

広島大学学術情報リポジトリ  
Hiroshima University Institutional Repository

Title	算数の文章題を対象とした問題演習支援機能の実現
Author(s)	平嶋, 宗; 河野, 隆宏; 柏原, 昭博; 豊田, 順一
Citation	電子情報通信学会論文誌 A , J75-A (2) : 296 - 304
Issue Date	1992-02-25
DOI	
Self DOI	
URL	<a href="http://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/00045762">http://ir.lib.hiroshima-u.ac.jp/00045762</a>
Right	Copyright (c) 1992 IEICE
Relation	



算数の文章題を対象とした問題演習支援機能の実現

正員 平嶋 宗<sup>†</sup>      非会員 河野 隆宏<sup>†</sup>  
 正員 柏原 昭博<sup>†</sup>      正員 豊田 順一<sup>†</sup>

Development of Support Facilities for Exercising Arithmetical Word Problems in ITS

Tsukasa HIRASHIMA<sup>†</sup>, Member, Takahiro KOHNO<sup>†</sup>, Nonmember,  
 Akihiro KASHIHARA<sup>†</sup> and Jun'ichi TOYODA<sup>†</sup>, Members

あらまし 算数の文章題の問題解決においては、解法を同定するまでの過程が最も重要となる。従って、問題解決、問題生成、問題解説といった ITS における問題演習支援のための基本機能を、解法の同定に関する支援を指向して設計・開発する必要がある。本論文では、問題解決モデル MIPS に基づいてこれら三つの基本機能をそれぞれ実現した、問題解決モジュール、問題生成モジュール、問題解説モジュール、について述べた。問題解決モジュールは、算数の文章題を解けるだけでなく、解法の同定過程に関する記述を生成することができる。また、問題生成モジュールは、解法の同定過程に関する指定に応じた問題を生成することができる。更に、問題解説モジュールは、解法の同定の支援を目的として、基本的な問題と応用問題の解法の同定に関する等価性を指摘する問題解説を生成することができる。

キーワード：ITS, 問題演習, 問題解決, 問題生成, 問題解説

1. ま え が き

学生の問題解決能力の向上を図るためには、単に問題解決に必要な解法を獲得させるだけでなく、問題解決を繰り返し行わせることによって、解法の用い方に習熟させることが非常に重要となる。このため、問題演習支援システムの高度化は、ITS (Intelligent Tutoring System) に関する研究において、最重要課題の一つとなっている<sup>(1),(2)</sup>。

問題演習支援のために必要不可欠な基本機能として、問題解決機能、問題生成機能、問題解説機能を挙げることができる。問題解決機能は、単に解答を導けるだけでなく、教育行動の生成・決定に有用となる問題解決過程に関する記述を生成できなければならない。また、問題生成機能は、学生の学習進度や学習目標に応じた柔軟な出題を行うために不可欠である。更に、個々の問題を解くためにはどのようにすればよいかを説明する問題解説機能は、問題解決を支援するための最も基本的な機能であるということができる。こ

れらの機能の高度化に関係した研究は、これまでも盛んに行われており、さまざまな成果が報告されている<sup>(1)~(6)</sup>。しかしながら、これらの多くは、計算問題等の十分定式化された問題を扱っており、算数の文章題等のように問題を定式化する過程が重要な役割を占めている問題領域に対しては、十分な研究が行われているとは言えなかった<sup>(6)~(8)</sup>。

ツルカメ算等の算数の文章題の問題解決においては、問題を定式化し解法を同定するまでの過程が最も重要となる。従って、この解法を同定するまでの過程に重点をおいて問題演習支援のための機能を設計・開発する必要がある。問題解決機能は、各問題に対する解法の同定過程に関する記述を生成することができなければならない。また、問題生成機能は、「解法を同定するために、このような操作が必要となる問題を生成したい」といった解法の同定過程に関する指定に対応できることが求められる。更に、問題解説機能に対しては、生成する問題解説が特に解法の同定を支援するものとなっていることが要求される。

本論文では、これらのツルカメ算等の算数の文章題を対象とした問題演習支援のための基本機能を実現するために、筆者らが既に提案している問題解決モデル

<sup>†</sup> 大阪大学産業科学研究所, 茨木市  
 The Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka  
 University, Ibaraki-shi, 567 Japan

MIPS (Model of Indexing in Problem Solving)<sup>(9)~(11)</sup>に基づいて設計・開発した三つのモジュール、問題解決モジュール、問題生成モジュール、問題解説モジュール、について述べる<sup>(9)</sup>。MIPSは、算数の文章題等の問題解決における解法の同定過程を、問題の構造化と生成した問題構造をインデックスとする解法の検索として表現した概念的なモデルである。問題解決モジュールは、解答を導くだけでなく、MIPSの枠組みに沿って、解法を同定するまでに必要となる問題構造化に関する記述（以下では、問題モデルと呼ぶ）を生成することができる。また、問題生成モジュールは、解法を同定するまでに行わせたい問題構造化に関する指定に応じた問題を、問題解決モジュールが行う問題解決のほぼ逆の過程で行うことができる。生成された問題については、問題解決と同様に問題モデルを得ることができる。

また、算数の文章題の問題演習においては、基本的な問題が解けるにもかかわらず、同じ解法が適用可能な応用問題が解けないといった学生が多く見受けられる。このような学生に対しては、解法の同定に関する問題間の等価性についての解説が有効であると考えられる。本論文で述べる問題解説モジュールでは、問題モデルに基づいて、学生が解けない応用問題と学生が解決可能な基本的な問題（以下では基本問題と呼ぶ）との問題構造の対応関係、あるいは差異およびそれを解消するために必要となる構造化操作等に関する説明を生成することができる。

