

幼児期における数直線の見積りの縦断的検討

浦上 萌
(2015年10月5日受理)

A Longitudinal Study of Number Line Estimation in Young Children

Moe Uragami

Abstract: The development of numerical representations plays a central role in a child's mathematical abilities. Previous studies have reported that children's numerical representations shift from logarithmic to linear ones and the slope of linear representation shifts from 0 to 1. In order to investigate the developmental process in detail, we carried out a longitudinal study. Thirty young preschoolers (mean age = 4 years, 1 month) and 47 middle preschoolers (mean age = 5 years, 1 month) received a number-to-position task (0-10) twice over nine months. According to our results, both groups were most suitable linear representations, but the slope of middle preschoolers' performance was nearer 1 than the young preschoolers' performance. However, the slopes of both groups were not much different when we divided the children in fitted or non-fitted function. For this reason, previous studies could not properly evaluate the development of slope. It is possible that the non-fitted representations are transformed into linear representations with slope away from 1 partly through logarithmic representations.

Key words: estimation, number-to-position task, young children, longitudinal study

キーワード：見積り，数直線課題，幼児，縦断研究

1. 問題と目的

近年、数量概念を捉える課題として、数直線課題 (number-to position task) が注目を集めている (例えば、浦上・杉村, 2015; Xu, Chen, pan, & Li, 2013)。数直線課題は、左端に0、右端に100 (もしくは20, 10) が書かれた数直線を提示し、その範囲内にある整数 (提示数) の数直線上の位置を見積らせる課題である。数直線課題で見積られた結果は、他の数能力との関連が示されている。具体的には、幼児期における計数や数の保存課題の成績や (浦上, 2012)、就学後の加算の成績 (Booth & Siegler, 2008) と関連する。したがって、就学後の算数教育を学ぶ上でも数直線の見積

りがどのような発達的变化を遂げるかを明らかにすることは重要であると考えられる。

数直線の見積りの発達に関しては、様々な考え方があがる (Barth & Paladino, 2011; Bouwmeester & Verkoeijen, 2012)、数量表象の型の移行に着目した研究が最も多く行われている (Sella, Berteletti, Lucangeli, & Zorzi, 2015; Siegler & Opfer, 2003)。移行の立場の研究者は、幼児から大学生に対して様々な範囲の数直線課題を実施し、その発達的变化を明らかにしており、数の順序は正しいが隣り合う数が等間隔でない数量表象 (対数型) から、隣り合う数が等間隔である正確な数量表象 (直線型) に移行することを示している (Figure 1の対数型と直=1型を参照)。

例えば、Berteletti, Lucangeli, Piazza, Dehaene, & Zorzi (2010) は、幼児に1-10の数直線課題を行った。そして、年少児 (平均年齢4.0歳) では対数型であるが、年中児と年長児 (それぞれの平均年齢は5.0歳, 5.9歳) では直線型に移行することを示した。また White &

本論文は、課程博士候補論文を構成する論文の一部として、以下の審査委員により審査を受けた。

審査委員：杉村伸一郎 (主任指導教員)、中條和光、湯澤正通、清水寿代

Szucs (2012) は、小学1年生から3年生を対象に0-20の数直線課題を行った。その結果、小学1年生では対数型と直線型が半数ずつ存在し、小学2年生、小学3年生になると、全体の約75%が直線型であることが明らかになった。さらに、Siegler & Opfer (2003) は、0-100、0-1000の数直線課題を用いて、小学生と大学生を対象に実験を行っている。その結果、小学2年生と4年生では、0-1000の数直線の場合には対数型であったが、0-100の数直線では直線型であった。対照的に、小学6年生では大学生と同様に、両方の数直線課題で直線型であった。

このように、上記の研究では、それぞれの数直線の範囲において対数型から直線型への移行が見られたものの、近年の幼児期を対象にした研究では異なる見解もある。浦上・杉村 (2015) は、日本の年中児・年長児 (平均年齢5歳6ヶ月) 58名に対して0-20の数直線課題を行った。その結果、直線型38名 (約66%)、対数型11名 (約19%)、直線型にも対数型にも適合しなかった者 (以下、適合無の者) 9名 (約16%) となり、直線型が全体の半数以上を占めた。しかし、直線型の見積りの正確さにばらつきがあったため、直線型に関してさらに分類を行った。その結果、先行研究においても見られた見積りの正確な直線型 (つまり、傾きが1の直線型: 以下、直 = 1型) に加え、直線の傾きが1より小さかったり (直 < 1型)、大きかったり (直

> 1型) する見積もりが正確でない直線型が存在することが明らかになった (Figure 1)。

直線型の傾きに関しては、欧米の低所得者層の幼児を対象とした研究 (Ramani & Siegler, 2008; Siegler & Ramani, 2008, 2009) や、中国の幼児を対象とした研究 (Xu, Chen, Pan, & Li, 2013) でも報告されている。Ramani & Siegler (2008) は、ヘッドスタートプログラム (Head Start program¹⁾) に参加している年中児 (平均年齢4歳9ヶ月) を対象に、0-10の数直線課題を行った。学年別に各提示数における見積りの平均値を算出し、見積りの平均値に対して対数関数と直線関数をあてはめた結果、直線型であったが、傾きは0.11 ($y = 0.11x + 4.2$) で、ほぼ横ばいの直線型であった。また Xu et al. (2013) は、年少児・年中児・年長児 (それぞれ平均年齢4歳1ヶ月、5歳0ヶ月、6歳4ヶ月) を対象に、0-10の数直線課題を行った。その結果、Ramani & Siegler (2008) と同様の方法で算出した年少児における見積りの平均値は、直線型となり、傾きは0.52 ($y = 0.52 + 2.09$) で、傾き1から離れた直線型であることが示された。

