広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
〈第34号　2006. 3〉

算数学習における理解過程に関する研究（Ⅵ）

─ 第１学年「繰り下がりのあるひき算」における式理解を中心に ─

磯部　年晃　　小山　正孝　　中原　忠男　　赤井　利行
今村　孝子
（協力者）　今井　一仁　　阿部　好貴

１．目的と方法

本研究は，算数学習における子どもの理解過程を，理論的・実証的に解明しようとするものである。これまでの数学の理解過程に関する研究[1),2)]によって，数学的概念や原理・法則などを理解するということは，本質的には，個々の子どもの心的活動であり，複雑で力動的な過程であるが，他方では，教室で行われる算数学習においては，子どもの理解過程はその子どもと教師，子ども同士の社会的相互作用の影響を受けることが明らかになってきている。そこで，本研究では，算数学習における理解過程を，これら個人的側面と社会的側面の両方を視野に入れて解明することを目的とする。

そのために，まず本研究の第１報[3)]では，理論的研究として，小山が構築した数学理解の２軸過程モデルについて，このモデルの根底にあるパラダイムや認識論と，数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性を，文献解釈的方法によって再検討した。そして，第２報[4)]では，その実証的研究として，「図形」領域の学習において，小学校第２学年の子どもが三角形や四角形の概念を学習する際の理解過程に焦点を当て，事前調査，授業実践，事後調査を通して，これらの図形についての子どもの理解過程を実証的に解明した。また，第３報[5)]では，「量と測定」領域の授業実践を通して，小学校第５学年の子どもが台形の面積の求め方を学習する際の理解過程を実証的に明らかにしてきた。さらに，第４報[6)]では，「数と計算」領域の授業実践を通して，小学校第５学年の子どもが分数と小数，整数の包摂関係を学習する際の理解過程を実証的に解明してきた。そして，第５報[7)]では「量と測定」領域における理解過程について，第３学年「重さ」の概念形成を中心に解明してきた。

そこで，第６報である本稿では，これまでの研究の成果を生かし，低学年における「数と計算」領域の授業実践を通して，小学校第１学年の子どもがきまりを見つけ，活用していく際の理解過程を実証的に解明することを目的とする。

２．授業の計画

(1) 計画の概要

【授業学年】　広島大学附属小学校　１部１年
（男子18名　女子19名　計37名）

① 単元名　ひきざん（２）

② 単元目標

○具体物を用いながら，進んで繰り下がりのある減法の計算の方法を考えたり，計算をしようとしたりすることができる。

○既習の減法の考え方をもとにして，繰り下がりのある計算のしかたを工夫して考えることができる。

○（十何）－（１位数）の減法で，繰り下がりのある計算が正しくできる。

○（十何）－（１位数）の減法で，繰り下がりのある計算の意味やその方法を理解できる。

○１つの数を他の数の和や差としてみることができる。

③ 指導計画（全13時間）

第１次　くりさがりのあるひきざん …………… 7
第２次　くりさがりのあるひきざんれんしゅう ‥ 3
第３次　まとめの練習……………………… 1
第４次　どんなきまりがみつかるかな？
…………… 2（本時1/2）

本単元は，１位数と１位数の和が10より大きい数になる加法の逆算である減法について，計算の仕方を考えることができるようにするとともに，繰り下がりの

Toshiaki Isobe, Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Toshiyuki Akai, Takako Imamura, Kazuhito Imai, and Yoshitaka Abe: Research on the Process of Understanding in Elementary School Mathematics Learning (VI)－Focusing on First Graders' Understanding of Subtraction－

ある計算が確実にできるようにすることがねらいである。

減法について，児童は，「ひきざん（1）」において，被減数が10以下のひき算について学習してきている。また，「たしざん（2）」において，１位数＋１位数で繰り上がりのあるたし算について学習してきている。本単元では，それらの既習内容をもとに減法の用いられる場面を拡張するとともに計算のしかたを確実に理解できるようにする。

