広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
〈第45号　2017.3〉

小中接続を意図した確率単元・カリキュラムに関する研究

―確率概念を想起する数学的活動を通して―

岩知道　秀樹　　鈴木　昌二　　端山　文子
上ヶ谷　友佑　　植田　敦三　　松浦　武人

１．はじめに

刻々と変化する現代社会において，不確定な事象を数学的に考察し，判断する能力は必要不可欠であり，その能力・素養の育成は急務であるといってよい。その能力・素養は今日叫ばれている算数・数学的リテラシーの１つであると考える。現在施行されている単元構成，カリキュラムでは確率を明確に定義するのは中学校２年生であり，小学校段階では基本的には行われていない。その結果，国際的な調査研究においても，確率概念に関連する成績が，他の分野に比べて，悪い結果になっていることが指摘されている。

しかしながら，算数・数学という学問から考えれば，確率概念そのものは，算数でも内包されており，授業・単元の目的と整合しないために顕在化されていないだけである。その部分を意図的に顕在化させることで，確率単元で養成されうる身につけておくべき能力・素養を育成すること，中学校での学習への素地を作ることができると考える。

松浦(2015)は，初等教育から高等教育段階に至る子どもたちの確率概念の発達の様相を分析し，年齢の上昇に伴う確率概念の実態や同一被験者の年齢上昇に伴う確率概念の変容について明らかにしている。そしてこれらの考察から，学習開発の条件および示唆として，次の表のように述べている[1)]。

表１　確率の学習材開発の条件および示唆

- 数・量・形との関わりにおいて，子どもの問いを引き出す内容構成であること。
- 身の回りの数・量・形を学習素材とすること。
- 数・量・形とかかわる遊びの要素を取り入れること。
- 生活概念と科学概念の統合を図ること。
- 子どもが有する主観的・直観的な確率概念と，客観的・論理的な確率概念のずれを活かす。
- 確率の意味を論理だけで理解させず，試行実験を通しての統計的確率基づく確率の概念形成を重視する。
- 結果の予想，試行・記録，記録に基づく話し合い（予想のふり返り）という学習過程を基本とする。
- 低学年の教室においても，「たぶん，…」，「…しそうにない」など，日常的な会話の中で教師が確立に関する言葉を意識して用いることで，子どもの確率の概念形成を徐々に図る。
- 教具を用いたり実験を行ったりして，実際状況を作り出す。

このように松浦(2015)は，数学的確率の概念の育成に偏った指導をするのではなく，子どもたちが有する生活的概念としての直感的・主観的な確率概念を大切にし，具体的な試行・実験を繰り返すことによって，確率概念を育んでいくことの重要性について述べている。さらに，内容については，第１学年から「不確定な事象

Hideki Iwachido, Shoji Suzuki, Fumiko Hayama, Yusuke Uegatani, Atsumi Ueda, Taketo Matsuura: The research of probability unit and curriculum with the intention to connect Elementary to Secondary School. －Through mathematical activities that recall probability concept－

の存在」にかかわるものを扱う意義について指摘している。しかし，その具体的な指導については明らかにしておらず，この課題を検討する価値はあると考える。

２．研究の目的・方法

前章で述べた課題意識のもと，本研究では，小中接続を意図した児童・生徒が確率概念を想起することができるような算数・数学的活動を行うカリキュラムを構築することを目的とする。その目的に対して本稿では，実践を行い成果や課題を見出すことが目的とする。

その方法の前提として，本研究では，意図的に確率概念という言葉の定義は行わない立場をとる。小学校段階で確率が行われていないためである。確率概念を広く捉え目標の設定を行い，それぞれに応じた単元・カリキュラムの構成を行う。

小学校段階では確率概念の素地の育成に主眼を置き，確率概念に繋がるような体験をさせることを狙う。その授業の中で，予想や実験が数学的活動にあたる。中学校段階では統計的確率と数学的確率のそれぞれの考察から事象に対して自らの意見を述べる経験をさせることを狙う。説明の中で根拠を数学の定義や確率とすることが数学的活動と言える。