このような結果より、従来から言及されていた、対数型から、見積りの正確な直線型への移行だけではなく、見積りが正確でない直 < 1型と直 > 1型から見積りの正確な直 = 1型への移行も存在することが示唆される。

さらに浦上・杉村 (2015) は、Berteletti et al. (2010) において、適合無の者が多く存在したことを指摘し、適合無の者の型の特徴を検討した。年中児・年長児 (平均年齢5.0歳) を対象に、0-10の数直線課題を実施し、適合無の型を分類した結果、右端型、両端型、中央型、不規則型、大小型の5つの型が見出された (浦上・杉村, 2015; Figure 5参照)。

以上のような新たな知見を受け、浦上・杉村 (2015) は、幼児期における数直線の見積りの発達について次のように考察している。まず、対数型にも直線型にも適合しない段階において、大小型は、提示された数を小さい、大きいという2分割で数量を捉え始めるとみなせることから、数の順序が考慮され始めた段階だと考えられる。次の対数型は、提示数全体の順序が考慮されており、正確な数の順序の理解ができていると考えられる。そして、提示された数の間隔を考慮した数直線上の位置に、数を割り当てることが可能になるのが、直 < 1型と直 > 1型である。ただし、間隔は等しくても数直線の全体量を考慮した単位量でないため、見積りが正確ではない。最後に、見積りが正確になるのが直 = 1型で、全体量を考慮した単位量が等間隔に並んだ数直線の見積りとなる。

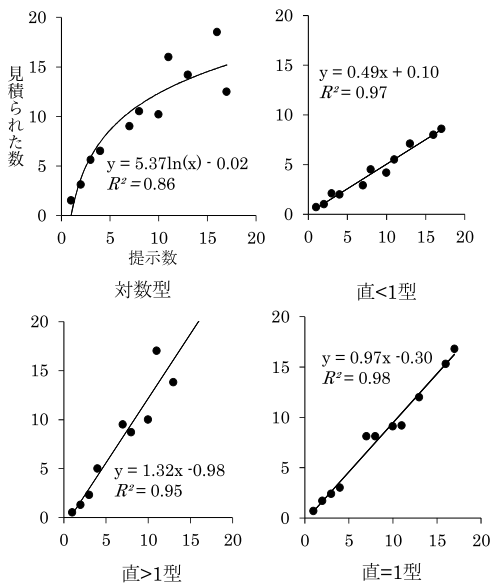


Figure 1 0-20の数直線課題における対数型、直 < 1型、直 > 1型、直 = 1型の散布図の具体例 (浦上・杉村, 2015)

ここで記述された仮説は、これまでの知見を統合したものである。しかし、先行研究は全て横断的調査であり、個人内の変化に関しては、集団レベルでも個人レベルでも検討されてこなかった。また、直線型の傾きに関しても、Ramani & Siegler (2008) や Xu et al. (2013) では、傾きの発達の変化を学年別に各提示数における見積りの平均値を算出して捉えていたが、それらは個人の分析が詳細に示されていない。よって、見積りの平均値のデータの中には、適合無の者も含まれており、直線型の傾きの変化を正確に捉えられていない可能性がある。

そこで本研究では、浦上・杉村 (2015) で提案された仮説が妥当かどうか検討するために、数直線課題を用いて縦断的調査を実施する。そして、直線型に関しては、傾きの発達を詳細に検討するために、各学年と時点、関数への適合の有無別に見積りの平均値を算出し、分析を行う。

2. 方法

1. 参加者

広島県内の私立保育園に通う年少児30名（平均年齢4歳1ヶ月）、年中児47名（平均年齢5歳1ヶ月）が1時点目に参加し、約9ヵ月後に2時点目を行った。

2. 手続き

全ての参加者に対し、最初に名前とクラスを聞いた後、ゲームをすることを子どもに伝えて実験を開始した。最初に線を書く練習を行い、その後0-10の数直線課題を行った。なお、1回目と2回目は同様の手続きであった。

3. 線を書く練習

B5サイズの用紙を4枚用意し、中央に18cmの直線を横向きに描いた。それに加え、3枚の用紙の直線に縦に1cmの線を記し、その位置は提示順に、左端から2cm、7cm、13cmであった。そして4枚目は、18cmの直線のみが描かれていた。

最初に、「最初は線を書くゲームです。今からやってみようことを言うね」と教示し、1枚目の用紙を見せながら、「ここに横に長い線が1本あります。ここには縦に短い線が1つあるね。この縦に短い線の上をなぞってみてくれる」と教示した。2枚目と3枚目は「じゃあ次も、この縦に短い線の上をなぞってみてくれる」と教示した。次に4枚目を提示し、「次は横に長い線が1本あります。お姉ちゃんが鉛筆でさした上に、短い縦の線を書いてみてくれるかな」と教示した。

4. 数直線課題

数直線の範囲は、年少児でも実施可能な0-10とした。

そして、B5用紙の中央に長さ20cmの直線を横向きに描き、直線の左端の位置に長さ1cmの縦線とその上部に0を、右端の位置に1cmの縦線と10を記した用紙を9枚使用した。提示した数は、1から9までの全ての整数で、最初に1と5以外の数を無作為提示し、1と5は最後にカウンターバランスをとって提示した。

