広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
〈第42号　2014.3〉

言語活動を充実させた数学科授業の実践的研究（2）
―グループを活用して数学の本質に迫る活動―

富永　和宏　　橋本　三嗣　　砂原　　徹　　青谷　章弘
板崎　真一　　内海　美香　　川久保晃一　　喜田　英昭
森脇　政泰　　天野　秀樹　　河嵜　祐子　　小山　正孝
下村　　哲　　影山　和也

1．はじめに

21世紀は，新しい知識・情報・技術が政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す，いわゆる「知識基盤社会」の時代であると言われている。グローバル化とともに知識基盤社会化が進む現代においては，基礎的・基本的な知識や技能の習得に加えて，自ら課題を発見し解決する力，自分の考えを述べたり他の人の意見を聞いたりする力，物事を多様な観点から考察する力，様々な情報を取捨選択できる力などが求められている。一方，近年の国内外の学力調査から，我が国の子どもたちは思考力・判断力・表現力等に課題がみられることがわかってきた。[1)2)]

上記の状況を踏まえ，平成20年・平成21年に改訂された中学校・高等学校学習指導要領では，各教科の指導にあたり，生徒の思考力・判断力・表現力等をはぐくむ観点から，基礎的・基本的な知識および技能の活用を図る学習活動を重視するとともに，言語に関する理解を深め，生徒の言語活動を充実させることとなった。これは，国内外の学力調査から我が国の子どもたちが苦手にしていると指摘されている「情報相互の関係性を理解して，解釈したり自らの知識や経験と結びつけたりすること」や「日常的な事象について筋道を立てて考え，数学的に表現すること」などの統合・解釈・評価・活用の力を伸ばすためにも必要なことだと言える。[3)]

これらのことを受け，数学科における言語活動の充実を図る取り組みとして，レポートの作成やグループに分かれての話し合いや話し合った内容をまとめて発表するなどの実践が行われている。もちろん，これらの活動は前述のような力を育成することを目標としたものであろうが，気をつけたいのは，言語活動は学習活動の一つであり，言語活動を充実させること自体が数学教育の目標ではないということである。数学科の目標は数学の本質に対する理解を深めることであり，例えばグループを活用して言語活動を活性化させるなど，数学的活動の充実を図ることは，目標達成のための手段となり得ると考えられる。これまで数学的な活動の充実を目指して様々な実践例が紹介されているが，数学の本質に迫る方法についての検討は十分なされているとはいえない。

そこで，本研究では，グループを活用して言語活動を充実させることを中心に，数学的活動の充実を図り，数学の言語ともいえる数や式，図，表，グラフなどを用いて数学的に表現する力を身につけ，数学の本質に迫り数学の理解を深めるための授業づくりを目指して取り組むこととした。

2．研究の仮説と方法

言語活動の充実と数学的活動に関して，新井は次のように述べている。[4)]

「数学を部分の総和ではなく全体として理解するには，生徒の頭の中に，学んできた各項目が全体の中で位置付けられている必要がある。そして，それらが相互につながりあって，地図として俯瞰でき，ストーリーとして意味を持つ状態になっていることが望まれる。」

これには数学の本質に迫る学習活動についての示唆が含まれている。すなわち，数学の本質に迫る学習活動を構成するには，次の3つの視点を重視する必要があると考えられる。

Kazuhiro Tominaga, Mitsugu Hashimoto, Toru Sunahara, Akihiro Aotani, Shinichi Itazaki, Mika Utsumi, Kouichi Kawakubo, Hideaki Kida, Masayasu Moriwaki, Hideki Amano, Yuko Kawasaki, Masataka Koyama, Tetsu Shimomura, and Kazuya Kageyama: A study on mathematics lesson for developing competency of communication (2): Activities for approaching to the essence of mathematics through group working

①概念や操作の位置付け・意味付け
学習で分かったことが，これまでの学習内容とどのように関係するのか，全体の中でどのように位置付けられるのかを考える。
②数学的な結果の解釈
数や式，図，表，グラフなどから得られた数学的な結果を事象に即して解釈するとともに，問題解決の方法を数学的表現を用いて考える。
③事象への数学の活用
事柄が成り立つ理由を，数学的な表現を用いて的確に説明するなど，数学を身の回りの事象や自然現象・社会現象等と関連づけて考える。

