

# ケニア初等数学教科書における学習活動の考察 —表現形式に焦点を当てて—

松 永 彩

(広島大学教育開発国際協力研究センター)

## 1. はじめに

東アフリカに位置するケニア共和国（以下、ケニア）においても、世界的な潮流に従い、現在では基礎教育の質的側面が課題として認識されている<sup>(1)</sup>。その課題解決に向け、教科書からのアプローチも行われている<sup>(2)</sup>。教科書は、教育現場における教材として重要な役割を担っているとともに、地域を超えまた時間を超えて使用されるという汎用性もある。ところが、日本のODAにより、中南米において算数国定教科書の教師用指導書や児童用作業帳の作成が行われた<sup>(3)</sup> ことから明らかなように、教科書を配布するだけでは不十分である。教科書で意図されている内容が、教師を通していかに子どもに伝わるかが問題となる。しかし、教科書はその国独自の教育目標に沿うものでなくてはならず、また例題には実生活に即する身近な経験や材料が盛り込まれている必要がある。そのため、異なる国の教科書の質を一元的に捉えるのは困難であり、これまで教科書の質的分析は為されて来なかったが、本研究では、教科書がどのような意図によりどのように用いることが想定されているのかに焦点を当て、教科書で想定されている学習活動の質的分析を試みた。

また、数学という教科では、学習活動に様々な表現形式が用いられ、各形式がそれぞれ役割を担っている（ブルーナー 1966；平林・片山 1969；平林 1974；ディーンズ 1977；Lesh 1981；Lesh et al. 1987；中原

1995）。そのため、表現形式に焦点を当てることにより、学習活動の質的側面における分析が可能となる。そこで、表現形式に着目した数学教科書の分析手法を考案した。本研究では、その手法を用いて、ケニアの初等数学教科書における学習活動の特徴を見出すことを目的とする。また、ケニア初等数学教育の質的向上に向けた提言を試みる。

## 2. 先行研究

中原忠男は、数学教育における表現形式を、現実的表現、操作的表現、図的表現、言語的表現、記号的表現の5つに分類している（石田 1993；中原 1995）<sup>(4)</sup>。

現実的表現とは、具体物や実物による実験を含めた実世界の状況を指し、操作的表現とは、具体物や教具等に動的操作を施す

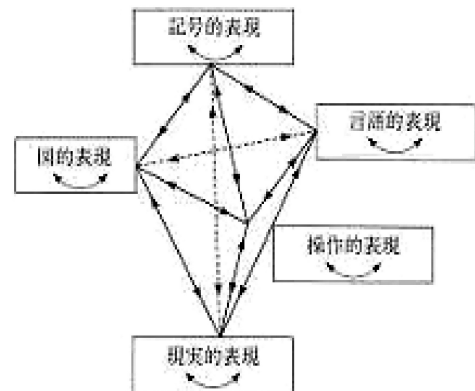


図1. 中原(1995)による数学教育における表現体系

などの具体的な操作的活動による表現を指す。また、図的表現は絵・図・グラフ等による表現、言語的表現は日常言語を用いた表現、記号的表現は、数字・文字・演算記号など数学的記号を用いた表現を指す。

図1は、中原がブルーナーのEISにおける認知発達の順序性<sup>(5)</sup>とLeshの提唱した相互変換性<sup>(6)</sup>とに着目し、その他の研究と照らし合わせながら作成した表現体系の模式図である。子どもにおける認知や思考は、この図の下から上に向かって発達して行く。またこの順序は、表現様式の抽象性及び記号性の順序でもある。そして、表現様式間および表現様式内の矢印は表現様式の変換を表すものである。これらの矢印は両方向からの矢印であり、相互変換性を表している。

以上より、言語的表現・図的表現・操作的表現は、数学的世界と現実の世界を媒介する存在であることが示唆される。例えば、現実世界の問題を数学的問題へと変化させる時、表現方法を現実的表現から記号的表現に変換する学習活動が期待される。しかし、直接的にその翻訳を行うのは容易ではない。そこで、言語的表現・図的表現・操作的表現を活用することにより、様々なアプローチが確保され、「言語的表現—記号的表現」間の翻訳が容易になる。このような解釈に基づき、中原(1995)による数学教育の表現体系を基盤として、教科書分析を行う。

### 3. 研究方法

本研究では、教科書で意図されている学習活動を読み取り、各学習活動を単位として表現形式を抽出し、抽出された表現形式を分析した。また、日本とケニアの教科書を同様の手法を用いて分析・比較し、ケニアの教科書における特徴を明らかにした。

#### (1) 研究対象

研究の対象は、最もシェアが大きいとされるJKF (Jomo Kenyatta Foundation) 出版の教科書『Primary Mathematics』とした。比較対象として、大阪書籍の教科書『小学算数』(平成17～20年度版)の分析を実施した。

また、対象分野は、四則演算の導入単位とした。四則演算は、量的にも初等数学の大部分を占め、初等数学の基礎を成している。特にケニアでは、科学技術や経済の発展を促進することが学校教育の成果として期待されており、数学教育のねらいとして日常生活で数学を用いることが掲げられている(Ministry of Education, Science and Technology 2002)。そして、日常生活や科学技術に役立つ数学という観点で考えると、状況を数式に翻訳する力の育成が重要であるといえる。その基本的な部分が演算決定、即ち演算の意味理解であると考えられる。そこで本研究では、四則演算の導入単位の分析を試みた。