以下本論文では、2.においてMIPSの概要とMIPSに基づく問題解決モジュールについて述べ、更に、3.において問題生成モジュールについて述べる。また、4.では問題モデルに基づく問題解説について述べる。最後に、5.ではむすびと今後の課題について述べる。

## 2. 問題解決モジュール

本章では、MIPSの概要と、MIPSに基づく問題解決を計算機上で実現した問題解決モジュールについて述べる。

### 2.1 問題解決モデル MIPS

#### 2.1.1 問題解決過程のモデル表現<sup>(9)~(11)</sup>

MIPSでは、解法が適用可能であるために必要となる問題構造を表現した解法側のインデックスを解法インデックス、そして問題より生成される問題構造を問題理解ネットワークと呼び、ともにネットワーク表現している。解法の同定過程は、まず、問題に現れてい

る値や関係のみで構成された問題理解ネットワーク（以下では、初期問題理解ネットワークと呼ぶ）を生成し、それに対して問題構造化操作を加えることにより、解法インデックスを含む問題理解ネットワークを生成することとして表現される。問題構造化操作には、(1)概念の抽象化操作、(2)常識的知識を用いた基本関係の付加操作、(3)関係式を用いた基本関係の付加操作、の三つがある。ここで、基本関係とは、オブジェクトに相当する概念、そのオブジェクトの属性に相当する概念、および属性値の三つの要素の組として表されるネットワークの基本単位であり、例えば、ツルをオブジェクト、足の本数を属性、属性値を2とする基本関係は、「ツルの足は2本である」ことを表現している。また、常識的知識を用いた基本関係の付加操作とは、「ツルの足は2本である」といった常識的に固定された属性値をもつ基本関係に関する知識（以下では、単に常識的知識と呼ぶ）をそのまま問題理解ネットワークに付加する操作である。関係式を用いた基本関係の付加操作は、「クラスの生徒の総得点はクラスの生徒の人数とクラスの生徒の平均点の積として求めることができる」といった基本関係間の演算関係についての知識（以下では単に関係式と呼ぶ）を用いて、必要な基本関係を生成・付加する操作である。

#### 2.1.2 問題の次数

MIPSでは、解法を同定するために概念の抽象化操作のみが必要となる（つまり、基本関係の付加操作を必要としない）問題理解ネットワークを0次問題理解ネットワークと呼び、それを初期問題理解ネットワークとする問題を0次問題と呼ぶ。同様に、常識的知識を用いた基本関係の付加操作が必要となる問題理解ネットワークを1次問題理解ネットワークと呼び、それを初期問題理解ネットワークとする問題を1次問題、更に、関係式を用いた基本関係の付加操作が必要となる場合には、それぞれ2次問題理解ネットワーク、2次問題と呼ぶ。1次、2次の問題および問題理解ネットワークは、それぞれ必要な基本関係の付加操作を加えることにより、0次の問題あるいは問題理解ネットワークに変換することができる。

図1にツルカメ算の各次数の問題例を示し、更に図2にツルカメ算の解法の最も基本的な解法インデックスを示した。図1(b)の問題では、図2の解法インデックスに対応する問題理解ネットワークを生成するために、ツルの足の本数、カメの足の本数に関する基本関係を付加する必要がある。図1(c)の問題では、ツ

ツルとカメが全部で50匹います。  
 ツルの足の本数は2本です。カメの足の本数は4本です。  
 ツルとカメの足の総本数は140本です。  
 ツルは何匹いるでしょう？カメは何匹いるでしょう？  
 (a) A zeroth-order problem.

ツルとカメが全部で50匹います。  
 ツルとカメの足の総本数は140本です。  
 ツルは何匹いるでしょう？カメは何匹いるでしょう？  
 (b) A first-order problem.

クラスの生徒の人数は40人です。  
 クラスの生徒のテストの平均点は69点でした。  
 男子のテストの平均点は65点でした。  
 女子のテストの平均点は75点でした。  
 男子は何人ですか？女子は何人ですか？  
 (c) A second-order problem.

図1 問題例  
 Fig. 1 Examples of problems.

```
ISM( atr(set([ツル,カメ]),[ツル,カメ],[V1,known]),
    atr(set([ツル,カメ]),足,[V2,known]),
    atr(set(ツル),ツル,[V3,answer]),
    atr(set(カメ),カメ,[V4,answer]),
    atr(ツル,足,2), atr(カメ,足,4),
    union(set([ツル,カメ]),[set(ツル),set(カメ)]) ).
```

図2 ツルカメ算の解法の解法インデックスの一例  
 Fig. 2 An example of ISM (Index of Solution Method).