以下では，それぞれの視点による授業構成の例を示す。

①概念や操作の位置付け・意味付け

「余弦定理」（数学Ⅰ 三角比）

生徒は中学３年で三平方の定理を学習することで，直角三角形の辺の長さを求めたり，辺の長さの比が特別な値になる直角三角形について角の大きさを求めたりすることができるようになっている。高等学校の数学Ⅰで，生徒は余弦定理を学習することで，一般の三角形についても，与えられた条件から辺の長さを求めたり，角の大きさを求めたりすることができることになる。この学習を単に新しい計算技術の習得と捉えるのではなく，三平方の定理や三角形の決定条件と関連づけて，これまでできなかったことが余弦定理によってできるようになったことの意味を考え，扱うことのできる数学の世界が広がったことに気づかせる。

この他にも，三角比の一般化や指数の拡張など，既習の性質は保ちながら，定義を拡張することでより発展させた内容について考えることができる機会は少なくない。これらの機会を捉えれば，概念を教え込むのではなく，生徒が自分たちで議論するなどして，新しい数学的概念や操作の位置付け・意味付けを自ら行うことができるような活動を取り入れた授業を展開できるであろう。

②数学的な結果の解釈

「正ｎ角形の角の大きさ」（中学２年　図形）

正ｎ角形の内角や外角の大きさとｎの値の関係を表に整理して調べると，外角の大きさがｎと反比例していることがわかる（表１）。このことから２つの数量の関係を式に表したり，比例定数である360° のもつ意味について考えさせたりする。

さらに，外角の大きさを表す式から，内角の大きさを表す式も求める（ 180-360/n ）。そして，求めた式がｎ角形の内角の和である 180° ×(n-2) をｎで割ったものと等しいことを確認し，数学的な表現のもつよさについても感じ取らせる。

表１　正ｎ角形の角の大きさ

n	3	4	5	6	8
内角(°)	60	90	108	120	135
外角(°)	120	90	72	60	45

この授業にグループ活動を取り入れることで，生徒が自分たちで図形の持つ数学的な性質を検討したり，その性質が成り立つ理由を考え議論したりするなど，言語活動を充実する場面を設定することができる。

③事象への数学の活用

「預金残高を計算しよう」（数学Ⅱ 対数関数）

１年に８％の利息がつく貯金に10万円を預けたとき預金残高が50万円を越えるのは何年後かを，常用対数を利用して求めさせる。課題に取りかかる前に生徒に予想を立てさせると，はじめの１年は利息が8000円なので，残高を40万円増やすには単純に割り算すると50年分に当たることから，少し短くなって30年から40年くらいを予想する生徒が多かった。

実際に常用対数を用いて計算すると，21年で50万円を越えることがわかり，多くの生徒は驚いていた。指数関数の値が爆発的に増えることは，曽呂利新左衛門のとんち話などが有名であるが，値が大きすぎて生徒は実感がわかないこともある。その点，身近な題材で金額的にもほどほどの課題を設定することは，生徒が興味をもって課題に取り組むきっかけになるだろう。また，等比数列の学習も済ませた後であるなら，追加で積み立て貯金の課題を取り上げることも可能である。貯めたい金額や期間について自分たちで考えて，条件を設定する活動などを取り入れることで，数学と日常の事象との関わりを実感させるとともに，数学を使って説明する活動に主体的に取り組ませることができる。

これら３つの視点は，それぞれが独立したものではなく，１つの教材の中に複合して含まれるものである。したがって，数学の本質に迫る学習活動を展開するためには，その授業で取り組ませる数学的な活動のねらいを明確にすることが必要である。そのねらいにそった形で，重視する視点について軽重のバランスをとり，数学科授業を構成していくことになる。

本研究では，前述の３つの視点を重視して，グループ活動を取り入れながら言語活動の充実を図る形で，数学の本質に迫る授業の例として，２つの研究授業を実施した。また，１，２学期で10回以上グループでの

活動を取り入れた授業を行っている中学２年のクラスを対象に，言語活動やグループ学習に関するアンケートを実施した。以下では，その概要を示しながら，考察を進めていくことにする。

３．研究の内容

３．１　研究授業（1）「漸化式の応用」（数学Ｂ）

①本時の題目　折れ線による平面分割

②本時の目標

漸化式を利用して，折れ線による平面分割の最大数を求めることができる。また直線と折れ線による平面分割の最大数の求め方を比較し，その関係を考察することができる。

③指導の経過と今後の計画

数学Ｂの「数列」は，等差数列や等比数列，いろいろな数列の和について理解するとともに，階差数列や漸化式から数列の一般項を求めたり，数学的帰納法を利用して自然数に関する命題を証明したりできるようにすることを目的に指導している。「数学はパターンの科学である」と数学者キース・デブリンが述べるように，数学の学習には，パターンや規則を発見する楽しみがある。「数列」はこのことに適した単元であるといえる。しかし，文字を扱うことによる複雑さ，パターンが多数あることなどの理由から苦手とする生徒も少なからずいるのが現状である。具体的な数の規則の理解に始まり，文字を用いての一般化までスムーズに指導したい。