また，今回の実践的研究をとおして，理解した計算の仕方を活用していく場が設定できるかどうか追究していきたい。なぜならば，理解したことをさらに高次の場で活用していくことで，子どもの理解はより深まっていくからである。

そこで，本単元では，一つの数を他の数の和や差としてみることといった関数の考えを生かす場を設定する。具体的には，同じ差になるひき算の式に着目して，差が変化すると式はそれに伴ってどう変化するかを追究していく。この場をとおして理解した計算のしかたを活用し，きまりを見いだし，ひき算の式の理解を深めるようにする。

② 児童の実態

本学級の児童は，具体物を使った算数的活動をもとに，加法における計算の場面を理解するとともに，計算の仕方を考えることができている。例えば，８＋６の繰り上がりのある加法の計算では，被加数の８を４と４に分解して，８＋６＝４＋（４＋６）としたり，加数の６を２と４に分解して８＋６＝（８＋２）＋４としたり，さらに被加数・加数ともに分解して８＋６＝３＋（５＋５）＋１と計算したりするような，柔軟に計算の方法を工夫することができている。また，工夫して問題解決することに対して意欲的な子どもが多い。具体的には，数量の変化に対する着眼が鋭く，例えば１位数＋１位数で和が11になるたし算は８つできるから，和が12になる場合は，どうなるのか追究したいといった着眼や意欲を有する子どもが多い。

このような子どもの実態を生かし，本単元では，繰り下がりのある減法の計算の仕方を多様に考えることができるようにするとともに，数や式の見方をより確かなものへとしていきたい。

3．理解過程を重視した授業のデザイン

これらの事前検討を受けて，②で述べたように子どものきまりへの着眼を生かす授業展開を考えていく必要がある。そのためには，本単元で学習する繰り下がりのあるひき算の計算をもとにして，さらに数の構成や計算の意味理解を深化・発展させるものとして，教材「同じ差になる式の中のきまり」を開発する。これは，差が９になるひき算の式の中に潜む法則性をもとに，差が８の場合や７の場合を考えることで，ひき算の式に対する理解を深めていく場である。

そこで，ひき算の式に潜む規則性に着目できる課題提示の工夫が重要になる。また，子どもたちが同じ差になるいくつかのひき算の式から，気づきを出し合う中できまりを見つけだし，見いだしたきまりを活用して問題を解決することのできる課題追究の場の工夫が重要になる。つまり，次の点に着目して授業づくりを行っていくことで，子どもの理解過程を大切にした授業づくりを行うことができると考える。

課題の提示と課題追究の場の工夫

4．第１学年「ひき算（2）」における授業の実際と考察

(1) 本時（第４次の1/2時）の実際と考察

<本時の目標>

同じ差になるひき算の式の仕組みに関心をもち，多様なきまりをみつけ，他の差になるひき算の式づくりにも活用していくことができる。

<観点別評価基準>

○ 関心・意欲・態度

同じ差になるひき算の仕組みに関心をもち，その理由を考えようとする。

○ 数学的な考え方

被減数と減数の大きさの関係に着目して，同じ差になるひき算のきまりを考えることができる。

○ 表現・処理

被減数と減数の大きさの関係を考えることによって，同じ差になるひき算の式をつくることができる。

○ 知識・理解

一つの数を他の数との差で見ることをとおして，被減数と減数，差の関係を明らかにすることができる。

<本時の授業の流れ>

[課題の意識化]

まず，差が９になるひき算の式をランダムに提示し，同じ差になるひき算には，きまりがあることに気づかせる。そして，差が８の場合はそのきまりはどう変化するかを考えさせ，本時の学習活動の方向性を意識し確認する段階である。