教示は以下の通りであった。「次は、数の線でゲームをします。この紙を見てね。（数直線の左端から右端にかけて数直線を指でなぞりながら）ここに、0から10までの数の線があります。（左端を指さしながら）ここが0、（右端を指さしながら）ここが10なら2はどこかな？おねえちゃんが言った数がこの線の上のどこにあるか決めたら、縦に線を書いて教えてね」と尋ねた。幼児が鉛筆で印を書いたら次の数に移った。

5. 分析方法

数直線課題の分析は、以下の手順で行った。まず、提示数ごとに0から幼児が印を付けた位置までcm単位で小数第1位まで測定し、見積った数の値とした。その後、見積りの成績を求めるために、先行研究と同様に、提示数ごとに見積った数との差の絶対値を数直線の範囲で割り、100倍した値を求め、その値の全提示数の平均値であるPAEを算出した（ $PAE = (|見積った数 - 提示数|) / 数直線の範囲 \times 100$ ）。次に、数量表象の型を分類するために、提示した数を横軸にとり、見積った数を縦軸にとった散布図を描くとともに、移行のモデルに基づく関数（直線関数と対数関数；以下、関数）に当てはめた。それぞれ型の分類は、菅 (2007) を参照し、分析結果が有意であり、加えて決定係数 (R^2 値) が.25以上であるものを採用した。複数の関数で上述した記述を満たす場合、先行研究と同様にAICc (Akaike information criterion, corrected for small sample sizes) を用いて分類を行った (Barth & Paladino, 2011; Slusser et al., 2012)。

さらに、関数適合無の者に関しては、パターンを検出においてよく用いられているテンプレートマッチング (清水, 2004) を応用し、分類した。テンプレートマッチングは、テンプレートの散布図と実際のデータの散布図の類似度をSSD (Sum of Squared Difference) によって比較し、テンプレートの中で、SSD値が最も低かったものを、その散布図の型とした。テンプレートの散布図は、浦上・杉村 (2015) で使用された6つのテンプレート (左端型, 中央型, 右端型, 両端型, 不規則型, 大小型) に加え、中点型のテンプレートも加えた。中点型は、浦上・杉村 (2015) のFigure 4に示された4×4のマトリックスにおいて、すべての提示数が2行目に集中するか、もしくは

3行目に集中するテンプレートである。

3. 結果

3.1 各学年における見積りの成績の変化

見積りの成績として、各参加者のPAEを算出し、学年(年少群・年中群)と時点(1時点目・2時点目)のPAEの平均値を算出した(Table 1の全体の値を参照)。2要因の分散分析を行った結果、学年の主効果のみ有意で($F(1,75) = 22.83, p < .001, \eta^2 = .32$)、交互作用と時点の主効果は有意でなく(順に、 $F(1,75) = 1.09, n.s., \eta^2 = .00$; $F(1,75) = 0.11, n.s., \eta^2 = .01$)、学年が高い方がPAE平均値は小さかった。

3.2 各学年における数量表象の型の変化

各学年と時点において、提示数ごとに見積った値の平均値を算出し、散布図を描いた(Figure 2左列)。そして、関数に当てはめた結果、1時点目の年少群は、直線型と対数型の R^2 値にあまり差はなかったが(直線型0.86, 対数型0.82)、その他は、直線関数によりよく適合した(年少群: 2時点目 $R^2 = 0.82$, 年中群: 1時点目 $R^2 = 0.98$, 2時点目 $R^2 = 0.93$)。そして、各学年における直線型の傾きに関しては、1時点目より2時点目の方が、より傾き=1に近づく結果となった(年少群: 1時点目0.23, 2時点目0.40, 年中群: 1時点目0.71, 2時点目0.88)。

3.3 個人の数量表象の型

各参加者が、どのような数量表象を保持しているか確認するために、関数への適合を行った(Table 1)。その結果、1時点目の年少群では、直線型6名、対数型5名、適合無19名、年中群は直線型29名、対数型7名、適合無11名、2時点目年少群は、直線型10名、対数型2名、適合無18名、年中群は、直線型41名、対数型1名、適合無5名であった。

なお、直線型に関しては、PAEの値にばらつきがあったため、浦上・杉村(2015)を参照し、次のように再分類した。すなわち、PAEが7.5未満の直線型を直=1型、PAEが7.5以上で傾きが1以下の直線型を直<1型、PAEが7.5以上で傾きが1以上の直線型を直>1型とした。その結果、1時点目の年少群では、直<1型5名、直>1型1名、年中群は直<1型27名、直>1型2名、2時点目の年少児群は直<1型8名、直>1型2名、年中群は直<1型38名、直>1型3名であった。

さらに、適合無に関しては7つの型に分類した。その結果、1時点目の年少群では、不規則型5名、両端型1名、右端型3名、中点型6名、左端型4名、年中群は、不規則型5名、中央型1名、両端型1名、右端

