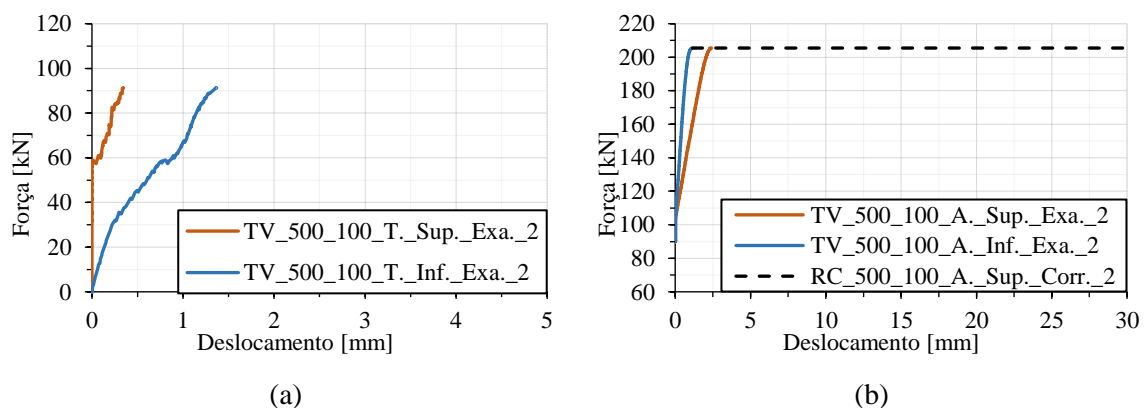


Figura 4.7 - Relações força-deslocamento para comprimento aderente de 500mm; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento

Neste ensaio a força de pré-esforço final após transferência é de 91 kN e a força última de arrancamento é de 205 kN. Em (b), no final das curvas a vermelho e azul já se observava a entrada na fase plástica, por esta razão foi criado uma curva RC\_500\_100\_A\_Sup\_Corr\_2, que simula o patamar de cedência necessário para calibração.

#### 4.4.3 Resultados Ribeiro [4]

Ribeiro [4] testou a influência da força de pré-esforço (125 kN e 150 kN) para um comprimento aderente de 500 mm. Foram realizados 6 ensaios monotónicos, 3 para uma força de 125 kN e 3 para uma força de 150 kN. Assim como Vilhena [3], a força de pré-esforço após transferência apresentava

perdas na ordem dos 10 %, já a força correspondente à perda da componente da adesão em ambos os ensaios foi superior, situando-se nos 73 kN.

Para os ensaios com uma força de pré-esforço inicial de 125 kN só foram utilizados os valores do terceiro ensaio. O autor não considerou o primeiro ensaio nos seus estudos devido à existência de valores anómalos e mencionou um erro de leitura do defletómetro inferior do segundo ensaio. Na Figura 4.8 apresentam-se as relações força-deslocamento do ensaio de transferência (a) e arrancamento (b).

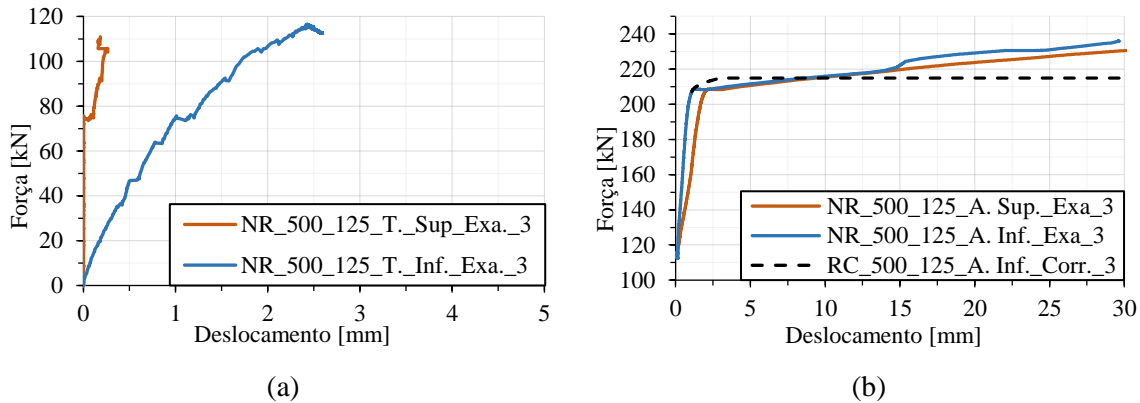


Figura 4.8 - Relações força-deslocamento para 125 kN de força de pré-esforço; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento

A força final após transferência de pré-esforço é de 110 kN e apesar de ser visível uma força última de arrancamento de 237 kN será considerado para calibração a curva RC\_500\_125\_A\_Inf\_Corr\_3. A correção efetuada foi baseada nas observações do autor.

Os ensaios 2 e 3 com força de pré-esforço de 150 kN apresentaram roturas na fase elástica. Assim sendo, só será apresentada a curva referente ao ensaio número 1. Importa ressaltar que os ensaios com roturas elásticas atingiram resultados ligeiramente superiores. Os ensaios de transferência de pré-esforço (a) e arrancamento (b) encontram-se ilustrados na Figura 4.9.

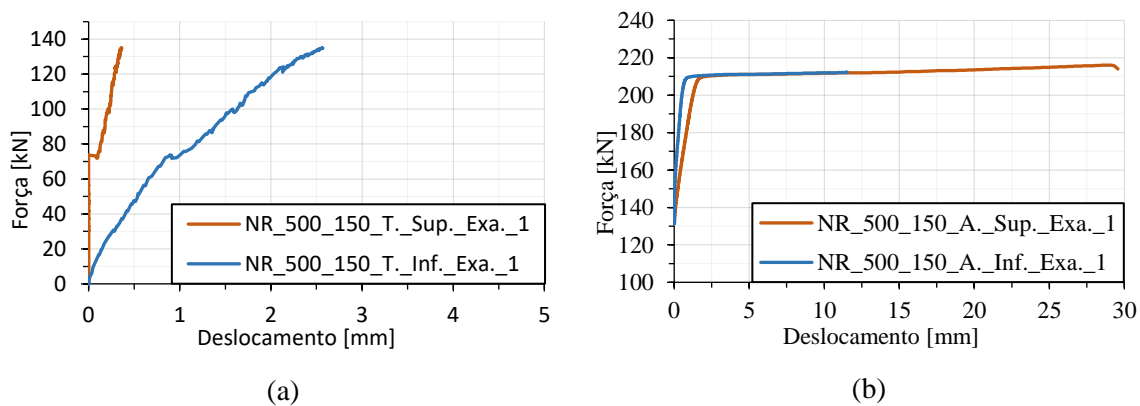


Figura 4.9 - Relações força-deslocamento para 150 kN de força de pré-esforço; (a) Transferência de pré-esforço, (b) Arrancamento



A força após realização da transferência de pré-esforço é aproximadamente 133 kN e a força última de arrancamento 215 kN.

## 4.5 Modelos Numéricos

A concepção dos modelos numéricos no *software* ATENA 3D deve aproximar-se o mais possível dos modelos experimentais. Após a correta identificação dos materiais a utilizar, é necessário atribuir as suas propriedades a macroelementos (betão) e elementos de barra (armaduras). Deve ser identificada a superfície de apoio e as restrições direcionais a que está sujeita. Por fim, aplica-se a sollicitação (força ou deslocamento). Neste trabalho, e devido às limitações do programa, tiveram de ser realizadas algumas alterações que serão apresentadas nas ilustrações dos modelos numéricos.

Após a criação do modelo deve ser realizado um estudo de sensibilidade a vários fatores, tais como, dimensão dos incrementos de carga, malha e refinamento local, lei de aderência (tensão de aderência-escorregamento), apoios e qualidade de resultados face ao esforço ao esforço computacional.

Os pontos de monitorização foram colocados sobre o comprimento do cordão de pré-esforço, permitindo obter informações relativas a tensões de aderência, tensões no cordão, extensão e deslocamento. Foram ainda controladas as reações nos apoios, de forma a garantir que a sollicitação do cordão era a correta.

### 4.5.1 Lage [2]

O modelo numérico elaborado para o ensaio de Lage [2] é constituído por 24 macroelementos de betão, elementos de barra de 2 e 4 nós para as armaduras ordinárias e 5 nós para o pré-esforço. Como o *software* não permite a colocação de nós dos elementos de barra exteriores aos macroelementos, e sendo necessário considerar a sua aplicação para garantir a correta simulação da força de arrancamento, foi necessário criar 2 macroelementos com elevada rigidez para permitir que os nós de extremidade sejam exteriores. O macroelemento denominado (E.R.1), Figura 4.10, foi ainda necessário para aplicar a carga, uma vez que o *software* não permite colocar forças ou deslocamentos diretamente nos elementos de reforço. Foram utilizados incrementos de deslocamento de 0,013 mm. O macroelemento (E.R.2) serve para conter um nó colocado a dois centímetros da face superior, necessário para forçar a compatibilização de tensões no cordão entre a zona aderente e a zona exterior.

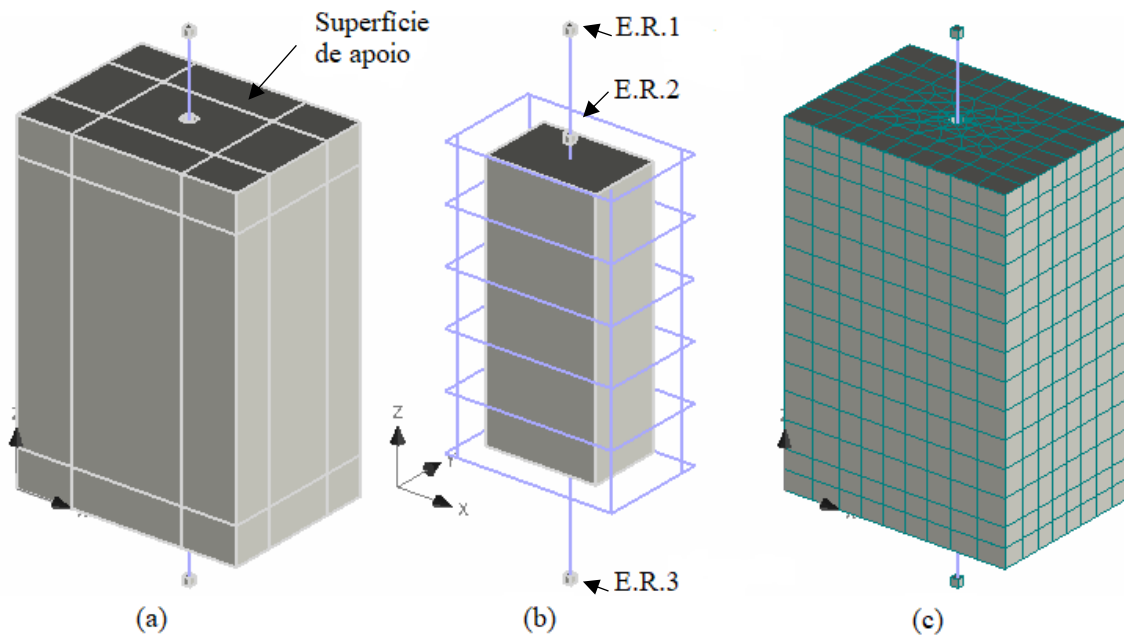


Figura 4.10 - Modelo numérico do ensaio de Lage [2]; (a) Macroelementos de betão, (b) Armaduras ordinárias, de pré-esforço e macroelemento central, (c) discretização da malha.

A fixação do modelo foi colocada em toda a face superior, restringindo-se os deslocamentos nas três direções ( $x,y,z$ ). Na Figura 4.10 (b) é visível o macroelemento central, de dimensões  $15 \times 10 \times 350 \text{ mm}$ , onde está inserido o cordão de pré-esforço. Optou-se por dividir o bloco da forma apresentada, para permitir o refinamento local na zona do cordão e garantir a compatibilização da malha através do comando “master-slave”. Após o estudo de sensibilidade efetuado à malha, e como o esforço computacional não é demasiado elevado para um modelo desta dimensão, admitiu-se elementos finitos de 50 mm e um refinamento de 25 mm no macroelemento ilustrado na Figura 4.10 (b), perfazendo um total de 2073 elementos finitos.

#### 4.5.2 Vilhena [3] e Ribeiro [4]

O modelo numérico elaborado encontra-se ilustrado na Figura 4.11. Este modelo tem na sua constituição 48 macroelementos (45 de betão e 3 de um material com elevada rigidez), elementos de barra de 2, 4 ou 5 nós, caso se trate de armaduras ordinárias longitudinais, transversais ou de pré-esforço. Os macroelementos denominados “E.R.” têm a mesma função enunciada na secção 4.5.1, sendo em “E.R.1” aplicado uma força distribuída na superfície equivalente a incrementos de 0,3 kN.

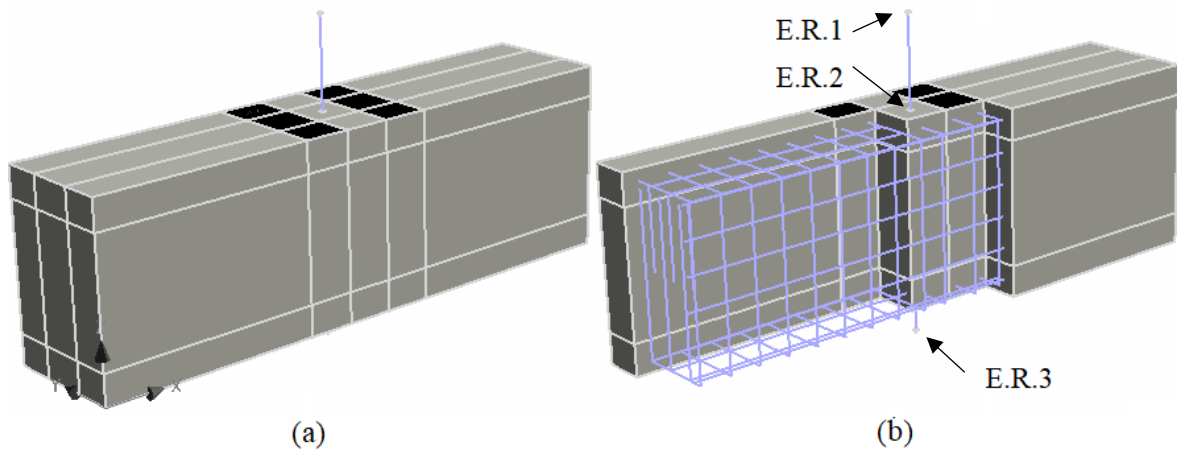


Figura 4.11 - Modelo numérico de Vilhena [3] e Ribeiro [4]; (a) Macroelementos de betão, (b) Armaduras ordinária e de pré-esforço.

O modelo é apoiado nas superfícies preenchidas a negro, impondo restrições aos deslocamentos em todas as direções (x,y,z). Esta opção tem por base o posicionamento dos perfis RHS  $150 \times 150 \times 10$  mm que apoiam o macaco hidráulico, Figura 4.4.

A divisão do modelo em vários macroelementos foi realizada para permitir o refinamento faseado da malha devido às dimensões do elemento. Na Figura 4.12 encontra-se a discretização exterior da malha.

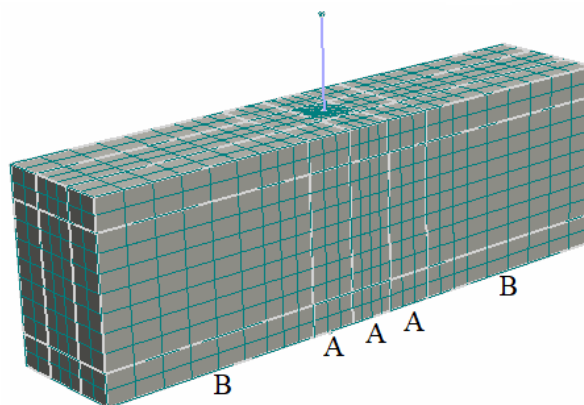


Figura 4.12 - Discretização da malha

As colunas identificadas com as letras “A” e “B” têm elementos finitos de 60 mm e 100 mm respetivamente, com exceção da coluna onde se encontra o cordão de pré-esforço que apresenta elementos de 40 mm.