#### (2) 教科書の分析手法

##### 1) 学習活動の読み取り

まず、教科書で意図されている学習活動を、指導書を活用して、可能な限り小さな単位で読み取った。

##### 2) 表現形式の抽出

次に、各学習活動について、子どもにどのような入力をしてどのような出力を期待しているのか、入力と出力それぞれの表現形式を抽出した。その組み合わせを「表現間のつながり」とする。

表現形式の分類については、原則として中原(1995)による分類に従うが、6つ目の表現形式として分類不能表現(類不表現)という分類項目を設定した。また各表現形式の間には中間的な表現形式があると考え、それを「中間表現」と呼び、表1中二重線の囲みに示すような全15種類の中間表現を

表 1. 中間表現の種類

|        | 記号的表現    | 言語的表現     | 図的表現     | 操作的表現     | 現実的表現     | 分類不能表現    |
|--------|----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| 記号的表現  | 純粋な記号的表現 | 記号的・言語的表現 | 記号的・図的表現 | 記号的・操作的表現 | 記号的・現実的表現 | 記号的・類不能表現 |
| 言語的表現  |          | 純粋な言語的表現  | 言語的・図的表現 | 言語的・操作的表現 | 言語的・現実的表現 | 言語的・類不能表現 |
| 図的表現   |          |           | 純粋な図的表現  | 図的・操作的表現  | 図的・現実的表現  | 図的・類不能表現  |
| 操作的表現  |          |           |          | 純粋な操作的表現  | 操作的・現実的表現 | 操作的・類不能表現 |
| 現実的表現  |          |           |          |           | 純粋な現実的表現  | 現実的・類不能表現 |
| 分類不能表現 |          |           |          |           |           | 純粋な類不能表現  |

分類項目に加えた。また「純粋な記号的表現」は、一般的な「記号的表現」とは区別して呼称する。

なお、表現形式を同定する際の規準として、表 2 に例を示すように、各表現形式に対応するキーワードを設定し、その規準に従い各学習活動から表現形式を抽出した。例えば、「絵を見てストーリーを作る」という学習活動であれば、図的表現により入力され言語的表現により出力される活動であると解釈する。したがって、その活動には図的表現と言語的表現を結ぶ表現間のつながりが存在することになる。また、読み取った学習活動について表現間のつながりを同定することにより、更に細かく学習活動を区分できるため、活動の最小単位が同定できる。そして、各学習活動における表現間のつながりを表にまとめた。

以上のような方法で表現形式を抽出した例を、表 3 に示す。場合によっては複数の表現形式が関わるため、1つの学習活動が複数に分割されるが、分割後の小さな学習活動が最小単位の学習活動であり、1行につき1つの「最小単位の学習活動」を割り当てた。本研究では、基礎分析として、分割後の小さな学習活動のみに焦点を当てた。分析時には、その最小単位の学習活動の数

を数えた。

また、表中のアルファベットは、学習活動読み取りの客観性を示すために設けた指標である。各表現の読み取り方に基づき、データの抽出方法を、A (または a) : 指導書の文脈より, B (または b) : 指導書の文面より, C (または c) : 教科書の表記より, D (または d) : レイアウトより, N (または n) : その他 (総合的な判断) より, とした。なお、表現形式を読み取る際、教科書の表記そのものと指導書の文面のみから抽出すると、深い部分が読み取れないという難点があったため、指導書の文脈や教科書のレイアウトからも読み取りを行った。

次に、中間表現の読み取りの例を表 4 に示す。この例では、教科書及び指導書の表記から「表を完成させる」という学習活動が意図されていると考えられる。この活動は、「表を見る」ことによって入力し「答えを求める」ことによって出力する活動と解釈できる。

したがって表 2 より、入力表現は記号的且つ図的な中間表現 (記号的・図的表現)、出力は記号的且つ言語的な中間表現 (記号的・言語的表現) ということになる。このように表現形式が中間表現である場合は、アルファベットの小文字を使って表現形式