T　今から先生は，くり下がりのある計算のミニカードを見せるよ。

T　（１１－２のカードを提示）はい，この差はいくつかな？

C　１１－２＝９です。

T　そうですね。では，次にいくよ（１４－５のカー

ドを提示)。

C　１４－５＝９です。

T　それでは，３問目いくよ。

C　１６－７＝９です。

C　先生，あの～。

※　この時点で，差が同じひき算を提示していることに気づいた子どもは４名いた。

T　ちょっとまってね，それでは，次いくよ。（１５－９のカードを提示）

C　１５－６＝９です。

C　気づきがあります。

※　この時点で，差が同じひき算を提示していることに気づいた子どもは１８名いた。

T　あれ，これ（１５－９のカード）を出した瞬間に，たくさんのお友達が気づきがあるって言っているね。４枚目のカードで，どんな気づきがあるのかな？

C　１１－２とか，１４－５とか，１の次が２になって，４の次が５になるカードを先生が出しています。

T　まとめて言うとどうなるのかな？

C　引かれる数の一の位より，引く数の方が１大きな引き算がでています。

C　それだったら，まだでてないけど１２－３もいいと思います。

T　鋭いね。先生は，１２－３のカードも用意してたんですよ（１２－３のカードを貼る)。

C　まだ他にもあります。

T　どうぞ。

C　先生が出した計算カードは，答えが全部９になっています。

T　今まで出したカードは，そういわれてみたら全部差が９になっているんだね。さて，先生は，まだカードを持っているんだけどこのカードは差が９のカードだと思う？

C　思う。

C　先生，残りは何枚あるのですか。

T　あと３枚です。

C　（黒板に出たカードの枚数を調べて）それなら，差が９のカードだと思います。

T　じゃあ残り３枚のカードは，どんなカードだと思うかな？　カードを見せるよ。（１８－９のカードを見せる）

C　やっぱりそうだ，１８－９＝９です。

T　次見せるよ。（１３－４のカードを提示）

C　１３－４＝９です。

T　さて，先生は，最後の１枚のカードを持っているけど，このカードには，どんな式が書いてあると思うかな？

C　わかるよ。

C　えー。わかんない。

T　わかるよって言う人は，どうしてわかるのかな？先生にこっそり教えてよ。

C　（授業者の耳元で）ひかれる数が，１１，１２，１３，１４，とならべていったら，１７だけのこるから，１７－８だと思う。

T　すごいね！　先生が持っている最後の１枚のカードの式を言ってくれたよ。そして，どうして，その式なのか，わけも言ってくれているよ。

C　僕も言えるよ。

T　じゃあ，こっそり教えてくれる。

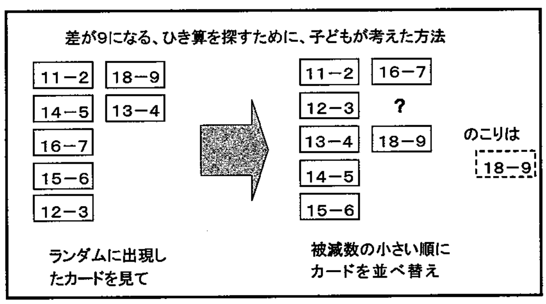
T　みんなすごいね。でも，「先生わかんないよ」っていう人もいるね。正直に手を挙げてごらん。

