稠密なサンプル画像を用いた 3 次元物体の線形姿勢推定

–線形回帰によるパラメータ推定の能力限界に関する考察–

天野 敏之† 玉木 徹††

† 奈良先端科学技術大学院大学 情報科学研究科〒 630–0192 生駒市高山町 8916–5
†† 広島大学 大学院 工学研究科 情報工学専攻 〒 739–8527 広島県東広島市鏡山 1–4–1
E-mail: †amano@is.naist.jp, ††tamaki@tmaki

あらまし 線形回帰による画像のパラメータ推定は，画像ベクトルの次元が高いため回帰係数の決定には非常に高い自由度を有する．本稿では，線形回帰において逐次更新による回帰係数の算出方法を提案し，稠密な学習サンプルに対して現実的な計算コストでの回帰係数の計算を実現する．また，この手法を 3 次元物体の姿勢推定に応用し，coil-20 を用いた実験結果より線形回帰による 3 次元物体の線形姿勢推定の能力限界について考察する．

キーワード 線形回帰，逐次更新，姿勢推定

Linear 3D Object Pose Estimation with Dense Sample Images

–Discussions about Limitation of Parameter Estimation Ability by the Linear Regressions–

Toshiyuki AMANO† and Toru TAMAKI††

† Graduate School of Information Science, NARA INSTITUTE of SCIENCE and TECHNOLOGY 8916–5, Tkakayama–cho, Ikoma, Nara, 630–0192 Japan
†† Graduate School of Engineering, Hiroshima University 1–4–1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima-shi, Hiroshima, 739–8527, Japan
E-mail: †amano@is.naist.jp, ††tamaki@tmaki

Abstract In the image parameter estimation by the linear regression, it has very high degrees of freedom for the decision of regression coefficients, because the dimension of image vector is huge high. In this paper, we propose a sequential regression coefficient calculation algorithm, and we realize its calculation for dense samples with reasonable computational cost. Moreover, we apply this method to the pose estimation of the 3-D object, and we discuss about limit of parameter estimation ability by the linear regression with the coil-20 image library.

Key words linear regression, sequential calculation, pose estimation

1. はじめに

画像に写る物体の認識手法としては，モデルベースやアピアランスベースの他に，近年ではパッチベースの方法論 [1], [2] も提案されている．これらの手法のうち，アピアランスベースの方法論は特徴抽出などを行わずそのままパターンとして捉えるため，モデルベースのように簡単な記述で様々なアスペクトに対応することは不可能であり，全ての見えを予め学習する必要がある．また，アピアランスベースの方法論はパッチベースの方法論のように同一アスペクト内での見えの変化や部分的な隠蔽による物体像の変化に対する柔軟性がないという欠点もある．しかし，パラメトリック固有空間法 [3] でよく知られているアピアランスベースの方法論は特徴抽出が不要であるために認識対象に制限はなく，様々な対象に容易に応用可能である．また方法が簡便であり，実装が容易であるため様々な問題への応用が研究されている (例えば, [4]〜[8] など)．パラメトリック固有空間法は，パラメータとともに変化する画像列に対して固有空間を生成し，キュービックスプライン補間により固有空間上の多様体で画像とパラメータの関係を記述する方法であり，パラメータ推定は与えられた画像の投影点と多様体が最小となる点を探索することで実現される．しかし，このようなアピアランスベースのパラメータ推定は多様体で表現することなく，画像とパラメータを直接回帰させることでも推定できることが示されている．岡谷ら [9] は線形回帰を用いることによりパラメトリック固有空間法と同様に物体の姿勢パラメータを推定することが可能であることを示した．このような回帰モデルによるパ

ラメータ推定は線形にとどまらず，Melzer ら [10] はカーネル関数を用いた正準相関分析を，安藤ら [11] はカーネルサポートベクトルマシーンを用いた非線形回帰によるパラメータ推定をそれぞれ提案している．しかし，画像のパラメータ推定を回帰問題として考えると，128×128 画素の画像であっても回帰を行うための説明変数は 16384 個となり非常に膨大である．そのため，単純な線形回帰であっても回帰モデルに潜在する回帰能力は想像を絶するものと思われる．線形回帰によるパラメータ推定では，カーネルなどを用いた非線形手法と比較して保持すべき辞書容量が少なく，またパラメータ推定のための計算コストを圧倒的に少なくすることが可能である．そのため，携帯端末や組み込み機器などに実装する上で有利である．また，推定系の仕組みが明確であり，挙動の解析が容易であることから実践的であるという利点を有する．