本題目の指導にあたっては，与えられた漸化式を解くことだけでなく，さまざまな現象を観察してその規則性に着目して漸化式を作り，その漸化式を解いて現象を再解釈することを通して，生徒が数学の有用性を感じられるように単元を構成した。

本時では，平面分割を題材に取り上げる。直線による平面分割の最大数は，教科書等で紹介されているものである。直線を折り，折れ線やジグザグ線のように折り返し点を増やした場合に方法を一般化する，漸化式を作る方法をグループで話し合い，他の生徒にわかるように説明するなどの数学的活動を通して，「数列」の理解を深めるとともに，他の生徒を納得させるために数学の言語（式や図など）を用いて筋道立てて説明したり，他の生徒の説明に対して質問や指摘をしたり，詳しい説明を求めたりする態度を養いたい。

④授業構成

本授業は，表２のような特色付けを行い，表３に示した学習指導過程によって構成した。

表２　授業の特色付け

	概念や操作の位置付け・意味付け	数学的な結果の解釈	事象への数学の活用
折れ線による平面分割	○	◎	○

（◎非常に重視している，○重視している）

表３　授業の学習指導過程

本時の指導過程

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
（導入） ・直線による平面分割の最大数	○課題１を提示し，直線による平面分割の最大数について考えさせる。 〔課題１〕 n 本の直線による平面分割の最大数 a_n を求めよ。 ○a_1，a_2，a_3 を求める過程から，最大数がどのように変化するかに注目させ，漸化式「$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+(n+1)$」を作らせる。 ・n 本の直線に，$(n+1)$ 本目の直線を引くことで，既にある n 本の直線と n 個の点で交わり，これらの交点によって $(n+1)$ 本目の直線は $(n-1)$ 個の線分と２個の半直線に分けられることから領域が $(n+1)$ 個増えることを確認する。 ・漸化式「$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+(n+1)$」を解いて，a_n を求める。	・実際に直線を引いて考えさせる。 ○直線をどの２本も平行でなく，どの３本も１点で交わらないように引けばよいことに気づくか。（見・考） ○漸化式を解けるか。（技）
（展開） ・折れ線による平面分割の最大数	○直線を，直線を１回折ってできる「折れ線」に変え，折れ線による平面分割の最大数について考えさせる。 〔課題２〕 n 本の折れ線による平面分割の最大数 b_n を求めよ。ただし，折れ線の折れる角度は変えられるものとする。 ・b_1，b_2，b_3 を求め，班で規則性について話し合う。 ・n 本の折れ線に，$(n+1)$ 本目の折れ線を引くことで，既にある n 本の折れ線と $4n$ 個の点で交わり，これらの交点によって $(n+1)$ 本目の直線は $(4n-1)$ 個の線分と２個の半直線と１個の折れ線に分けられることから領域が $(4n+1)$ 個増えることに気づき，漸化式「$b_1=2$，$b_{n+1}=b_n+(4n+1)$」を作る。 ・漸化式「$b_1=2$，$b_{n+1}=b_n+(4n+1)$」を解いて，b_n を求める。	・それぞれの班でホワイトボード（小）を活用させる。 ○折り返し点は他の線の交点から離し，半直線をどの２本も平行でなく，どの３本も１点で交わらないように引けばよいことに気づくか。（見・考）
・直線と折れ線の比較	○２本の直線と１本の折れ線は，交点から先があるか否かで異なるため，１本の折れ線は，２本の直線の場合から領域を２個失うことに注目させ，a_n と b_n の関係式を考えさせる。 ・「$b_n=a_{2n}-2n$」より b_n を求める。	○漸化式を解けるか。（技）
（まとめ） ・本時の学習内容の整理 ・直線を折る数を増やした場合への発展	○本時の学習内容を振り返り，漸化式を利用して平面分割の最大数を求められること，$(n+1)$ 本目を引くことで，領域が何個増えるかに注目して漸化式を作る方法は，直線を折る数を増やした場合にも利用できることを確認する。 ○発展として直線を２回折ってできる「ジグザグ線」（２本の平行な半直線を線分で結んだ形）に変えると平面分割の最大数はどうなるかを問う。	「ジグザグ線」 
備考	ホワイトボード（小）10個（グループ学習用）	