表 2. 学習活動のキーワードと各表現形式への対応の例

| 表現形式           | キーワード                 |                          | 備考                                      |
|----------------|-----------------------|--------------------------|---|
|                | カテゴリー                 | 行為など                     |   |
| 記号的表現          | 用語                    | 用語                       | 数学的な記号や用語                               |
|                | 式と答え<br>(記述的・記号的)     | 式と答えの穴埋めをする              |   |
|                |                       | 式と答えを書く                  | 式と答えを分離できる場合を除く。                        |
|                |                       | 式と答えを考える                 | 式と答えを分離できる場合を除く。                        |
|                |                       | 式と答えを読む                  | 式と答えを分離できる場合を除く。                        |
|                | 式(記述的・記号的)            | 式を書いて答えを求める              |   |
|                |                       | 式に表す                     |   |
|                |                       | 式の穴埋めをする                 | 式の解を求める場合を除く。                           |
|                |                       | 式の書かれているカードを動かす          |   |
|                | 答え(記述的・記号的)           | 式を書く                     | 式と答えが分離できない場合を除く。                       |
| 式を読む           |                       |                          |   |
| 解を見る           |                       |                          |   |
| 答えを選ぶ          |                       | 数学的な記号を用いた答えに限る。         |   |
| 数字             | 式の解を求める               |                          |   |
|                | 式の続きと答えを書く            | 立式は含まない。                 |   |
|                | 数字の書かれているカードを置く       |                          |   |
| 記号的・言語的表現      | 式と答え<br>(音声的・言語的)     | 数字を書く                    | 式や答えを除く。                                |
|                |                       | 数字を見る                    | 式や答えを除く。                                |
|                |                       | 九九を唱える                   |   |
|                | 式(音声的・言語的)            | 式と答えを言う                  | 式と答えを分離できる場合を除く。                        |
|                |                       | 式と答えを聞く                  | 式と答えを分離できる場合を除く。                        |
|                |                       | 式を言う                     |   |
|                | 答え(音声的・言語的)           | 式を聞く                     | 解まで含む式を除く。                              |
|                |                       | 答えを言う                    | 式の解を求める場合を除く。                           |
|                |                       | 答えを求める                   | 答えを書くのか言うのか判断できない場合など。<br>式の解を求める場合を除く。 |
|                | 式の表し方・読み<br>数える<br>記録 | 答えを予想する                  | 予想した答えを書く場合を除く。                         |
|                |                       | 式の表し方・読み方                |   |
|                |                       | 数式を説明される                 |   |
|                | 言葉                    | 数える                      |   |
|                |                       | 数を記す                     |   |
|                |                       | 数を意識した言葉を聞く              |   |
| 数を意識して言葉で表現する  |                       |                          |   |
| 数学的な状況を言葉で表現する |                       |                          |   |
| 説明             | 特定の言葉を意識して発表する        |                          |   |
|                | 特定の言葉を意識する            |                          |   |
|                | 解法を聞く                 | 話、問題を除く。                 |   |
| 記号的・図的表現       | 説明を聞く                 |                          |   |
|                | 数の並び方を見る              |                          |   |
| 記号的・現実的表現      | 式の配列                  | 規則的に配列された式を見る            |   |
|                | 表                     | 式の規則性を読む                 |   |
| 記号的・類不表現       | 表を見る                  |                          |   |
|                | 演示                    | 演示を見る                    |   |
|                | 式(思考的)                | 式を考える                    |   |
|                |                       | 数を確かめる                   |   |
| 答え(思考的)        | 答えを考える                | 式と答えが分離できない場合を除く。        |   |
|                | 答えを確かめる               | 答えを表現することが要求されていない場合に限る。 |   |

表 3. 学習活動と表現形式の読み取り（その 1）

| 表記                   |   | 学習活動                  | Input |       |      |       |       | Output |      |       | キーワード |      |       |       |       |          |        |           |   |   |   |      |   |      |
|----------------------|---|-----------------------|-------|-------|------|-------|-------|--------|------|-------|-------|------|-------|-------|-------|----------|--------|-----------|---|---|---|------|---|------|
| 教科書表記                | 指導書表記   |                       | 記号的表現 | 言語的表現 | 図的表現 | 操作的表現 | 現実的表現 | 類不表現   | 類不表現 | 記号的表現 | 言語的表現 | 図的表現 | 操作的表現 | 現実的表現 | Input | Input 補足 | Output | Output 補足 |   |   |   |      |   |      |
| <p>Count in twos</p> | <p>Let the learners <u>make story problems using the picture</u> in the pupils' book page 30 e.g. Gachoki has 2 carrots and Mary has 2 carrots. How many carrots do they have altogether?</p> | 教科書の絵を元に、独自のストーリーを作る。 |       |       |      |       |       |        |      |       |       |      |       |       |       |          |        |           | B | B | 絵 | 絵を見る | 話 | 話を作る |

表 4. 学習活動と表現形式の読み取り（その 2）

| 表記  |           | 学習活動      | Input     |           |      |       |            | Output |      |           | キーワード     |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|------|-------|------------|--------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|----------|--------|------------|--|--|--|------------|--|--|--|--|--------------|---|---|--|--|--|--|---|---|--|--|--|--|--|--|--|---|------|--------------|-------|
| 教科書表記   | 指導書表記     |           | 記号的表現     | 言語的表現     | 図的表現 | 操作的表現 | 現実的表現      | 類不表現   | 類不表現 | 記号的表現     | 言語的表現     | 図的表現      | 操作的表現     | 現実的表現     | Input | Input 補足 | Output | Output 補足  |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| <p>A</p> <table border="1"> <tr> <td>4 bananas</td> <td>2 bananas</td> <td>2 bananas</td> </tr> <tr> <td>8 bananas</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10 bananas</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(上に同じ)</p> <p>B</p> <table border="1"> <tr> <td>6 oranges</td> <td>2 oranges</td> <td>2 oranges</td> <td>2 oranges</td> </tr> <tr> <td>9 oranges</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>12 oranges</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>15 oranges</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> | 4 bananas | 2 bananas | 2 bananas | 8 bananas |      |       | 10 bananas |        |      | 6 oranges | 2 oranges | 2 oranges | 2 oranges | 9 oranges |       |          |        | 12 oranges |  |  |  | 15 oranges |  |  |  | <p>Let the learners <u>copy and complete the tables</u> on pupils' book page 43.</p> | 教科書の表を完成させる。 | c | c |  |  |  |  | a | a |  |  |  |  |  |  |  | 表 | 表を見る | 答え (音声的・言語的) | 答えを求め |
| 4 bananas   | 2 bananas | 2 bananas |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 8 bananas   |           |           |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 10 bananas  |           |           |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 6 oranges   | 2 oranges | 2 oranges | 2 oranges |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 9 oranges   |           |           |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 12 oranges  |           |           |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |
| 15 oranges  |           |           |           |           |      |       |            |        |      |           |           |           |           |           |       |          |        |            |  |  |  |            |  |  |  |  |              |   |   |  |  |  |  |   |   |  |  |  |  |  |  |  |   |      |              |       |