ツルとカメの足の総本数に相当するクラスの生徒の総得点に関する基本関係が不足しており、クラスの生徒の人数とクラスの生徒の平均点からクラスの生徒の総得点を求める関係式を用いた基本関係の付加が必要となる。

2.1.3 解法インデックスの階層構造

MIPS では、一つの解法についての適用条件を抽象度の異なる解法インデックスの階層構造<sup>(9)-(11)</sup>として表現している。各問題がそれぞれの解法インデックスに属するか、つまり最も少ない概念の抽象化操作によって照合することができる解法インデックスがどれであるかは、各問題を構成している概念の違いをとらえており、問題を分類する一つの手段として用いることができる。例えば、図2の解法インデックスにはツルとカメの足の本数に関する問題しか属さないが、ツルとカメを動物に、2本・4本を整数本に、それぞれ抽象化した解法インデックスには、キジとイヌやタコとイカの足の本数に関する問題も属することになる。更に、同じ解法で解決される二つの問題が共通に属する解法インデックスは、それらの問題を等価なものとしてとらえることができる抽象レベルを表現しているとも見ることができ、この解法インデックスを介することにより、問題間の対応関係を知ることができる。

```
[V5,known]×[V3,answer] = [V7,unknown]
[V6,known]×[V4,answer] = [V8,unknown]
[V7,unknown] + [V8,unknown] = [V2,known]
[V3,answer] + [V4,answer] = [V1,known]
```

図3 ツルカメ算の解法の汎用解法インデックスが表している数値関係  
 Fig. 3 The numerical relation in the most general ISM of crane-turtle method.

2.1.4 汎用解法インデックス

MIPS では、概念および数値間の意味的な関係ではなく、解法が適用できるために問題が含んでいなければならない数値関係のみによって表現した解法インデックスを特に汎用解法インデックスと呼ぶ。例えば、ツルカメ算の解法は、図3のような数値関係が成立している問題に対して適用可能であり<sup>†</sup>、従って、ツルカメ算の汎用解法インデックスは、この数値関係を表現したものとなる<sup>††</sup>。汎用解法インデックスは概念に依存しない表現となっており、他の解法インデックスよりも抽象度が高いと言える。従って、MIPSにおいては、汎用解法インデックスを解法インデックスの階層構造の最上位としており、共通の上位概念として適当なものをもたない問題同士は、汎用解法インデックスを介して対応づけることができる。

また、この汎用解法インデックスの数値関係を満たすために必要となる数値が明示的にそろっている問題理解ネットワークは、0次問題理解ネットワークであると言うことができる。本問題解決モジュールにおける0次問題理解ネットワークの生成では、この汎用解法インデックスを利用している。

2.2 問題解決モジュールの枠組み

問題解決モジュールによる問題解決過程は、図4に概念的に示したように、(1)初期問題理解ネットワーク (raw PUN) の生成、(2)0次問題理解ネットワー

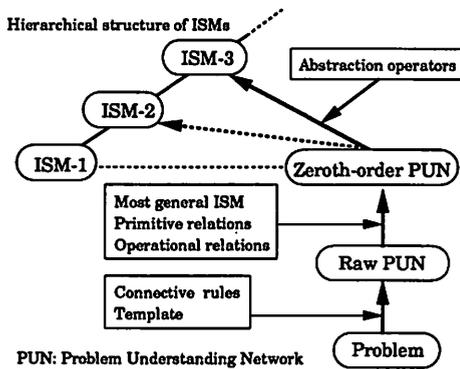
† 図3中の known, unknown, answer はそれぞれ、既知でなければならない、未知でよい、解となる、といった数値の状態を指定している。この数値関係は、 $X, Y$  を未知数とした次の方程式として表現することができる。

$$aX + bY = m, \quad X + Y = n$$

( $a, b, m, n$  は既知数とする。図3と対応づけると、 $X:V3, Y:V4, a:V5, b:V6, m:V2, n:V1, aX:V7, bY:V8$ )

この方程式を解く際に行われる操作のうち、代入、移項等の代数的な操作を除いた残りの算術的演算操作  $[(m-bn)/(a-b) \rightarrow X, n - X \rightarrow Y]$  がツルカメ算の解法の実行部に対応している。

†† 図3は図2と異なり本問題解決モジュールで扱われている具体的な記述を示すものではないが、意味的には汎用解法インデックスと等価なものを表現している。以下本論文では、説明を簡明に行うために、この表現を汎用解法インデックスの表現として用いる。



PUN: Problem Understanding Network

図4 問題解決の処理手順

Fig. 4 Processing flow of problem solving.

クの生成、(3) 解法インデックスの同定、の三つの段階に分けることができる。初期問題理解ネットワークの生成は、自然言語で記述された問題文をシステム側で取扱い可能な問題理解ネットワークの記述に変換する段階であり、1文を基本関係に変換するテンプレートと、基本関係間を結合する結合則が用いられる。0次問題理解ネットワークの生成は、まずある解法を候補として設定し、その解法の0次問題理解ネットワークに相当する問題理解ネットワークの生成を試みる段階である。この段階では、問題理解ネットワークが0次問題理解ネットワークとなっているかどうかを判定するために汎用解法インデックス (most general ISM) を用い、更に基本関係を付加する必要がある場合は常識的知識 (primitive relation) や関係式 (operational relation) を用いる。解法インデックスの同定は、問題より生成された0次問題理解ネットワークとシステム側に用意された解法インデックスとを、概念の抽象化操作を用いて照合することにより行う。

### 2.3 初期問題理解ネットワークの生成

問題解決モジュールを実現するためには、まず、自然言語で入力された問題文を内部処理可能なネットワーク表現に変換することが必要となる。本モジュールでは、1文が一つの基本関係に対応するように制限された問題文を扱う。従って、ツルカメ算の最も典型的な問題は、図1(b)のように四つの入力文により記述されなければならない。