⑤研究協議

本研究授業についての研究協議では主に３つの点が問題となった。

１つ目は，図をかくことを通して，問題を適切に把握できたかという問題点である。課題１については，生徒からすぐに，「それぞれの直線を，平行でなく交点を通らないように引けばよい」という考えが出され，$a_1=2$，$a_2=4$，$a_3=7$，･･･と次々と項の値が定まった。ほとんどの生徒がこの段階で問題を適切に把握し，数列の規則性に気づいたようである。課題２については，生徒がホワイトボードに図をかいて試行錯誤をしながら取り組んだ。授業者が「折れ線の折れる角度が大きいと数が少なくなる。」，「折り返し点は図形

の外側にこないといけない。」などの生徒の発言を取り上げてクラス全体で共有したことが問題の把握や漸化式を作るのに有効であったのではないかとの指摘があった。また，ホワイトボートを活用することは，何に着目すればよいのかをグループで共有する助けになったとの評価もなされた。

２つ目は，グループで話し合うこと通して，理由を他の生徒にわかるように説明できたかという問題点である。課題１では，$a_1=2$，$a_2=4$，$a_3=7$から帰納的に漸化式 $a_1=2, a_{n+1}=a_n+(n+1)$ が生徒から出された。授業者による「この漸化式はどのようにして出したのですか。」との問いに対して，生徒からは「増える数が１＋１，２＋１，３＋１･･･となっているから。」，「結果がそうなっているから。」という発言が多く出た。「式の意味を読み取ってみよう。」との問いに対しては，生徒の反応がなかったため，十分に話し合う時間を確保しないまま課題２に進んだ。そのため，課題２においても漸化式 $b_1=2, b_{n+1}=b_n+(4n+1)$ の説明として項の値の変化にのみ注目しているグループが10のうち７つあった。式の意味を読み取って話し合いをしているグループは２つあり，１つのグループは交点の数と増える領域の数の関係に着目していた。もう１つのグループは課題１の結果を利用する方法を１人が思いつき，他の３人に説明していた。課題２では式を読み取る説明を求めたかったが，授業者の計画通りには進まなかった。これについては，課題１の扱いが不十分であったことが原因ではないかとの指摘があった。

３つ目は，類似点と相違点を考えることを通して，問題に対する考えを広げたり深めたりできたかという問題点である。課題２で $b_n=2n^2-n+1$ を求めた後に，課題１の結果を利用する方法に気づいたグループに発表させた。その方法は，２本の直線と１本の折れ線は，交点から先があるか否かで異なるため，１本の折れ線は，２本の直線の場合から領域を２個失うことに注目して $b_n=a_{2n}-2n$ を導き，b_nを求めるものであった。さらにこの発表を発展させたグループはa_nとb_nの関係に着目して表に整理することから $b_n=a_{2n-1}$ という式を導いた。結果が同じになることを計算で確認した後に，式の意味を探るという話に発展した。授業時間内に式の意味を見つけることはできなかったが，授業後まで活発な話し合いが続いた。グループの考えの発表から，その方法を共有し，改めて問題に取り組むことで，生徒一人では思いつかないかも知れない発見に出会うことがあることもわかった。しかしこれは，課題内容や活動の方法によるから，生徒の考えの広がりと深まりについては，素材・題材の検討，発問計画や活動計画などの授業者の十分な準備が重要となる。

３．２　研究授業 (2) 「円の性質の利用」（中学３年）

①本時の題目

円の内側を転がる円における定点Ｐの動き

②本時の目標

円周角の定理や等式を利用して，定点Ｐが直径の上を動くことが説明できる。

③指導の経過と今後の計画

本時では，図形の性質を実験から予想し，数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合い，課題を解決するという活動を行う。この学習を通して，論理的に考察し表現する力を伸ばしたい。また，言語活動の充実として，数学の内容をより深く理解させるための方策や，授業構成の工夫などを考察するための事例として，本時の授業を提案する。ここでは，説明を記述することやグループによる学習活動などを行い，その活動が円の性質の理解を深めることや論理の道筋を明確にしたり，議論を活発にしたりすることにつなげたい。