研究の具体的な方法として，小学校，中学校それぞれの目標を整理し，具体的な授業構成，実践を行う。小学校段階では，既存のカリキュラムにある他の単元における授業において，確率概念に関連する形に授業にアレンジをし，体験ができるようにする。中学校段階では，確率学習のポイントとなるものとして「同様に確からしい」を取り上げ，説明ができるような展開ができるようにする。その考察から課題を見出すことになる。

３．目標の設定

確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育み，その素地を効果的に育成するための指導方法及び評価方法を考える上で，まず，①目標，②内容について，③確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を設定した（表２）。

表２　確率概念形成に向けての小中学校の目標・内容・数学的な見方・考え方

小学校	中学校
目標	目標
小学校 生活概念としての直感的・主観的な確率概念を統計的確率の概念の素地へと高める。 （思考する時の根拠は，直感的・操作的・統計的な思考とする。）	中学校 科学的概念としての数学的確率や統計的確率の概念を育成する。 （思考する時の根拠は，根元事象が同様に確からしいという条件に基づくこととする。）
＜内容理解の接続ついて＞	
不確定事象の存在を理解する。 出やすさ・当たり易さを，実験を基に数量化できることを理解する。	思考実験を通して，統計的確率・数学的確率の意味を理解する。
＜数学的な見方・考え方の接続について＞	
不確定な事象の存在，確実性の度合い（同様に確からしいこと）に関する認識に向けて ①不確定事象に着目する見方 ②確実性の度合い（同様に確からしいこと）に着目する見方 **標本空間に関する認識に向けて** ①標本空間の複合事象と単一事象を区別しようとする考え方 ②標本空間の単一事象が同様に確からしいと判断する考え方 **確率の数量化に関する認識に向けて** ①確実性の度合いを数量で表そうとする考え方 ②相対度数を用いて確からしさを数量化しようとする考え方	**小学校から中学校への転換** ①同様に確からしいことへの着目 ②同様に確からしいとは何か？ **同様に確からしいことの認識に向けて** ①同様に確からしいをもとにした考え方 ②同様に確からしいをもとにしない考え方 **数学的確率と統計的確率** ①数学的確率の考察 ②統計的確率の考察

③相対度数を用いて確からしくない場合を数量化しようとする考え方 **確率判断の根拠・観点に向けて** ①比（割合）に着目して判断する考え方	

小学校段階においては，生活と関連させながら，直感的，主観的な確率概念の習得が主な目的となる。その段階では，数学的確率と統計的確率の差異に関して言及する必要はなく，大きく捉えて確率の考え方の経験をすることが１つの活動になる。確率という用語は出さないものの，割合，程度など直接的に確率の定義そのものに関係あるものだけでなく，事象の考察に範囲や最大値・最小値などの視点なども含めていく。

それに対し，中学校段階においては,「同様に確からしい」の考え方に基づき数学的確率と統計的確率の差異も考慮する。この仮定がなければ事象を確率的に考察することができないからである。この仮定を意識すること，根拠とすることで目標の達成を狙う。

４．授業実践

（１）小学校１年生における実践

小学校１年生の算数学習は，数の基礎的概念や計算の習得が行われる。単純な計算練習の中に，確率の概念につながるような授業構成をしなければならない。その工夫として，子どもにとって身近である不確定な事象を対象とした遊びを取り上げる。例えばじゃんけん，トランプ，くじ引きが挙げられる。事前の実態調査から，「じゃんけんやくじびきでは，強く願えば必ず勝つことができる」「トランプゲームでは，負けが２回続いた後は必ず勝つ」などと考える誤認知が認められた。これは自身の経験値が影響し，不確定な事象と絶対に起こらない事象，確実に起こる事象などの捉えが曖昧であることに要因があると考えられる。そこで，数カードによる数あてゲームを素材にし，多数回の試行実験を行ったり，実験記録から気付きを交流したりするなど具体的な活動を通して，事柄の起こりやすさに着目させたいと考えた。そして，次のような学習活動を展開した。