Como o *software* não permite simular a ação de transferência de pré-esforço, foram criadas duas fases distintas de colocação de carga. Na primeira fase é colocado o pré-esforço no cordão, bloqueando os deslocamentos dos macroelementos “E.R.1” e “E.R.3” em todas as direções. Esta ação não permite que se desenvolvam tensões de aderência. No passo imediatamente a seguir introduz-se uma força no macroelemento “E.R.1” de igual valor à força de pré-esforço, concomitantemente liberta-se “E.R.3”. Na segunda fase é executado o arrancamento do cordão por

incrementos de força. Neste processo não se consegue obter a perda de adesão pois a transferência de pré-esforço é executada de uma única vez. Por esta razão só são comparáveis os resultados dos ensaios de arrancamento.

## 4.6 Caracterização do Material de Interface Através do Diagrama Tensão de Aderência-escorregamento

As resinas utilizadas nos ensaios experimentais não são materializadas no *software* ATENA 3D, o comportamento aderente é simulado com recurso a modelos constitutivos de tensão de aderência-escorregamento. Esse modelo uma vez criado é atribuído ao cordão de pré-esforço. Esta simulação é prática, contudo, pode não ser a mais correta, uma vez que o cordão de pré-esforço escorrega quando a tensão de aderência atinge o valor imposto pelo utilizador, ou seja, estamos a admitir que o desenvolvimento das tensões de aderência entre o cordão-resina é igual ao comportamento cordão-betão. Esta assunção não é realista pois a resina entre outras propriedades apresenta um comportamento bastante mais elástico que o betão.

Para calcular a tensão de aderência utilizou-se o modelo uniforme de tensões exposto na secção 2.5.1.

Analisando os resultados numéricos, observou-se que as tensões de aderência apresentavam em alguns troços modelos de distribuição uniforme, contudo, o valor expectável da força de arrancamento utilizado no cálculo de tensões uniformes era muito superior, não correspondendo à força obtida experimentalmente. Foi contactado o suporte técnico do *software* para se tentar compreender este fenómeno. Após várias simulações por parte do suporte técnico a nível de análise de convergência, incrementos de carga, malha e refinamento, foi concluído que de fato haveria um erro e que iriam averiguar as causas desse problema. Até à data de entrega deste documento não foi possível obter uma solução de aproximação mais realista, sendo sugerido a aceitação de um erro superior a 10 %. Após várias simulações foi concluído que o afastamento era na ordem de 20 %, sendo por isso reduzidas as tensões de aderência nesse mesmo valor.

Em seguida, apresenta-se para cada tipo de ensaio, a curva utilizada para calibração, a curva de referência para o ATENA 3D e ainda a lei de tensão de aderência-escorregamento a introduzir.

### 4.6.1 Lei de aderência-escorregamento Lage [2]

Para determinar as tensões de aderência foram selecionados seis pontos de referência que correspondem aos principais troços do diagrama força-deslocamento, estes são apresentados na Tabela 4.6. Em seguida foram calculadas as tensões de aderência e reduzidas a 80 %. Na Figura 4.13 é possível observar a curva de referência utilizada (a), e o correspondente gráfico de tensões de aderência reduzido a 80 % (b).

Tabela 4.6 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência

Curva	Força [kN]	Deslocamento [mm]	$\tau$ [MPa]	$\tau_{80\%}$ [MPa]
RC_350_0_A_Inf._Med.	36,00	0,00	1,55	1,24
	36,00	0,20	1,55	1,24
	123,66	2,12	5,32	4,26
	123,66	2,73	5,32	4,26
	114,74	5,27	4,94	3,95
	114,70	120,5	4,94	3,95

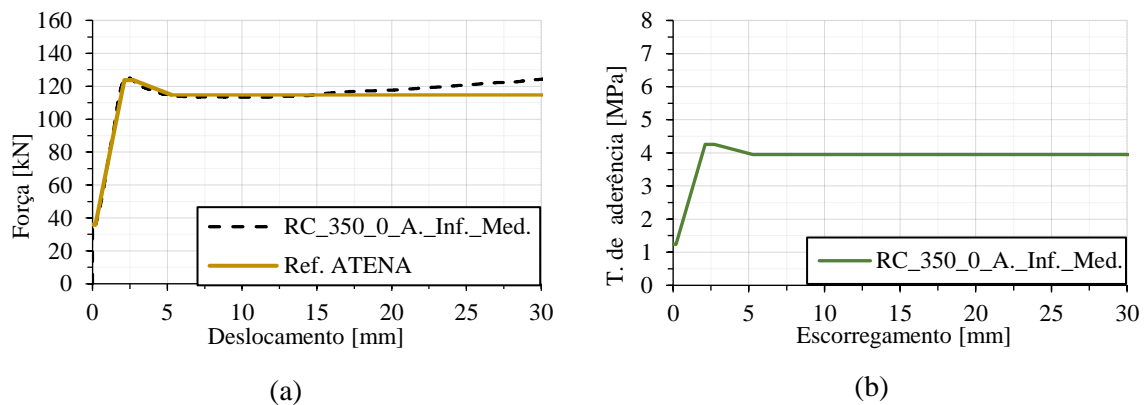


Figura 4.13 - Critério de cálculo das tensões de aderência para Lage [2]; (a) relação força-deslocamento e (b) lei de aderência-escorregamento

#### 4.6.2 Lei de aderência-escorregamento Vilhena [3]

Como Vilhena [3] realizou dois tipos de ensaio (comprimento aderente de 400 mm e 500 mm), optou-se por criar uma lei de aderência média a partir dos dois ensaios, Tabela 4.7. Sendo verificado posteriormente o afastamento das curvas numéricas relativamente às experimentais através de um erro relativo. Desta forma fica garantida uma melhor calibração tendo em conta a variação do comprimento aderente.

Tabela 4.7 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência média de Vilhena [3]

	Valores experimentais			Valores médios		
	Força [kN]	Deslocamento [mm]	$\tau$ [MPa]	Deslocamento [mm]	$\tau$ [MPa]	$\tau_{80\%}$ [MPa]
TV_400	100,00	0,00	3,77	0,00	3,39	2,71
	172,00	2,10	6,48			
	172,00	30,00	6,48			
TV_500	100,00	0,00	3,01	1,50	6,33	5,06
	205,00	0,90	6,17			
	205,00	30,00	6,17			

Como não é possível calibrar de forma correta a fase de transferência de pré-esforço, só foi tida em conta a fase de arrancamento, iniciando-se a lei de aderência nos 100 kN. Esta opção foi tomada por

não existir deslocamento entre a fase de transferência e os 100 kN, devido às perdas de pré-esforço observadas por Vilhena [3]. Ao contrário de Lage [2] a calibração deste modelo é conseguida à custa de 3 pontos de referência que atestam os dois troços principais do diagrama força-deslocamento. As representações gráficas das curvas de referência, assim com a lei de aderência média, encontram-se ilustradas na Figura 4.14.

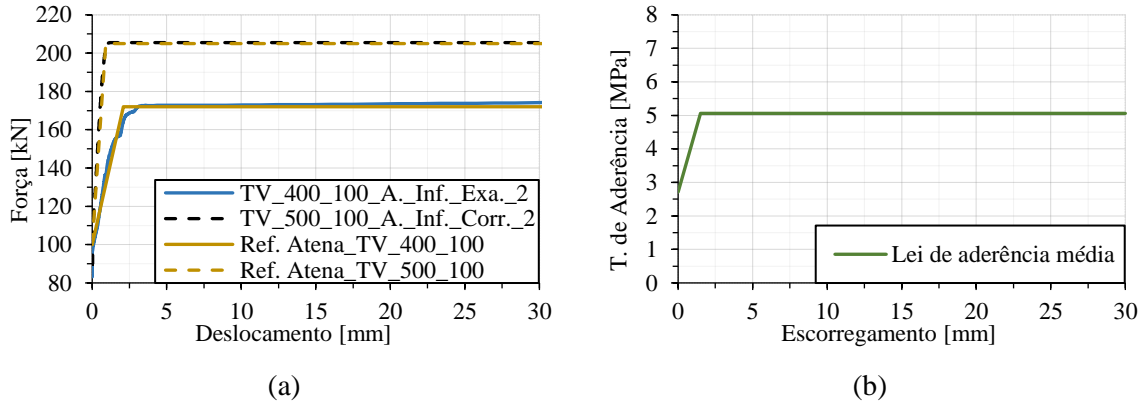


Figura 4.14 - Curvas de referência para o cálculo das tensões de aderência consideradas para Vilhena [3]; (a) relação força-deslocamento e (b) lei média de aderência-escorregamento

### 4.6.3 Lei de aderência-escorregamento Ribeiro [4]

Nos resultados de Ribeiro [4], verificou-se que as curvas força-deslocamento apresentavam na fase elástica um declive muito semelhante, 113 kN/mm e 115 kN/mm para as forças de pré-esforço de 125 kN e 150 kN respetivamente. Esta evidência é ainda corroborada pela curva TV\_500\_100\_A.\_Inf.\_Corr.\_2 dos ensaios de Vilhena [3] que apresenta um declive de 116 kN/mm. Tendo em conta este indício, é possível inferir que a introdução da força de pré-esforço não tem influência no andamento da curva força-deslocamento, sendo possível obter para um comprimento aderente de 500 mm o deslocamento final (d), da fase elástica através da expressão (4.6).

$$d = \frac{(212,5 - F_p)}{114} \quad (4.6)$$

Em função do enunciado anteriormente, considerou-se os valores apresentados na Tabela 4.8 para a calibração dos modelos propostos para Ribeiro [4].

Tabela 4.8 - Pontos de referência para determinação da lei de aderência média de Ribeiro [4]

Valores experimentais					
	Força [kN]	Deslocamento [mm]	$\tau$ [MPa]	$\tau_{80\%}$ [MPa]	$\tau_{60\%}$ [MPa]
NR_500- _125	125,00	0,00	3,77	-	2,26
	212,50	0,77	6,40	5,12	-
	212,50	30,00	6,40	5,12	-
NR_500- _150	150,00	0,00	4,52	-	2,71
	212,50	0,55	6,40	5,12	-
	212,50	30,00	6,40	5,12	-

Pelas razões já apresentadas na secção 4.6.2, só foi simulada a fase de arrancamento, iniciando-se a lei de aderência no valor da força de pré-esforço. Os valores de força última (212,5 kN), representam uma força média entre os dois ensaios. Foi ainda calculada uma tensão reduzida a 60 % para o primeiro ponto de referência devido a uma elevada disparidade no desenvolvimento de tensões face ao modelo uniforme.

As curvas de referência e as correspondentes leis de aderência, encontram-se esquematicamente ilustradas na Figura 4.15. A escala numérica horizontal foi propositadamente alterada de modo a ser perceptível o paralelismo das curvas enunciados anteriormente.

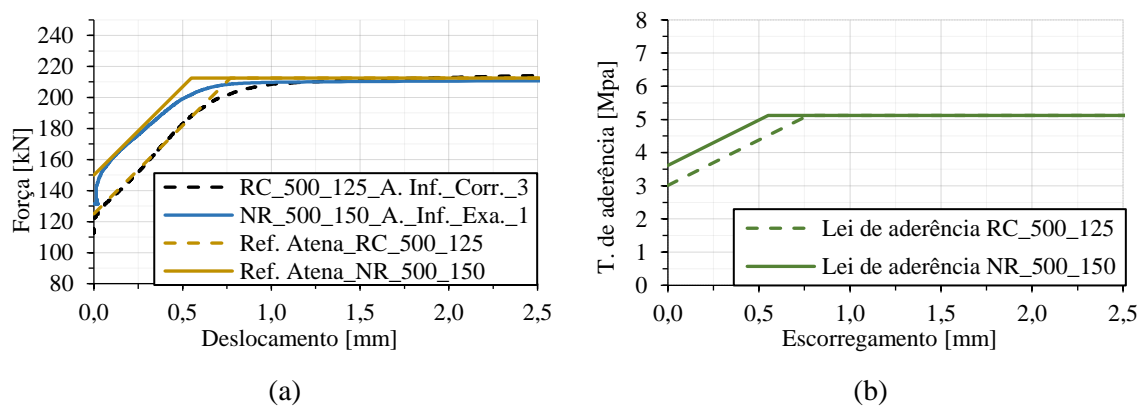


Figura 4.15 - Curvas de referência para o cálculo das tensões de aderência consideradas para Ribeiro [4]; (a) relação força-deslocamento e (b) leis de aderência-escorregamento

## 4.7 Resultados dos Modelos Numéricos

Após a aquisição dos resultados numéricos foram comparadas as curvas (força-deslocamento) e quantificado o erro através do cálculo do trabalho, pela expressão (4.7).

$$Erro \% = \frac{\sum_i (|d_{i+1} - d_i| F_i) - \sum_j (|d_{j+1} - d_j| F_j)}{\sum_j (|d_{j+1} - d_j| F_j)} \times 100 \quad (4.7)$$

### 4.7.1 Lage [2]

Ao observar os resultados numéricos apresentados na Figura 4.16, obtidos com a introdução da lei de aderência mencionada na Figura 4.13, é notória a concordância entre o modelo experimental e o numérico. Foi quantificado o erro relativo de 0,96 % através da expressão (4.7).

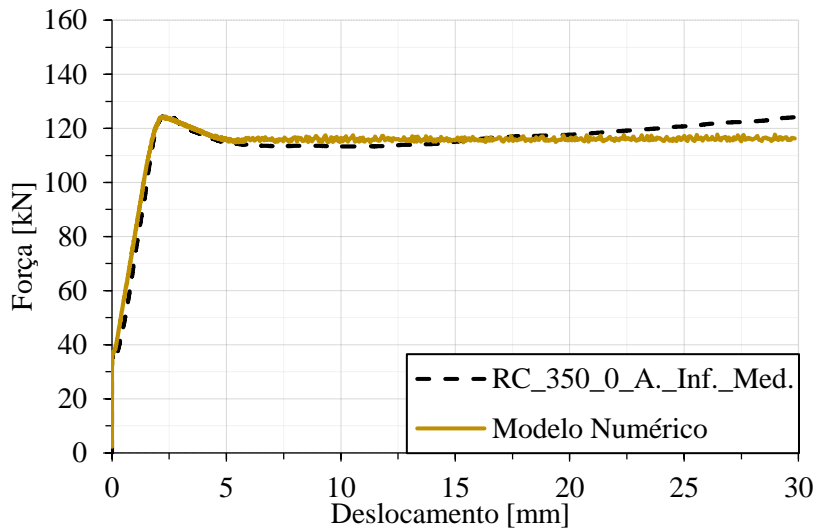


Figura 4.16 - Relação força-deslocamento da curva RC\_350\_0\_A.\_Inf.\_Med. e o correspondente modelo numérico.

Ao analisar o valor das tensões de aderência nos diferentes pontos do comprimento aderente, verificou-se que existe um atraso relativamente à mobilização das tensões, ou seja, a curva de referência identificada na Figura 4.13 (b), é solicitada sequencialmente ao longo do cordão a partir do local da aplicação da carga. Deste modo, só quando mobilizado o ponto mais afastado da solicitação é que se efetiva o escorregamento do cordão. Este fenómeno é visível na Figura 4.17, com a monitorização de três pontos localizados a 50 mm, 250 mm e 400 mm, distâncias medidas a partir da base do bloco.

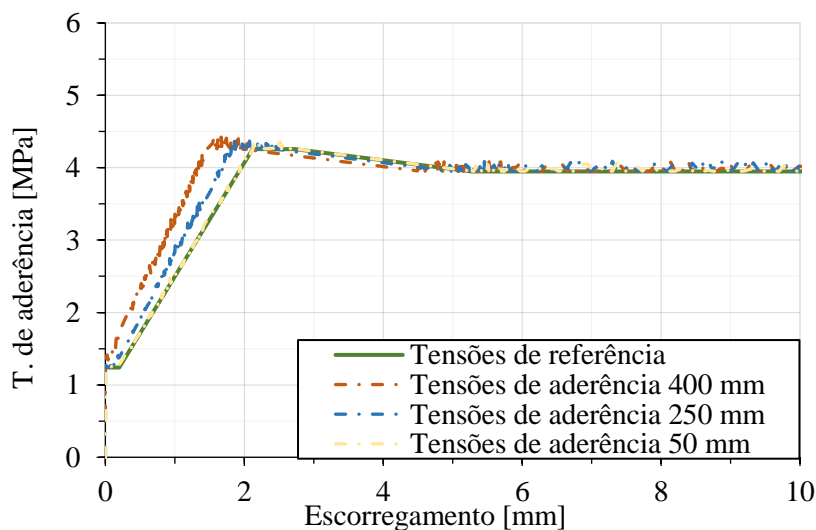


Figura 4.17 - Relação Tensão de aderência-escorregamento nos nós localizados a 50 mm, 250 mm e 400 mm.