初期問題理解ネットワークの生成は、(1) 基本関係の生成、(2) 基本関係間の結合、の二つの段階に分けることができる。基本関係の生成では、テンプレートを用いて一つの問題文より一つの基本関係を生成する。図1(b)の各問題文から、それぞれ図5の(1)

- (1)  $\text{atr}(\text{set}(\{\{\text{ツル, カメ}\}, \{\text{ツル, カメ}\}, 50)$
- (2)  $\text{atr}(\text{set}(\{\{\text{ツル, カメ}\}, \text{足}, 140)$
- (3)  $\text{atr}(\text{set}(\{\text{ツル}, \text{ツル}, \{\text{Ans1}, \text{answer}\})$
- (4)  $\text{atr}(\text{set}(\{\text{カメ}\}, \text{カメ}, \{\text{Ans2}, \text{answer}\})$
- (5)  $\text{union}(\text{set}(\{\{\text{ツル, カメ}\}), \{\text{set}(\{\text{ツル}\}, \text{set}(\{\text{カメ}\}))$

図5 初期問題理解ネットワーク

Fig. 5 A raw PUN (Problem Understanding Network).

~(4)の四つの基本関係が生成される。

問題文がすべて基本関係に変換されると、続いて基本関係間の結合を行う。一つの入力文より一つの基本関係を生成する方法では、生成されたそれぞれの基本関係間の結び付きは明らかになっていない。初期問題理解ネットワークを生成するためには、一つの問題より生成された基本関係をすべて一つのネットワークに結合する必要がある。本問題解決モジュールでは、(結合則1) 二つの基本関係において、一方のオブジェクトに相当する概念と、もう一方の属性に相当する概念が同じものを表している場合、それぞれ共通の概念において結合されていると判定する、(結合則2) 二つの基本関係において、両方のオブジェクトに相当する概念が同じものを表している場合、それぞれに共通の概念において基本関係が結合されていると判定する、(結合則3) 集合を表す概念間に集合演算関係が存在すれば、集合演算関係を付加することができる、という三つの結合則を用いて基本関係の結合を行っている。すべての基本関係が一つのネットワークに結合していることが確かめられた時点で、初期問題理解ネットワークが生成されたとする。

例えば、図5の基本関係(1)と基本関係(2)は結合則2より結合しているとみなすことができる。更に、図5(5)の集合演算関係を加えることにより、基本関係(1)と基本関係(3)、基本関係(4)を結合することができる。このような操作の結果、図1(b)の問題より、図5に示された五つの基本関係で構成された初期問題理解ネットワークが生成される。

### 2.4 0次問題理解ネットワークの生成

0次問題理解ネットワークの生成過程は、(1) 解法候補の選択、(2) 問題理解ネットワークと汎用解法インデックスの照合、(3) 問題理解ネットワークに対する基本関係の付加、の三つの段階に分けることができる。本モジュールでは、用意された解法を総当り的に候補とする方法で解法候補の選択を行っている(現在、用意されているのはツルカメ算の解法等のグレインサ

イズ<sup>(1)</sup>の大きな解法のみである)。これをより効率的に行うためには、インスタンスの種類やネットワーク中の基本関係の数、あるいは教育行動の文脈等に基づいて候補の対象を絞り込む方法が考えられるが、これについては今後の課題である。

問題理解ネットワークと汎用解法インデックスの照合は、解法が適用可能であるために不足している基本関係とその付加方法を明らかにするために行うものであり、問題理解ネットワークより汎用解法インデックスが表現している数値関係を生成できるかどうか検討することによって行う。このためにまず、汎用解法インデックスの示す数値関係中の変数の部分に対して問題理解ネットワーク中の基本関係を割り当てることによって、基本関係間の演算関係を生成する。図5の初期問題理解ネットワークを構成している基本関係をツルカメ算の汎用解法インデックスの数値関係(図3)に割り当てた場合の一例が図6(a)である。

次に、ここで生成された演算関係が妥当なものであるかどうかを、あらかじめシステムに用意しておいた基本関係間の演算関係に関する知識である関係式を用いて検討する。この際、生成された演算関係において変数のままとっていた部分については、あてはめられた関係式に従って基本関係の代入を行う。例えば、図6(a)の最初の演算関係に対して、[動物Aの足の本数] × [動物Aの匹数] = [動物A全部の足の本数]、といった関係式をあてはめることによって、V5に「ツルの足の本数」、V7に「ツル全部の足の本数」の基本

$$\begin{aligned} [V5, \text{known}] \times [\text{ツルの匹数, answer}] &= [V7, \text{unknown}] \\ [V6, \text{known}] \times [\text{カメの匹数, answer}] &= [V8, \text{unknown}] \\ [V7, \text{unknown}] + [V8, \text{unknown}] \\ &= [\text{ツルとカメの足の総本数, known}] \\ [\text{ツルの匹数, answer}] + [\text{カメの匹数, answer}] \\ &= [\text{ツルとカメの匹数, known}] \end{aligned}$$

(a) An assignment for the most general ISM.

$$\begin{aligned} [\text{ツルの足の本数, incomplete}] \times [\text{ツルの匹数, answer}] \\ &= [\text{ツル全部の足の本数, unknown}] \\ [\text{カメの足の本数, incomplete}] \times [\text{カメの匹数, answer}] \\ &= [\text{カメ全部の足の本数, unknown}] \\ [\text{ツルの足の総本数, unknown}] + [\text{カメの足の総本数, unknown}] \\ &= [\text{足の総本数, known}] \\ [\text{ツルの匹数, answer}] + [\text{カメの匹数, answer}] \\ &= [\text{ツルとカメの匹数, known}] \end{aligned}$$

(b) Check of the assignment by using domain knowledge.