表 5. 複数の表現形式が関わる学習活動の例

| 表記   |  | 学習活動                 | Input |       |      |       |       | Output |      |       |       |      |       |
|--|--|----------------------|-------|-------|------|-------|-------|--------|------|-------|-------|------|-------|
| 教科書表記  | 指導書表記  |                      | 記号的表現 | 言語的表現 | 図的表現 | 操作的表現 | 現実的表現 | 類不表現   | 類不表現 | 記号的表現 | 言語的表現 | 図的表現 | 操作的表現 |
| <p>1 2 =</p> <p>2 2 + 2 =</p> <p>3 2 + 2 + 2 =</p> <p>4 2 + 2 + 2 + 2 =</p> <p>5 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =</p> | <p>Let the learners <u>do the addition problems</u> in the pupils' book using <u>counters</u>.</p> | 同数累加の式を見て、半具体物を操作する。 |       |       |      |       |       |        |      |       |       |      | B     |
| (上に同じ)   | (上に同じ)   | 絵を参考にして、半具体物を操作する。   |       |       |      | D     |       |        |      |       |       |      | B     |
| (上に同じ)   | (上に同じ)   | 半具体物を使って、計算を行う。      |       |       |      |       | B     |        | B    |       |       |      |       |

表 6. 分析項目

| 学習活動全体における<br>表現形式の割合分布 |    |         |    |         |    |         |    |         |    |         |    | 学習活動全体における<br>「表現間のつながり」<br>の割合分布 |    |         |    |
|-------------------------|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|----|---------|----|-----------------------------------|----|---------|----|
| 分析項目1                   |    |         |    | 分析項目2   |    |         |    | 分析項目3   |    |         |    | 分析項目4                             |    |         |    |
| 全体<br>(入出力不問)           |    |         |    | 入力時限定   |    |         |    | 出力時限定   |    |         |    |                                   |    |         |    |
| 加法                      | 減法 | 乗法      | 除法 | 加法      | 減法 | 乗法      | 除法 | 加法      | 減法 | 乗法      | 除法 | 加法                                | 減法 | 乗法      | 除法 |
| ケ<br>ニア                 | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 | ケ<br>ニア                           | 日本 | ケ<br>ニア | 日本 |

の読み取り方法を記す。この場合、指導書には「表を完成させる」と書かれているため、「答えを求める」という出力は指導書の文脈から抽出したので、出力表現の読み取り方法は a となる。また「表を見る」という入力教科書の文面から読み取ったものなので、入力表現の読み取り方法は c となる。したがって入力表現については記号的表現と図的表現の欄に c と記入し、出力表現については記号的表現と言語的表現の欄に a と記入する。

また、一見ひとつの学習活動でも、複数の表現形式が関わるため複数の学習活動に分割される例を表 5 に示す。この例では、同数累加の計算問題が教科書に記されているが、ブロックのような物を用いて問題を解かせるように、指導書で指示されている。更に、教科書では、この問題のすぐ上に、表 3 の人参の絵が描かれている。

したがって、答えを出すのはブロックなどの操作によるので、「ブロック等の操作により入力し、式の解を求めることで出力する」という学習活動が存在する。入力形式は操作的表現、出力形式は記号的表現である。そして、その活動の直前には、子どもが何かの情報を元にブロックを操作するという活動が存在する。それは、「ブロックにより出力される活動」であり、2 通りの入

力方法が考えられる。まず 1 つ目は、教科書表記の式を見ることである。ここでは、「式を読むことによって入力し、ブロック等の操作により出力する」という活動が期待できる。この場合、入力形式は記号的表現、出力形式は操作的表現である。一方、この問題の真上には丁寧な図があり、子どもは「絵を見ることによって入力し、ブロック等の操作により出力する」可能性も大きい。この場合、入力形式は図的表現、出力形式は操作的表現である。

つまり、ここでは 3 個の小さな学習活動が考えられる。「記号的表現で入力し、操作的表現で出力する活動」、「図的表現で入力し、操作的表現で出力する活動」、「操作的表現で入力し、記号的表現で出力する活動」である。また、3 つの「表現間のつながり」があると言い換えることもできる。

### 3) 表現形式の分析

次に、抽出された表現形式を分析する。本研究では、学習活動全体における表現形式の割合分布について 3 項目、「表現間のつながり」の割合分布について 1 項目の、計 4 項目を分析する(表 6 参照)。具体的には、各表現形式を用いる学習活動の個数を数え、割合を求める。その際、最小単位の学習活動を単位として数える。また、中間表現については、関連している 2 つの表現形式に

においてそれぞれ学習活動 2 分の 1 個分として数える<sup>(7)</sup>。入出力ともに中間表現である学習活動については、「表現間のつながり」は 4 通りあるので各々 4 分の 1 個分として数える。

なお、表現形式の分析時においては、6 つの表現形式による分類での分析（6 種分析）を基本とするが<sup>(8)</sup>、更に 4 種類の中間表現を加えた 10 種類の表現分類による分析（10 種分析）<sup>(9)</sup>も試みた。10 種分析では、「記号的・言語的表現」、「言語的・図的表現」、「図的・操作的表現」、「操作的・現実的表現」の 4 つの中間表現と「純粋な記号的表現」、「純粋な言語的表現」、「純粋な図的表現」、「純粋な操作的表現」、「純粋な現実的表現」、「純粋な類不表現」の 6 つの純粋な表現とを併せて全 10 種類とし、学習活動数から改めて数え直し、分析を行った。したがって、「純粋な記号的表現」と「記号的表現」の学習活動数は異なる。