Os afastamentos relativos medidos em percentagem das curvas de aderência em vários pontos do comprimento aderente são apresentados na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Lage [2]

<b>Distância à base em [mm]</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>200</b>	<b>250</b>	<b>300</b>	<b>350</b>	<b>400</b>
<b>Erro %</b>	0,12	0,69	0,94	1,14	1,00	1,41	1,30	1,12

Para corroborar a distribuição não uniforme de tensões, é apresentada a Figura 4.18, onde é possível observar 5 distribuições de tensões ao longo do comprimento aderente em 5 dos 6 troços do diagrama força-deslocamento apresentado em 4.6.1.

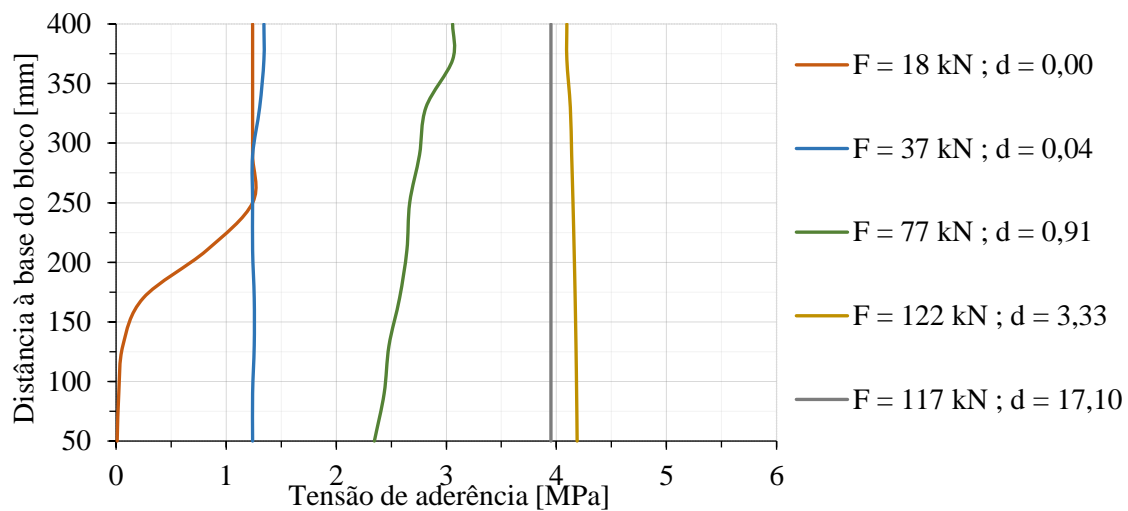


Figura 4.18 - Desenvolvimento das tensões de aderência ao longo do comprimento aderente nos diferentes troços do diagrama força-deslocamento

Para facilitar a análise do gráfico, as curvas são identificadas pela força (F) e deslocamento (d) no instante em que foram obtidos os dados.

Verifica-se ainda que após a perda da adesão, o desenvolvimento elástico de tensões tende a tornar-se uniforme com o aumento das tensões no cordão.

#### 4.7.2 Vilhena [3]

Na secção 4.6.2 foi apresentada a lei de aderência média obtida a partir dos resultados de Vilhena [3]. Dessa lei foram obtidos os resultados numéricos TV\_400 e TV\_500, como se pode observar na Figura 4.19. A análise comparativa entre as curvas numéricas e as correspondentes experimentais permitiu quantificar um erro de 2,54 % para o comprimento aderente de 400 mm e 2,30 % para o comprimento de 500 mm.

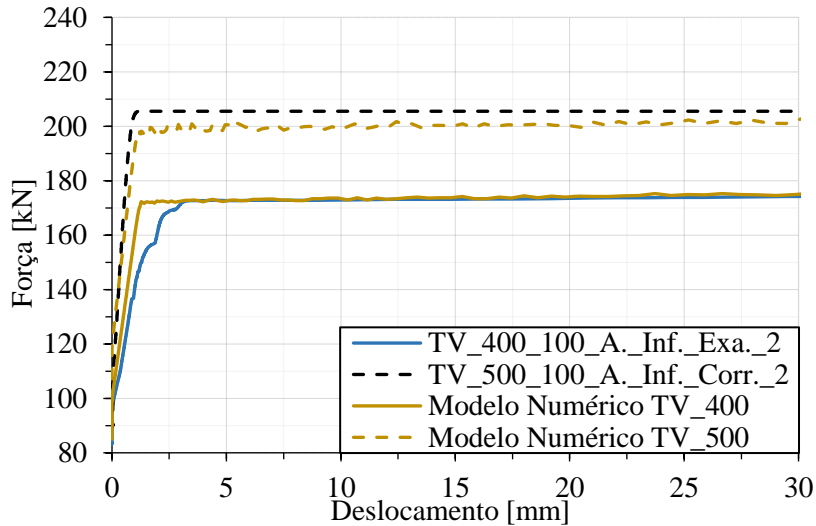


Figura 4.19 - Gráfico comparativo força-deslocamento das curvas TV\_400\_100\_A.\_Inf.\_Exa.\_2, TV\_500\_100\_A.\_Inf.\_Corr.\_2 e os correspondentes modelos numéricos

Apesar de o erro relativo das duas curvas numéricas ser aproximadamente igual não reflete de igual forma o afastamento às curvas experimentais. No caso do modelo TV\_400 o erro é maioritariamente provocado devido à irregularidade da curva experimental na transição da fase elástica para a fase plástica. Para o modelo TV\_500 foi verificado um desvio generalizado da fase plástica, consequência da redução da tensão de aderência e do aumento do comprimento aderente. O erro afeto à mobilização das tensões de aderência relativamente à curva de referência encontra-se expresso na Tabela 4.10.

Tabela 4.10 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Vilhena [3]

Distância à base [mm]		50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
		TV_400	-	1,16	1,16	1,16	1,17	1,30	1,41	1,45	1,49	1,49
TV_500	4,63	5,62	2,90	2,67	2,64	2,68	2,76	2,82	2,86	2,88	2,76	

Devido à introdução de pré-esforço a mobilização de tensões apresenta vários tipos de configurações, Figura 4.20. Na transferência de pré-esforço as tensões desenvolvem-se da zona inferior do cordão para a zona superior. Quando se inicia a fase de arrancamento o processo é inverso até que se atinga uma configuração próxima da idealizada pelo modelo elástico de tensões, Figura 2.13. Em seguida, verificou-se que para um comprimento de aderência menor (400 mm), a forma característica do modelo elástico tende a dissipar-se com o aumento da força, chegando mesmo a inverter a sua forma antes de se tornar uniforme. Para comprimentos maiores (500 mm) a distribuição de tensões aparenta uma forma quase parabólica antes de também esta atingir o estado uniforme.

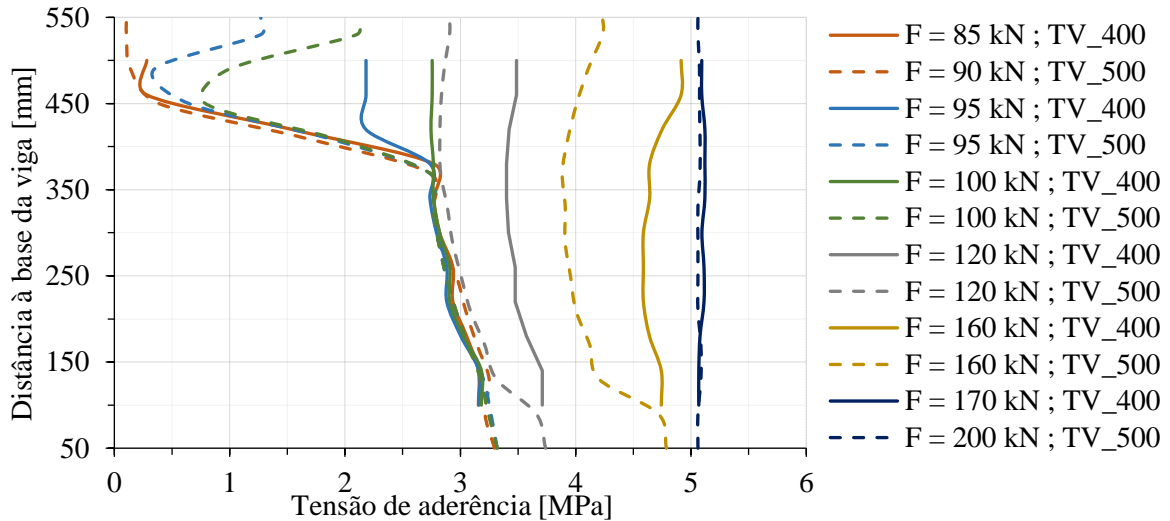


Figura 4.20 - Comparativo das tensões de aderência ao longo dos comprimentos aderentes de 400 mm e 500 mm, mediante a mesma força de arrancamento

Na Figura 4.20 é ainda possível comparar o estado de tensões instalado em cada modelo, quando sobre o cordão atua a mesma força. A título de exemplo, no modelo de 400 mm quando atua uma força de 100 kN (primeiro ponto da lei de aderência) sobre o cordão, as tensões já apresentam um andamento elástico, enquanto que no modelo de 500 mm para a mesma força as tensões ainda não foram todas mobilizadas.

Outro método utilizado para averiguar a devida calibração dos modelos foi comparar a relação entre os deslocamentos superiores e os inferiores, Figura 4.21. A ilustração (a) refere-se ao modelo com comprimento aderente de 400 mm, apresentando o modelo numérico um erro relativo de 7,84 %, (b) representa o modelo de 500 mm e devido a uma anomalia na leitura do deslocamento inferior a partir dos 1,2 mm, só se consideram os resultados até à linha identificada a negro, sendo quantificado até este ponto um erro aproximado de 6,00 %.

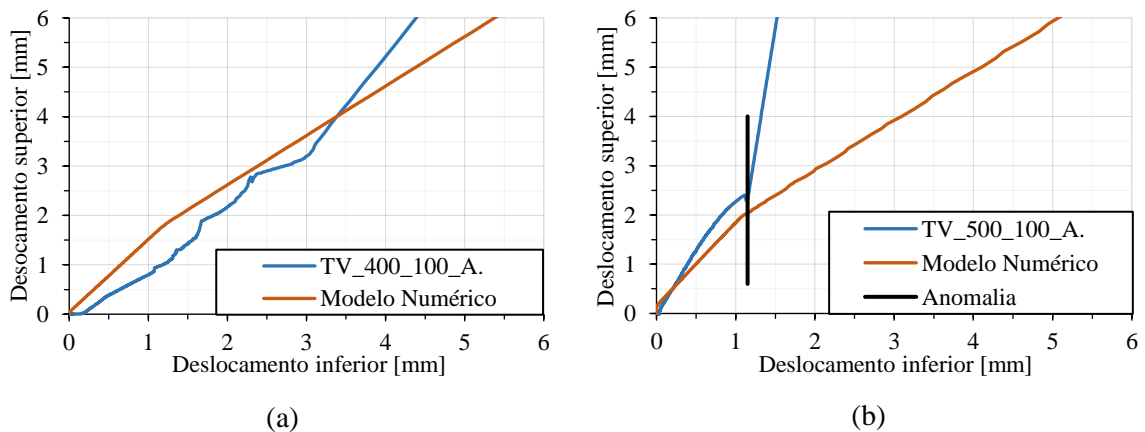


Figura 4.21 - Paridade de deslocamentos superiores e inferiores entre modelos experimentais e numéricos, (a) ensaio TV\_400\_100\_A. e (b) ensaio TV\_500\_100\_A.

### 4.7.3 Ribeiro [4]

Os resultados numéricos dos modelos elaborados para os ensaios de Ribeiro [4] encontram-se ilustrados na Figura 4.22. Foram mensurados os erros relativos das curvas numéricas face às experimentais, tendo-se obtido para RC\_500\_125\_A.\_Inf.\_Corr.3 e NR\_500\_150\_A.\_Inf.\_Exa.\_1 erros de 4,70 % e 3,16 % respetivamente. No modelo ilustrado pelo gráfico (b), o erro só foi quantificado até um deslocamento máximo de 11 mm, local onde ocorre a rotura experimental.

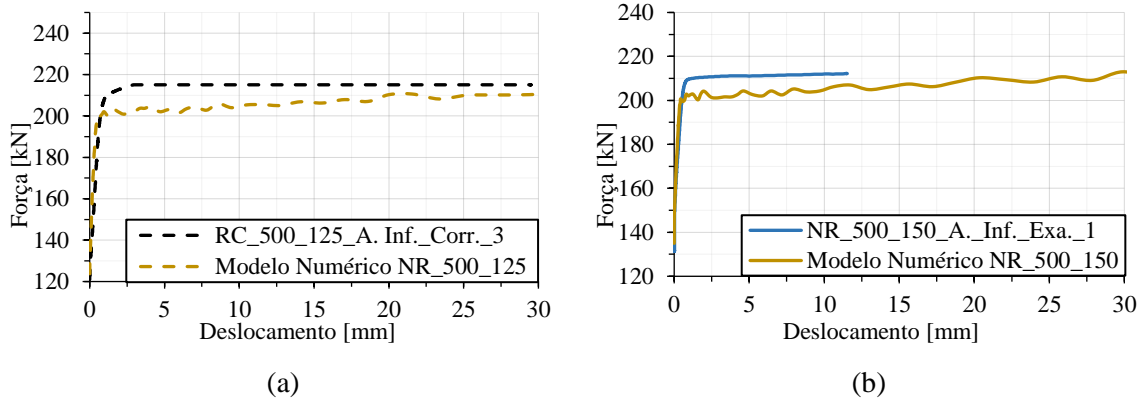


Figura 4.22 - Gráficos comparativos força-deslocamento das curvas RC\_500\_125\_A.\_Inf.\_Corr.3, NR\_500\_150\_A.\_Inf.\_Exa.\_1 e os correspondentes modelos numéricos

Os erros relativos à mobilização de tensões pela lei de aderência ao longo do comprimento são apresentados na Tabela 4.11. Estes erros apresentam tendência a aumentar com o aumento da força de pré-esforço. Este fato é mais significativo nos primeiros três pontos monitorizados (50 mm, 100 mm e 150 mm), local onde se faz sentir mais o efeito da força de pré-esforço após transferência.

Na Figura 4.23 é apresentado a distribuição de tensões ao longo do comprimento aderente do modelo RC\_500\_125, sendo apreciável a evolução das mesmas mediante o aumento da força instalada no cordão. Na Figura 4.24 é realizada a mesma apreciação para o modelo NR\_500\_150.