> 活動１　１，２，３，４，５，６，７の数が記してある数カード（計７枚）が入った封筒から，中身を見ないで１枚取り出す。「じゃんけん，○。」と言って互いにカードを出すとき，二人のカードの合わせた数を予想する。
>
> 活動２　実際に多数回の試行実験を行い，記録に取る。
>
> 活動３　記録をもとに話し合ったりする活動を通して，和として起こりえない数や起こりうる範囲について話し合う。

活動１～３を通して，出る数を予想する時間を設け，子どものもつ直観的・主観的な確率に対する見方をしっかり表現させるようにした。演示を見た後数回試行して気付きを問うたところ，様々な見方が表出した。

活動１の中で，子どもたちは，「４ばかりが出る」「はじめは８が出て,それからは３が出る」などと思いながら行っていると,「ずっとやっていくと７がよく出る」「11 はあまり出ないね」などと個々の現象に対しての感想を述べていたものの，回数を重ねるにつれてその感想は変化してきた。

次に図１のように子どもたちが実験の結果をまとめた。

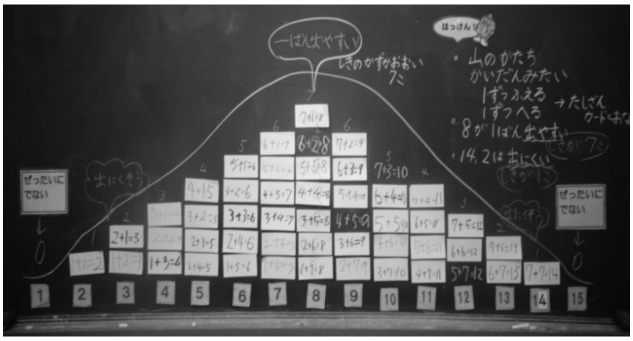

図１　子どもたちによる試行記録の整理

絵グラフを用いて整理していくと，多くの子どもたちから「うわぁ，山みたいな形に見える！」「真ん中がとんがっている」などの声が上がり，予想と反する結果と整理したものから見えた形状に驚きの表情を示した。

そして子どもたちは次のようなコメントを残している。

・８より出る回数が少ない。それでなかなか当

たらないんだと思う。
・14は，７と７が出ないといけないから，そういう時はなかなか無かったよ。
・２も１と１が出ないといけないから，そんなこと，めったにない。
・８になるときは，1＋７，２＋６，３＋５，４＋４，５＋３，６＋２，７＋１の７こも式があるから，よく出たんだと思います。
・１から，１つずつ多くして調べていくと，途中で無い数があったらすぐに分かった。
・もれや落ちが無くなるっていうことだと思います。
・２のときは１こ，３のときは２こ，４のときは３こ・・。あっ，８の次の９からは，また１こずつ減ってきてる！本当に階段みたい。
・100は絶対にでない。

授業の中で，子どもは，その中で「なかなか当たらない」,「なかった」,「よくでた」,「もれ落ちがない」,「１こずつ減ってきてる」,「絶対にでない」など子どもなりの言葉で感想を述べていた。これらの発言は，子ども自身は無意識であろうが，確率の定義，場合の数においては非常に意味のある発言である。それは実験を根拠に説明していると考えられ，十分に確率概念を想起させる授業展開になっていると考えられる。

本授業のように教師の扱い方によって，小学校の初期段階から確率概念に繋がるような内容を取り扱うことが可能であると考える。特に身近な事象や遊びなどを取り入れることで，子ども意図せずとも，その面白さを体感し，本質的な算数・数学の活動をすることができると考える。