そこで本研究では，線形回帰において逐次更新による回帰係数の算出方法を提案し，稠密な学習サンプルに対して現実的な計算コストでの回帰係数の算出を実現する．そして，3 次元物体の姿勢パラメータ推定を題材に，線形回帰の限界までサンプル数を増やした際のパラメータ推定精度から線形回帰によるパラメータ推定の限界について論じる．

2. 線形回帰によるパラメータ推定の潜在能力

一般的なパターン認識の応用においては，少ない学習サンプルでより高い認識率もしくは精度が得られるほど実用的な手法と言え，このような手法を実現することこそがパターン認識の本質であると思われる．少ない学習サンプルから高い認識率を得るためには，あらゆる認識対象が学習サンプルから推測できる必要があり，認識対象となる画像集合の至る所から情報の偏りなくサンプルを選び学習サンプルとする必要があるものと思われる．しかし，このような学習サンプルをあらかじめ選択することは容易ではない．また，あらゆる認識対象に対して適切な識別モデルがあったとしても，そのモデルのパラメータを少数のサンプルから定めることも容易ではない．回帰よる画像のパラメータ推定問題においてこの識別モデルとはカーネル関数であったり，線形補間に相当する．画像の特徴とパラメータの関係を忠実に表すモデルであれば少ないサンプルであっても高いパラメータ推定精度を得ることが期待できるが，パラメータと画像の関係は対象ごとに異なるため汎用的なモデルを見つけることは困難である．

線形推定によるパラメータ推定ではパラメータ $p \in R$ に対応する画像ベクトルを $x \in R^N$，また回帰係数ベクトルを $\Omega \in R^N$ とするとき，

$$p = \Omega^T x \qquad (1)$$

と簡単に表すことができる．しかし，画像ベクトルの次元は画像の画素数となるため，128×128 画素のグレイスケール画像であっても $N = 16384$ となる．この関係を幾何学的に考えると，$N + 1$ 次元空間中に張る N 自由度を持つ超平面を意味しており，この平面は図 1 に示すように原点を通り，サンプル群 $\{(x_i, p_i)|i = 1, 2, \ldots, n\}$ を通過する．また，この超平面は代数

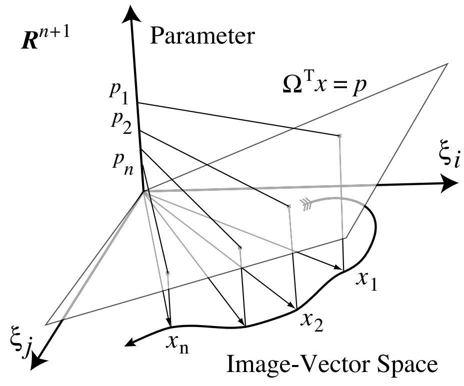


図 1 画像ベクトルとパラメータの関係

的な関係から任意の N サンプルまで通過する平面を求めることができる．すなわち，線形回帰であっても $n = N$ まででであればクローズサンプルにおいて誤差無く回帰させる能力を持っており，$n < N$ である場合には超平面の設定に $N - n$ 自由度の余裕がある．一般的なパターン認識の問題設定では $n \ll N$ はであることが多く，Ω には想像を絶する組み合わせが存在する．そのため，単純な線形回帰であっても画像ベクトル空間上での最小ノルム [9] や，正準相関分析 [10] あるいは固有空間 [12] や四元数空間上の最小ノルム [13] など未知のサンプルをどのようなクライテリアで仮定するかにより回帰性能に差異が生じる．

本研究では，このように未知のサンプルを何らかのクライテリアで仮定するのではなく，可能な限り多くのサンプルを学習して係数ベクトルを求めることにより線形回帰によるパラメータ推定の限界について調査する．

3. 逐次更新による線形回帰係数の算出

現在の計算機環境では，数 100GB の外部記憶，数 GB の主記憶を用意することは容易であり，稠密学習サンプルを保持することは困難なことではない．例えば，128×128 画素のグレイスケール画像であれば，画像ベクトルの次元は 16384 次元であるため，この条件において学習可能なサンプル全てを保持しても高々270MB 程度の記憶容量があればよい．