図6 0次問題理解ネットワークの生成

Fig. 6 An example of the generation of a zeroth-order PUN.

関係を代入することができる。このようにして、初期問題理解ネットワークより生成された演算関係中のすべての変数を基本関係に置き換える。すべての変数を基本関係に置き換えることができない場合には、関係式を用いた検討をやり直す。用いる関係式がなくなった場合には、基本関係の割当てをやり直す。

次に、置き換えられた基本関係について、数値の状態が汎用解法インデックスにおける指定と適合しているかどうかを調べる。V7に代入された「ツル全部の足の本数」については、問題理解ネットワーク中に存在しない値であるが、汎用解法インデックスにおける値の指定がunknownとなっているので適合している。ところが、V5に代入された「ツルの足の本数」も問題理解ネットワーク中に存在しない値であるが、値の指定がknownとなっており、適合していない。従って、この問題理解ネットワークに汎用解法インデックスの数値関係を生成するために必要な値が欠けていることが明らかとなる。

どの基本関係についての値をknownにすれば汎用解法インデックスとの照合に成功するかが明らかになれば(このときの値の状態をincompleteと呼ぶ)、その値をknownにすることによってincompleteな状態の解消を試みる。まず、常識的知識をそのまま用いてincompleteの解消を試みる。これに失敗した場合には、関係式を用いることによって、問題理解ネットワーク中に明示されている値、あるいは常識的知識より直接得られる値からの必要な値の生成が可能かどうかを検討する。すべてのincompleteを解消することができれば、問題理解ネットワークと汎用解法インデックスとの照合に成功したことになる。この際に用いられた常識的知識や関係式を用いて基本関係を付加することによって0次問題理解ネットワークを生成することができる。

図6(b)の場合、ツルの足の本数とカメの足の本数についてincompleteであり、これらの値は常識的知識を用いて直接knownにすることができる。従って、この問題は1次問題であり、初期問題理解ネットワークに対してツルの足の本数、カメの足の本数についての基本関係を付加することにより0次問題理解ネットワークが生成できる。

## 2.5 解法インデックスの同定

解法インデックスの同定は、0次問題理解ネットワークと解法インデックスを照合する段階である。各解法ごとに用意された解法インデックスの階層構造中の

抽象度の低いものから順に、概念の抽象化操作を用いて0次問題理解ネットワークと照合できるかどうかを調べる。このようにして同定された解法インデックスは、システムのもつ解法インデックスのうち最も0次問題理解ネットワークに近いものであるということが出来る。この解法インデックスを同定することにより、解法インデックスの階層構造を介して同じ解法で解くことのできる他の問題との対応関係を明らかにすることができる。

現在設定されている解法インデックスの階層構造は、図2の解法インデックスを徐々に抽象化し、ツルカメを動物に抽象化したもの、更に2本4本を整数本に抽象化したもの、等で構成された分岐をもたない単純なものとなっている。しかしながら、問題生成においては、生成する問題を規定するものとして重要であり、今後更に検討を要すると考えられる。問題生成と解法インデックスの階層構造との関係については、3.2で更に述べる。

### 2.6 問題モデル

本問題解決モジュールで問題解決を行うことにより、解法、その解法を同定するために用いられた問題構造化操作、およびシステムのもつ解法インデックスのうち問題と最も近い解法インデックス、で構成される問題モデルが生成される。この記述は、解法の同定に関して問題を規定していると言える。この問題モデルと同じ表現レベルで記述された要求仕様（以下では問題仕様と呼ぶ）を入力とした問題生成については、3.で述べる。また、問題モデルに基づく問題解説については、4.で述べる。

## 3. 問題生成モジュール

ここでは、図4の問題解決過程のほぼ逆の過程で問題を生成する問題生成モジュールについて述べ、更に、問題生成と解法インデックスの階層構造との関連について述べる。

### 3.1 問題生成

問題仕様が、問題モデルと同様な情報を含んでいる場合には、問題解決のほぼ逆の過程で問題を生成することができる。問題仕様が問題モデルと同様な情報を含んでいない場合には、問題生成モジュールが欠落した情報を補って問題モデルを構築しつつ問題を生成する。本問題生成モジュールでは現在、少なくとも解法インデックスおよび必要となる問題構造化操作の種類（これは問題の次数の指定と等価である）を問題仕様と

して与えれば問題を生成可能である。

本問題生成モジュールによる問題生成は、(1)0次問題理解ネットワークの生成、(2)初期問題理解ネットワークの生成、(3)初期問題理解ネットワークの自然言語への変換、の三つの段階に分けることができる。初期問題理解ネットワークの自然言語への変換は、現在のところテンプレートを用いた単純なものしか行っていないので、ここでは他の二つの過程について述べる。

0次問題理解ネットワークの生成では、まず、解法インデックス中の概念を概念の抽象化操作を逆に用いてインスタンスに置き換える。更に、ネットワーク中の変数に対して、必要に応じて値の代入を行う。この代入は、常識的知識や汎用解法インデックスの数値関係に基づいて行う。この二つの処理により、0次問題理解ネットワークが生成される。