（２）小学校６年生における実践

めざす姿を具体的に設定することは単元構成を考える上で非常に重要であると考える。次にめざす子どもの姿を引き出すことのできる第６学年「新単元」の単元指導計画を作成した（表３）。

表３　第６学年「新単元」の単元指導計画

時	学習内容と目標
単元までに	日々の学習や生活場面において，「確実に・・・」「ときどき・・・」「決して・・・ない」「・・・しそう」「・・・しそうにない」などの言葉を用いて話し合い活動を行うことを通して，不確定な事象の起こりやすさに対する理解を深めることができるようにする。
0	パフォーマンス課題・事前
1	不確定な事象間で，確実性の度合いを比較することを通して，確からしさを量で表現する。(分離量)
2	不確定な事象間で，確実性の度合いを比較してすることを通して，確からしさを量で表現する。(連続量)
3	さいころの目の出やすさについて考える活動を通して，さいころの各面が同等に出やすいことに気づく。
4	さいころの目の和の出やすさについて考える活動を通して，サイコロの目の和には複合事象と単一事象があることに気づく。
5	正十二面体のサイコロ，コイン・画鋲の裏表の出やすさについて比較して考える活動を通して，出やすさが同等に確からしい場合と同様に確からしくない場合があることを理解する。
6	４つの箱の当たりやすさについて比較して考える活動を通して，当たり玉とはずれ玉の数の比（割合）に着目して考える。(分離量)
7	ルーレットの当たりやすさを調べる活動を通して，当たり部分全体に占める割合，当たりの面積とはずれの面積の比に着目して考える。(連続量)
8	パフォーマンス課題・事後

単元が始まるまでに日々の学習や生活場面において,「確実に・・・」「ときどき・・・」「決して・・・ない」「・・・しそう」「・・・しそうにない」などの言葉を用いて話し合い活動を行うことを通して，不確定な事象の起こりやすさに対する理解を深めることができるようにした。また，分離量と連続量の両方を教材で扱うことで，不確定な事象の対象を広く捉えることが出来るようにした。

本単元は「確率」そのものを指導するのでは

なく,試行実験を通した統計的確率に基づく「確率概念形成の素地育成」を重視している。単元を新設するにあたり「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発」（松浦，2006）から教材をピックアップし，７時間の単元を構成した。そして，７時間全てを①主観的・直感的に当たりやすさや出やすさを予想する（図２），②実験をする（図３），③実験から得られた結果から考察する（図４）という順序で学習を進める。予想や実験を通して，実感を伴いながら確率概念形成に向けて必要な数学的な見方・考え方を育むことができると考えたからである。