学習サンプル集合を $\{x_i|i = 1, 2, \ldots, n\}, x_i \in R^N$，3 次元物体の姿勢角などの学習サンプルに対するパラメータを $\{p_i|i = 1, 2, \ldots, n\}, p_i \in R$ とする．ただし画像ベクトルの次元を N、サンプル数を n とし，$n \leqq N$ とする．この場合パラメータと画像を

$$p_i = \Omega^T x_i \qquad (2)$$

と結びつける回帰係数 Ω は，ムーアペンローズの最小ノルム型一般化逆行列により，

$$\Omega = X(X^T X)^{-1} P \qquad (3)$$

と求めることができる．ただし，$X = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$，$P = [p_1, p_2, \ldots, p_n]^T$ である．一般的なパラメータ推定問題では，$n \ll N$ であることが多く，n が高々数 100 程度であれば計算は容易である．しかし，線形回帰の性能を完全に引き出すべく，$n = N$ として回帰係数の計算を行うことすると現在の計算機環

境においても計算は容易ではない．例えば，128×128 画素のグレイスケール画像であっても，$n = N$ の条件において倍精度で実装を行うと分散行列および学習サンプルを保持するために主記憶に数 GB 程度の記憶容量を必要とする．また，16384^2 個の配列となる行列の逆行列演算も計算コストの観点から困難である．そこで，本研究では以下の逐次更新により回帰係数 Ω を求める方法を提案する．

まず，画像に対応するパラメータが p_1 であるサンプル x_1 のみについて式 (2) を満たす回帰係数 Ω_1 を定める．ただし，この条件を満たす回帰係数の組み合わせは無数存在するため，

$$\Omega_1 = k_1 u_1 \tag{4}$$

$$u_1 = \frac{1}{|x_1|} x_1 \tag{5}$$

として k_1 を求める．この場合，$k_1 = p_1$ となる．次に，x_1 に対する射影を維持したまま新たなサンプル x_2 が p_2 に射影されるように回帰係数を更新する．これを実現するには，x_2 の x_1 と直交する正規ベクトル u_2

$$u_2 = \frac{1}{|u'_2|} u'_2 \tag{6}$$

$$u'_2 = x_2 - (u_1^T x_2) u_1 \tag{7}$$

を用いて

$$p_2 = (\Omega_1 + k_2 u_2)^T x_2 = \Omega_2^T x_2 \tag{8}$$

となる k_2 を求め，この演算を繰り返して係数ベクトル Ω を更新する．すなわち，u_i は x_i の $\{x_j | j = 1, 2, \ldots, i-1\}$ に対するグラムシュミットの直交化

$$u_i = \frac{1}{|u'_i|} u'_i \tag{9}$$

$$u'_i = x_i - \sum_{j=1}^{i-1} (u_j^T x_i) u_j \tag{10}$$

により算出され，i 個のサンプルに対する回帰係数 Ω_i は

$$\Omega_i = \Omega_{i-1} + \frac{1}{u_i^T x_i} (p_i - \Omega_{i-1}^T x_i) u_i \tag{11}$$

となる．この計算の実装においては正規直交ベクトル列 u_i は常に主記憶上に保持する必要はない．従って，適宜ファイルとして保存された u_i を外部記憶から読み込むことにより，稠密な学習サンプルに対する回帰係数ベクトルを僅かな主記憶容量で算出することが可能である．例えば，128×128 画素のグレイスケール画像であれば，最大 16,384 サンプルまで誤差なく回帰させることが可能であり(注1)，u_i を倍精度で保持して回帰係数ベクトルを求めるのであれば，高々2.1GB 程度の外部記憶と多くとも数 100kB 程度の主記憶があれば計算が可能である．

(注1)：ただし，サンプルが一次従属の関係にある場合や，背景などのように値が一定の画素が含まれる場合は，$rank(X)$ サンプルまでとなる．

4. 実　　験

4.1 物体認識および 1 軸姿勢推定への応用

認識実験ではアピアランスベースの物体認識のテストサンプルとしてよく知られている coil-20 [14] を用いる．coil-20 は 20 物体について各物体鉛直軸回りに 72 ステップで撮影された総数 1,440 枚の 128×128 画素のグレイスケール画像からなる画像ライブラリである．本実験では，画像 x のパラメータを物体番号 obj と鉛直軸回りの姿勢角度 θ として

$$obj = {\Omega_{obj}}^T x \tag{12}$$

$$\cos(\theta) = {\Omega_c}^T x \tag{13}$$

$$\sin(\theta) = {\Omega_s}^T x \tag{14}$$

となる回帰係数ベクトル Ω_{obj},Ω_c,Ω_s を逐次更新により求め，得られた係数ベクトルよりパラメータ推定を行う．ただし，姿勢角 θ は周期性を持つため，cos，sin により単位円上の偏角で表現する．物体認識は式 (12) により算出された値を四捨五入し，得られた値を認識結果とする．また，物体番号は coil-20 で割り振られている番号 $(1, 2, \ldots, 20)$ とし，推定値において四捨五入した値がこれらに該当しない場合は誤認識とする．