図１のように，半径ｒの円 C_1 が，半径 nr（n＞1）の円 C_2 の内側をすべることなく回転するとき，C_1 の周上の定点Ｐがなす軌跡は，内サイクロイドと呼ばれる曲線である。ｎ＝４の内サイクロイドは，図１の太線のような曲線になる。ここで，点ＡはＰの最初の位置を表す。本時ではｎ＝２の場合を扱う。このとき，定点Ｐがなす軌跡は C_2 の直径（図２の太線）となる。

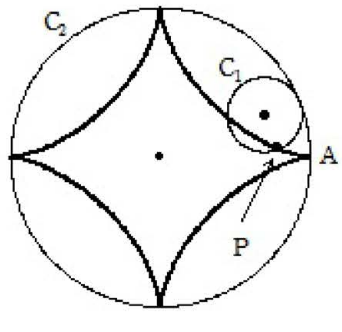


図１　ｎ＝４の点Ｐの軌跡

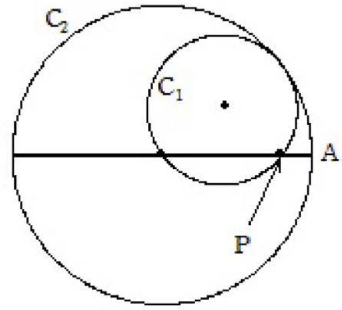


図２　ｎ＝２の点Ｐの軌跡

このクラスでは前時までに円周角の定理やその逆を学習し，これらを利用して図形の性質を証明してきた。本時は，軌跡の内容に深入りすることは避け，Ｐが直径の上を動くことについて説明できることを目指す。

説明を構想する際，次の２つがポイントになると考えた。

・２つの角の大きさが等しいことから，Ｐが直径の上にあることが導かれること（指導過程①②）
・２つの弧の長さが等しいことから，角の大きさが等しいことも導かれること（指導過程③④）

何の手がかりのない状態では，これらに気づきにくいと思われるが，各点の位置や回転して接した部分に着目するなどして，生徒が見いだせるようにしたい。

今後は，円の性質を利用して，作図をしたり，相似な図形を考察したりする予定である。

④授業構成について

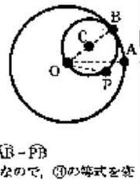
本授業は，表４のような特色付けを行い，表５に示した学習指導過程によって構成した。

表４　授業の特色付け

	概念や操作の位置付け・意味付け	数学的な結果の解釈	事象への数学の活用
折れ線による平面分割	○	○	◎

（◎非常に重視している，○重視している）

表５　授業の学習指導過程

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点・評価
（導　入） ・本時の課題の把握	○円の半径の比が 2：1 である大小２つの円筒を用いて，大きい円筒の内側で小さい円筒を回転させる様子を見せる。 ○次の課題を提示する。 課題　回転を始めるときに，大きい円筒に接していた小さい円筒の点をＰとする。小さい円筒をすべらないように回転させると，Ｐはどのように動くだろうか。 ・２つの円筒がない状態で，Ｐがどのように動くか，大まかに予想する。	
（展　開） ・軌跡の観察	○点Ｐの軌跡を調べるために，次の実験を行う。 円Ｏの半径を4cm，円Ｃの半径を2cmとします。円Ｏの内側を，すべらないように少しずつ円Ｃを回転させて点Ｐをワークシートにとりましょう。Ｐはどのように動きますか。 ・点Ｐは円Ｏの直径の上を動くことを予想する。	・ワークシートと，画用紙でできた半径2cmの円を配付する。 ・作業は２人１組で行う。１人は円を回転し，もう１人はＰをプロットする。
・予想の説明	○予想が正しいことを説明する。 半径 r の円Ｃが，半径 2r の円Ｏの内側をすべることなく回転するとき，点Ｐは円Ｏの直径の上を動くことを数学的な根拠をもとに説明しよう。 ・はじめの接点をＡ，回転させた後の接点をＢとする。 ・次の４点に着目し，判断の根拠を明確にする。  ①∠AOB＝∠POB ならば，Ｐは直線OA上にある。 ②Ｐは円Ｏの内部にあるから，Ｐは直径の外に，はみ出さない。 ③すべらないように回転させるから，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{PB}$ ④円周角の定理から∠PCB＝2∠POB なので，③の等式を変形して，∠AOB＝∠POB が得られる。 ・予想が正しいことの説明を，道筋を立ててワークシートに書く。	・Ｐを円Ｏの直径の上でない場所にとり，①②に気づかせる。 ・２つの円が接した部分を指摘し，③④に気づかせる。 ・説明の構想を練るときは，４人のグループで行う。 ○説明の構想ができたか（見方・考え方）
・課題の解決	・課題を解決する。	○予想が正しいことを説明できたか（技能）
（まとめ）	○本時のまとめを行う。 ・課題を解決するまでの過程を振り返る。 ・２つの円の相似比が 4：1 の場合に，点Ｐの軌跡をコンピュータで提示し，内サイクロイドについて触れる。	
備考 準備物：ワークシート，画用紙の円（20枚），コンピュータ		