次に、初期問題理解ネットワークの生成を行う。0次問題を生成する場合には、0次問題理解ネットワークがそのまま初期問題理解ネットワークとなる。1次問題を生成する場合には、常識的知識を用いた基本関係の付加操作により付加可能な基本関係を探し、その基本関係を削除することにより1次問題理解ネットワークを生成し、これを初期問題理解ネットワークとする。

2次問題を生成するためには、2次問題理解ネットワークを生成する必要がある。まず、関係式を用いた基本関係の付加操作により新しい基本関係を付加する。そしてこのとき用いられ、しかもこの新しい基本関係が付加されたことによって、削除した場合でも再び付加することが可能な基本関係があればそれを削除する。例えば、図1(c)の問題についての0次問題理解ネットワークでは、クラスの生徒の総得点とクラスの生徒の人数が明らかとなっている。この問題理解ネットワークに対して関係式を用いた基本関係の付加操作を行うことによって、クラスの生徒の平均点に関する基本関係を付加することができる。このときクラスの生徒の人数およびクラスの生徒の総得点は、どちらか一方の削除であれば再び付加可能である。このような基本関係の削除を行うことによって、2次問題理解ネットワークを生成することができる。図1(c)の2次問題は、クラスの生徒の総得点に関する基本関係を削除した場合の問題となっている。

### 3.2 問題生成と解法インデックスの階層構造

本問題生成モジュールでは、ある問題（これを問題

aとする)と同様の対応関係を基本問題に対してもつ問題(これを問題bとする)の生成を、問題aについての問題モデルに記述された解法インデックス(これを解法インデックス1とする)に属する問題の生成として行うことができる。このとき、問題aと問題bは、解法インデックス1を介して基本問題と同様な対応関係をもつことになる。また、解法インデックス1の上位に存在する解法インデックスに属する問題を生成することは、解法インデックス1に属する問題に比べて、抽象度の高い解法インデックスにおいてしか基本問題との対応関係をとらえることができず、基本問題との対応付けのより困難な問題を生成することとなる。

このように、生成する問題の解法の同定に関する難易度のある程度解法インデックスの階層構造に基づいて制御することができる。従って、解法インデックスの階層構造は、出題戦略を構築する上で非常に重要と言える。また、問題の難易度を変えるもう一つの方法として問題の次数の変更が考えられる。これらのことを考慮した出題戦略の構築および解法インデックスの階層構造の設定については、現在のところ十分検討されていないが、問題演習支援システムを構築する上で最も重要な課題の一つである。

#### 4. 問題解説モジュール

同一の解法で解ける問題は、その解法についての0次問題に変換することができる。更に、0次問題同士は、解法インデックスの階層構造中の共通の上位解法インデックスを介して対応づけることができる。MIPSの枠組みにおいては、このようにして同一の解法で解ける問題間の対応関係を明らかにすることができる。これらの対応付けに必要な情報は、問題モデルと解法インデックスの階層構造より得ることができる。以下本章では、図1(a)のような解法に関する最も基本的な0次問題を基本問題と設定し、基本問題と解説の対象となる問題(以下では対象問題と呼ぶ)との対応関係を指摘する問題解説について述べる。

##### 4.1 0次, 1次問題に対する解説

0次問題を対象問題として問題解説を生成する場合、まず、その対象問題が属している解法インデックスと基本問題の解法インデックスとの両者に共通の上位解法インデックスを解法インデックスの階層構造中で発見する。この上位解法インデックスを介することにより、対象問題の問題構造のどの部分が基本問題の問題構造のどの部分と対応しているかが明らかとな

る。このようにして明らかとなった対応関係に基づいて、本問題解説モジュールでは次のような問題解説を行う。

- (1) 基本問題の提示。
- (2) インスタンス間の対応関係の指摘。
- (3) 基本関係間の対応関係の指摘。
- (4) 上位の基本関係を用いた基本関係間の対応関係の説明(但し、適当な上位概念が存在しない場合には行わない)。
- (5) 両方の問題が汎用解法インデックスの数値関係を含んでいることの指摘。

1次問題を0次問題にするためには、常識的知識を用いた基本関係の付加操作が必要となる。しかしながら、一般には改めて基本関係の付加についての説明を行う必要がないほど自明な場合が多いので、現在のと

タコとイカが合わせて20匹います。  
タコとイカの足の本数は合わせて180本です。  
タコは何匹ですか? イカは何匹ですか?

(a) A problem of octopus and cuttlefish.

\*\*\* この問題は次の問題と同じ解法で解けます。 \*\*\*

ツルとカメが合わせて10匹います。  
ツルとカメの足の本数は合わせて30本です。  
ツルの足の本数は2本です。カメの足の本数は4本です。  
ツルは何匹ですか? カメは何匹ですか?