Table 1 学年と時点別の数量表象の各型の度数とPAE平均値

1時点目の学年	型	時点							
		1時点目				2時点目			
		N	(%)	PAE平均値	SD	N	(%)	PAE平均値	SD
年少	直=1	0	(0)	-	-	0	(0)	-	-
	直<1	5	(17)	16.07	10.8	8	(27)	15.84	4.28
	直>1	1	(3)	16.56	-	2	(7)	16.36	2.71
	対数	5	(17)	22.36	7.91	2	(7)	16.14	1.45
	適合無	19	(63)	36.66	9.87	18	(60)	35.99	7.02
全体	30	(100)	30.17	12.8	30	(100)	27.99	11.5	
年中	直=1	0	(0)	-	-	0	(0)	-	-
	直<1	27	(57)	15.00	5.55	38	(81)	19.41	6.48
	直>1	2	(4)	15.28	0.47	3	(6)	19.89	4.04
	対数	7	(15)	19.52	6.53	1	(2)	14.56	-
	適合無	11	(23)	31.92	9.59	5	(11)	33.03	16.37
全体	47	(100)	19.65	9.62	47	(100)	20.79	8.75	

Table 2 数量表象の型の変化

	2時点目											計	
	一	左端	中点	右端	両端	中央	不規則	大小	対数	直>1	直<1		直=1
直=1													0
直<1	1				1	1	1			1	27		32
直>1										1	2		3
対数		1		1		2	1			1	6		12
大小													0
不規則	1			2						2	5		10
中央											1		1
両端			1					1					2
右端		1				1		1		1			4
中点		1	1			3		1		2			8
左端						2	1			2			5
計	2	2	3	0	3	1	9	3	3	5	46	0	77

一は、SSDの最小値が複数のテンプレートで見られ、分類ができなかった者を示す。

型1名、中点型2名、左端型1名であった。そして2時点目の年少群は、大小型3名、不規則型8名、両端型3名、中点型1名、左端型2名、年中群は、不規則型1名、中央型1名、中点型2名であった。また、2時点目の年少群と年中児群のそれぞれ1名は、SSD値を算出した結果、最小値が複数のテンプレートで見られたため、分類できなかった。

3.4 数量表象の型の個人内変化

1時点目から2時点目にかけて数量表象の型がどのように変化したかをTable 2に示した。浦上・杉村(2015)の考察に基づき、固執反応とでため反応の可能性のあるもの以外は発達の順序を想定した。提示された数を大小の2分割で捉え始めることのできる大小型、提示数の全体の順序が考慮された対数型、そして、順序だけでなく間隔も等間隔である直<1型と直>1型、最後に、全体量を考慮した単位が並んだ直=1型という順を想定し、クロス表を作成した。なお、Table 2は各セルの度数が少なかったため、年少群と年中群を統一した全体の型の推移を示している。

1時点目で直<1型であった32名のうち27名は、2時点目でも直<1型であった。その一方、1時点目で直<1型であった4名と、対数型であった6名は、

2時点目では関数適合無のいずれかの型に該当し、関数へ適合した型から関数へ適合しない型への変化もみられた。また、1時点目で対数型であった12名のうち6名は、2時点目では直<1型、1名は直>1型であった。そして、1時点目で関数に適合しない者(30