Tabela 4.11 - Erro relativo da mobilização da lei de aderência ao longo do comprimento aderente em relação à curva de referência, Ribeiro [4]

Distância à base [mm]		50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550
		Erro % RC_500_125	8,09	9,53	7,36	5,96	5,89	5,90	5,93	5,96	5,88	5,83
Erro % NR_500_150	9,60	12,00	10,05	7,83	7,99	7,92	7,75	7,82	7,64	7,50	7,50	

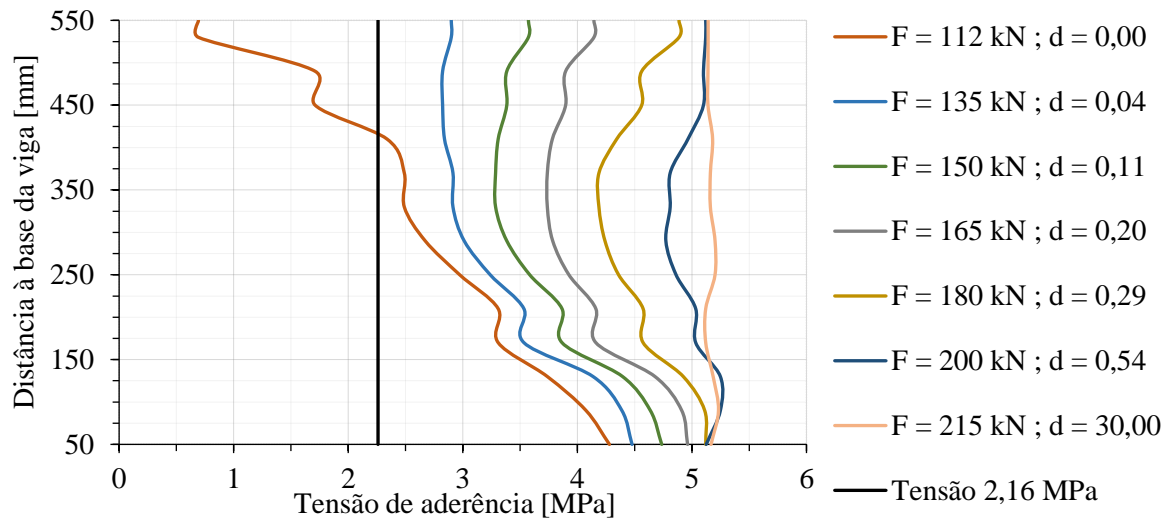


Figura 4.23 - Tensões de aderência ao longo do comprimento aderente para o modelo RC\_500\_125

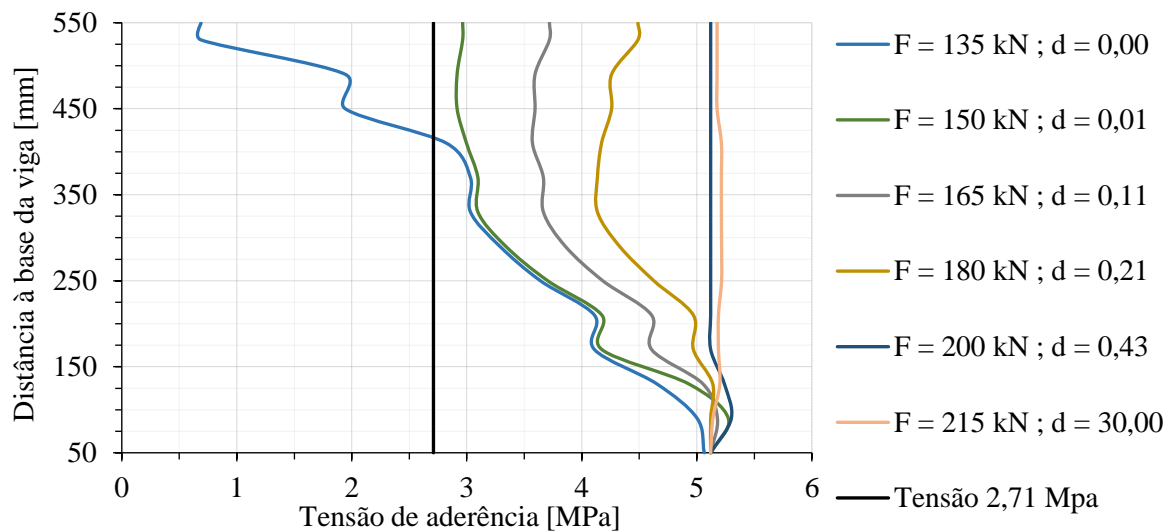


Figura 4.24 - Tensões de aderência ao longo do comprimento aderente para o modelo NR\_500\_125

Nas figuras anteriores foi introduzida uma linha vertical a negro que identifica a tensão uniforme quantificada para a o instante imediatamente após a transferência de pré-esforço, contudo, essa assunção não se verifica. A justificação para a redução suplementar de 20 % no primeiro ponto da lei de aderência mencionada na secção 4.6.3, prende-se com a disposição de tensões no momento em que se inicia o arrancamento do cordão. A título de exemplo, foram calculadas as áreas delimitadas pelas curvas a azul e negro da Figura 4.24, sendo verificado que a curva a azul apresenta uma área 22 % maior. Tal facto implicaria uma ausência de deslocamento do cordão até que se atingisse uma força aproximadamente 20 % superior à utilizada para calcular a tensão de aderência no momento após transferência de pré-esforço.

Assim como na secção 4.7.2, foi elaborada uma curva do deslocamento superior em função do inferior e comparada com a respetiva curva experimental, Figura 4.25. Sendo quantificado um erro

de 7,13 % entre a curva numérica e a experimental para o modelo com força de pré-esforço de 125 kN e 8,03 % para a o modelo com força de pré-esforço de 150 kN, Figura 4.25 (a) e (b) receptivamente.

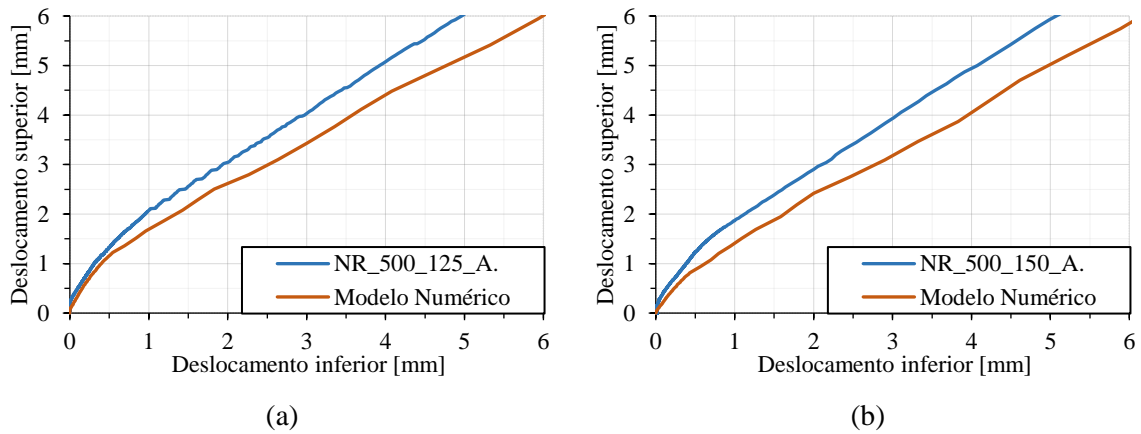


Figura 4.25 - Relação entre deslocamentos superiores e inferiores dos modelos experimentais e numéricos, (a) ensaio NR\_500\_125\_A e (b) ensaio NR\_500\_150\_A.

## 5 Estudo Paramétrico

### 5.1 Introdução

O estudo paramétrico apresentado neste capítulo tem como objetivo verificar a influência que o comprimento aderente e a variação da força de pré-esforço produzem na evolução das tensões de aderência. Avaliar-se-á as tensões no betão na zona periférica do cordão, verificando-se a possível existência de locais de acumulação de tensões, fendas, tensões nas armaduras ordinárias e rotura do cordão de pré-esforço.

O estudo paramétrico é dividido em três grandes grupos. O primeiro desenvolve-se em torno do modelo numérico desenvolvido para Lage [2], em que se faz variar o comprimento aderente entre os 200 mm e os 450 mm, solicitando o cordão apenas ao arrancamento. O segundo é referente ao modelo de Vilhena [3], onde se estuda também a influência da variação do comprimento aderente entre 300 mm e 600 mm, aplicando à priori uma força de pré-esforço de 100 kN. Por último, é realizado um estudo sobre a influência da força de pré-esforço no ato de transferência de tensões para o betão, sendo para o efeito utilizado o modelo calibrado para Ribeiro [4]. Neste último, a variação do pré-esforço situa-se entre os 125 kN e os 180 kN, tendo como fator comum o comprimento aderente de 500 mm.

Ao todo são apresentados 13 modelos, aos quais se acrescenta os 5 apresentados no capítulo 4. Todos os pressupostos elaborados e referenciados no exercício da calibração dos modelos numéricos mantêm-se também para o presente capítulo.

Para facilitar a compreensão dos parâmetros em estudo mantem-se a nomenclatura das primeiras três parcelas adotadas na secção 4.4, (NL\_“h<sub>ef</sub>”\_0), (TV\_“h<sub>ef</sub>”100) e (NR\_500\_“F<sub>p</sub>”).

### 5.2 Alterações Construtivas dos Modelos e Considerações Gerais

#### 5.2.1 Variação do comprimento aderente sem pré-esforço, NL\_“h<sub>ef</sub>”\_0

A geometria do bloco inicialmente ilustrada na Figura 4.10 foi alterada de forma a que o cordão mantenha as extremidades não aderentes num comprimento de 50 mm. Na Figura 5.1, encontram-se ilustrados os modelos com as respetivas variações do comprimento aderente. O modelo NL\_350\_0 é o mesmo para o qual se apresentou resultados na secção 4.7.1, sendo utilizado neste capítulo como comparativo.

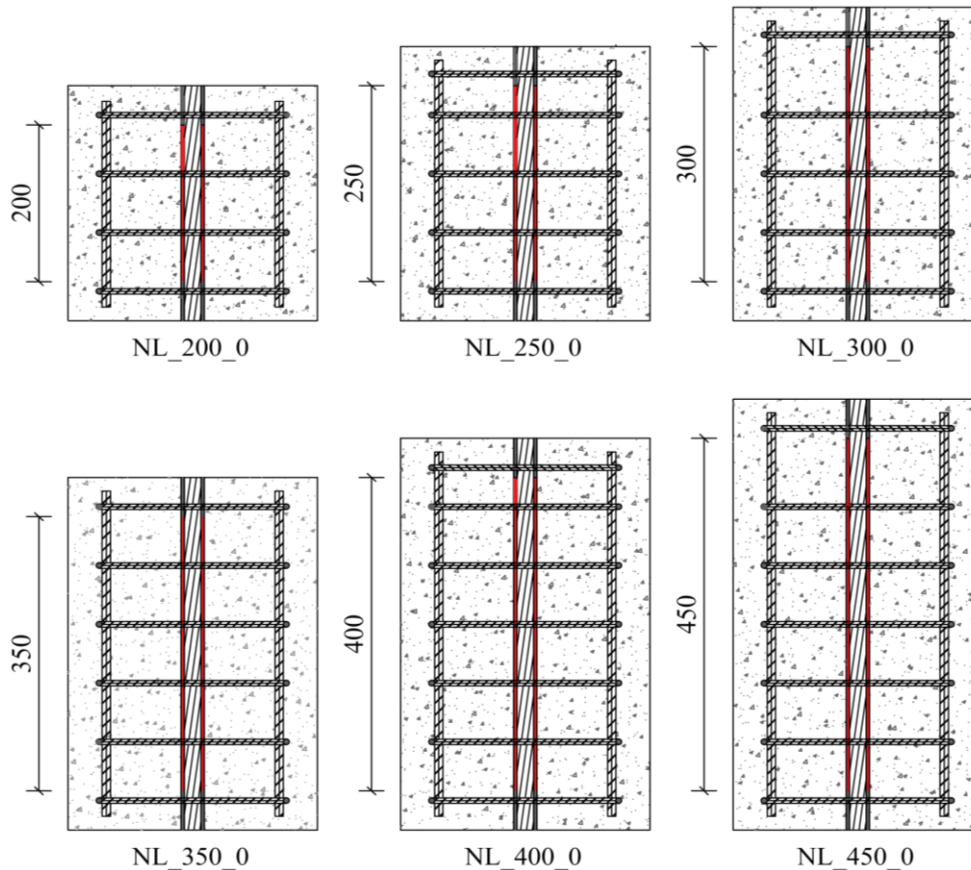


Figura 5.1 - Esquematização dos comprimentos aderentes e respetiva nomenclatura para arrancamento do cordão sem pré-esforço

As propriedades mecânicas dos materiais não se enquadram no âmbito do estudo paramétrico, admitindo-se as apresentadas na secção 4.3. A lei de aderência considerada é a que se encontra ilustrada na Figura 4.13 (b). As armaduras ordinárias foram acrescentadas ou removidas na mesma proporção que as definidas em 4.2.1, mantendo sempre que possível o mesmo recobrimento.

### 5.2.2 Variação do comprimento aderente com pré-esforço constante, TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100

O procedimento para o estudo da influência do comprimento aderente considerando uma força de pré-esforço de 100 kN é análogo ao descrito na secção 5.2.1. O comprimento aderente varia entre 300 mm e 600 mm, como se pode observar na Figura 5.2. A lei de aderência utilizada é a apresentada na da Figura 4.14 (b).

O modelo TV\_400\_100, foi utilizado para calibração na secção 4.4.2. Contudo, este modelo apresentava 100 mm de comprimento não aderente nas extremidades, o que poderia conduzir a disparidades na análise de resultados. Deste modo, optou-se por analisar o mesmo ensaio com um comprimento não aderente de 50 mm.



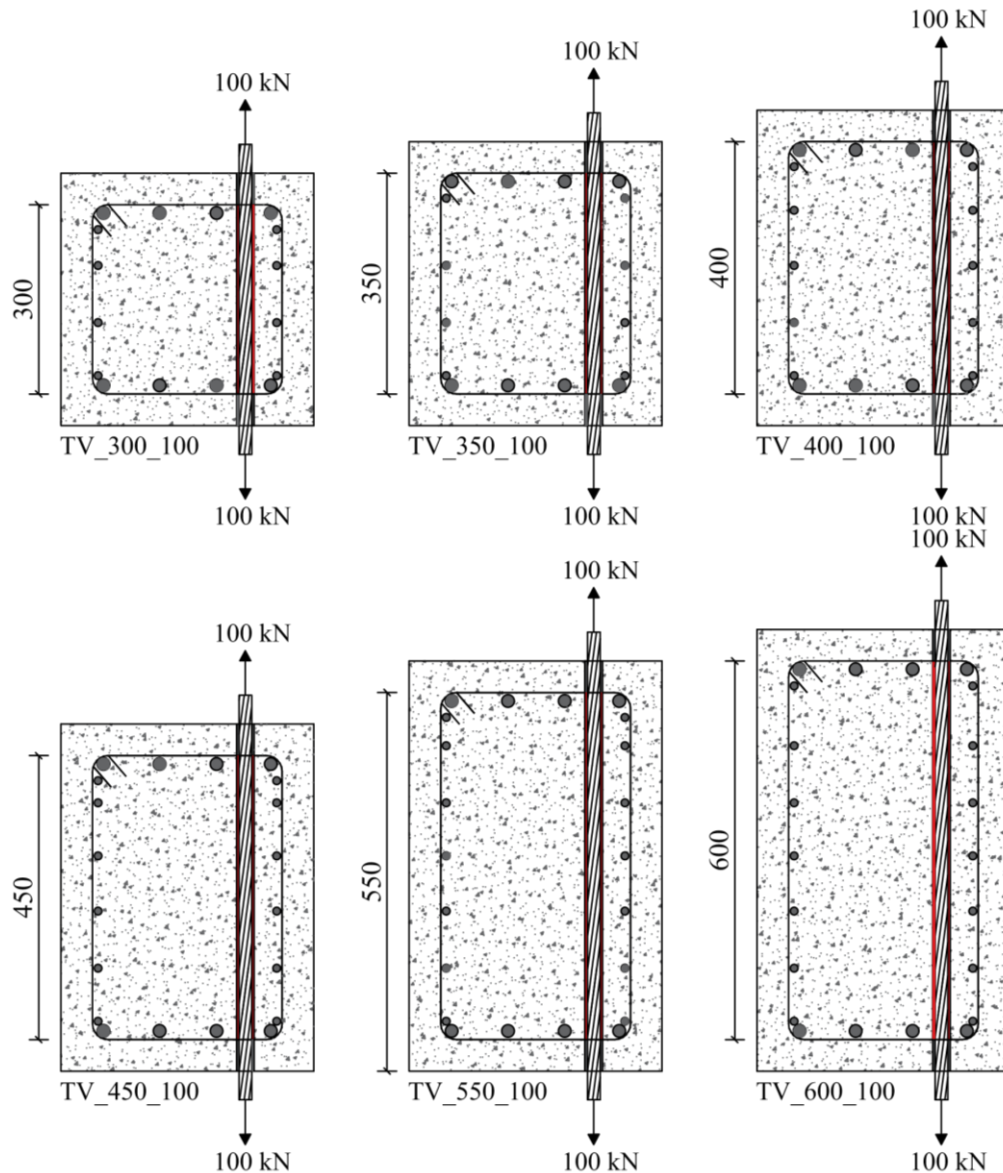


Figura 5.2 - Esquematização dos comprimentos aderentes e respetiva nomenclatura para os ensaios de arrancamento com transferência de pré-esforço no valor de 100 kN

Foi verificado anteriormente que as perdas de pré-esforço instantâneas são influenciadas pelo comprimento aderente. Tendo em consideração esta variação, optou-se por introduzir uma força de pré-esforço obtida através da regressão linear elaborada por Vilhena [3], a partir dos ensaios de Faria [1]. A força de pré-esforço inicial é dada pela expressão (5.1).

$$F_{pi} = F_p \left[ 1 + \frac{(0,047h_{ef} - 34,12)}{100} \right] \quad (5.1)$$

Da expressão (5.1) resulta a força de pré-esforço após perdas instantâneas para os vários comprimentos aderentes, Tabela 5.1. Ainda assim, a lei de aderência só se inicia nos 100 kN conforme referido na secção 4.6.2.

Tabela 5.1 - Valor do pré-esforço após perdas instantâneas, obtido pela expressão (5.1)

TV_“h <sub>ef</sub> ”_100							
<i>h<sub>ef</sub></i> [mm]	300	350	400	450	500	550	600
Perdas %	20	18	15	13	10	8	6
<i>F<sub>pi</sub></i> [kN]	80	82	85	87	90	92	94

### 5.2.3 Variação da força de pré-esforço com comprimento aderente constante, NR\_500\_“F<sub>p</sub>”

Para estudar a influência da força de pré-esforço fez-se variar esta força entre 125 kN e 180 kN, Figura 5.3. Os ensaios NR\_500\_150 e NR\_500\_150, já foram abordados na secção 4.7.3, sendo apresentados no presente capítulo como comparativos. As propriedades mecânicas dos materiais são as apresentadas em 4.3.