\*\*\* これらの問題は次のように対応付けることができます。 \*\*\*

- (1) 「ツル」と「タコ」
- (2) 「カメ」と「イカ」
- (3) 「ツルの足が2本」と「タコの足が8本」
- (4) 「カメの足が4本」と「イカの足が10本」
- (5) 「ツルとカメが10匹」と「タコとイカが20匹」
- (6) 「ツルとカメの足が30本」と「タコとイカの足が180本」
- (7) 「ツルの匹数を求める」と「タコの匹数を求める」
- (8) 「カメの匹数を求める」と「イカの匹数を求める」

\*\*\* これらの対応は次のように説明できます。 \*\*\*

- (1)はどちらも「動物」であるので対応している。
- (2)はどちらも「動物」であるので対応している。
- (3)はどちらも「動物の体の部分が整数本」であるので対応している。
- (4)はどちらも「動物の体の部分が整数本」であるので対応している。
- (5)はどちらも「異なる動物の匹数が整数匹」であるので対応している。
- (6)はどちらも「異なる動物の体の部分の総数が整数」であるので対応している。
- (7)はどちらも「動物の匹数を求めている」ので対応している。
- (8)はどちらも「動物の匹数を求めている」ので対応している。

\*\*\* 両方の問題は同じような数値関係を持っています。 \*\*\*

「タコの足の本数」と「タコの匹数」と「タコの足の総本数」の関係は「ツルの足の本数」と「ツルの匹数」と「ツルの足の総本数」の関係に対応します。

(タコの足の本数)×(タコの匹数)=(タコの足の総本数)

(ツルの足の本数)×(ツルの匹数)=(ツルの足の総本数)

「イカの足の本数」と「イカの匹数」と「イカの足の総本数」の関係は「カメの足の本数」と「カメの匹数」と「カメの足の総本数」の関係に対応します。

...

(b) An example of problem explanation.

図7 0次・1次問題に対する問題解説  
Fig. 7 Problem explanation for zeroth-order or first-order problems.

ころ本問題解説モジュールでは、1次問題を対象問題とする場合にも、0次問題と同様な問題解説を行っている。しかしながら、必要な常識的知識をもっていない場合等が考えられるので、1次問題に対する解説を更に検討する必要がある。

問題解説の出力例を図7(b)に示した。これは、図7(a)のタコとイカに関する1次問題に対する問題解説となっている。

#### 4.2 2次問題に対する問題解説

2次問題を対象問題とする場合、4.1で述べた問題解説を行う前段階として、基本問題と対応していない部分の指摘と、対応付け可能な問題への変換を行う。基本問題にあつて対象問題に欠けている基本関係、および基本関係を付加するために用いられた関係式は、問題モデルより知ることができる。また、変換された問題は、基本関係の付加操作を対象問題の問題理解ネットワークに加えて、それを初期問題理解ネットワークとして問題文に変換することによって生成することができる。本問題解説モジュールでは、2次問題に対して次のような問題解説を行うことができる。

- (1) 基本問題の提示。
- (2) 基本問題にあつて対象問題に欠けている基本関係の指摘。
- (3) 付加しなければならない基本関係の指摘。
- (4) 基本関係を付加するために必要となる操作の指摘。
- (5) 基本関係の付加によって生成された問題の提示。

図1(c)の問題に対する問題解説の出力例を図8に示した。図1(c)はツルカメ算の解法を用いて解決可能な2次問題であり、問題変換によって生成された問題は、最初の2次問題では明示されていなかった生徒の総得点が明示された0次問題となっている。

#### 4.3 各モジュールの位置付け

問題の解説が必要となる場合として、学生から解説要求と共に対象となる問題が提示される場合と、出題した問題についての解説を要求される場合が考えられる。前者の場合には、問題解決モジュールで問題解決を行い、それに伴って生成される問題モデルに基づいた問題解説を行うことができる。後者の場合には、問題生成モジュールが問題生成に伴って生成した問題モデルに基づいた問題解説を行うことができる。従って、これら三つのモジュールの関係は、図9のように表現することができる。問題モデルを中心に考えると、問

\*\*\* 次の点で対応していません。 \*\*\*  
 この問題には基本問題の「ツルとカメの足の総本数」に対応するものがない。  
 基本問題にはこの問題の「クラスの生徒の平均点」に対応するものがない。  
 「クラスの生徒の総得点」がわかっているならば「ツルとカメの足の総本数」と対応します。

\*\*\* 「クラスの生徒の総得点」は次のようにして求められます \*\*\*  
 (クラスの生徒の平均点) × (クラスの生徒の人数)  
 = (クラスの生徒の総得点)  
 $69 \times 40 = 2760$

\*\*\* この値を用いて問題を次のように書き直すことができます。 \*\*\*  
 クラスの生徒の人数は40人です。  
 クラスの生徒のテストの総得点は2760点でした。  
 男子のテストの平均点は65点でした。  
 女子のテストの平均点は75点でした。  
 男子は何人ですか？ 女子は何人ですか？

\*\*\* この問題は基本問題と対応付けることができます。 \*\*\*

図8 2次問題に対する問題解説

Fig.8 Problem explanation for second-order problems.

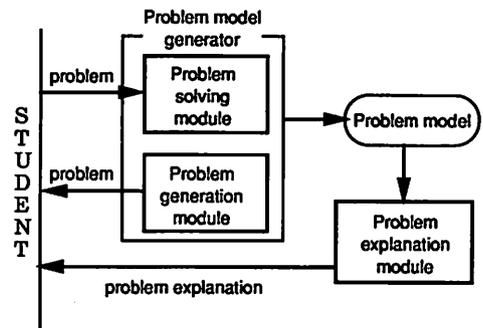


図9 各モジュールの位置付け

Fig.9 Configuration of the three modules.