パラメータ推定の精度評価を行うにあたり，まず回帰係数ベクトルを求める．回帰係数ベクトルの算出方法としては，coil-20 の画像をランダムに一枚ずつ選び逐次更新を行い，$100, 200, \ldots, 1400, 1440$ サンプルでの回帰係数ベクトルをファイルで出力する．その後，それぞれの回帰係数ベクトルで全サンプルに対する物体認識，姿勢検出精度を評価する．従って，1440 サンプルで生成された回帰係数ベクトルでは，クローズサンプルによる回帰性能の評価となる．図 2 に 400,800,1200,1440 ステップで生成された回帰係数ベクトルを示す．負の値を黒，正の値を白としてグレイスケール画像で表現している．なお，1440 サンプルに対する係数ベクトルの計算は Linux ベースの計算機 (CPU:2.67GHz,RAM:2GB) にて 161 秒であった．これらの画像を見ると，サンプルが増えるに従い個々のサンプル画像を判別するために画像の細部の違いを回帰係数に反映するために高周波数成分が強く現れていることが分かる．図 3 に各ステップでの物体認識率と各物体毎に真値との最小二乗残差による姿勢推定精度を示す．これらの結果を見ると，物体毎に違いはあるがいずれの物体においても物体認識率と姿勢推定精度はサンプル数が増加するに従い精度は線形的に向上している．800 枚のサンプルで生成された回帰係数ベクトルでは平均物体認識率 68.6[%]，平均姿勢推定精度は 30.4[deg.]，全サンプルを学習した回帰係数ベクトルを用いた場合では平均物体認識率 100[%]，平均姿勢推定精度は 1.18×10^{-4}[deg.] であり，浮動小数点演算の丸め誤差の範囲内であった．すなわち，coil-20 程度の規模の画像ライブラリであれば完全な線形射影を実現することができ，クローズサンプルでの物体認識および姿勢推定は 3 枚の回帰係数ベクトルのみで実現できることが確認された．

4.2 2 軸姿勢推定

先の実験では coil-20 の画像全てに対してたった 3 枚の回帰

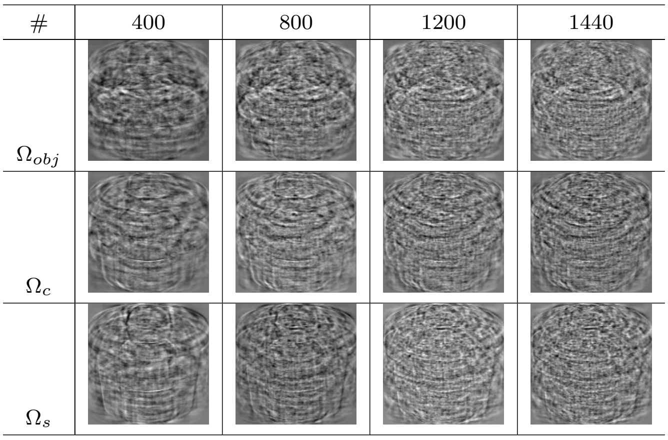
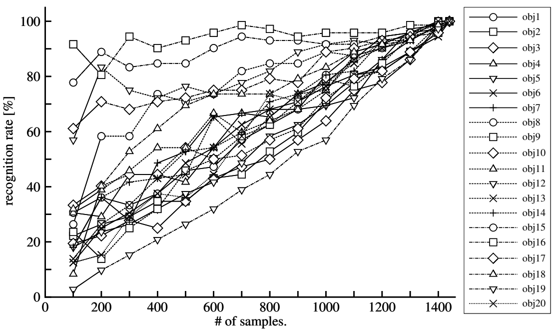
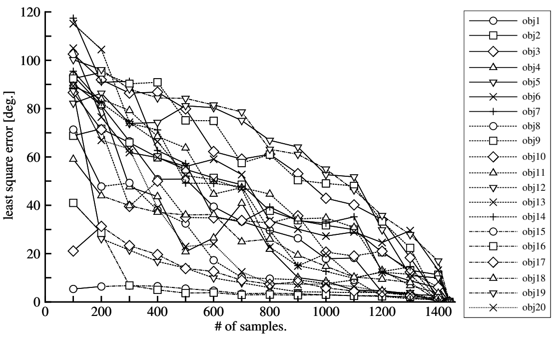


図 2　各サンプル数における回帰係数ベクトル



(a) Object Recognition Results.