⑤研究協議

実験だけでは作業が進まない班があった。改善策として，実験の前に円Ｏの円周を何等分か分割し，回転させる目標となる点を提示することが提案された。この方法で，説明のポイントになる角を意識させるような展開があることも指摘された。また，回転させやすい硬貨の使用や，観察した後にコンピュータの描画ソフトで軌跡を提示することなども提案された。

説明をする場面については，観察された班の発言や記述の様子が取り上げられた。説明の見通しをもった生徒がいた班では，話し合いをして皆が説明を書くことができた。また，わからないことに気後れすることなく活発に話し合った班では，①が重要であることを再認識するような発言があり，わかっているのに言葉にできないもどかしさをつぶやく生徒がいた。一方，観察者からは，全員がわかった授業ではなかったとの指摘も出た。

本時の内容を50分で行うには，さらに焦点化するなど整理する必要があり，グループの状況に応じた授業者の働きかけについては，今後の課題である。

３．３　言語活動，グループ学習に関するアンケート

（対象　中学２年生　男子19人，女子20人）

質問１　数学の学習で課題の内容について，まわりの人と話し合ったり，相談したりすることは有益だと思いますか。

有益である	21人（54%）
やや有益である	17人（44%）
そんなに有益でない	０人（０%）
全然有益でない	１人（２%）

（自由記述）【肯定的な意見】
・自分と違う意見を知ることができる(9)
・新しい考えを生み出すことができる(6)
・相談することで問題が解けることがある(6)
・友達と相談してヒントになる考えが浮かんだ(4)
・友達に教えてもらって分かった(4)
・自分の思いつかなかった考えを教えてもらった(3)
・答えを確かめ合えるので自信になる(2)
・わかりやすく最後まで説明してもらえる(2)
・自分の分かっているところと友達のわかっているところを合わせると答えにたどり着きやすくなる

【否定的な意見】
・私語が多い

質問２　数学の授業で，実験や話し合い，発表などグループ活動を取り入れることは有益だと思いますか。

有益である　　　　　　19人（49%）
やや有益である　　　　12人（31%）
そんなに有益でない　７人（18%）
全然有益でない　　　　１人（２%）

（自由記述）【肯定的な意見】
・自分と違う意見を知ることができる(5)
・実験は楽しいから(3)
・自分よりいい解き方が見つかるときがある(3)
・話し合うことで問題が考えやすくなる(2)
・相談することで問題が解けることがある(2)
・自分のわからないところを教えてもらった(2)
・実験することで発見できたり，分かりやすくなったりする
・よりよい発表の仕方がわかる
・よりよい表現の仕方がわかる
・答えを確かめ合えるので自信になる
・自分の考えをまとめるのに役に立つ
・みんなでアイデアを出し合える
・普通の授業より印象が強く残る

【否定的な意見】
・わざわざ時間をとってまでする必要はない(2)
・一人だけが話して，全体の動きにならない(2)
・隣の人と相談するだけで十分
・一人で考えることも大事
・わかっていることを発表しても仕方がない

質問３　数学の授業でグループで話し合いをするのにうまくいかないときがあります。どんなときにうまくいかないと思いますか。

（自由記述）
・みんなが解けないとき(7)
・誰も意見を出さないとき(5)
・意見が食い違ったとき(4)
・私語をする人がいるとき(4)
・みんなの意見が同じとき(4)
・答えが１つしかないとき(3)
・みんなが遠慮して意見を出さないとき(2)
・みんな言うことを出し尽くしたとき(2)
・自分の考えをうまく伝えられないとき(2)
・自分の意見が持てないとき(2)
・特定の人しかしゃべらないとき
・相手の言いたいことがわからないとき