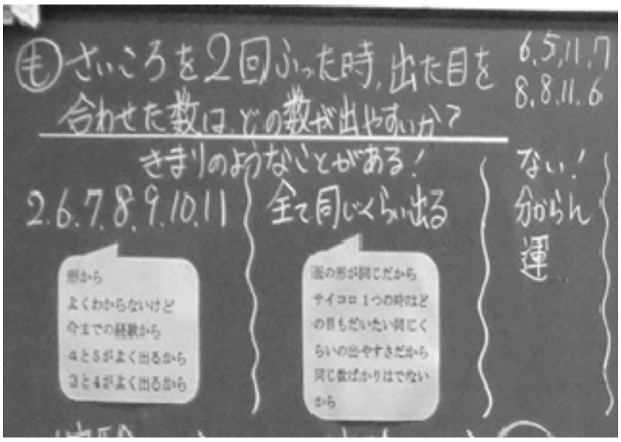

図２　①予想場面

図３　②実験場面

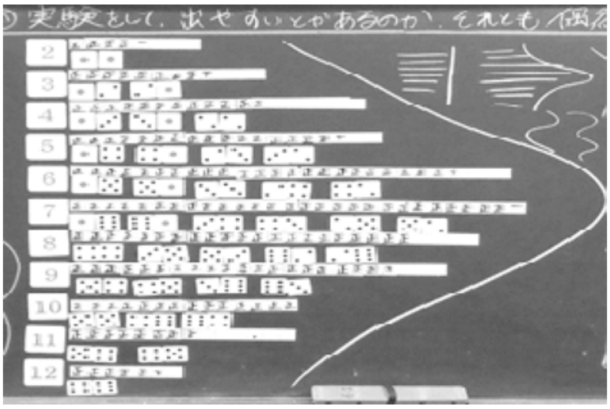

図４　③考察場面

このような授業展開を繰り返し行う中で，子どもたちは次のようなコメントを残しており，確率概念の形成の素地になったと考える。

・一見すると同じような出やすさのものも分数で表すことではっきりと比較することができた。
・実験結果をもとに計算することで，出やすさがはっきりした。出やすさを数で表すと比較がとても簡単にできることがわかった。
・実験をずっと続けていくことはとても大変だけど，一定の結果から数で表すことでだいたいの傾向が判断できることがわかり，実験の結果からきまりを見つけることが大切であると思った。
・世の中にあるもの全てが，同じ出やすさや当たりやすさではないことが，当たり前かもしれないけれど実験することではっきりとした。そういう視点で物事を見ると，また違った風に見えることがあることが分かった。

しかしながらこのような授業構成，カリキュラム展開をしていく中で課題も導出された。その１つとして小中の接続の内容が曖昧で，中学校での学習との棲み分けが難しい点が課題として挙げられる。小学校の最終段階は，場合の数を扱うなど確率に直接的につながる内容も多い。その内容の扱いを少し変更するとすぐに中学校の内容と重複してしまい授業の構成が非常に困難であった。小学校においての学習は「生活概念としての直感的・主観的な確率概念を統計的確率の概念の素地へと高めることを目標とし，思考する時の根拠は，直感的・操作的・統計的な思考とする」こと，中学校においての学習は「科学的概念としての数学的確率や統計的

確率の概念の育成することを目標とし，思考する時の根拠は，根元事象が同様に確からしいという条件を満たしているかどうかとする」ことと設定し，今回は中学校の内容を主に扱うものの目的は明確に分けたと考えていたが，実際の授業の手法に違いを示すことができたかという疑問が残る。小学校の最終段階における確率概念につながるような単元を考察，中学校の内容との相違点を整理することで，よりよいカリキュラム構成につながると考える。

（３）中学校２年生における実践

小学校段階と中学校段階における確率概念の差異の一つとして「同様に確からしい」に着目する。「同様に確からしい」は，１つの仮定の設定であり，次のように定義される。

正しくつくられたさいころを投げるとき，１から６までのどの目が出ることも，同じ程度に期待される。このようなとき，１から６までのどの目が出ることも **同様に確からしい** という。

図５　「同様に確からしい」の定義

同様に確からしいを定義したのち，図のように数学的確率が定義される。

起こり得るすべての場合が同様に確からしいとするとき，あることがらが起こる確率は，次のようにして求めることができる。

起こり得る場合が全部で n 通りあり，そのうち，あることがらの起こる場合が a 通りあるとき，そのことがらの起こる確率 p は，次のようになる。

$$p=\frac{a}{n}$$

図６　数学的確率の定義

図５の同様に確からしいを定義し，そのもとで確率を定義してしまったのちは，場合の数を数え，数学的確率を求めることに主眼が置かれているのが現状である。しかしそれでは，我々の求める今日的リテラシーとしての確率概念とは，つながるとは考えにくい。故に，「同様に確からしい」に対する生徒の考えが見えるような授業実践を行う。

題材として「サイコロの出る目」を取り上げる。題材自体は，よくある内容であるが，そこに「サイコロの目を狙う」という本質的には意味のない活動を加える。その活動が意味をなさないことを考えることそのものが本授業の数学的な活動となり，「同様に確からしい」への着目ということになる。