名)のうち、直<1型・直>1型に移行した者が13名、対数型に移行した者が3名いた。

3.5 各学年における関数への適合の有無別の数量表象の型の変化

学年別の発達的变化を詳細に捉えるために、個人の

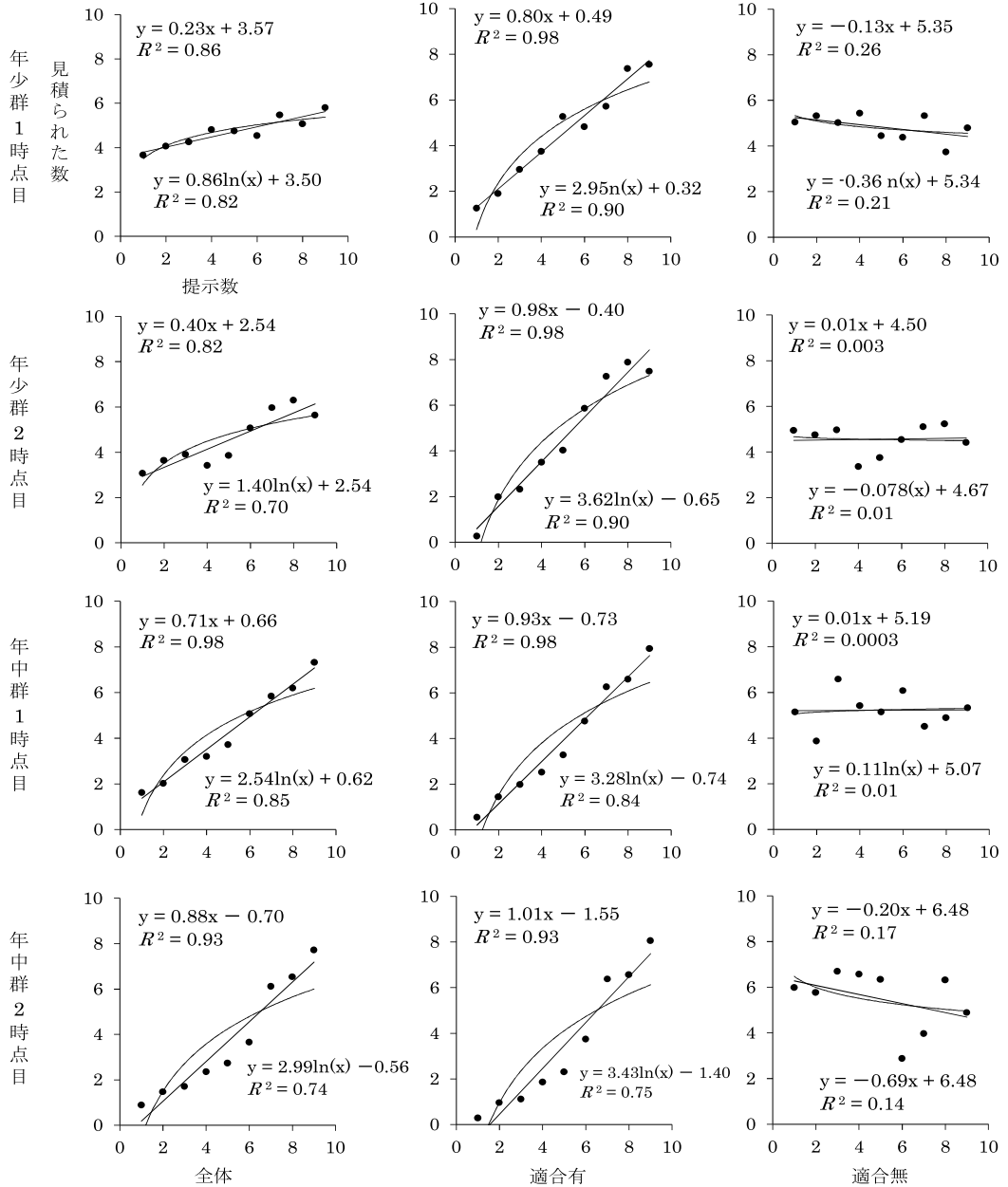


Figure 2 学年と時点別の散布図と直線関数と対数関数へのあてはめ (左列：群全体、中列：群内で関数に適合した者のみ、右列：群内で関数に適合しなかった者のみ)

数量表象の型を関数への適合有の型（直 < 1 型，直 > 1 型，対数型）と適合無の型（左端型，中点型，右端型，両端型，中央型，不規則型，大小型）に分け，それぞれの群別に，各学年と時点において，提示数ごとに見積った値の平均値を算出し，散布図を描いた（Figure 2：適合有は中列，適合無は右列）。その結果，全ての適合有は直線関数に適合し，適合無は全て対数関数にも直線関数にも当てはまらなかった。また，適合有の直線の傾きに関しては，年少群の1時点目から傾き1に近い値であったが，適合無の直線の傾きに関しては学年と時点に関わらずほぼ横ばいの傾きであった。

さらに，直線の傾きに関して全体の結果（Figure 2 左列）と適合の有無を比較すると，いずれの学年と時点においても適合有は全体よりも1に近く（年少群の1時点目では，全体0.23，適合有0.80，2時点目では，全体0.40，適合有0.98，年中群の1時点目では全体0.71，適合有0.93，2時点目では，全体0.88，適合有1.01），適合無は全体よりも0に近かった（年少群の1時点目では，-0.13，2時点目では0.01，年中群の1時点目では0.01，2時点目では-0.20）。

3.6 関数適合有における直線型の傾きの変化

個人の見積りの結果において，数量表象の型別に傾きの発達的变化を検討するために，直線型と対数型に関して，各学年と時点における傾きの度数を算出した（Table 3）。なお，対数型の者は，直線関数に適合し，直線型を仮定した時の傾きを傾きの値とした。その結果，直線型に関しては，いずれの学年と時点においても0.5以下の傾きであった者が20%以下と少なく，0.8以上の傾きであった者は，50%を超えていた。その一方で，対数型では，0.5以下の傾きであった者は，年中児の1時点目で50%以上おり，さらに，0.8以上の傾きであった者は，いずれの学年，時点においても20%以下と少なかった。ちなみに，直線型と対数型で傾きが0.5を境に2群に分け，直接確率法で検定を行ったところ，5%水準で有意であり，対数型の方が0.5以下の傾きの者の度数が多いことが確認できた。

さらに，Table 4では，各学年と時点において，数量表象の型別に度数と傾きの平均値と標準偏差を算出した。傾きに関して，数量表象の型別にt検定を行った結果，直線型の方が対数型よりも値が大きく，傾き1に近かった（ $t(95) = 2.78, p < .01$; 直線型平均値 = 0.80 (0.65)，対数型平均値 = 0.65 (0.25)）。また，対数型が一定数いる1時点目において，直線型と対数型の傾きの値を比較すると，直線型の傾きの値の方が大きいことが示された（年少群における直線型は0.79，対数型は0.60，年中群における直線型は0.81，対数型は0.55）。

Table 3 学年と時点に関する直線型と対数型における各傾きの度数

学年 時点	型	傾きの値									
		0.3 以下	0.3- 0.4	0.4- 0.5	0.5- 0.6	0.6- 0.7	0.7- 0.8	0.8- 0.9	0.9- 1.0	1.0 以上	計
年少 1	直線	1	0	0	0	0	1	3	0	1	6
	対数	1	0	0	3	0	0	0	1	0	5
年少 2	直線	0	0	1	0	1	2	3	1	2	10
	対数	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2
年中 1	直線	0	2	0	2	1	4	12	6	2	29
	対数	0	1	3	1	0	1	0	1	0	7
年中 2	直線	2	1	0	7	4	5	14	5	3	41
	対数	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
計		4	4	4	13	6	13	33	15	9	101

Table 4 学年と時点に関する直線型と対数型の度数と傾きの平均値

1時点目 の学年	型	1時点目		2時点目			
		N	平均値	N	平均値	SD	
年少	直線	6	0.79	0.24	10	0.82	0.17
	対数	5	0.60	0.20	2	1.00	0.08
年中	直線	29	0.81	0.17	41	0.75	0.2
	対数	7	0.55	0.20	1	0.88	-