(b) Pose Estimation Results.

図 3　パラメータ推定結果

係数ベクトルで誤差無く物体認識および姿勢推定が実現できることが確認された．しかし，coil-20 のサンプル数は高々1440 枚であり，画像サイズは 128×128 画素，つまり 16384 次元の画像ベクトルと比較してサンプル数があまりにも少く，代数的には当然の結果である．そこで，ここでは coil-20 で与えられている鉛直軸回りでの回転に像面の回転も加えて，2 軸のパラメータ推定に拡張してサンプル数を積算的に増加させ，画像ベクトルの次元数を超えるサンプル数の学習に対するパラメータ推定精度について調べる．

画像のパラメータの設定としては，図 4 に示すように coil-20 で与えられている鉛直軸回りの回転角を θ，像面の回転は画像の中心を回転中心として時計回りに ψ とした．実験ではこの設定において，

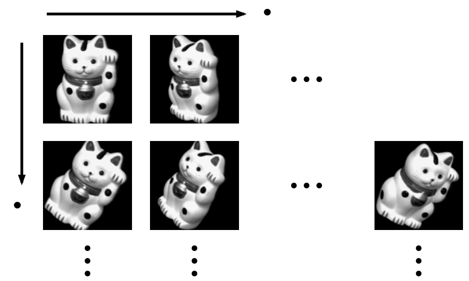
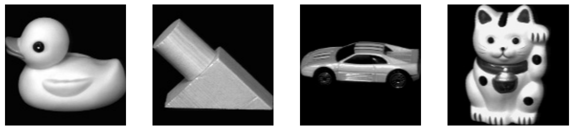


図 4　2 軸の回転パラメータ設定



object 1　object 2　object 3　object 4

図 5　2 軸パラメータ推定に用いたサンプル画像集合

$$\cos(\theta) = {\Omega_c^{\theta}}^T x \quad (15)$$

$$\sin(\theta) = {\Omega_s^{\theta}}^T x \quad (16)$$

$$\cos(\psi) = {\Omega_c^{\psi}}^T x \quad (17)$$

$$\sin(\psi) = {\Omega_s^{\psi}}^T x \quad (18)$$

となる回帰係数ベクトルを逐次更新により求める．ただし，像面回りで回転した画像は対応する画素の 4 近傍によるバイリニア補間により生成し，回転により元画像の画像領域外を参照する場合は画素値を 0 とした．このような，パラメータ設定において θ を 72 ステップ (5[deg.] 刻み)，ψ を 256 ステップ (1.406[deg.] 刻み) とし，図 5 に示す 4 つの物体について，各物体総数 18432 枚の学習サンプルに対して逐次更新により係数ベクトルを生成した．ただし，この実験では，各物体 18432 枚と画像ベクトルの次元に対して十分なサンプル数があるため，個々の物体毎に独立して学習を行った．図 6 に物体 4 のサンプルに対して生成された回帰係数ベクトルの一例を示す．この 18432 枚のサンプルに対する係数ベクトルの計算は Linux ベースの計算機 (CPU:2.67GHz,RAM:2GB) にて 4 時間 51 分 43 秒であった．回帰係数ベクトルの生成方法は 4.1 と同様に各物体のサンプル（18432 枚) の中からランダムに画像を選択し，回帰係数ベクトルを逐次更新した．

パラメータ推定の精度評価方法としては，400 ステップ毎に生成された係数ベクトル対を用い，学習サンプルと同一のパラメータの画像群 (パラメータ $\{(\theta,\psi)|\theta = 0,5,\ldots,355[deg.],\psi = 0,\Delta\psi,\ldots,255\Delta\psi[deg.],\Delta\psi = 360/255[deg.]\}$ における画像群)，すなわちクローズサンプルでのパラメータ推定を行い，推定推定値と真値との最小二乗残差を求めた．この結果を図 7 に示す．また，パラメータ ψ の値を 360/512[$deg.$] ずらしたオープンサンプル (パラメータ $\{(\theta,\psi)|\theta = 0,5,\ldots,355[deg.],\psi = 0.5\Delta\psi,1.5\Delta\psi,\ldots,255.5\Delta\psi[deg.],\Delta\psi = 360/255[deg.]\}$ における画像群)，について同様に推定推定値と真値との最小二乗残差を求めた結果を図 8 に示す．図 7 および図 8 を見ると，