※　この時点で，残り１枚のカードの式が分からない子どもは４名いた。

T　正直でいいよ。じゃあみんな，わからないよって思っているみんなのために，このカードを何とかしてわかるようにするヒントが出せないかな？

C　できます。

T　では，やってみましょう。



C　カードを並べ替え始める。（被減数の小さい順に）

C　同じです。

C　わかった。

※　この時点で，残りの１枚のカードの式がわからないと発言した４名の子ども全員が式を特定できた。

T　わかったって言う人がいるね。では，最初はわからないって言っていた〇〇君がわかったって言ったから，残りのカードを並べてみてごらん。

C　残りのカードを並べ始める。

C　先生わかったよ。

T　では，最後のカードは何かな？

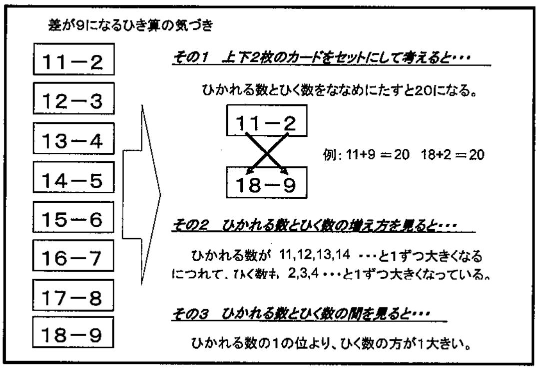
C　１７－８＝９です。

C　同じです。

T　どうして，みんなは，カードを並べたただけでわかったのかな？

C　だって，１１から順にひかれる数は１１，１２，１３，１４，１５，となっているし，ひく数は２，３，４，５，６とこっちも順番になっているからです。

T　ここまでをまとめてみるよ。差が９のひき算は８個できるね。それでは，この８個の式から，気づいたことはないかな？



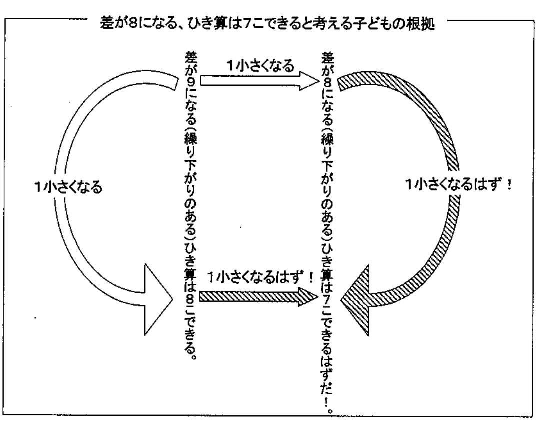
T　たくさんの気づきが生まれてきましたね。では，もし差が８のひき算をみんなで探したら，何個できるかな？みんなで予想してみよう。

C　７個です。

T　差が８のひき算は７個できるはずだと思っているんだね。どうしてそう思ったのかな？

C　差が９のひき算は８個だから，差が８になったら，９よりも差が１小さいから，できる数も８個から１個小さくなるはずだと思うからです。

C　付け加えます。差が９から８，７，６，と小さくなると，できる引き算の数も小さくなっていくはずだと思います。だって今までも，数が１つ小さくなったら，いっしょに小さくなったからです。

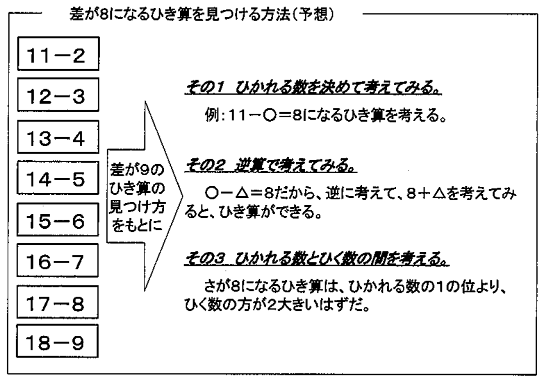


T　それでは，今日の研究では，差が８のひき算は本当に７個なのか調べてみましょう。

[操作化]

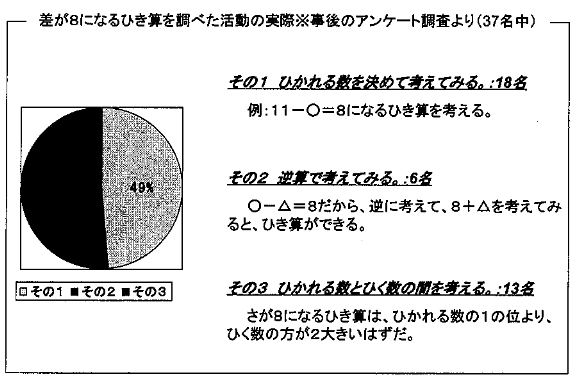
この段階は，差が８になるひき算は７個できるという予想をもとにして，実際に差が８になるひき算を追究する段階である。また，ここでのひき算は，被減数が１１から１８までの数，減数が０から９までの数でできる，繰り下がりのあるひき算である。