4. 考察

本研究ではまず，浦上・杉村（2015）で考察された仮説が妥当かどうか検討するために，0-10の数直線課題を用いて幼児を対象に縦断調査を実施した。さらに，直線型の傾きの発達的变化を詳細に検討するために，各学年と時点，さらに関数への適合の有無別に見積りの平均を算出し，分析を行った。

4.1 各学年における見積りの成績の変化

PAEの平均値に関する学年と時点による分散分析において，学年が高い方がPAEの平均値が小さいことが明らかになり，他の多くの先行研究と一致した結果となった（例えば，Sella et al., 2015; Siegler & Opfer, 2003）。その一方で，時点間でPAEの平均値に有意な差はなかった。その理由として，以下の2つが考えられる。1つ目は，1時点目と2時点目の期間が約9ヶ月間と短く，統計的に有意な差が出るような値にまで，2時点目のPAEの平均値が小さくならなかった可能性が考えられる。

2つ目は，保育者の違いや，保育カリキュラムが統一されていないことが影響している可能性である。月齢から考えると年少群の2時点目（平均年齢4歳10ヶ月）と，年中群の1時点目（平均年齢5歳1ヶ月）は類似した結果になるはずである。しかし，年中群は1時点目の時点で直線型の適合率が高く，傾きも1に近かった。同一の園であっても，担任の保育者が異なり，

子どもへのかかわり方や保育室の環境設定が異なることがあり、それらの保育の違いが影響していた可能性もある。

4.2 個人の数量表象の型

個人の数量表象の型に関して、対数型は浦上・杉村(2015)と同様に少数であったが、直線型は傾向が異なり、直=1型は存在せず、直<1型と直>1型のみであった。その理由として、本研究で用いた数直線課題の長さが関係している可能性がある。本研究では、20cmの数直線を用いているため、1単位量が2cmとなり、浦上・杉村(2015)で観察されたような、自分の指の幅(約1cm弱)などを使って計数する見積りを行うと、傾き=1から大きく外れた直線型になる。よって、そのような計数を行った子どもは、0-20の数直線の場合には、提示された直線の単位量と指の幅が合致したため、直=1型となったが、0-10の数直線の場合は、数直線の単位量と合致しなかったため、直<1型や直>1型が多かったとも考えられる。

そして、適合無の者の分類に関して、7つのテンプレートに当てはめた結果、浦上・杉村(2015)でみられなかった左端型も含め、7つの型すべてが存在した。これらすべての型が、数量の発達に関連のある型であるかどうかは本研究からは明示できないが、初期の見積り反応の特徴として、7つの型に基づく特徴がある可能性を示したと考えられる。

特に、大小型に関しては、浦上・杉村(2015)でも、数量を大小の2値で捉え始めているという考察がされているように、数量の発達を捉えた型である可能性が高い。しかし、本研究では、1時点目ではみられず、2時点目に少数(3名)存在するだけであった。この結果に関して、以下の2つの可能性が考えられる。1つは、大小型になる期間が非常に短く、すぐに対数型かもしくは直線型に移行してしまう可能性がある。よって、微視的調査を実施しない限り、その発達の変化を捉えることは困難であると考えられる。2つ目は、直線関数に適合してしまっている可能性である。個人の散布図では、2値に捉えているように見えるものでも、直線関数に当てはめると適合することもある。本研究では、横断的調査の先行研究と比較するために、先行研究と同様の分析方法を用い、関数へ適合しなかった散布図に対してのみSSD値を用いて分類を行った。よって、大小型を捉えるために、全ての散布図に対してSSD値を用いることで、個人差をより詳細に捉えることも可能であると考えられる。

また、大小型以外の適合無の者に関しては、先行研究でも特に考察されてこなかったが、浦上・杉村(2015)では、0-20の数直線課題において、適合無の

者でも20まで数唱できた子どもが存在したことから、数量概念を全く持っていないわけではなく、数直線課題の見積りに関する結果が適合無しであったと捉えられる。関数に適合するためには数の順序の理解だけでなく、提示数を数直線上の0の位置から小さい数、そして大きい数へと順に位置づけたイメージができることも必要であると考えられる。

4.3 数量表象の型の個人内変化

Table 2では、数量表象の型の推移について示した。浦上・杉村(2015)の仮説によると、適合無の者のうち、提示された数を小さい、大きいという2分割で数量を捉え始める大小型の段階があり、さらに提示数全体の順序が考慮されると対数型になる。そして、提示された数の間隔を考慮した数直線上の位置に、数を割り当てることが可能になるのが、直<1型と直>1型で、さらに、数直線の全体量を考慮した単位量を反映した見積りが可能になると直=1型になるということであった。

この仮説とTable 2の結果を比較すると、まず、2時点目で大小型は見られたものの、1時点目では存在せず、大小型から他の型への変化が見られなかった。しかし、1時点目で適合無の者(30名)のうち、直<1型・直>1型に移行した者が13名、対数型に移行した者が3名いたことが示され、仮説を一部支持した。以上より、数直線の見積りの発達として、少なくとも0-10の数直線の範囲においては、適合無のいずれかの型から、対数型を経由せず、直<1型・直>1型などの直線型に移行する可能性がある。あるいは、別の可能性として、0-10の数直線課題においては、対数型である期間が非常に短く、微視的研究で数量表象の型を捉えていかないと、対数型から直<1型や直>1型への移行を捉えることが困難である可能性も考えられる。