### (3) データの解析

表現形式の割合分布、「表現間のつながり」の割合分布、対応する学習活動の 3 点を調べる。また、対応する学習活動については、学習活動読み取り時のキーワードを辿ることで、具体的にどのような活動に起因しているのかを確認する。

分析項目 1, 2, 3 及び分析項目 4 のデータを解析することにより、それぞれ表現形式の割合分布と「表現間のつながり」の割合分布について傾向を割り出す。また、学習活動の具体的内容をキーワードから振り返る。そして、日本の教科書の分析結果を参考にして、ケニアの初等数学教科書の特徴を究明する。キーワードに関しては、加減乗除の分野を区別せず、総合的に分析を行う。

なお、実際に表現形式の分析を行ったところ、ケニアと日本の分析結果が大きく異なっていたため、データ解析において同一

手法を用いることができず、相応の手法を用いた。以下、分析項目 1, 2, 3 におけるデータ解析方法について、日本の場合とケニアの場合を述べ、その後、分析項目 4 の解析方法を述べる。

#### 1) 表現形式割合分布（分析項目 1, 2, 3）の解析方法—日本の場合—

日本の教科書の分析結果は、除法に関しては少々他の分野とは異なる結果が出ており、その理由が本研究とは無関係の要因によるものであることが判明したため、加法・減法・乗法の代表として乗法を取り上げて特徴を分析し、その後、四則演算導入単元全体への一般化を試みた。以下、その根拠を述べる。

除法に関しては、記号的表現や言語的表現及び中間表現の記号的・言語的表現が他よりも多く、その代わりに図的表現や操作的表現が少ないという結果であった。これは、指導書に明示されているように、おはじき等を使わなくても頭の中で計算できるように移行して行くことが意図されているためである。言い換えれば、意味理解の次の学習段階が意図されているのである。本研究における分析対象分野選定の背景に立ち返ると、演算の意味理解の部分について学習活動の傾向を明らかにすることが必要であった。したがって、除法は補足的なデータとして扱うことにした。

また、分析項目 1 の結果より、加法・減法・乗法において共通性が見出されたため、任意代表として乗法を選出し、特徴を分析した。

#### 2) 表現形式割合分布（分析項目 1, 2, 3）の解析方法—ケニアの場合—

ケニアの教科書では、加減乗除における共通性がほとんど見出せなかった。そこで、4 分野において分析結果から特徴を見出すために、ある特定の分野にまず焦点を当てて考察を深め、その後他の分野に当てはまるか検証しながら一般化を図った。

### 3) 「表現間のつながり」割合分布（分析項目4）の解析方法

加法・減法・乗法の3分野において、6種分析により5%以上<sup>(10)</sup>のシェアを占める「表現間のつながり」について、10種分類で由来を調べ、比較的值の大きなものを「重視されている『表現間のつながり』」として位置付けた。

日本の教科書の場合、除法に関しては、操作を卒業して計算処理へ移行することが意識されていたため、加法・減法・乗法とは異なる傾向を示していた。除法を学習する学年も第3学年であり、乗法までは第2学年までに学習する。一方、ケニアの場合、除法を学習するのは第2学年で、乗法を学習した直後であるため、除法に関して特別な意図が隠されているとは考え難い。また、他の演算分野に関しても、指導書を読む限り特別なことが意図されている分野はなく、特徴を見出すために予め除外できるような分野はなかった。しかし、加法・減法・乗法の3つの分野にだけ共通する特性が、日本ケニアを問わず存在する可能性があるため、日本の教科書の場合に倣う形で、ケニアの教科書においても、加法・減法・乗法における共通性を調べた。

## 4. 結果

以上のような方法で学習活動を読み取り表現形式を抽出した結果、ケニアの教科書においては、加法で82個、減法で95個、乗法で107個、除法で42個の学習活動に分割された。また、日本の教科書では、加法69個、減法112個、乗法91個、除法58個となった。以下、教科書の分析結果から導出された主な特徴をまとめる。

### (1) 表現形式割合分布の特徴〔分析項目1, 2, 3の結果〕

#### 1) 日本の教科書

- ・表現形式の割合分布について、加減乗除4分野を通して一貫性がある<sup>(11)</sup>。但し、除法に関しては少々異なる<sup>(12)</sup>。
- ・入力時よりも出力時の方が、記号的・言語的表現が約2~3倍多い<sup>(13)</sup>。
- ・図的表現を用いる学習活動は少なくない<sup>(14)</sup>が、図的表現による出力を意図している学習活動はほとんどない<sup>(15)</sup>。

#### 2) ケニアの教科書

- ・加減乗除の分野間において、それぞれの割合分布の様相が異なる。
- ・日本の教科書に比べ、図的表現が少ない<sup>(16)</sup>。
- ・日本の教科書に比べ、記号的・言語的表現が多い<sup>(17)</sup>。
- ・日本の教科書に比べ、操作的・現実的表現が用いられることも多い<sup>(18)</sup>。
- ・学習活動の出力形式は、純粋な記号的表現と記号的・言語的表現及び純粋な類不表現で全体の約9割を占める<sup>(19)</sup>。
- ・純粋な図的表現、純粋な操作的表現、操作的・現実的表現、純粋な現実的表現は、入力形式として使用されることが多い<sup>(20)</sup>。
- ・図的表現及び現実的表現を出力形式とする学習活動は皆無である<sup>(21)</sup>。