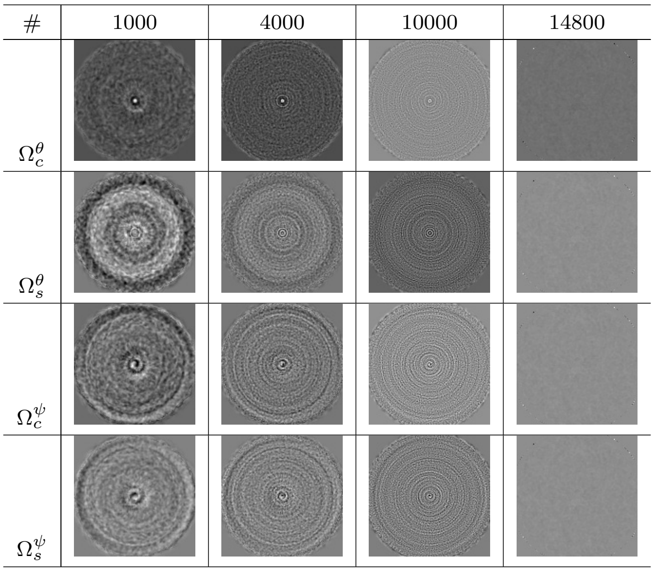


図 6　2 軸パラメータ推定における回帰係数ベクトル (obj4)

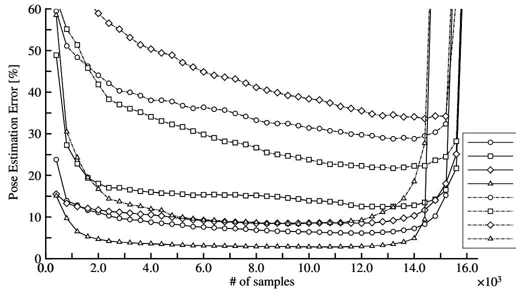


図 7　クローズサンプルによる姿勢推定結果

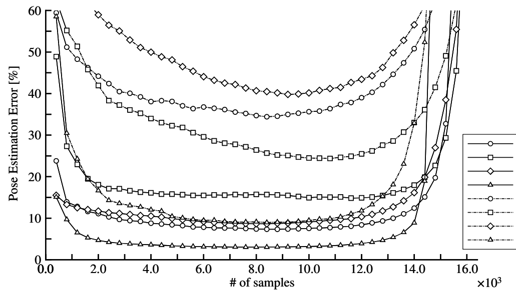


図 8　オープンサンプルによる姿勢推定結果

14800 サンプル付近で物体 4 が，15600 から 16000 サンプル付近で物体 1,2 および 3 のパラメータ推定誤差が発散していることが確認できる．図 6 を見ると，物体 4 で 14800 サンプルまでの学習で回帰係数ベクトルが平坦になっていることがわかる．このような回帰係数ベクトルが得られるのは回帰係数ベクトルの計算が破綻しているためであり，このことによりパラメータ推定誤差が発散するものと思われる．また，逐次更新によりサンプルを追加していくと計算が破綻する前から徐々にパラメータ推定精度が悪化することが確認された．これらの詳細については考察で検討する．

5. 考　　察

5.1　線形回帰によるパラメータ推定の限界

図 3 に示した実験結果を見ると，coil-20 程度の規模のサンプル数であれば，クローズサンプルであれば物体認識および姿勢推定は線形回帰でも容易に実現できることが分かる．しかし，先に述べたようにサンプル数を 800 枚とした場合の平均認識率は 68.6[%]，平均姿勢推定精度は 30.4[deg.] と良好な結果が得られていない．この原因は 640 枚の未学習サンプルの投影点を 800 枚のサンプルから推測できていないためである．本手法を含め線形回帰では，未学習のサンプルに対する推測は線形予測されるため未学習サンプルに対して良好な推定を行うためには，学習サンプルと未学習なサンプルの間に線形性が成立する必要がある．すなわち，未学習のサンプル (y, q) に対して，

$$q = \Omega^T y \tag{19}$$

が成立する必要がある．つまり，(y, q) は学習サンプル群 $\{(x_i, p_i) | i = 1, 2, \ldots, n\}$ により求められる超平面に誤差なく乗るということである．今回の実験ではランダムにサンプルを選び回帰係数 Ω を更新したが，もし n 個のサンプルで求めた回帰係数 Ω がすべての未学習サンプル y で式 (19) を満たすなら，式 (11) より更新ステップ $k, (k \leqq n+1)$ において $\Omega_k = \Omega_{k-1}$ となり Ω は収束するはずである．また，これは $Rank(\{(x_i, p_i) | i = 1, 2, \ldots\}) = k$ を満たすということである．しかし，このとき $Rank(\{x_i | i = 1, 2, \ldots\}) < k$ であると線形射影では表現できないため，