４．考察

４．１　グループ活動における言語活動の充実

３．３のアンケート結果から，グループ活動による言語活動を含む数学的活動を取り入れることを有益またはやや有益と感じている生徒は80%にのぼっている。これは，言語活動においてグループ活動という形態を取ることの有効性を示していると考えられる。なかでも，自由記述にあるように，「自分と違う意見を知ることができる」，「自分よりいい解き方が見つかるときがある」，「相談することで問題が解けることがある」など，他者と意見を交換することは課題を解決する上で有益であるという意識を持っている生徒は少なくない。３．１の研究協議のところでも「グループの考えの発表から，その方法を共有し，改めて問題に取り組むことで，生徒一人では思いつかないかも知れない発見に出会うことがあることもわかった。」という記述がある。グループ内で話し合いをしたり，他のグループの発表を聞いたりするなど，他者の意見を聞いて自分の考えに修正を加えることで課題の解決につなげる活動は，お互いの考えを伝え合い，練り上げる活動として高く評価できるものである。

また，「よりよい発表の仕方がわかる」，「よりよい表現の仕方がわかる」など，表現に注目した意見もあった。自分の考えを伝えるために数学的な表現を利用することは，他者にわかりやすく伝えられるだけでなく，自分の考えを整理し，新たな発見や課題の解決につながることも少なくない。このように数学的な表現を利用する活動を進める上でも，グループによる活動は有効であると考えられる。３．２の研究協議のところでも「わからないことに気後れすることなく活発に話し合った班では，①が重要であることを再認識するような発言があり，わかっているのに言葉にできないもどかしさをつぶやく生徒がいた。」という記述がある。グループでの話し合いが数学的な表現力の大切さを実感させた場面であり，グループを活用して言語活動の充実を図った授業の成果として捉えることができる。

さらに，「実験は楽しいから」，「実験することで発見できたり，分かりやすくなったりする」など，操作的な活動に取り組むことができたことを評価する意見もあった。３．１の研究授業でも，折れ線で分割される平面の部分の個数を求める場面では，グループごとに用意されたホワイトボードに折れ線をかき込みながら，分割された部分の個数を数え間違わないようにするため，複数で声を合わせて確認したり，数えたところに印をつけたりするなど，楽しそうに活動に参加している生徒の姿が印象的であった。加えて，部分の個数の変化の規則性を考える場面では，ホワイトボードを囲んで線をかき込みながら熱心に議論する生徒も数多く見受けられた。これは明らかに，操作的な活動により課題に対する意欲が高められた結果だといえる。課題の内容や質にもよるが，グループを活用して言語

活動の充実を図るには，操作的な活動も取り入れるなど，活動の幅を広げる工夫が有効であるといえよう。

その一方で，グループでの活動に対して批判的な意見もあった。大きくは,「グループでの活動に意義を感じられない」という意見と「グループでの活動がうまく機能しない」という意見の２種類である。

グループでの活動に意義を感じられないという意見としては「わざわざ時間をとってまでする必要はない」,「わかっていることを発表しても仕方がない」など，グループを活用する効果が薄い場合のことを挙げている。これは，グループでの話し合いがうまくいかない場合の「答えが１つしかないとき」,「みんなの意見が同じとき」という回答も該当する。確かに，構造が簡単ですぐに解けてしまい，得られた答えを掘り下げたり，広げたりすることが難しい課題では，話し合いを続けることも難しく，生徒も参加する意欲がわかないだろう。したがって，グループを活用して言語活動の充実を図るためには，生徒に取り組ませる課題の質の保障が重要になる。

また，グループでの活動がうまく機能しないという意見としては「一人だけが話して，全体の動きにならない」という場合を挙げている。これに加えて，グループでの話し合いがうまくいかない場合の「誰も意見を出さないとき」,「意見が食い違ったとき」,「私語をする人がいるとき」,「特定の人しかしゃべらないとき」なども該当する。この問題点を解決するには，授業者の生徒への適切な働きかけが必要である。すなわち，生徒の誰も意見を述べず話し合いが滞っている場合には，課題のどこに注目して考えればよいかという視点を示すことが必要であるし，特定の人物しか発言しないような雰囲気のグループには他の参加者の発言を促して，話し合いの流れを整理する必要がある。他にも，話し合いのポイントとなりそうな問いをまとめて事前に各グループのリーダーに渡しておくなど，話し合いが円滑に行われるための準備を整えておくことが大切である。さらには，普段から授業に話し合いを行う活動を取り入れ，生徒を慣れさせておくことも大切であろう。普段やってないことを急にやらされても進行役も戸惑うであろうし，何よりお互いに意見を出し合うという雰囲気は日頃から育てておかないと，急にできるものではないからである。