授業の実際として,「サイコロの６の目が出る確率は？」を尋ねたところ，多くの生徒が1/6であると答えることができた。そのもとでサイコロの６の目を出すために念じてサイコロを投げる」ことを行う。中学生２年生ともなれば，楽しく真剣に念じながら投げるものもいれば，「なぜそのようなことをしなければならないのか？」と態度に出しながら活動している生徒も見られた。実験の結果，クラスの実験結果では1/6より少し大きい値が出た。

ここで「なぜサイコロを投げて６の目が出る確率が1/6と言えるのか？」と問いかけ，自由に記述をさせた。36名中わずか１名の生徒のみが「同様に確からしい」を意図する回答をすることができた。一番多かった答えは，図７のような回答である。

さいころを投げることを考えるとき，　6　の目が出る確率を $\frac{1}{6}$ と考えるのは…

・サイコロの面が６面だから

図７　サイコロの面の数に着目した回答

この回答は回答者の大多数である 30 人が回答していた。「６面ある」という存在の思考は具体的な実験やこれまでの経験から答えられるものの，数学的確率を考える上で必要な「同様に確からしい」を意識した回答になっているとは言い難い。

また図８のようにどの目が出るかわからないからとしているものもあった。目の出やすさに関して言及しているものとはやはり言えない。

さいころを投げることを考えるとき，　6　の目が出る確率を $\frac{1}{6}$ と考えるのは…

1. 2. 3. 4. 5. 6のどれがでるか分からないから

図８　サイコロの不確実性へ着目

次に図９のような回答が１名見られた。この回答は，立方体ということを指摘している。

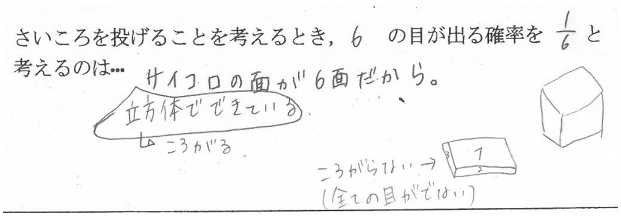

図９　サイコロの形への着目をした回答例

「立方体でないと不都合が生じる」という指摘にはなるが,「立方体とする」という指摘にまでは到達していない。「同様に確からしい」は,「でない」ことから事象を見るのではなく,「とする」ことによって事象を見るため，不十分である。

図 10 を見る（１名が回答)。この場合は，１～６までの目の起こりやすさに注目をしている回答である。｢起こりやすさは等しい｣を根拠に，６の目が出る確率を 1/6 として回答している。

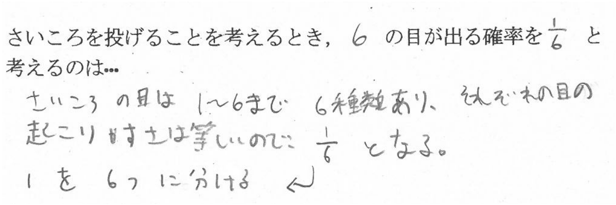

図 10　起こりやすさの等しさを根拠とする回答

しかし，起こりやすさは等しいは正確な根拠とはならない。等しいと仮定が正確な根拠である。故に図 14 の解答は,「同様に確からしい」を仮定として意識した回答であるとは言えない。

図 11 の回答は同様に確からしいを意図した考え方である（１名)。この回答は，６面あるということを指摘するとともに,「きんとうに出ると仮定したから」と述べており，均等に出ることそのものが仮定であることを十分述べている。これは同様に確からしいということそのものであり，正しい回答であると考えられる。