$$Rank(\{(x_i, p_i)\}) = Rank(\{x_i\}) \leqq n \leqq N' \tag{20}$$

が線形射影によりパラメータが推定できる条件であると思われる．但し，$i = 1, 2, \ldots$ であり，N' はサンプル画像の有効画素数である．簡単な例としては，適当な画像対して明度を定数倍した画像群を用意して，個々の画像の平均明度を画像のパラメータとすれば上記の条件を満たす．

図 3 の結果をみると，更新ステップ 1440 以前で求められた Ω ではパラメータ推定誤差が 0 とはなっておらず，サンプル数が 1440 未満では Ω は収束しないことがわかる．しかし，今回の実験の設定では画像ベクトルの次元 $N = 16384$ に対してサンプル数 n は高々1440 であり，現在の 10 倍程度の密度の学習を行う余裕がある．今後はさらに密な学習サンプルを用意し，一般画像において回帰係数が収束することがありうるのか調査してこの仮説を検証したい．

5.2　線形パラメータ推定の学習サンプル数の上限

N 次元の画像ベクトルには N の自由度があり，式 (1) に示す線形回帰では，$\{x_i | x_i \neq x_j, i \neq j\}$ であれば，代数的な関係から N 個のサンプルまで回帰を行うことが可能である．しかし，4.2 での実験結果では，$N = 16384$ に対して，14800 サンプル付近で物体 4 が，15600 から 16000 サンプル付近で物体 1,2 および 3 のパラメータ推定誤差が発散することが確認された．この原因は，画素数 N のうち，パラメータの変化に対して不変な画素が存在し，実際に説明変数として有効な画素数（有効画

表 1　各物体の有効画素数

	object1	object2	object3	object4
# of valid pixels	15,928	16,058	16,271	14,780

素数）が N に満たないからである．図 6 を見ると，係数ベクトルの四隅では平坦な領域が見られるが，これらの領域ではパラメータ θ，ψ で物体が回転しても常に背景となる領域である．この領域を除いた画素数は表 1 に示す通りであり，これらの値と図 7 および図 8 において姿勢推定誤差が発散するサンプル数は一致しする．これは代数的な関係とも合致し，有効画素数が線形回帰で回帰できるサンプル数の上限であると言える．

5.3　サンプル数増加に伴う推定精度の低下について

4.1 の実験結果では，サンプル数が増加するに従い線形的に認識率および推定精度が向上している．しかし，図 7 および図 8 では，サンプル数の増加とともある時点で推定精度が悪化している．また，これらの特性はある時点までは特性が一致し，以後はオープンサンプルの方がサンプル数の増加に伴うパラメータ推定誤差の悪化が速い傾向にある．これらの原因は現在では解明できていない．よく知られているように，多くのパターン認識手法においては過学習による精度低下がある．また，固有空間を用いた次元圧縮では固有空間の次元を高くするに伴い，認識精度が低下する次元の呪いがよく知られているが，本手法ではこのような現象が関連することは考え難い．

θ，ψ の 2 軸パラメータ推定では，θ を推定する係数ベクトル $\Omega_c^\theta, \Omega_s^\theta$ は ψ に対して不変な射影 G_ψ を用いて

$$\cos(\theta) = \Omega_c^{\theta' T} G_\psi x \tag{21}$$

$$\sin(\theta) = \Omega_s^{\theta' T} G_\psi x \tag{22}$$

という構造として捕らえることができる．すなわち，G_ψ によりどのような ψ であっても同じ画像ベクトルになるような変換がなされ，不変投影された個々のサンプルが対応する θ に射影される射影 $\Omega_s^{\theta'}$，$\Omega_s^{\theta'}$ が施される．簡単に考えれば，パラメータ ψ は像面周りの回転であるため，G_ψ は簡単には画像を画像中心を原点とした極座標変換して半径軸に投影したヒストグラムであり，G_ψ による投影では半径方向の画素数 r の次元の部分空間に投影される．従って，θ のパラメータ推定は r ステップより大きい場合では回帰が破綻する．ただし，ψ のバリエーションが粗である場合には，いくつかの ψ のみで不変となればよく，その場合は G_ψ による不変部分空間の次元は r より大きくなるが，ψ の刻みが細かく，飽和している場合には不変部分空間の次元は r となるものと思われる．今回の実験では，画像サイズは 128×128 画素であるため，θ のステップ数 (72 ステップ) は $r = 64$ より大きい．また，ψ の刻みが 256 ステップと十分細かいため，G_ψ による不変射影された部分空間の次元が θ のステップ数よりも小さくなり，パラメータの推定精度が悪化していることが予想される．この現象の解明するためには詳細な検証が必要であるため今後の課題としたい．