### (2) 「表現間のつながり」割合分布の特徴〔分析項目4の結果〕

#### 1) 日本の教科書

- ・純粋な図的表現で入力し、純粋な記号的表現、記号的・現実的表現、または純粋な言語的表現で出力する学習活動、即ち純粋な図的表現から純粋な記号的表現、記号的・言語的表現、純粋な言語的表現へのつながりが重視されている。
- ・純粋な記号的表現、純粋な図的表現、または純粋な操作的表現で入力し、純粋な記号的表現で出力する学習活動、即ち純粋な記号的表現、純粋な図的



表現、純粋な操作的表現から純粋な記号的表現へのつながりが重視されている。

## 2) ケニアの教科書

- ・純粋な記号的表現で入力し純粋な記号的表現で出力する学習活動、即ち純粋な記号的表現から純粋な記号的表現へのつながりが重視されている。
- ・記号的・言語的表現で入力し純粋な類不表現で出力する学習活動、即ち記号的・言語的表現から純粋な類不表現へのつながりが重視されている。

## (3) 学習活動の具体的内容〔キーワード分析の結果〕

### 1) 日本の教科書

- ・純粋な記号的表現による出力に関して、単に式の解を求めるというだけでなく、「式に表す」というような学習活動が含まれている<sup>(22)</sup>。
- ・記号的・言語的表現は、言葉としての要素に限らず音声的な要素も含まれている<sup>(23)</sup>。

### 2) ケニアの教科書

- ・純粋な記号的表現による出力に関して、式と答えを区別せず同時に書かせる学習活動はあるが、「式に表す」という活動はない<sup>(24)</sup>。
- ・「具体物を操作する」「寸劇のようなものを行う」というような学習活動が盛り込まれている<sup>(25)</sup>。

## 5. 考察

以上の分析を通して、演算分野により表現形式に偏りが見られた点と、立式を意識した活動が皆無であった点が、ケニアの教科書における大きな特徴として浮かび上がった。

### (1) 演算分野による表現形式の偏り

日本の教科書の分析結果は、全般的に、除法に関しては少々異なる結果が出ていたものの、加減乗除4分野を通して一貫性のある特徴を示した。一方、ケニアの教科書の分析結果については、表現形式や表現間のつながりの割合分布は、演算分野により大きく異なり、一貫性のある特徴を見出すことができなかった。

これは、どの分野においても、それぞれに異なる特定の学習活動が徹底的に繰り返されるためである。また、パターン化された活動に慣れ親しむことにより、演算の意味を類推し把握して行くことが意図されているものと考えられる。

例えば、加法の場合、次のような一連の学習活動が繰り返される。教員が2本の鉛筆と1本の鉛筆が描かれている絵を見せて「全部でいくつですか？」と聞き、生徒が答えとなる数字の書かれているカードを提示して「2たす1は3」と答え、教師がそれを黒板に書くのを確認する。これが9個の絵について繰り返され、その後ノートに式を書く作業が9回繰り返される。

ここには、「問題を聞いて答えを選ぶ」「絵を見て答えを選ぶ」「場面を把握して、式と答えを言う」「式の表し方・読み方を知る」「言った式を書く」という5つの活動が含まれている。これらの活動の入力形式はそれぞれ、純粋な言語的表現、純粋な図的表現、純粋な類不表現、記号的・言語的表現、記号的・言語的表現であり、出力は、純粋な記号的表現、純粋な記号的表現、記号的・言語的表現、純粋な類不表現、純粋な記号的表現である。したがって、加法においては、これらの表現の占める割合が高くなっている。

また、先行研究より、数学学習においては、様々な表現形式からのアプローチが意味理解に対して効果的であることが示唆されており、そのような工夫が応用力の獲得を促

す。したがって、どの分野においても偏りなく様々な表現形式を学習活動に取り入れるように、工夫する余地があると考えられる。

## (2) 立式に対する意識

学習活動読み取りの際に適用したキーワードを辿り、教科書分析により導出されたケニアの教科書の特徴を精査したところ、答えを求めるための式を立てること（立式）を意識的に行う活動が皆無であることが判明した。ケニアにおける教授言語は英語であるが、式を立てる時の「式」に相当する英単語が見当たらなかった。試験においても、「答えを求める過程を示せ」という表現はあるが、暗に立式を求めているとしても、「式に表せ」という表現はないようである。したがって、生徒が「答えを求める過程さえ示せば、正しく式が書けなくてもよい」と考えても無理はないし、実際のところ正しく答えを導けるのであれば、式は書けなくてもよいのかも知れない。

しかし、正しい答えを導くためには、計算ミスは許されない。計算ミスをしないというのは、相当困難な業である。少なくとも式さえ正しく書いていれば、計算ミスがあっても他人が間違いを指摘することができ、計算自体は計算機でも代行できるのが実情であろう。式は数学的世界の共通言語のようなものであるから、正しく式が書けなければ、数学の世界では別の異なる式と見做され、自分の意図に反してそちらの式に見合う答えが導き出されてしまう。例えば、コンピューターの表計算ソフトが使えるようになって、計算式を正しく入力しなければ正しい解を得ることはできない。実用的に使いこなすためには、正しく式を立てる力が必要となる。