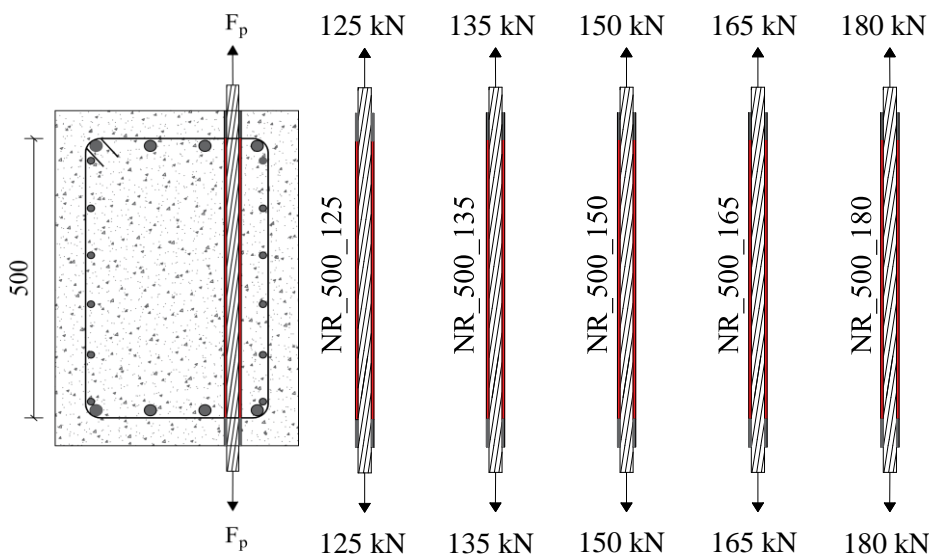


Figura 5.3 - Esquemática da variação da força de transferência de pré-esforço e respetiva nomenclatura para arrancamento do cordão

As leis de aderência utilizadas nos diferentes modelos numéricos encontram-se ilustradas na Figura 5.4 e foram obtidas pelo processo indicado na secção 4.6.3. A escala do eixo horizontal, que foi propositadamente reduzida para ser perceptível o desenvolvimento inicial, termina em 30 mm.

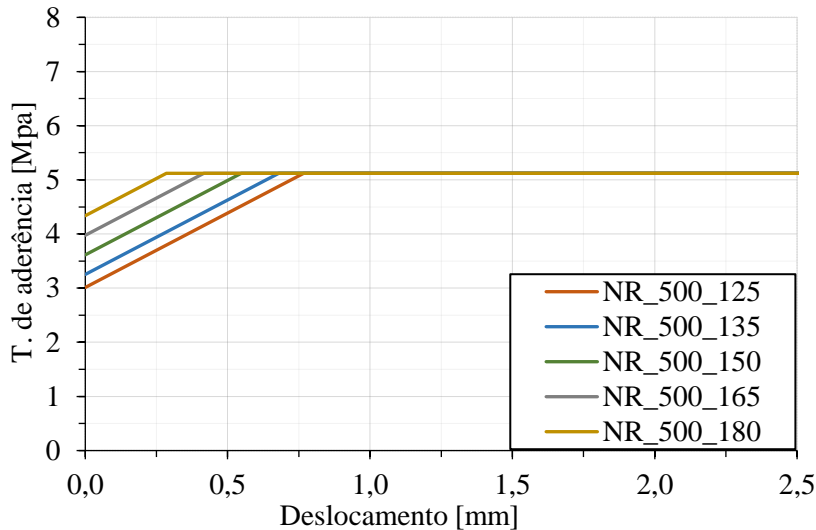


Figura 5.4 - Leis de aderência para modelos com variação da força de pré-esforço

### 5.3 Estudo da Influência do Comprimento Aderente num Ensaio de Arrancamento sem Força Inicial de Pré-esforço

Os diagramas força-deslocamento dos modelos com as particularidades discriminadas na secção 5.2.1 encontram-se ilustrados na Figura 5.5. A força foi obtida através da tensão instalada no cordão e o deslocamento lido na parte inferior do mesmo. O modelo numérico de referência apresentado na secção 4.7.1, é aqui designado por NL\_350\_0.

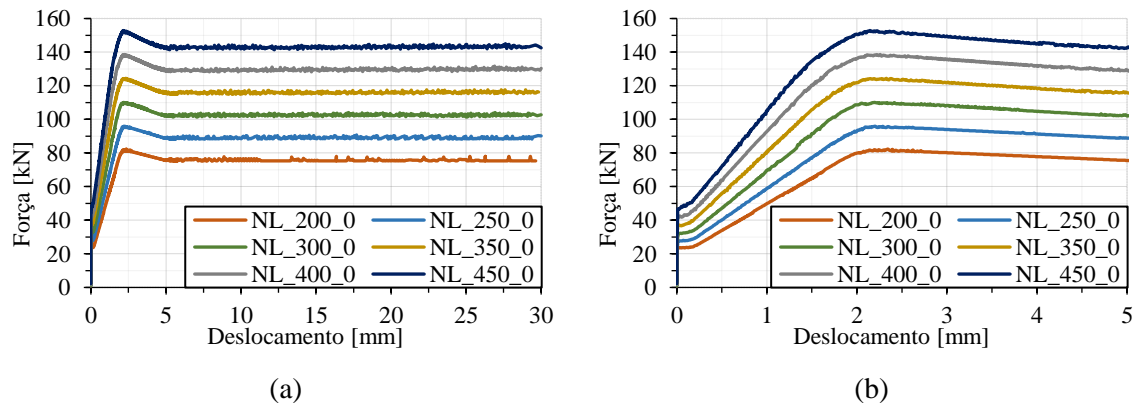


Figura 5.5 - Diagramas força-deslocamento para os vários comprimentos aderentes (NL\_“hef”\_0), (a) escala padrão e (b) ampliação do trecho inicial

A força máxima atingida nos diversos modelos é 14 kN superior ou inferior, mediante uma variação de 50 mm no comprimento aderente. Verifica-se ainda na Figura 5.5 (b), que quando se dá a perda da componente de adesão, o patamar característico de escoamento tende a variar inversamente à variação do comprimento aderente. Para comprimentos maiores (superiores a 400 mm), o primeiro patamar de escoamento tende a desvanecer-se.

Comparou-se a força máxima obtida com a força calculada através da expressão (2.8) para a tensão aderente introduzida, sendo o erro para os vários comprimentos aderentes apresentado na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Afastamento da força máxima para os modelos NL\_“hef”\_0, relativamente à obtida pela expressão (2.8) a partir da lei de aderência introduzida, medido em %

C. Aderente [mm]	200	250	300	350	400	450
<b>Força calculada através da expressão (2.8) [kN]</b>	70	88	106	123	141	159
<b>Força máxima obtida nos modelos numéricos [kN]</b>	82	95	110	124	138	155
<b>Variação [%]</b>	16,5	8,6	3,8	0,6	1,9	2,8

Verifica-se que para maiores comprimentos aderentes a variação face à força expectável tende a ser menor.

### 5.3.1 Variação das tensões de aderência

Nesta seção pretende-se analisar a evolução das tensões de aderência para os comprimentos de aderência propostos. As Figuras 5.7, 5.8 e 5.9 são compostas por vários gráficos que dizem respeito à tensão de aderência quando no cordão estão instaladas forças de 15 kN, 30 kN, 45 kN, 60 kN, 75 kN e 90 kN.

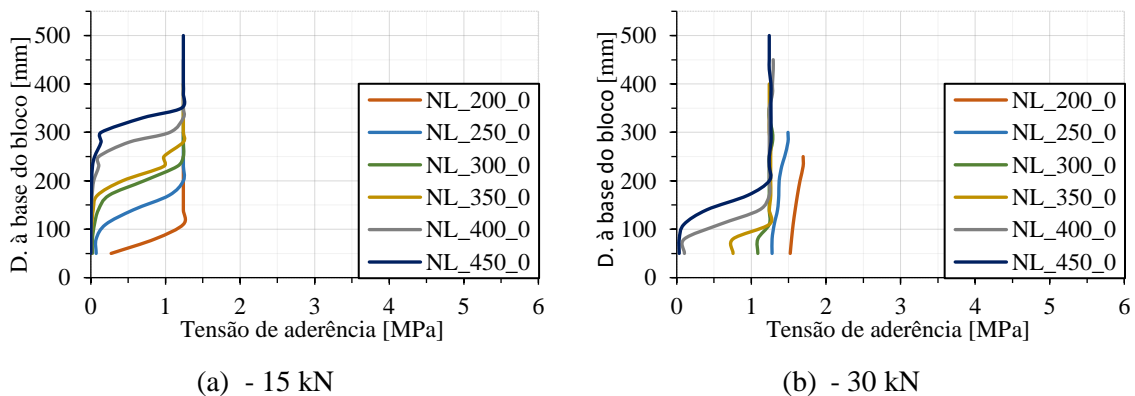


Figura 5.6 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 15 kN e 30 kN

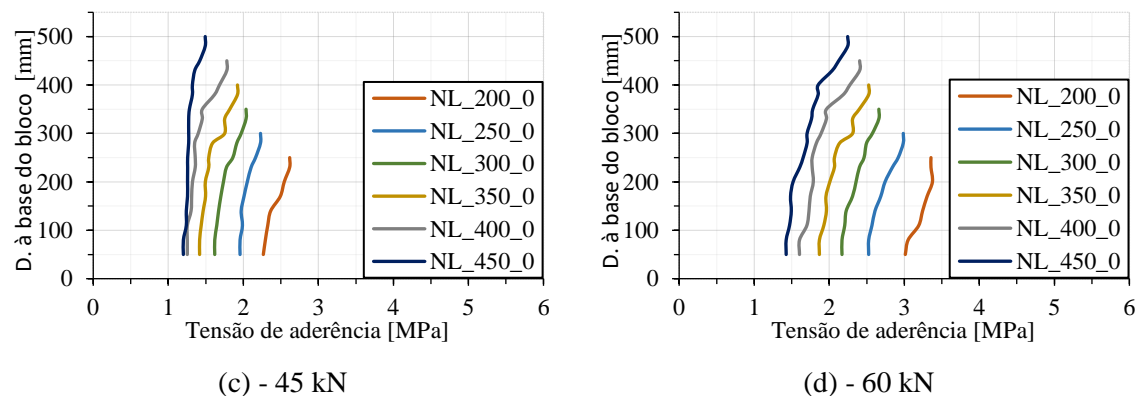


Figura 5.7 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 45 kN e 60 kN

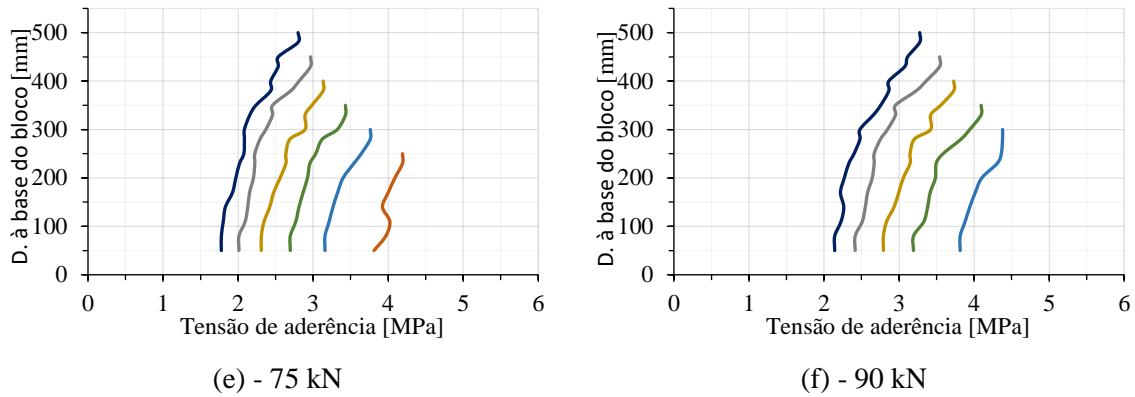


Figura 5.8 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para a força de 75 kN e 90 kN

Da Figura 5.6 é possível concluir que até se dar a perda da adesão a tensão tende a desenvolver-se da zona superior para a inferior, apresentando na sua generalidade uma distribuição uniforme em todos os comprimentos aderentes. Após se dar o escorregamento característico da perda de adesão as tensões tendem a desenvolver-se segundo um modelo elástico de tensões, sendo mais acentuada esta distribuição para maiores comprimentos de aderência. Estas ocorrências são as esperáveis mediante o que já tinha sido observado na secção 4.7.1.

### 5.3.2 Evolução das tensões no betão para o modelo NL\_350\_0

Após verificar as tensões de aderência ao longo do cordão, secção 5.3.1, é importante perceber a interligação que existe entre estas e as tensões que se desenvolvem no betão. Para o efeito, elaborou-se uma sequência de ilustrações relativas às tensões principais no betão para os 11 valores de força de arrancamento, (mínimo, intervalos de 15 kN e máximo), representando os valores máximos das tensões de tração e compressão. Os cortes da Figura 5.9 resultam da intersecção entre o modelo NL\_350\_0 e um plano (x,z) que passa no centro do provete. A escala de cores apresentada do lado esquerdo da figura diz respeito à força no cordão de pré-esforço e a do lado direito às tensões no betão.

Comparando as Figuras 5.6 (a) e 5.6 (b) com as Figuras 5.9 (b) e 5.9 (c) é possível verificar que as tensões no betão seguem o mesmo desenvolvimento das tensões de aderência, da zona superior para a inferior. A partir da perda da adesão, Figura 5.9 (d) nota-se uma ligeira difusão das tensões de tração na zona superior do provete, sendo que posteriormente as tensões tendem a desenvolver-se da zona inferior para a superior contrariando o modelo elástico de tensões visível a partir da Figura 5.9 (d).

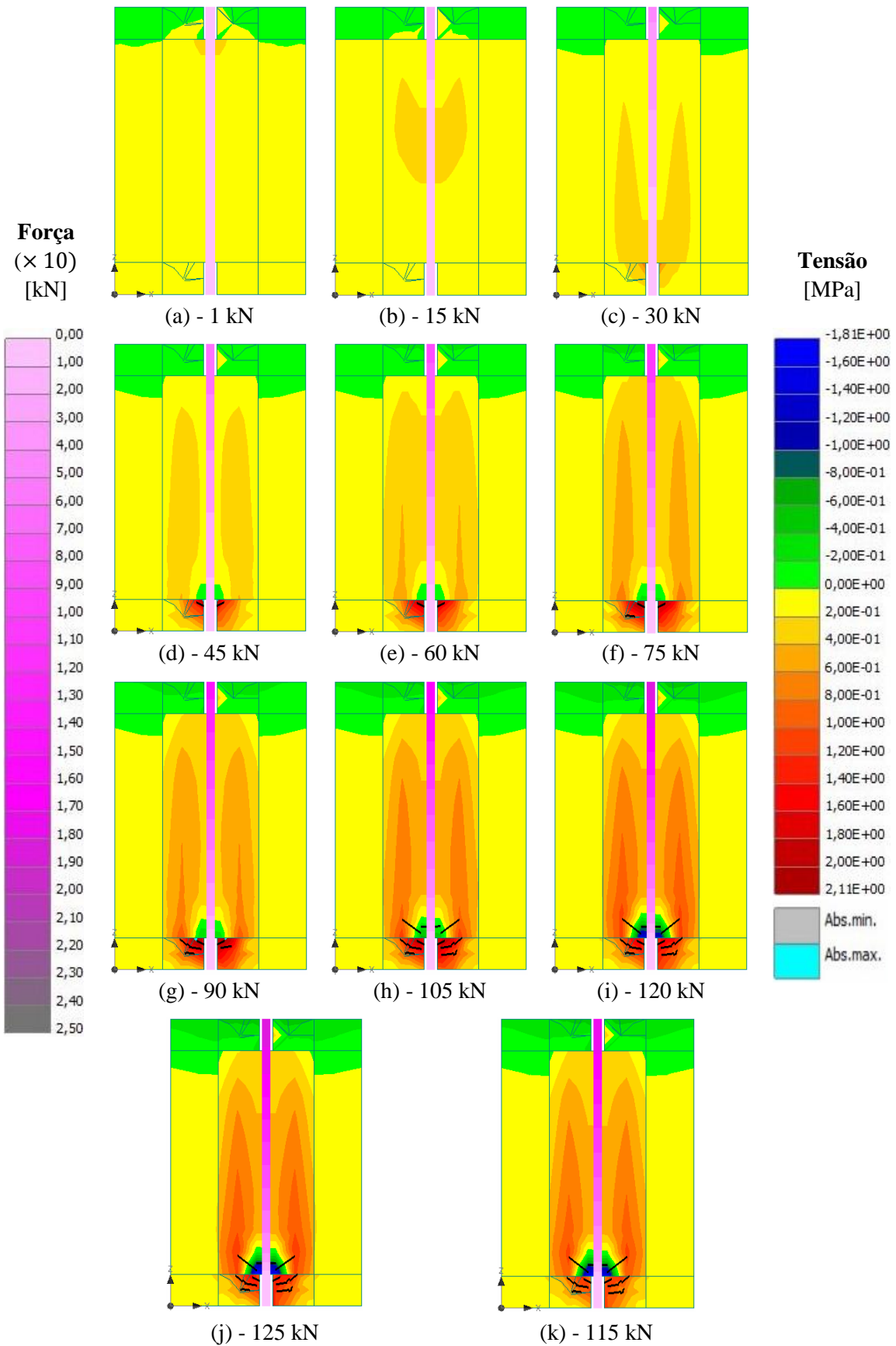


Figura 5.9 - Tensões principais no betão para o modelo NL\_350\_0 para vários estados da força de arrancamento

No mapa de fendilhação apresentado é visível que as primeiras fendas surgem após a perda da adesão na zona inferior do cordão e que estas tendem a aumentar com o aumento da força no cordão até a um valor de aproximadamente 100 kN. Nos restantes comprimentos aderentes, o início da fendilhação também corresponde ao instante de perda da adesão, contudo, a sua manifestação máxima sucede a 80 % da força máxima.