6.　ま　と　め

本稿では，線形回帰において逐次更新による回帰係数の算出方法を提案し，稠密な学習サンプルに対して現実的な計算コストでの回帰係数の算出を実現した．この手法を 3 次元物体の姿勢推定に応用した結果，coil-20 程度の規模の画像ライブラリであれば，たった 3 つの回帰ベクトルで物体認識およびパラメータ推定が可能であることが確認された．また，2 自由度に拡張して画像ベクトルの次元と同等のサンプル数まで調査した結果，線形回帰によるパラメータ推定ではサンプル画像の有効画素数まで計算が破綻しないことが確認された．しかし，物体や条件によって程度は異なるが，サンプル数増加とともにある時点で推定誤差が増加に転じる現象が確認された．この原因の解明については今後の課題とする．また，今後の研究において一般画像において回帰係数が収束することがありうるのか調査し，5.1 で述べた仮説の真偽を明らかにしたい．

文　献

[1] A. S. Salgian, “Using multiple patches for 3d object recognition,” in Computer Vision and Pattern Recognition, Proc. of Beyond Patches Workshop, pp. 1–6, June, 2007.
[2] Guodong Guo and Charles R. Dyer, “Patch-based Image Correlation with Rapid Filtering,” in Computer Vision and Pattern Recognition, Proc. of Beyond Patches Workshop, pp. 18–23, June, 2007.
[3] 村瀬洋, シュリー　ナイヤー,“2 次元照合による 3 次元物体認識—パラメトリック固有空間法—”, 信学論 (D-II), Vol.J77-DII, no.11, pp.2179-2187, nov. 1994.
[4] S. K. Nayar, H. Murase, S. A. Nene,“Parametric Appearance Representation”, *Early Visual Learning*, Chapter 6, pp.131–160, Oxford University Press, 1996.
[5] H. Murase, S. K. Nayar,“ Illumination Planning for Object Recognition Using Parametric Eigenspaces”, *PAMI*, Vol.16, No.12, pp.1219–1227, 1994.
[6] 岡谷 貴之，出口 光一郎,“固有空間法を利用した陰影からの曲面の形状復元”，情処研報 CVIM，Vol.95，No.34，pp.1–7,1995.
[7] H. Murase, R. Sakai,“Moving object recognition in eigenspace representation: Gait analysis and lip reading”, *Pattern recognition letters*, Vol. 17, pp.155–162, 1996.
[8] Deguchi, K. and Noguchi, T.,“Visual servoing using eigenspace method and dynamic calculation of interaction matrices”，Proc. of the 13th International Conference on Pattern Recgnition, Vol.1,pp. 302–306,1996.
[9] T. Okatani and K. Deguchi,“Yet Another Appearance Based Method for Pose Estimation Based on a Linear Model”, MVA2000, pp. 258–261, 2000.
[10] T. Melzer, M. Reiter, and H. Bischof, “ Appearance models based on kernel canonical correlation analysis”. Pattern Recognition, 36, pp. 1961–1971, 2003.
[11] 安藤慎吾, 草地良規, 鈴木章, 荒川賢一, “サポートベクトル回帰を用いた三次元物体の姿勢推定法”, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol. J89-D, No. 8, pp. 1840–1847，2006.
[12] 天野敏之, 玉木徹,“Estimation-by-Completion: 3 次元物体の線形姿勢推定手法”, MIRU2006 画像の認識・理解シンポジウム予稿集, pp.460–465, July 2006.
[13] 玉木徹, 天野敏之, 金田和文, 市原由美子 “見えに基づく姿勢推定のための複素部分空間と四元数部分空間の構築について”, 電子情報通信学会 PRMU 技術研究報告.Vol.107, pp. 181–186, 2007.
[14] S. A. Nene, S. K. Nayar, H. Murase,“Columbia Object Image Library (COIL-20)”, Technical Report CUCS-005-96, Columbia University, 1996.