４．２　数学の本質に迫る学習活動

①概念や操作の位置付け・意味付け

３．１の研究授業で，直線や折れ線によって区切られた平面の部分の個数を求める活動は，図をかいてはじめの幾つかの個数を調べて帰納的に類推するだけでなく，数量関係を漸化式に表したり，その漸化式が成り立つ背景を考えさせたりしている。こうして既習事項である漸化式や階差数列の応用であることを生徒が分かった上で学習を進めることは，自分が取り組んでいる学習が数学のどの部分とつながっているかということを意識し，解決に見通しをもつための助けとなる。さらには,このような発展的な課題に取り組むことで,既習事項の位置付けが整理され，理解が深まると考えられる。

したがって，指導者は一通りの学習が終わった後の課題学習などの機会を利用して，生徒に複数の学習内容に関連するような課題に取り組ませるとともに，単に解法を教えるのではなく，生徒が取り組んでいる課題と既習事項との関連を明らかにし，生徒が学習内容を整理・構造化できるように指導する必要がある。

②数学的な結果の解釈

３．１の研究授業で，課題１で得られた漸化式について，授業者の「式の意味を読み取ってみよう。」との問いに対する生徒の反応が薄く，そのため課題２においても漸化式の説明として項の値の変化にのみ注目しているグループが10のうち７つあった。これには取り組んだ課題の分量や授業の時間配分等の条件もあるので一概には言えないが，図や表などから得られた数学的な結果を事象に即して解釈する態度については十分とは言えないであろう。その一方で，残りのグループは授業後まで熱心に話し合いを行っている。このように生徒の学習に取り組む態度を育てる授業づくりに今後も取り組まなければならない。

なお，実験や操作的活動によって得られた結果の考察については，数量の変化の規則性や関係性などに注目して表やグラフ，式に表したり，それを利用して課題を解決したりすることに生徒の意識も向きがちである。しかし，本当に大切なのは図や表などから得られた数学的な結果を事象に即して解釈することや，その性質が成り立つ理由を考察することである。したがって，指導者は生徒が解釈に取り組む活動を保障するとともに，必要ならば考察を進める上でポイントとなる事柄について提示するなど，生徒に適切に働きかけるよう指導することが重要である。

③事象への数学の活用

３．２の研究授業では，実験の結果から点Ｐは直径の上を移動しているとの予想を得て，本当にそうであるのかということについて考察を行った。点Ｐが直径上にあることを示すのに，どのような数学的表現を用いればよいのか，またそれが成り立つことを示すにはどのようにすればよいのかという課題に取り組んだ。

このように事柄が成り立つ理由を，数学的な表現を

用いて的確に説明するなど，身の回りの事象や自然現象・社会現象等と関連づけて考えることは，生徒に数学の有用性を感じ取らせるだけでなく，数学的な表現のよさも感じ取らせることができるであろう。

したがって，指導者は一通りの学習が終わった後の課題学習などの機会を利用して，生徒に身の回りの事象や自然現象・社会現象等と関連するような課題に取り組むよう指導することが重要である。加えて，指導者が単に課題を解決する筋道を教えるのではなく，生徒が解決したい課題の内容を踏まえて，目的にそってデータや情報を選択・収集させたり，内容を数学的に表現させたりする活動にも取り組ませたい。

５．今後の課題

本研究では，グループを活用して言語活動を充実させることを中心に，数学的活動の充実を図り，数学の言語ともいえる数や式，図，表，グラフなどを用いて数学的に表現する力を身につけ，数学の本質に迫り数学の理解を深めるための授業づくりを目指して取り組んだ。今後は，単元ごとにどのような指導が可能かということを検討し，教材の開発や指導の工夫のあり方について取り組む必要がある。また，グループによる活動を行うなかで，生徒の状況，特に思考の過程をどのように把握し，指導に活かしていくかということについても検討しなければならない。さらには，数学の本質に迫る授業のなかで生徒の理解の様子や思考力・表現力にどのような変化が見られるのかを，ワークシートの記述や映像記録，アンケートなどを用いて，詳細に検討し，考察する必要がある。

引用・参考文献

１）文部科学省（2008），『中学校学習指導要領解説　数学編』，教育出版.
２）文部科学省（2011），『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』，実教出版.
３）文部科学省（2012），『言語活動の充実に関する指導事例集（中学校版）－思考力，判断力，表現力等の育成に向けて－』，教育出版.
４）新井紀子（2011），「言語活動の充実と数学的活動」，文部科学省『中等教育資料　平成23年６月号』，pp.34-39，学事出版.