さらに、仮説や他の移行の立場の先行研究と同様に、対数型から直線型への移行も示された(1時点目で対数型だった12名のうち、7名が2時点目で直<1型か直>1型になった)。しかし、いずれの直線型も直<1型や直>1型で、先行研究と同様の直=1型への移行は幼児期ではみられなかった。そして、1時点目で直<1型であった32名のうち27名は、2時点目でも直<1型であったことや、2時点目で直=1型が存在しなかったことから、幼児期において、直=1型に到達することは困難であることが示唆された。Barth & Paladino(2011)は、直線型(直=1型)になるためには、数直線上で見積り際に比率的な判断を用いる必要性を指摘しており、数直線全体の長さを考慮して見積り比率判断を用いた見積りが、幼児期では

困難であると考えられる。

また、1時点目から2時点目にかけて、関数への適合有から適合無への変化という仮説とは異なる結果も得られた（例えば、1時点目で直 <1 型であった32名のうち、4名は2時点目では、適合無へ変化した）。これに関しては、現在の型から他の型へ変化する際に、一時的に数直線課題の成績が下がる可能性があることが考えられる。つまり、対数型から直線型への移行、関数への適合無から適合有、そして直線型の傾きがより1に近づくといったような、前進のみの発達ではなく、一時的に後退するような発達過程がある可能性もある。

4.4 数直線の見積りを関数への適合の有無別に検討することの意義

PAEの平均値を単独でみると、時点間で数直線の見積りの発達が見られなかったが、学年と時点における見積りの全体の平均値の散布図より（Figure 2左列）、各学年で直線型の傾きが1に近づくことが示された。

直線型で傾きが1により近づく発達の変化に関しては、ヘッドスタートプログラムに参加する幼児を対象に行った介入研究の見解とも一致する（Ramani & Siegler, 2008）。介入試行では、ボードゲームが行われた。ボードにはマスが10個、横1列に並んでいて、そこに1から10までの数字が左から順に記入されていた。子どもは、1の隣にあるスタートの位置からマスにそってトークンを動かし、ゴールを目指すことが求められた。事前、介入直後、事後において、0-10の数直線課題が行われたが、事前では、直線型の傾きが0.23と1から離れていたにも関わらず、ボードゲームを行うことにより介入直後では、0.92、また3ヶ月後の事後では0.59と事前よりも傾きが1に近くなることを報告した。さらに、横断的調査ではあるが、幼児期を対象としたXu et al. (2013)でも、同様の発達の変化が0-10の数直線課題において見られた。

このように、直線の傾きの変化は、これまでの介入研究や横断研究でもみられたが、本研究では、関数への適合の有無別に各学年と時点において分析をしたことで、先行研究より詳細に、そして正確に直線型の傾きの変化を明らかにできたと考えられる。

関数へ適合した者の見積りの平均値を示したFigure 2の中列では、いずれの学年と時点においても直線の傾きが1に近く、さらに、Table 3では直線型の半数以上が傾き0.8以上に該当し、両者の見解は一致している。その一方で、先行研究と同様の方法で示した全体の散布図（Figure 2左列）は、年少群の1時点目では傾き0.23、2時点目では0.4と傾き1から大きく離

れている。しかしTable 3では、年少群の1時点目において、傾き0.3以下の者は直線型と対数型で2名、2時点目では0名と両者の結果は矛盾している。よって、個人レベルで示した関数への適合有の者のみの散布図（Figure 2中列）が、直線型の傾きの発達の变化をより正確に示しており、先行研究と同様の方法で示した全体の散布図（Figure 2左列）は、適合無のデータの影響を受け、傾きの変化を上手く捉えきれていない可能性が高い。特に、適合無のデータが多い年少群は、全体の散布図にすると適合無のデータの影響を大きく受け、傾きが1から極端に離れた結果になったと考えられる。

これまでにも、幼児期を対象としたBerteletti et al. (2010)では、見積りの成績の平均値において数量表象の型の移行が見られた一方で、適合無の割合が、1-10の数直線課題では、年少児52%、年中児38%、年長児15%、1-20の数直線課題では、年少児66%、年中児38%、年長児16%であったことが報告されていたが、適合の有無別に傾きの変化を詳細に示してはなかった。よって、本研究のように適合の有無別に各学年と時点の散布図を示すことで、傾きの変化の特徴をより詳細に示すことが可能になったと考えられる。

以上のように、先行研究では傾きの変化を詳細には捉えきれていなかったものの、幼児を対象とした数直線課題の研究において、関数への適合有の者と適合無の者が同年齢で共存するという結果は共通している。このような結果になる理由として、幼児の場合、就学後の算数教育で培われたフォーマルな算数ではなく、幼児教育や保育の中で培われたインフォーマルな算数（丸山・無藤, 1997）の知識や能力が課題に反映されるため、小学生を対象とした結果よりも個人差が大きく反映されたと考えられる。

4.5 各学年における直線型の傾きの発達の变化

4.4の考察から、直線型の傾きの発達の变化は関数への適合有のデータを参照することが妥当であると判断されたため、Figure 2の中列に着目すると、傾きは年少群の1時点目から0.80と傾き1に近く、その後も傾きは1に近づいていった。さらにTable 3においても傾き0.5以下の直線型は少なく、個々の直線型の傾きの平均値を示したTable 4においても、直線型の場合、その傾きは全て0.75以上であった。以上より、直線関数に適合しても、Ramani & Siegler (2008)やXu et al. (2013)の見積りの平均値で示されていたような極端に傾きの低い直線を経由する可能性は少なく、傾きが約0.7~1.0の間で発達の变化がみられると考えられる。