このように、立式というのは、現実世界の問題を数学的世界に導く作業である。立式により、問題を現実的表現から記号的表

現に翻訳すれば、数学のルールに従い機械的に処理することができる。また、日本の教科書では、記号的表現による出力には立式が含まれていただけでなく、記号的表現、図的表現、操作的表現から記号的表現へのつながりが重視されていた。これには現実的表現から記号的表現への翻訳を容易にする効果があると考えられ、現実的な状況に対する数学的解決を促すものと思われる。

一方、ケニアの教科書では、純粋な記号的表現から純粋な記号的表現へのつながりが重視されており、計算練習が多かった。計算練習は得点に結び付き易いため、子どもの学習意欲向上にも効果的であるし、計算力は理科の学習などに直接的に役立つ。しかし、今回の調査で立式を意識した学習活動が読み取れなかったということは、ケニアの教科書において、読み手が立式を意識できるように工夫する余地があると考えられる。

## 6. おわりに

ケニアの初等数学教科書を質的側面で分析した結果、数式の解を求める学習活動が多く見られ、また場面から得た心的イメージを式として表さないまま解を得るような学習活動が散見された。数学を現実と結びつけ、現実的に数学を活用することは、以前よりケニアの数学教育において切望されてきたことでもある。教科書に意図的に立式の問題を組み込み、どの演算分野でも各種の表現形式をバランスよく用いることで、数学的世界と現実的世界を行き来する力を育むことができ、ケニアの教育目標達成に一步近付くことができるのではないだろうか。

ただし、そのような工夫を施した教科書を用いることで、ケニアにおいて本当に学習効果が上がるのかどうかは、別途検証が必要であり今後の課題である。また、本研

究は基礎分析に過ぎず、今回分析した最小単位の学習活動の組み合わせより成る、大きな学習活動こそが本来分析すべき対象である。小さな学習活動をセットで捉えて分析を行えば、更に色々な特徴が明らかになるだろう。また、Lesh による分類に従い、表現形式の分類に音声的要素を加えて分析を行えば、新たな示唆が得られるに違いない。そして、教科書や指導書の使われ方や指導書における表現の仕方に関しても、別途調査が必要である。また教科書開発を意識するならば、演算の導入部分以外の分野においても、質的な分析を試みる必要があるだろう。

## 注

- <sup>(1)</sup> 現在施行されているケニア教育計画策定の基盤となった「Kenya Education Sector Support Programme 2005-2010」(KESSP) の副題は「Delivering quality education and training to all Kenyans」となっており、ケニアにおける教育の質に対する関心の高さが窺える。また、基礎教育の質的向上に関わる国際的な支援の実績もある。
- <sup>(2)</sup> ケニアでは 2003 年の新カリキュラム施行に伴い、教科書検定制度が導入された (Rotich & Musakali 2005)。
- <sup>(3)</sup> 国際協力機構 (JICA) により 2003 年 4 月から 2006 年 3 月まで「ホンジュラス算数指導力向上プロジェクト (PROMETAM) が実施され、2006 年 4 月以降は広域化を含むフェーズ 2 が実施されている。
- <sup>(4)</sup> 石田 (1993) による報告は中原の博士論文を端的にまとめた論文であり、中原 (1995) による報告は、その博士論文に加筆修正を加えた単行本である。
- <sup>(5)</sup> ブルーナー (1966) は、「子どもの認知は、活動的表象 (Enactive Representation), 映像的表象 (Iconic Representation), 記号的表象 (Symbolic Representation) の順で発達して行く」としている [EIS 原理]。
- <sup>(6)</sup> Lesh ら (1987) は、数学概念について、表現形式 (modes of representation) を 5 つに分類し、表現同士の「翻訳 (translation)」の重要性を主張している。また、表現形式間の翻訳プロセスとともに、各表現形式内における表現の翻訳プロセスも重視している。
- <sup>(7)</sup> 例えば、記号的・言語的表現を用いる学習活動 1 個は、記号的表現を用いる学習活動 2 分の 1 個と、言語的表現を用いる学習活動 2 分の 1 個が合体した物として取り扱う。
- <sup>(8)</sup> 学習活動読み取り時には、基本の 6 種類と中間表現 15 種類で計 21 種類の表現形式を用いている。表現形式の分析時には、全 6 種類の表現形式に関して、各表現形式が用いられる学習活動の個数を数え上げ、割合を算出する。
- <sup>(9)</sup> 他の中間表現は現実的には殆ど存在しなかったため、このような分析が可能となった。
- <sup>(10)</sup> 6 種分析では「表現間のつながり」は全部で 36 通りあるので、各「表現間のつながり」は平均 2.8% のシェアを占めると仮想される。
- <sup>(11)</sup> 10 種分析によれば、割合を大きく占めるものから順に、純粋な記号的表現 2~3 割、純粋な言語的表現 2~3 割、純粋な操作的表現 1~2 割、純粋な図的表現約 1 割、純粋な類不表現はばらつきが多いが 1~2 割、続いて、記号的・言語的約 1 割、その他の中間表現は 1 割未満でほとんどない。
- <sup>(12)</sup> 除法では、純粋な操作的表現や純粋な図的表現が少なく純粋な言語的表現が多めであった。例えば純粋な図的表現は、加法・減法・乗法では全体の 13~14% を占めるが、除法では 7% に過ぎない。
- <sup>(13)</sup> 記号的・言語的表現で入力する学習活動数は、加減乗除の順にそれぞれ 4, 5, 6, 3、記号的・言語的表現で出力する学習活動数は、7, 12, 16, 10 であった。出力時と入力時の比は 1.75, 2.4, 2.66..., 3.33... となり、小数点以下を四捨五入して 2~3 倍といえる。なお、入出力ともに、学習活動総数は同じであるため、このように個数からでも算出できる。