### 5.3.3 Comparação das tensões no betão para os vários comprimentos aderentes quando solicitada a força máxima

Na Figura 5.10 é ilustrado o corte dos modelos numéricos sujeitos à variação do comprimento aderente quando no cordão está instalada a força máxima.

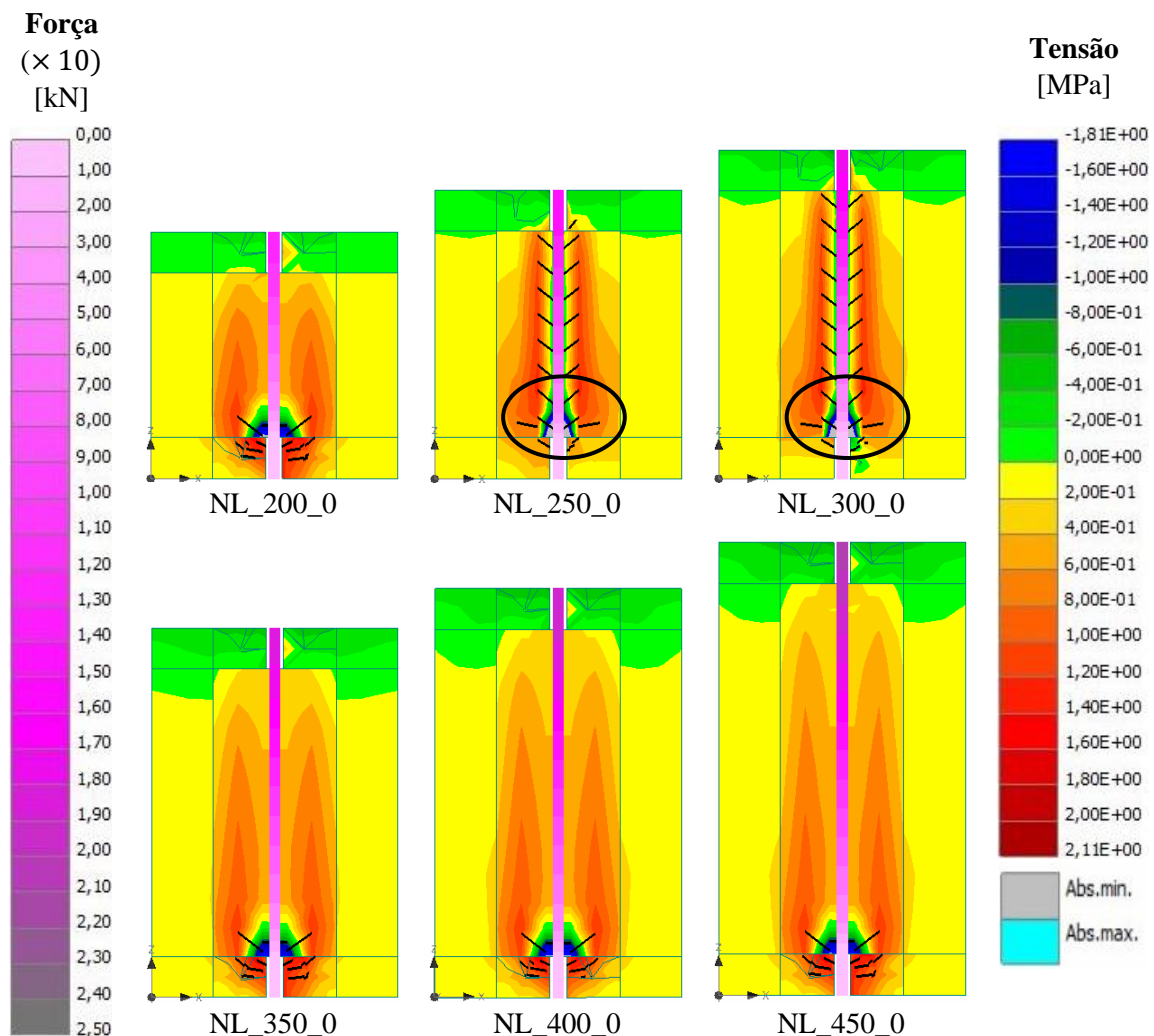


Figura 5.10 - Tensões principais no betão para os vários comprimentos aderentes quando no cordão se encontra instalada a força máxima

Nos modelos NL\_350\_0, NL\_400\_0 e NL\_450\_0 verificou-se que as tensões positivas no betão se desenvolvem a uma distância de 50 mm do eixo do cordão e apresentam o seu valor máximo na zona inferior. A dispersão de tensões segundo o eixo do cordão tende a desvanecer da zona inferior para a superior sendo praticamente zero quando atinge o início da zona aderente. Os modelos NL\_250\_0 e NL\_300\_0 apresentam uma difusão de tensões diferente dos anteriormente mencionados,

verificando-se o seu valor máximo a uma distância de 25 mm do eixo do cordão ao longo de todo o comprimento aderente. Este fenómeno deve-se ao aparecimento de fendas ao longo do eixo do cordão, provocando perda de resistência e conseqüente redistribuição de esforços. É ainda apreciável uma ligeira compressão na zona circundante do cordão de pré-esforço, ocorrência que só se verifica para estes modelos.

Em todos os modelos é visível uma compressão localizada em forma de cone na zona inferior do comprimento aderente sendo mais acentuada nos modelos NL\_250\_0 e NL\_300\_0, atingindo valores de -5,90 MPa e -6,37 MPa respetivamente.

Não se tecem considerações sobre o modelo NL\_200\_0 devido ao elevado erro apresentado na Tabela 5.2.

### 5.4 Estudo da Influência do Comprimento Aderente num Ensaio de Transferência e Arrancamento com Pré-esforço Constante

Os diagramas força-deslocamento referentes à variação do comprimento aderente mantendo a força de pré-esforço constante encontram-se ilustrados na Figura 5.11. As curvas TV\_400\_100 e TV\_500\_100 são apresentadas na seção 4.7.2.

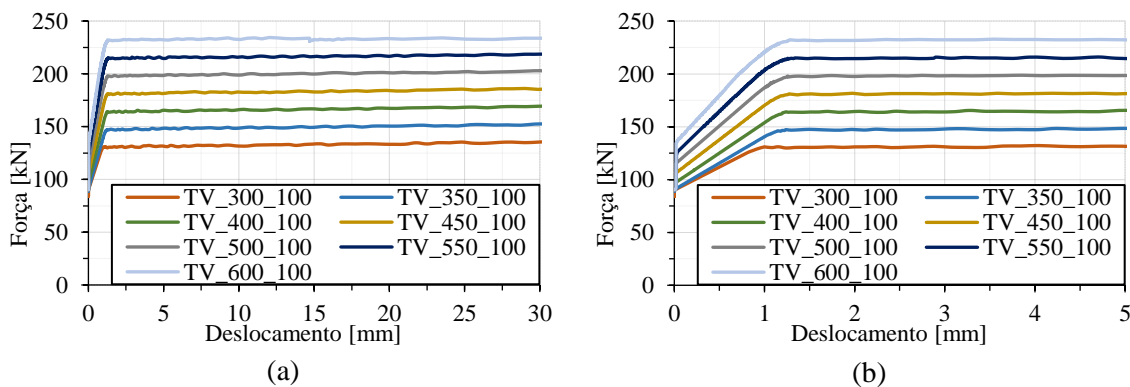


Figura 5.11 - Diagramas força-deslocamento para os vários comprimentos aderentes (TV\_“hef”\_100), (a) escala padrão e (b) ampliação do trecho inicial

A diferença entre as forças máximas atingidas nos diferentes modelos é de aproximadamente 17 kN mediante a variação de 50 mm no comprimento aderente. Comparativamente ao ensaio de arrancamento sem pré-esforço verifica-se um aumento de 3 kN para a mesma variação de comprimento aderente.

O erro relativo entre a força máxima obtida numericamente e a força quantifica através da expressão (2.8) encontra-se na Tabela 5.3. De uma forma genérica pode dizer-se que o erro aumenta com o aumento do comprimento aderente. Verifica-se, no entanto, um resultado diferente da tendência mencionada para o comprimento de 300 mm, sendo que a justificação para esta diferença prende-se com a proximidade da força de pré-esforço introduzida com a força máxima esperada para este



comprimento aderente. Neste caso em particular a mobilização das tensões de aderência após a transferência de pré-esforço são muito próximas do seu valor máximo, como se pode verificar nas Figuras 5.12 (a) e 5.12 (b). Com esta análise conclui-se que o valor mínimo para o comprimento aderente deve corresponder a uma força máxima expectável de pelo menos 25 % superior à do cordão de pré-esforço.

Tabela 5.3 - Afastamento da força máxima para os modelos TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100, relativamente à obtida pela expressão (2.8) a partir da lei de aderência introduzida, medida em %

C. Aderente [mm]	300	350	400	450	500	550	600
<b>Força calculada através da expressão (2.8) [kN]</b>	126	147	168	189	210	231	252
<b>Força máxima obtida nos modelos numéricos [kN]</b>	130	147	165	182	200	215	234
<b>Variação [%]</b>	3,1	0,1	1,8	3,7	4,8	7,0	7,2

A não utilização de comprimentos aderentes inferiores a 300 mm para o estudo paramétrico proposto nesta secção prende-se com o exposto anteriormente.

Na Tabela 5.4 é apresentado uma síntese das forças máximas entre os modelos com e sem pré-esforço.

Tabela 5.4 – Comparação da força máxima obtida entre os modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 e TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100

C. Aderente [mm]		300	350	400	450
<b>Força Máxima [kN]</b>	NL_“ $h_{ef}$ ”_0	110	124	138	152
	TV_“ $h_{ef}$ ”_100	130	147	165	182
<b>Variação [kN]</b>		20	23	27	30

Verifica-se que a introdução de pré-esforço para um sistema com o mesmo comprimento aderente permite um ganho de força máxima de pelo menos 18%. Este valor verifica-se para o comprimento aderente de 300 mm, sendo que, se forem realizados incrementos de 50 mm ao comprimento aderente ir-se-á obter um ganho acrescido de aproximadamente 1 %.

#### 5.4.1 Variação das tensões de aderência

As Figuras 5.12, 5.13 e 5.14 representam vários gráficos do desenvolvimento das tensões de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes quando o cordão de pré-esforço é solicitado por uma força de pré-esforço de 90 kN, 105 kN, 120 kN, 135 kN, 150 kN e 165 kN.

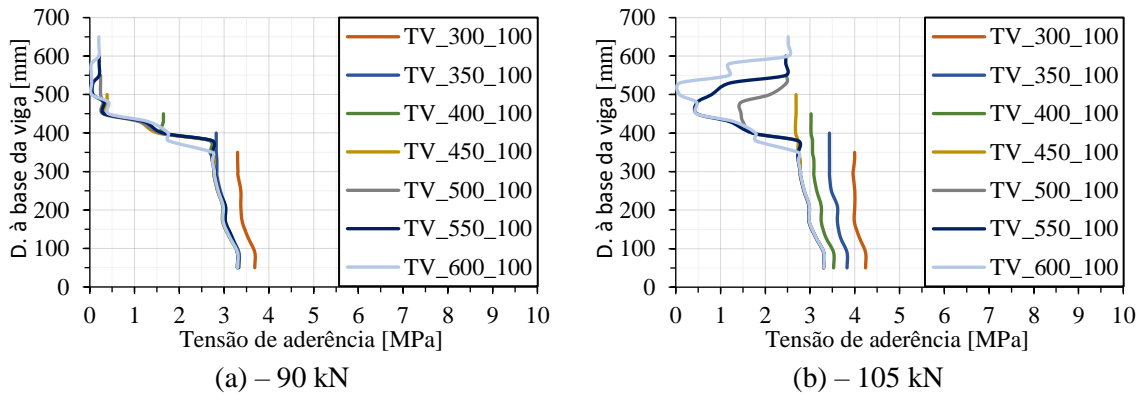


Figura 5.12 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV\_“her”\_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (a) 90 kN e (b) 105 kN

Na ilustração (a) da Figura 5.12 é possível verificar que à exceção do modelo TV\_300\_100, após a transferência de pré-esforço as tensões de aderência instalam-se no cordão de forma similar para a todos os comprimentos aderentes.

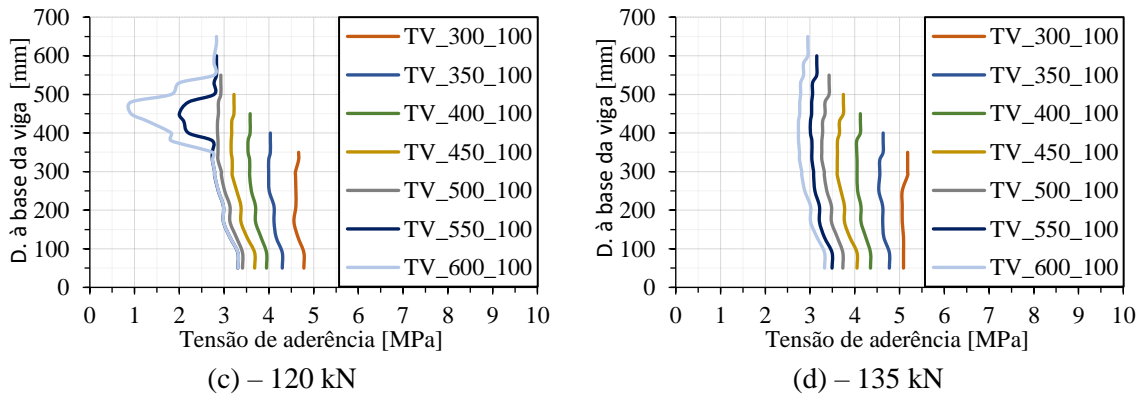


Figura 5.13 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV\_“her”\_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (c) 120 kN e (d) 135 kN

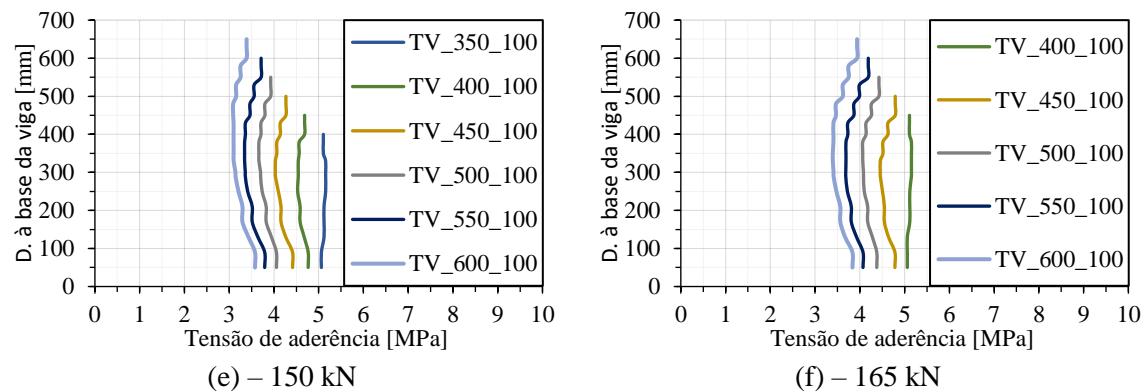


Figura 5.14 - Evolução da tensão de aderência ao longo dos vários comprimentos aderentes para os modelos TV\_“her”\_100 quando o cordão é solicitado por uma força de: (e) 150 kN e (f) 165 kN

Ao contrário do verificado na secção 5.3.1 as tensões de aderência nos modelos com introdução de força de pré-esforço desenvolvem-se da zona inferior para a superior. Constata-se ainda na Figura 5.12 (b) que para os comprimentos aderentes de 500 mm, 550 mm e 600 mm as tensões de aderência não foram ainda mobilizadas em todo o comprimento do cordão, sendo posteriormente mobilizadas da zona superior para a inferior.