題解決モジュールと問題生成モジュールは取り扱う問題についての問題モデルを生成する機構と見ることができる。また、問題解説モジュールは、問題モデルに基づいて具体的な教育的行動を生成するモジュールの一つと見ることができる。

## 5. むすび

本論文では、ツルカメ算等の算数の文章題を対象領域として、問題解決モデル MIPS に基づいて実現された問題解決モジュール、問題生成モジュールと、問題解決および問題生成の結果として生成される問題モデルに基づいて同じ解法で解決される問題間の対応関係を指摘する問題解説モジュールについて述べた。これら三つのモジュールのもつ機能は、算数の文章題等の解法同定過程が重要となる問題領域における問題演習支援に適したものとなっており、これらのモジュール

を適切に運用する枠組みを作成することによって、算数の文章題等を対象とした問題演習支援システムの高度化が可能となる。現在これら三つのモジュールは、サンマイクロシステムズ社の SPARC-station 上の C-PROLOG によりインプリメントされている。

今後、これらのモジュールを基本とした問題演習支援システムの設計・開発を行う予定であるが、主な課題として、問題解説モジュールおよび問題生成モジュールの運用法を明らかにすることと、解法自体の理解を支援する機能の実現が挙げられる。生成可能な問題解説を学生に対してすべて提示するのは明らかに冗長であり、適当な時点で適当なだけの解説を行う方法を考えなければならない。また、本問題生成モジュールの特徴をいかにするためには、解法を同定するために必要となる問題構造化操作の差に注目した出題が行えるようにしなければならない。従って、問題解説、問題生成の機能を ITS において運用するためには、まず問題解説戦略および出題戦略の作成が不可欠であり、更に、その運用を効率的に行うためには、どのような情報を提供する学生モデルが必要であるのか、およびその学生モデルをどのように生成するのかを検討しなければならない。

また、解法をよりグレインサイズの小さな解法に分解したり、それを組み立てたりすることは、解法自体の理解を深めるために非常に有用であると考えられる。MIPS ではこれを問題解決過程の逆コンパイル・コンパイルとして表現している<sup>(9)-(11)</sup>。このコンパイル・逆コンパイルの過程に関する説明を生成する機能の実現も問題解決能力の向上を図るためには不可欠であると考えられる。

**謝辞** 本研究を進める上で有益な御討論を頂いた、豊田研究室の皆様、ならびに大阪大学産業科学研究所 ITS 研究グループのメンバーに深謝致します。

#### 文 献

- (1) Wenger E.: "Artificial Intelligence and Tutoring Systems", Morgan Kaufmann (1987).
- (2) 大槻説乎, 山本米雄, 保原 信, 山村陽一編: "小特集知的 CAI の動向", 情報処理, 29, 11, pp. 1254-1315 (1988).
- (3) 竹内 章, 大槻説乎: "摂動法による学習者モデル形成と教授知識について", 情処学論, 28, 1, pp. 54-63 (1987).
- (4) 岡本敏雄, 松田 昇: "幾何論証の学習世界における知的 CAI の構成について", 情処学論, 29, 3, pp. 311-324 (1988).
- (5) 山本米雄, 柏原昭博: "知識定着を目的とした開放型 CAI のモデル化", 信学論 (D-II), J72-D-II, 9, pp. 1459-1471 (1989-09).
- (6) 平島 宗, 河野隆宏, 中村祐一, 溝口理一郎, 豊田順一:

"問題理解モデルの実現と ITS への応用—問題解説と問題生成", 人工知能学会研究資料, SIG-KBS-8905-7, pp. 49-56 (1990).

- (7) 柏原昭博, 平島 宗, 中村祐一, 豊田順一: "ITS を指向した説明機能のための対象理解モデル", 人工知能学会研究会資料, SIG-KBS-9001-8, pp. 51-58 (1990).
- (8) 小西達裕, 伊東幸宏, 高木 朗, 小原啓義: "ICAI における知識の成立原理の教示と対象世界のシミュレーション", 信学論 (D-II), J73-D-II, 7, pp. 1007-1018 (1990-07).
- (9) 平島 宗, 中村祐一, 池田 満, 溝口理一郎, 豊田順一: "ITS を指向した認知モデルと教育戦略", 情処「教育におけるコンピュータ利用の新しい方法」シンポジウム, pp. 55-64 (1989).
- (10) Hirashima T., Nakamura Y., Ikeda M., Mizoguchi R. and Toyoda J.: "A cognitive model for ITS", Proc. of ARCE, pp. 141-147 (1990).
- (11) 平島 宗, 中村祐一, 池田 満, 溝口理一郎, 豊田順一: "ITS を指向した問題解決モデル: MIPS", 人工知能学会誌, 7, 3 (1992).

(平成 3 年 6 月 3 日受付, 9 月 2 日再受付)



平嶋 宗

昭 61 阪大・工・応物卒。平 3 同大大学院博士課程了。同年阪大産業科学研究所助手。工博。現在、人工知能、特に ITS の研究に従事。情報処理学会、人工知能学会、教育工学会各会員。



河野 隆宏

平 1 阪大・基礎工・情報卒。平 3 同大大学院修士課程了。現在郵政省勤務。在学中、ITS の研究に従事。情報処理学会、人工知能学会各会員。



柏原 昭博

昭 62 徳島大・工・情報卒。平 1 同大大学院修士課程了。現在阪大大学院博士課程在学中。人工知能、特に ITS の研究に従事。情報処理学会、人工知能学会、CAI 学会各会員。



豊田 順一

昭 36 年阪大・工・通信卒。昭 41 同大大学院博士課程単位取得退学。同年阪大・基礎工助手。昭 44 助教授。昭 57 阪大産業科学研究所教授。工博。現在、ITS、自然言語理解、画像処理、および文章画像処理の研究に従事。日本認知科学会、情報処理学会、人工知能学会各会員。