子どもたちが追究していった方法は，次のとおりである。



最初に，子どもたちに差が８になるひき算をどのように追究していくか予想させた。すると，上記のように，①ひかれる数を決めて，②逆算で，③ひかれる数とひく数の間を見る，の３つの方法が出てきた。①は差が９のひき算を考える際のカード並べから，②は繰り下がりのあるひき算と繰り上がりのあるたし算の関係から，③は差が９になるひき算の気づきから，それぞれ考えついたものである。

この３つの方法をもとに追究していったが，事後のノート分析から，子どもが選択した方法は，次のようになった。



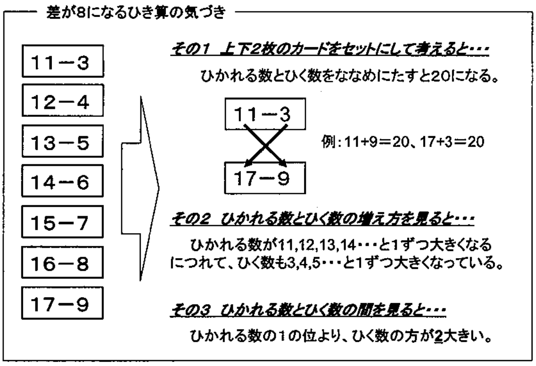
[協定化]

この段階は，差が８になるひき算を確認するとともに，気づきを出し合い，差が９と８に共通するきまりから，新たな課題を構成する段階である。

T　差が８になるひき算を発表してください。

（中略）

T　差が８になるひき算は，最初に予想していたとおりに７個になりましたね。それでは，差が８になるひき算を並べてみるよ。これを見るとどんなきまりが見つかるかな？



T　それでは，差が９のときと８のときを調べたから，今度は差が７のときはどうなると思うかな？

C　差が７のときは６個，絶対にできます。そのわけは，差が９のときは８個で，差が８のときは７個で，差より１つだけ小さい数できるからです。

T　すごいね。では，どんな式ができるかな？

C　いっぱいあるけど，１つだけですか。

T　そうですよ。

C　それでは，１１－４＝７です。

T　どうして，１１－４だと思ったのですか。

C　だって，差が９のときは，１１－２が最初で，差が８のときは１１－３が最初だから，差が７になると１１－４が最初になると思いました。

C　付け加えます。ひかれる数とひく数の１の位の間が，今度は３になるからです。

T　今度は，１の位だけを比べると差が３になるのですか？

C　だって，差が９のときは１で，差が８のときは２だから，差が７になると３になるはずです。

T　すごいね！今までに学習したことを，どんどん使っていくと，まだやっていない差が７のときも予想ができるのですね。

＜本時の授業の考察＞

本時では，差が９になる繰り下がりのあるひき算の式にある規則性をもとに，考察の対象となるひき算の差を８に変化させて，より一般性のある規則を見つけだすことができるか学習した。

まず，課題の意識化の段階では，差が９になるひき算の式をいくつかランダムに提示していった。この提示の段階における，差が９になるひき算の式についての子どもたちの気づきの変容は以下のとおりである。

提示枚数	気づきが生まれた子どもの数
１枚提示	０名（37名中）
２枚提示	０名（37名中）
３枚提示	４名（37名中）
４枚提示	18名（37名中）

このことから，子どもたちが差が９になるひき算であることの理解は，４枚目の提示から大幅に増えてきていることがわかる。また，残りのひき算を考える際には，子どもの中から，カードを被減数の小さい順に並べる方法が生み出された。それによって，子どもたちは，残りのひき算を特定することができた。

次に，差が９のひき算の式をみて気づいたきまりを出し合わせることで，本時の追究のもとになる規則を３つ明らかにすることができた。これは，差が８のひき算にも規則があるかを追究する原動力となるものであり，本時における式理解の基礎となるものである。