### 5.4.2 Evolução das tensões no betão para o modelo TV\_400\_100

Já se verificou a existência de uma diferença na mobilização das tensões de aderência entre os modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 e TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100, sendo necessário verificar de que modo essa distinção afeta as tensões no betão. Na Figura 5.15 é apresentada a evolução das tensões no betão para o modelo TV\_400\_100.

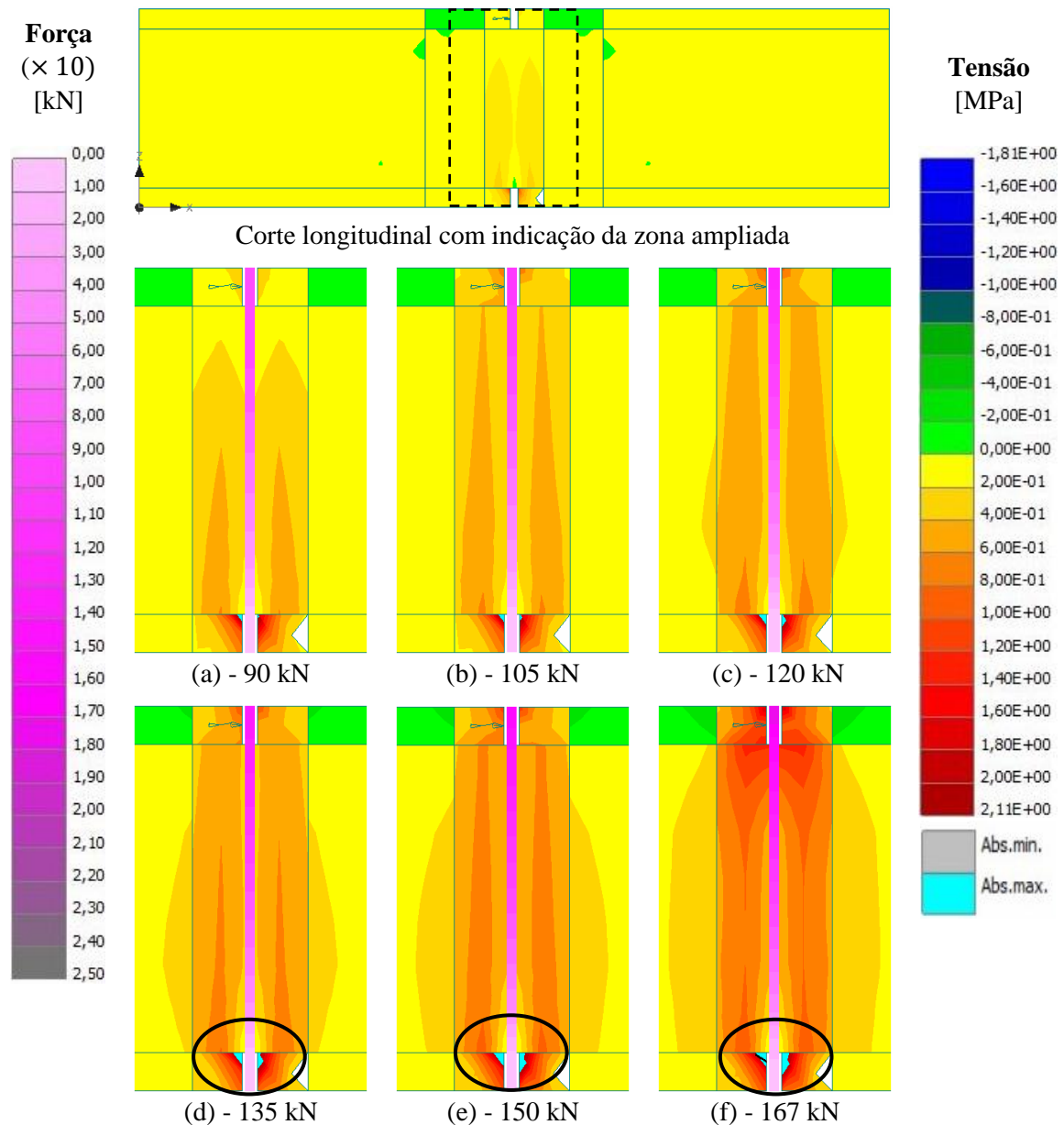


Figura 5.15 - Evolução das tensões principais no betão para o modelo TV\_400\_100

As imagens apresentadas são parte de um corte longitudinal na zona do furo. Optou-se por apresentar esta direção devido à maior concentração de tensões. A elevada dimensão dos modelos na direção (x) levou à consideração de apenas uma fração do corte do modelo com um comprimento de 300 mm, apresentado na figura a tracejado.

Após a transferência de pré-esforço as tensões de tração estão localizadas na zona inferior do betão corroborando o apreciado na secção anterior. Após a transferência, as tensões tendem a desenvolver-se da zona superior para a inferior. Contudo, como já existiam tensões instaladas inicialmente na zona inferior estas tendem a aumentar ligeiramente. Na Figura 5.15 (f) é possível verificar que quando atingida a força máxima as tensões são maiores na zona superior do que na zona inferior.

A diferença mais notória no desenvolvimento de tensões no betão dos modelos com pré-esforço para os sem pré-esforço é a ausência de compressões localizadas na zona inferior do cordão, ilustrado pelo círculo a negro presente nas imagens (d), (e) e (f). A utilização de pré-esforço permite ainda uma melhor distribuição de tensões no betão, que se traduz também por uma diminuição acentuada do mapa de fendilhação.

As escalas das tensões no betão foram alteradas de modo a ser possível comparar os resultados, contudo existe uma zona onde as tensões de tração atingem até um máximo de 4 MPa. Esse local encontra-se identificado por uma cor azul dentro dos círculos identificados a negro nas ilustrações (d), (e) e (f). Contudo, esta concentração localizada de tensões aparece numa zona de singularidade provocada por uma elevada discretização da malha, consequência da geometria circular do furo.

### **5.4.3 Comparação das tensões no betão para os vários comprimentos aderentes para a força máxima**

Na Figura 5.16 são apresentadas as tensões no betão para os vários comprimentos aderentes TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100, quando no cordão se encontra instalada a força máxima.

Das figuras apresentadas é possível concluir que qualquer que seja o comprimento aderente não se verifica a existência de fendilhação. Esta condição deve-se à melhor distribuição de tensões ao longo do cordão e ao facto das tensões de tração instaladas serem inferiores à resistência à tração de betão nestes modelos. Assim como na secção 5.3.3 as tensões tendem a desenvolver-se a aproximadamente 50 mm do eixo do cordão. É ainda observável que, com o aumento do comprimento aderente existe um acréscimo no valor das tensões de tração na zona superior, variando entre 0,80 MPa e 1,80 MPa.

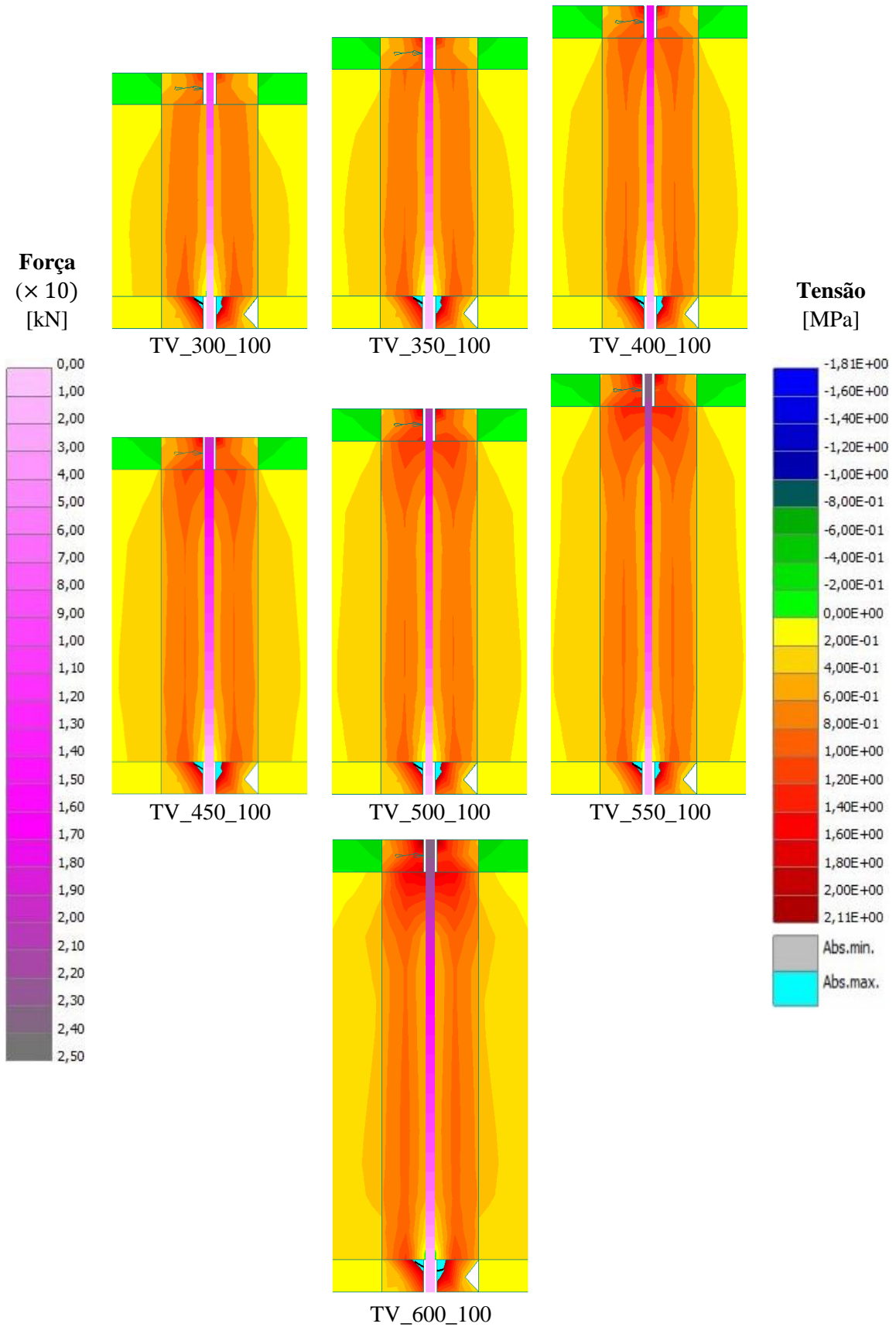


Figura 5.16 - Tensões principais no betão para os vários comprimentos aderentes quando no cordão se encontra instalada a força máxima, TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100

## 5.5 Estudo da Influência da Força de Pré-esforço

Os diagramas força-deslocamento relativos à variação da força de pré-esforço encontram-se ilustrados na Figura 5.17.

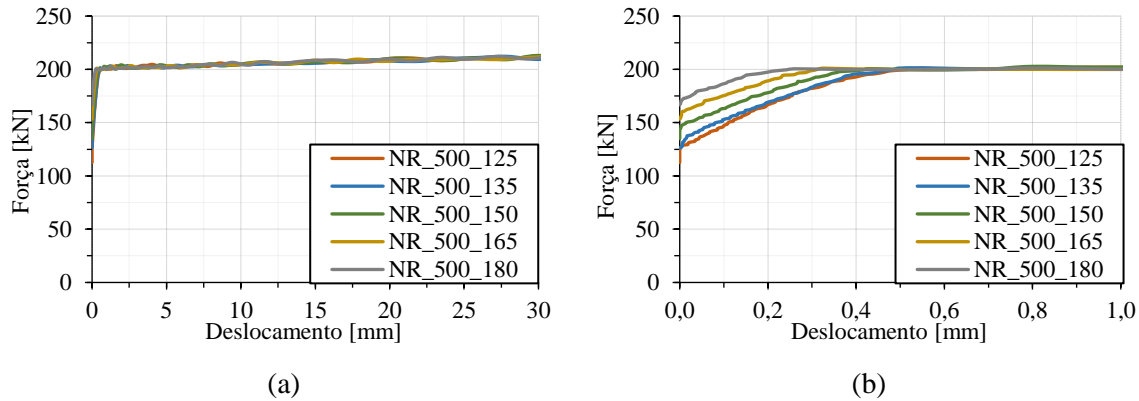


Figura 5.17 - Diagramas força-deslocamento para as várias forças de pré-esforço ( NR\_500\_“F<sub>p</sub>”), (a) escala padrão e (b) ampliação do troço inicial

Numa primeira análise é possível concluir que a variação da força de pré-esforço não produz acréscimo de resistência ao nível da força última. O valor máximo atingido é igual em todos os modelos, inclusive o modelo TV\_500\_100 apresentado na secção 5.4. Ao contrário dos ensaios com variação do comprimento aderente em que a força máxima é atingida sempre para o mesmo valor de deslocamento, nos ensaios com variação de força de pré-esforço é visível uma redução de aproximadamente 0,10 mm por cada aumento de 15 kN no instante em que se atinge o patamar de cedência.

Ao invés de se analisar a variação entre a força máxima atingida com a expectável, optou-se por apresentar o erro relativo do instante após a transmissão das forças de pré-esforço, Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Variação entre a força obtida e a expectável no instante após a transferência de pré-esforço dos modelos (NR\_500\_“F<sub>p</sub>”), medido em %

F. de pré-esforço [kN]	125	135	150	165	180
Varição [%]	0,80	1,48	3,33	3,64	5,00

A variação entre a força obtida e a expectável tende a aumentar com o aumento da força de pré-esforço, consequência da crescente proximidade entre a força instalada no cordão e a força máxima resistente para o comprimento aderente de 500 mm.

### 5.5.1 Variação das tensões de aderência

Na Figura 5.18, é possível observar o desenvolvimento das tensões de aderência ao longo do comprimento aderente do cordão no instante imediatamente após a transferência de pré-esforço.

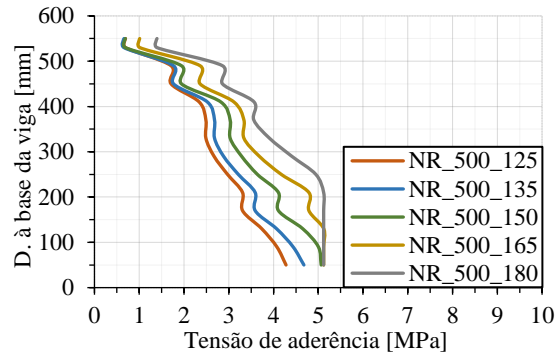


Figura 5.18 – Gráfico da tensão de aderência ao longo do comprimento aderente do cordão para os modelos NR\_500\_“F<sub>p</sub>” no instante imediatamente após a transferência de pré-esforço

Na utilização de forças de pré-esforço superiores a 150 kN, verifica-se a mobilização máxima da tensão de aderência na zona inferior do cordão. No caso particular do modelo NR\_500\_180 é possível observar que a mobilização máxima da tensão de aderência já se verifica até a uma distância de aproximadamente 250 mm da base inferior.

Para complementar esta análise e uma vez que a força máxima atingida é igual em todos os modelos optou-se por verificar o estado de tensões no betão imediatamente após a transferência de pré-esforço, Figura 5.19.

A introdução de maiores forças de pré-esforço tem como consequência o aumento do valor das tensões no betão com maior evidência na zona inferior. Constata-se ainda que a partir dos 150 kN existe uma maior dispersão de tensões por já se ter atingido a tensão de aderência máxima na zona inferior do cordão.

Não se apresenta o estudo de variação de tensões no betão ou da tensão de aderência ao longo do cordão para vários estados de solicitação de força pois os seus desenvolvimentos são muito idênticos ao modelo TV\_500\_100, apresentado na secção 5.4.