さらに個別のデータで対数型である者についても直

線型に適合した場合の傾きを算出した。Table 3の結果でも、対数型は直線型と比較すると傾きが低い割合が高く、特に年中群の1時点目に関しては、半数以上が傾き0.5以下であった。傾き0.5以下であった対数型の散布図をみると、数直線の範囲の中間地点で弧を描くようにカーブしている特長が見られ、対数型の中にも数直線全体を使用して見積っているか、前半部分のみを使用して見積っているかの違いが見られることが示唆された。

4.6 本研究の成果と今後の課題

以上のように、幼児期における数直線の見積りの発達が明らかになったが、本研究の成果をまとめると大きく2点あげられる。第一に、数量表象の型の個人内の変化を検討し、適合無から、対数型、あるいは直 $<$ 1型・直 $>$ 1型への変化を示した。

第二に、関数への適合の有無別に各学年の見積りの成績を示すことで、直線の傾きに関するより詳細かつ正確な発達の変化を示すことができた。

その一方で、今後の課題も残された。まず、個人の数量表象の型の分析における大小型や対数型の度数が少なかったことから、それぞれの型を経由する発達が、幼児期における0-10の数直線課題において存在するのかどうか疑問が残った。よって、微視的調査により、この時期の数直線の見積りの発達を細かく調査する必要がある。また、分析方法も、関数への適合の有無ではなく、大小型が捉えやすいような分析手法を用いて検討することも必要であろう。

さらに、適合無の型に関しては、どの型も数量の発達に関連のない固執反応やでたらめ反応である可能性があるため、子どもの反応傾向が反映されない課題を考案し、数直線の見積りの初期の状態を再検討する必要がある。

【注】

1) アメリカ合衆国が1960年代半ばから行っているプログラムで、低所得者層の3歳から4歳の子供が対象とされている。就学前に少なくともアルファベットが読めるように、10までの数が数えられるように、といったことを目標に指導される。Ramai & Siegler (2008) では、2006年に連邦政府により設立されたヘッドスタートセンターに通う子どもを対象としており、子どもたちの家庭の収入は、年間16600ドル以下である。

【引用文献】

- Barth, H., & Paladino, A.M. (2011). The development of numerical estimation: Evidence against a representational shift. *Developmental Science*, *14*, 125-135.
- Berteletti, I., Lucangeli, D., Piazza, M., Dehaene, S., & Zorzi, M. (2010). Numerical estimation in preschoolers. *Developmental Psychology*, *46*, 545-551.
- Booth, J.L., & Siegler, R.S. (2008). Numerical magnitude representations influence arithmetic learning. *Child Development*, *79*, 1016-1031.
- Bouwmeester, S., & Verkoeijen, P.P.J.L. (2012). Multiple representations in number line estimation: A developmental shift or classes of representations? *Cognition and Instruction*, *30*, 246-260.
- 菅 民都. (2007). *Excelで学ぶ多変量解析入門* (二訂版). 東京: オーム社.
- 丸山良平・無藤隆. (1997). 幼児のインフォーマル算数について. *発達心理学研究*, *8*, 98-110.
- Ramani, G.B., & Siegler, R.S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low - income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development*, *79*, 375-394.
- Sella, F., Berteletti, I., Lucangeli, D., & Zorzi, M. (2015). Varieties of quantity estimation in children. *Developmental Psychology*, *51*, 758-770.
- 清水雅夫. (2004). パターンと図形の検出. デジタル画像処理編集委員会 (監修). *デジタル画像処理* (pp.202-207). 東京: 画像情報教育振興協会.
- Siegler, R.S., & Opfer, J.E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science*, *14*, 237-243.
- Siegler, R.S., & Ramani, G.B. (2008). Playing linear numerical board games promotes low-income children's numerical development. *Developmental Science*, *11*, 655-661.
- Siegler, R.S., & Ramani, G.B. (2009). Playing linear number board games - but not circular ones - Improves low-income preschoolers' numerical understanding. *Journal of Educational Psychology*, *101*, 545-560.
- Slusser, E.B., Santiago, R.T., & Barth, H. (2012).

- Developmental change in numerical estimation. *Journal of Experimental Psychology: General*, **142**, 193-208.
- 浦上萌. (2012). 幼児における数表象の発達：数直線課題と他の関連課題による検討. *幼年教育研究年報 (広島大学)*, **34**, 45-52.
- 浦上萌・杉村伸一郎. (2015). 幼児期における心的数直線の形成過程の検討. *発達心理学研究*, **26**, 175-185.
- White, S.L.J., & Szucs, D. (2012). Representational change and strategy use in children's number line estimation during the first years of primary school. *Behavioral and Brain Functions*, **8**, doi:10.1186/1744-9081-8-1.
- Xu, X., Chen, C., Pan, M., & Li, N. (2013). Development of numerical estimation in chinese preschool children. *Journal of Experimental Child Psychology*, **116**, 351-366.

【付記】

1. 本研究にご協力してくださいました園児のみなさま、先生方に感謝申し上げます。
2. 本論文のデータの一部は、日本心理学会第79回大会において発表しました。