さらに，操作化の段階では，差が８になるひき算を追究する際，差が９のひき算の場面で獲得した，式を順に並べたり，被減数の１の位と減数の大きさを比較したりする方法が子どもから生み出された。これは，子どもたちの課題意識の連続性を示すものであり，差が９のひき算の理解をもとに方法を柔軟に工夫する姿であるといえる。

最後に，協定化の段階では，差が８のひき算におけるきまりについて考えた。子どもたちの気づきを見ると，差が９の場合のきまりを差が８の場合にも適応させて考えていることがわかる。このような気づきが生まれた背景には，差が９の場合のひき算の式を見る見方があるといえる。

以上のことから，差が９の場合をもとに，差が８の場合のひき算の式を考える場の設定は，子どものこれまでのひき算の理解をもとに，式の仕組みへと着目させ，新たなきまりを創発させる上で有効であったと考えられる。

５．結論

本稿では，低学年の「数と計算」領域の学習において，小学校第１学年の子どもが式の規則性をみつけ活用していく際の理解過程を実証的に解明することを目的とした。

その際，課題の提示と課題追究の場と多様な数のとらえ方を共有し，吟味することができる社会的相互作

用の場を工夫することで，子どもの理解過程を重視した算数科授業を構成することを考えた。具体的には，課題の提示と課題追求の場の工夫として，差が９の繰り下がりのあるひき算の式が書かれたカードをランダムに提示する場と，そこでの気づきをもとに差が８の場合を考える場の２つの場を課題とした。これら２つの差に着目したひき算の式づくりを追求する場をとおして，被減数，減数，差の関係を明らかにすることができた。また，多様な式への気づきを共有し，吟味することができる社会的相互作用の場の工夫として，子どもたちが考えた式の中に数学的知識を発見させ，より価値のある数学的知識へと高めさせていくためには，子どもから出てくる多様な気づきを吟味する場を重視することが大切であり，子どもの多様な式の見方を表出させ，共通点や相違点を吟味させることで，全員が納得できる考えを創り出すことができるということが明らかになった。このような事例研究からも，本研究の第２報～第５報の事例研究と同様に，算数学習において個人的構成と社会的構成の両方の活動が行われてはじめて，教室における個々の子どもや子どもたちの理解が深化し得るということが示唆される。

本研究ではこれまでに小学校算数科における低学年の「図形」領域（第２報），高学年の「量と測定」領域（第３報），高学年の「数と計算」領域（第４報），そして中学年の「量と測定」領域（第５報）に焦点化して，算数学習における理解過程に関する実証的研究を行ってきた。そこで，今後は，他の学年段階の「数量関係」領域の学習における子どもの理解過程を実証的に解明することが課題である。

参考文献

1）小山正孝（1997）「数学学習と理解過程」，日本数学教育学会編『学校数学の授業構成を問い直す』，産業図書，pp.135-149.

2）Koyama, M. (1997) Research on the Complementarity of Intuition and Logical Thinking in the Process of Understanding Mathematics, *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, Vol.5, pp.21-33.

3）小山正孝，中原忠男，武内恒夫，赤井利行，宮本泰司，脇坂郁文（2000）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅰ）－数学理解の２軸過程モデルの理論的再検討－」，『広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第28号，pp.117-123.

4）磯部年晃，小山正孝，中原忠男，赤井利行，中村武司（2002）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅱ）－第２学年における三角形と四角形の概念を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第30号，pp.89-98.

5）赤井利行，小山正孝，中原忠男，中村武司，磯部年晃（2003）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅲ）－第５学年における「台形の面積の求め方」を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第31号，pp.115-122.

6）磯部年晃，小山正孝，中原忠男，赤井利行，片桐毅（2004）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅳ）－第５学年における「分数と小数，整数の包摂関係」を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第32号，pp.181-188.

7）片桐毅，小山正孝，中原忠男，赤井利行，磯部年晃（2005）「算数学習における理解過程に関する研究（Ⅴ）－第３学年における「重さ」の概念形成を中心に－」，広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』，第33号，pp.217-223.