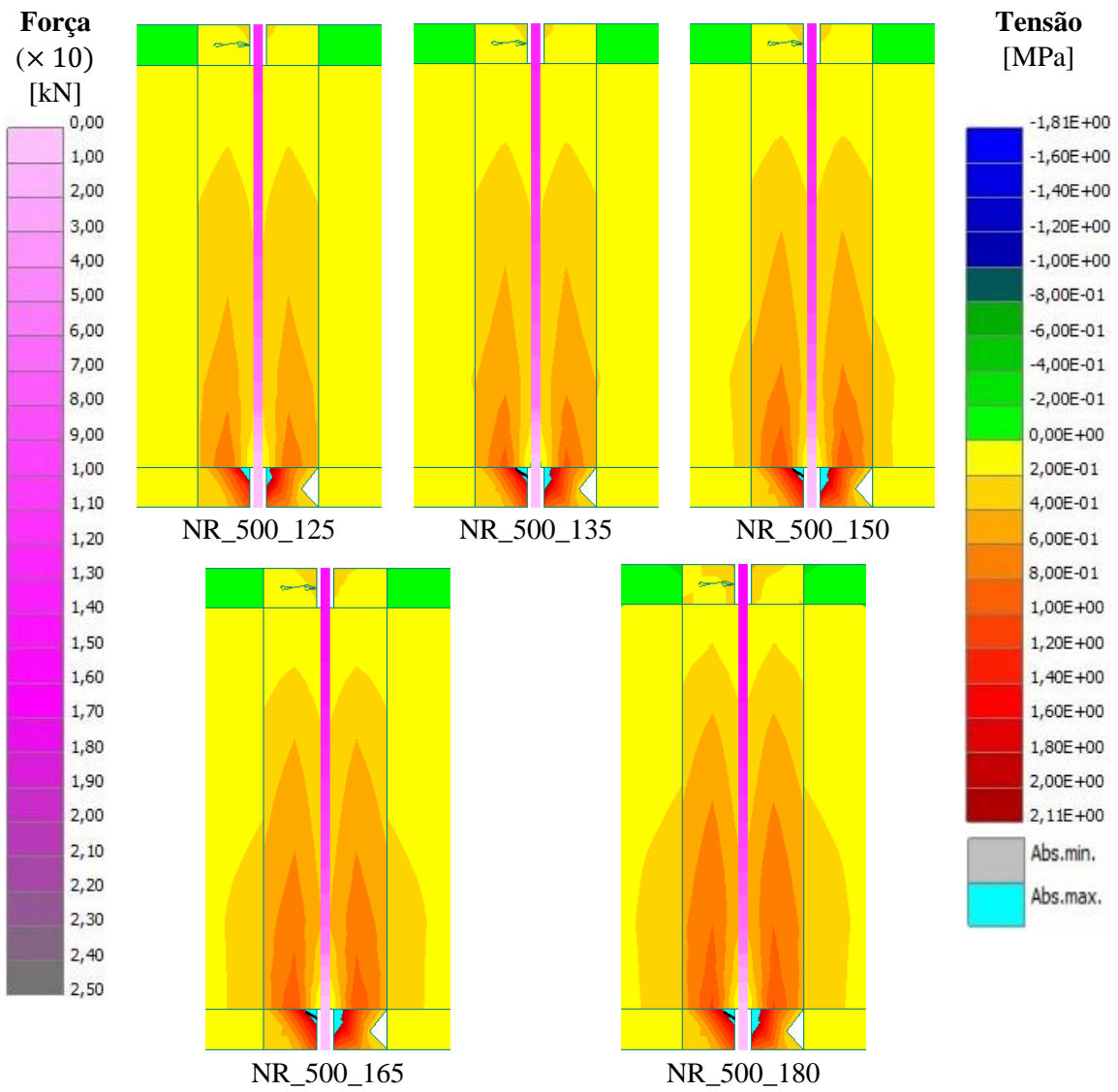


Figura 5.19 - Tensões no betão imediatamente após transferência de pré-esforço para os modelos NR\_500\_“F<sub>p</sub>”



## 6 Conclusões e Desenvolvimentos Futuros

### 6.1 Conclusões

Esta dissertação teve como principal objetivo o estudo das tensões no betão introduzidas por um sistema de pré-esforço pós-tensionado por aderência. Neste trabalho foram analisados três modelos numéricos em que se averiguou a influência do comprimento aderente e da força de pré-esforço.

Numa fase inicial procedeu-se à calibração dos modelos numéricos por meio de uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos. Modelou-se um ensaio de arrancamento e dois de transferência de pré-esforço e posterior arrancamento, onde se efetuou um estudo de sensibilidade à malha de elementos finitos, aos incrementos de carga e deslocamento para cada modelo. Foram ainda analisadas algumas disposições construtivas dos macroelementos de forma a minimizar os erros numéricos. O primeiro modelo numérico averiguou a influência do comprimento aderente num ensaio de arrancamento sem pré-esforço, o segundo teve em consideração a variação do comprimento aderente com a transferência de uma força de pré-esforço de 100 kN e o terceiro analisou a influência da variação da força de pré-esforço para um comprimento aderente constante de 500 mm.

Dos parâmetros utilizados para calibração o que apresentou mais relevância foi a lei de aderência, esta teve de ser reduzida 20 % para forçar a aproximação das curvas força-deslocamento dos modelos numéricos relativamente aos experimentais. Tentou-se resolver essa adversidade com o apoio técnico do *software*, sendo verificado a existência de algo anómalo. Até à data de entrega da presente dissertação não houve solução encontrada pelo apoio técnico.

Foi conseguido para os modelos calibrados uma aproximação satisfatória, sendo a variação do trabalho dos modelos numéricos sempre inferior a 10 %.

Após a calibração procedeu-se às análises de cinco modelos com variação do comprimento aderente (200 mm, 250 mm, 300 mm, 400 mm e 450 mm) sem pré-esforço, cinco modelos com variação do comprimento aderente (300 mm, 350 mm, 450 mm, 550 mm e 600 mm) com uma força de pré-esforço de 100 kN e três modelos com variação da força de pré-esforço (135 kN, 165 kN e 180 kN) para um comprimento aderente constante de 500 mm.

Para os modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 verificou-se um aumento na força última de aproximadamente 10 % por cada aumento de 50 mm no comprimento aderente, e uma redução do desenvolvimento do primeiro patamar de escorregamento característico da perda de adesão para comprimentos superiores a 400 mm. Para este tipo de ensaio a tensão de aderência tende a desenvolver-se em duas fases distintas, a primeira situa-se entre o início do ensaio de arrancamento e a perda de adesão, sendo a sua evolução uniforme desde a zona superior até à zona inferior, posteriormente aparenta um desenvolvimento segundo um modelo elástico de tensões. Até à perda da componente adesão as

tensões no betão tendem a desenvolver-se no sentido idêntico às tensões de aderência, em seguida desenvolvem-se da zona inferior para a superior apresentando os seus valores máximos junto à extremidade aderente inferior. O início da fendilhação coincide com o instante após a perda da adesão e apresenta o seu mapa máximo após se atingir 80 % da força máxima para qualquer que seja o modelo em análise. Verificou-se que para os modelos com comprimentos aderentes inferiores a 300 mm uma fendilhação excessiva na periferia de todo o comprimento do cordão, conduzindo a valores mais elevados de tensão no betão.

Do estudo paramétrico relativo aos modelos TV\_“ $h_{ef}$ ”\_100 verificou-se um aumento de 17 kN na força máxima mediante uma variação de 50 mm no comprimento aderente. Comparando com os modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 é possível constatar que a introdução de uma força de pré-esforço de 100 kN garante um aumento de 3 kN na força última para os mesmos comprimentos aderentes. O valor mínimo para o comprimento aderente quando instalada uma força de pré-esforço, deve corresponder a uma força máxima expectável calculada através da expressão (2.8), pelo menos 25 % superior à força de pré-esforço introduzida, por esta mesma razão desaconselha-se a utilização de comprimentos aderentes inferiores a 300 mm. Ao contrário dos modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 a introdução de uma força de pré-esforço permite que o desenvolvimento das tensões de aderência se mobilizem da zona inferior para a superior, contudo, não apresentam um desenvolvimento uniforme. Nos modelos de 550 mm e 600 mm só são mobilizadas as tensões de aderência em todo o cordão aos 125 kN e 135 kN respetivamente, isto implica que o escorregamento do cordão não se inicie nos 100 kN como inicialmente previsto. As tensões no betão aparentam ter uma melhor distribuição espacial relativamente aos modelos NL\_“ $h_{ef}$ ”\_0 fazendo-se notar até aproximadamente 100 mm do cordão. Verifica-se ainda que nestes modelos as tensões máximas surgem junto ao início da zona aderente superior, aumentando ligeiramente com o aumento do comprimento aderente. A fendilhação é praticamente inexistente para todos os modelos em análise, contudo, acredita-se que esta ausência de fendilhação possa ser consequência da maior capacidade resistente do betão nestes modelos.

Para os modelos NR\_500\_“ $F_p$ ” não se verificou alterações significativas relativamente ao modelo TV\_500\_100, ainda assim, foi possível observar uma redução do escorregamento do cordão no valor de 0,10 mm por cada aumento de 15 kN na força de pré-esforço, para o instante em que se atinge a força máxima. É visível ainda que com o aumento da força de pré-esforço também aumenta as tensões positivas no betão na zona aderente inferior.

Segundo o método em estudo, conclui-se que a força máxima varia com o aumento do comprimento aderente e que a utilização de uma força de pré-esforço permite uma melhor distribuição das tensões de tração no betão.

## 6.2 Desenvolvimentos Futuros

Conforme foi sucintamente explicado no capítulo (4) a calibração da lei de aderência apresentou alguns inconvenientes. Posto isto, recomenda-se aos trabalhos vindouros a utilização de um modelo de interface mais realista do comportamento real do agente adesivo.

Recomenda-se para futuras campanhas experimentais a colocação estratégica do macaco hidráulico, do macaco mecânico e dos defletómetros, de modo a não interferir na leitura dos resultados tentando-se obter um patamar de cedência consistente.

Ao longo do estudo desenvolvido foi perceptível que a maior resistência do mecanismo aderente é dada pelas componentes atrito e ação mecânica. Por forma a exponenciar estas componentes sugere-se, a utilização de fios ou cordões indentados, barras de pré-esforço e testar outros materiais adesivos.

Sugere-se ainda a elaboração de uma campanha experimental com o intuito de verificar qual o comprimento aderente mínimo para uma determinada força de pré-esforço. Verificando-se, se de facto se deve garantir uma colocação da força de pré-esforço pelo menos 25 % inferior à força máxima quantifica pelo modelo uniforme de tensões.



## Referências bibliográficas

- [1] D. Faria, “Reforço de Lajes de Betão Armado Usando Pós-Tensão com Ancoragens por Aderência,” Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2011.
- [2] N. Lage, “Estudo do Comportamento de Ancoragens de Pré-Esforço por Aderência,” Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2018.
- [3] T. Vilhena, “Estudo do Comportamento de Ancoragens de Pré-esforço por Aderência em Ensaaios Monotónicos e Cíclicos,” Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2018.
- [4] N. Ribeiro, “Efeito da Força de Pré-esforço Inicial no Comportamento de Ancoragens de Pré-esforço por Aderência,” Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2018.
- [5] FCT UNL and V. Lúcio, “Sistema de Pós-Tensão com Ancoragens por Aderência para Estruturas de Betão,” Patente PT 103785 A, 2009.
- [6] Federation Internacional du Beton, “Model Code 2010, First Complete Draft,” fib Bulletins N°55, 2010.
- [7] Federation Internacional du Beton, “Model Code 2010, First Complete Draft,” fib Bulletins N°56, 2010.
- [8] I. P. da Qualidade, “NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios,” 2010.
- [9] A. Ramos and V. Lúcio, “Apresentações das aulas teóricas da disciplina de Estruturas de Betão Armado II cap.13,” Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2018.
- [10] S. P. Gross and N. H. Burns, “Transfer and Development Length of 15.2 mm (0.6 in.) Diameter Prestressing Strand in High Performance Concrete: Results of the Hoblitzell-Buckner Beam Tests,” *Int. J. Eng. Sci. Emerg. Technol.*, vol. 2, no. July, 1995.
- [11] R. A. Cook, R. Eligehausen, and J. J. Appl, “Overview: Behavior of Adhesive Bonded Anchors,” *Beton- und Stahlbetonbau*, vol. 102, pp. 16–21, 2007.
- [12] H. Fernandes, “Sistemas de Ancoragem de Cordões de Aço de Alta Resistência por Aderência,” Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade

Nova de Lisboa, Lisboa, 2011.

- [13] H. Muhaj, T. Vilhena, C. Marchão, V. Lúcio, and A. R. Gião, “Anchorage of adhesive post-installed prestressing steel strands under monotonic and cyclic pull-out loads,” Documento interno ainda não publicado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2018.
- [14] R. W. Barnes, N. H. Burns, and M. E. Kreger, “Development Length of 0.6-inch Prestressing Strand in Standard I-Shaped Pretensioned Concrete Beams,” Research Report 1388-1, Bureau of Engineering Research, The University of Texas at Austin, December, 1999.
- [15] S. Laldji, “Bond Characteristics of Prestressing Strand in Grout,” Thesis Submitted for a Degree of Master of Philosophy, University of Leicester, Leicester, 1987.
- [16] B. W. Russell and N. H. Burns, “Design Guidelines for Transfer, Development and Debonding of Large Diameter Seven Wire Strands in Pretensioned Concrete Girders,” Research Report No. 1210-5F, Bureau of Engineering Research, The University of Texas at Austin, January, 1993.
- [17] V. Briere, K. A. Harries, J. Kasan, and C. Hager, “Dilation behavior of seven-wire prestressing strand-The Hoyer effect,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 40, pp. 650–658, 2013.
- [18] N. K. Raju, *Prestressed Concrete, 4th Ed.* New Delhi: Tata McGraw-Hill, 2007.
- [19] C. D. Buckner, “A Review of Strand Development Length for Pretensioned Concrete Members,” *PCI J.*, vol. 40, no. 2, pp. 84–105, 1995.
- [20] P. Liong, “Transfer of Prestress by Pretensioned Wire Tendons,” Thesis Submitted for a Degree of Master, Curtin University of Technology, Bentley, 1993.
- [21] C. N. Dang, C. D. Murray, R. W. Floyd, W. M. Hale, and J. R. Martí-vargas, “Analysis of bond stress distribution for prestressing strand by standard test for strand bond,” *Eng. Struct.*, vol. 72, pp. 152–159, 2014.
- [22] R. A. Cook, J. Kunz, W. Funchs, and R. C. Konz, “Behavior and Design of Single Adhesive Anchors under Tensile Load in Uncracked Concrete,” *ACI Struct. J.*, vol. 95, no. 1, pp. 9–25, 1998.
- [23] R. A. Cook, F. E. Fagundo, and M. H. Biller, “Tensile Behavior and Design of Adhesive-Bonded Anchors and Dowels,” *Transp. Res. Rec.*, no. 1392, pp. 126–133, 1993.
- [24] R. A. Cook, “Behavior of Chemically Bonded Anchors,” *J. Struct. Eng.*, vol. 119, no. 9, pp. 2744–2762, 1993.

- [25] V. Červenka, L. Jendele, and J. Červenka, *ATENA Program Documentation Part 1 Theory*. Praga: Červenka Consulting s.r.o, 2016.
- [26] D. A. Hordijk, “Local Approach to Fatigue of Concrete,” Doctoral Thesis, University of Delft, Delft, 1991.
- [27] A. Hillerborg, M. Modéer, and P. E. Petersson, “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements,” *Cem. Concr. Res.*, vol. 6, no. 6, pp. 773–782, 1976.
- [28] G. . Jang and M. Van, “Multiaxial strain-softening of concrete - Part I: Fracture,” *Mater. Struct.*, vol. 19, no. 3, pp. 179–190, 1986.
- [29] P. Dobromil and Č. Jan, *ATENA Program Documentation Part 11 Troubleshooting Manual*. Praga: Červenka Consulting s.r.o., 2018.
- [30] G. . Doerr and R. . Klingner, “Adhesive Anchors: Behavior and Spacing Requirements,” Research Report 1126-2, Center for Transportation Research, The University of Texas at Austin, March, 1989.
- [31] T. Zenk and M. Roessle, *Injection System Hilti HIT-RE 500 v3*. 2017.
- [32] G. Moreira, “Avaliação da Rigidez de Flexão de Ligações de Betão Armado Pré-Fabricado,” Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa, 2016.