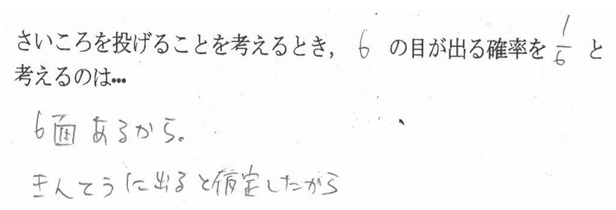

図 11　起こりやすさの等しさを仮定する回答

以上の結果，多くの生徒がサイコロのどの目も出る確率が 1/6 であることは理解しているものの，なぜ 1/6 と考えられるのかに対して疑問を持たず，数学的確率として捉えていることが分かった。その原因として数学の世界で必要となる理想化や仮定を設定することの経験の不足が考えられる。仮定を設定することは，確率単元前に行われる論証の内容で多くなされているにも関わらず,このような結果となっている。これは論証指導への一つの示唆を与えるともいえるであろう。確率という単元のみで挙げられることではないが，数学学習，特に論証指導の際に，これまでの単純な仮定と結論の関係を考えるのではなく，仮定そのものを意識して行う必要もあると考える。

５．成果と課題

小中接続を意図した児童・生徒が確率概念を想起することができるような算数・数学的活動を行うカリキュラムの構築に向け，本稿では，目標の設定，授業構築・実践を行い成果や課題を見出すことが目的とし，小学校１年，６年，中学校２年と言う学習の入口，学習の接続，確率の数学的定義を行い，３つの学年で授業構成・実践から３点の課題を見出した。それは小学校の初期段階から確率概念に繋がるような内容を取り扱うことが可能であり，身近な事象や遊びなどを取り入れることで面白さを体感することができること,小中の接続の内容が曖昧で,中学校での学習との棲み分けが難しいこと，中学校における数学的確率における仮定の設定への意識が低いことが挙げられた。これらの課題は，確率単元だけで解決できないものも含まれているが,今後はこれらのことを踏まえ,単元・カリキュラムの構成をするために，さらなる理論的整備・授業実践が課題として残っている。

引用（参考）文献

1)松浦武人(2015)「初等教育における確率概念の形成を意図した学習材の開発研究」，広島大学博士学位論文，pp.179-182，2015.

2)　松浦武人(2006)「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発」，第 26 回数学教育論文発表会論文集，pp.433-438.

3)　一松信他：｢中学校　数学２｣，2016，学校図書.

要　　　約

小中接続を意図した確率単元・カリキュラムに関する研究
―確率概念を想起する数学的活動を通して―

刻々と変化する現代社会において，不確定な事象を数学的に考察し，判断する能力は必要不可欠である。本研究では，児童・生徒が確率概念を想起することができる小中接続を意図した算数・数学的活動を行うカリキュラム・授業構成の方法を構築することを目的とする。

小中接続を意図した児童・生徒が確率概念を想起することができるような算数・数学的活動を行うカリキュラム・授業構成の方法を構築に向け，本稿では，小学校１年，６年，中学校２年と言う学習の入口，学習の接続，確率の数学的定義を行う３つの学年で目標の設定，授業構成・実践を行い，主に３点の課題を見出した。それは小学校の初期段階から確率概念に繋がるような内容を取り扱うことが可能であり，身近な事象や遊びなどを取り入れることで面白さを体感することができること，小中の接続の内容が曖昧で，中学校での学習との棲み分けが難しいこと，中学校における数学的確率における仮定の設定への意識が低いことが挙げられた。今後はこれらのことを踏まえ，単元・カリキュラムの構築をするために，さらなる理論的整備・授業実践が課題として残っている。

The research of probability unit and curriculum with the intention to connect Elementary to Secondary　School.
―Through mathematical activities that recall probability concept―

In this research, it aims to construct curriculum that elementary and junior high school students can recall probability concepts with the intention to connect Elementary to Secondary School. In this paper, we set goals, planed lesson, practiced lesson for first grade, six grade, second grade of junior high school. As a result, three problems were found. The first is that class linked to probability concept are possible in first grade. The second is that it is difficult to devide contents of probability of six grade and secondary school. The third is junior high school students are less conscious of assumption setting. Based on these three points, it is the next task that organize and practice lesson, construct curriculum.