- (14) 図的表現を用いる学習活動（中間表現を含む）は、加減乗除それぞれの分野において、学習活動全体の13.4%, 14.5%, 14.6%, 7.8%を占めていた。例えば、記号的表現ならば3割前後、言語的表現ならば2～3割、操作的表現ならば1～2割、現実的表現ならば1割未満なので、図的表現を用いる学習活動は現実表現ほど少なくはない。
- (15) 図的表現による出力を意図している学習活動（中間表現を含む）は、加減乗除4分野において、それぞれ学習活動全体の1.4%, 1.3%, 3.8%, 2.6%であった。
- (16) 図的表現を用いる学習活動（中間表現を含む）は、日本の場合、学習活動全体の8～15%を占めていたが、ケニアの場合2～8%であった（小数点以下四捨五入）。
- (17) 記号的・言語的表現を用いる学習活動は、日本の場合、加減乗除4分野を平均すると学習活動全体の23.5%であったが、ケニアの場合9.7%であった。内訳は、加減乗除の順で、日本22.6, 28.9, 34.1, 8.3(%)、ケニア8.0, 7.6, 12.1, 11.2(%)となっている。
- (18) 操作的・現実的表現を用いる学習活動は、日本の場合、加減乗除4分野全てにおいて学習活動全体の2%以下、ケニアの場合4分野各0.6, 11.1, 9.3, 26.2(%)であった。
- (19) 加減乗除の順に、96.3, 89.5, 85.0, 97.6(%)であった。日本の場合6～7割である。
- (20) 10種分析で入力時と出力時の学習活動数を比較してみると、これらの表現形式に関しては、加減乗除4分野に一貫して、入力時よりも出力時の方が少なかった。なお、入力時と出力時の学習活動総数は等しい。
- (21) 中間表現も含め、該当する学習活動は0個であった。
- (22) 具体的には、「式を書いて答えを求める（式から答えを導くとは限らない場合）」「式と答えを考える（式と答えを分離できる場合を除く）」「式を書く（式と答えが分離できない場合を除く）」「式に表す」「式の穴埋めをする（式の解を求める場合を除く）」「式の書かれてい

るカードを動かす」「式の解を求める」「式の続きと答えを書く（立式は含めない）」「答えを選ぶ（数学的な記号を用いた答えに限る）」というキーワードの学習活動が含まれていた。

- (23) 例えば、日本の教科書において学習活動出力部分で読み取れた記号的・現実的表現のキーワードは、「答えを言う（解を求める場合を除く）」「答えを求める（解を求める場合を除く）」「答えを予想する（予想した答えを書く場合を除く）」「九九を唱える」「数える」「数を記す」「特定の言葉を意識する」「数を意識して言葉で表現する」「特定の言葉を意識して発表する」「数学的な状況を言葉で表現する」であった。
- (24) ケニアの教科書において学習活動出力部分で読み取れた記号的表現のキーワードは、「式と答えを書く（式と答えを分離できる場合を除く）」「式と答えの穴埋めをする」「式の穴埋めをする（式の解を求める場合を除く）」「式の解を求める」「式の続きと答えを書く（立式は含めない）」「答えを選ぶ（数学的な記号を用いた答えに限る）」「数字の書かれているカードを置く」であった。
- (25) 日本の教科書にはあまり見られない。

## 参考文献

- 石田忠男（1993）「数学教育における『構成的アプローチ』による授業過程の研究」『日本数学教育学会誌』臨時増刊 数学教育学論究 60 巻，3-8 頁．
- ディーンズ（1977）『算数・数学の学習過程』平野次郎ほか訳 新曜社．
- 中原忠男（1995）『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文社．
- 平林一栄（1974）「数学教育学の課題Ⅱ—表記論的にみた数学教育の問題—」『広島大学教育学部紀要』第一部 22 号，177-186 頁．
- 平林一栄，片山一法（1969）「図的表記の言語性」『日本数学教育学会誌』臨時増刊． 数学教育学論

- 究 17 号, 1-14 頁.
- ブルーナー (1966) 『教授理論の建設』 田浦武雄・水越敏行訳 岩波書店.
- Lesh, R. (1981). "Applied Mathematical Problem Solving." *Educational Studies in Mathematics*, 12, p.235-264.
- Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). "Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving." In C. Janvier, (Eds.), *Problem of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics*, (p.33-40). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Ministry of Education, Science and Technology. (2002). *Primary Education Syllabus Volume Two*. Nairobi: Kenya Institute of Education.
- Ministry of Education, Science and Technology. (2005). Kenya Education Sector Support Programme 2005-2010: Delivering quality education and training to all Kenyans. Nairobi: MoEST.
- Rotich, D.C. & Musakali, J. (2005). *Evaluation and Selection of School Textbooks in Kenya: The Role of the Textbook Vetting Committee*. Paper presented at the 8<sup>th</sup> International Conference on Learning and Educational Media, IUFM de Caen, France.